Reglas g-Golomb

CARLOS ANDRES MARTOS OJEDA, YADIRA CAICEDO
Universidad del Cauca, Cali, Colombia
Universidad del Valle, Popayán, Colombia
Email: cmartos@unicauca.edu.co, yadira0427@gmail.com

RESUMEN. Una regla Golomb es un conjunto de enteros no negativos, llamados marcas, con la propiedad de que todas las diferencias no cero de dos elementos de dicho conjunto son distintas. Se puede considerar una generalización de estas, permitiendo que las diferencias se repitan g veces, las cuales son llamadas reglas g-Golomb. La definición se puede presentar en términos de la función representación

Definición 1. Sea A un conjunto de números enteros, $x \in \mathbb{Z}$, se define la función representación diferencia evaluada en x, denotada $R_{A-A}(x)$, como:

$$R_{A-A}(x) = |\{(a,b) \in A \times A : \; x = b - a\}| = |A \cap (A + x)| \,.$$

Notemos que la función representación diferencia de x es el número de veces en los que x se puede representar como diferencia de dos elementos de A. Esto permite extender el concepto de regla Golomb.

Definición 2. Una regla g-Golomb o conjunto $B_2^-[g]$ es un conjunto de enteros tal que

$$R_{A-A}(x) \leq g, \quad para \quad todo \quad x \in \mathbb{Z}.$$

Notemos que una regla Golomb es una regla 1-Golomb. definamos ahora

Definición 3. Sea A una regla g-Golomb de m elementos, se define la función $G_2(g,m)$, como

$$G_2(g,m) :=\text{mín}\left\{\ell(A) : |A| = m \quad y \quad A \text{ es una regla } g\text{-Golomb}\right\}.$$

En esta ponencia se presenta un estudio del comportamiento de esta función, y un valor para el $\lim\limits_{m\to\infty} \frac{G_2(g,m)}{m^2}$. Cuando $g = 1$, $G_2(g,m) = G(m)$ y para esta se conocen valores exactos hasta $m = 26$ y además se sabe que $G(m) \leq m^2$ hasta $m = 65000$ y que $G(m) \geq m^2 + 2m\sqrt{m-1} - \frac{m}{\sqrt{m-1}} + \sqrt{m} - 1$.

Definición 4. Sea A una regla g-Golomb , se define la función $F_2^-(g,d)$, como

$$F_2^-(g,d) :=\text{máx}\left\{|A| : A \subseteq [1,d], \text{ A es una regla } g\text{-Golomb}\right\}.$$

En esta ponencia se presenta una estimación de esta función y su relación con la función $G(g,m)$.

Palabras claves. Reglas g-Golomb, Función representación.

Referencias

[1] R. C. Bose, *An afine analogue of Singer's theorem*, J. Indian Math. Soc. (N.S.) 6 (1942), 1-15.

[2] J. Cilleruelo, *Sidon sets in* $\mathbb{N}^d$. J. Combin. Theory Ser. A 117 (2010), N° 7, 857-871.

[3] B. Lindström, *An inequality for B_2-sequences*, J. Combinatorial Theory 6 (1969), 211-212.

[4] T. Tao and V.H. Vu. Additive Combinatorics. Cambridge University Press, New York (2006).

[5] C. A. Trujillo, G. García, J. M. Velásquez, $B_2^-[g]$ *Finite Sets*, JP Jour. Algebra, Number Theory & Appl. 4(3) (2004), 593-604.

[6] A. Dimitromanolakis, *Analysis of the Golomb Ruler and the Sidon set Problems, and Determination of Large, near-optimal Golomb rulers*. Master's thesis, Departement of Electronic and Cumputer Engineering, Techical University of Crete, June 2002.

[7] M. D. Atkinson, N. Santoro y J. Urrutia, *Inter Sets with Distinct Sums and Differences and Carrier Frecuency Assignments for Nonlinear Repcaters*, IEEE Transactions on Communications, VOL, COM-34 No 6, June 1986.

[8] P. Erdös y P. Turán, *On a problem of Sidon in additive number theory and on some related problems*, Journal of the London Mathematical Society.(2) 16 (1941) 857-871. MR 3, 270e.

[9] R.J.F. Fang and W.A. Sandrin, *Carrier frequency assignment for non-linear repearters*, Comsat Tech. Rev., vol 7, n° 1, pp. 227-245, 1977.

[10] W.C Babcock, *Intermodulation interference in radio systems*, Bell Syst. Tech. J., vol 31, pp., 63–73, 1953.