

# Realización mínima para un diagrama de un nudo virtual

JOSÉ GREGORIO RODRÍGUEZ NIETO

Escuela de Matemáticas

Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia

Email: [jgrodrig@unal.edu.co](mailto:jgrodrig@unal.edu.co)

**RESUMEN.** La teoría clásica de nudos estudia encajes de  $S^1$  en  $S^3$ . Extensiones de esta han sido expuestas en la literatura pero la que más llamó la atención debido a su versatilidad fue la de nudo virtual propuesta por Kauffman [4]. Tan pronto como el concepto de nudo virtual fue dado surgieron varios interrogantes, uno de ellos, el cual abordaremos aquí es: *¿cuándo un nudo virtual es clásico?*.

En este trabajo daremos una forma simple de encontrar la superficie de Carter [2], para un diagrama de un nudo virtual, a través de los nudos abstractos [5]. Con esta herramienta y el hecho de que las superficies compactas, conexas, cerradas y orientables están completamente caracterizadas por el primer grupo de homología, determinaremos cuándo una realización es mínima o no, y así poder dar condiciones para saber, en muchos casos, si un nudo virtual es clásico o no.

Lo sorprendente es que estas condiciones coinciden con las ya dadas por G. Cairns y D. Elton [1] para resolver el problema de la palabra signada de Gauss, debido a esto podemos darlas en forma algorítmica, fácil de programar, usando el lenguaje de los nudos combinatorios [6].

**PALABRAS CLAVES.** Superficie ambiente, Realización mínima, Nudos Virtuales, Superficie de Carter, Nudos abstractos, Nudos combinatorios.

## REFERENCIAS

- [1] Cairns, G. and Elton, D. *The Planarity Problem for Signed Gauss Words*, *J. Knot Theory Ramifications*, 2, No. 4 (1993), 359-367.
- [2] Carter, J. *Classifying Immersed Curves*, *Proc. Amer. Math. Soc.* **111**, No. 1 (1991), 281-287.
- [3] Carter, S. Kamada, S. and Saito, M. *Stable Equivalence of Knots on surfaces and Virtual Knots Cobordism*, *J. Knot Theory Ramifications*, **11**, No. 6 (2002), 311-320.
- [4] Kauffman, L. "Virtual Knot theory", *Europ. J. Combinatorics*, Vol. 20 (1999), 663-691.
- [5] Kamada, N. and Kamada, S. *Abstract Links Diagrams and Virtual Knots*, *J. Knot Theory Ramifications*, **Vol. 9**, No. 1 (2000), 93-106.
- [6] Toro, M., *Programación en Matemática con aplicaciones a la Teoría de Nudos*. Bogotá, Universidad Nacional de Colombia, 2004.