I ENCUENTRO NACIONAL E INTERNACIONAL DE SEMILLEROS DE INVESTIGACIÓN

Sembrando ideas para transformar el futuro

PÓSTER 247

Investigación en curso

Exploración de ceros de textura en el sector de Quarks

Leonardo Guaranguay Pinchao

Tutor(a): Yithsbey Giraldo Usuga

Universidad de Nariño

Semillero: Altas Energías y sus Aplicaciones (SEFALEA)

Área de conocimiento: Ciencias naturales

Modalidad: Investigación científica

1. CONTEXTO / PROBLEMA

Los quarks y leptones representan los constituyentes irreducibles de todo lo observable en el universo. El Modelo Estándar describe las partículas elementales y sus interacciones, pero no explica el origen de la jerarquía de masas de los quarks ni el patrón de mezcla entre ellos. Estas propiedades están relacionadas con las matrices de masa y los acoplamientos de Yukawa del sector de quarks. El método implementado es el de ceros de textura los cuales consisten en entradas nulas impuestas en posiciones específicas de las matrices de masa. Esta condición permite reducir el número de parámetros libres y establecer relaciones analíticas entre las masas de los quarks y la matriz de mezcla CKM. Mediante transformaciones de base débil (WBT) y la descomposición polar, es posible analizar configuraciones equivalentes y determinar cuáles son compatibles con los datos experimentales.
Por tanto, se busca establecer qué configuraciones de matrices de masa hermíticas de 3×3, con cinco ceros de textura, reproducen los valores experimentales actualizados de las masas de los quarks y los observables de la matriz CKM.

2. OBJETIVOS

Objetivo general

Determinar las configuraciones viables de matrices de masa hermíticas de 3×3 con cinco ceros de textura en el sector de quarks, mediante transformaciones de base débil (WBT), que reproduzcan los datos experimentales de las masas de los quarks y los observables de la matriz de mezcla CKM con desviaciones menores que 1 sigma.

Objetivos específicos

1. Estudiar la metodología basada en la descomposición polar y las transformaciones de base débil para reproducir los resultados analíticos y numéricos de (Giraldo 2021) [1].
2. Explorar las configuraciones posibles de matrices de masa hermíticas con cinco ceros de textura en el sector de quarks e implementar valores experimentales actualizados de las masas de los quarks y los parámetros de Wolfenstein para evaluar la viabilidad de las configuraciones estudiadas.

3. METODOLOGÍA / PROCESO CREATIVO

La metodología implementa el procedimiento analítico y numérico propuesto por [1, 2, 3, 4], empleando el método de transformaciones de base débil (WBT) para explorar de manera sistemática y exhaustiva las matrices de masa hermíticas con cinco ceros de textura viables en el Modelo Estándar:

1. Lagrangiano de masa, descomposición polar y conteo de parámetros: Tras la ruptura espontánea de la simetría electrodébil, las interacciones de Yukawa generan los términos de masa para los quarks:

$$-\mathcal{L}_M = \overline{u}_R M_u u_L + \overline{d}_R M_d d_L + \text{h.c.}, \tag{1}$$

donde M_u y M_d son matrices complejas arbitrarias de 3×3 que contienen inicialmente 36 parámetros reales independientes. Dado que los campos derechos q_R son singletes bajo $SU(2)_L$, el teorema de descomposición polar permite absorber las matrices unitarias en su redefinición, haciendo que M_u y M_d resulten hermíticas ($M_q^\dagger = M_q$) y reduciendo los parámetros libres de 36 a 18.

El sector de sabor del Modelo Estándar cuenta con 10 observables físicos: 6 masas de quarks, 3 ángulos de mezcla ($\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$) y 1 fase de Dirac δ_{CP}, responsable de la violación de la simetría Carga-Paridad (CP). Al imponer cinco ceros de textura mediante WBT, el sistema se reduce a un conjunto de 7 parámetros reales y 2 fases complejas, una implicación de esto es que el modelo adquiere un carácter predictivo al describir los 10 observables a partir de un espacio paramétrico menor.

2. Fundamentación de las WBT y bases canónicas: Una transformación de base débil (WBT) consiste en una rotación unitaria simultánea sobre los dobletes izquierdos $q_L \to U q_L$, induciendo la transformación de semejanza:

$$M_u \longrightarrow M'_u = U^\dagger M_u U, \qquad M_d \longrightarrow M'_d = U^\dagger M_d U. \tag{2}$$

Esta operación deja invariante el lagrangiano electrodébil de corrientes cargadas, conservando de forma exacta el espectro de masas y los observables de la matriz CKM ($V = U_u^\dagger U_d$). Por tanto, matrices conectadas mediante WBT son físicamente indistinguibles, permitiendo partir sin pérdida de generalidad de la base scanónica:

$$M_u = D_u = \text{diag}(\lambda_{1u}, \lambda_{2u}, \lambda_{3u}), \qquad M_d = V D_d V^\dagger, \tag{3}$$

o equivalentemente $M_u = V^\dagger D_u V$ y $M_d = D_d$, con la jerarquía de masa $|\lambda_{1q}| \ll |\lambda_{2q}| \ll |\lambda_{3q}|$.

3. Generación de ceros de textura y diagonalización analítica: Para evitar determinantes nulos o violación de la jerarquía, cada sector M_q admite a lo sumo tres ceros de textura independientes. Mediante permutaciones, las estructuras viables se reducen a dos patrones fundamentales con ceros diagonales, derivados de la forma general:

$$M_q = \begin{pmatrix} 0 & |\xi_q| & 0 \\ |\xi_q| & \gamma_q & |\beta_q| \\ 0 & |\beta_q| & \alpha_q \end{pmatrix}, \qquad \begin{cases} \gamma_q = 0 & \text{(dos ceros en la diagonal)}, \\ |\beta_q| = 0 & \text{(un cero en la diagonal)}. \end{cases} \tag{4}$$

Al imponer la invariancia de trazas y determinante $\text{tr}[M'_q] = \text{tr}[D_q]$, $\text{tr}[(M'_q)^2] = \text{tr}[D_q^2]$ y $\det[M'_q] = \det[D_q]$, se obtienen las relaciones analíticas:

$$\gamma_q = \sum_{i=1}^{3} \lambda_{iq} - \alpha_q, \qquad |\beta_q| = \sqrt{\frac{(\alpha_q - \lambda_{1q})(\alpha_q - \lambda_{2q})(\lambda_{3q} - \alpha_q)}{\alpha_q}}, \qquad |\xi_q| = \sqrt{\frac{-\lambda_{1q}\lambda_{2q}\lambda_{3q}}{\alpha_q}}. \tag{5}$$

Para que $|\xi_q|$ sea estrictamente real y exista solución física consistente, se requiere que al menos un autovalor sea negativo ($\lambda_{1q} < 0$ o $\lambda_{2q} < 0$)[5]. La matriz unitaria exacta U_q que diagonaliza a M_q incluye fases no físicas (θ_{1q}, θ_{2q}), necesarias para alinear la matriz CKM resultante con la convención estándar del PDG[6].

Las transformaciones WBT sobre las matrices canónicas adoptan entonces la forma:

$$\begin{aligned} M'_u &= U_u (D_u) U_u^\dagger, & M'_d &= U_d (D_d) U_d^\dagger, \\ M'_d &= U_u (V D_d V^\dagger) U_u^\dagger, & M'_u &= U_d (V^\dagger D_u V) U_d^\dagger, \end{aligned} \tag{6}$$

modelo que es explorado computacionalmente mediante métodos Monte Carlo vectorizados.

4. RESULTADOS / PRODUCTOS

Se identificaron cuatro configuraciones físicas viables con cinco ceros de textura de las 504 posibilidades disponibles para el sector de los quarks, satisfaciendo simultáneamente las restricciones de masa y la mezcla CKM:

Caso	Texturas numéricas de cinco ceros (MeV)	Autovalores negativos
I a.	$M'_u = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -183.1891 + 11.5170i \\ 0 & 4882.6784 & 26030.7473 - 5087.9289i \\ -183.1891 - 11.5170i & 26030.7473 + 5087.9289i & 164033.2728 \end{pmatrix}$ $M'_d = \begin{pmatrix} 0 & -2.5888 + 11.4585i & 0 \\ -2.5888 - 11.4585i & 0 & 367.0353 - 6.1915i \\ 0 & 367.0353 + 6.1915i & 2794.0892 \end{pmatrix}$	$\lambda_{1u} < 0$ $\lambda_{2d} < 0$
I b.	$M'_u = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 318.7343 - 93.2166i \\ 0 & 1092.3325 & 16561.3997 + 3424.0136i \\ 318.7343 + 93.2166i & 16561.3997 - 3424.0136i & 166811.0567 \end{pmatrix}$ $M'_d = \begin{pmatrix} 0 & 5.8598 + 10.8779i & 0 \\ 5.8598 - 10.8779i & 0 & 384.0955 - 6.3101i \\ 0 & 384.0955 + 6.3101i & 2804.7702 \end{pmatrix}$	$\lambda_{2u} < 0$ $\lambda_{2d} < 0$
II a.	$M'_u = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 366.1521 - 162.2244i \\ 0 & 924.5777 & 4985.0242 - 4804.7347i \\ 366.1521 + 162.2244i & 4985.0242 + 4804.7347i & 168010.3415 \end{pmatrix}$ $M'_d = \begin{pmatrix} 0 & 0.0656 + 12.0448i & 0 \\ 0.0656 - 12.0448i & 52.2603 & 0 \\ 0 & 0 & 2867.3429 \end{pmatrix}$	$\lambda_{1u} < 0$ $\lambda_{1d} < 0$
II b.	$M'_u = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 407.1443 - 53.1557i \\ 0 & 927.7865 & -3463.9021 + 6119.5232i \\ 407.1443 + 53.1557i & -3463.9021 - 6119.5232i & 167848.1723 \end{pmatrix}$ $M'_d = \begin{pmatrix} 0 & -6.2479 + 9.6899i & 0 \\ -6.2479 - 9.6899i & -49.9086 & 0 \\ 0 & 0 & 2882.5081 \end{pmatrix}$	$\lambda_{1u} < 0$ $\lambda_{2d} < 0$

Las cuatro configuraciones reproducen con precisión el espectro experimental de masas de los quarks y los parámetros de mezcla de la matriz CKM. En todos los casos viables, la convergencia física requiere obligatoriamente al menos un autovalor negativo en el sector down ($\lambda_{2d} < 0$ o $\lambda_{1d} < 0$), lo que posibilita las cancelaciones de fase necesarias sin introducir parámetros libres adicionales.

5. CONCLUSIONES / REFLEXIÓN

Conclusiones del estudio:

- Se exploró numéricamente el modelo y se encontró combinaciones teóricas viables con cinco ceros de textura hermíticas en el sector de quarks, únicamente cuatro configuraciones resultan físicamente viables al contrastarse con los datos experimentales actuales de masas y los parámetros de mezcla de la matriz CKM. Estas soluciones se distribuyen en dos casos: matrices de masa con dos y tres ceros en la diagonal.
- La reconstrucción numérica de las matrices confirma que la base WBT implementada logra anular con precisión los elementos en el sector up, generando simultáneamente matrices down con dos ceros adicionales notando que las matrices numéricas obtenidas reproducen visualmente la fuerte jerarquía experimental entre generaciones.

Reflexión fenomenológica y trabajo futuro:

- **El problema del sabor:** El Modelo Estándar no provee una explicación dinámica de la jerarquía de masas ni de los ángulos de mezcla; los acoplamientos de Yukawa se fijan de forma empírica. El formalismo de transformaciones de base débil (WBT) con ceros de textura reduce drásticamente el espacio paramétrico y demuestra que se pueden obtener relaciones entre las masas y los ángulos de mezcla lo que podría actúar como una guía teórica hacia posibles simetrías de sabor en física de altas energías.
- **Extensión al sector leptónico con Neutrinos de Dirac:** Como proyección directa de esta investigación, la misma metodología WBT se encuentra actualmente en implementación para estudiar matrices de masa leptónicas con neutrinos de tipo Dirac, evaluando si las texturas de cinco y seis ceros pueden reproducir simultáneamente las masas de los leptones cargados, los ángulos de la matriz de mezcla PMNS, las fase de violación CP y las masas de los neutrinos como predicciones del modelo.



Figura 1: Representación de la estructura jerárquica de la materia, desde la escala macroscópica hasta los constituyentes elementales.

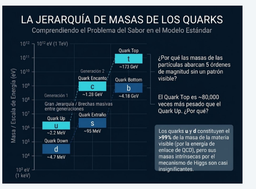


Figura 2: Jerarquía de masas de los quarks y el problema del sabor.

Palabras clave: Sector de quarks, Ceros de textura, WBT, Matriz CKM, Masas de quarks.

6. Bibliografía

Referencias

[1] Yithsbey Giraldo and Eduardo Rojas. Ckm mixings from mass matrices with five texture zeros. *Physical Review D*, 104(7), October 2021.

[2] Larry Segundo Burbano Pantoja. Masas y mezclas en el sector de quarks del modelo estándar. Tesis de maestría, Universidad de Nariño, 2023. Disponible en:https://sired.udenar.edu.co/17007/.

[3] Yithsbey Giraldo. Texture zeros and wb transformations in the quark sector of the standard model. *Physical Review D*, 86(9):093021, 2012.

[4] Yithsbey Gira ldo Usuga. Ceros de textura en el sector leptónico. Informe proyecto de investigación, Universidad de Nariño, (VIIS), San Juan de Pasto, Nariño, Colombia, 2021. Disponible en: http://sired.udenar.edu.co/id/eprint/7371.

[5] G.C. Branco, D. Emmanuel-Costa, and R. González Felipe. Texture zeros and weak basis transformations. *Physics Letters B*, 477(1-3):147–155, March 2000.

[6] Andrija Rasin. Diagonalization of quark mass matrices and the cabibbo-kobayashi-maskawa matrix, 1997. Disponible en: https://arxiv.org/abs/hep-ph/9708216.

Universidad de Nariño FUNDADA EN 1904

Universidad de Nariño ACREDITADA DE ALTA CALIDAD RESOLUCIÓN MEN 000022 - ENERO 11 DE 2023

Vicerrectoría de Investigación e Interacción Social

DELFÍN Por una Cultura Científica