

# CABRI World & Ibero CABRI

Software Matemático Dinámico



**Luis Albeiro Zabala Jaramillo**  
**José Alberto Rúa Vásquez**  
Compiladores



**UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN**





# CABRI WORLD Y IBERO CABRI

## SOFTWARE MATEMÁTICO DINÁMICO



**UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN**



CABRI WORLD Y IBERO CABRI  
SOFTWARE MATEMÁTICO DINÁMICO

1a. edición 2014

© Universidad de Medellín

ISBN: 978-958-8815-77-0

ISBN: 978-958-8815-78-7 (PDF)

Coordinadores académicos:

Luis Albeiro Zabala Jaramillo

José Alberto Rúa Vásquez

Editor:

Leonardo David López Escobar

Dirección electrónica: ldlopez@udem.edu.co

Universidad de Medellín. Medellín, Colombia

Cra. 87 No. 30-65. Bloque 20, piso 2.

Teléfonos: 340 52 42 - 340 53 35

Medellín - Colombia

Distribución y ventas:

Universidad de Medellín

E-mail: editorial@udem.edu.co

www.udem.edu.co

Cra. 87 No. 30-65

Teléfono: 340 52 42

Medellín, Colombia

Corrección de estilo:

Adriana Gutierrez Malaver

pastora34@hotmail.com

Diseño portada:

Claudia Castrillón Álvarez

claudiadiseno Grafico@gmail.com

Diagramación:

Hernán D. Durango T.

hernandedurango@gmail.com

Impresión:

Xpress Estudio Gráfico y Digital S.A.

Av. Américas No. 39-53

PBX (+57 1) 602 0808

Bogotá, Colombia

Todos los derechos reservados.

Esta publicación no puede ser reproducida, ni en todo ni en parte, por ningún medio inventado o por inventarse, sin el permiso previo y por escrito de la Universidad de Medellín.

Hecho el depósito legal.

COMITÉ ORGANIZADOR

*Comité organizador internacional*

- Alicia Noemí Fayó
- Jean-Marie Laborde
- Eugenio Díaz Barriga Arceo

*Comité organizador Local*

- José Alberto Rúa Vásquez
- Luis Albeiro Zabala Jaramillo
- Francly Girón Zapata.

*Comunicadora*

- Inés Aguirre Giraldo

*Comité Científico*

- Guiseppe Accascina - Università Sapienza - Italy
- Martín Acosta - DIE-UD - Bogota - Colombia
- Richard Allen - St Olaf College - USA - United States
- Claudi Alsina - Université de Barcelonne - Spain
- Ferdinando Arzarello - Université de Turin - Italy
- Tânia Campos - PUC São Paulo Brazil - Brazil
- Jen-ChingChuan - Université de Taipeh (NTHU Taiwán)- Taiwan
- Bernard Cornu - CNED (Education à Distance) - France
- Ubiratan D'Ambrosio - USP - Brazil
- Eugenio Díaz Barriga - Université Est. Mex. - Mexico
- Alicia Noemí Fayó - Universidad Tecnológica Nacional FRGP - Argentina
- Anne Berit Fuglestad Ageder - University (Kristiansand) - Norway
- Lulu Healy Univ. - London UK & PUCSP - Brazil
- Masami Isoda - University of Tsukuba - Japon
- Carolyn Kieran - UQAM Montreal - Canada
- Ichiro Kobayashi - IES - Japan
- Jean-Marie Laborde - UJF-CNRS-Cabrilog - France
- Allen Leung - Institute of Education Hong Kong - Hong Kong
- Giovanni Margiotta - MEN Italie (Rome) - Italy
- Luis Moreno Armella - Cinvestas - Mexico & Colombia
- Richard Noss - London Institute of Education - UK United Kingdom
- Barbara Pence - San Jose SU - USA - United States
- Norma Pietrocola - Olympiades mathématiques Argentines - Argentina
- Rudolf Straesser - University Giessen - Germany
- Rosamund Sutherland - Univiversity Of Bristol - UK United Kingdom
- Jana Tragalova - Ifé (ENS-Lyon) - France
- Zalman Usiskin - UCSMP Univ. Chicago - USA United States
- Luis Albeiro Zabala Jaramillo - Universidad de Medellin - Colombia

## CONTENIDO

Presentación.....	9
-------------------	---

### CONFERENCIAS

Interactivity for the students and flexibility for the teachers in the new Cabri: a didactic perspective .....	15
The new Cabri to deepen student's understanding .....	17
Un survol des productions générées par une utilisation experte de Cabri 2 plus et 3D depuis 20 ans. Le nouveau Cabri pour une nouvelle révolution pédagogique .....	19
División de un segmento en partes iguales .....	21
Observación a un problema de Arquímedes .....	23
La evolución del concepto de magnitud y medida.....	24
La reciprocidad, un espacio alternativo .....	26
Comprensión de la transformación lineal desde un ambiente de geometría dinámica.....	27
Construcciones y mecanismos mentales para el aprendizaje del cálculo de volúmenes a partir de vectores en tres dimensiones mediante el apoyo de la herramienta Cabri.....	28
Resolvendo equações cúbicas com Cabri-géomètre solving the cubic equation with Cabri-géomètre.....	29
Trabajos de investigación con Cabri .....	30
Grandes ideas astronómicas con Cabri.....	32
Resolución de ecuaciones diferenciales a derivadas parciales en entorno de geometría dinámica Cabri.....	33
De la construcción del cuadrado al teorema de Pitágoras.....	34
Uso del Cabri 3D en la visualización de sólidos geométricos inscritos y circunscritos.....	36
Cabri 3D, cálculo y física: electromagnetismo y física moderna.....	37
Las puertas del asombroso mundo de la matemática, que solamente Cabri es capaz de abrir...	39
Etnomatemática y geometría dinámica en la formación inicial docente.....	40
Aproximación temprana al razonamiento geométrico en educación básica .....	42
Integración de la historia y de la tecnología en la enseñanza de la perspectiva cónica.....	43
Progetto Cabri elem ticino.....	44
El concepto de macro en Cabri .....	45
Geometría recreativa .....	47
The new Cabri, can dynamic math empower teachers.....	49
The cemse number stories project: plenary.....	51
La geometría dinámica en la construcción continua de la demostración matemática del individuo	53
Mathematiques dynamiques au primaire avec Cabri elem: les duos d'artefacts matériels et virtuels .....	55

Lugares geométricos como piezas claves para gestionar la enseñanza de las cónicas en la geometría analítica.....	57
Geometry of islamic patterns .....	59
Material and digital instruments: which uses in the classroom by teacher and students? .....	60
The rare phenomenon of round shadows of circles on a plane .....	61

## TALLERES PARA DOCENTES

Problemas de construcción en geometría sintética.....	65
Lugares geométricos.....	67
Líneas trigonométricas y ecuaciones .....	69
Geodésicas: uma introdução à geometria esférica.....	71
La geometría de montones de sal .....	73
Si se usa geometría dinámica entonces se comprenden las proposiciones condicionales.....	74
Visualización de las funciones de varias variables .....	76
Construcciones condicionales para el diseño de actividades dinámicas .....	78
Using Cabri 3D to explore 2D functions in three dimensions .....	79
Representación de los objetos tridimensionales en un plano.....	80
El Cabri nuevo: retroalimentaciones para los alumnos y parámetros para los profesores.....	81
Densidad de los números racionales a través de Cabri .....	82
Cómo crear escenarios de exploración de ecuaciones diferenciales a derivadas parciales en entorno de geometría dinámica Cabri .....	83
Cabri: cálculo y física.....	85
Problems and figures with Cabri II plus.....	86
Taller de creación de recursos con el nuevo Cabri.....	88
Workshop on resources authoring with the new Cabri.....	89
The cemse number stories project: teacher workshop.....	90
Geometría dinámica y lugares geométricos con Cabri .....	91
Gráfico de figuras geométricas solo con uso del compás (con uso del Cabri II plus).....	93
Adentrándonos en un maravilloso mundo matemático de la mano de Cabri 3D .....	94
Atelier decouverte des duos d'artefacts pour l'ecole primaire: pascaline et e-pascaline, compas et triangles, patrons du cube.....	95
El uso de los fractales para potenciar el desarrollo del pensamiento algebraico-variacional a través del software Cabri.....	97
“Un acercamiento al concepto de función a través de la manipulación de objetos geométricos, donde se presentan patrones funcionales de dependencia y de generalización, utilizando el Cabri.....	98
Construcciones y deslizadores con Cabri para generar situaciones didácticas .....	99
Quelques clés d'évaluation des logiciels éducatifs ou comment distinguer entre bon, moins bon et mauvais software?.....	101
Twistable tetrahedral torus .....	102
Projecting a cube on a polyhedron.....	103

**CURSOS PARA ESTUDIANTES DE INGENIERÍA**

Des macros dans Cabri 3D?.....	107
Modelación y visualización de los conceptos del cálculo integral, mediados con la herramienta Cabri II plus.....	108
Visualización de resultados matemáticos en cálculo de varias variables .....	110
Visualización de resultados matemáticos en cálculo integral.....	112
Habitar la transformación continua de la forma .....	114
Operações com números complexos: uma interpretação geométrica complex numbers operations: a geometric interpretation .....	115
La enseñanza de los fractales .....	116
Exploración de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales en entornos Cabri .....	117
El aprendizaje de la matemática a través de la astronomía .....	119
Mecanismos y curvas mecánicas .....	121
Alguna estadística con Cabri .....	123
¿Se pueden modificar las definiciones matemáticas?.....	124
Las cónicas como herramientas para resolver problemas.....	125
Cabri 3D: construcciones, medidas y patrones.....	126
Construcción del gráfico de la derivada de una función .....	127
El teorema del coseno, una demostración utilizando Cabri geometry II.....	128
Construcciones condicionales en Cabri.....	130
Problems and modelling with Cabri II plus .....	131
Cabri: cálculo y física.....	132
Interpretación geométrica del teorema fundamental del cálculo integral.....	133
The cense number stories project: undergraduate workshop.....	135
Construcciones geométricas para explorar dinámicamente .....	136
Baricentro de figuras geométricas.....	137
Planteamiento y resolución de problemas de optimización con Cabri .....	138
Aplicaciones a la geometría descriptiva.....	139
Geometría esférica: de la geometría no euclideana de Riemann a la geometría cotidiana de los viajes aéreos.....	140
Cabri: cálculo y física.....	141
Octagons, hexagons, pentagons and 3 families of islamic patterns .....	142
Cuadriláteros y cónicas con Cabri II plus .....	143

**REPORTES**

Aplicaciones a la geometría descriptiva.....	144
Una propuesta de enseñanza basada en un problema de conteo mediado con Cabri géomètre .	147
De la visualización a la demostración.....	148
Investigaçõ com alunos de um mestrado sobre o princípio de cavalière usando Cabri 3D .....	149
Un estudio de la simetría axial en el espacio con Cabri 3D .....	150

Explorando dos alturas congruentes en un triángulo .....	151
Simetría axial: un estudio instrumental utilizando el Cabri II plus .....	152
Acercamiento a la argumentación en un ambiente de geometría dinámica: grado octavo .....	153
Cabri como herramienta en la construcción de definiciones .....	154
Feedback and formative assessment with Cabri.....	156
Propuesta inductiva mediada por Cabri para el cálculo de áreas de regiones poligonales .....	157
Una estrategia didáctica para fomentar procesos de argumentación y demostración en congruencia de ángulos usando Cabri .....	159
Situaciones didácticas que fomentan la visualización tridimensional del cubo en el ambiente de geometría dinámica Cabri 3D.....	161
Enseñanza y aprendizaje de la geometría a través de situaciones a-didácticas utilizando Cabri como medio.....	163
Optimización de una posible propuesta de paz con estadística .....	165
Práctica de aula con volúmenes .....	166
Instrumentación de las propiedades de la elipse mediado por el Cabri II plus .....	167

### CURSOS BÁSICOS PARA DOCENTES

El arte en la construcción del conocimiento geométrico .....	171
Uso del cabri géomètre para introducir una mirada geométrica de los vectores .....	173
Autovalores e autovectores: como representar transformações lineares com Cabri-Géomètre .....	174
Eigenvalues and eigenvectors: how to represent plane linear mappings using Cabri-Géomètre.....	174
Conceptos matemáticos que involucran los fractales geométricos y autoinversivos .....	176
Cómo crear escenarios de exploración de ecuaciones diferenciales a derivadas parciales en entorno de geometría dinámica Cabri.....	178
Estadística con Cabri .....	180
Una contribución para la competencia matemática de los estudiantes .....	181
Líneas notables del círculo trigonométrico .....	183
Las secciones cónicas y las esferas de dandelin: un estudio a través de la transición de doble vía de la geometría plana y la geometría espacial usando Cabri 3D.....	184
Atelier area e perimetro.....	186
Atelier numeri e calcolo .....	187
Material and digital instruments: which uses in the classroom by teacher and students? .....	188
La internalización de la geometría dinámica en la clase.....	189
Islamic patterns for high school teachers.....	191
Transformations, 3D creations and animations with Cabri 2 Plus and Cabri 3D .....	192
La geometría y la estadística juntas con Cabri .....	193
Concurso de actividades Cabri en clase.....	195

## Presentación

Estimados estudiantes, profesores, colegas y colaboradores:

Gracias a la Universidad de Medellín y su Rector Néstor Hincapié Vargas, gracias al Jefe del Departamento de Ciencias Básicas José Alberto Rúa Vázquez y al Docente organizador del evento, Luis Zabala Albeiro Jaramillo y a todo su equipo de trabajo. Estamos muy agradecidos con todos ellos.

Nuestro agradecimiento a todos los profesores y participantes, sin los cuales, el evento no sería posible. Su interés y compromiso por la Geometría Dinámica y por la Matemática Dinámica con Cabri, hacen que cada día la calidad de la educación que reciben nuestros estudiantes sea mejor. Este tipo de innovaciones tecnológicas renuevan y nutren la educación y la pedagogía. Se abre para nuestros jóvenes, nuevos horizontes en el conocimiento, con el fin de hacer frente a todos los aspectos y complejidades de la vida moderna.

Vamos a vivir tres días inolvidables, impulsados por el sentimiento de trabajar por el futuro. Además, para muchos de nosotros la alegría del reencuentro, es palpable, se establecen nuevas amistades durante el evento, el cual es celebrado por la Universidad de Medellín.

En la reunión de Cabri World 2001 en Montreal, decidimos llevar a cabo la creación de un congreso destinado especialmente a los profesores e investigadores en enseñanza de la Matemática de Iberoamérica, el IberoCabri. Dicho congreso, a partir de entonces se realiza cada dos años y hoy podemos decir que hemos alcanzado los objetivos que nos propusimos. ¡Estamos orgullosos!

Es motivo de festejar los logros del IV Congreso Mundial, IV Cabri World, y de las innovaciones que Cabri presenta en cada una de estas conferencias internacionales.

Será la ocasión para discutir las numerosas novedades pedagógicas desarrolladas a través del mundo con Cabri, así como las nuevas posibilidades de sus ambientes creados.

Felicitaciones a nuestros anfitriones por realizar el sueño de una educación mejor, lo cual se ve en la estatua ubicada en el centro del campus (Prometeo), que vela por los destinos de la Universidad de Medellín.

Chers étudiants, professeurs, collègues et collaborateurs,

C'est l'Université de Medellin, grâce à son Recteur Nestor Hincapie Vargas, grâce au Directeur du Département de Sciences Fondamentales José Alberto Rua Vazquez, accompagné de Luis Zabala Albeiro Jaramillo et de toute son équipe, qui rend cette rencontre possible. Que tous en soient ici remerciés.

Et bien au-delà nos remerciements vont à tous les enseignants et participants à ce congrès sans qui rien de tel ne serait possible. Leur intérêt et leur engagement pour la *Géométrie Dynamique* et plus généralement aujourd'hui, les *Mathématiques Dynamiques* incarnées avec Cabri, les ont menés jusqu'ici, venus du monde entier pour contribuer de façon déterminante à la qualité de la formation que reçoivent nos élèves. De toute évidence ces technologies innovantes associées à une pédagogie novatrice ont maintenant fait leur preuve. Elles ouvrent à nos jeunes des horizons de connaissance plus étendus que jamais et qui sont indispensables pour affronter tous les aspects et la complexité de la vie moderne.

On ne peut que se réjouir à l'idée des trois jours inoubliables que nous allons vivre ici, animés du sentiment de travailler pour le futur. De plus pour beaucoup d'entre nous la joie des retrouvailles est palpable, elle se manifeste en même temps que de nouvelles amitiés vont naître à l'occasion de cette manifestation tenue au sein de l'Université de Medellin.

Lors de la réunion de CabriWorld en 2001 à Montréal, nous avons décidé de la création d'une conférence destinée plus spécialement au monde ibéro-américain, IberoCabri. Celle-ci s'est tenue régulièrement depuis lors, tous les 2 ans et nous pouvons dire aujourd'hui que nous avons atteint les objectifs que nous nous étions fixés, soyons en fiers ! Dans le même temps nous pouvons célébrer le quatrième Congrès mondial Cabri. Cette rencontre va être l'occasion de découvrir les si nombreuses innovations pédagogiques développées de par le monde avec Cabri ainsi que les nouvelles possibilités offertes par l'évolution des environnements Cabri.

Félicitations à nos hôtes pour toute l'ardeur déployée à réaliser le rêve d'une éducation encore meilleure, si bien symbolisée par la statue placée au centre du campus et qui veille aux destinées de l'Université de Medellin. Merci beaucoup ! Merci à tous pour cet engagement autour de l'éducation mathématique, scientifique, artistique et culturelle, une éducation de qualité servie par de nouvelles ressources éducatives avec Cabri et dont les fruits seront innombrables.

Dear students, teachers, colleagues and collaborators,

The University of Medellin, thanks to its Rector Nestor Hincapie Vargas, thanks to the Director of the Department of Basic Sciences José Alberto Rua Vazquez, accompanied by Luis Zabala Albeiro Jaramillo and his team, has been key in making this meeting possible. We are grateful to all of them.

Well beyond our thanks go also to all the teachers and participants in this conference without whom none of this would be possible. Their interest and commitment to *Dynamic Geometry* and more generally today, *Dynamic Mathematics* embodied in Cabri, have driven them from all over the world to make a decisive contribution to the quality of education to be received by our students. Obviously such innovative technologies associated with renewed ways of teaching have now proven to be successful. They open for our youth new knowledge horizons wider than ever and indispensable to tackle all aspects and complexities of modern life.

One can only rejoice at the thought of three unforgettable days that we will live here, moved by the sense of working for the future. In addition, to many of us the joy of reunion is palpable, it occurs at the same time that new friendships will be born during the event held here at the University of Medellin.

At the meeting of CabriWorld in Montreal in 2001, we decided to create a conference designed especially to the Ibero-America, IberoCabri. It was held regularly since then every 2 years and today we can say that we have achieved what we set out, let's take pride in! At the same time we can celebrate the Fourth World Congress Cabri. This meeting will be an opportunity to discover so many educational innovations developed worldwide with Cabri and new opportunities offered by the development of Cabri environments.

Congratulations to our hosts for all the ardor deployed to realize the dream of an even better education, so well symbolized by the statue placed in the center of the campus and ensuring the destiny of the University of Medellin. Thank you so much! Thank you all, for such commitment around mathematical, scientific, artistic and cultural education, quality education served by new educational resources with Cabri, promise of innumerable benefits.

Mg. Alicia Noemí Fayó  
UTN. FRGP. Argentina.  
Enseñanza de la Matemática

Dr. Jean-Marie Laborde  
Président-Fondateur de Cabrilog. Francia.  
DR-h CNRS



# Conferencias



CONFERENCIAS

## INTERACTIVITY FOR THE STUDENTS AND FLEXIBILITY FOR THE TEACHERS IN THE NEW CABRI: A DIDACTIC PERSPECTIVE

*Colette Laborde\**

### CONTEXT

Despite the large number of digital resources and computer based learning environments, many mathematics teachers do not make use of technology in their everyday practice. Integrating technology in the everyday practice is indeed not easy for teachers. They must be able to predict the solving strategies of students, and whether it would foster learning. They must develop a dual instrumentation process of technology: they must not only know about students' mathematics knowledge but also about student's knowledge of the available tools in technology.

### OBJECTIVES

This presentation supports an intermediate approach in the development of technology, in which interactivity is not only devoted to student use but also to teacher use. This kind of technology enables the development of students centered resources fostering exploration and inquiry by students but also enabling teachers to adapt them in relation with their pedagogical aims.

Such technology scaffolds in Bruner's sense (Wood et al. 1976) a progressive process of integration and instrumentation of technology by teachers while they may first experiment ready to use resources in their classes and then make changes increasing over time as they are more confident and gain experience

### METHODOLOGY

To provide teachers with flexible and adaptable resources requires

- the design of tools in the technology facilitating possible changes by teachers;
- identifying the different facets of teachers' work , where technology can bring a contribution and how it may improve the use of time by the teacher ;
- analyzing in a task the relevant didactic variables (Brousseau 1997).

These points will be developed and illustrated by means of *Cabri Factory* activities for middle school, created with the new Cabri technology,

**KEY WORDS:** Dynamic mathematics, interactivity, feedback, flexibility, didactic variables, task, drag mode

---

\* CABRILOG, Grenoble, France. Dirección electrónica: Colette.Laborde@cabri.com

**BIBLIOGRAPHIC REFERENCES**

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. 128pp., Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal

Wood, D., Bruner, J., Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Child Psychiatry*, 17, 89-10

## CONFERENCIA

## THE NEW CABRI TO DEEPEN STUDENT'S UNDERSTANDING

*Jean-Marie Laborde\****CONTEXT**

Digital technology in education (mainly computers) has been around for almost half a century. Significant achievement has been reached since the early days of "Programmed teaching", of the logo movement (Papert) and later with the development of DGS (Dynamic Geometry) initiated in the 80s with the Cabri project. In this half century digital electronic technology has evolved considerably from mainframe computers, to PCs (driven by Macintosh interface), and more recently the rise of tablets coming with tactile interface. This last concept might start a real revolution in the way students learn.

In the meantime Cabri type SW have changed even if Cabri in its original form, is still used in many places worldwide. Nevertheless the "tactile revolution" is here and we need to revisit the fundamental principles structuring the Cabri project. Such a way we will really take advantage for the benefit of students, of the immensely powerful new possibilities offered by modern digital technology.

**OBJECTIVES**

In the presentation we want to show what can be achieved in the immediate future, with tools like Cabri in order to enhance the teaching/learning of sciences in general and mathematics more in particular.

Important changes to consider are:

- growing computing power allowing for higher interactivity and ease of use.
- tablet paradigm versus more ancient artifacts (calculators, desk- and lap-tops, mobility (digital environment available anytime, anywhere, with no delay)
- ...

**METHODOLOGY**

Recalling the basic principles for SW design, I will discuss some of the issues we are facing when trying to cope with what technology offers today and what is known from a didactical perspective (cf. recent advances in cognitive sciences).

**KEY WORDS:** Dynamic mathematics, interactivity, feedback, direct manipulation.

---

\* DR.H. CNRS, CABRILOG, Grenoble, France. Dirección electrónica: Jean-Marie.Laborde@cabri.com

**BIBLIOGRAPHIC REFERENCES**

David Canfield Smith, Charles Irby, Ralph Kimball, Bill Verplank, Eric Harlslem, *Designing the STAR user interface*,.Byte 7:4 (April, 1982), 242–282.

Jean-Marie Laborde, *Manipulating 3D Objects in a Computer*, in *Future Curricular Trends in School Algebra and Geometry*; Zalman Usiskin, Editor [2010], UCSMP Chicago, USA

CONFERENCIA

**UN SURVOL DES PRODUCTIONS GÉNÉRÉES PAR UNE UTILISATION  
EXPERTE DE CABRI 2 PLUS ET 3D DEPUIS 20 ANS. LE NOUVEAU  
CABRI POUR UNE NOUVELLE RÉVOLUTION PÉDAGOGIQUE**

*Jean-Jacques Dahan\**

**CONTEXTE**

Recherche mathématique et didactique autour de la démarche expérimentale en mathématiques médiée par la géométrie dynamique.

**OBJECTIFS**

1. Montrer comment la démarche expérimentale à l'aide des environnements Cabri peut permettre de développer une vraie recherche mathématique dans des domaines inexplorés ou de revisiter des domaines très difficiles à explorer.
2. Créer des ressources pédagogiques sous formes de vidéos.

**MÉTHODOLOGIE**

Notre présentation se fera de manière exemplifiée. Ces exemples sont tirés de toutes mes productions depuis ces vingt dernières années et présentés plus particulièrement à travers le prisme des résultats obtenus dans ma thèse de doctorat (Université de Grenoble 2005) sur la démarche expérimentale de découverte médiée par la géométrie dynamique.

**RÉSULTATS**

On montrera comment le format vidéo est apparu comme le plus adéquat pour toucher le plus grand nombre d'enseignants sur ce qu'est la démarche expérimentale et sur la manière de la pratiquer en connaissance de cause.

**CONCLUSIONS**

Une recherche experte, alliant connaissances du logiciel et mathématiques, est indispensable pour convaincre les enseignants que les environnements de géométrie dynamiques sont propices à de réels apprentissages.

**MOTS-CLÉS:** Géométrie dynamique, Cabri 2 Plus, Cabri 3D, nouveau Cabri, démarche expérimentale, investigation, découverte médiée par la géométrie dynamique, ressources vidéos, chaîne YouTube Jean-Jacques Dahan

---

\* IREM de Toulouse France. Dirección electrónica: Dirección electrónica: [jjdahan@wanadoo.fr](mailto:jjdahan@wanadoo.fr)

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Dahan J.J., 2005, *La démarche de découverte expérimentalement médiée par Cabri-géomètre en mathématiques. Un essai de formalisation à partir de l'analyse de démarches de résolutions de problèmes de boîtes noires*, thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, France.
- [2] Chaîne YouTube de Jean-Jacques Dahan: <http://www.youtube.com/user/jjdahan24071946?blend=1&ob=video-mustangbase>

## CONFERENCIA

## DIVISIÓN DE UN SEGMENTO EN PARTES IGUALES

*Oscar Fernando Soto Ágreda\****RESUMEN**

La división es la reina de las operaciones básicas de la aritmética (Por ella se reconoce a los pares, y a los múltiplos de cinco y a la infinitud de primos y los divisores de  $n$  y se aplica el teorema fundamental de la aritmética y, ...), huelga repetir la inquietud del hombre en dividir longitudes y áreas en partes iguales. En este trabajo se estudia un procedimiento iterativo sobre la partición de un segmento en longitudes iguales encauzándolo dentro del método de demostración denominado inducción matemática. El método se afina en el Teorema I de Los Elementos de Euclides que es el problema de la construcción de un triángulo equilátero a partir de un segmento dado y cuya solución se soporta en las cualidades que tienen las figuras geométricas, en este caso las de tener tres lados y además, iguales entre sí. De este modo, en el primer paso se divide un segmento en dos partes iguales recurriendo a la construcción orientada de dos triángulos equiláteros y de allí en adelante recurre a la inducción que significa ir avanzando siempre que se tenga resuelto el paso inmediatamente anterior.

**OBJETIVOS**

Aplicar el problema de construcción de un triángulo equilátero de manera iterativa en la división de un segmento en partes iguales.

Emplear la división en partes iguales de un segmento en la división de regiones triangulares en regiones de igual área.

**METODOLOGÍA**

Esta participación es una conferencia de una hora con la utilización de Cabri.

**RESULTADOS**

Uno de los resultados importantes de este trabajo es que sirve como guía y ejemplo de que aún sobre preguntas sencillas se pueden hacer hallazgos importantes. De hecho, el resultado se ha demostrado utilizando el método de inducción.

**CONCLUSIONES**

La división en partes iguales es un problema apasionante y contiene aplicaciones importantes.

**PALABRAS CLAVE:** Triángulo, equilátero, segmento, inducción.

---

\* Universidad de Nariño- Colombia. Dirección electrónica: fsoto@udenar.edu.co

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Euclides. Elementos. Libros I-V (1994). Traducción y notas de María Luisa Puertas Castaños. Madrid, España: Editorial Gredos.

Landaverde, Felipe de Jesús (1955). *Curso de Geometría para secundaria y preparatoria*. Cuarta edición. : Imprenta de Editorial Retina.

Soto, A., Oscar Fernando (2000). *Geometría con Cabri*. San Juan de Pasto. Colombia.

CONFERENCIA

## OBSERVACIÓN A UN PROBLEMA DE ARQUÍMEDES

Saulo Mosquera López\*

### CONTEXTO

Esta conferencia utiliza el recurso de lugares geométricos para revisar un problema propuesto por Arquímedes y cuya solución contempla la utilización de conceptos atinentes a la geometría afín. La geometría afín es un modelo que queda contenido en el sintético y analítico que se sumergen en el núcleo de Cabri. El resultado obtenido causa asombro pues el software permite la evidencia clara de las transformaciones lineales que requieren el estudio del problema.

### OBJETIVOS

Servir de fuente de inspiración en el estudio de la geometría afín, y sugerir recurrir a la potencialidad de Cabri dentro del diseño curricular.

Descubrir o desvelar la importancia del estudio de las geometrías recurriendo a nuevas herramientas tecnológicas.

### METODOLOGÍA

La conferencia propone el estudio de un problema sugerido por Arquímedes sobre la elipse, que con la utilización de recursos tecnológicos y software de asistencia geométrica se abre hacia las otras cónicas.

### RESULTADOS

Uno de los resultados importantes de este trabajo es que sirve de guía y ejemplo en la utilización de diversos requisitos, o heurísticas en la solución de un problema. Se subraya en la utilización de la herramienta Cabri denominada Lugar geométrico y a otras macro- construcciones que posee el software.

### CONCLUSIONES

La utilización de recursos tecnológicos abre compuertas inimaginables y resultan importantes y agradables al considerarse dentro de los diseños curriculares.

**PALABRAS CLAVE:** Problema, herramientas, solución, requisitos, lugar, Arquímedes.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Eves, Howard (1969). *Estudio de las Geometrías*. México: Editorial Hispano Americana.

---

\* Universidad de Nariño, Colombia. Dirección electrónica: samolo@udenar.edu.co

CONFERENCIA

## LA EVOLUCIÓN DEL CONCEPTO DE MAGNITUD Y MEDIDA

María Cristina Fayó\*

### CONTEXTO

El concepto de magnitud está fuertemente unido al uso de sistemas formales de medición con sus unidades, múltiplos y submúltiplos. En el Diseño Curricular del primer ciclo se propone trabajar la evolución del concepto de magnitud teniendo en cuenta las etapas psicológicas sobre las que se fundamenta la didáctica de la medida para finalizar su formalización en el último nivel. Expondré un breve recorrido por las distintas etapas de dicha evolución acompañándola con actividades correspondientes a cada ciclo, utilizando como recurso didáctico el software Cabri.

### OBJETIVOS:

- 1) Conocer las etapas fundamentales para adquirir el concepto de magnitud.
- 2) Identificar mediante una breve reseña la construcción del concepto de distintos tipos de unidades.
- 3) Reconocer la metodología con Cabri para la propuesta de actividades sobre estas nociones en los diferentes ciclos.

### METODOLOGÍA

Exposición-presentación Power point- material de apoyo.

### RESULTADOS

Los oyentes se concientizarán sobre la importancia de colaborar gradualmente con la formación de los conceptos de magnitudes y su medida con la tecnología Cabri.

### CONCLUSIONES

El tema elegido tiene como propósito revitalizar las acciones que fortalecen los conceptos de magnitudes y su medida.

**PALABRAS CLAVE:** Magnitud. Medida. Unidades. Estimación

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Chamorro, C.; Belmonte, J. (1991). *El Problema de la Medida*. Madrid: Editorial Síntesis.

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, Secretaría de Educación (2004). *Diseño Curricular para la Enseñanza Primaria Tomo 1-Tomo 2*

---

\* Grupo XVIII. Investigación en Matemática Educativa. Buenos Aires. Argentina

[www.GonzálezMari.com/Tema](http://www.GonzálezMari.com/Tema) Las magnitudes y su medida en la Educación primaria  
Recuperado el 15/06/2014.

[www.GobiernodeCanarias.org/Educación](http://www.GobiernodeCanarias.org/Educación). Cuadernos de aula. Las magnitudes y su  
medida en la Educación primaria. Recuperado el 16/01/2014

Proyecto CIFRAS (MEC-Comunidades autónomas) Guía para Profesorado. 1º ciclo.  
Medida.

CONFERENCIA

**LA RECIPROCIDAD, UN ESPACIO ALTERNATIVO**

*Mg. Arq. Mabel Pitto Trozzoli,\**

**CONTEXTO**

Se plantea la relectura de entidades matemáticas en una espacialidad alternativa, donde la reciprocidad se presenta como posibilidad de visualizar el infinito, a la vez que amplía la mirada sobre la producción de formas.

**OBJETIVOS**

Demostrar que un abordaje integrador de las disciplinas Matemática y Morfología desmontan las barreras del conocimiento dotando de nuevas lecturas y sentidos aquellas formas ya conocidas.

**METODOLOGÍA**

Modalidad: Conferencia

**RESULTADOS**

A partir del abordaje propuesto, que no plantea privilegios ni separaciones entre la Matemática y la Morfología, éstas se verán enlazadas, auxiliándose mutuamente para el reconocimiento y la comprensión, para el estudio riguroso y la producción sensible.

**CONCLUSIONES**

Dejar en evidencia que no existe una única y válida espacialidad. Que al considerar nuevas alternativas se está ampliando la visión del mundo y en la medida en que se amplíen las posibilidades del relato, se pone en evidencia la diversidad de la forma y su inagotable portación de cálculo y significado.

**PALABRAS CLAVE:** Inversión – Espacialidad alternativa – relecturas de la forma

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Coxeter, H. (1971). *Fundamentos de Geometría* (108 a 111)

Doberti, R. (2008). *Espacialidades*. (38 a 47)

Pitto Trozzoli, M (2011). *La Forma y la Fórmula. Resignificaciones a partir del Espacio Unitario Recíproco*.

---

\* Facultad de Arquitectura, Diseño y Urbanismo. Universidad de Buenos Aires – Argentina. Facultad de Arquitectura y Urbanismo. Universidad de Belgrano – Argentina. Dirección electrónica: mabel-trozzoli@yahoo.com.ar

## CONFERENCIA

## COMPRESIÓN DE LA TRANSFORMACIÓN LINEAL DESDE UN AMBIENTE DE GEOMETRÍA DINÁMICA

Marcela Parraguez González\*

Medio Superior, Pensamiento Matemático, Estudio de caso.

### CONTEXTO

Con base en la teoría modos de pensamiento (Sierpinska, 2000; Sierpinska, Nnadozie y Oktaç, 2002), se reporta un estudio teórico o práctico de aquellos modos de pensar que muestran algunos estudiantes, dispuestos en un caso de estudio, con respecto a la comprensión de la transformación lineal en contexto geométrico.

En el desarrollo de la conferencia se mostrarán una serie de ejemplos sustentados en Cabri Géomètre, donde se evidencia que aprendices de álgebra lineal cuentan con un universo de transformaciones lineales, que en la escuela son llamadas como *expansiones, contracciones, reflexiones, rotaciones* y combinaciones de éstas. Además se expondrá que algunos de esos aprendices podían percibir las propiedades de la transformación lineal, sin embargo cuando se les presenta una transformación lineal que no encaja en su universo de transformaciones y que no pueden expresarla en términos de movimientos simples, la transformación lineal puede ser excluida de la categoría transformación lineal.

**PALABRAS CLAVE:** Transformaciones Lineales, Cabri Géomètre, Modos de Pensamiento.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Sierpinska, A., Nnadozie A. y Oktaç A. (2002). *A Study of relationships between theoretical thinking and high achievement in linear algebra*. Concordia University: Montreal.
- Sierpinska A. (2000). On some aspects of student's thinking in linear algebra. Dans J-L. Dorier (ed.), *On the Teaching of Linear Algebra*. Kluwer Academic Publishers, 209-246.

\* Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Chile. Dirección electrónica: marcela.parraguez@ucv.cl

CONFERENCIA

## CONSTRUCCIONES Y MECANISMOS MENTALES PARA EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO DE VOLÚMENES A PARTIR DE VECTORES EN TRES DIMENSIONES MEDIANTE EL APOYO DE LA HERRAMIENTA CABRI

Marcela Parraguez González, Luis Albeiro Zabala Jaramillo\*

Medio Superior, Pensamiento Matemático, Estudio de caso.

### CONTEXTO

En un curso inicial de álgebra lineal se estudian las magnitudes vectoriales, que aparecen cuando se trata de dar interpretación geométrica a los distintos productos (escalar, vectorial, mixto) que se pueden definir entre los vectores de un espacio vectorial. Esto permite medir ángulos, áreas y volúmenes orientados; en particular, el volumen orientado del paralelepípedo que se puede formar a partir de tres vectores linealmente independientes.

Con el software Cabri Géomètre 3D Vs 2 (Díaz-Barriga, 2006), podemos identificar las diferentes figuras conexas que se forman al interior de un paralelepípedo, usando distintas posiciones –pinceles oculares– que el programa le permite al usuario desde varias perspectivas: (1) mediante cortes transversales, (2) pirámides y troncos de pirámides, (3) esferas tangentes a las paredes del paralelepípedo si su base es cuadrada; o (4) solo tangentes a dos caras si las bases no son cuadradas o rómbicas, (5) otras figuras que se forman al interior de éstas.

A partir de las 5 perspectivas anteriores mostraremos, a través de ejemplos, cómo estudiantes de álgebra lineal, dispuestos en un caso de estudio, evidencian a partir de concepciones *Acciones* en el trazado de los puntos que llevan a la construcción del paralelepípedo, construcciones mentales superiores de *Procesos*, *Objetos* y *Esquemas* (Arnon, Cottril, Dubinsky, Oktaç, Roa, Trigueros y Weller, 2014), mediante proyecciones, trazados de planos paralelos o de esferas.

**PALABRAS CLAVE:** Vectores, Volumen, Cabri Géomètre, Teoría APOE.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arnon, I., Cottril, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Roa, S., Trigueros, M. y Weller, K. (2014). *APOS Theory: A framework for research and curriculum development in Mathematics education*. New York: Springer.

Díaz-Barriga, E. (2006). *Geometría dinámica con Cabri-Géomètre*. México: Editorial Kali.

---

\* Pontificia Universidad Católica de Valparaíso-Chile; Universidad de Medellín-Colombia. Dirección electrónica: marcela.parraguez@ucv.cl, lzabala@udem.edu.co

CONFERENCIA

RESOLVENDO EQUAÇÕES CÚBICAS COM CABRI-GÉOMÈTRE  
SOLVING THE CUBIC EQUATION WITH CABRI-GÉOMÈTRE

Laurito Miranda Alves<sup>\*</sup>

**CONTEXTO**

É muito comum encontrarmos calculadoras e aplicativos para smart phones que resolvem equações polinomiais de terceiro grau (cúbicas). Em geral eles têm duas grandes restrições: as respostas são aproximadas e não se trabalham com coeficientes complexos.

**OBJETIVOS**

Resolver cúbicas, inicialmente com coeficientes reais e, depois, expandir para o caso com coeficientes complexos.

**METODOLOGÍA**

Abordar a história da resolução das cúbicas, culminando na fórmula de Cardano. Mostrar que existem outros procedimentos para resolver a cúbica, no caso dos coeficientes reais, usando as coordenadas do ponto de inflexão do gráfico da função de terceiro grau e, finalmente, expandir essa abordagem para o caso dos coeficientes complexos.

**RESULTADOS**

Macros para Cabri-Géomètre que resolvem as cúbicas a partir de seus coeficientes.

**CONCLUSIONES**

Usando o Cabri-Géomètre, resolver equações com coeficientes reais ou complexos são dois problemas com a mesma complexidade.

**PALABRAS CLAVE:** Cúbicas.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

R.W.D. Nickalls & R.H. Dye(1996). *The Geometry of The Discriminant of a Polynomial*.

R.W.D. Nickalls. (1993). *A new approach to solving the cubic: Cardan's solution revealed*.

L. M. Alves. (2012). *Comportamento das raízes da equação polinomial de terceiro grau a partir de seus coeficientes*.

<sup>\*</sup> Uni-BH. Dirección electrónica: lauritoalves@uol.com.br

CONFERENCIA  
**TRABAJOS DE INVESTIGACIÓN CON CABRI**

*Alicia Noemí Fayó\**

**CONTEXTO**

Investigaciones recientes corroboran que la enseñanza de conceptos matemáticos a través de la tecnología Cabri, mejora la comprensión de los contenidos por parte de los estudiantes. Esto es posible si los profesores que introducen esta innovación han sido formados o capacitados en la metodología adecuada. Todos los años proponemos a los profesores que cursan la Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en la Facultad, dentro de la materia Fundamentos de la Geometría, modelizar todos los temas que se abordan en 2D y 3D con Cabri. El trabajo parcial para acceder al examen final es una investigación. En esta conferencia presentaré los trabajos más interesantes, desarrollados por los estudiantes de este año, donde con creatividad plantean didácticamente: antiguos problemas, transformaciones geométricas y otras geometrías además de la euclidiana.

**OBJETIVOS**

- Reconocer la Matemática dinámica como recurso para la enseñanza de conceptos de esta ciencia en todos los niveles de educación.
- Comprender el valor de validación de Cabri en la propuesta de conjeturas.

**METODOLOGÍA**

Exposición de temas abordados con Cabri.

**RESULTADOS**

Concientizar al público sobre la importancia que tiene en la formación del profesor y licenciado, la enseñanza con esta tecnología.

**CONCLUSIONES**

En Argentina muchas escuelas poseen una computadora por alumno, sin embargo, muy pocos profesores de Matemática las utilizan en sus clases. Nuestro compromiso con los futuros licenciados es la de contribuir a su formación mediante el empleo de tecnología, de ahí el papel preponderante de Cabri.

**PALABRAS CLAVE:** Formación en la Enseñanza de la Matemática- Modelización con Cabri- Investigaciones con Cabri.

---

\* Universidad Tecnológica Nacional. Facultad Regional General Pacheco. Dirección electrónica: [aliciafayo@gmail.com](mailto:aliciafayo@gmail.com)

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Eves H. (1969). *Estudio de las geometrías*. Tomo 1. :Uleha.

Rojano, Teresa. (2013). Incorporación de entornos tecnológicos de aprendizaje a la cultura escolar: innovación educativa en matemáticas y ciencias en escuelas secundarias públicas de México. *Revista Sudamericana de Educación* Recuperado el 25/07/2014 de <http://www.rieoei.org/rie33a07.htm>

CONFERENCIA  
**GRANDES IDEAS ASTRONÓMICAS CON CABRI**

*Pablo César Viveros Lincomán\**

**CONTEXTO**

Una acción tan simple como mirar el cielo en una noche estrellada despertó el interés de la humanidad a lo largo de la historia. Surgieron numerosos genios que trataron de explicar cómo funcionaba el universo. De esta manera se fueron construyendo diversas teorías y modelos astronómicos que intentaban describir, entre otras cosas, la forma de la Tierra, su posición en el universo y el movimiento de los demás cuerpos celestes.

**OBJETIVOS**

Recrear y analizar, mediante modelos matemáticos, diferentes ideas astronómicas que marcaron la historia de esta ciencia, gracias a la dinámica que proponen los Cabri.

**METODOLOGÍA**

Presentación a través de diapositivas virtuales. En las mismas se expondrán diversas construcciones con Cabri II-Plus y Cabri 3D donde se simulan diversos modelos astronómicos.

**RESULTADOS**

Tomar conciencia de los conceptos matemáticos que subyacen en la Astronomía. Reconocer la importancia que tiene el estudio de la Astronomía para la incentivación del aprendizaje de la Matemática.

**CONCLUSIONES**

El potencial de los Cabri permite reconstruir conceptos trascendentes de la Astronomía, que pueden ser implementados en contextos de Matemática aplicada.

**PALABRAS CLAVE:** Matemática aplicada – Modelos geométricos – Simulaciones astronómicas.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Feinstein, A.; Tignanelli, H. (2005). *Objetivo Universo, Astronomía curso completo de actualización*. Buenos Aires: Colihue.

Hawking, S. (2010). *A hombros de gigantes, las grandes obras de la Física y la Astronomía*. Barcelona: Crítica.

---

\* Universidad Nacional de Moreno – Argentina. Institutos Superiores de Formación Docente y Técnica N°112 y N°36 –Argentina. Dirección electrónica: pcv152@gmail.com

## CONFERENCIA

**RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES A DERIVADAS  
PARCIALES EN ENTORNO DE GEOMETRIA DINAMICA CABRI***Ariel Alejandro Amadio\****CONTEXTO**

Las ecuaciones diferenciales de onda y de calor, se resuelven con derivadas parciales y en donde su solución no es para nada estática. Cada condición de contorno requiere que se renueven los cálculos ¿Cómo salir de este estado analítico o simplemente numérico, que limita la visualización? Daremos respuesta a esta pregunta incursionando en el fascinante mundo de los métodos numéricos. A través de las curvas Bezzier les daremos movimiento, resolveremos mediante el método de las diferencias finitas y visualizaremos las posibilidades mediante los ángulos de Euler en un espacio 3D en donde exploraremos las distintas soluciones dadas por las variaciones de las condiciones de contorno.

**OBJETIVOS**

Comprender la posibilidad de la aplicación de los métodos numéricos en CABRI sin perder el dinamismo.

**METODOLOGÍA**

Exposición mediante video, imágenes y escenario realizados en CABRI.

**RESULTADOS**

Que el público tome conciencia de que es posible desarrollar recursos de matemática superior para ingenieros en entornos dinámicos.

**CONCLUSIONES**

Si bien es un trabajo costoso la aplicación de los métodos numéricos en entornos de geometría dinámica, este se torna visible y tangible para su comprensión.

**PALABRAS CLAVE:** EDO, derivadas parciales, métodos numéricos, geometría dinámica, ecuación de onda, ecuación de calor.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- Díaz Barriga Arceo, E. (2006). *Geometría Dinámica con Cabri- Goémètre*. México: Kali.
- Douglas Faires, J., & Burden, R. (2004). *Métodos Numéricos*. Madrid: Thomson.
- Spiegel, M. R. (1983). *Ecuaciones diferenciales aplicadas*. Mexico: Prentice-Hall.

---

\* Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional G. Pacheco. Universidad Austral- Argentina.  
Dirección electrónica: aru\_amadio@yahoo.com.ar

CONFERENCIA  
DE LA CONSTRUCCIÓN DEL CUADRADO  
AL TEOREMA DE PITÁGORAS

Oscar Fernando Soto Ágreda\*

**CONTEXTO**

Uno de los problemas elementales de la geometría sintética es la construcción de un cuadrado dado el lado del mismo y cuya solución depende de la localización de un tercer vértice del cuadrilátero o del punto medio que también es el punto de intersección de sus diagonales. Por sencillo que parezca y con alto contenido heurístico, en la conferencia que aquí se propone se revisan 21 construcciones que evidencian la potencialidad de la inter-relación de los conceptos geométricos, pero también las herramientas que provee Cabri. Es significativo, por ejemplo, que en la construcción de un cuadrado, se pueda recurrir a la parábola en su definición de lugar geométrico, que la expresión lugar geométrico se convierta en un instrumento de construcción y que términos como inversión, acudan a resolver el problema.

De otro lado, el libro *Dissection: Plane and Fancy* de Greg N. Frederickson, indica algunos principios básicos de la disección como el principio del escalón y el principio de la teselación. Harry Lingren, autor del libro *Geometry Dissections*, experto mundial en disecciones ha presentado con frecuencia ejemplos de figuras poligonales que se convierten en cuadrados como los correspondientes a la cruz griega, el dodecágono regular y el clásico problema de la silla de mano o silla de la novia, también llamado teorema de Pitágoras. Las disecciones están íntimamente ligadas a la gran preocupación de agregar nuevas demostraciones a las 256 básicas que refiere Elisha Loomis en su texto *The Pythagorean Proposition* respecto del teorema de Pitágoras. Esta propuesta muestra algunas demostraciones con disecciones por adición y otras por sustracción.

**PALABRAS CLAVES.** Equiextenso, Cuadrado, Lado, Cuadratura, Disección, Problema de construcción, Teorema de Pitágoras.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Gardner, Martin (1972). *Nuevos Pasatiempos Matemáticos*. Madrid: Alianza Editorial, 1972. 326 páginas.

Landaverde, F. J. (1955). *Curso de Geometría*. Bogotá, D.E. Colombia: Editorial F.T.D. S.A.. 390 páginas.

Golovina, L. I. (1981). *Inducción en la Geometría*. Moscú: Editorial Mir.

---

\* Universidad de Nariño- Colombia. Dirección electrónica: fsoto@udenar.edu.co

Vera Francisco (1943). *Elementos de Geometría*. Bogotá: Librería Voluntad S.A. 439 páginas.

Loomis, Elisha S. G.M. (1972). *The Pythagorean Proposition*. National Council of Teachers of Mathematics, 284 páginas.

CONFERENCIA

## USO DEL CABRI 3D EN LA VISUALIZACIÓN DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS INSCRITOS Y CIRCUNSCRITOS

Maritza Luna Valenzuela\*

### CONTEXTO:

En este trabajo relato la experiencia realizada en el curso de Introducción a la Matemática Universitaria en el primer semestre de 2014 de la Pontificia Universidad Católica de Perú. El curso se da para alumnos de pregrado de los Estudios Generales Ciencias donde ninguno había usado el Cabri 3D. En este contexto, presentaré en este artículo una experiencia positiva para docentes de nivel medio y superior sobre algunos casos muy interesantes de planteamiento y solución a problemas de geometría en el espacio que generaron mucha dificultad a los estudiantes en la construcción y visualización. Los temas abordados son Prisma, Pirámide, Tronco de pirámide y Esfera. Los objetivos son: motivar la construcción de sólidos geométricos con el fin de estimular la capacidad de análisis, desarrollar destrezas en el uso de herramientas tecnológicas en este caso el Cabri 3D y dar propuestas de soluciones de problemas de geométricos relacionados. Se presenta una lista de tres problemas, en cada uno de ellos se solicita a los alumnos que primero interpreten la información realizando un esbozo de la gráfica, seguidamente se debe plantear y finalmente dar solución analítica a cada uno de los problemas. Con las herramientas del Cabri 3D el esbozo de la gráfica fue mejor visualizado y se dio solución en menos del tiempo planificado. Así se estimuló su capacidad de análisis, se logró incrementar su visión geométrica para así ar solución al problema con mayor seguridad.

### PALABRAS CLAVE:

Geometría espacial, solidos geométricos, Cabri 3D

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Advícula, E., Chau, N., Mestanza, A., & Villogas E., (2013). *Introducción a la Matemática Universitaria*. Lima. Pontificia Universidad Católica del Perú. ISBN:978-612-46343-3-8.

---

\* Pontificia Universidad Católica del Perú. IREM- Perú. Dirección electrónica: luna.m@pucp.edu.pe

CONFERENCIA  
**CABRI 3D,**  
**CABRI: CÁLCULO Y FÍSICA:**  
**ELECTROMAGNETISMO Y FÍSICA MODERNA**

*Ruben Sabbadini*

**CONTEXTO**

La conferencia será dirigida a estudiantes y profesores de enseñanza secundaria y universitaria.

**OBJETIVOS**

Hacer más visibles los conceptos de la Física

**METODOLOGÍA**

Enriquecer la conferencia con "Aplicaciones Cabri"

**RESULTADOS**

Cabri no es sólo la Geometría, sino también el Análisis matemático, la Probabilidad, la física. Escribí un libro (*FisiCabri Principado Milan Italia*) con cerca de 150 aplicaciones Cabri (yo lo llamo mis figuras dinámicas) que simulan muchos fenómenos físicos. Es una herramienta maravillosa para la enseñanza, que puede mostrar cosas en una figura estática, quedando dentro de la página del libro no podía ser visto. Por ejemplo, una onda depende de dos parámetros, el tiempo y el espacio, en una figura estática, o se muestra la dependencia del espacio o la del tiempo. En una aplicación Cabri, sin embargo, se ve simultáneamente la dependencia del espacio y la del tiempo, la onda es la partícula de materia que se mueve con movimiento periódico.

Usted puede dibujar fácilmente una función en Cabri, con la herramienta "Transporte de medida". Usted puede calcular fácilmente la derivada y la integral de la función y si se puede dibujará sus gráficos.

**CONCLUSIONES**

Puede demostrar gráfica y educativamente de forma efectiva, los teoremas fundamentales de la teoría de la probabilidad: el teorema de De Moivre- Laplace y la ley de los grandes números.

Puede mostrar las leyes básicas del electromagnetismo, la relatividad, la mecánica cuántica, la física nuclear.

---

Liceo Farnesina, Roma Italia. Dirección electrónica: [rusabba@tin.it](mailto:rusabba@tin.it)

**PALABRAS CLAVE:** Cabri, Física, Matemáticas, el electromagnetismo, la relatividad, la mecánica cuántica, la física nuclear.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Berkley. (1971), *Elettricità e Magnetismo (Parte prima e seconda)*, Zanichelli, Bologna)

Sabbadini R. (2005). *Da Keplero a V. Panisperna (passando per Rutherford): quattro secoli di modelli planetari* in Progetto Alice vol. VI n. 16 I tr. 2005.

Sabbadini R. (2005). *Rendere visibile la matematica: Analisi, Calcolo delle Probabilità e Fisica si mettono in mostra* in Ipotesi Anno 8 n. 1/2005.

Tomasi L. (2002). *Cabri Géomètre II Plus: novità e potenzialità dell'ultima versione del software*, CabrIrsae, Ottobre 2002..

Sabbadini, R. (2013). *Recuperare le difficoltà di calcolo: esercizi per la discalculia*, Lattes, Torino.

## CONFERENCIA

## LAS PUERTAS DEL ASOMBROSO MUNDO DE LA MATEMÁTICA, QUE SOLAMENTE CABRI ES CAPAZ DE ABRIR

Bernardo Camou<sup>\*</sup>

### CONTEXTO

La capacidad de desarrollo de cualquier rama de la matemática está íntimamente ligado a la capacidad que tengamos para representar los objetos a estudiar. En el caso de la geometría tridimensional esto se constituye en un obstáculo crítico para su desarrollo. Poder disponer de representaciones fidedignas y simples para producir e interpretar, resulta vital y CABRI (pionero y líder mundial en herramientas informáticas para aprender matemática) nos proporciona un software único que nos permite adentrarnos en un mundo desconocido y fascinante.

### OBJETIVOS

El objetivo de este trabajo es simplemente mostrar algunas de las exploraciones que se pueden hacer con CABRI 3D que llevan a resultados sorprendentes.

### METODOLOGÍA

Usando CABRI 3D y material concreto se estudiará la teselación en 3D y también en una geometría no euclídeana como la esférica. Se utilizará la capacidad del software para efectuar isometrías en el espacio. Se representará y resolverá algunos problemas de optimización que involucran a cilindros, esferas y conos. Se presentará la problemática del estudio de un tetraedro cualquiera. Finalmente se abordará el tema de la curvatura continua y discreta de la superficies que lleva a la conclusión de la geometría plana clásica es el caso particular de una geometría sobre una superficie de curvatura 0.

### CONCLUSIÓN

CABRI 3D es una pieza clave en una ingeniería didáctica para encarar en forma seria y eficaz el estudio de la geometría del espacio

**PALABRAS CLAVE:** Teselación, curvatura, optimización, isometrías en el espacio.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Instituto de Ciencias y Humanidades (2009). *Geometría, Una visión de la Estereometría*. FALTA CIUDAD Y EDITORIAL

Camou, Olive & Al (2013), *Essential 3D Geometry, Unraveling the Mathematical Wonders*. FALTA CIUDAD Y EDITORIAL

<sup>\*</sup> Scuola Italiana y Liceo 10. Dirección electrónica: bcamou@adinet.com.uy

CONFERENCIA  
**ETNOMATEMÁTICA Y GEOMETRÍA DINÁMICA  
EN LA FORMACIÓN INICIAL DOCENTE**

*María del Carmen Bonilla\**

**CONTEXTO**

En el curso Matemática y Etnomatemática del Programa de Educación Intercultural Bilingüe de la Facultad de Educación de la Universidad Peruana Cayetano Heredia, los estudiantes construyen utilizando el Cabri II Plus, objetos culturales propios de las comunidades quechua, aymara y shipibo.

**OBJETIVOS**

Mostrar la potencialidad de la geometría dinámica del Cabri II Plus en el aprendizaje y enseñanza de las propiedades y las relaciones de paralelismo y perpendicularidad de formas bidimensionales; en el estudio de los ángulos, superficies y perímetros con base en su cálculo y estimación; así como en la aplicación de transformaciones geométricas (Ipeba, 2013); todo ello a partir de la construcción de objetos culturales étnicos utilizando la geometría dinámica.

**METODOLOGÍA**

Estudios de casos (Yin, 2005)

**RESULTADOS**

Los estudiantes construyeron la chakana, así como reprodujeron diseños artísticos quechuas, aymara y shipibo.

**CONCLUSIONES**

La construcción de los objetos culturales etnomatemáticos utilizando la geometría dinámica, incrementa la comprensión de las nociones matemáticas involucradas en la realización de la tarea.

**PALABRAS CLAVE:** Etnomatemática, objetos culturales, arte y diseños quechua, shipibo y aymara, Cabri II Plus.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Ipeba (2013). *Mapas de Progreso del Aprendizaje, nuestros estándares nacionales de aprendizaje. Matemática: Geometría*. Lima: Centro de Producción Editorial e Imprenta de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos (CEPREDIM).

---

\* Universidad Peruana Cayetano Heredia. Dirección electrónica: maria.bonilla.t@upch.pe; mc\_bonilla@hotmail.com

Urbano, R. (2009). *Transformaciones isométricas en las esculturas de San Agustín y su implementación en el aula con el uso del Cabri*. Disponible en: [http://www.etnomatematica.org/publica/trabajos\\_grado/transfor-cabri.pdf](http://www.etnomatematica.org/publica/trabajos_grado/transfor-cabri.pdf)

Yin, R. (2005). *Estudo de caso: planejamento e métodos*. 3<sup>ra</sup> ed. Sao paulo: Boohman.

CONFERENCIA

## APROXIMACIÓN TEMPRANA AL RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO EN EDUCACIÓN BÁSICA

*Leonor Camargo\**  
*Carmen Samper\*\**

### CONTEXTO

El aprendizaje de la geometría, a nivel escolar, se debe basar en el desarrollo de procesos cognitivos como la visualización, la representación gráfica de objetos y relaciones, la conjeturación acerca de propiedades y relaciones, y la justificación de afirmaciones acerca de estas propiedades.

### OBJETIVOS

Presentar un ejemplo de organizador curricular para la geometría que busca acercar a niños de educación básica al mundo teórico de la geometría a través de procesos de descubrimiento y justificación de propiedades geométricas.

### METODOLOGÍA

Inicialmente se aclara terminología y luego se presentan ejemplos de secuencias didácticas realizadas en los cursos de tercero hasta octavo grado.

### RESULTADOS

A diferencia de las cuatro clases de tareas que usualmente proponen los profesores que usan ambientes de geometría dinámica (Laborde, 2001), esta propuesta consiste en un conjunto de problemas articulados de tal forma que algunas de las propiedades que se descubren a partir de la exploración dinámica se usan para descubrir, verificar y justificar otras propiedades.

### CONCLUSIONES

La aproximación temprana al razonamiento geométrico se ve favorecida si: se tiene una propuesta de secuencia de problemas de construcción geométrica relacionados entre sí, se usa un programa de geometría dinámica como Cabri, para resolver los problemas, y la mediación semiótica del profesor se centra en los signos para propiciar la evolución de significados personales a matemáticos.

**PALABRAS CLAVE:** Razonamiento geométrico, mediación semiótica, geometría dinámica.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Laborde, C. (2001). *Integration of technology in the design of geometry task with Cabri-geometry*. FALTA CIUDAD Y EDITORIAL.

\* Universidad Pedagógica Nacional. Dirección electrónica: lcamargo@pedagogica.edu.co

\*\* Universidad Pedagógica Nacional. Dirección electrónica: csamper@pedagogica.edu.co

CONFERENCIA

**INTEGRACIÓN DE LA HISTORIA Y DE LA TECNOLOGÍA  
EN LA ENSEÑANZA DE LA PERSPECTIVA CÓNICA.**

*Vincenzo Bongiovanni\**

**CONTEXTO**

Durante siglos la obra de Euclides sirvió de modelo para la enseñanza de la geometría. Todos aquellos que escribían sobre geometría respetaban tanto la división hecha por Euclides en los 13 libros cuanto la formulación de las diferentes proposiciones. Una de las primeras rupturas con la geometría euclidiana aconteció en el Renacimiento con el surgimiento de la perspectiva.

**OBJETIVOS**

El objetivo de la conferencia es revisar las reglas de la perspectiva desarrolladas por los pintores y artistas del Renacimiento, a partir del software Cabri 3D, utilizado como perspectógrafo.

**METODOLOGÍA**

Presentación expositiva

**CONCLUSIÓN**

Rever la evolución de las reglas de la perspectiva, en presencia de la tecnología, nos puede ayudar a comprender mejor las técnicas desarrolladas por los pintores y artistas del Renacimiento.

**PALABRAS CLAVE:** Geometría, perspectiva cónica, Cabri 3D

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Alberti, L.B. (1999). *Da Pintura*, traducción Antonio da Silveira Mendonça, Editora da Unicamp.

Della Francesca, P. (2005). *De prospectiva pingendi. edizione crítica a cura di G.Nicco-Fasola*. Firenze: Casa Editrice Le Lettere..

Katinsky, J.R. (2002). *Renascença: estudos periféricos*, São Paulo, FAUUSP,

---

\* Universidade Bandeirante de São Paulo. Dirección electrónica: Vincenzo.bongiovanni@uol.com.br

CONFERENCIA

**PROGETTO CABRI ELEM TICINO**

*Alberto Battaini*

**CONTESTO**

Si tratta di un progetto destinato agli allievi e agli insegnanti di scuola dell'infanzia e di scuola elementare del Canton Ticino.

**OBIETTIVI**

Il lavoro con Cabri Elem implica un approccio all'insegnamento della matematica basato sul laboratorio, inteso sia come luogo fisico (aula, o altro spazio specificamente attrezzato) sia come momento in cui l'allievo costruisce attivamente il proprio apprendimento, formula le proprie ipotesi e le verifica, progetta e sperimenta, argomenta e valida le proprie scelte con gli altri, a piccoli gruppi o con l'intera classe, impara a raccogliere dati e a confrontarli con le ipotesi formulate, negozia e costruisce significati con gli altri.

**METODOLOGÍA**

La dinamicità offerta da questo strumento informatico consente di svolgere in classe situazioni matematiche attraverso l'azione partecipata dei bambini.

In particolare il software permette di creare diversi tipi di situazioni: attività finalizzate all'introduzione di nuovi concetti in modo "pratico/esperienziale", attività mirate all'approfondimento di conoscenze matematiche in fase di sviluppo e attività di esercitazione per il consolidamento degli apprendimenti.

**RISULTATI**

Nel corso della formazione dei docenti abbiamo avuto molti riscontri positivi da parte dei partecipanti, pubblicato sul sito delle scuole comunali [www.e-sco.ch](http://www.e-sco.ch)

**CONCLUSIONI**

I quaderni realizzati con Cabri Elem dovrebbero entrare nel futuro nei piani di insegnamento della matematica in Ticino.

**PAROLE CHIAVE:** Cabri, aritmetica, geometria, primario

**REFERENZE BIBLIOGRAFICHE**

D'Amore B. (2003). *Le basi filosofiche, pedagogiche, epistemologiche e concettuali della Didattica della Matematica*. Bologna: Pitagora.

Sbaragli, S., (2011), (ed.), *Buone pratiche d'aula in matematica. Percorsi didattici in continuità tra scuola dell'infanzia e secondaria di secondo grado*. Bologna: Pitagora. P. 284. ISBN 88-371-1824-4.

---

\* Ticino, Svizzera. Dirección electrónica: [abattaini@sunrise.ch](mailto:abattaini@sunrise.ch)

## CONFERENCIA

## EL CONCEPTO DE MACRO EN CABRI

Eugenio Díaz Barriga Arceo\*

**CONTEXTO**

Nivel Licenciatura

**OBJETIVOS**

Establecer un debate sobre las ventajas didácticas del concepto de macro del entorno informático de Cabri.

**METODOLOGÍA**

En Cabri, ante una tarea constructiva concreta, la definición precisa de una macro da cuenta de que el usuario tiene una clara idea de la relación entre los datos de un problema y la solución que se pide en el mismo; esto ocurre sólo cuando el usuario resuelve la tarea correctamente y da de alta la solución a la tarea dentro de la interfase. Revisaremos el importante concepto de macro para el entorno Cabri II plus, tomaremos como ejemplo la construcción del triángulo equilátero, la división de un segmento en  $n$  partes iguales (con y sin teorema de Thales), construcción de la pendiente dinámica asociada a una ecuación diferencial, el cálculo del determinante de una matriz.

**RESULTADOS**

La creación de macros es una tarea que formaliza la articulación de registros semióticos de representación. En un trabajo anterior se presentó los beneficios que se obtienen al incorporar esta tarea en la enseñanza de las ecuaciones diferenciales; los ejemplos que aquí se abordan muestran que esta tarea puede extenderse en el aprendizaje de conceptos matemáticos muy diversos.

**CONCLUSIONES**

Una actividad en aula que permite reforzar conceptos y contrastar distintas soluciones a problemas matemáticos es la definición de macros en la interfase Cabri, por lo cual cobra un alto valor didáctico para el aprendizaje.

**PALABRAS CLAVE:** Macro, Registro de representación, Resolución de problemas.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Díaz Barriga, E. (2012). Resolución de problemas y evaluación bajo un enfoque por competencias en matemáticas. Editado en: *Formación y Modelación en Ciencias Básicas*, coordinadores académicos: J.A Rúa V., L.A. Zabala. J. Colombia pp. 81-82.

\* Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma del Estado de México. Dirección electrónica: eugenio@hotmai.com

- Díaz Barriga, E., (2006). *Geometría Dinámica con Cabri-Géomètre*. Editorial Kali-Xolotl
- Duval, R., (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65.
- Moreno, J.; Díaz Barriga, E. (2012). Hacia la articulación de registros de representación en el campo de las ecuaciones diferenciales. Editado en: *Formación y Modelación en Ciencias Básicas*, coordinadores académicos: J.A Rúa V., L.A. Zabala. J. Colombia pp. 134.
- Peñalosa, E. (2013). *Geometría dinámica como herramienta de apoyo para el docente en algunos temas de Geometría del Bachillerato de la UAQ*. Tesis de Maestría en Didáctica de las Matemáticas. Querétaro, Qro. México.

CONFERENCIA  
**GEOMETRÍA RECREATIVA**

*Jesús Humberto Guerrero Paredes\**

**CONTEXTO**

Es una forma recreativa para enseñar geometría y asociarla al álgebra y al cálculo, necesario para un aprendizaje significativo y una forma de combatir la deserción por la enorme motivación que produce en los estudiantes.

Son problemas geométricos innovadores por su naturaleza fractal los cuales no se pueden solucionar solo con el método de regla y compás de la geometría euclidiana sino que necesitan del álgebra para resolverse. Los beneficiarios de esta conferencia adquirirán estos problemas con su respectiva solución geométrica la cual va acompañada de una solución algebraica y, como son de naturaleza fractal, se explicará todo alrededor de un límite lo que lo hará cada vez más interesante.

**OBJETIVOS**

Crear y resolver geométricos en el programa de geometría Cabri Géomètre como herramientas intelectual y pedagógica en la enseñanza de la geometría.

**METODOLOGÍA**

La conferencia, de una sesión de dos horas, se fundamentará en trabajar con las herramientas geométricas de rotaciones, traslaciones, simetría, etc. que nos brinda Cabri Géomètre además de las condiciones pedagógicas de este programa las cuales también se explicarán.

**RESULTADOS**

Afianzar recreativamente nuestros conocimientos geométricos y poderlos conectar con otras ramas de las matemáticas además de brindar a los profesores herramientas para mejorar su desempeño profesional.

**CONCLUSIONES**

Se ataca algo que va en contra del sistema educativo formal en el sentido en que al estudiante se llena de inquietudes para que sea capaz de resolver problemas aquí al contrario se está proponiendo problemas, se está haciendo las preguntas con un ingrediente adicional que se da una respuesta de doble vía, una de corte geométrico y otra de corte algebraico.

**PALABRAS CLAVE:** Problemas, fractal, deserción, motivación, recreativo, Cabri Géomètre.

---

\* Universidad de Nariño. Dirección electrónica: jezuzzz777@hotmail.com

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Boyer,. (1987). *Historia de la matemática*.

Cuellar, H. Rodríguez, J. Zuluaga, C (2004). *Problemas para pensar geometría*. FAL-  
TA CIUDAD Y EDITORIAL

## CONFERENCIA

## THE NEW CABRI, CAN DYNAMIC MATH EMPOWER TEACHERS

*Pierre Laborde\****CONTEXT**

In the 80s, Cabri I was the first software to introduce dynamic geometry. During the next two decades, several times, dynamic math has been proven to drastically improve learning. Unfortunately, three decades later, the initial promise of dynamic geometry does not happen in the classrooms, on a massive scale. In most countries the mathematical skills of students don't really improve.

**OBJECTIVES**

Our postulate is that when the learner is actively interacting with the math objects representations, learning is boosted. But teachers mostly use dynamic math as a demonstration tool. Also, benefiting from dynamic math requires some training. The new Cabri aims to tackle that issue, by introducing some missing components to a massive learning breakthrough thanks to interactive math.

**METHODOLOGY**

We will reveal here some of the features of the new Cabri. They enable the software to be a lean environment for creating reactive learning objects, independent micro-worlds, interactive MOOCs or stand-alone educational apps. All are active learning resources in which students can resolve problems and practice skills, both at school and at home, but also on the move using tablets. Then regardless of teacher expertise on software, they live a hands-on experience of math, which improves the learning process. Also we will explain how those innovative aspects of Cabri have been field tested and validated.

**RESULTS**

We will showcase real new Cabri examples, designed by leaders in all regions of the world. With the new Cabri, what took several days of teacher training to implement in the classroom back in the 90s, can be today instantly reproduced and extended massively. We will explain why, by referring to the interactivity cycle, and what is the role of both the teacher and the activity designer in that cycle.

**CONCLUSIONS**

We will conclude by starting to address questions about the future. What is an educational technology that does benefit digital natives for learning math? How

---

\* CABRILOG, Grenoble, France. Dirección electrónica: pierre.laborde@cabri.com

can we generalize the dynamic geometry pioneers results on a larger scale? How can we make possible a massive learning breakthrough thanks to interactive math?

**KEY WORDS:** Interactive MOOC; 2D & 3D Dynamic math; feedbacks design; Smart clip; Equation 2D edition; Student, teacher and author modes; Personalized learning.

#### **BIBLIOGRAPHICAL REFERENCES**

Arias J. M., Maza Saez I. (2006). *Matemáticas en las aulas de Secundaria*, RSME

Mackrell K. (2011). *Integrating number, algebra and geometry with interactive geometry software*, CERME Conference.

## CONFERENCIA

## THE CEMSE NUMBER STORIES PROJECT: PLENARY

*Jim Flanders*<sup>\*</sup>*Kathryn Rich*<sup>\*\*</sup>**CONTEXT**

*Number Stories* populate an online database of dynamic mathematics questions based on real-world contexts supported by factual sources. Both contexts and questions are developed to appeal to a wide variety of individual users such as school students at any level, teachers, teacher-educators, home-schoolers, district supervisors, and any others who are simply interested in how mathematics can be used to solve problems or model situations in their lives.

**OBJECTIVES**

The Number Stories Project has three major objectives:

- To improve a learner's mathematical understanding by providing well-researched and field-tested real-world problems to balance simple exercises focused on algorithmic skill development and property memorization that are widely available in apps and online.
- To study online curriculum development from an individual learner's perspective rather than the traditional textbook approach based on an idealized "typical" student. Such a personalized curriculum consists primarily of the set of problems the learner attempts to solve.
- To make dynamically interactive online activities with real-time feedback that are not possible in a non-digital environment. To this end we have chosen Cabri as our engine for problem development.

**METHODOLOGY**

There are two major phases of the project:

1. Develop the online platform allowing users to search, solve, write, edit, review, and make problem sets of *Number Stories*. Simultaneously begin to write problems and develop them into dynamic Cabri activities.
2. Field-test the platform and Cabri activities and make changes as necessary based on the results. Simultaneously begin to write research proposals to study the effects of using the *Number Stories* environment, and funding proposals to help further develop the website and CEMSE-Cabri problem development engine.

<sup>\*</sup> CEMSE, University of Chicago. Dirección electrónica: [flanders@uchicago.edu](mailto:flanders@uchicago.edu)

<sup>\*\*</sup> CEMSE, University of Chicago. Dirección electrónica: [kmrch@uchicago.edu](mailto:kmrch@uchicago.edu)

## **RESULTS**

We have just completed platform development and are preparing to (a) begin field-testing in 2015 and (b) work with Cabrilog to enhance and/or improve the CEMSE-Cabri software and the Cabri web integration.

## **CONCLUSIONS**

To date, alpha-testing of the platform and Cabri activities has been very successful.

**KEY WORDS:** Digital curriculum; Mathematics applications; Cabri activities.

## CONFERENCIA

**LA GEOMETRÍA DINÁMICA EN LA CONSTRUCCIÓN CONTINUA  
DE LA DEMOSTRACIÓN MATEMÁTICA DEL INDIVIDUO**

Víctor Larios Osorio\*

**CONTEXTO**

En el proceso de construcción del conocimiento por parte de los individuos idealmente existe un momento en que es necesario validar dicho conocimiento. Este momento de validación puede llevarse a cabo de diferentes maneras y dependiendo de la situación, el contexto, los recursos utilizados para el aprendizaje, etcétera. Sin embargo, no todas las maneras de validar el conocimiento pueden ayudar a un aprendizaje significativo y duradero. En la escuela ocurre que no siempre nos preocupamos como docentes sobre esta situación e, incluso, se da el caso de que no existe tal validación.

El uso de la Geometría Dinámica permite el diseño de situaciones orientadas a la exploración, pero entonces hay que pensar en incluir el momento de la validación de las exploraciones y así cerrar un ciclo que le permite al individuo construir su conocimiento a través del desarrollo de competencias, como el de argumentar matemáticamente, que pueden extenderse a otras áreas del conocimiento y de la vida del individuo.

**OBJETIVOS**

- Mostrar que la competencia para argumentar matemáticamente es central en el desarrollo del conocimiento matemático.
- Reflexionar sobre el papel que puede jugar la Geometría Dinámica en este proceso de desarrollo de competencias para argumentar.

**PALABRAS CLAVE:** Competencia argumentativa, argumentación, demostración y validación.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Arellano C., C. y Larios O., V. (En evaluación). La argumentación de alumnos de bachillerato al resolver problemas de geometría con lápiz y papel. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (Relime)*.

González G., N. y Larios O., V. (2012). *Justificaciones en la geometría dinámica de secundaria*. Saarbrücken, Alemania: Editorial Académica Española.

---

\* Universidad Autónoma de Querétaro, Facultad de Ingeniería. Maestría en Didáctica de las Matemáticas. Doctorado en Tecnología Educativa. Dirección electrónica: vil@uaq.mx

Larios O., V. (2006). *Demostrar es un problema o el problema es demostrar*. Querétaro, México: Universidad Autónoma de Querétaro.

Larios O., V. y González G., N. (2010). Aspectos que influyen en la construcción de la demostración en ambientes de Geometría Dinámica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (Relime)*, 13(4), 147-160.

## CONFERENCIA

**MATHEMATIQUES DYNAMIQUES AU PRIMAIRE AVEC CABRI  
ELEM: LES DUOS D'ARTEFACTS MATERIELS ET VIRTUELS***Sophie Soury-Lavergne\****CONTEXTE**

L'intégration des technologies dans les pratiques mathématiques des enseignants de l'école primaire reste limitée malgré les injonctions institutionnelles. Depuis 2011, nous étudions l'intérêt des duos d'artefacts qui combinent un outil mathématique et sa version numérique, pour l'apprentissage des mathématiques.

**OBJECTIFS**

Nos objectifs ont été de concevoir et de tester en classe des duos d'artefacts pour l'école primaire, que ce soit dans le domaine numérique avec le duo pascaline e-pascaline (Maschietto & Soury-Lavergne, 2013) ou le domaine géométrique avec les patrons du cube (Calpe *et al.* 2014) et la construction des triangles (Voltolini, 2014) en utilisant la technologie Cabri Elem pour développer la partie digitale.

**MÉTHODOLOGIE**

Deux projets impliquant la collaboration d'enseignants et de chercheurs ont été menés par l'IFÉ, avec une méthodologie de type "research based design".

**RÉSULTATS**

Au delà des ressources mises à disposition des enseignants, nos résultats concernent : les caractéristiques des duos d'artefacts et l'identification de la valeur didactique ajoutée par chaque artefact dans le duo, les différentes rétroactions à implémenter dans l'artefact digital de façon à organiser un milieu favorable à l'apprentissage (Mackrell *et al.* 2013).

**MOTS-CLÉS:** Duo d'artefacts, Cabri Elem, Primaire, géométrie, numération

**RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

Calpe, A., Rabatel, J.-P., Zucchetta, J.-F., & Soury-Lavergne, S. (2014). Explorer les patrons du cube : de l'intérêt des représentations à l'aide de logiciels de mathématique dynamique. In *XXXXe colloque de la COPIRELEM*. Nantes, France.

Mackrell, K., Maschietto, M., & Soury-Lavergne, S. (2013). The interaction between task design and technology design in creating tasks with Cabri Elem. In C. Margolinas (Ed.), *Task Design in Mathematics Education* (pp. 81–90). Oxford, Royaume-Uni.

\* S2HEP Institut Français de l'Éducation ENS Lyon. Dirección electrónica: Sophie.Soury-Lavergne@ens-lyon.fr

- Maschietto, M., & Soury-Lavergne, S. (2013). Designing a duo of material and digital artifacts: the pascaline and Cabri Elem e-books in primary school mathematics. *ZDM*, 45(7), 959–971.
- Voltolini, A. (2014). A la découverte des triangles : de la manipulation de segments dans un logiciel de mathématiques dynamiques à la construction à la règle et au compas. In *XXXXe colloque de la COPIRELEM*. Nantes, France.

CONFERENCIA  
LUGARES GEOMÉTRICOS COMO PIEZAS CLAVES  
PARA GESTIONAR LA ENSEÑANZA DE LAS CÓNICAS  
EN LA GEOMETRÍA ANALÍTICA

*Edinsson Fernández Mosquera*<sup>\*</sup>  
*María Fernanda Mejía Palomino*<sup>\*\*</sup>

### CONTEXTO

En esta conferenciase presentarán los resultados de una investigación (Fernández, 2011) en la cual se diseñó una secuencia didáctica para el aprendizaje de las cónicas (parábola, elipse e hipérbola) vistas como lugares geométricos y mediados con el *Cabri Géomètre II Plus*.

### OBJETIVOS

Uno de los objetivos de esta investigación fue diseñar y aplicar una secuencia didáctica que permita identificar y establecer una relación dialéctica entre los enfoques *puntuales* y *globales* cuando se estudian las cónicas como lugares geométricos en el *Cabri*, en relación con problemas de construcción geométrica.

### METODOLOGÍA

En esta investigación se abordó los aspectos metodológicos siguiendo las directrices de la *micro-ingeniería didáctica*.

### RESULTADOS

Uno de los resultados fue el diseño de ocho situaciones desde la dialéctica *puntual* – *global* integrando *Cabri* en relación a la TSD (Brousseau, 2007) y la tipología de tareas (Laborde, 2008). En particular, se puede afirmar que la comprensión *global* del lugar geométrico impera en los estudiantes al ver la figura (cónica) completa, en contraste a la comprensión local o *puntual*.

### CONCLUSIONES

El análisis de la información recolectada evidenció que las situaciones didácticas planteadas desde las construcciones geométricas *puntuales* permitieron que los estudiantes realizaran construcciones geométricas *globales* en el *Cabri*, a la vez que en este ambiente se dieron retroalimentaciones que posibilitaron caracterizar algunas de las propiedades geométricas de las cónicas.

<sup>\*</sup> Universidad de Nariño, Pasto – Colombia.. Dirección electrónica: edi454@yahoo.com, edinfer@udenar.edu.co

<sup>\*\*</sup> Escuela Normal Superior Farallones de Cali – Colombia. Dirección electrónica: mafanda1216@yahoo.com.ar; mafanda1216@gmail.com

**PALABRAS CLAVE:** Cónicas, lugar geométrico, construcciones geométricas, Cabri, enfoque puntual, enfoque global, visualización, micro-ingeniería didáctica.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Fernández, E. (2011). Situaciones para la enseñanza de las cónicas como lugar geométrico desde lo puntual y lo global integrando Cabri Géomètre II Plus. (Tesis de Maestría no publicada). Universidad del Valle, Cali, Colombia.

CONFERENCIA  
**GEOMETRY OF ISLAMIC PATTERNS**

*Richard J. Allen\**

**CONTEXT**

Geometry found in Islamic art exhibits a high degree of symmetry in ways that other art does not. Islamic art contains repeat units and the geometry of these units can be seen to come from a central circle. The circumference of the circle is divided evenly to produce regular polygons which, in turn, give rise to star-shaped polygons. The different polygons fit together to form a balanced pattern which unite and extend infinitely when duplicated and repeated in two dimensions. The circle is a perfectly balanced object which generates and relates this art to the Unity Principle of Islam and, thus, transforming it into religious art.

**OBJECTIVES**

This general presentation will introduce the three basic groups of patterns, based, respectively, on the octagon, hexagon and pentagon and their significance to two dimensional decorative Islamic art.

**METHODOLOGY**

The content will be appropriate both to teachers of secondary school geometry and to those charged with teaching courses at the university level that are general, historical, cultural, or ethnographic in nature.

**KEY WORDS:** Art, culture, geometry, Islam, symmetry.

---

\* Computer Science. St. Olaf College. Northfield, MN 55057. USA. Dirección electrónica: allen@stolaf.edu

CONFERENCIA

**MATERIAL AND DIGITAL INSTRUMENTS:  
WHICH USES IN THE CLASSROOM BY TEACHER AND STUDENTS?**

*Michela Maschietto\**

**CONTEXT**

The Cabri software has been used in order to construct animations of known material instruments.

**OBJECTIVES**

This contribution aims at discussing the relationships between material instruments and their digital animations.

**METHODOLOGY**

We present the example of the mathematical machines, which are material instruments for geometry and arithmetic ([www.mmlab.unimore.it](http://www.mmlab.unimore.it)), and their digital copies produced by Cabri II Plus, Cabri 3D and CabriElem. We discuss relationships and articulations in three cases: the first case concerns the use of animations in order to show the functioning of a particular machine (for instance, a perspectograph); the second case focuses on the construction of animations by the students after the manipulation of a particular material machine (for instance, the conic sections drawers); the third case present the idea of duo of artefacts (in particular, the pascaline Zero+1 et the e-pascaline), in which the digital copy of the material machine is designed starting from educational and cognitive hypotheses.

**RESULTS**

These animations are more or less complexes and can be used in different way in the classroom by teacher and students.

**CONCLUSIONS**

The articulation between material and digital instruments is an open question, both in mathematics education research and teaching practice.

**KEY WORDS:** Articulation, material artefact, digital artefact.

**REFERENCES**

- Bartolini Bussi, M.G. & Maschietto, M. (2006). *Macchine matematiche: dalla storia alla scuola*. Milano: Springer.
- Maschietto, M. & Soury-Lavergne, S. (2013). Designing a duo of material and digital artifacts: the pascaline and Cabri Elem e-books in primary school mathematics. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 45(7), 959–971.

\* Universita' Di Modena E Reggio Emilia, Italy. E-mail: [michela.maschietto@unimore.it](mailto:michela.maschietto@unimore.it)

CONFERENCIA  
**THE RARE PHENOMENON  
 OF ROUND SHADOWS OF CIRCLES ON A PLANE**

*Jen-chung Chuan\**

### CONTEXT

When a circle in space casts its shadow on the plane, its image is often seen as an ellipse. Fixing the circle and the point light source, It seems the plane must be adjusted appropriately to make the shadow a true circle. Borrowing the idea from the Stereographic Projection, we see that this phenomenon is always possible when the light source is located at the North Pole, the circle is located anywhere on the surface of the sphere and the plane is chosen to be the tangent plane at the South Pole. Since the Stereographic Projection preserves the tangency, tangent circles on the sphere are cast into tangent circles on the plane. "Rare phenomenon involving tight configurations of circles on the sphere" can therefore be transformed into "rare phenomenon involving tight configurations of circles on the plane".

The technical part of the lecture proceeds as follows:

1) Implementation of the Stereographic Projection by taking the inversion with respect to some sphere, 2) Any two non-intersecting circles on a sphere can be inverted with respect to a single sphere to circles sharing the same axis,.3) Constructions of Triangular Cupola, Square Cupola and Pentagonal Cupola by taking convex hulls of appropriate regular polygons.

The demonstrations consist of the following Cabri 3D animations:

1) Shadows of Incircles of Faces of the Triangular Cupola, 2) Shadows of Incircles of Faces of the Square Cupola, 3) Shadows of Incircles of Faces of the Pentagonal Cupola

### OBJECTIVES

Applying the stereographic projection to circles on a sphere to a plane, rare phenomenon of round shadows of circles are displayed.

### METHODOLOGY

Line projection, inversion respect to a sphere.

### RESULTS

Shadows of incircles of faces of the triangular cupola, square cupola, pentagonal cupola, bucky ball, pentagonal rotunda, triangular orthobicupola, tridiminished icosahedron and diminished icosahedron are displayed.

---

\* Department of Mathematics, NTHU, Taiwans. Dirección electrónica: jcchuan@gmail.com

## CONCLUSIONS

Combination of basic geometry transformations such as inversion, line reflections, rotation and inversion can be applied to perform quick basic geometric constructions with Cabri 3D.

**KEY WORDS:** Triangular Cupola, Square Cupola, Pentagonal Cupola, Bucky Ball, Pentagonal, Rotunda, Triangular Orthobicupola, Tridiminished Icosahedron, Diminished Icosahedron

## BIBLIOGRAPHIC REFERENCES

Coxeter, H. S. M. FALTA AÑO DE PUBLICACIÓN *Introduction to Geometry*, 2nd ed.  
New York: Wiley.

# Talleres para docentes



TALLER  
PROBLEMAS DE CONSTRUCCIÓN EN GEOMETRÍA SINTÉTICA

*Oscar Fernando Soto Ágreda<sup>\*</sup>*  
*Saulo Mosquera López<sup>\*\*</sup>*

### CONTEXTO

Este taller revisa ciento ochenta construcciones básicas de geometría recurriendo en varias de las mismas a la potencialidad de Cabri. El taller parte de entender el problema con sus requisitos, planear una solución, revisar la construcción o construcciones que presentan los talleristas y proponer una solución personal. Se concentra cada archivo en el modelo de geometría sintética que resulta un buen rompecabezas y se convierte en el mejor juego solitario.

### OBJETIVOS

Servir de fuente de inspiración en el estudio de la geometría sintética, y sugerir recurrir a la potencialidad de Cabri dentro del diseño curricular.

Descubrir o desvelar la importancia del estudio de las geometrías recurriendo a nuevas herramientas tecnológicas.

### METODOLOGÍA

Este es un taller que recrea ciento ochenta construcciones, algunas súper llamativas pero todas igualmente importantes. El taller presenta cinco momentos: a) Entender el problema, b) Trazar un plan de solución, c) Revisar la construcción o construcciones que presentan los conductores del taller, en lo posible, argumentando la razón de cada paso, d) Recurrir a la revisión de la construcción con la herramienta que Cabri presente para ello y e) Proponer y sugerir una nueva construcción.

### RESULTADOS

Uno de los resultados importantes de este trabajo es que sirve de guía y ejemplo en la utilización de diversos requisitos o heurísticas en la solución de un problema. Se subraya en la utilización de la herramienta Cabri denominada lugar geométrico y a otras macro- construcciones que posee el software.

<sup>\*</sup> Universidad de Nariño- Colombia. Dirección electrónica: fsoto@udenar.edu.co

<sup>\*\*</sup> Universidad de Nariño- Colombia. Dirección electrónica: samolo@udenar.edu.co

### **CONCLUSIONES**

Los problemas de construcción en geometría deben convertirse en una disculpa para atacar el aprendizaje de esta ciencia que es la ciencia de las formas, esto es, la geometría es la ciencia que sostiene el mundo.

**PALABRAS CLAVE:** Problema, herramientas, solución, requisitos.

### **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Eves, Howard (1969). *Estudio de las Geometrías*. México: Editorial Hispano Americana.

Landaverde, Felipe de Jesús (1955). *Curso de Geometría para secundaria y preparatoria*. Cuarta edición. : Imprenta de Editorial Retina..

## TALLER

# LUGARES GEOMÉTRICOS

*Saulo Mosquera López\**

### CONTEXTO

Este taller revisa el concepto de lugares geométricos que en ocasiones se convierte en una gran herramienta para resolver problemas de construcción. En el concepto de lugar geométrico subyace lo atinente a los modelos de geometría dinámica que centra la existencia de un asistente de geometría dinámica como Cabri Géomètre. En sí misma, la construcción básica de los requisitos ya pone a prueba el conocimiento geométrico de la persona; por ejemplo, al pensar en el lugar de los centros de las circunferencias tangentes a una recta y otra circunferencia fijas, se necesita interrelacionar los conceptos y resultados de geometría. De modo que la temática se constituye en un buen desafío e inspira la utilización de una herramienta como Cabri.

### OBJETIVOS

Servir de fuente de inspiración en el estudio de la geometría sintética, y sugerir recurrir a la potencialidad de Cabri dentro del diseño curricular.

Descubrir o desvelar la importancia del estudio de las geometrías recurriendo a nuevas herramientas tecnológicas.

### METODOLOGÍA

Este taller dirigido a profesores, recrea la herramienta denominada lugar geométrico en la que la imaginación se sustituye con la utilización de software de geometría dinámica. Esencialmente posee tres momentos. A) Entender el problema y establecer sus requisitos, b) Preveer con el uso de la imaginación los resultados a obtener y c) Examinar la construcción que provee el director del taller.

### RESULTADOS

Uno de los resultados importantes de este trabajo es que sirve de guía y ejemplo en la utilización de diversos requisitos, o heurísticas en la solución de un problema. Se subraya en la utilización de la herramienta Cabri denominada Lugar geométrico y a otras macro-construcciones que posee el software.

### CONCLUSIONES

Los problemas de construcción en geometría deben convertirse en una disculpa para atacar el aprendizaje de esta ciencia que es la ciencia de las formas, esto es, la geometría es la ciencia que sostiene el mundo.

**PALABRAS CLAVE:** Problema, herramientas, solución, requisitos, lugar.

\* Universidad de Nariño- Colombia. Dirección electrónica: samolo@udenar.edu.co

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Eves, Howard (1969). *Estudio de las Geometrías*. México: Editorial Hispano Americana.

Landaverde, Felipe de Jesús (1955). *Curso de Geometría para secundaria y preparatoria*. Cuarta edición. Bogotá. D.E. Colombia: Imprenta de Editorial Retina..

## TALLER

# LÍNEAS TRIGONOMÉTRICAS Y ECUACIONES

*Saulo Mosquera López\**

### CONTEXTO

Este taller revisa el concepto de lugares geométricos dirigidos de manera particular a las funciones trigonométricas esenciales. En el concepto de lugar geométrico subyace lo atinente a los modelos de geometría dinámica que centra la existencia de un asistente de geometría dinámica como Cabri Géométre. Se pone a prueba al software pues en su núcleo la parte complicada es la de calcular puntos de intersección. Los puntos de intersección resultan del concepto general para resolver ecuaciones que contienen partes algebraicas y partes trascendentes. En el taller se explicita y estudia la combinación de ecuaciones con componente algebraica y con función trigonométrica.

### OBJETIVOS

Servir de fuente de inspiración en el estudio de la geometría sintética, y sugerir recurrir a la potencialidad de Cabri dentro del diseño curricular.

Descubrir o desvelar la importancia del estudio de las geometrías recurriendo a nuevas herramientas tecnológicas.

Comprender la esencia de las funciones trigonométricas y lo complejo de la solución de una ecuación que ha derivado en la utilización de métodos aproximados.

### METODOLOGÍA

Este taller dirigido a estudiantes, recrea la herramienta denominada lugar geométrico en la que la imaginación se sustituye con la utilización de software de geometría dinámica. Esencialmente posee tres momentos. A) Entender el problema y establecer sus requisitos, b) Preveer con el uso de la imaginación los resultados a obtener y c) Examinar la construcción que provee el director del taller.

### RESULTADOS

Uno de los resultados visibles del taller resulta de la comprensión de los conceptos denominados líneas trigonométricas que resultan importantes en el estudio de otros temas de la matemática.

### CONCLUSIONES

Los problemas de construcción de ecuaciones son la evidencia de la constitución de métodos de aproximación como el de Newton Rampson tan importantes en la matemática.

---

\* Universidad de Nariño- Colombia. Dirección electrónica: samolo@udenar.edu.co

**PALABRAS CLAVE:** Problema, herramientas, solución, requisitos, lugar, líneas, trigonometría.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Eves, Howard (1969). *Estudio de las Geometrías*. México: Editorial Hispano Americana.

Courant, Richard y otro (2002). *¿Qué son las Matemáticas? Prefacio y avances recientes de Ian Stewart*. México: Fondo de Cultura Económica.

## TALLER

## GEODÉSICAS: UMA INTRODUÇÃO À GEOMETRIA ESFÉRICA

*José Carlos Pinto Leivas\****CONTEXTO**

A descoberta de Geometrias Não-Euclidianas – elíptica e hiperbólica - na passagem do século XVIII para o XIX trouxe novas formas de pensar Geometria sob o aspecto da dedução formal, com o rigor matemático próprio de uma construção axiomática. Entretanto, muitas habilidades não eram desenvolvidas e deixavam grande parte dos estudantes à margem da compreensão dos verdadeiros significados de alguns conceitos matemáticos, por exemplo, reta e triângulo. Uma dessas habilidades é visualização, a qual para Arcavi (1999, p. 217) é “processo e produto de criação, interpretação, uso e comentário sobre figuras, imagens, diagramas, em nossas mentes, em papel ou com ferramentas tecnológicas, com a finalidade de desenhar e comunicar informações, pensar sobre e desenvolver ideias não conhecidas e avançar na sua compreensão”.

Acreditamos que as tecnologias computacionais, em particular o Cabri 3D, sejam elementos fundamentais para o desenvolvimento dessa habilidade, tão importante para o ensino e aprendizagem de Geometria Espacial. Borba e Villarreal (2004), apresentam visão da tecnologia como algo integrado ao ser humano, com o que concordamos, justificando-se uma oficina que aborde habilidades visuais para obtenção de “retas” e “triângulos” em uma esfera, por meio do Cabri 3D.

**OBJETIVOS**

Construir “retas” e “triângulos” na esfera tridimensional, utilizando o Cabri 3D.

**METODOLOGÍA**

Oficina pedagógica utilizando computadores com o Cabri 3D.

**RESULTADOS**

Espera-se que os participantes construam e visualizem retas e triângulos na esfera.

**CONCLUSIONES**

Visualização pode ser desenvolvida a partir de atividades com o Cabri 3D.

**PALABRAS CLAVE:** Geometria sobre a esfera. Retas e triângulos esféricos. Cabri 3D. Oficina.

---

\* Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, Brasil. Dirección electrónica: leivasjc@unifra.br

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arcavi, A. (1999). The role of visual representation in the learning of mathematics. In: North American, chapter of the PME. *Proceedings...* Disponible en: <<http://www.clab.edc.uoc.gr/aestit/4th/PDF/26.pdf>>. Acceso em: 30 set 2008.
- Borba, M.C. & Villarreal, M. E. (2004). *Humans-with Media and the Reorganization of Mathematical Thinking*. New York: Springer.

TALLER  
LA GEOMETRÍA DE MONTONES DE SAL

Troy Jones<sup>\*</sup>  
Henry Ponnefz<sup>\*\*</sup>

### CONTEXTO

Taller de un día, 90 minutos (preferida) o una conferencia plenaria, 60 minutos.

### OBJETIVOS

Los participantes aprenderán las características particulares de las formaciones al vertir sal sobre figuras geométricas, y cómo modelarlas con Cabri 3D.

### METODOLOGÍA

Involucrar a los participantes en las demostraciones visuales de las propiedades de la sal vertido sobre varias figuras geométricas con explicaciones y ayuda de los presentadores. Esto se hace con miras a explicar los siguientes conceptos geométricos: puntos notables de un triángulo, lugares geométricos de las crestas de sal, ángulos de reposo, y secciones cónicas. Cada uno de los conceptos serán modelados en tres dimensiones con el software Cabri 3D.

### RESULTADOS

Los asistentes podrán utilizar estos conceptos y conocimientos en sus propias clases, y ser motivados a aprender más detalles sobre la geometría de las formaciones de la sal, replicando las actividades con sus estudiantes.

### CONCLUSIONES

Los participantes verán con nuevos ojos la geometría de montones de sal, y se animarán a descubrir fenómenos similares para demostrar conceptos geométricos, utilizando los materiales e implementos en esta presentación.

**PALABRAS CLAVE:** Lugar geométrico, puntos notables de un triángulo, ángulo de reposo.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Instituto de Ciencias y Humanidades (2012). *Geometría, una visión de la estereometría*. Lima, Perú: Lumbreras Editores.

Díaz Barriga Arceo, Eugenio. (2010). *Descubriendo  $D^n$  con Cabri 3D*. México: Editorial Kali.

<sup>\*</sup> Westlake High School, Utah, EE.UU. Dirección electrónica: [tjones@alpinedistrict.org](mailto:tjones@alpinedistrict.org)

<sup>\*\*</sup> Stansbury Academy, Utah, EE.UU. Dirección electrónica: [hponnefz@yahoo.com](mailto:hponnefz@yahoo.com)

TALLER  
**SI SE USA GEOMETRÍA DINÁMICA ENTONCES  
SE COMPRENDEN LAS PROPOSICIONES CONDICIONALES**

*Nabil Ortegón<sup>\*</sup>*  
*Guillermo Salas<sup>\*\*</sup>*  
*Carmen Samper<sup>\*\*\*</sup>*

### CONTEXTO

Como las condicionales juegan un papel importante en la deducción, no comprender que una condicional expresa dependencias entre propiedades afecta la posibilidad de aprender a demostrar matemáticamente.

### OBJETIVOS

Introducir la condicional como una afirmación que establece dependencia; reconocer que cambios en el antecedente pueden afectar el consecuente y que el consecuente consta de las propiedades que resultan al darse el antecedente.

### METODOLOGÍA

A través de tareas desarrolladas con Cabri en las que se debe formular una conjetura, resultado de la exploración realizada y la determinación de invariantes, propiciar la comprensión de lo que es y expresa una condicional en matemáticas.

### RESULTADOS

En un experimento de enseñanza con estudiantes de educación media, el uso de Cabri propició un ambiente de aprendizaje en donde ellos hicieron construcciones, exploraron situaciones, descubrieron propiedades, y lograron expresar lo que descubrieron como condicional.

### CONCLUSIONES

Tareas bien diseñadas y el uso de Cabri favorecen la comprensión de lo que es y expresa una condicional, elemento necesario para mejorar las habilidades argumentativas de los estudiantes para que eventualmente puedan justificar afirmaciones matemáticas.

**PALABRAS CLAVE:** Proposiciones condicionales, tareas, geometría dinámica.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Hoyles, C., & Küchemann, D. (2002). *Students understandings of logical implication*. London: Institute of Education University of London.

---

<sup>\*</sup> Universidad Manuela Beltrán. Dirección electrónica: nabilortegon@hotmail.com

<sup>\*\*</sup> Instituto Pedagógico Nacional. Dirección electrónica: gsalas@pedagogica.edu.co

<sup>\*\*\*</sup> Universidad Pedagógica Nacional. Dirección electrónica: csamper@pedagogica.edu.co

Laborde, C. (2000). *Dynamic Geometry environments as a source of rich learning contexts for the complex activity of proving*. London: Educational Studies in Mathematics.

Laudien, R. (1999). *Misunderstanding of if-then as if and only if*. En F. Hitt, & M. Santos (Ed.), *Proceedings of the 21<sup>st</sup> Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

## TALLER

# VISUALIZACIÓN DE LAS FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES

*Luis Alberto Callo Moscoso\**

### CONTEXTO

Temas de Matemática Avanzada abordados con Cabri.

Mostrar y difundir el uso de programas de geometría dinámica como el Cabri en todos los niveles educativos

### OBJETIVOS

Diseñar actividades que les permitan a los estudiantes visualizar e interpretar las pendientes de las rectas tangentes a una superficie, como la rapidez de cambio de en dirección de los ejes  $e$  ; visualizar los resultados del método de los multiplicadores de Lagrange; interiorizar el proceso del cálculo de integrales iteradas; graficar y parametrizar superficies; y visualizar campos vectoriales en el plano y en el espacio.

### METODOLOGÍA

La modalidad será la de Taller.

En este taller los participantes explorarán recursos estratégicos que permitan analizar y caracterizar las concepciones de los estudiantes en torno a los conceptos matemáticos relacionados con el cálculo, tales como:

- Las derivadas parciales;
- El Método de Multiplicadores de Lagrange;
- Procedimiento para cálculo de integrales iteradas;
- Superficies paramétricas; y
- Campos vectoriales en el plano y en el espacio.

### RESULTADOS

Al término del taller se espera que los participantes sean capaces de elaborar materiales didácticos y actividades para la enseñanza-aprendizaje del cálculo de varias variables y aprovechar la potencialidad del Cabri.

### CONCLUSIONES

En conclusión, el Cabri tiene la ventaja de recrear procesos de simulación en tiempo real con poco consumo de recursos.

---

\* Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas - Universidad Nacional de Ingeniería. Dirección electrónica: [luis.callo@upc.edu.pe](mailto:luis.callo@upc.edu.pe)

**PALABRAS CLAVE:** Cálculo multivariado, Multiplicadores de Lagrange, superficies paramétricas, campos vectoriales.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Medina, Antonio y Mata, Salvador (2002). *Didáctica General*, Madrid: Pearson Educación.

TALLER  
**CONSTRUCCIONES CONDICIONALES  
PARA EL DISEÑO DE ACTIVIDADES DINÁMICAS**

*Pablo César Viveros Lincomán\**

**CONTEXTO**

Sabemos que la implementación de Matemática Dinámica en el aula amplía los recursos de los profesores a la hora de enseñar. El diseño de actividades con esta herramienta no es una tarea sencilla: es necesario tener en cuenta, principalmente, los aspectos didácticos del saber a enseñar y poder plasmarlos en los problemas presentados. Para esto último, las construcciones condicionales son de gran utilidad. Confeccionaremos construcciones dinámicas donde la manipulación y el arrastre generan un ámbito de exploración para los estudiantes.

**OBJETIVOS**

Aprender a realizar una serie de construcciones condicionales para que puedan ser implementadas en el diseño de sus actividades.

**METODOLOGÍA**

El taller estará formulado sobre una serie de construcciones condicionales en Cabri II Plus y en Cabri 3D, acompañadas con algunos ejemplos de implementación concreta para contenidos matemáticos específicos. Además, se presentarán "cajas negras" donde se pondrán a prueba estas construcciones.

**RESULTADOS**

Utilizar apropiadamente las diversas herramientas que brindan los Cabri, que pueden generar un medio de aprendizaje, donde el estudiante es el principal actor.

**CONCLUSIONES**

El conocimiento de las construcciones presentadas en este taller, no garantizan una "solución definitiva" para el diseño de actividades. Sin embargo, sus correctas implementaciones, junto con la imaginación y creatividad de los profesores, pueden generar actividades dinámicas significativas para sus estudiantes.

**PALABRAS CLAVE:** Construcciones condicionales – Cajas negras – Actividades dinámicas.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Diaz Barriga Arceo, E. (2003). *Geometría Dinámica con Cabri-Goémètre*. México: Editorial Kali.

---

\* Universidad Nacional de Moreno – Argentina. Institutos Superiores de Formación Docente y Técnica N°112 y N°36 – Argentina. Dirección electrónica: pcv152@gmail.com

TALLER  
USING CABRI 3D  
TO EXPLORE 2D FUNCTIONS IN THREE DIMENSIONS

*Kate Mackrell\**

**CONTEXT**

Cabri 3D enables not only a means to visualize surfaces represented by functions of the form  $z = f(x, y)$  but also novel ways of representing graphs of the form  $y = f(x)$  using multiple connected axes. This enables new insight into the transformation of functions, composite functions, and the chain rule in calculus.

**OBJECTIVES**

I would like to present this as a workshop, but could also simply show the possibilities in a presentation. If this is a presentation, I would also include solids of revolution.

**METHODOLOGY**

Participants would first learn how to create the graph of a function, both algebraically and through connection with a model. They would then look at alternative ways of graphing the function and related functions and use these to explore function transformations, the composition of functions, and the chain rule.

---

\* Institute of Education, University of London. Dirección electrónica: [katemackrell@mac.com](mailto:katemackrell@mac.com)

TALLER  
**REPRESENTACIÓN DE LOS OBJETOS TRIDIMENSIONALES  
EN UN PLANO**

*Vincenzo Bongiovanni*

**CONTEXTO**

¿Por qué tanta dificultad en la enseñanza y aprendizaje de la geometría espacial?

Una de las razones está relacionada con el hecho de que un objeto representado en el papel no corresponde a la formación de la imagen mental que se tiene del objeto. Hay un conflicto entre lo que se ve en el espacio y lo que es representado en un soporte bidimensional. En general, hay una pérdida de información cuando se pasa de un objeto tridimensional para su representación bidimensional. Otra razón de la dificultad de los alumnos es la casi nula experiencia que ellos tienen durante la enseñanza básica con la manipulación de objetos sólidos y maquetas. Diversos trabajos muestran que esta capacidad de elaborar e interpretar una representación gráfica puede ser estimulada. Para desarrollar la visualización, algunas investigaciones sugieren un aprendizaje explícito de un sistema de representación plano del espacio (perspectiva paralela y perspectiva central).

**OBJETIVOS**

El objetivo de este taller es explicitar las reglas de un caso particular de la perspectiva paralela (la perspectiva cavaleira) y presentar situaciones para representar objetos espaciales en el plano.

**METODOLOGÍA**

Resolución de problemas utilizando el software Cabri II

**PALABRAS CLAVE:** Geometría, perspectiva cavaleira, Cabri II

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Parzysz, B. (1989). *Représentations planes et enseignement de la géométrie de l'espace au lyxée*. Thèse de doctorat.

Audibert, G. (1990). *La perspective cavalière*. Publication de l'A.P.M.E.P.

Rousselet, M. (1995). *Dessiner l'espace*. Paris : Editions Archimède.

---

\* Universidade Bandeirante de São Paulo. Dirección electrónica: Vincenzo.bongiovanni@uol.com.br

TALLER

**EL CABRI NUEVO: RETROALIMENTACIONES PARA LOS ALUMNOS  
Y PARÁMETROS PARA LOS PROFESORES**

*Colette Laborde\**

**CONTEXTO**

Taller para docentes.

**OBJETIVOS**

Este taller está dedicado al uso de algunas herramientas del Cabri nuevo para construir:

- retroalimentaciones a las acciones y las respuestas de los estudiantes.
- tareas que dependen de valores y objetos que los profesores pueden variar.

**METODOLOGÍA**

El diseño de las retroalimentaciones y de las variaciones se basa en un análisis didáctico de la tarea.

**RESULTADOS**

Los participantes trabajarán en ejemplos sencillos numéricos, geométricos y sobre funciones. No se requiere ningún conocimiento previo de Cabri.

**PALABRAS CLAVE:** Cabri nuevo, retroalimentaciones, tareas modificables, variables didácticas

---

\* CABRILOG, Grenoble, FRANCE. Dirección electrónica: [Colette.Laborde@cabri.com](mailto:Colette.Laborde@cabri.com)

## TALLER

# DENSIDAD DE LOS NÚMEROS RACIONALES A TRAVÉS DE CABRI

María Cristina Fayó\*

### CONTEXTO

En el segundo ciclo del nivel primario comienza el aprendizaje de los números racionales o decimales. Este campo numérico se inicia casi siempre por la relación parte-todo en grados del primer ciclo. Como tiene propiedades algebraicas completamente diferentes de los conjuntos abordados con anterioridad, el aprendizaje desde ese momento hasta la formalización presenta un largo proceso que pocas veces es seguido por el alumno.

Las propiedades: "un número racional no tiene siguiente, "entre dos números racionales siempre existe otro racional",...no se conocen.

Si bien, la propiedad de densidad se formaliza más adelante puede irse construyendo el concepto mediante actividades que la incluyan para que el niño la perciba en forma intuitiva. Este es el propósito del taller donde se propondrán juegos para lograrlo.

**OBJETIVOS:** Reconocer los números racionales. Identificar la ubicación de un número racional, entre otros dados. Construir el concepto de densidad.

**METODOLOGÍA** Aula-Taller. 1) Analizar paradojas históricas, producto de situaciones que comienzan a preparar el concepto de densidad. 2) Ofrecer distintas formas de presentación de números racionales con Cabri que permitan a los niños intuir su densidad. 3) Proponer juegos para que intercalen números decimales.

**RESULTADOS:** Que los docentes perciban los beneficios que aporta la posibilidad de presentar estos conceptos, a través de Cabri.

**CONCLUSIONES** Que los maestros y profesores: 1) reconozcan los temas del Diseño Curricular donde se puede trabajar el concepto de conjunto denso (rationales y recta numérica) 2) Reflexionen que Cabri puede ser un medio eficaz para introducir mediante ejercicios, paradojas y relatos la noción densidad de los números racionales.

**PALABRAS CLAVES** Densidad. Infinito. Siguiendo. Redondeo

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, Secretaría de Educación (2004) Diseño Curricular para la Escuela Primaria.

Centeno Pérez, J. (1988). *Números Decimales*. Madrid: Editorial Síntesis.

Chemelo G, Agrasar M, Crippa A, Diaz A. (2004). *3er Ciclo EGB Matemática 8*, Argentina: Editorial Longseller.

---

\* Grupo XVIII. Investigación en Matemática Educativa. Buenos Aires. Argentina.

TALLER

## CÓMO CREAR ESCENARIOS DE EXPLORACIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES A DERIVADAS PARCIALES EN ENTORNO DE GEOMETRÍA DINÁMICA CABRI.

*Ariel Alejandro Amadio\**

### CONTEXTO

Enseñar temas complejos como solucionar ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, especialmente aplicados a la rama de la ingeniería, por ejemplo las ecuaciones de onda y de calor, producen reflexiones sobre cómo y cuándo hacerlo y cuál es el grado de dificultad con el que se debe abordar este tipo de problemas. Si el abordaje es desde la rama del análisis numérico los software actuales, si bien son potentes para la computación científica, en general son rígidos y no muy amigables al añadirles movimiento. Esto último es necesario cuando nuestros alumnos ingresen en el proceso de abstracción que tanto deseamos.

### OBJETIVOS

- Construir la curva Bezzier con seis puntos de control.
- Construir una rejilla de 9 puntos para la implementación del método.
- Representar en 3D la solución de la ecuación diferencial. Explorar distintos casos variando la condición de contorno.

### METODOLOGÍA

En el primer encuentro se construirá la curva Bezzier y se generará la macro correspondiente, se estudiará el proceso de obtención de la solución mediante una rejilla de nueve puntos. En el segundo encuentro se representarán en un espacio 3D las curvas solución y se estudiarán diferentes casos mediante la manipulación de los puntos de control de la curva Bezzier. Se hará una aproximación al método de los elementos finitos.

### RESULTADOS

Luego de este taller los asistentes comprenderán el alcance del uso de CABRI en la elaboración de escenarios didácticos.

### CONCLUSIONES

Los medios informáticos pueden ser usados en la comprensión de temas complejos de cualquier rama de la ingeniería y pueden ser llevados al aula para su estudio.

---

\* Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional G Pacheco. Universidad Austral- Argentina.  
Dirección electrónica: aru\_amadio@yahoo.com.ar

**PALABRAS CLAVE:** EDO, derivadas parciales, condición de entorno, diferencia finita, diferencia centrada, geometría dinámica, ecuación de onda, ecuación de calor.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Díaz Barriga Arceo, E. (2006). *Geometría Dinámica con Cabri-Goémètre*. Mexico: Editorial Kali.

Douglas Faires, J., & Burden, R. (2004). *Métodos Numéricos*. Madrid: Thomson.

Spiegel, M. R. (1983). *Ecuaciones diferenciales aplicadas*. Mexico: Prentice-Hall.

TALLER  
**CABRI: CÁLCULO Y FÍSICA**

*Ruben Sabbadini\**

**CONTEXTO**

Taller para los profesores.

**OBJETIVOS**

Aprender a hacer simulaciones en Cabri; dibujar una función, derivadas e integrales.

**METODOLOGÍA**

Lecciones operacionales para practicar los conceptos.

**RESULTADOS**

Cabri puede hacer cosas fenomenales también por la Matemática: no solo Geometría sino también análisis, cálculo de las probabilidades y mucho más. Sucede como con los hijos: cuando son niños uno espera que sean ingenieros como el papá, profesora como la mamá y después ... van por su propio camino.

La tradicional pizarra y también el proyector multimedial, se pueden ayudar con otros instrumentos de aprendizaje para las materias científicas, por ejemplo, ver cómo se dibuja el gráfico de una función.

**CONCLUSIONES**

Adquirir herramientas y referencias básicas para los ejercicios de repetición en clase.

**PALABRAS CLAVE:** Cabri, Física, Análisis Matemático.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Moreno Gordillo J. A., Rodríguez Gallegos R., Laborde C., *Equations différentielles dans Cabri II Plus* Atti della Conferenza Internazionale CabriWorld 2004 del settembre 2004 a Rome, Italia (in via di pubblicazione).

Preprint in spagnolo sul sito: [http://www-iam.imag.fr/Rodriguez/Ruth\\_fichiers/PaperCW2004.pdf](http://www-iam.imag.fr/Rodriguez/Ruth_fichiers/PaperCW2004.pdf)

Sabbadini R. (2005), *FisiCabri*, 2005, Principato, Milano

Sabbadini R. (2005), *Da Keplero a V. Panisperna (passando per Rutherford): quattro secoli di modelli planetari* in Progetto Alice vol. VI n. 16 I tr. 2005.

Sabbadini, R. (2006). *Vedere la matematica e la fisica: la soluzione di equazioni differenziali con Cabri Géomètre*. in Progetto Alice Anno III vol. VII n° 21 Editrice Pagine, Roma, 547-560

Tomasi L. (2002), *Cabri Géomètre II Plus: novità e potenzialità dell'ultima versione del software*, CabrIrsae, Ottobre 2002

\* Liceo Farnesina, Roma Italia. Dirección electrónica: [rusabba@tin.it](mailto:rusabba@tin.it)

TALLER  
PROBLEMS AND FIGURES WITH CABRI II PLUS

Michela Maschietto\*

**CONTEXT**

In the workshop, different tasks are proposed to the teachers: geometrical constructions involving the use of black box, geometrical constructions under conditions and animations of material artefacts.

Expertise of Cabri II Plus: elementary.

**OBJECTIVES**

This workshop aims at:

- focusing on students' appropriation of the instrument 'dragging';
- analysing different tasks on geometrical constructions in terms of their resolution processes.

**METHODOLOGY**

This workshop is composed of three parts. The first part concerns the principle of the dynamic geometry, with an overview on Cabri II Plus and a particular focus on dragging and the difference between robust and soft constructions. In the second part, the teachers are invited to analyze some tasks in terms of educational goal and cognitive processes occurring in their resolutions. In the third part, those analyses are shared and discussed.

**RESULTS**

The analysis will have elements for analysing tasks in the dynamic geometry environment.

**CONCLUSIONS**

With the participants.

**KEY WORD:** Dragging, geometrical construction, tasks.

**REFERENCES**

Laborde, C. (2005). Robust and soft constructions: Two sides of the use of dynamics geometry environments. In *Electronic Proceedings of ATCM 2005*. Retrieved from <http://epatcm.any2any.us/EP/EP2005/2005P279/fullpaper.pdf>

---

\* Università Di Modena E. Reggio Emilia, Italy. Dirección electrónica: [michela.maschietto@unimore.it](mailto:michela.maschietto@unimore.it)

Paola, D. (2010). Cabri géomètre: una risorsa per un insegnamento-apprendimento "sensato" della matematica. In G. Accascina and E. Rogora (Eds.), *Seminari di geometria dinamica* (pp. 297-326). Roma: Ed. Nuova Cultura.

Soury-Lavergne, S. (2011). De l'intérêt des constructions molles en géométrie dynamique. *MathemaTICE*, 27. Retrieved from <http://revue.sesamath.net/spip.php?article364>

## TALLER

# TALLER DE CREACIÓN DE RECURSOS CON EL NUEVO CABRI

*Pierre Laborde\**

### CONTEXTO

El nuevo Cabri es una herramienta de autores, que supera muchas de las limitaciones de los paquetes históricos de matemáticas dinámicas, para crear recursos de aprendizaje reactivos. Con ellos, los estudiantes pueden resolver problemas y pueden practicar habilidades, tanto en la escuela como en casa, y también en situaciones de movilidad con tabletas. Independientemente del nivel de manejo de su docente con el software, viven una experiencia práctica de las matemáticas, lo que mejora drásticamente el proceso de aprendizaje. Por su parte, el docente puede personalizar dichos recursos de acuerdo con sus objetivos pedagógicos y las necesidades de sus estudiantes.

### OBJETIVOS

El objetivo general es introducir a la utilización del nuevo Cabri. Primero presentaremos la filosofía que hay detrás de él. Brevemente echaremos un vistazo sobre cómo utilizar los recursos impulsados por Cabri con estudiantes y personalizarlos en el modo profesor. A continuación nos centraremos en el modo autor y comenzaremos a crear nuestros propios recursos. Por último describiremos algunas aplicaciones del poder pedagógico del nuevo Cabri.

### METODOLOGÍA

Tanto teórica como práctica. Taller en español.

### RESULTADOS

Los asistentes al taller adquirirán habilidades en el modo autor de Cabri. Ellos serán capaces de crear sus propios recursos.

**PALABRAS CLAVE:** Matemáticas dinámicas en 2D y 3D; Modos estudiante, profesor y autor; Diseño de retroalimentaciones; Retroalimentación de tipo voz del profesor; Botones de acciones; Animaciones; Smart clip.

---

\* CABRILOG, Grenoble, France. Dirección electrónica: pierre.laborde@cabri.com

---

TALLER

## WORKSHOP ON RESOURCES AUTHORIZING WITH THE NEW CABRI

*Pierre Laborde\**

### CONTEXT

The new Cabri is an interactive-mathematics authoring environment that overcomes many of the limitations of the historic dynamic-mathematics packages for creating reactive learning resources. By using these, students can resolve problems and can practice skills, both at school and at home, but also on the move using tablets. Regardless of their teacher's expertise on software, they live a hands-on experience of mathematics or sciences, which drastically improves the learning process. On his side, the teacher can customize such resources according to their pedagogical aims and the developing needs of the students.

### OBJECTIVES

We will introduce the attendees to the use of the new Cabri. We will first present the philosophy behind it. We will briefly overview how to use Cabri-powered resources with students and also how to customize them in the teacher mode. Then we will focus on the authoring facet of the software, by getting started with the author mode. Finally, we will outline the possibilities for unleashing the full pedagogical power of the new Cabri.

### METHODOLOGY

Both based on demonstrations of the software and hands-on activities. Workshop in English.

### RESULTS

The attendees will acquire skills in the author mode of Cabri. They will be able to create their own resources.

**KEY WORDS:** 2D & 3D dynamic math; Science, Student, teacher and author modes; feedbacks design; Teacher voice feedback; Boolean logic framework; Action buttons; Animations; Smart clip.

---

\* CABRILOG, Grenoble, France. Dirección electrónica: pierre.laborde@cabri.com

## TALLER

# THE CEMSE NUMBER STORIES PROJECT: TEACHER WORKSHOP

*Jim Flanders* \*

*Kathryn Rich* \*\*

### CONTEXT

*Number Stories* populate an online database of dynamic mathematics questions based on real-world contexts supported by factual sources. Both contexts and questions are developed to appeal to a wide variety of individual users such as school students at any level, teachers, teacher-educators, home-schoolers, district supervisors, and any others who are simply interested in how mathematics can be used to solve problems or model situations in their lives.

### OBJECTIVES

We will introduce participants to the *Number Stories* project. We will first present the philosophy behind it and share our progress to date. Then we will invite participants to interact with some *Number Stories* activities for school students and share their thoughts about how problem contextualization and Cabri's capacity for personalization, interactivity, and real-time feedback might improve a learner's experience. Finally, we will invite participants to share their feedback about the activities as well as the overall *Number Stories* project.

### METHODOLOGY

The workshop is based on demonstrations of the *Number Stories* platform and content as well as hands-on interaction with Cabri activities. Workshop in English.

### RESULTS

Participants will learn about the *Number Stories* project and see how Cabri can be used to help learners solve rich, real-world problems independently.

**KEY WORD:** Digital curriculum; Mathematics applications; Cabri activities

---

\* CEMSE, University of Chicago. Dirección electrónica: [flanders@uchicago.edu](mailto:flanders@uchicago.edu)

\*\* CEMSE, University of Chicago. Dirección electrónica: [kmrich@uchicago.edu](mailto:kmrich@uchicago.edu)

## TALLER

## GEOMETRÍA DINÁMICA Y LUGARES GEOMÉTRICOS CON CABRI

*Luis Fernando Corredor\****CONTEXTO**

La Geometría Dinámica facilita procesos que en el papel son imposibles o que requieran de muchos dibujos para llegar a una generalización, además enriquece las tareas de construcción, incorporando una gran variedad de funcionalidades, asociadas a la simplificación de construcciones fundamentales. En este caso las construcciones incorporadas constituyen un gran enriquecimiento, que permiten invertir la relación entre el saber geométrico y las construcciones. En el contexto de la geometría clásica, la construcción con regla y compás es consecuencia y aplicación de un saber geométrico, mientras que en las situaciones que se abordan, las construcciones son un método para generar conocimiento geométrico.

**OBJETIVOS**

- Con las herramientas que nos ofrecen los ordenadores, podemos mostrar la geometría de una forma dinámica y práctica, promoviendo la comprensión del contenido matemático implicado tanto en los enunciados de los teoremas como en sus justificaciones.
- Mostrar la posibilidad de arrastre de las figuras construidas, favoreciendo la búsqueda de rasgos que permanecen invariantes durante la deformación a que sometemos las construcciones originales.

**METODOLOGÍA**

En este taller utilizaremos el software de Geometría Dinámica Cabri para la solución de problemas geométricos de construcción, el análisis de las secciones cónicas y el estudio de triángulos inscritos en un círculo.

**RESULTADOS**

Mostraremos la principal ventaja de trabajar con geometría dinámica, la cual consiste en que las figuras dejen de ser estáticas, presentándose en forma de animaciones y diseños interactivos, lo que permite observarlas desde distintos puntos de vista, e incluso interactuar con ellas al modificar ciertas condiciones en el diseño y analizar lo ocurrido.

**CONCLUSIONES**

- Con la geometría dinámica y mediante la observación se puede llegar a conclusiones, generalidades y demostraciones de manera más inmediata que con la geometría clásica.

\* Districalc Ltda. Dirección electrónica: [luisfernandocorredorgt@gmail.com](mailto:luisfernandocorredorgt@gmail.com)

- En general la herramienta de lugares geométricos es suficientemente útil para explorar trayectorias en situaciones geométricas.

**PALABRAS CLAVE:** Geometría Dinámica, Procesadores Geométricos, Prueba del Arrastre, Lugares Geométricos.

**TALLER**  
**GRÁFICO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS SOLO CON USO DEL**  
**COMPÁS (CON USO DEL CABRI II PLUS)**

*Lic. Mgt. Alejandro Donato Holguín Segovia\**

**CONTEXTO:**

El presente trabajo se realiza en la enseñanza para los alumnos de la asignatura de geometría plana en la Universidad Andina del Cusco en la Facultad de Educación y especialidad de Matemáticas ,se dio también como cursillo taller en el V Workshop Internacional de Matemática 2011. En la Universidad Nacional Amazónica de Madre de Dios-Perú.

**OBJETIVOS:**

El objetivo fundamental es el de realizar gráficos de figuras geométricas regulares e irregulares solamente con uso de compás sin utilizar reglas y otros instrumentos que tengan escalas, y usando el Cabri II PLUS.

**METODOLOGÍA:**

El método es totalmente práctico.

**RESULTADOS:**

Se ha demostrado que estos gráficos usando el Cabri se realizan tan igual y hasta mejor en precisión que utilizando reglas y otros instrumentos con escala.

**CONCLUSIONES:**

- Esta estrategia constituye una alternativa al método clásico de utilizar reglas y otros instrumentos.
- Con esta estrategia se puede dar rienda suelta a la imaginación y descubrir otras figuras geométricas como se muestra en el trabajo que se acompaña.

**PALABRAS CLAVE:** Compás, Segmento, Punto medio, recta, intersección.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS (LINKOGRAFÍA)**

- 1.- [es.wikipedia.org/wiki/Regla\\_y\\_compas](http://es.wikipedia.org/wiki/Regla_y_compas)
- 2.- [car-regla-y-compas.uptodow.com/](http://car-regla-y-compas.uptodow.com/)
- 3.- [wims.unice.fr/wims/es\\_tool\\_geometry\\_rulecomp.es.html](http://wims.unice.fr/wims/es_tool_geometry_rulecomp.es.html)
- 4.- [car-regla-y-compas.programas-gratis.net](http://car-regla-y-compas.programas-gratis.net)

---

\* Universidad Andina del Cusco –Perú. Dirección electrónica: don-gato-23@hotmail.com)

## TALLER

# ADENTRÁNDONOS EN UN MARAVILLOSO MUNDO MATEMÁTICO DE LA MANO DE CABRÍ 3D

Bernardo Camou\*

### CONTEXTO

El poder de representación de Cabri 3D nos posibilita abordar problemas matemáticos que antes estaban reservados solamente para mentes privilegiadas. Su utilización, extremadamente intuitiva y simple, fruto de reconocidos resultados de la Didáctica de la Matemática, hace posible que asombrosos resultados de la geometría del espacio y de geometrías no euclidianas devengan accesibles al gran público.

### OBJETIVOS

El objetivo de este taller es familiarizar al participante con Cabri 3D mediante problemas de gran interés epistemológico, de mucho valor matemático y de gran potencial didáctico.

### METODOLOGIA

Así como el plano se puede teselar formando mosaicos con polígonos también se puede teselar el espacio con determinados poliedros. Aprenderemos a efectuar estas teselaciones 3D algunas de las cuales resultan sorprendentes. Aprenderemos a representar algunos problemas de optimización que involucran cilindros, esferas y conos cuya solución proviene del cálculo diferencial y para los cuales Cabri 3D nos suministra una verificación notable. Investigaremos algunas propiedades de los tetraedros que, a pesar de ser el poliedro más simple, pareciera ser un ilustre desconocido en los cursos de matemática habituales.

Finalmente aprenderemos a trazar "rectas" (geodésicas), medir distancias y ángulos en la geometría esférica donde no existe el paralelismo y donde la suma de los ángulos de un triángulo nunca es  $180^{\circ}$ .

### CONCLUSIÓN

Aprender matemática es un viaje de ida y vuelta entre lo aproximado y lo exacto, entre lo concreto y lo abstracto. Cabri 3D es un formidable compañero de viaje.

**PALABRAS CLAVES** teselación, optimización, tetraedros, geodésicas.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Instituto de Ciencias y Humanidades (2009). *Geometría, una visión de la Esterometría*. Lima, Perú: Asociación Fondo de Investigadores y Editores.

Camou, Bernardo, Olive, John. (2013) *Essential 3D Geometry*, Unraveling the Mathematical Wonders. USA: University Readers.

---

\* Scuola Italiana y Liceo 10. Dirección electrónica: bcamou@adinet.com.uy

## TALLER

## ATELIER DECOUVERTE DES DUOS D'ARTEFACTS POUR L'ECOLE PRIMAIRE: PASCALINE ET E-PASCALINE, COMPAS ET TRIANGLES, PATRONS DU CUBE

*Sophie Soury-Lavergne\**

*Michela Maschietto\*\**

### CONTEXTE

Les travaux de recherche menés par l'IFÉ depuis 2011 ont conduit à la production de plusieurs ressources pour l'enseignement des mathématiques à l'école primaire qui utilisent la technologie Cabri Elem. Elles concernent le domaine numérique avec notamment le duo d'artefacts pascaline e-pascaline (Maschietto & Soury-Lavergne, 2013) ou le domaine géométrique avec les patrons du cube et la construction des triangles.

### OBJECTIFS

L'objectif de cet atelier est de faire découvrir et analyser les ressources produites pour l'école primaire : les cahiers d'activité informatisés et les propositions de scénarios pédagogiques. Certaines ressources sont diffusées sur le site EducMath, par exemple <http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/recherche/equipes-associees-13-14/mallette/prototype-mallette/page-accueil-de-la-mallette-cp-ce1>.

### MÉTHODOLOGIE

Les participants manipuleront les cahiers Cabri Elem et les analyseront d'un point de vue didactique en étudiant d'une part les variables didactiques et l'évolution de la tâche mathématique qu'elles permettent et d'autre part les rétroactions qui conditionnent l'interaction de l'élève avec l'environnement informatique (Mackrell *et al.* 2013).

**MOTS-CLÉS:** Duo d'artefacts, Cabri Elem, Primaire, géométrie, numération

### RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Mackrell, K., Maschietto, M., & Soury-Lavergne, S. (2013). *The interaction between task design and technology design in creating tasks with Cabri Elem*. In C.

Margolinas (Ed.), *Task Design in Mathematics Education* (pp. 81–90). Oxford, Royaume-Uni.

\* S2HEP Institut Français de l'Éducation ENS Lyon. Dirección electrónica: Sophie.Soury-Lavergne@ens-lyon.fr

\*\* Dipartimento di Educazione e Scienze Umane Università di Modena e Reggio Emilia. Dirección electrónica: michela.maschietto@unimore.it

Maschietto, M., & Soury-Lavergne, S. (2013). Designing a duo of material and digital artifacts: the pascaline and Cabri Elem e-books in primary school mathematics. *ZDM*, 45(7), 959–971.

TALLER

EL USO DE LOS FRACTALES PARA POTENCIAR EL DESARROLLO  
DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO-VARIACIONAL A TRAVÉS  
DEL SOFTWARE CABRÍ

*José Francisco Puerto Monterroza\**

**CONTEXTO:**

La inmersión en el fascinante mundo de los fractales permite a través de construcciones geométricas modelar y explorar problemas que conlleven a desarrollar en los alumnos los pensamientos matemáticos.

**OBJETIVO:**

Propiciar en los estudiantes el desarrollo de competencias para observar, medir, valorar, analizar e interpretar situaciones numéricas; ver relaciones y establecer conexiones, hacer predicciones y **generalizaciones**, hasta llegar a la modelización y la formalización de leyes.

**METODOLOGÍA:**

Construir, mediante una secuencia de instrucciones usando Cabri, el conjunto de Cantor, el triángulo de Sierpinski y el copo de nieve de Von Koch.

**RESULTADOS:**

Desarrollar en los alumnos habilidades de orden superior como explorar, conjeturar, razonar, reflexionar y comunicar matemáticamente, así como habilidad para usar efectivamente sus habilidades cognitivas y metacognitivas en la solución de problemas rutinarios.

**PALABRAS CLAVE:** Patrones numéricos, generalización, sistemas algebraicos, expresión algebraica, fractales.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS:**

Briggs, J. (1994). *Espejo y Reflejo: Del Orden al Caos*. Barcelona: Gedisa.

Guzmán, M. (1993). *Estructuras Fractales y sus Aplicaciones*. Barcelona: Labor.

Soca, M. M., y otros (1989). *Iniciación al Álgebra*. Madrid: Editorial Síntesis.

---

\* Institución Educativa Docentes de Turbaco. Turbaco-Bolívar. Dirección electrónica: jopuermon@gmail.com

TALLER

**“UN ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE FUNCIÓN A TRAVÉS DE LA MANIPULACIÓN DE OBJETOS GEOMÉTRICOS, DONDE SE PRESENTAN PATRONES FUNCIONALES DE DEPENDENCIA Y DE GENERALIZACIÓN, UTILIZANDO EL CABRÍ”**

*José Francisco Puerto Monterroza\**

**CONTEXTO:**

Favorecer un acercamiento significativo al concepto de **función** a través de actividades funcionales y de generalización y una movilidad por los diferentes sistemas de representación (verbal, tabular, gráfico y algebraico).

**OBJETIVO:**

Favorecer un acercamiento significativo al concepto de **función** a través de actividades funcionales y de generalización y una movilidad por los diferentes sistemas de representación (verbal, tabular, gráfico y algebraico).

**METODOLOGÍA:**

Se hace la construcción de un cuadrado y se establece una relación funcional de dependencia entre una **variable inicial** (segmento) y una **variable final** (tamaño, perímetro o área). Se hace un registro **tabular**, y un registro **gráfico** que permiten ver de manera **cuantitativa** las características globales de la función, lo que facilitará la identificación y caracterización de un **modelo** funcional y su correspondiente **expresión algebraica**.

**RESULTADOS:**

El desarrollo de competencias para la identificación de regularidades numéricas para su generalización y modelación.

Familiarizar al estudiante con el manejo del lenguaje gráfico-tabular-algebraico.

**PALABRAS CLAVE:** Variable inicial, variable final, patrones funcionales, generalización, función.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS:**

Alarcón, J., Escalante, C. C. (1986). *Graficación de funciones sin cálculo*. Sección de Matemática Educativa, Cinvestav, IPN. 2ª impresión.

Azcarate, C. y Deulofeu, J. (1988). *Funciones y gráficas*. Madrid: Editorial Síntesis..

Escalante, C. C. (1979). *Graficación de funciones con Cálculo*. Sección de Matemática Educativa, Cinvestav, IPN.

---

\* Institución Educativa Docentes de Turbaco. Turbaco-Bolívar. Dirección electrónica: jopuermon@gmail.com

TALLER  
**CONSTRUCCIONES Y DESLIZADORES CON CABRÍ  
PARA GENERAR SITUACIONES DIDÁCTICAS**

*Francisco Ugarte Guerra<sup>\*</sup>*  
*Haydée Azabache Caracciolo<sup>\*\*</sup>*  
*Mihály André Martínez Miraval<sup>\*\*\*</sup>*

**CONTEXTO**

El taller está diseñado para ilustrar el uso del Cabri en el diseño de situaciones didácticas para la enseñanza de conceptos geométricos.

**OBJETIVOS**

Los participantes del taller serán capaces de ejemplificar el uso de las construcciones con regla y compás, y deslizadores en el diseño de actividades que ayuden en la comprensión de conceptos geométricos.

**METODOLOGÍA**

En ambas sesiones se trabajará utilizando una metodología activa donde se muestre, mediante ejemplos, el uso del Cabri como mediador del proceso enseñanza - aprendizaje de nociones geométricas.

**RESULTADOS**

Los participantes serán capaces de utilizar los deslizadores en el diseño de actividades que permitan el tránsito entre los registros gráficos y algebraicos.

**CONCLUSIONES**

El uso del Cabri tiene amplias ventajas sobre el uso de lápiz y papel: permite variar las condiciones iniciales, establecer hipótesis, etc. Los deslizadores centran la atención del estudiantes en conceptos y no en construcciones repetitivas.

**PALABRAS CLAVE:** Geometría dinámica, construcciones con regla y compás, deslizadores.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Azabache, H. y Ugarte, F. (2012). VI Congreso Iberoamericano de Cabri. Iberocabri 2012 – Actas. Departamento de Ciencias. Lima. Perú.

<sup>\*</sup> Pontificia Universidad Católica del Perú, IREM-PUCP. Dirección electrónica: fugarte@pucp.edu.pe

<sup>\*\*</sup> Pontificia Universidad Católica del Perú, IREM-PUCP. Dirección electrónica: hazabac@pucp.pe

<sup>\*\*\*</sup> Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas. Dirección electrónica: mihaly.martinez@upc.edu.pe

Martinez, M. (2014). **Área: concepto y definición articulados por la TSD mediante el uso del GeoGebra, en alumnos de nivel superior.** Tesis. Pontificia Universidad Católica del Perú. 2014. (En preparación).

Ugarte, F. (2012). VI Congreso Iberoamericano de Cabri. Iberocabri 2012 – Actas. Departamento de Ciencias. Lima. Perú

TALLER  
QUELQUES CLES D'ÉVALUATION DES LOGICIELS EDUCATIFS  
OU COMMENT DISTINGUER ENTRE BON, MOINS BON  
ET MAUVAIS SOFTWARE?

*Jean-Marie Laborde\**

**CONTEXTE**

Ateliers pour les professeurs

**OBJECTIFS**

Aujourd'hui s'offrent aux enseignants (ainsi sans doute qu'aux parents) des myriades de logiciels, souvent gratuits, censés contribuer à développer les compétences des élèves, en mathématiques tout particulièrement. Rien que dans le domaine de la géométrie dynamique, on compte par exemple près d'une centaine de réalisations différentes. Comment faire le tri ?

**METHODOLOGIE**

Après un rappel des grands principes généraux portant sur la conception de logiciels, en particulier de ceux pour l'apprentissage des mathématiques, une grille d'évaluation sera proposée et discutée.

A l'aide de cette grille, on évaluera deux logiciels, très semblables au premier abord, Geogebra et Cabri.

**RESULTATS**

L'analyse raisonnée, sur l'exemple de Geogebra versus Cabri, appuyée sur un ensemble de critères objectifs, permettra aux participants de constater les différences considérables existant entre 2 logiciels, a priori similaires. On discutera aussi des conséquences qui peuvent en résulter sur la qualité de l'apprentissage.

De telles analyses permettent alors de se persuader que « tous les logiciels ne sont pas égaux » et que trop souvent les logiciels "gratuits" n'ont que la valeur de leur prix.

**MOTS-CLES:** Analyse critique, Grille d'évaluation, Cabri, Geogebra

---

\* DR.H. CNRS, CABRILOG, Grenoble, France. Dirección electrónica: Jean-Marie.Laborde@cabri.com

TALLER  
TWISTABLE TETRAHEDRAL TORUS

Jen-chung Chuan,\*

**CONTEXT**

In the fascinating book "More Mathematical Activities" Brian Bolt supplies a net for a rotating ring of six tetrahedrons. Based on this net, the model forming a twistable tetrahedral torus can be constructed with patience. In this talk we are to show how such a model can be built with Cabri-3D. With the magic supplied by the dynamic geometry software we are to show how ALL such models can be constructed.

Website of Cabri 3D animations of this mini-course: <http://sylvester.math.nthu.edu.tw/d2/ATCM%202012/Maximal%20Twistable%20Tetrahedral%20Torus/>

**OBJECTIVES**

To construct the animation displaying the movement of a Twistable Tetrahedral Torus consists of 10 tetrahedrons.

**METHODOLOGY**

Plane reflections, rotation and translation.

**RESULTS**

An animations of the movements of a Twistable Tetrahedral Torus consists of 10 tetrahedrons is shown.

**CONCLUSIONS**

Basic geometry transformations such as plane reflections, rotation and translation can be applied to create animation of Twistable Tetrahedral Torus.

**KEY WORDS:** Twistable Tetrahedral Torus, Kaleidocycle Rotating Rings of Tetrahedra, Flexahedron, Mathematics of M. C. Escher

**BIBLIOGRAPHIC REFERENCES**

Brian Bolt, (Cambridge Educational) (1982). *Mathematical Activities: A Resource Book for Teachers*, 10-12

---

\* Department of Mathematics, NTHU, Taiwans. Dirección electrónica: jcchuan@gmail.com

TALLER  
PROJECTING A CUBE ON A POLYHEDRON

*Jen-chung Chuan\**

### CONTEXT

In this mini-course we will construct Cabri 3D animations displaying

- 1) Projection of a Cube on Great Rhombicuboctahedron
- 2) Projection of a Cube on Bucky Ball
- 3) Projection of a Cube on Truncated Octahedron
- 4) Projection of a Cube on Rhombic Dodecahedron
- 5) Projection of a Cube on Deltoidal Icositetrahedron

As a bonus, the demonstrations show how each of the five particular polyhedrons may be dissected into six mutually congruent pieces in infinitely many non-obvious ways.

### OBJECTIVES

We will construct the Cabri 3D animation displaying by the central projection of a cube on polyhedrons.

### METHODOLOGY

Line reflections, rotation and translation are used in the construction.

### RESULTS

An animations displaying the central projection of a cube on polyhedrons.

### CONCLUSIONS

Combination of basic geometry transformations such as line reflections, rotation and translation can be used to create animation of central projections of a cube on polyhedrons. As a bonus, dissections of each of the five particular polyhedrons into six mutually congruent pieces in non-obvious ways are shown.

**KEY WORDS.** Central Projection, Dissection of Polyhedron, Congruence Polyhedrons, Great Rhombicuboctahedron, Bucky Ball, Truncated Octahedron, Rhombic Dodecahedron, Deltoidal Icositetrahedron

### BIBLIOGRAPHIC REFERENCES

Dudeney, Henry E. (1907). *The Canterbury Puzzles and Other Curious Problems*. London : W. Heinemann. Revised edition printed by Dover Publications in 1958.

---

\* Department of Mathematics, NTHU, Taiwans. Dirección electrónica: jchuan@gmail.com



**CURSOS**  
**para estudiantes**  
**de Ingeniería**



---

CURSO  
**DES MACROS DANS CABRI 3D?**

*Jean-Marie Laborde\**

**CONTEXTE**

Atelier pour les étudiants

**OBJECTIFS**

Contrairement à Cabri II plus ou au Nouveau Cabri, Cabri 3D semble dépourvu de macros. Dans un logiciel de mathématiques dynamiques, la présence de "macros" permet de répéter sur d'autres objets, une suite de constructions réalisées précédemment. Une macro apparaît alors comme un nouvel outil étendant la gamme des outils disponibles. Cela permet de gagner du temps quand on doit réaliser plusieurs fois le même type de construction.

Dans cet atelier on va apprendre à créer des macros dans Cabri 3D.

**METHODOLOGIE**

L'idée générale consiste à réaliser une construction isolée, partant d'objets géométriques et/ou numériques, pour aboutir aux objets désirés. Une telle construction se trouve ainsi entièrement "déterminée" géométriquement et numériquement par la donnée d'un certain nombre de points et de valeurs numériques que l'utilisateur doit identifier clairement. Ce sont ces objets qui jouent le rôle d'"Objets initiaux" dans la terminologie habituelle, et les objets "désirés" sont quant à eux les "Objets finals".

Une telle construction peut être utilisée dans Cabri 3D comme une "macro"

**RESULTATS**

Pour appliquer une telle macro il suffit de copier/coller la construction isolée puis de redéfinir les objets identifiés comme "initiaux", en les objets sur lesquels la macro doit être appliquée.

**MOTS-CLES:** Cabri, Macro, Objets initiaux, Objets finals, Mathématiques dynamiques

---

\* DR.H. CNRS, CABRILOG, Grenoble, France. Dirección electrónica: Jean-Marie.Laborde@cabri.com

CURSO  
**MODELACIÓN Y VISUALIZACIÓN DE LOS CONCEPTOS  
DEL CÁLCULO INTEGRAL, MEDIADOS CON LA HERRAMIENTA  
CABRI II PLUS**

*Christian David Orrego Suaza\**  
*John Alexander Montoya Ángel\*\**  
*Estefany Aguilar Restrepo\*\*\**  
*Luís Albeiro Zabala Jaramillo\*\*\*\**

### CONTEXTO

El software Cabri inicialmente diseñado para la enseñanza de la geometría, sin embargo por su directa incidencia en los conceptos del cálculo, presenta una amplia gama de aplicaciones y representaciones dinámicas en esta área.

### OBJETIVOS

- Lograr en el estudiante un tratamiento visual, dinámico e interactivo con Cabri II Plus en aplicaciones del cálculo integral.
- Comprensión y modelación de conceptos del Cálculo Integral, mediados con la herramienta Cabri II Plus.

### METODOLOGÍA

Implementar el uso del Cabri II Plus en el aula de clase, de tal forma que el estudiante sea un ente activo en su proceso de aprendizaje. Elaborar conceptos matemáticos en Cabri II Plus acorde a una situación problemática planteada. Enfrentarse a una situación problema hasta crear un modelo matemático.

### RESULTADOS

Visualización dinámica e interactiva de los conceptos del cálculo Integral. Modelo matemático.

---

\* Club del Cabri: Semillero de Investigación de Colciencias. Universidad de Medellín. (Colombia). Dirección electrónica: chd.orrego@gmail.com

\*\* Club del Cabri: Semillero de Investigación de Colciencias. Universidad de Medellín. (Colombia). Dirección electrónica: montoya\_827@hotmail.com

\*\*\* Club del Cabri: Semillero de Investigación de Colciencias. Universidad de Medellín. (Colombia). Dirección electrónica: tefy.1@live.com

\*\*\*\* Club del Cabri: Semillero de Investigación de Colciencias. Universidad de Medellín. (Colombia). Dirección electrónica: lzabala@udem.edu.co

## CONCLUSIONES

La implementación de Cabri II Plus permite una visualización dinámica e interactiva en la comprensión de los conceptos del cálculo Integral.

**PALABRAS CLAVE:** Cálculo Integral, Modelo, Visualización, dinámico, interactivo, Cabri II Plus.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Díaz-Barriga, E. (2006). *Geometría dinámica con Cabri-Géomètre*. México: Editorial Kali.

Pérez C, P. (2006). *Matemática Asistida por Ordenador Cálculo Infinitesimal*. Valencia: Editorial de la Universidad Politécnica de Valencia, España.

CURSO  
**VISUALIZACIÓN DE RESULTADOS MATEMÁTICOS  
EN CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES**

*Jovan Guerra Hernández\**  
*Luisa Fernanda Quintero Soto\*\**  
*\*\*\*Luis Albeiro Zabala Jaramillo*

**CONTEXTO**

El software Cabri inicialmente diseñado para la enseñanza de la geometría (Díaz-Barriga, 2006), sin embargo por su directa incidencia en los conceptos del cálculo, presenta una amplia gama de aplicaciones y representaciones dinámicas en esta área. Basándonos en ella, diseñamos una propuesta de aula que contiene un tratamiento visual, dinámico e interactivo con Cabri en aplicaciones del cálculo de varias variables.

**OBJETIVOS**

Se busca mostrar a los estudiantes nuevos métodos de enseñanza tales como:

- Visualización de graficas en 3D.
- RESULTADOS matemáticos mediante método gráfico.
- Visualización de RESULTADOS matemáticos.

**METODOLOGÍA**

Mediante los conocimientos adquiridos en el aula de clase, se modelan diversos ejercicios en el software Cabri. Se desarrollan variedad de ejercicios de cálculo de varias variables en Cabri.

**RESULTADOS**

Mediante el implemento de Cabri en el aula de clase, se permite que el estudiante sea un ente activo en su proceso de aprendizaje. Visualización, Se refiere a "interpretar" los conceptos en forma ágil y coherente. Modelación, Se pretende que el estudiante con el software Cabri pase por el proceso completo que va desde enfrentarse a una situación problema hasta crear un modelo matemático.

---

\* Club del Cabri: Semillero de Investigación de Colciencias. Universidad de Medellín. Dirección electrónica: Jovan-guerra@hotmail.com

\*\* Club del Cabri: Semillero de Investigación de Colciencias. Universidad de Medellín. Dirección electrónica: luisa\_045@hotmail.com

\*\*\* Club del Cabri: Semillero de Investigación de Colciencias. Universidad de Medellín. Dirección electrónica: lزابala@udem.edu.com

## CONCLUSIONES

El estudiante con la herramienta Cabri podrá visualizar el resultado gráfico real de determinados ejercicios, ya que es complejo mostrar estos en las aulas de clase tradicional. El alumno podrá comprobar los RESULTADOS matemáticos que también se pueden dar a través de la gráfica.

**PALABRAS CLAVE:** Visualización, enseñanza, modelación.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Díaz-Barriga, E. (2006). *Geometría dinámica con Cabri-Géomètre*. México: Editorial Kali.

Pérez C, P. (2006). *Matemática Asistida por Ordenador Cálculo Infinitesimal*. Valencia: Editorial de la Universidad Politécnica de Valencia, España.

CURSO  
**VISUALIZACIÓN DE RESULTADOS MATEMÁTICOS  
EN CÁLCULO INTEGRAL**

*Jovan Guerra Hernández\**  
*Luisa Fernanda Quintero Soto\*\**  
*\*\*\*Luis Albeiro Zabala Jaramillo*

### CONTEXTO

El software Cabri inicialmente diseñado para la enseñanza de la geometría (Díaz-Barriga, 2006), sin embargo por su directa incidencia en los conceptos del cálculo, presenta una amplia gama de aplicaciones y representaciones dinámicas en esta área. Basándonos en ella, diseñamos una propuesta de aula que contiene un tratamiento visual, dinámico e interactivo con Cabri en aplicaciones del cálculo integral (Pérez C, 2006).

### OBJETIVOS

Se busca mostrar a los estudiantes nuevos métodos de enseñanza tales como:

- Visualización de graficas en 3D.
- RESULTADOS matemáticos mediante método gráfico.
- Visualización de RESULTADOS matemáticos.

### METODOLOGÍA

Mediante los conocimientos adquiridos en el aula de clase, se modelan diversos ejercicios en el software Cabri. Se desarrollan variedad de ejercicios de cálculo integral en Cabri.

### RESULTADOS

Mediante el implemento de Cabri en el aula de clase, se permite que el estudiante sea un ente activo en su proceso de aprendizaje. Visualización, Se refiere a "interpretar" los conceptos en forma ágil y coherente. Modelación, Se pretende que el estudiante con el software Cabri pase por el proceso completo que va desde enfrentarse a una situación problema hasta crear un modelo matemático.

---

\* Club del Cabri: Semillero de Investigación de Colciencias. Universidad de Medellín. Dirección electrónica: Jovan-guerra@hotmail.com

\*\* Club del Cabri: Semillero de Investigación de Colciencias. Universidad de Medellín. Dirección electrónica: luisa\_045@hotmail.com

\*\*\* Club del Cabri: Semillero de Investigación de Colciencias. Universidad de Medellín. Dirección electrónica: lزابala@udem.edu.com

## CONCLUSIONES

El estudiante con la herramienta cabri podrá visualizar el resultado gráfico real de determinados ejercicios, ya que es complejo mostrar estos en las aulas de clase tradicional. El alumno podrá comprobar los resultados matemáticos que también se pueden dar a través de la gráfica.

**PALABRAS CLAVE:** Visualización, enseñanza, modelación.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Díaz-Barriga, E. (2006). *Geometría dinámica con Cabri-Géomètre*. México: Editorial Kali.

Pérez C, P. (2006). *Matemática Asistida por Ordenador Cálculo Infinitesimal*. Valencia: Editorial de la Universidad Politécnica de Valencia, España.

CURSO

## HABITAR LA TRANSFORMACIÓN CONTINUA DE LA FORMA

Mg. Arq. Mabel Pitto Trozzoli\*

### CONTEXTO

Se abordará el estudio de las curvas cónicas y superficies cuádricas en Carreras de Arquitectura y Diseño. El conocimiento que se tiene sobre éstas en los talleres de Diseño y Morfología, en general suele presentarse desvinculado de su lógica matemática interna. Es importante reconocer que en la práctica proyectual, la integración de saberes: morfológicos, matemáticos e informáticos abre las posibilidades de indagación a fecundas y variadas narrativas.

### OBJETIVOS

Propiciar un abordaje integrador de la asignatura Matemática, en la Carrera de Arquitectura, para generar conocimiento geométrico y contribuir a la producción de espacios habitables.

### METODOLOGÍA

Se expondrá la pertinencia de la temática para estudiantes de carreras vinculadas a la Arquitectura, la Ingeniería y el Diseño. Se trabajará en modalidad taller con guía de actividades. Se utilizará Cabri 2 Plus el primer día y Cabri 3 D el segundo.

### RESULTADOS

Es un aporte al tema de las estructuras adaptables, aprovechando la movilidad como efecto estético y visual, a la vez que la rigurosidad geométrica posibilita su efectiva construcción.

### CONCLUSIONES

El diseño de espacios habitables utiliza la geometría como instrumento para concretar un concepto morfológico. Es un proceso de fuertes vinculaciones, si bien la Forma Habitable no se resuelve en términos matemáticos, tampoco puede prescindir de ellos.

**PALABRAS CLAVE:** Curvas cónicas, superficies cuádricas, transformación continua.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Coxeter, H. (1971). *Fundamentos de Geometría*. España: Editorial Limusa. pp 289 a 293.

Hilbert, D. Cohn Vossen, S. (1956). *Geometry and the imagination*. USA: University of Pennsylvania, (11a17)

Howard, E. (1963). *Estudio de las Geometrías*. UTEHA. (285 a 318)

\* Facultad de Arquitectura, Diseño y Urbanismo. Universidad de Buenos Aires - Argentina. Facultad de Arquitectura y Urbanismo. Universidad de Belgrano - Argentina. Dirección electrónica: mabel-trozzoli@yahoo.com.ar

CURSO  
**OPERAÇÕES COM NÚMEROS COMPLEXOS:  
 UMA INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA**  
**COMPLEX NUMBERS OPERATIONS: A GEOMETRIC  
 INTERPRETATION**

*Laurito Miranda Alves\**

### CONTEXTO

Quando se estuda os números complexos, aprendemos em um momento a realizar com eles as operações fundamentais (soma, subtração, multiplicação, divisão, potências e raízes) e, em outro momento distinto, a representá-los no plano de Argand-Gauss. Com raríssimas exceções, esses momentos são distintos e não se relacionam. Pretendemos com esse minicurso relacionar esses dois momentos da aprendizagem dos números complexos.

### OBJETIVOS

Representar as operações fundamentais com números complexos no plano de Argand-Gauss, relacionando-as com as transformações geométricas (simetria, translação, rotação, homotetia e inversão).

### METODOLOGÍA

Sempre usando o Cabri-Géomètre II, nosso minicurso se dividirá em duas seções de uma hora e trinta minutos. Na primeira seção definiremos os números complexos e como representá-los no plano cartesiano. Definiremos também as primeiras operações com números complexos, onde relacionaremos adição a translação, subtração a uma composição de simetria e translação, multiplicação a uma composição de rotação e homotetia e divisão a uma composição de simetria e inversão. Na segunda seção, definiremos potências e raízes, criando macros que as calculam no plano complexo.

### RESULTADOS

Pretende-se como principal resultado deduzir as relações de Moivre. Como resultado secundário, resolveremos equações do segundo grau com coeficientes complexos.

### CONCLUSIONES

Os números complexos são elementos tanto algébricos como geométricos.

**PALABRAS CLAVE:** Números complexos.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Su, Francis E., et al. "Complex Roots Made Visible." *Math Fun Facts*. <<http://www.math.hmc.edu/funfacts>>

Alves, L. M. - A Geometria dos números Complexos – Cabriworld II

\* Uni-BH. Dirección electrónica: lauritoalves@uol.com.br

CURSO  
**LA ENSEÑANZA DE LOS FRACTALES**

Alicia Noemí Fayó\*

**CONTEXTO**

El tema Fractales, de notable actualidad, ha desafiado a los matemáticos a incorporar las computadoras como material indispensable para su estudio. Además de movilizar conceptos de continuidad, derivadas, nos lleva a modelizar y dar susten- tos matemáticos a fenómenos de la naturaleza que hasta su descubrimiento, eran interpretados matemáticamente sin éxito. Sin embargo pocos profesores en nuestro ámbito aprecian la excelente oportunidad que brinda este estudio. La autosemejanza, las construcciones por transformaciones, el cálculo de la dimensión fractal para diferenciarla de la topológica, las funciones recursivas, el cuerpo de los reales y de los complejos, la estética de sus representaciones, etc. Y sin lugar a dudas la posibilidad de la manipulación en entornos Cabri, que hace aún más atrayente su enseñanza.

**OBJETIVOS**

- Acercar a los docentes las herramientas necesarias para enseñar este tema en 2D y 3D.
- Presentar distintos algoritmos utilizados para el cálculo de la dimensión fractal.
- Construir mediante inversión un fractal autoinversivo en 3D.

**METODOLOGÍA**

Aula-taller con construcciones en 2D y 3D, utilizando macros y transformaciones.

**RESULTADOS**

Lograr que los docentes realicen construcciones de fractales en Cabri y calculen su dimensión.

**CONCLUSIONES**

Reconocer que este tema debe ser estudiado en las diferentes carreras por la riqueza de los conceptos matemáticos que involucra. Por otra parte brinda a los estudiantes conceptos de actualidad, cuyo dominio les asegura comprender la complejidad que presentan las ciencias del mundo en que les toca vivir.

**PALABRAS CLAVE:** Fractales geométricos - Transformación inversión – Fractales en 3D.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- Mandelbrot B. (1997). *La Geometría Fractal de la Naturaleza*. España: Metatemáticas.
- Isaac, R. Sabogal, S. (2005). *Aproximaciones al Álgebra lineal*. Colombia; Editorial UIS.

---

\* Universidad Tecnológica Nacional. Facultad Regional General Pacheco. Dirección electrónica: alicia-fayo@gmail.com

## CURSO

**EXPLORACIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES  
EN DERIVADAS PARCIALES EN ENTORNOS CABRI***Ariel Alejandro Amadio\****CONTEXTO**

Existen diferentes caminos para resolver ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, separar variables, si es posible, y aplicar las series de Fourier, con la puesta en escena de los problemas de Stourn-Louville. Estas son las llamadas formas analíticas de resolución, las cuales ante cada nueva condición de contorno, presentan un nuevo desafío. Por otra parte en la ingeniería las condiciones de contorno son realmente sofisticadas añadiendo un toque de complejidad importante. Ante este desafío los métodos numéricos, auxiliados por las diferencias centradas para en cálculos de las primeras y segundas derivadas, se convierten en el famoso método de diferencias finitas. Con las curvas Bezzier estudiaremos diferentes casos en el entorno CABRI.

**OBJETIVOS**

- Obtener la solución analítica de la ecuación de onda y de calor de casos sencillos.
- Construir esas soluciones mediante macros
- Explorar distintos casos mediante la curva Bezzier como condición de contorno.

**METODOLOGÍA**

En el primer encuentro se solucionarán los casos analíticos de la ecuación de onda y de calor. En el segundo encuentro se presentará la curva Bezzier y mediante el uso de macros se incursionará en el método de las diferencias finitas.

**RESULTADOS**

Luego de este taller los alumnos comprenderán el alcance de los métodos numéricos en la solución de problemas de cálculo superior.

**CONCLUSIONES**

Reconocer que los medios informáticos pueden ser usados en la comprensión de temas complejos de cualquier rama de la ingeniería.

**PALABRAS CLAVE:** EDO en derivadas parciales, condición de entorno, diferencia finita, diferencia centrada, geometría dinámica, ecuación de onda, ecuación de calor, elemento finito, curva Bezzier.

---

\* Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional G.Pacheco. Universidad Austral- Argentina.  
Dirección electrónica: aru\_amadio@yahoo.com.ar

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Díaz Barriga A., E.(2006). *Geometría Dinámica con Cabri- Goémètre*.México: Editorial Kali.

Douglas Faires, J., & Burden, R. (2004). *Métodos Numéricos*. Madrid: Thomson.

Spiegel, M. R. (1983). *Ecuaciones diferenciales aplicadas*. México: Prentice-Hall.

CURSO

## EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA A TRAVÉS DE LA ASTRONOMÍA

*Pablo César Viveros Lincomán\**

### CONTEXTO

En la actualidad existe una gran contradicción entre las demandas educativas de las sociedades y lo que realmente se enseña en las clases. A esta cuestión se le suma la concepción estática y aislada que tienen los estudiantes sobre la Matemática. En este taller nos proponemos incorporar modelos matemáticos en el proceso de aprendizaje para poner a prueba estas creencias, al intentar vincularlas con otros ámbitos, en nuestro caso particular con la Astronomía de posición.

### OBJETIVOS

- Utilizar la Geometría en contextos de modelización de diferentes situaciones pertenecientes al ámbito de la Astronomía de posición.
- Emplear la Geometría dinámica como herramienta para el análisis de modelos y resolución de problemas astronómicos.

### METODOLOGÍA

La propuesta didáctica está formada por una serie de actividades, distribuidas a través de cuatro modelos geométricos. Cada uno de ellos está prediseñado en Cabri 3D.

### RESULTADOS

Para la resolución de los problemas, los participantes realizarán dos tipos de actividades: construcciones geométricas de situaciones relacionadas con Astronomía y la exploración de los diversos modelos presentados.

### CONCLUSIONES

Los modelos geométricos ayudan a los estudiantes a cargar de significados los contenidos matemáticos, al ser empleados para resolver problemáticas específicas. En cuanto a la implementación de situaciones astronómicas, brindan una fuente de incentivos para trabajar en contextos de Geometría aplicada.

**PALABRAS CLAVE:** Astronomía de posición – Modelos geométricos – Geometría aplicada.

---

\* Universidad Nacional de Moreno – Argentina. Institutos Superiores de Formación Docente y Técnica N°112 y N°36 – Argentina. Dirección electrónica: pcv152@gmail.com

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Feinstein, A.; Tignanelli, H. (2005). *Objetivo Universo, Astronomía curso completo de actualización*. Buenos Aires: Colihue.

Hawking, S. (2010). *A hombros de gigantes, las grandes obras de la Física y la Astronomía*. Barcelona: Crítica.

CURSO  
**MECANISMOS Y CURVAS MECÁNICAS**

*Eugenio Díaz Barriga Arceo\**

### **CONTEXTO**

Nivel Licenciatura

### **OBJETIVOS**

Modelación geométrica de mecanismos y curvas mecánicas con Cabri.

### **METODOLOGÍA**

Desde la invención de la rueda, el diseño de mecanismos es objeto de interés del ser humano pues le ofrecen a éste la solución de diversas tareas. En este taller, se desarrollarán algunas construcciones geométricas que permitan la simulación de distintos mecanismos y mediante ellos estudiaremos las curvas mecánicas que generan diversos puntos de los elementos que componen los dispositivos. Es significativo que varios de los estudios sobre los movimientos de los mecanismos fueron realizados sin recurrir a las herramientas del Cálculo; aquí la parte geométrica es modelada en forma remarcable con Cabri.

### **RESULTADOS**

La compilación de mecanismos del libro de Artobolevski ofrece una vasta colección de dispositivos que pueden ser modelados geoméricamente en Cabri, pudiendo analizarse elementos aislados o interconectados. El propósito del cursillo es invitar a los participantes a realizar la modelación de diversos ejemplos contenidos en dicho texto. Así, la primera sesión se dedicará a la construcción clásica de curvas mecánicas y la segunda se enfocará de lleno a la tarea de modelación de mecanismos.

### **CONCLUSIONES**

El uso de Cabri hace posible que los métodos gráficos, para el análisis de los mecanismos, se puedan aplicar al ciclo completo del movimiento. Por lo tanto al utilizarlo en el aula de clase, permitimos la exploración de un ambiente virtual de aprendizaje muy vasto.

**PALABRAS CLAVE:** Curvas mecánicas, mecanismos, modelación geométrica.

### **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Artobolevski, I. (1976). *Mecanismos en la técnica moderna*. Tomos I, II. Moscú: Editorial Mir.

---

\* Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma del Estado de México. Dirección electrónica: eugenix@hotmail.com

- Díaz Barriga, E., (2006). *Geometría Dinámica con Cabri-Géomètre*. México: Editorial Kali-Xolotl
- Díaz Barriga, E., (2008). Movimiento y algunos mecanismos con Cabri. *IV Congreso Internacional IberoCabri 2008*. Facultad de Matemáticas, Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba. Córdoba, Argentina. Septiembre de 2008.
- Kempe, A. B. (1877). How to draw a straight line. *Lecture on linkages*. London: McMillan and. Co.

CURSO  
**ALGUNA ESTADÍSTICA CON CABRI**

*José Alexandre dos Santos Vaz Martins\**

### CONTEXTO

En un contexto de generalización de la enseñanza estadística hay que promover la comprensión de conceptos estadísticos centrales. Este es un tema actual que requiere innovaciones. En ese ámbito, la visualización es un aspecto importante y debe ser promovido (Martins, 2006; Martins, Estrada y Nascimento, 2014).

### OBJETIVOS

Se pretende motivar los alumnos hacia la mejoría del aprendizaje de la Estadística a través de la utilización del Cabri Géomètre, dando respuestas dinámicas y visuales que refuercen su comprensión de la Estadística y su utilización de Cabri.

### METODOLOGÍA

Se presentan las bases geométricas y estadísticas para la construcción con Cabri de aplicaciones que permiten visualmente explorar gráficos y el método de los mínimos cuadrados. Además, se mostrará de forma práctica la construcción paso a paso de dichas aplicaciones y se debatirá su uso en el estudio de los alumnos.

### RESULTADOS

Se pretende que los alumnos construyan las aplicaciones con Cabri para estimular, motivar y ayudar visualmente la comprensión de algunos gráficos y del método de los mínimos cuadrados. Además, se pretende, en conjunto, debatir algunas situaciones en el uso de estas aplicaciones y otras posibilidades de utilización de Cabri para el aprendizaje de la Estadística.

### CONCLUSIONES

Se espera crear un ambiente en que la Geometría y la Estadística surjan dinámicamente unidas a través de aplicaciones fácilmente implementadas con Cabri para mejorar la enseñanza de la Estadística. Se espera también que los alumnos puedan terminar estimulados para profundizar, perfeccionar y/o añadir otras potencialidades o alargar el uso de Cabri a otros tópicos estadísticos.

**PALABRAS CLAVE:** Cabri, Estadística, Gráficos, Regresión lineal, Aprendizaje.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Martins, J. (2006). Dispersión estadística con Cabri. *Actas del 3er Congreso Internacional IberoCabri 2006*. Bogotá, Colombia.

Martins, J., Estrada, A. & Nascimento, M. (2014). Do you need to see it to believe it? Let's see statistics and geometry dynamically together! *European Journal for Science and Mathematics Education*, 2 (1), 39-52.

\* UDI/IPG – Instituto Politécnico da Guarda – Portugal. Dirección electrónica: jasvm@ipg.pt

CURSO

## ¿SE PUEDEN MODIFICAR LAS DEFINICIONES MATEMÁTICAS?

Carmen Samper\*

### CONTEXTO

En matemáticas, definir es asignarle un nombre a un conjunto de propiedades. Para Douek y Scali (2000), la conceptualización es un proceso complejo que consiste en la construcción del sistema del concepto y la construcción consciente de vínculos del concepto en cuestión con otros conceptos. Enriquecer y/o modificar la imagen conceptual (Vinner, 1991) puede apoyar el acercamiento comprensivo al concepto matemático mismo.

### OBJETIVOS

El objetivo es aportar a la conceptualización de elementos básicos de la geometría euclidiana, a través del análisis de construcciones con geometría dinámica Cabri, para descubrir definiciones alternas a las usuales. Se pretende también favorecer la argumentación en torno a las definiciones.

### METODOLOGÍA

Los estudiantes construirán con Cabri, a partir de su imagen conceptual, diferentes figuras geométricas que serán estudiadas para decantar si se han usado las propiedades necesarias y suficientes que determinan la figura, o si se ha usado la percepción. A partir de ello, se conformarán una o más definiciones.

### RESULTADOS

Se espera que los estudiantes entiendan que en matemáticas una definición debe ser clara, concisa, económica, y que, contrario a lo que se cree, son arbitrarias.

### CONCLUSIONES

Solo superando el paradigma de la enseñanza de las matemáticas como la memorización de definiciones y teoremas, se pueden generar estrategias para que, a partir del uso de geometría dinámica, el estudiante revise sus concepciones, las modifique o enriquezca para acceder de manera comprensiva al concepto matemático.

**PALABRAS CLAVE:** Definición, geometría dinámica, argumentación, imagen conceptual.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Douek, N. y Scali, E. (2000). *About Argumentation and Conceptualization*.

Vinner, S. (1991). *The role of definitions in the teaching and learning of mathematics*.

---

\* Universidad Pedagógica Nacional. Dirección electrónica: csamper@pedagogica.edu.co

CURSO

## LAS CÓNICAS COMO HERRAMIENTAS PARA RESOLVER PROBLEMAS

Vincenzo Bongiovanni\*

### CONTEXTO

Las cónicas tienen un lugar privilegiado en el saber matemático. Los diferentes puntos de vista adoptados sobre estas curvas a lo largo del desarrollo de la geometría sirven para testear nuevos métodos en las matemáticas. Es un tópico rico en su constitución, en su desarrollo y principalmente en sus problemas. En general, las cónicas son presentadas en la enseñanza, dentro del contenido de la geometría analítica, como tres curvas distintas. A partir de sus definiciones, son establecidas sus ecuaciones. En general, la extensa programación de las matemáticas de la Enseñanza Media no permite la construcción de las cónicas y tampoco su utilización en la resolución de problemas. La llegada del software de geometría dinámica ha traído profundas modificaciones en la exploración del estudio de las cónicas. El software Cabri-Géomètre gracias a la herramienta "macro-construcción" permite crear nuevos objetos que podrán estar disponibles en la barra de herramienta para ser utilizados en la creación de otros objetos geométricos.

### OBJETIVOS

El objetivo de este taller es presentar situaciones donde las cónicas aparecen como herramientas en la resolución de problemas geométricos.

### METODOLOGÍA

Resolución de problemas utilizando el software Cabri II

**PALABRAS CLAVE:** Geometría, cónicas, Cabri II

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Pappus d'Alexandrie. (1982). *La collection mathématique*, traducción de Paul Ver Eecke. Paris: Blanchard Albert.

---

\* Universidade Bandeirante de São Paulo. Dirección electrónica: Vincenzo.bongiovanni@uol.com.br

CURSO

**CABRI 3D: CONSTRUCCIONES, MEDIDAS Y PATRONES**

*Colette Laborde\**

**CONTEXTO**

Taller para estudiantes.

**OBJETIVOS**

Este taller se centra en construcciones geométricas en 3D y en medidas de longitud y volumen.

**METODOLOGÍA**

Comienza con construcciones sencillas en el cubo y conduce a la construcción de un dodecaedro rómbico y algunos de sus patrones.

La estructura de los patrones se explora primero con Cabri y se lleva a cabo en Cabri 3D.

**RESULTADOS**

Se muestra en este taller cómo con Cabri 3D y el nuevo Cabri es posible explorar una situación para luego desarrollar construcciones geométricas invariante por el movimiento.

**PALABRAS CLAVE:** Cubo, animación, dodecaedro rómbico, patrones, volumen, longitud, Cabri 3D.

---

\* Cabrilog, Grenoble, France. Dirección electrónica: [Colette.Laborde@cabri.com](mailto:Colette.Laborde@cabri.com)

CURSO  
**CONSTRUCCIÓN DEL GRÁFICO  
 DE LA DERIVADA DE UNA FUNCIÓN**

*María del Carmen Bonilla\**

### CONTEXTO

El curso de Cálculo en la Educación Superior Universitaria tiene por finalidad que los estudiantes comprendan y apliquen los conceptos fundamentales del Cálculo Diferencial e Integral, como una herramienta básica para la resolución de problemas del mundo real, en los diferentes campos del quehacer científico, tanto en la vida natural como en la vida social.

### OBJETIVOS

- Construir el gráfico de la derivada de una función a partir del gráfico de la función.
- Comprender la noción de derivada tomando en cuenta la visualización y la manipulación de los objetos matemáticos involucrados.

### METODOLOGÍA

Experimental.

### RESULTADOS

Basándose en problemas de contexto real se grafica una función, y a partir de ella se construye el gráfico de la derivada.

### CONCLUSIONES

La articulación de las diferentes representaciones algebraica, geométrica y numérica de la noción de derivada, a través del Cabri II Plus, permite su mejor comprensión y aplicación en la resolución de problemas.

**PALABRAS CLAVE:** Derivada, gráfico de la derivada de una función.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Tellechea, E. (2004) *Un Aparato Virtual para trazar la Función Derivada: su uso en la enseñanza*. Disponible en <http://www.mat.uson.mx/eduardo/3-Tellechea%20Armenta-inLav.pdf>

Monzó, O. y Mora, J. *Coordenadas en Cabri Geomètre II. Un acercamiento al Análisis y la Estadística*. Disponible en <http://ficus.pntic.mec.es/~jmos0028/Archivos/coordenadas.pdf>

\* Universidad Peruana Cayetano Heredia. Dirección electrónica: mc\_bonilla@hotmail.com, maria.bonilla.t@upch.pe

CURSO  
EL TEOREMA DEL COSENO,  
UNA DEMOSTRACIÓN UTILIZANDO CABRI GEOMETRY II

*Egidio Esteban Clavijo Gañan\**

### CONTEXTO

El teorema del coseno trata de encontrar una relación entre los lados, que de forma similar al teorema de Pitágoras aparecen elevados al cuadrado, aunque en el teorema del coseno se incluye un nuevo término, que se puede considerar como la desviación necesaria a causa de que no se trabaja con triángulos rectángulos.

### OBJETIVOS

Demostrar el Teorema del Coseno, utilizando un Software de Geometría Dinámica como CABRI GEOMETRY II PLUS.

### METODOLOGÍA

El teorema del coseno es una generalización del teorema de Pitágoras en los triángulos rectángulos que se utiliza, normalmente, en trigonometría.

El teorema relaciona un lado de un triángulo cualquiera con los otros dos y con el coseno del ángulo formado por estos dos lados:

Dado un triángulo ABC, siendo  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , los ángulos, y  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , los lados respectivamente opuestos a estos ángulos entonces:

De acuerdo con los elementos de Euclides, en los triángulos obtusángulos, el cuadrado del lado opuesto al ángulo obtuso es mayor que los cuadrados de los lados que comprenden el ángulo obtuso en dos veces el rectángulo comprendido por un lado de los del ángulo obtuso sobre el que cae la perpendicular y la recta exterior cortada por la perpendicular, hasta el ángulo obtuso.

### CONCLUSIONES

La propuesta de enseñanza a través del uso de un SGD, permite tener un acercamiento de diversas índoles, como por ejemplo desde el punto relativo a la matemática en como un sistema de este tipo, puramente gráfico, las construcciones electrónicas promoverán en el estudiante concepciones dinámicas de los conceptos matemáticos.

**PALABRAS CLAVE:** Angulo obtuso, ángulo agudo, Teorema de Pitágoras, Triángulo rectángulo, Cabri Geometry

---

\* Universidad Pontificia Bolivariana. Escuela de Ingenierías, Centro de Ciencia Básica. Club del Cabri: Semillero de Investigación de Colciencias U. de M. Semillero de matemáticas UPB. Dirección electrónica: egidio.clavijo@upb.edu.co

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Kennedy, E S; Debarnot, M.- T (1979). *Al-Kashi's Impractical Method of determining the Solar Altitude*. Journal for the History of Arabic Science Aleppo.

Cortés C. (1999). Desarrollo de software para la enseñanza del cálculo diferencial  
Tesis de doctorado. Cinvestav-ipn, México, 2002

CURSO

**CONSTRUCCIONES CONDICIONALES EN CABRI**

*Eugenio Díaz Barriga Arceo\**

**CONTEXTO**

Niveles bachillerato y licenciatura.

**OBJETIVO**

Exhibir la utilidad de diversas construcciones condicionales con Cabri.

**METODOLOGÍA**

En este taller mostraremos algunas construcciones condicionales que permitirán crear ambientes de aprendizaje en la interfase Cabri. Los ambientes podrán extenderse hacia una gran variedad de propósitos, tales como crear actividades donde se articulen diferentes registros de representación, almacenar las respuestas correctas a algún problema dado, explorar funciones o propiedades matemáticas, simular un experimento físico. En la primera sesión se darán elementos básicos de la geometría condicional de Cabri y la segunda sesión se dedicará a diversos proyectos de ambientes virtuales educativos.

**RESULTADOS**

Las construcciones condicionales ofrecen amplias posibilidades para crear actividades de evaluación, apoyados en la coordinación de diversos registros semióticos de representación. Este hecho puede extender las actividades educativas del aula al tiempo en que el estudiante estudia por su cuenta.

**CONCLUSIONES**

Un ambiente virtual de autoevaluación del aprendizaje se puede apoyar en varias construcciones condicionales que pueden ilustrarse poderosamente en Cabri, en particular aquellas que abordan la coordinación de registros semióticos de representación.

**PALABRAS CLAVE:** Construcción condicional, ambiente virtual de aprendizaje, registros semióticos de representación, autoevaluación.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Díaz Barriga, E., (2006). *Geometría Dinámica con Cabri-Géomètre*. México: Editorial Kali-Xolotl.

Díaz Barriga, E., (2011). *Notas de apoyo para el curso de Lógica*. México: Editorial Kali-Xolotl.

---

\* Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma del Estado de México. Dirección electrónica: eugeniux@hotmail.com

## CURSO

## PROBLEMS AND MODELLING WITH CABRI II PLUS

Michela Maschietto\*

**CONTEXT**

The context is the problem solving. In the workshop, different problems are proposed to the students: problems on geometrical constructions involving the use of black box, problems on geometrical constructions under conditions and problems on maxima and minima. Expertise of Cabri II Plus: elementary

**OBJECTIVES**

This workshop aims at:

- supporting the exploration of geometrical figures by the means of the dragging;
- making geometrical constructions under conditions;
- linking geometrical and algebraic resolutions;
- reflecting on their own processes of resolution.

**METHODOLOGY**

This workshop is composed of two parts (over the two sessions of the workshops). The first part concerns the principle of the dynamic geometry, with an overview on Cabri II Plus and a particular focus on dragging. In the second part, the participants work on some problems in small group and participate to collective discussions.

**RESULTS**

The participants are invited to compare the resolutions to the given problems, focusing on the different processes (conjecturing, argumentation, proving).

**CONCLUSIONS**

With the participants.

**KEY WORDS:** Black box, dragging, geometrical construction, problem solving.

**REFERENCES**

- Leung, A. (2008). Dragging in a dynamic geometry environment through the lens of variation. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 13, 135-157.
- Paola, D. (2010). Cabri géomètre: una risorsa per un insegnamento-apprendimento "sensato" della matematica. In G. Accascina and E. Rogora (eds.), *Seminari di geometria dinamica* (pp. 297-326). Roma: Ed. Nuova Cultura.

---

\* Università Di Modena E Reggio Emilia, Italy. Dirección electrónica: michela.maschietto@unimore.it

CURSO  
**CABRI: CÁLCULO Y FÍSICA**

*Ruben Sabbadini\**

**CONTEXTO**

Taller para los estudiantes.

**OBJETIVOS**

Aprende a hacer simulaciones en Cabri; dibujar una función, derivadas e integrales

**METODOLOGÍA**

Lecciones operacionales para practicar los conceptos.

**RESULTADOS**

Cabri puede hacer cosas fenomenales también por la Matemática: no solo Geometría sino también Análisis, Cálculo de las probabilidades y mucho más. Sucede como con los hijos: cuando son niños uno espera que sea ingeniero como el papá, profesora como la mamá y después ... van por su propio camino.

La tradicional pizarra, y también el retroproyector, se pueden ayudar con otros instrumentos de aprendizaje para las materias científicas. Por ejemplo: ver cómo se dibuja el gráfico de una función.

**CONCLUSIONES**

Adquirir herramientas y referencias básicas.

**PALABRAS CLAVE:** Cabri, Física, Análisis Matemático.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Sabbadini R. (2005), *FisiCabri*, 2005, Principato, Milano

Sabbadini R., *Cabri Géomètre: un potente strumento per la didattica della fisica* in Progetto Alice vol. IV n. 11 II tr. 2003

Sabbadini R. (2005), *Da Keplero a V. Panisperna (passando per Rutherford): quattro secoli di modelli planetari* in Progetto Alice vol. VI n. 16 I tr. 2005.

Sabbadini R. (2005), *Rendere visibile la matematica: Analisi, Calcolo delle Probabilità e Fisica si mettono in mostra* in Ipotesi Anno 8 n. 1/2005.

Sabbadini, R. (2006). *Vedere la matematica e la fisica: la soluzione di equazioni differenziali con Cabri Géomètre*. in Progetto Alice Anno III vol. VII n° 21 Editrice Pagine, Roma, 547-560

---

\* Liceo Farnesina, Roma Italia. Dirección electrónica: rusabba@tin.it

CURSO  
**INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA  
 DEL TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO INTEGRAL**

*Egidio Esteban Clavijo Gañán\**

### CONTEXTO

Las herramientas computacionales y especialmente al Cabri Gemotery, se le vienen dando una importante utilización en la educación, estos instrumentos sirven como instrumentos de mediación para el aprendizaje de muchos objetos matemáticos, de igual forma como una herramienta que el docente puede usar para apoyar la enseñanza, estos software también se pueden tener como elementos fundamentales en la organización de la información en el aula de clase, etc. En este taller se presentarán algunos ejemplos de construcciones de objetos matemáticos con software educativo que mostrarán su utilidad como herramienta para que el profesor diseñe representaciones e ilustraciones dinámicas de los objetos de conocimiento que maneja en su clase de cálculo.

Se dará importancia al teorema fundamental del cálculo integral o también conocido como Teorema de Newton – Leibnitz.

### OBJETIVOS

Utilizar el Software Cabri Geometry como una herramienta fundamental en la presentación de conceptos del cálculo integral. Analizar geoméricamente el teorema fundamental del cálculo utilizando software de Geometría Dinámica.

### METODOLOGÍA

Utilizando el Cabri Geometry se realizará una interpretación geométrica del teorema fundamental del cálculo que nos indica que la derivación y la integración son operaciones inversas. Al integrar una función continua y luego derivarla se recupera la función original. Dada una función  $f$  integrable sobre el intervalo  $[a, b]$ , definimos  $F$  sobre  $[a, b]$  por  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ . Si  $f$  es continua en  $[a, b]$ , entonces  $F$  es derivable en  $[a, b]$  y  $F'(x) = f(x)$ .

### CONCLUSIONES

El teorema fundamental del cálculo es importante para aquellos estudiantes de ingeniería que se encuentran en el tramo de las ciencias básicas ya que cuando se interpreta con un software como Cabri, le da una visión importante de temas que son necesarios comprender a profundidad en su carrera.

**PALABRAS CLAVE:** Cabri Geometry, Teorema fundamental, área bajo la curva.

\* Universidad Pontificia Bolivariana. Escuela de Ingeniería, Centro de Ciencia Básica. Club del Cabri: Semillero de Investigación de Colciencias U. de M. Semillero de matemáticas UPB. Dirección electrónica: egidio.clavijo@upb.edu.co

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Manual de Referencia de Cabri Geometry.

Larson/Hostetler, Edwards (1995). *Cálculo con geometría Analítica*. USA: McGraw Hill.

Coquillat, F. (1980). *Cálculo Integral, Metodología y Problemas*. Madrid, España: Tebar Flores.

---

CURSO

**THE CEMSE NUMBER STORIES PROJECT:  
UNDERGRADUATE WORKSHOP**

*Jim Flanders\**  
*Kathryn Rich\*\**

**CONTEXT**

*Number Stories* populate an online database of dynamic mathematics questions based on real-world contexts supported by factual sources. Both contexts and questions are developed to appeal to a wide variety of individual users such as school students at any level, teachers, teacher-educators, home-schoolers, district supervisors, and any others who are simply interested in how mathematics can be used to solve problems or model situations in their lives.

**OBJECTIVES**

We will introduce participants to the *Number Stories* project. We will first present the philosophy behind it and share our progress to date. Then we will invite participants to interact with some *Number Stories* activities for precalculus and calculus students and share their thoughts about how problem contextualization and Cabri's capacity for personalization, interactivity, and real-time feedback might improve a learner's experience. Finally we will invite participants to share their feedback about the activities as well as the overall *Number Stories* project.

**METHODOLOGY**

The workshop is based on demonstrations of the *Number Stories* platform and content as well as hands-on interaction with Cabri activities. Workshop in English.

**RESULTS**

Participants will learn about the *Number Stories* project and see how Cabri can be used to help learners solve rich, real-world problems independently.

**KEY WORDS:** Digital curriculum; Mathematics applications; Cabri activities.

---

\* CEMSE, University of Chicago. E-mail: kmrich@uchicago.edu

\*\* CEMSE, University of Chicago. E-mail: flanders@uchicago.edu

CURSO  
**CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS  
PARA EXPLORAR DINÁMICAMENTE**

Víctor Larios Osorio\*

**CONTEXTO**

Se sabe que la Geometría Dinámica permite el diseño de entornos educativos que pueden promover la exploración de situaciones geométricas para el logro de aprendizajes. Sin embargo uno de los componentes principales de tales diseños involucra el conocimiento geométrico de la persona que los diseña o que los implementa en el aula de Matemáticas, que en uno o en ambos casos es el profesor.

En este taller se propondrán series de construcciones geométricas que están lógicamente encadenadas. Estas construcciones permitirán estudiarlas desde el punto de vista geométrico, pero también del aprendizaje del manejo del software como herramienta que puede internalizarse para su explotación útil.

**OBJETIVOS**

- Estudiar situaciones geométricas en un entorno de exploración que permita el desarrollo de justificaciones matemáticas.
- Reflexionar sobre la necesidad de considerar adecuadamente el software al momento de introducirlo como herramienta en el aula de Geometría.

**METODOLOGÍA**

El curso se desarrollará en dos sesiones. En cada una de ellas se propondrán situaciones geométricas a ser construidas con software para Geometría Dinámica y a partir de ahí los asistentes participarán proponiendo soluciones y propiedades. Éstas serán justificadas a modo individual o en el grupo de asistentes para reflexionar sobre la necesidad de centrarse en aspectos del conocimiento matemático.

**PALABRAS CLAVE:** Geometría dinámica, Geometría, justificaciones matemáticas.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- Bartolini B., M. G., y Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom. En L. D. English (ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (págs. 746-783). Nueva York, EEUU: Routledge.
- Boero, P. (2007). Theorems in school: An introduction. En P. Boero (ed.), *Theorems in school. From history, epistemology and cognition to classroom practice* (págs. 19-24). Rotterdam, Holanda: Sense Publishers.
- González G., N., y Larios O., V. (2012). *Justificaciones en la geometría dinámica de secundaria*. Saarbrücken, Alemania: Editorial Académica Española.

---

\* Universidad Autónoma de Querétaro, Facultad de Ingeniería. Maestría en Didáctica de las Matemáticas, Doctorado en Tecnología Educativa. Dirección electrónica: vil@uaq.mx

## CURSO

## BARICENTRO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

Emiliano Álvarez Corrales \*

**CONTEXTO**

El baricentro de una figura geométrica, cuyos vértices son  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , es el punto  $G$ , tal que la suma de los vectores  $GA_1 + GA_2 + \dots + GA_n = 0$ , este concepto permite resolver importantes problemas de la geometría y la física.

**OBJETIVO**

Mostrar un método para la obtención del baricentro de una figura geométrica, o dado el baricentro y un punto del espacio, encontrar la suma de los vectores de que tienen este punto como origen y los vértices de la figura como extremos de los vectores.

**METODOLOGÍA**

Se tomarán algunas figuras para encontrar su baricentro o la suma de vectores utilizando el baricentro, visualizado con el software Cabri 3-D y cabri II plus

**RESULTADOS**

Lograr que los asistentes vean la solución del problema y comprobación del mismo.

**PALABRAS CLAVE:** Vector, vértice y baricentro.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- Álvarez Corrales, E. (2012). *Elementos de Geometría*. Medellín: Sello Editorial Universidad de Medellín.
- Bedoya Beltrán, J. A., & Rúa Vásquez, J. A. (2007). *Geometría del espacio*. Medellín: Sello editorial Universidad de Medellín.
- Frère Robert, F. É. C. *Cours de Géométrie Analytique*. Imprimerie De – La – Salle, Montréal 1954.
- Une Reunion de professeurs. *Cours de Géométrie Classe de Mathématiques*. Ligel, 77 rue de Vengirard, Paris VI<sup>e</sup>.

---

\* Universidad de Medellín. Dirección electrónica: ealvarez@udem.edu.co

CURSO  
**PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
DE OPTIMIZACIÓN CON CABRI**

*Luis Fernando Corredor\**

**CONTEXTO**

El uso de procesadores geométricos en el proceso de enseñanza ha permitido abordar los problemas de optimización y modificar su tratamiento aplicando la geometría dinámica.

En esta ocasión se presentarán problemas de optimización simulados con el software Cabri II Plus, siendo una de las aplicaciones más interesantes para el cálculo de derivadas.

**OBJETIVOS**

- Evaluar y resolver algunos problemas de optimización aprovechando las bondades dinámicas del software Cabri.
- Crear un ambiente de visualización en el que se pueda analizar los problemas de optimización.
- Mostrar la posibilidad de arrastre de las figuras construidas, favoreciendo la búsqueda de rasgos que permanecen invariantes durante la deformación a que sometemos las construcciones originales.

**METODOLOGÍA**

En este taller utilizaremos el software de Geometría Dinámica Cabri para establecer relaciones entre las diferentes variables. Se representarán gráficamente las variaciones involucradas en dichos problemas.

**RESULTADOS**

Mostraremos que con el manejo apropiado del software Cabri es inmediata la visualización y la rápida comprensión de este tipo de problemas.

**CONCLUSIONES**

- Con la geometría dinámica es posible presentar la información matemática de varias formas y sobre todo de forma dinámica e interactiva.
- El desarrollo y el trabajo con Cabri, constituye una fuerte herramienta de visualización. La interpretación geométrica de manera dinámica, permite ver más claramente varios conceptos.

**PALABRAS CLAVE:** Optimización, Geometría Dinámica, Lugares Geométricos, Valores Óptimos.

---

\* Districalc Ltda. Dirección electrónica: [luisfernandocorredorgt@gmail.com](mailto:luisfernandocorredorgt@gmail.com)

CURSO  
**APLICACIONES A LA GEOMETRÍA DESCRIPTIVA**

*Julian Esteban Ossa Gomez\**

*Luis Albeiro Zabala\*\**

### CONTEXTO

Las herramientas tecnológicas de hoy en día nos permiten innovar en nuevas formas de aprendizaje, es por esto que se plantea una nueva forma de resolver problemas ingenieriles por medio de un software dinámico dejando de lado la tediosa tarea de utilizar herramientas comunes como hoja de papel y lápiz tradicionales.

### OBJETIVOS

Mediante conceptos básicos de la geometría descriptiva (descripción de objetos), aplicar dichos conceptos adquiridos a lo largo de la presentación, estos conceptos darán solución de problemas ingenieriles como: trazado de túneles, trazado de vías, proyecciones ortogonales por medio del software dinámico Cabri II plus.

### METODOLOGÍA

- Conocer los conceptos básicos de la geometría descriptiva de manera didáctica mediante el software dinámico Cabri II plus.
- Una vez adquirido los conceptos damos paso a la solución de problemas como: Proyección de isométricos, Determinación de longitudes de túneles.

### RESULTADO

Los resultados muestran que la geometría descriptiva es meramente limitada a herramientas tradicionales (papel, lápiz y regla). Hoy es posible realizar estos mismos procedimientos por medio del software dinámico Cabri II plus evitando una serie de errores de trazado y haciendo más útil las técnicas gráficas.

### CONCLUSIONES

La utilidad del software dinámico Cabri II plus está en la solución de problemas de ingeniería utilizando nuevas herramientas y técnicas para realizar mediciones más precisas. La precisión que nos ofrece el software dinámico Cabri II plus es uno de los elementos fundamentales a la hora de realizar todo tipo de proyectos.

**PALABRAS CLAVE:** Descripción, trazado, software.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Wellman, B. (2003). *Geometría descriptiva*. Barcelona, España: Editorial Reverté, S.A.

\* Club del Cabri: Semillero de Investigación de Colciencias. Universidad de Medellín. Dirección electrónica: julyan1992@hotmail.com

\*\* Club del Cabri: Semillero de Investigación de Colciencias. Universidad de Medellín. Dirección electrónica: lzabala@udem.edu.co

CURSO  
**GEOMETRÍA ESFÉRICA:  
DE LA GEOMETRÍA NO EUCLIDEANA DE RIEMANN  
A LA GEOMETRÍA COTIDIANA DE LOS VIAJES AÉREOS**

*Bernardo Camou\**

**CONTEXTO**

En el siglo XIX las geometrías no euclidianas entraron en escena y hoy 180 años después siguen prácticamente ausentes en la enseñanza secundaria de la matemática.

**OBJETIVOS**

El objetivo de este trabajo es acercar al participante a la geometría esférica, una geometría que está presente cada vez que subimos a un avión.

**METODOLOGÍA**

Utilizando CABRI 3D y material concreto comprobaremos cómo la suma de los ángulos de un triángulo esférico es siempre mayor a  $180^\circ$  y cómo se relaciona esto con la curvatura de la esfera. Veremos qué sucede con el Teorema de Pitágoras y el de Thales en esta geometría. También calcularemos lados y ángulos de triángulos esféricos usando el teorema del seno y dos teoremas del coseno de la geometría esférica. Finalmente aprenderemos a calcular la distancia entre dos lugares distintos de la Tierra conociendo su latitud y longitud.

**CONCLUSIÓN**

La capacidad de representación y cálculo en objetos tridimensionales con CABRI 3D se revela como una pieza imprescindible en la construcción de una ingeniería didáctica para estudiar las propiedades de triángulos y otras figuras en una superficie esférica.

Así podemos avanzar en el conocimiento de esta geometría no euclidea y nos podemos plantear el desafío de averiguar si las propiedades y teoremas que bien conocemos de la geometría clásica continúan siendo válidas o no, sobre una superficie esférica.

**PALABRAS CLAVE:** No euclidea, triángulo esférico, curvatura.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Instituto de Ciencias y Humanidades (2009). *Geometría, Una visión de la Estereometría*. Lima: Perú.

Camou, Olive & Al (2013) *Essential 3D Geometry, Unraveling the Mathematical Wonders*.

---

\* Scuola Italiana y Liceo 10. Dirección electrónica: [bcamou@adinet.com.uy](mailto:bcamou@adinet.com.uy)

CURSO  
**CABRI: CÁLCULO Y FÍSICA**

*Ruben Sabbadini\**

**CONTEXTO**

Taller para los estudiantes.

**OBJETIVOS**

Aprende a hacer simulaciones en Cabri; dibujar una función, derivadas e integrales.

**METODOLOGÍA**

Lecciones operacionales para practicar los conceptos.

**RESULTADOS**

Cabri puede hacer cosas fenomenales también por la Matemática: no solo Geometría sino también Análisis, Cálculo de las probabilidades y mucho más. Sucede como con los hijos: cuando son niños uno espera que sea ingeniero como el papá, profesora como la mamá y después ... van por su propio camino.

La tradicional pizarra, y también el retroproyector, se pueden ayudar con otros instrumentos de aprendizaje para las materias científicas. Por ejemplo: ver cómo se dibuja el gráfico de una función.

**CONCLUSIONES**

Adquirir herramientas y referencias básicas.

**PALABRAS CLAVE:** Cabri, Física, Análisis Matemático.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Sabbadini R. (2005), *FisiCabri*, 2005, Principato, Milano.

Sabbadini R. (2003). *Cabri Géomètre: un potente strumento per la didattica della fisica* in Progetto Alice vol. IV n. 11 II tr.

Sabbadini R. (2005). *Da Keplero a V. Panisperna (passando per Rutherford): quattro secoli di modelli planetari* in Progetto Alice vol. VI n. 16 I tr. 2005.

Sabbadini R. (2005). *Rendere visibile la matematica: Analisi, Calcolo delle Probabilità e Fisica si mettono in mostra* in Ipotesi Anno 8 n. 1/2005.

Sabbadini, R. (2006). *Vedere la matematica e la fisica: la soluzione di equazioni differenziali con Cabri Géomètre*. in Progetto Alice Anno III vol. VII n° 21 Editrice Pagine, Roma, 547-560

\* Liceo Farnesina, Roma Italia. Dirección electrónica: rusabba@tin.it

CURSO  
OCTAGONS, HEXAGONS, PENTAGONS  
AND 3 FAMILIES OF ISLAMIC PATTERNS

*Richard J. Allen\**

**CONTEXT:**

This minicourse for undergraduate students will have participants construct repeat units of representative two dimensional Islamic patterns. Repeat units then can be translated, reflected, or rotated to create infinite repeating patterns.

**OBJECTIVES:**

Show how the square roots of 2 and 3 along with the Golden Ratio provide values for classifying three different families of Islamic geometric patterns. These values arise in the constructions of octagons, hexagons and pentagons which are based objects for the three families.

**METHODOLOGY:**

Start from a central circle, which, when its circumference is divided evenly, gives rise to regularly shaped polygons that can be developed into star-shaped polyhedrons organized and displayed in balanced proportions. Cabri will be used to carry out the constructions.

**KEY WORDS:** Geometry constructions, Islamic patterns, polygons, pattern classification, repeat units

---

\* Computer Science. St. Olaf College. Northfield, MN 55057 USA. E-mail: allen@stolaf.edu

CURSO  
**CUADRILÁTEROS Y CÓNICAS CON CABRI II PLUS**

*Francisco Javier Ugarte Guerra\**  
*Daysi Julissa García Cuéllar\*\**  
*Jesús Victoria Flores Salazar\*\*\**

**CONTEXTO**

Este taller ha sido construido teniendo como referencial el Enfoque Instrumental (Rabardel, 1995).

**OBJETIVOS**

El objetivo del taller es instrumentalizar algunas herramientas del Cabri y reconocer sus potencialidades como recurso didáctico en el aula de matemática.

**METODOLOGÍA**

En la primera sesión las tareas se centran en reconocer las herramientas del Cabri. La segunda planteará actividades de construcción que permitan reconocer algunas propiedades de los cuadriláteros y el uso del Cabri en el reconocimiento de cónicas.

**RESULTADOS**

Al finalizar el taller, los participantes habrán instrumentalizado algunas herramientas del Cabri y podrán aplicarlas en otros contextos educativos.

**CONCLUSIONES**

El Cabri posibilita la movilización de nociones de la geometría, poniendo en evidencia esquemas de utilización preexistentes.

**PALABRAS CLAVE:** Geometría dinámica. Cabri II plus. Instrumentalización.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- Ugarte, F & Azabache, H. (Ed). *Actas del VI Congreso Iberoamericano de Cabri*.
- Rabardel, P. (1995). *Los hombres y las tecnologías: Visión cognitiva de los instrumentos contemporáneos*.
- García, D. (2014). *Simetría Axial mediado por el Geogebra: Un estudio con alumnos de primer grado de educación secundaria*. (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú.

\* Pontificia Universidad Católica del Perú, IREM-PUCP. Dirección electrónica: fugarte@pucp.edu.pe

\*\* Pontificia Universidad Católica del Perú, Maestría en Enseñanza de las Matemáticas. Dirección electrónica: garcia.daysi@pucp.pe

\*\*\* Pontificia Universidad Católica del Perú, IREM-PUCP. Estudiante De Pos Doctorado Del Programa De Pós-Graduados Em Educação Matemática, Pontificia Universidad Católica De São Paulo. Dirección electrónica: jvflores@pucp.pe

CURSO  
**APLICACIONES A LA GEOMETRÍA DESCRIPTIVA**

*Julian Esteban Ossa Gomez\**

*Luis Albeiro Zabala\*\**

**CONTEXTO**

Las herramientas tecnológicas de hoy en día nos permiten innovar en formas de aprendizaje, es por esto que se plantea una nueva forma de resolver problemas ingenieriles por medio de un software dinámico, dejando de lado la tediosa tarea de utilizar herramientas comunes como hoja de papel y lápiz tradicionales.

**OBJETIVOS**

Mediante conceptos básicos de la geometría descriptiva (descripción de objetos), aplicar dichos conceptos adquiridos a lo largo de la presentación, estos conceptos darán solución de problemas ingenieriles como: trazado de túneles, trazado de vías, proyecciones ortogonales por medio del software dinámico Cabri II plus.

**METODOLOGÍA**

- Conocer los conceptos básicos de la geometría descriptiva de manera didáctica mediante el software dinámico Cabri II plus.
- Una vez adquirido los conceptos damos paso a la solución de problemas como: Proyección de isométricos, Determinación de longitudes de túneles.

**RESULTADO**

Los resultados muestran que la geometría descriptiva es meramente limitada a herramientas tradicionales (papel, lápiz y regla). Hoy es posible realizar estos mismos procedimientos por medio del software dinámico Cabri II plus evitando grandes errores de trazado y haciendo más útil las técnicas gráficas.

**CONCLUSIONES**

La utilidad de software dinámico Cabri II plus en la solución de problemas de ingeniería utilizando nuevas herramientas y técnicas; y realizando mediciones más precisas. La precisión que nos ofrece el software dinámico Cabri II plus es uno de los elementos fundamentales a la hora de realizar todo tipo de proyectos.

**PALABRAS CLAVE:** Descripción, trazado, software.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Wellman, B. (2003). *Geometría descriptiva*. Barcelona, España: Editorial Reverté, S.A.

---

\* Club del Cabri: Semillero de Investigación de Colciencias. Universidad de Medellín. Dirección electrónica: [julyan1992@hotmail.com](mailto:julyan1992@hotmail.com)

\*\* Club del Cabri: Semillero de Investigación de Colciencias. Universidad de Medellín. Dirección electrónica: [lzabala@udem.edu.co](mailto:lzabala@udem.edu.co)

# REPORTES



## REPORTE

## UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA BASADA EN UN PROBLEMA DE CONTEO MEDIADO CON CABRI GÉOMÈTRE

Alejandro Nettle Valenzuela<sup>1</sup>Isabel Maturana Peña<sup>2</sup>

### CONTEXTO

Realizamos una propuesta innovadora de enseñanza, con el propósito de modelar la problemática de aprendizaje referida a las técnicas de conteo, en particular de la combinatoria, usando como referente teórico la teoría APOE (Arnon, Cottril, Dubinsky, Oktaç, Roa, Trigueros y Weller, 2014), e incorporando el uso de Cabri Géomètre como un mediador para la construcción del conocimiento matemático.

Las evidencias obtenidas en los últimos años en didáctica de la matemática sobre la problemática de conteo dan cuenta que es un problema tanto de enseñanza como de aprendizaje. Salgado y Trigueros (2009), evidencian en su investigación que los conceptos básicos de conteo (i.e., ordenación y combinación) constituyen un problema mayor: diseñaron y analizaron una propuesta didáctica apoyada en la teoría APOE. Por otro lado; Sanabria (2010) aborda principios y técnicas de conteo del análisis combinatorio sugiriendo un procedimiento para su enseñanza sin explicitar un soporte teórico. Por último, Sierra y Rodríguez (2012), desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico, presentan una organización didáctica para el estudio del número y la numeración en la Educación Infantil.

Algunos de los resultados obtenidos con nuestra propuesta, dan cuenta de que ciertas dificultades que los estudiantes tienen para construir el concepto de combinatoria simple, son sorteados exitosamente y éstos muestran construcciones mentales proceso, próximas a ser encapsuladas.

**PALABRAS CLAVE:** Conteo, Combinatoria, Cabri Géomètre, APOE.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arnon, I., Cottril, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Roa, S., Trigueros, M. y Weller, K. (2014). *APOS Theory*. New York: Springer.
- Salgado, H., Trigueros, M. (2009). *Conteo: una propuesta didáctica y su análisis*. Educación Matemática, 21 (1), pp. 91-117.
- Sanabria, G. (2010). Una propuesta para la enseñanza de los Elementos de Análisis Combinatorio. *Revista Digital Matemática Educación e Internet*, 10(2), pp. 1-11.
- Sierra, T., Rodríguez, E. (2012). Una propuesta para la enseñanza del número en la Educación Infantil. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 80 (12), pp. 25-52.

<sup>1</sup> Universidad de Playa Ancha, Valparaíso. Chile. Dirección electrónica: anettle@upla.c

<sup>2</sup> Universidad de Playa Ancha, Valparaíso. Chile. Dirección electrónica: isamatup@hotmail.com.

## REPORTE DE LA VISUALIZACIÓN A LA DEMOSTRACIÓN

Alfonso Gómez Mulett\*

### CONTEXTO

La enseñanza de la geometría en un primer curso universitario para los estudiantes de ciencias e ingeniería es problemática, debido a que su estudio en la enseñanza media ha quedado relegada a un segundo plano (Camargo & Samper, 1999); por tal razón, se presenta una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría euclidiana, a partir del modelo de Van Hiele, apoyada por el entorno Cabri (Peñaloza, 2013).

### OBJETIVOS

Mostrar la importancia del Cabri a modo de recurso preliminar para la demostración en geometría.

Utilizar el software Cabri como elemento de apoyo en la argumentación de las demostraciones en geometría.

### METODOLOGÍA

Se proponen cuatro fases para una clase de geometría euclidiana: presentación de la situación, activación de conceptos previos, visualización y solución o demostración.

### RESULTADOS

La propuesta se implementó en un grupo piloto de 37 estudiantes y se encontró que los estudiantes comprendían el problema o teorema presentado, visualizándose primero mediante Cabri.

### CONCLUSIONES

Cabri ayuda al desarrollo del pensamiento espacial, pero previamente es necesario desarrollar una lógica de la demostración.

### PALABRAS CLAVE

Cabri, geometría, argumentación, demostración.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Camargo, L.; Samper, C. (1999). Desarrollo del razonamiento deductivo a través de la geometría euclidiana, *Tecné, Episteme y Didaxis*, 5, 59-70.

Peñaloza, S. (2013). *Geometría dinámica como el apoyo para el docente en algunos temas de geometría del bachillerato de la UAQ*. Tesis de maestría no publicada, Universidad Autónoma de Querétaro, Querétaro.

---

\* Universidad de Cartagena. Dirección electrónica: agomez1@unicartagena.edu.co

## REPORTE

**INVESTIGAÇÃO COM ALUNOS DE UM MESTRADO  
SOBRE O PRINCÍPIO DE CAVALIÈRE USANDO CABRI 3D***José Carlos Pinto Leivas\****CONTEXTO**

Os Princípios de Cavalieri se constituem em ferramentas poderosas e indispensáveis quando vamos tratar de estudos relacionados a área e volumes. Nesta comunicação científica nos ateremos ao segundo deles, a saber, "Se dois sólidos são tais que todo plano secante a eles e paralelo a um plano dado determina nos sólidos seções cuja razão é constante, então a razão entre os volumes desse sólidos é a mesma constante." Para Eves (2007), aceitar tais princípios pode resolver problemas de mensuração que demandariam técnicas avançadas de cálculo. Nesse sentido, realizamos uma investigação com alunos de uma disciplina de Geometria, num mestrado, sobre a determinação de volumes de prismas e de pirâmides usando o Cabri 3D, por acreditarmos que Geometria Dinâmica é um facilitador, tanto para o ensino quanto para a aprendizagem.

**OBJETIVOS**

Investigar como estudantes de um mestrado em Ensino de Matemática determinam volumes de prismas e de pirâmides no Cabri 3D para a aprendizagem do Princípio de Cavalieri.

**METODOLOGÍA**

A comunicação científica da investigação será feita de forma oral com o uso de projetor multimídia. A pesquisa foi feita utilizando a metodologia investigativa e os dados foram registrados em arquivos encaminhados ao pesquisador para a análise.

**RESULTADOS**

Os resultados demonstraram que os estudantes conseguiram realizar construções dinâmicas no Cabri 3D, as quais proporcionaram uma visualização do Princípio.

**CONCLUSIONES**

O Cabri 3D é um facilitador para a aprendizagem do Princípio de Cavalieri.

**PALABRAS CLAVE:** Cabri 3D. Princípio de Cavalieri. Volumes. Investigação matemática.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Eves, H. (2007). *Introdução à História da Matemática*. São Paulo: Editora da UNICAMP.

\* Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, Brasil. Dirección electrónica: leivasjc@unifra.br

REPORTE  
**UN ESTUDIO DE LA SIMETRÍA AXIAL  
EN EL ESPACIO CON CABRI 3D**

*Jesús Victoria Flores Salazar\**  
*Saddo Ag Almouloud\*\**

**CONTEXTO**

Las dificultades en la enseñanza y en el aprendizaje de Geometría Espacial, pueden estar asociadas a las representaciones planas de objetos geométricos espaciales. En el presente artículo hacemos un estudio de las transformaciones isométricas en el espacio, especialmente de la simetría axial. Utilizamos como referencial teórico el enfoque Instrumental y la teoría de Registros de Representación Semiótica.

**OBJETIVOS**

Analizar la apropiación de las nociones de simetría axial en el espacio con el Cabri 3D y las aprehensiones en el registro figural.

**METODOLOGÍA**

Utilizamos como marco metodológico la Ingeniería Didáctica de Artigue.

**RESULTADOS**

Los estudiantes lograron instrumentar e instrumentalizar las nociones de simetría axial en el espacio al desarrollar actividades utilizando el Cabri 3D.

**CONCLUSIONES**

Consideramos que el enfoque Instrumental permitió analizar las acciones de los estudiantes, o sea observar el proceso Gánesse Instrumental. Además, la teoría de Registros de Representación Semiótica ofreció subsidios para comprender como los estudiantes aprehenden una figura en la interacción con el Cabri 3D.

**PALABRAS CLAVES:** simetría axial, génesis instrumental, aprehensiones.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Duval, R. (1995). *Semiosis et pensée humaine*. Bern, Peter Lang.

Rabardel, P. (1995). *Los hombres y las tecnologías: Visión cognitiva de los instrumentos contemporáneos*.

Salazar, J.V.F. (2009). *Gênesse instrumental na interação com Cabri 3D: um estudo de transformações geométricas no espaço*. Tesis de doctorado.

\* Pontificia Universidad Católica del Perú, IREM-PUCP. Estudiante de Pos Doctorado del Programa de Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontificia Universidad Católica de São Paulo. Dirección electrónica: jvflores@pucp.pe

\*\* Programa de Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontificia Universidad Católica de São Paulo. Dirección electrónica: saddoag@pucsp.br

## REPORTE

## EXPLORANDO DOS ALTURAS CONGRUENTES EN UN TRIÁNGULO

Jorge Alejandro Ruiz Vega\*

Leonor Camargo\*\*

**CONTEXTO**

En el programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional se hace uso de Cabri en el espacio académico de Geometría Plana, para resolver problemas relacionados con validación de conjeturas y producción de teoremas. Ilustramos el trabajo de los estudiantes, como parte del desarrollo del trabajo de grado "Más allá del enunciado de un teorema", inscrito en el programa de Maestría en Docencia en la Matemática de la misma universidad.

**OBJETIVOS**

Presentar algunos avances del análisis de la participación de estudiantes, con el apoyo de Cabri, en la construcción de un teorema, bajo la perspectiva de Mariotti, Bartolini Bussi, Boero, Ferri y Garuti (1997).

**METODOLOGÍA**

Estudio de casos usando como herramienta de análisis el constructo teorema de Mariotti, *et al.*, (1997). Se analiza la actividad matemática de tres grupos de estudiantes al resolver el problema: ¿en qué tipo de triángulos dos alturas son congruentes? Para ello los estudiantes deben hacer uso de Cabri, formular una conjetura y demostrarla con los recursos teóricos disponibles.

**RESULTADOS**

Cada grupo lleva a cabo una exploración diferente, una de las cuales no podría hacerse en lápiz y papel. La riqueza de opciones de exploración que posee Cabri apoya tanto la exploración como la justificación.

**CONCLUSIONES**

El contexto descrito mediante el cual los estudiantes deben generar conjeturas a partir de un problema abierto en el que deben hacer uso de Cabri, permite favorecer la participación de los estudiantes en una forma autónoma, relevante y original.

**PALABRAS CLAVE:** Teorema, Participación, Conjeturación, Exploración.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Mariotti, M. A., Bartolini Bussi, M. G., Boero, P., Ferri, F., & Garuti, R. (1997). *Approaching Geometry theorems in contexts: from history and epistemology to cognition*. Paper presented at the Proceedings of the 21st PME Conference, Lathi, Finland.

\* Colegio Nueva York. Dirección electrónica: jorgealejoruz@hotmail.com

\*\* Universidad Pedagógica Nacional. Dirección electrónica: lcamargo@pedagogica.edu.co

REPORTE

## SIMETRÍA AXIAL: UN ESTUDIO INSTRUMENTAL UTILIZANDO EL CABRI II PLUS

Daysi Julissa García Cuéllar\*  
Jesús Victoria Flores Salazar\*\*

### CONTEXTO

Estamos interesados en identificar y analizar los posibles esquemas de utilización que los alumnos movilizan cuando trabajan la noción de simetría axial utilizando el Cabri II Plus consideramos que el enfoque Instrumental de Rabardel, nos da soporte en el estudio de las relaciones entre alumno, instrumento y la noción de simetría axial.

### OBJETIVOS

Analizar la instrumentación de las alumnas de primer año de secundaria (12 a 13 años de edad), de la noción de simetría axial utilizando el Cabri II plus.

### METODOLOGÍA

Utilizamos como marco metodológico la Ingeniería Didáctica de Artigue.

### RESULTADOS

Las alumnas lograron instrumentar la noción de simetría axial y sus propiedades cuando utilizaron el Cabri II plus ya que el uso de algunas herramientas y funciones les permitió deducir dichas propiedades.

### CONCLUSIONES

Mediante el análisis de los posibles esquemas de utilización hemos podido observar la instrumentación de las alumnas relacionado con el objeto matemático en estudio. Observamos también, que las alumnas lograron instrumentalizar localmente algunas herramientas y recursos del Cabri II plus.

**PALABRAS CLAVES:** Simetría axial, esquemas de utilización, instrumentación.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. & Gomez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática: un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*.

Rabardel, P. (1995). *Los hombres y las tecnologías: Visión cognitiva de los instrumentos contemporáneos*. (M. Acosta Trad.) Cali, Colombia: Universidad Industrial de Santander.

---

\* Pontificia Universidad Católica del Perú. Dirección electrónica: garcia.daysi@pup.pe

\*\* Pontificia Universidad Católica del Perú, IREM-PUCP. Estudios de pos doctorado en el programa de Estudios Pós-Graduados Em Educação Matemática, Pontificia Universidade Católica de São Paulo. Dirección electrónica: jvflores@pucp.pe

## REPORTE

**ACERCAMIENTO A LA ARGUMENTACIÓN EN UN AMBIENTE DE GEOMETRÍA DINÁMICA: GRADO OCTAVO***Jorge Andrés Toro Uribe\****CONTEXTO**

La presente comunicación muestra la tesis de maestría en educación matemática (Toro, 2014). Este es un estudio de la argumentación en el aula escolar, con estudiantes de grado octavo en un colegio de la ciudad de Medellín, en donde la metodología implementada incluye el uso de Cabri.

**OBJETIVOS**

De manera general se busca estudiar los argumentos de los estudiantes de octavo grado cuando realizan actividad demostrativa con el apoyo de Cabri. Y en relación con los objetivos específicos: caracterizar los argumentos de los estudiantes cuando están resolviendo problemas con y sin el uso de Cabri; identificar las acciones del maestro que facilitan o no la producción de argumentos por los estudiantes y elaborar una propuesta de enseñanza apoyada en el uso de Cabri.

**METODOLOGÍA**

La investigación es de corte cualitativo pues el investigador observa la realidad en el contexto mismo que sucede, el aula de clase. Asimismo, el trabajo es catalogado como un experimento de enseñanza: se elaboró una propuesta de enseñanza, se implementó en el aula y se analizaron los resultados.

**RESULTADOS**

Se analizan los argumentos de los estudiantes con el modelo Toulmin, los cuales en su mayoría son deductivos, incompletos y legítimos; al profesor le hizo falta estar más atento a las oportunidades que se presentaron para promover la argumentación; y el uso de Cabri logró su cometido de mediador.

**CONCLUSIONES**

Los estudiantes avanzaron en su capacidad para argumentar. El papel del profesor, no se debe limitar a diseñar tareas que exigen la justificación sino que debe estar presto a requerirla cuando vea la oportunidad. Es importante usar metodologías diferentes a las tradicionales para enseñar geometría.

**PALABRAS CLAVE:** Argumentación, actividad demostrativa, experimento de enseñanza, cabri, acciones del profesor.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Toro, J. (2014). *Acercamiento a la argumentación en un ambiente de geometría dinámica: grado octavo*. Universidad de Medellín.

\* Colegio Cooperativo San Antonio de Prado. Dirección electrónica: andrextoro@gmail.com

REPORTE

## CABRI COMO HERRAMIENTA EN LA CONSTRUCCIÓN DE DEFINICIONES

*Claudia Vargas<sup>\*</sup>*  
*Jorge Betancur<sup>\*\*</sup>*  
*Carmen Samper<sup>\*\*\*</sup>*

### CONTEXTO

Reportamos avances de una investigación en curso, en la cual se están analizando las prácticas discursivas de un grupo de estudiantes de décimo grado de educación secundaria, cuando construyen definiciones de una figura geométrica apoyados en lo que descubren a través de tareas realizadas con Cabri. En particular, se describe e interpreta el comportamiento de los estudiantes con base en la propuesta de integración que Boero, Douek, Morselli y Pedemonte (2010) hacen de los modelos de Toulmin para argumentos y de Habermas del comportamiento racional.

### OBJETIVOS

Proponer y evaluar el proceso de construcción de definiciones de figuras geométricas con la mediación de Cabri.

### METODOLOGÍA

Se llevó a cabo un experimento de enseñanza para el cual se diseñó un conjunto de tareas con Cabri, siguiendo la propuesta para la construcción y análisis de definiciones de Samper, Molina y Echeverry (2011). Inicialmente los estudiantes analizaron las definiciones de figuras conocidas, para determinar si éstas cumplían con los criterios establecidos para una definición en geometría, y en caso contrario, propusieron las modificaciones necesarias. Luego, a partir de la exploración con Cabri, los estudiantes tenían que determinar las propiedades de una figura geométrica desconocida para decidir cuáles de ellas conformarían una definición de la figura.

### RESULTADOS

A partir de los resultados podemos asegurar que la secuencia de tareas promovió la construcción de argumentos de tipo deductivo, inductivo y abductivo por parte de los estudiantes, y que favoreció la construcción de la definición de una figura geométrica desconocida para ellos.

### CONCLUSIONES

La investigación realizada permite afirmar que el uso de Cabri para explorar y experimentar favorece la generación de un ambiente de indagación. Ello contribuye

---

<sup>\*</sup> Universidad Pedagógica Nacional. Dirección electrónica: claudiavargas90@gmail.com

<sup>\*\*</sup> Universidad Pedagógica Nacional. Dirección electrónica: jorgebetancura@gmail.com

<sup>\*\*\*</sup> Universidad Pedagógica Nacional. Dirección electrónica: carmensamper@gmail.com

a determinar las propiedades suficientes y necesarias para formular definiciones de figuras geométricas. El proceso propicia la interacción entre estudiantes y la argumentación convirtiendo a Cabri en herramienta de mediación en el proceso de conceptualización.

**PALABRAS CLAVE:** Definir, argumentar, Cabri.

#### **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Boero, P., Douek, N., Morselli, F., & Pedemonte, B. (2010). *Argumentation and proof: A contribution to theoretical.*

Samper, C., Molina, Ó., & Echeverry, A. (2011). *Elementos de geometría.* Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

REPORTE

FEEDBACK AND FORMATIVE ASSESSMENT WITH CABRI

Kate Mackrell<sup>\*</sup>

Sophie Soury-Lavergne<sup>\*\*</sup>

**CONTEXT**

A major issue in the use of technology for teaching mathematics is that of formative assessment: providing feedback that enables the learner to progress. For example, it is simple to check whether or not an answer to an arithmetic calculation is correct, but it is far more valuable and also more difficult to identify the type of misconception that a student might have, and how they might be enabled to overcome this misconception.

**OBJECTIVES**

Following Mackrell, Maschietto, and Soury-Lavergne (2013), this presentation will explore the ways in which the new Cabri can give direct manipulation feedback (the response of the environment to student action), strategy feedback (response to the strategy or misconceptions of the student, which includes hints, the availability of help or modifications to the task) and evaluation feedback (related to the achievement of the task).

**METHODOLOGY**

Examples presented will be drawn from the Mallete project based at the Institut Français de l'Éducation, Lyon, France, and the Number Stories project based at the University of Chicago, USA.

**BIBLIOGRAPHIC REFERENCES**

Mackrell, K., Maschietto, M., & Soury-Lavergne, S. (2013) Author (s) (Year). The interaction between task design and technology design in creating tasks with Cabri Elem. In C. Margolinas (Ed.). *Task Design in Mathematics Education*:

*Proceedings of ICMI Study 22* found at [http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/87/04/54/PDF/ICMI\\_STudy\\_22\\_proceedings\\_2013-10.pdf](http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/87/04/54/PDF/ICMI_STudy_22_proceedings_2013-10.pdf) 30 July 2014.

---

<sup>\*</sup> Institute of Education, University of London. E-MAIL: [katemackrell@mac.com](mailto:katemackrell@mac.com)

<sup>\*\*</sup> IFE LYON. E-mail: [sophie.soury-lavergne@ens-lyon.fr](mailto:sophie.soury-lavergne@ens-lyon.fr)

## REPORTE

## PROPUESTA INDUCTIVA MEDIADA POR CABRI PARA EL CÁLCULO DE ÁREAS DE REGIONES POLIGONALES

Reinaldo Salazar Espinoza<sup>\*</sup>  
Alejandro Nettle Valenzuela<sup>\*\*</sup>

### CONTEXTO

El presente trabajo es una propuesta metodológica orientada a inducir aprendizajes relativos al cálculo de áreas de regiones poligonales, mediada en un ambiente de matemática dinámica: CABRI

Esta propuesta nace como resultado de la experiencia obtenida en la realización de un Taller de Aprendizaje (N = 08 estudiantes) que se extendió por todo el primer semestre del año 2014, y estaba orientado para estudiantes de primer año de Pedagogía en Matemática (edades entre 18 y 20 años y sin experiencia en la educación superior).

El corpus generado por el Taller se analizó siguiendo una metodología soportada por la Grounded Theory.

Como resultado se reconoce, ampliamente, lo favorable de la mediación del CABRI para resolver problemas matemáticos, emergiendo representaciones insospechadas para los sujetos estudiados.

Finalmente se concluye que durante el desarrollo del Taller se pudo apreciar patrones que evidenciaban una convergencia de elementos protomatemáticos.

Del análisis de las entrevistas y producciones de los sujetos de estudio, emergen componentes para la generación de teoría que aporta a la determinación de un morfismo entre el Espacio Cabri y el Espacio Matemático.

**PALABRAS CLAVE:** Cálculo de áreas, Regiones Poligonales, Ambiente CABRI, Grounded Theory, Patrones protomatemáticos.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) Castillo, E., Iglesias, A., Gutiérrez, J. M., Álvarez, E. y Cobo, A. (1996). *Matemática*.
- (2) López, M. - Mariño, S. - Pace, G. - Petris, R. (2000). *Desarrollo de modelos de simulación en Mathematica*.

<sup>\*</sup> Universidad de Playa Ancha Valparaíso Chile. Dirección electrónica: rsalazar@upla.cl

<sup>\*\*</sup> Universidad de Playa Ancha Valparaíso Chile. Departamento de Matemática y Estadística. Dirección electrónica: alejandro.nettle@gmail.com

- (3) López, C. - Ávila, M. – Terrazas, S. (2008). *Una Experiencia en el Cálculo de Áreas Usando Como Herramienta de Cómputo el Mathematica*.
- (4) Martínez, C. (1993). *Cálculo Integral y Series*.
- (5) Pace, G. (1995). *Apunte de la Cátedra Modelos y Simulación*.
- (6) <http://www.recursosmatematicos.com/cabri.html>
- (7) <http://books.google.cl/books?id=nMOKz4gKEFEC&pg=PA223&dq=introducci%C3%B3n+al+programa+cabri-geometry&hl=es-419&sa=X&ei=rMbKU9GBJvC->

REPORTE

UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA FOMENTAR PROCESOS DE ARGUMENTACIÓN Y DEMOSTRACIÓN EN CONGRUENCIA DE ÁNGULOS USANDO CABRI.

Jefferson Helberth Fernández U.\*  
Edinsson Fernández M.\*\*

CONTEXTO

Actualmente, los Ambientes de Geometría Dinámica (AGD), tales como el Cabri Géomètre II Plus, se han convertido en instrumentos útiles que permiten a los estudiantes de la Geometría Escolar, explorar, experimentar y conjeturar acerca de las propiedades geométricas obtenidas a partir de una secuencia de situaciones didácticas. Se enfatizará en el Cabri II Plus, como mediador entre las partes argumentativa y demostrativa de una situación didáctica, con base en los desarrollos investigativos de Mariotti (2006) para el desarrollo del proceso de razonamiento matemático (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

De esta manera con el uso del Cabri, se logran abrir nuevas fronteras, al vincular la argumentación informal con la demostración formal, por lo cual se busca guiar al estudiante, para que corrobore o refute conjeturas, a partir de una situación dada, para posteriormente conllevar a éste, al proceso demostrativo de la misma.

De igual forma, se presentará unos análisis *a priori* de una secuencia de situaciones didácticas, alrededor de congruencia de ángulos en la Geometría Escolar, en donde se espera generar razonamiento matemático en los estudiantes, para relacionar el proceso argumentativo y el demostrativo, apoyado en construcciones geométricas y algunas herramientas (el arrastre y la medida) del Cabri, que según Sinclair y Robutti (2013), son valiosas para explorar, conjeturar, argumentar, justificar y posteriormente demostrar.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- De Villers, Michael. (1993). Papel y la función de la demostración en matemáticas. *Épsilon*, 26, 15-29.
- Mariotti, M. A. (2006). Proof and Proving in Mathematics Education. En A, Gutiérrez. & P, Boero. (eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*. (pp. 173–204). Rotterdam, Países Bajos: Sense Publishers.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

\* Universidad de Nariño (Colombia). Dirección electrónica: jeffer.yue@hotmail.com

\*\* Universidad de Nariño (Colombia). Dirección electrónica: edinfer@udenar.edu.co

Sinclair, N. & Robutti, O. (2013). Technology and the Role of Proof: The Case of Dynamic Geometry. En M. A., Clements; A. Bishop; C. Keitel; J. Kilpatrick & F. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education*. (pp. 571-598). Nueva York: Springer.

## REPORTE

**SITUACIONES DIDÁCTICAS QUE FOMENTAN LA VISUALIZACIÓN TRIDIMENSIONAL DEL CUBO EN EL AMBIENTE DE GEOMETRÍA DINÁMICA CABRI 3D**

Zorayda Y. Descanse B.<sup>\*</sup>  
Edinsson Fernández M.,<sup>\*\*</sup>

**CONTEXTO**

Aquí se presentará la integración didáctica del Ambiente de Geometría Dinámica (AGD) Cabri 3D, a través de la cual se pretende desarrollar procesos de aprendizaje de las propiedades geométricas del cubo en estudiantes de grado sexto de la Educación Básica y Media de Colombia, mediante la visualización de objetos tridimensionales; para esto se plantearán situaciones didácticas que les permita a estudiantes y profesores, manipular directamente los objetos matemáticos virtuales a fin de que se estudien las propiedades geométricas y se genere en los estudiantes pensamiento espacial. Al respecto, Villarroel, Méndez y Lavaque (2010) afirman que: a pesar de vivir en un mundo tridimensional, la mayor parte de las actividades geométricas proporcionadas a los alumnos son bidimensionales.

Por otro lado, visualizar un objeto tridimensional en este análisis, se entiende como un conjunto de habilidades relacionadas con el razonamiento espacial; así mismo (Gonzato, Godino y Neto, 2011) declaran que visualizar es más que “ver” los objetos espaciales, es también la habilidad de reflexionar sobre dichos objetos y sus posibles representaciones, sobre las relaciones entre sus partes, su estructura y la habilidad de examinar las posibles transformaciones del objeto.

Desde esta perspectiva, se presentarán los análisis *a priori* de dos situaciones didácticas diseñadas para la enseñanza del cubo, desde la metodología de microingeniería didáctica (Artigue, 1995), que tienen por objeto la comprensión y la profundización en el análisis de las características del mismo, así como también fomentar habilidades de visualización tridimensional del cubo. La primera es sobre la construcción de un cubo truncado y la segunda sobre el plegar y desplegar desarrollos de este sólido geométrico en el Cabri 3D.

**PALABRAS CLAVE:** Habilidades de Visualización, Geometría Espacial, Cabri 3D, Situaciones Didácticas, Micro-Ingeniería Didáctica.

<sup>\*</sup> Universidad de Nariño (Colombia). Dirección electrónica: zorydb@hotmail.com

<sup>\*\*</sup> Universidad de Nariño (Colombia). Dirección electrónica: edi454@yahoo.com

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno & P. Gómez (Eds.). *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*. (pp. 33-59). Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Cruz, D. & Guerrero, A. (2009). Construcción de los sólidos Platónicos y Arquimedianos haciendo uso del software Cabri 3D. Taller realizado En *10º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (8 a 10 de octubre 2009). Pasto, Colombia. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/771/1/construccion3.pdf>.
- Gonzato, M., Godino, J. D. & Neto, T. (2011). Evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos sobre la visualización de objetos tridimensionales. *Educación Matemática*, 23(3), 5-37.

## REPORTE

**ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA A TRAVÉS DE SITUACIONES A-DIDÁCTICAS UTILIZANDO CABRI COMO MEDIO***Baltazar Ramón P.\****CONTEXTO**

Se pretende presentar una experiencia de aula en la que se implementan situaciones a-didácticas para la enseñanza de la simetría axial utilizando Cabri como medio en un colegio oficial de Bogotá.

**OBJETIVOS**

Implementar y evaluar las situaciones a-didácticas diseñadas por el grupo Edumat de la Universidad Industrial de Santander, para la enseñanza de la simetría axial en el grado séptimo del Colegio Las Américas, I.E.D, de la ciudad de Bogotá. Identificar las ventajas y dificultades de esta implementación desde el punto de vista de la metodología empleada, la infraestructura requerida y la integración al currículo de matemáticas.

**METODOLOGÍA**

Se asume una metodología de ingeniería didáctica en la que se busca controlar el medio con el que interactúan los estudiantes y las formas de intervención del profesor.

**RESULTADOS**

Algunas de las ventajas obtenidas hasta el momento consisten en que los estudiantes realmente han logrado la construcción de conocimiento geométrico a través de las situaciones a-didácticas propuestas y han desarrollado habilidades comunicativas cuando participan en la puesta en común al finalizar las actividades: utilizan diversas formas de expresión y evidencian la asimilación de los conceptos y procesos geométricos relacionados con las actividades. Se observa un alto nivel de motivación y participación en los estudiantes. Respecto de las dificultades relacionadas con el desarrollo del proyecto podrían mencionarse: problemas de disponibilidad de la sala de informática, y de los recursos técnicos y tecnológicos necesarios para el desarrollo de la actividad, como cámaras, proyector, adecuación del espacio etc. No se han experimentado dificultades en lo didáctico, metodológico y matemático.

**CONCLUSIONES**

Estas actividades diseñadas por el grupo Edumat tienen un impacto positivo en el aprendizaje y pueden ser implementadas en diferentes contextos,

---

\* Colegio Las Américas, I.E.D- Bogotá. Dirección electrónica: Enlaces766@gmail.com

Las oportunidades de interacción de los estudiantes con el software, el profesor y sus compañeros hacen posible el desarrollo de habilidades comunicativas y la construcción de conocimiento geométrico.

El diseño de las actividades permite que el docente abandone un rol de transmisor de conocimiento y se convierta en un facilitador de la construcción de conocimiento en los estudiantes.

**PALABRAS CLAVE:** Cabri, Simetría Axial, situaciones a-didácticas, medio, validación.

#### **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Acosta G. Martín, Monroy B. Lilian y Rueda G. Karol. (2010). *Situaciones a-didácticas para la enseñanza de la simetría axial utilizando Cabri como medio*. Revista Integración. Colombia: Escuela de Matemáticas, Universidad Industrial de Santander

REPORTE

## OPTIMIZACIÓN DE UNA POSIBLE PROPUESTA DE PAZ CON ESTADÍSTICA

*Helen Vergara*

### CONTEXTO

La mayoría de los estudiantes están ubicados en los estratos 1, 2 y 3 del distrito de Barranquilla. Gran parte de la población estudiantil tiene su residencia en el barrio San Francisco, Zona Norte – Centro Histórico.

### OBJETIVOS:

Optimizar una posible propuesta de paz con estadística.

Interpretar datos con base en la pregunta: ¿cómo sería Barranquilla, si en Colombia hubiese paz?

### METODOLOGÍA

Se aplicó una encuesta a los estudiantes de la jornada matinal del “Pestalozzi”. Vale la pena recordar que cada persona expresa su punto de vista de acuerdo con su experiencia: “Debemos tener un marco de convivencia que nos permita a todos el acceso a nuestros derechos y poder cumplir en paz nuestros deberes”<sup>1</sup>. “Puede que muchos no se sientan aludidos y que el sufrimiento de los demás los deje indiferentes”<sup>2</sup>. El trabajo realizado permitió encontrar características con diferentes pensamientos sobre las consecuencias de la paz en Barranquilla.

### RESULTADOS

El 85 % de los encuestados de 10° y 11° grado, consideran que Barranquilla podría ser una ciudad más segura y en un 60 % los de 6° a 9°.

### CONCLUSIONES

Después de una revisión general de las repuestas, es meritorio resaltar los siguientes aspectos: bienestar y seguridad en alto porcentaje 8°, 10° y 11° grados. Alto índice de violencia, 6°, 7° y 9° grados. El flagelo de la corrupción, lo recalcan en mayor porcentaje, los, estudiantes de 10° y 11° grados.

**PALABRAS CLAVE:** Paz, bienestar, seguridad, violencia, escepticismo, corrupción, valores, antivalores, temor.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Castillo, A. [2014]. <http://iglesiasagradoCorazon.blogspot.com/2014/04/cardenal-salazar-la-semana-santa-es-la.html>

Betancourt, I. [2014]. Ganas y legitimidad. <http://www.eltiempo.com/opinion/columnistas/ganas-y-legitimidad/14089962>

<sup>1</sup> Institución Educativa Distrital Pestalozzi. Dirección electrónica: [helene0828@hotmail.com](mailto:helene0828@hotmail.com)

REPORTE  
**PRÁCTICA DE AULA CON VOLÚMENES**

*Rubén Gerardo Medina García\**

**CONTEXTO**

En un contexto de aula se propone llevar a cabo el proyecto de construir una pirámide en cartón (industrial o reciclable), a partir de los postulados y conocimientos básicos de la geometría del espacio y las herramientas informáticas como CABRI 3D y la metodología Proceso – Producto para gestionar el conocimiento y los recursos necesarios para el proyecto.

**OBJETIVOS**

- Realizar la construcción de la pirámide, utilizando CABRI 3D a partir de unos requisitos y dimensiones definidos.
- Desarrollar el proyecto con la metodología Proceso – Producto para extraer conocimiento a la práctica.
- Socializar la experiencia.

**METODOLOGÍA**

Con la metodología Proceso – Producto se diseñarán los requisitos y los recursos necesarios para obtener el producto terminado y para evaluar el conocimiento deducido del proyecto. A partir de la etapa de diseño, se empleará CABRI 3D utilizando al máximo sus herramientas. Se evaluará la experiencia resaltando el conocimiento adquirido y los aprendizajes útiles para futuros proyectos.

**RESULTADOS**

Pirámide construida en cartón con dimensiones definidas. Extracto de ideas y aprendizajes como consecuencia de la experiencia.

**CONCLUSIONES**

La metodología Proceso – Producto para gestionar el conocimiento en un proyecto y el software CABRI 3D, son compatibles y eficaces para extraer y gestionar nuevo conocimiento a partir de una práctica de aula en el tema de geometría del espacio.

**PALABRAS CLAVE:** CABRI 3D. Volúmenes geométricos. Construcción de volúmenes. Gestión del conocimiento: Proceso – Producto.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Álvarez C. Emiliano (2003). *Elementos de Geometría*. Medellín, Colombia: Editorial Universidad de Medellín.

---

\* Institución Educativa Joaquín Vallejo Arbeláez. Dirección electrónica: correogerardo1@gmail.com

## REPORTE

# INSTRUMENTACIÓN DE LAS PROPIEDADES DE LA ELIPSE MEDIADO POR EL CABRI II PLUS

*Daniel Giovanni Proleón Patricio\**

*Daysi Julissa García Cuéllar\*\**

## CONTEXTO

Nuestro estudio se centra en el proceso de instrumentación de la Génesis Instrumental dentro del Enfoque Instrumental propuesto por Rabardel. Nuestro principal interés es identificar los posibles esquemas de utilización que movilizan los estudiantes cuando realizan actividades propuestas con el Cabri II plus.

## OBJETIVOS

Analizar la instrumentación de los estudiantes del primer ciclo de los cursos de ingeniería cuando realizan actividades propuestas con el Cabri II plus.

## METODOLOGÍA

Como metodología de estudio consideramos algunos aspectos de la Ingeniería didáctica de Artigue.

## RESULTADOS

Los alumnos lograron instrumentar las propiedades de la elipse cuando utilizaron el Cabri II plus, ya que es un entorno de fácil manipulación, consiguiendo manejar rápidamente las herramientas que permitieron el desarrollo de las actividades propuestas.

## CONCLUSIONES

Por medio de los conceptos en acto y las reglas de acción de los alumnos, en el desarrollo de la parte experimental, se pudo realizar el análisis de los posibles esquemas de utilización, logrando instrumentar las propiedades de la elipse.

## PALABRAS CLAVE

Elipse. Instrumentación. Cabri II plus

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. & Gomez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática: un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.*

\* Universidad San Ignacio de Loyola. Dirección electrónica: dproleon@gmail.com

\*\* Pontificia Universidad Católica del Perú. Dirección electrónica: daysigarcu@gmail.com

Nóbriga, C (2007). *Aprendendo matemática com o Cabri – Geometre II e II – Plus*.

Rabardel, P. (1995). *Los hombres y las tecnologías: Visión cognitiva de los instrumentos contemporáneos*. M.Acosta Trad.) Cali, Colombia: Universidad Industrial de Santander.

# **CURSOS BÁSICOS PARA DOCENTES**



CURSO BÁSICO  
**EL ARTE EN LA CONSTRUCCIÓN  
DEL CONOCIMIENTO GEOMÉTRICO**

*Mg. Arq. Mabel Pitto Trozzoli\**

**CONTEXTO**

Se abordará el estudio de la familia de elipses cuya suma de ejes es constante; su envolvente, la Astroide y su desarrollo en el espacio tridimensional. Esta actividad fue realizada con estudiantes de primer año de la carrera de Arquitectura de la Universidad de Belgrano.

**OBJETIVOS**

Desarrollar en los estudiantes, la motivación hacia el objeto del aprendizaje e incrementar el interés por la asignatura Matemática, dentro de un contexto relacionado fundamentalmente con el arte y la tecnología.

**METODOLOGÍA**

Se expondrá la pertinencia de la temática para estudiantes de carreras vinculadas a la Arquitectura, la Ingeniería y el Diseño. Se trabajará en modalidad taller con guía de actividades. Se utilizará Cabri 2 Plus el primer día y Cabri 3 D el segundo.

**RESULTADOS**

Abordar conceptos geométricos a partir de cuestiones relacionadas con el arte, permitiendo a los alumnos sensibles al arte, entender Geometría.

**CONCLUSIONES**

En la década de los 60s el Arte Óptico-Cinético asumió la tarea de dar forma poética a los secretos de la ciencia moderna. En él, desempeñan un papel central las ideas del espacio y el movimiento, por ello resulta sumamente pertinente su utilización como disparador de situaciones didácticas, ya que facilitan y estimulan la construcción del aprendizaje por parte de los estudiantes.

**PALABRAS CLAVE:** Arte Óptico Cinético – Geometría Dinámica – Elipse - Astroide

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Coxeter H. (1971). Fundamentos de geometría (233 – 238). México: Editorial Limusa- Wiley, SA.

Doberti, R. (2008). Espacialidades (16 – 25). Argentina: Editorial Infinito.

\* Facultad de Arquitectura, Diseño y Urbanismo. Universidad de Buenos Aires – Argentina. Facultad de Arquitectura y Urbanismo. Universidad de Belgrano - Argentina. Dirección electrónica: mabel-trozzoli@yahoo.com.ar

Eves, Howard. (1969). Estudio de las geometrías (291 – 316). México. Editorial Hispano Americana.

Holzhey. M. Vasarely. Alemania. Ed Taschen 2005

CURSO BÁSICO  
**USO DEL CABRI GÉOMÈTRE PARA INTRODUCIR UNA MIRADA  
GEOMÉTRICA DE LOS VECTORES**

*Marcela Parraguez González\**

**CONTEXTO**

El objetivo principal durante estas dos sesiones de cursillo es el de dar ejemplos sobre el uso de la tecnología Cabri Géomètre para introducir una mirada geométrica de los vectores, igualdad de vectores y operaciones sobre los vectores; para finalizar con un análisis didáctico de las actividades realizadas.

Los ejemplos se fundamentan en la teoría de situaciones didácticas (Brousseau, 2007) la cual busca favorecer los aprendizajes:

- Jugando sobre variables didácticas de actividades dadas a los participantes.
- Ofreciendo retroalimentaciones a los participantes que les permitan avanzar en la resolución de problemas.

Los ejemplos serán ilustrados con la ayuda del Cabri Géomètre para la enseñanza secundaria y universitaria.

Los participantes harán ellos mismos las actividades, que luego analizarán interactuando con la presentadora del taller.

**PALABRAS CLAVE:** Vectores, Cabri Géomètre, Situaciones Didácticas.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Brousseau, Guy (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Traducción de Dilma Fregona. Buenos Aires: Editorial Zorzal-ISBN 978-987-599-035-7

---

\* Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Chile. Dirección electrónica: marcela.parraguez@ucv.cl

CURSO BÁSICO

**AUTOVALORES E AUTOVETORES: COMO REPRESENTAR  
TRANSFORMAÇÕES LINEARES COM CABRI-GÉOMÈTRE**

**EIGENVALUES AND EIGENVECTORS: HOW TO REPRESENT PLANE  
LINEAR MAPPINGS USING CABRI-GÉOMÈTRE**

*Laurito Miranda Alves\**

**CONTEXTO**

Os livros de Álgebra Linear trabalham o conceito de transformações lineares de um ponto de vista essencialmente algébrico, usando matrizes, como era de se esperar. Por ser um conceito que se aplica a vetores, mas também a outros objetos matemáticos, as propriedades geométricas das transformações lineares são raramente tratadas e, quando o são, acabam deixadas para um segundo plano, quase como uma curiosidade. Nesse minicurso, usando Cabri-Géomètre II e Cabri 3D, pretendo resgatar essas propriedades geométricas das transformações lineares de  $\mathbb{R}^2$  em  $\mathbb{R}^2$  e de  $\mathbb{R}^3$  em  $\mathbb{R}^3$ .

**OBJETIVOS**

Representar transformações lineares de  $\mathbb{R}^2$  em  $\mathbb{R}^2$  usando o Cabri-Géomètre II e as transformações lineares de  $\mathbb{R}^3$  em  $\mathbb{R}^3$  usando Cabri 3D. A partir da análise dessas representações, definir os conceitos de autovalor e de autovetor de uma transformação linear

**METODOLOGÍA**

O minicurso se dividirá em duas seções de uma hora e trinta minutos. Na primeira seção usaremos Cabri-Géomètre II para estudar as transformações lineares de  $\mathbb{R}^2$  em  $\mathbb{R}^2$  e definir autovalores e autovetores. Na segunda seção, estudaremos as transformações lineares de  $\mathbb{R}^3$  em  $\mathbb{R}^3$  e seus autovalores e autovetores.

**RESULTADOS**

Pretende-se como principal resultado que as principais propriedades das transformações lineares, bem como os conceitos de autovalor e autovetor, recebam uma interpretação geométrica, além das interpretações algébricas relatadas nos livros didáticos usuais

**CONCLUSIONES**

Podemos interpretar as transformações lineares, tanto as de  $\mathbb{R}^2$  em  $\mathbb{R}^2$  como as de  $\mathbb{R}^3$  em  $\mathbb{R}^3$ , como objetos geométricos e não apenas os objetos algébricos.

---

\* Uni-BH. Dirección electrónica: lauritoalves@uol.com.br

**PALABRAS CLAVE:** Álgebra lineal, autovalor, autovector.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Lipschutz, S. & Lipson, M. (2010). Linear Algebra. London: McGraw-Hill, pp. 171 -346.

CURSO BÁSICO

## CONCEPTOS MATEMÁTICOS QUE INVOLUCRAN LOS FRACTALES GEOMÉTRICOS Y AUTOINVERSIVOS

*Alicia Noemí Fayó*

### CONTEXTO

Descubrir los fractales naturales y admirar su belleza se constituye en un incentivo para abordar temas de Matemática como: continuidad, curvas no derivables, funciones recursivas en el campo real y complejo, etc. Los fractales matemáticos modelizan y dan sustento científico a fenómenos del universo. Estos a su vez, permiten responder a un sinnúmero de preguntas que se hacen las ciencias de diferentes ramas del conocimiento. Construir los fractales geométricos constituye un primer paso para la comprensión de lo que es una semilla, hasta el complejo mundo en que se desarrollan. Copian fenómenos naturales, pero se separan de ellos por la iteración infinita en Matemática.

### OBJETIVOS

- Construir fractales matemáticos.
- Calcular y justificar la existencia de la dimensión no topológica.
- Descubrir y construir fractales autoinversivos.

### METODOLOGÍA

Mediante guías se realizarán construcciones en 2D y 3D, utilizando macros y transformaciones. Se calculará la dimensión de algunos fractales. Luego de definir la inversión en 3D, se realizará en el segundo encuentro la construcción de un fractal autoinverso.

### RESULTADOS

Se pretende que los alumnos, luego de este taller, puedan construir fractales geométricos. Comprendan el concepto de dimensión fractal y puedan calcularla. Reconozcan la inversión en 3D e identifiquen fractales autoinversivos.

### CONCLUSIONES

Reconocer la actualidad de este tema y las posibilidades que ofrecen los fractales de modelizar situaciones problemáticas de otras ciencias, ayuda a comprender la importancia del estudio de la Matemática Aplicada.

---

\* Universidad Tecnológica Nacional. Facultad Regional General Pacheco. Dirección electrónica: alicia-fayo@gmail.com

**PALABRAS CLAVE:** Geometría fractal. Dimensión fractal. Auto semejanza. Fractal autoinversivos.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Mandelbrot B.(1997).La Geometría Fractal de la Naturaleza. España: Metatemas.

Isaac, R. Sabogal, S. (2005). Aproximaciones al Álgebra lineal. Colombia: EditorialUIS.

Guzmán Ozamiz, M. de (2004). Aventuras Matemáticas. España: Editorial Pirámide.

CURSO BÁSICO

**CÓMO CREAR ESCENARIOS DE EXPLORACIÓN DE ECUACIONES  
DIFERENCIALES A DERIVADAS PARCIALES EN ENTORNO DE  
GEOMETRÍA DINÁMICA CABRI.**

*Ariel Alejandro Amadio\**

**CONTEXTO**

Enseñar temas complejos como solucionar ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, especialmente aplicados a la rama de la ingeniería, por ejemplo las ecuaciones de onda y de calor, producen reflexiones sobre cómo y cuándo hacerlo y cuál es el grado de dificultad con el que se debe abordar este tipo de problemas. Si el abordaje es desde la rama del análisis numérico los software actuales, si bien son potentes para la computación científica, en general son rígidos y no muy amigables al añadirles movimiento. Esto último es necesario cuando nuestros alumnos ingresen en el proceso de abstracción que tanto deseamos.

**OBJETIVOS**

- Construir la curva Bezzier con seis puntos de control.
- Construir una rejilla de 9 puntos para la implementación del método.
- Representar en 3D la solución de la ecuación diferencial. Explorar distintos casos variando la condición de contorno.

**METODOLOGÍA**

En el primer encuentro se construirá la curva Bezzier y se generará la macro correspondiente, se estudiará el proceso de obtención de la solución mediante una rejilla de nueve puntos. En el segundo encuentro se representarán en un espacio 3D las curvas solución y se estudiarán diferentes casos mediante la manipulación de los puntos de control de la curva Bezzier. Se hará una aproximación al método de los elementos finitos.

**RESULTADOS**

Luego de este taller los asistentes comprenderán el alcance del uso de CABRI en la elaboración de escenarios didácticos.

**CONCLUSIONES**

Los medios informáticos pueden ser usados en la comprensión de temas complejos de cualquier rama de la ingeniería y pueden ser llevados al aula para su estudio.

---

\* Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional G Pacheco. Universidad Austral- Argentina.  
Dirección electrónica: aru\_amadio@yahoo.com.ar

**PALABRAS CLAVE:** EDO, derivadas parciales, condición de entorno, diferencia finita, diferencia centrada, geometría dinámica, ecuación de onda, ecuación de calor.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Díaz Barriga Arceo, E. (2006). Geometría Dinámica con Cabri-Goémètre. Mexico: Kali.

Douglas Faires, J., & Burden, R. (2004). Métodos Numéricos. Madrid: Thomson.

Spiegel, M. R. (1983). Ecuaciones diferenciales aplicadas. Mexico: Prentice-Hall.

CURSO BÁSICO  
**ESTADÍSTICA CON CABRI**

*José Alexandre dos Santos Vaz Martins\**

**CONTEXTO**

En un contexto de generalización de la enseñanza estadística hay que promover la comprensión de conceptos estadísticos centrales. Este es un tema actual que requiere innovaciones. En ese ámbito, la visualización es un aspecto importante y debe ser promovido (Martins, 2006; Martins, Estrada y Nascimento, 2014).

**OBJETIVOS**

Se pretende motivar a los profesores hacia la mejoría de la enseñanza de la Estadística a través de la utilización del Cabri Géomètre, dando respuestas dinámicas y visuales que facilitan ese trabajo a los profesores.

**METODOLOGÍA**

Se presentan las bases geométricas y estadísticas para la construcción con Cabri de aplicaciones que permiten visualmente explorar conceptos básicos de Estadística. Además, se mostrará de forma práctica la construcción paso a paso de dichas aplicaciones y se debatirá su uso en clase.

**RESULTADOS**

Se pretende que los profesores construyan las aplicaciones con Cabri para estimular, motivar y ayudar visualmente la comprensión de los conceptos de media, mediana, moda. Además, se pretende, en conjunto, debatir algunas situaciones con implicaciones didácticas en el uso de estas aplicaciones y otras posibilidades de utilización de Cabri para la enseñanza de la Estadística.

**CONCLUSIONES**

Se espera crear un ambiente en el que la Geometría y la Estadística surjan dinámicamente unidas a través de aplicaciones fácilmente implementadas con Cabri para mejorar la enseñanza de la Estadística. Se espera también que los profesores puedan terminar estimulados para profundizar, perfeccionar y/o añadir otras potencialidades o alargar el uso de Cabri a otros tópicos estadísticos.

**PALABRAS CLAVE:** Cabri, Estadística descriptiva, Enseñanza.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Martins, J. (2006). Dispersión estadística con Cabri. *Actas del 3er Congreso Internacional IberoCabri 2006*. Bogotá, Colombia.

Martins, J., Estrada, A. & Nascimento, M. (2014). Do you need to see it to believe it? Let's see statistics and geometry dynamically together! *European Journal for Science and Mathematics Education*, 2 (1), 39-52.

\* UDI/IPG – Instituto Politécnico da Guarda – Portugal. Dirección electrónica: jasvm@ipg.pt

CURSO BÁSICO

## UNA CONTRIBUCIÓN PARA LA COMPETENCIA MATEMÁTICA DE LOS ESTUDIANTES

*Carmen Samper\**

*Tania Plazas\*\**

### CONTEXTO

Generalmente, en la enseñanza escolar no se fomenta deliberadamente el desarrollo de algunos procesos propios de las ciencias, como lo son visualizar (Arcavi, 2003), conceptualizar y conjeturar (Douek y Scali, 2000). Estos procesos contribuyen a que los estudiantes participen en la clase de matemáticas de manera genuina, relevante y autónoma (Perry, Samper, Camargo, Molina, 2013), es decir con competencia matemática.

### OBJETIVOS

Se presentarán diferentes tareas que ilustran cómo propiciar el desarrollo de la competencia matemática y la construcción de conocimiento significativo.

### METODOLOGÍA

Los participantes del curso resolverán un problema geométrico abierto de conjeturación usando Cabri. La necesidad de comprender elementos geométricos que se requieren para resolver el problema dará lugar a tareas en las que alguno de los tres procesos matemáticos mencionados juega un papel protagónico.

### RESULTADOS

Las tareas que se proponen en el taller fomentan la competencia matemática (Rico, 2006) a través de acciones como: argumentar, comunicar, plantear y resolver problemas, representar y usar herramientas tecnológicas.

### CONCLUSIONES

El uso de un programa de geometría dinámica como Cabri, apoya la generación de un ambiente de indagación, comunicación y justificación, a través de tareas bien diseñadas, siendo por ello un instrumento que media en el aprendizaje.

**PALABRAS CLAVE:** Visualizar, conceptualizar, conjeturar, competencia matemática, problemas.

\* Universidad Pedagógica Nacional. Dirección electrónica: csamper@pedagogica.edu.co

\*\* Universidad Pedagógica Nacional. Dirección electrónica: tplazas@pedagogica.edu.co

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arcavi, A. (2003). *The role of visual representations in the learning of mathematics*. Educational Studies in Mathematics.

Douek, N. y Scali, E. (2000). About Argumentation and Conceptualization. *Proceedings of PME-XXIV*, Hiroshima, vol.2.

Perry, P., Samper, C., Camargo, L. y Molina, Ó. (2013). Innovación en un aula de geometría de nivel universitario en Samper, C. y Molina, Ó. Geometría Plana: un espacio de aprendizaje.

Rico, Luis (2006). *La competencia matemática en PISA*. Madrid: Fundación Santillana.

## CURSO BÁSICO

**LÍNEAS NOTABLES DEL CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO**

María del Carmen Bonilla\*

**CONTEXTO**

En el Mapa de Progreso de Geometría del Sistema Curricular Peruano se considera que el estudiante del VII Ciclo de Educación Secundaria ( $3^\circ$ ,  $4^\circ$  y  $5^\circ$ ) debe hacer uso de las razones trigonométricas en la resolución de problemas. De igual forma en el Mapa de Progreso de Cambios y Relaciones se persigue que el estudiante modele situaciones con un comportamiento periódico.

**OBJETIVOS**

Construir las líneas notables del Círculo Trigonométrico para obtener manualmente el valor aproximado de las razones trigonométricas para un ángulo determinado.

A través de la visualización y manipulación de los objetos matemáticos construidos, lograr tener una base fundamentada e idea precisa y formal, necesaria para la futura comprensión de las funciones trigonométricas.

**METODOLOGÍA**

Experimental.

**RESULTADOS**

Se logró la visualización de las razones trigonométricas y la relación con sus razones inversas, así como la determinación manual de los valores de las razones, a través de la manipulación del ángulo.

**CONCLUSIONES**

La construcción del círculo trigonométrico favorece la comprensión de las razones trigonométricas y sus relaciones, base necesaria para el estudio de las funciones trigonométricas.

**PALABRAS CLAVE:** Círculo trigonométrico, líneas notables, razones trigonométricas.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Ecured. (2011). *Círculo Trigonométrico*. Disponible en [http://www.ecured.cu/index.php/C%C3%ADrculo\\_trigonom%C3%A9trico](http://www.ecured.cu/index.php/C%C3%ADrculo_trigonom%C3%A9trico)

Fiallo, J. y Gutiérrez, A. (2006). *Unidad de Enseñanza de las razones trigonométricas en un ambiente Cabri para el desarrollo de las habilidades de demostración*. Disponible en <http://www.uv.es/aprengeom/archivos2/FialloGutierrez06.pdf>

\* Universidad Peruana Cayetano Heredia. Dirección electrónica: mc\_bonilla@hotmail.com, maria.bonilla.t@upch.pe

CURSO BÁSICO  
**LAS SECCIONES CÓNICAS Y LAS ESFERAS DE DANDELIN:  
UN ESTUDIO A TRAVÉS DE LA TRANSICIÓN DE DOBLE VÍA  
DE LA GEOMETRÍA PLANA Y LA GEOMETRÍA ESPACIAL  
USANDO CABRI 3D**

*David Stiven Chaucanes B. \**

*Jessica M. Enríquez R.\*\**

*Edinsson Fernández M.\*\*\**

### CONTEXTO

El estudio de las *secciones cónicas* se ha limitado, según Fernández (2011), principalmente a un tratamiento analítico generando un deterioro en el tratamiento geométrico, por lo cual los estudiantes no han logrado desarrollar la visualización necesaria para realizar una representación intuitiva de estas curvas, además, Schumann (2005) afirma que la mayoría de las contribuciones hacia las *secciones cónicas* se han limitado a un tratamiento de dos dimensiones, que es una paradoja en vista de la naturaleza de la materia y de hecho, de su propio nombre. Teniendo en cuenta esta problemática, el objetivo de este taller es realizar una integración de la Geometría Plana y la Geometría Espacial alrededor de las *secciones cónicas* a partir de las *Esferas de Dandelin* en el Ambiente de Geometría Dinámica (AGD) Cabri 3D. Para llevar a cabo lo anterior, se realizará una transición de doble vía de la Geometría Plana hacia y desde la Geometría Espacial.

La intención de este Taller, es lograr que los participantes comprendan las propiedades geométricas y métricas de las *secciones cónicas* a partir del espacio tridimensional, utilizando las características de tangencia de una superficie cónica con esferas inscritas y con su plano de corte, denominadas *Esferas de Dandelin* (Fernández, Chaucanes & Enríquez, 2013). El taller se realizará en dos sesiones, en la primera sesión se presentará algunos aspectos básicos acerca del Cabri 3D además de realizar unas construcciones geométricas de las *secciones cónicas*. En la segunda sesión, a partir de las construcciones realizadas, se utilizará un marco teórico local de Geometría Euclidiana para llevar a cabo la demostración de la propiedad intrínseca de las *secciones cónicas*, mediante las *Esferas de Dandelin*, generando un enfoque didáctico diferente para el estudio de las *secciones cónicas*, lo cual es una alternativa a la enseñanza tradicionalista donde el estudiante se limita a memorizar definiciones que tal vez no logre comprender.

---

\* Universidad de Nariño (Colombia). Dirección electrónica: d.s.c.b@hotmail.com

\*\* Universidad de Nariño (Colombia). Dirección electrónica: jessicaenriquez92@yahoo.es

\*\*\* Universidad de Nariño (Colombia). Dirección electrónica: edinfer@udenar.edu.co

**PALABRAS CLAVE:** Secciones cónicas, Esferas de Dandelin, Geometría Plana, Geometría Espacial, Cabri 3D, Teoría de las Situaciones Didácticas.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Fernández, E. (2011). *Situaciones para la enseñanza de las cónicas como lugar geométrico desde lo puntual y lo global integrando Cabri Géomètre II Plus*. (Tesis de Maestría no publicada). Universidad del Valle, Cali, Colombia.

CURSO BÁSICO  
**ATELIER AREA E PERIMETRO**

*Alberto Battaini\**

**CONTESTO**

Esplorazione di alcuni quaderni creati per l'ambiente: "Geometria, area e perimetro", destinati ad allievi di scuola primaria.

**OBIETTIVI**

Capire lo spirito dei quaderni

- Manipolare oggetti per ricoprire superfici;
- Favorire la scoperta da parte degli allievi;
- Favorire l'utilizzazione di strategie diverse;
- Indurre la necessità di discutere le varie strategie utilizzate dalla classe.

**METODOLOGÍA**

Esplorazione di alcuni quaderni scelti appositamente e visione globale dell'elenco dei quaderni a disposizione.

**RISULTATI**

Possibilità di vedere alcune pagine realizzate nelle classi (foto e/o filmati).

**CONCLUSIONI**

Da trarre con i partecipanti.

**PAROLE CHIAVE**

Tassellazione, misura, area, perimetro

**REFERENZE BIBLIOGRAFICHE**

Battaini A., Campolucci L., Gottardi G., Sbaragli S., Vastarella S.(2011). Uso del PC, della LIM, delle TIC e del software didattico dinamico. Progetto Matematica nella scuola primaria, percorsi per apprendere. Vol. 13. Bologna: Pitagora

Laborde C. (2010). Uso della didattica per progettare attività informatiche e interattive di matematica nella scuola primaria: la collana 1-2-3 ... Cabri. In: D'Amore B., Sbaragli S. (Eds.). (2010). Matematica ed esperienze didattiche. Bologna: Pitagora. 29-35

---

\* Ticino, Svizzera. Dirección electrónica: [abattaini@sunrise.ch](mailto:abattaini@sunrise.ch)

CURSO BÁSICO  
**ATELIER NUMERI E CALCOLO**

*Alberto Battaini\**

**CONTESTO**

Esplorazione di alcuni quaderni creati per l'ambiente: "Aritmetica, Numeri e calcolo" detinuti ad allievi di scuola primaria (o dell'infanzia).

**OBIETTIVI**

Capire lo spirito dei quaderni

- Manipolare oggetti per ricoprire superfici;
- Favorire la scoperta da parte degli allievi;
- Favorire l'utilizzazione di strategie diverse;
- Indurre la necessità di discutere le varie strategie utilizzate dalla classe.

**METODOLOGÍA**

Esplorazione di alcuni quaderni scelti appositamente e visione globale dell'elenco dei quaderni a disposizione.

**RISULTATI**

Possibilità di vedere alcune pagine realizzate nelle classi (foto e/o filmati).

**CONCLUSIONI**

Da trarre con i partecipanti.

**PAROLE CHIAVE**

Conteggio, conta, enumerazione, ordinamento, scomposizione, operazioni

**REFERENZE BIBLIOGRAFICHE**

Costabile F.A., Serpe A. (2009). Un laboratorio per la scuola dell'infanzia con INF@0.1. Esperienza monitorata nell'a.s. 2007/08. Cosenza: Luigi Pellegrini.

Costabile F.A., Serpe A. (2010a). La "prima matematica" con INF@0.1: un'esperienza monitorata nell'anno scolastico 2007/08. In: D'Amore B., Sbaragli S. (Eds.). (2010). Matematica ed esperienze didattiche. Bologna: Pitagora. 80-81

Battaini, L., Battaini, A., Gottardi, G., & Sbaragli, S., (2013), Esperienze analoghe: reale e virtuale a confronto nella scuola dell'infanzia, *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 36A, 3, 207-236. [Pubblicato anche nel *Bollettino dei docenti di matematica*, 66, 53-70.]

\* Ticino, Svizzera. Dirección electrónica: [abattaini@sunrise.ch](mailto:abattaini@sunrise.ch)

CURSO BÁSICO

**MATERIAL AND DIGITAL INSTRUMENTS: WHICH USES  
IN THE CLASSROOM BY TEACHER AND STUDENTS?**

*Michela Maschietto\**

**CONTEXT**

The Cabri software has been used in order to construct animations of known material instruments.

**OBJECTIVES**

This contribution aims at discussing the relationships between material instruments and their digital animations.

**METHODOLOGY**

We present the example of the mathematical machines, which are material instruments for geometry and arithmetic ([www.mmlab.unimore.it](http://www.mmlab.unimore.it)), and their digital copies produced by Cabri II Plus, Cabri 3D and CabriElem. We discuss relationships and articulations in three cases: the first case concerns the use of animations in order to show the functioning of a particular machine (for instance, a perspectograph); the second case focuses on the construction of animations by the students after the manipulation of a particular material machine (for instance, the conic sections drawers); the third case present the idea of duo of artefacts (in particular, the pascaline Zero+1 et the e-pascaline), in which the digital copy of the material machine is designed starting from educational and cognitive hypotheses.

**RESULTS**

These animations are more or less complexes and can be used in different way in the classroom by teacher and students.

**CONCLUSIONS**

The articulation between material and digital instruments is an open question, both in mathematics education research and teaching practice.

**KEYWORDS**

Articulation, material artefact, digital artefact.

**REFERENCES**

Bartolini Bussi, M.G. & Maschietto, M. (2006). *Macchine matematiche: dalla storia alla scuola*. Milano: Springer.

Maschietto, M. & Soury-Lavergne, S. (2013). Designing a duo of material and digital artifacts: the pascaline and Cabri Elem e-books in primary school mathematics. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 45(7), 959–971.

---

\* Università Di Modena E Reggio Emilia, Italy. Dirección electrónica: [michela.maschietto@unimore.it](mailto:michela.maschietto@unimore.it)

CURSO BÁSICO

## LA INTERNALIZACIÓN DE LA GEOMETRÍA DINÁMICA EN LA CLASE

Víctor Larios Osorio\*

### CONTEXTO

La tecnología, de cualquier tipo, que se utiliza en educación, ejerce una influencia que puede ser determinante en el aprendizaje por los significados que se construyen sobre los objetos estudiados. En este sentido la tecnología se puede constituir en un mediador semiótico entre el conocimiento matemático y el conocimiento del individuo que aprende.

Es importante que el docente reflexione al respecto para que considere las implicaciones que tiene el software para Geometría Dinámica en la clase de Matemáticas (Geometría en particular) y así lo utilice para alcanzar el objetivo principal de la clase que es aprender Matemáticas y no tecnología, además de que lo tome en cuenta para el diseño de actividades, la selección de situaciones y las consideraciones de la evaluación.

### OBJETIVOS

Reflexionar sobre la necesidad de que el profesor considere procesos de internalización adecuados del software para Geometría Dinámica a fin de evitar que el aprendizaje del software sustituya al aprendizaje de la Geometría como objetivo de los cursos escolares de matemáticas.

### METODOLOGÍA

El curso se desarrollará en dos sesiones. Los asistentes expondrán sus experiencias docentes en cuanto al uso del software para Geometría Dinámica y se les proporcionará información bibliográfica al respecto para realizar reflexiones grupales.

**PALABRAS CLAVE:** Internalización de la tecnología, mediación semiótica, geometría dinámica.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bartolini Bussi, M. G. y Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom. En L. D. English (ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (págs. 746-783). Nueva York, EEUU: Routledge.
- González G., N. y Larios O., V. (2012). *Justificaciones en la geometría dinámica de secundaria*. Saarbrücken, Alemania: Editorial Académica Española.

\* Univ. Autónoma de Querétaro (M. en Didáctica de las Matemáticas y D. en Tecnología Educativa). Dirección electrónica: vil@uaq.mx

Rabardel, P. (2002). *People and technology. A cognitive approach to contemporary instruments*. Recuperado el 26 de agosto de 2014, de Equipe Conception, Création, Compétences et Usages (C3U): <http://ergoserv.psy.univ-paris8.fr/Site/Groupes/Modele/Articles/Public/ART372105503765426783.PDF>

Vygotski, L. S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Madrid, España: Editorial Crítica.

CURSO BÁSICO  
ISLAMIC PATTERNS FOR HIGH SCHOOL TEACHERS

*Richard J. Allen\**

**CONTEXT:**

In the first part of this minicourse for high school teachers emphasis will be placed on cultural aspects of the two dimensional Islamic designs and on understanding them as geometric patterns. In the second session of the workshop, teachers will be asked to suggest patterns from Columbian culture or design.

**OBJECTIVES:**

Study some basic representative two dimensional Islamic patterns. Understand a Columbian pattern as a collection of geometric objects.

**METHODOLOGY:**

Use Cabri to create some Islamic patterns. Use Cabri to reproduce (part of) a Columbian pattern and use Cabri to modify it or to create a new pattern representative of Columbian culture.

**KEY WORDS:** Culture, geometric patterns, geometry constructions, Islamic patterns.

---

\* Computer Science. St. Olaf College. Northfield, MN 55057. USA. Dirección electrónica: allen@stolaf.edu

CURSO BÁSICO  
**TRANSFORMATIONS, 3D CREATIONS  
AND ANIMATIONS WITH CABRI 2 PLUS AND CABRI 3D**

*Jean-Jacques Dahan\**

**CONTEXT**

Mathematical and didactical research around the experimental process of discovery in mathematics, mediated by dynamic geometry. Research done in my group of research of the IREM of Toulouse.

**OBJECTIVES**

During these courses, we want to illustrate practically the presentation "A survey of the dynamic creations generated by an expert practice of Cabri 2 Plus and 3D during the last 20 years. An approach of the new Cabri, a pedagogical revolution (the experimental process in mathematics, in a research work and in the classroom)".

At the same time beginners will learn very quickly how to use Cabri 3D. Participants who already know the software will discover techniques helping them to use the software in a better way with really original examples.

At last, we will present my YouTube channel containing resources created with Cabri 2 Plus, Cabri 3D and the Geometry application of *TI N'Spire*.

**METHODOLOGY**

With each example used during the courses, participants will understand that the Cabri software are an instrument for mathematics if they learn the techniques presented.

**RESULTS**

After these courses, participants must feel more confident in the use of the Cabri environments.

**CONCLUSIONS**

Principally, our conclusion is that an expert utilization (mixing knowledge about the software and mathematics) is crucial to convince teachers that the dynamic geometry environments such as the Cabri ones are appropriate for real understanding: the role of the expert is to provide examples which are not paper and pencil examples but others where the operational approach enhanced by dynamicity is certainly more heuristic (in the meaning of Duval) for researchers at all levels.

**KEY WORDS:** Dynamic geometry, Cabri 2 Plus, Cabri 3D, new Cabri, experimental process, investigation, animations, transformations, conditional constructions, discovery mediated by dynamic geometry, video resources, YouTube channel Jean-Jacques Dahan.

---

\* IREM of Toulouse France. Dirección electrónica: [jjdahan@wanadoo.fr](mailto:jjdahan@wanadoo.fr)

## LA GEOMETRÍA Y LA ESTADÍSTICA JUNTAS CON CABRI

*José Alexandre dos Santos Vaz Martins\**

### CONTEXTO

En un contexto de generalización de la enseñanza estadística hay que promover la comprensión de conceptos estadísticos centrales. Este es un tema actual que requiere innovaciones. En ese ámbito, la visualización es un aspecto importante y debe ser promovido (Martins, 2006; Martins, Estrada y Nascimento, 2014).

### OBJETIVOS

Se pretende contribuir para la mejoría de la calidad de la enseñanza de la Estadística a través de la utilización del Cabri Géomètre, dando respuestas dinámicas y visuales que facilitan el trabajo a los profesores y refuerzan la comprensión de conceptos en los alumnos.

### METODOLOGÍA

Se presentan las bases geométricas y estadísticas para la construcción con Cabri de aplicaciones que permiten visualmente explorar conceptos básicos de Estadística y representaciones gráficas. Además, se presentan cuestiones didácticas que pueden orientar la construcción y uso de dichas aplicaciones.

### RESULTADOS

Son presentadas las aplicaciones creadas con Cabri que permiten estimular, motivar y ayudar visualmente la comprensión de representaciones gráficas y de los conceptos de media, mediana, moda y dispersión. Además, se subrayan algunas situaciones con implicaciones didácticas en el uso de estas aplicaciones.

### CONCLUSIONES

Fue posible presentar la Geometría y la Estadística dinámicamente unidas a través de aplicaciones de Cabri-Géomètre para mejorar la enseñanza de importantes conceptos estadísticos básicos. Estas aplicaciones son fácilmente implementadas y se pueden profundizar, perfeccionar y/o añadir otras potencialidades o alargar a otros tópicos estadísticos.

### PALABRAS CLAVE

Cabri, Estadística descriptiva, Gráficos, Enseñanza

---

\* UDI/IPG – Instituto Politécnico da Guarda – Portugal. Dirección electrónica: jasvm@ipg.pt

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Martins, J. (2006). *Dispersión estadística con Cabri*. Actas del 3er Congreso Internacional IberoCabri 2006. Bogotá, Colombia.

Martins, J., Estrada, A. & Nascimento, M. (2014). Do you need to see it to believe it? Let's see statistics and geometry dynamically together! *European Journal for Science and Mathematics Education*, 2 (1), 39-52.

## CONCURSO DE ACTIVIDADES CABRI EN CLASE

El tribunal de Evaluación fue conformado por el Dr. Jean Marie Laborde, el Dr. Eugenio Díaz Barriga Arceo, la Mg. Alicia Noemí Fayó y el Mg. Luis Albeiro Zabala Jaramillo.

El jurado ha destacado la participación, las propuestas y las honorables instituciones que avalaron los trabajos de sus docentes y alumnos; a todos ellos su más profundo reconocimiento. Sin embargo, han debido resolver en busca de los ganadores del premio propuesto, tarea que no ha sido fácil.

Como criterios de evaluación se han tenido en cuenta los equipos e institución educativa auspiciante, la participación de alumnos dentro del proyecto, el tema a desarrollar, la ubicación del tema en la currícula, la formulación de los objetivos, la coherencia, la calidad y relación de las actividades propuestas que justifican el uso de la tecnología Cabri para llevar a cabo la exploración de situaciones, el planteo de conjeturas y la validación de las mismas. También se ha considerado el tiempo requerido para realizar el proyecto y los métodos de evaluación que proponen los docentes.

1. El jurado ha dictaminado como ganadora del premio nivel secundario, a la propuesta:

### GEOMETRÍA EN LA DANZA CLÁSICA CON CABRI 3D

La diseñadora del proyecto es profesora de la Escuela de Danzas "Aida V. Mas-tazzi" de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

País: Argentina

Integrantes: Profesora Mariela Stella Maris Boccioni.

Alumnas: María Emilia Gette y Maria Florencia Salas.

La propuesta se ofrece a alumnos de nivel medio de 17 años que estudian el bachillerato, y cursan la carrera de Intérpretes en Danza Clásica y Contemporánea.

Los jueces han observado que el proyecto se enmarca en la Teoría de Situaciones didácticas. Presenta las posibilidades de abordar las dificultades que plantea la docente sobre interesar a alumnos de una carrera de Arte para aprender Matemática.

Destacan la creatividad de la propuesta, las relaciones interdisciplinarias que se tienen en cuenta como Matemática, Arte y Anatomía, y las actividades diseñadas basándose en la observación de los movimiento del propio cuerpo para luego interpretarlos en Cabri 3D . De esta manera cumplimenta los objetivos que se propone entre los

que se encuentran: lograr una visualización geométrica del movimiento, representar el cuerpo humano manteniendo las proporciones reales, modelizar, los movimientos del cuerpo humano y los pasos básicos de la Danza Clásica en las actividades.

Aconsejan a la docente, estudiar la manera de simplificar las construcciones para hacerlas más accesibles y facilitarles de esta manera a los alumnos la creación de sus modelos.

Los jueces y los organizadores del congreso les manifestamos nuestro reconocimiento y felicitaciones.

Comité Organizador  
IV Cabri World & VII IberoCabri 2014

2. El jurado ha dictaminado otorgar una mención al proyecto educativo:

#### **LAS NOCIONES DE VOLUMEN Y ÁREA POTENCIADAS CON CABRI 3D.**

Los diseñadores del proyecto son alumnos del Profesorado de Matemática que han conformando el "CLUB INTERISNTITUCIONAL DE GEOMETRÍA LAS AMÉRICAS", guiados por su Profesora.

Integrantes : Profesora Marcela Götte.

Alumnas: María Eugenia Cammisi; María Florencia Cruz; Cintia Ailén Hurani y Micaela Desire Mazzola.

Institución auspiciante: Facultad de Humanidades y Ciencias- UNL

El proyecto está dirigido a alumnos del ciclo básico de la escuela secundaria, específicamente alumnos de 13 años.

Los futuros profesores pertenecen a la Ciudad Universitaria El Pozo. Ciudad: Santa Fe .

País: Argentina.

Los jueces han destacado que los integrantes del proyecto no enmarcan el desarrollo bajo un enfoque teórico determinado. En especial consideran como meritorio, la exploración mediante el diseño de actividades con material concreto intercaladas con representaciones en Cabri, dado que permiten una mayor profundidad de aprendizaje de los conceptos que abordan. En la propuesta, utilizan Cabri 3D, para representar dentro del cubo los cuerpos que han trabajado. De esta manera enfocan el proceso de enseñanza y aprendizaje de una serie de conocimientos como definición y ubicación de planos en el espacio y construcción de sólidos. Finalmente Cabri les permite la comparación de áreas y volúmenes de los cuerpos representados. Con lo descrito cumplimentan la totalidad de los objetivos propuestos.

Los jueces y los organizadores del congreso les manifestamos nuestro reconocimiento y felicitaciones.

Comité Organizador  
IV Cabri World & VII IberoCabri 2014

3. El jurado ha dictaminado como ganadora del premio nivel Universitario, a la propuesta:

**MODELACIÓN Y VISUALIZACIÓN DE LOS CONCEPTOS DEL CÁLCULO INTEGRAL, MEDIADOS CON LA HERRAMIENTA CABRI II PLUS Y CABRI 3D**

Los diseñadores del proyecto son alumnos de la Universidad de Medellín, pertenecientes a la facultad de Ingeniería que han conformando el "CLUB DEL CABRI: SEMILLERO DE COLCIENCIAS DE SOFTWARE DINÁMICO EN GEOMETRÍA Y MATEMÁTICAS":

Integrantes: Profesores Luis Albeiro Zabala Jaramillo y Egidio Esteban Clavijo Gañan.

Alumnos: Luisa Fernanda Quintero Soto; Christian David Orrego Suaza; Jovan Guerra Hernández; Julian Esteban Ossa Gómez; John Alexander Montoya Ángel y Estefany Aguilar Restrepo.

Institución auspiciante: Universidad de Medellín

El proyecto está dirigido a alumnos del tercer semestre de la facultad de ingeniería.

País: Colombia.

Los jueces han observado que la propuesta se enmarca en las Teorías de Modelación y Visualización (Duval R., Hitt F., Vinner S., etc.). Además, presenta las posibilidades de abordar las dificultades que plantean tanto los docentes como los alumnos, unos para enseñar y orientar y los otros para visualizar y comprender los conceptos del cálculo integral.

Destacan la creatividad de la propuesta, la que permite que los docentes orienten la modelación y visualización de los conceptos del cálculo integral en las actividades presentadas. Estas últimas se basan en la representación de los conceptos en diferentes aplicaciones del Software Cabri II plus y Cabri 3D. Logran de esta manera, los objetivos que se trazaron en la propuesta.

Los jueces y los organizadores del congreso les manifestamos nuestro reconocimiento y felicitaciones.

Comité Organizador  
IV Cabri World & VII IberoCabri 2014

4. El jurado ha dictaminado como desierto el premio de nivel Primario:

Los jueces han observado que las propuestas presentadas, no tienen las bases suficientes para complementar los requisitos solicitados, por lo que han considerado que ninguna de ellas cumple con los requisitos del concurso.

Comité Organizador

IV Cabri World & VII IberoCabri 2014



En la reunión del Cabri World 2001 en Montreal, decidimos llevar a cabo la creación de un congreso destinado especialmente a los profesores e investigadores en enseñanza de la Matemática de Iberoamérica, el IberoCabri. Dicho congreso, a partir de entonces se realiza cada dos años y hoy podemos decir que hemos alcanzado los objetivos que nos propusimos.

Para esta nueva versión agradecemos a todos los profesores y participantes, sin los cuales, el evento no sería posible. Su interés y compromiso por la Geometría Dinámica y por la Matemática Dinámica con Cabri, hacen que cada día, la calidad de la educación que reciben nuestros estudiantes sea mejor. Este tipo de innovaciones tecnológicas renuevan y nutren la educación y la pedagogía. Estos nuevos desarrollos, hacen que nuestros jóvenes incursionen en nuevos horizontes del conocimiento, con el fin, de hacer frente a todos los problemas y complejidades de la vida moderna.

Es motivo de festejar los logros del IV Congreso Mundial, IV Cabri World, y de las innovaciones que Cabri presenta en cada una de estas conferencias internacionales.

Será la ocasión para discutir la nuevas pedagogías desarrolladas a través del mundo con Cabri, así como las innovaciones en sus ambientes creados.

Gracias por este compromiso con la educación matemática, científica, artística y cultural. Una educación de calidad asistida por nuevos recursos educativos con Cabri, traerá frutos incalculables.

ISBN: 978-958-8815-77-0

