# Cinco ceros de textura de tipo no Fritzsch para las matrices de masa de los quarks en el Modelo Estándar

**Yithsbey Giraldo Úsuga**

Universidad de Nariño

Octubre 6 de 2017

## Resumen

Vamos a considerar un modelo con cinco ceros de textura que no es del tipo Fritzsch para las matrices de masa de los quarks, que es completamente válido y genera todas las cantidades físicas de interés: que incluye las masas de los quarks, la cantidad invariante de Jarlskog y los ángulos internos del triángulo unitario de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa. Para lograr esto, debemos incluir fases no físicas en las matrices unitarias que diagonalizan las matrices de masa de los quarks, a fin de llevar la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa a su forma estándar. Así que el modelo tiene nueve parámetros para reproducir diez cantidades físicas, lo que implica relaciones entre las masas de los quarks y sus mezclas. Este trabajo tiene varios resultados importantes: a) Primero decir que los ceros de textura buscan reducir el número de parámetros libres presentes en el Modelo Estándar, que para nuestro caso, con sólo nueve parámetros se logra reproducir cantidades físicas de interés, lo implica predicciones, principalmente entre los ángulos de mezcla de la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) y las masas de los quarks, entre ellas, verificamos la relación de Gatto-Sartori-Tonin. b) Mostramos que cinco (5) ceros de textura es el máximo número de ceros posibles en las matrices de masa de los quarks. c) Los patrones de distribución de los posibles ceros de textura también está limitado: dos ceros en la matriz de masa up y tres en la matriz de masa down. d) Encontramos una importante fuente de violación de paridad (CP), puesto que el ángulo de fase es cercano a pi/2.

## Introducción

- Modelos como el Modelo Estándar (ME) o sus extensiones, donde los campos derechos son singletes $SU(2)$, siempre es posible elegir una base adecuada para los quarks derechos usando la matriz unitaria proveniente del *teorema de la descomposición polar* del álgebra matricial, de tal manera que las matrices de masa de los quarks up y down se vuelven matrices hermíticas.
$$M_u^\dagger = M_u, \quad \text{y} \quad M_d^\dagger = M_d.$$
- En el ME, los quarks izquierdos y derechos pueden ser transformados unitariamente, de tal manera que las corrientes gauge permanecen invariantes, y como resultado, las matrices de masa de los quarks se transforman a nuevas matrices equivalentes. Este proceso consiste básicamente en una transformación unitaria común aplicada sobre $M_u$ y $M_d$ conocida como Transformación de "Base Débil" (WB en inglés) [1], de la siguiente manera:
$$M_u \to M_u' = U^\dagger M_u U, \quad M_d \to M_d' = U^\dagger M_d U,$$
donde $U$ es una matriz arbitraria unitaria que preserva la hermiticidad de las matrices de masa de los quarks.
- Al hacer una transformación WB, cualquier matriz de masa de quark físicamente viable puede derivarse de matrices de masa de quark específicas.

## Masas de quarks y CKM

Las masas de quarks y los parámetros observados de la matriz CKM $|V_{ij}|$ se dan a la escala $\mu = m_Z$ [2]:

$$m_u = 1.38^{+0.42}_{-0.41}\,,\ m_c = 638^{+43}_{-84},\ m_t = 172100 \pm 1200\,,$$
$$m_d = 2.82 \pm 0.48\,,\ m_s = 57^{+18}_{-12}\,,\ m_b = 2860^{+160}_{-60}\,.$$

$$|V| = \begin{pmatrix} 0.97427 \pm 0.00014 & 0.22536 \pm 0.00061 & 0.00355 \pm 0.00015 \\ 0.22522 \pm 0.00061 & 0.97343 \pm 0.00015 & 0.0414 \pm 0.0012 \\ 0.00886^{+0.00033}_{-0.00032} & 0.0405^{+0.0011}_{-0.0012} & 0.99914 \pm 0.00005 \end{pmatrix},$$

y el invariante de Jarlskog es
$$J = \left(3.06^{+0.21}_{-0.20}\right) \times 10^{-5}.$$

### 1. Las matrices iniciales de masa del quark

*La representación diagonal $u$ [3, 4]:*
$$M_u = D_u = \begin{pmatrix} \lambda_{1u} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{2u} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{3u} \end{pmatrix},$$
$$M_d = V D_d V^\dagger, \quad \text{donde} \quad V = U_u^\dagger U_d.$$
*La representación diagonal $d$.*

## Texturas de cinco ceros numéricas

### 2. Patrón diagonal de uno y dos ceros

| Matrices de permutación | patrón diagonal de dos ceros $(p_i\, M_q\, p_i^T)$ | patrón diagonal de un cero $(p_i\, M_q\, p_i^T)$ |
|---|---|---|
| $p_1 = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0 & \lvert\xi_q\rvert & 0 \\ \lvert\xi_q\rvert & 0 & \lvert\beta_q\rvert \\ 0 & \lvert\beta_q\rvert & \alpha_q \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0 & \lvert\xi_q\rvert & 0 \\ \lvert\xi_q\rvert & \gamma_q & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_q \end{pmatrix}$ |
| $p_2 = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & & 1 \\ & 1 & \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0 & 0 & \lvert\xi_q\rvert \\ 0 & \alpha_q & \lvert\beta_q\rvert \\ \lvert\xi_q\rvert & \lvert\beta_q\rvert & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0 & 0 & \lvert\xi_q\rvert \\ 0 & \alpha_q & 0 \\ \lvert\xi_q\rvert & 0 & \gamma_q \end{pmatrix}$ |
| $p_3 = \begin{pmatrix} & & 1 \\ & 1 & \\ 1 & & \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} \alpha_q & \lvert\beta_q\rvert & 0 \\ \lvert\beta_q\rvert & 0 & \lvert\xi_q\rvert \\ 0 & \lvert\xi_q\rvert & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} \alpha_q & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_q & \lvert\xi_q\rvert \\ 0 & \lvert\xi_q\rvert & 0 \end{pmatrix}$ |
| $p_4 = \begin{pmatrix} & 1 & \\ 1 & & \\ & & 1 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0 & \lvert\xi_q\rvert & \lvert\beta_q\rvert \\ \lvert\xi_q\rvert & 0 & 0 \\ \lvert\beta_q\rvert & 0 & \alpha_q \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} \lvert\gamma_q\rvert & \lvert\xi_q\rvert & 0 \\ \lvert\xi_q\rvert & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_q \end{pmatrix}$ |
| $p_5 = \begin{pmatrix} & & 1 \\ 1 & & \\ & 1 & \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} \alpha_q & 0 & \lvert\beta_q\rvert \\ 0 & 0 & \lvert\xi_q\rvert \\ \lvert\beta_q\rvert & \lvert\xi_q\rvert & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} \alpha_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lvert\xi_q\rvert \\ 0 & \lvert\xi_q\rvert & \gamma_q \end{pmatrix}$ |
| $p_6 = \begin{pmatrix} & 1 & \\ & & 1 \\ 1 & & \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} 0 & \lvert\beta_q\rvert & \lvert\xi_q\rvert \\ \lvert\beta_q\rvert & \alpha_q & 0 \\ \lvert\xi_q\rvert & 0 & 0 \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} \gamma_q & 0 & \lvert\xi_q\rvert \\ 0 & \alpha_q & 0 \\ \lvert\xi_q\rvert & 0 & 0 \end{pmatrix}$ |

### 3. Masas numéricas de quarks (en unidades MeV)

$$M_u' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -79.32 + 154.72i \\ 0 & 5539.2 & 28125.9 + 6112.8i \\ -79.323 - 154.72i & 28125.9 - 6112.8i & 167126.0 \end{pmatrix},$$

$$M_d' = \begin{pmatrix} 0 & 13.891097 & 0 \\ 13.891097 & 0 & 421.41405 \\ 0 & 421.41405 & 2797.9042 \end{pmatrix}.$$

## Texturas analíticas de cinco ceros y la matriz de mezcla CKM

La matriz de textura de cinco ceros obtenida anteriormente tiene la siguiente estructrura estándar:

$$M_u = P^\dagger \begin{pmatrix} 0 & 0 & |\xi_u| \\ 0 & \alpha_u & |\beta_u| \\ |\xi_u| & |\beta_u| & \gamma_u \end{pmatrix} P, \quad M_d = \begin{pmatrix} 0 & |\xi_d| & 0 \\ |\xi_d| & 0 & |\beta_d| \\ 0 & |\beta_d| & \alpha_d \end{pmatrix},$$

donde $P = \operatorname{diag}(e^{-i\phi_{\xi_u}}, e^{-i\phi_{\beta_u}}, 1)$ (con $\phi_{\beta_u} \equiv \arg(\beta_u)$ y $\phi_{\xi_u} \equiv \arg(\xi_u)$). Disponemos de nueve parámetros libres, para reproducir diez magnitudes físicas: seis (6) masas de quarks y tres (3) ángulos de mezcla y una (1) fase de la matriz CKM, lo que implica relaciones físicas entre las masas y/o mezclas de quarks.

### 4. Las mezclas

$$|V_{ud}| \approx |V_{cs}| \approx |V_{tb}| \approx 1,$$
$$|V_{us}| \approx \left|\sqrt{\frac{\alpha_u - m_c}{\alpha_u}}\sqrt{\frac{m_u}{m_c}} - e^{i(\phi_{\beta_u} - \phi_{\xi_u})}\sqrt{\frac{m_d}{m_s}}\right|,$$
$$|V_{cd}| \approx \left|\sqrt{\frac{\alpha_u - m_c}{\alpha_u}}\sqrt{\frac{m_u}{m_c}} - e^{i(\phi_{\xi_u} - \phi_{\beta_u})}\sqrt{\frac{m_d}{m_s}}\right|,$$
$$|V_{cb}| \approx \left|\sqrt{\frac{m_s}{m_b}} - e^{i\phi_{\beta_u}}\sqrt{\frac{\alpha_u - m_c}{m_t}}\right|,$$
$$|V_{ts}| \approx \left|\sqrt{\frac{m_s}{m_b}} - e^{-i\phi_{\beta_u}}\sqrt{\frac{\alpha_u - m_c}{m_t}}\right|,$$
$$\frac{|V_{ub}|}{|V_{cb}|} \approx \sqrt{\frac{m_u}{m_c}}\left|\frac{\sqrt{\frac{\alpha_u}{m_t}} - e^{-i\phi_{\beta_u}}\sqrt{\frac{\alpha_u - m_c}{\alpha_u}}\sqrt{\frac{m_s}{m_b}}}{\sqrt{\frac{\alpha_u - m_c}{m_t}} - e^{-i\phi_{\beta_u}}\sqrt{\frac{m_s}{m_b}}}\right|,$$
$$\frac{|V_{td}|}{|V_{ts}|} \approx \sqrt{\frac{m_d}{m_s}},$$

donde se considera $\alpha_u \ll m_t$. Consideraremos $\alpha_u \gtrsim m_c$ para ajustar los datos experimentales, lo que da $(\phi_{\beta_u} - \phi_{\xi_u}) \sim -\pi/2$, que es un término de contribución importante para la violación de CP.

## Conclusiones

Las principales conclusiones de este trabajo son:

- Hemos encontrado sólo dos patrones de textura numéricos diferentes de cinco ceros.
- Tenemos nueve parámetros libres para reproducir diez magnitudes físicas: seis (6) masas de quarks, tres (3) ángulos de mezcla y una (1) fase de la matriz CKM, lo que implica relaciones físicas entre las masas de quarks y/o mezclas.
- La relación de Gatto-Sartori-Tonin (GST) se mantiene, y una contribución importante para la violación de CP todavía se muestra en el contexto del modelo.

## Referencias

[1] G.C. Branco, D. Emmanuel-Costa, R. Gonzalez Felipe, Phys.Lett.B477, 2000 [hep-ph/9911418].

[2] K. Nakamura et al. (Particle Data Group), JP G 37, 075021 (2010) and 2011 partial update for the 2012 edition (URL: http://pdg.lbl.gov).

[3] Yithsbey Giraldo, Phys.Rev.D86,093021(2012).

[4] Yithsbey Giraldo, Phys.Rev.D91,038302(2015).