

4.40. COMUNICACIÓN BREVE 40

Intuiciones, visualizaciones y formalizaciones en el desarrollo histórico-epistemológico de los números irracionales

Diana Carolina Pineda Pérez y Yesika Viviana Ñañez Valdez

diana.c.pineda@correounivalle.edu.co y yesika.nanez@correounivalle.edu.co

Universidad del Valle

Resumen. En este trabajo se hace un análisis epistemológico del desarrollo histórico de los números reales a través de tres etapas fundamentales: la etapa de intuición, de visualización y de formalización. Se hace especial énfasis en el desarrollo de los números irracionales, desde sus raíces primigenias, en la antigüedad griega, hasta la formalización de los números reales en el siglo XIX. Este trabajo se centra en identificar cada una de estas etapas, en la manera en que los matemáticos intuyeron, visualizaron y formalizaron los procesos algorítmicos involucrados en el proceso de formalización de los números reales. Al final se hace una reflexión sobre la manera en que un estudio histórico como este, contrastando con la filogénesis y la ontogénesis puede servir como guía en el diseño de situaciones didácticas.

Palabras claves. Magnitudes inconmensurables, Números reales, Números irracionales, Formalización.

- **Presentación del problema.**

Uno de los aspectos centrales del desarrollo de las matemáticas tiene relación con la construcción histórica de los números reales. Este proceso llevó más de veinticinco siglos; se remonta a la antigua Grecia, con el descubrimiento de las magnitudes inconmensurables, y culmina en el siglo XIX, con las construcciones de Cantor y Dedekind.

Muchos estudios históricos de algunas nociones matemáticas se hacen de manera descriptiva, sin profundizar en los diferentes momentos de desarrollo conceptual que nos pueden dar claves para continuar con las investigaciones matemáticas o con su proceso de enseñanza y aprendizaje. Desde hace varias décadas investigaciones en didáctica de las matemáticas han evidenciado que los estudiantes tienen muchas dificultades para entender los números racionales, las operaciones algebraicas entre ellos y sus propiedades, y, aún más, para “asimilar” los números irracionales. En este orden de ideas, se podría decir que el principal factor que genera un acercamiento a la concepción del número irracional es el tratamiento que se hace de la representación de números racionales.

Así pues, considerando que la historia de las matemáticas se ha convertido en un campo de investigación en la que se relacionan aspectos que inciden directa o indirectamente en el proceso de enseñanza y aprendizaje, como lo afirma Anacona (2003, p. 34), entonces el presente documento gira en torno a determinar cómo contribuye un estudio del desarrollo histórico, desde la visualización, la intuición y formalización de los números reales, en particular de los números irracionales, para mejor su aprehensión.

- **Marco de referencia conceptual.**

El interés de esta investigación se centra en establecer una relación entre historia y educación matemática para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, pues si se habla de la relación existente entre el desarrollo de los conceptos matemáticos y su origen evolutivo, se hace referencia a la observación de las dificultades y obstáculos que aparecieron en la historia. Así, se plantea la idea de que este trabajo sea una herramienta teórica para los educadores, en la manera que les brinde elementos para establecer situaciones didácticas y adidácticas en el aula, ya que el profesor de matemáticas es quien debe, a través de la historia, poder llevar al aula problemas históricos y actividades para fomentar discusiones, o bien, que integre la historia en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

En este sentido, es fundamental conocer cómo ha sido el desarrollo de la formalización de los números reales (filogénesis), y cómo ha ido cambiando la perspectiva del manejo de su concepto que se va convirtiendo en objeto matemático (ontogénesis). La filogénesis de los números reales permite ser analizado con la apreciación de tres aspectos fundamentales: la intuición, visualización, y formalización, las cuales proporcionan la ontogénesis de cada uno de los objetos matemáticos que estuvieron involucrados en la construcción de esos números; desde la antigüedad griega, con las primeras apariciones de las magnitudes inconmensurables que son asociados a los números irracionales, hasta el siglo XIX con la estructuración formal por parte de Cantor y Dedekind..

- **Metodología.**

El propósito es analizar aspectos en el proceso histórico de la formalización de los números reales o la filogénesis de ellos, particularmente en los números irracionales desde el marco de tres etapas fundamentales: la etapa de intuición, de visualización y de formalización; propuesta de investigación elaborada por el grupo de estudio en historia de las matemáticas de la Universidad del Valle.

La primera, puede verse no como una corazonada de la existencia de los números irracionales, sino más bien, como esas ideas que dan pie a considerar que las raíces de estos números están en la antigüedad griega; la segunda se aborda como la formación de imágenes de lo que se conoce como números irracionales; y la formalización es tomada desde la estructuración de un corpus teórico de los números reales, que se da desde un conjunto de entes abstractos con operaciones definidas y relaciones mediante las que se comparan y organizan esos entes. Cabe señalar que en cada una de estas etapas también es posible observar la vinculación de estas mismas como subetapas.

- **Análisis de datos.**

Los números irracionales funden sus raíces en la antigüedad griega y se formalizan con la estructuración de un nuevo sistema numérico en el siglo XIX ante la necesidad de rigor en procedimientos y conceptos del análisis matemático y sobre todo ante la necesidad de formalizar técnicas operativas. De ahí, que la formalización de los números reales se llevó a cabo en un proceso que involucra el paso de los números naturales a los enteros, de los enteros a los racionales, y de estos últimos a los números irracionales.

Desde la formación en matemáticas se puede decir que los conjuntos numéricos se han sintetizado en sistemas formales escondiendo problemas epistemológicos, de ahí que los números reales son tomados y trabajados como una estructura de entes abstractos con operatividad y lenguaje propios; mientras, cuyo significado variaba según las circunstancias, como es el caso de los números irracionales.

Un estudio de la construcción de los números reales propicia el conocimiento acerca de que el número real es una de las concepciones más importantes y complicadas en matemáticas, y que incluso es algo que no se ha podido determinar completamente en las aulas de clase, pero eso no significa que desde la escolaridad no se siga preparando a los estudiantes en la construcción de estos números.

Conclusiones.

Un estudio de la construcción de los números reales propicia el conocimiento acerca de que el número real es una de las concepciones más importantes y complicadas en matemáticas, y que incluso es algo que no se ha podido determinar completamente en las aulas de clase.

Entender la formalización de los números reales implica entender su estructura y, por ende, reconocer que los números irracionales son aquellos números que son incorporados para determinar a los números reales como un cuerpo completo.

Gracias al estudio del desarrollo histórico de la construcción de los números reales a través de las tres etapas fundamentales, es posible analizar las exigencias de formalización en cada época, pues en un inicio se ve como se intuyen algunas ideas de la aparición de estos números y como después son visualizados por algunos matemáticos, que aceptados o no como números fueron la fuente para brindar herramientas de una posible estructuración numérica formal.

El estudio del desarrollo histórico-epistemológico de los números reales, particularmente de los números irracionales, **desde las etapas de intuición, visualización y formalización permite tener un campo más amplio de las representaciones de estos números**, cuestión que quizás pueda facilitar la aprehensión de ellos y superar dificultades en su proceso de enseñanza y aprendizaje; ya que, conocer la estructuración de este objeto matemático posibilita a que los estudiantes puedan "actuar sobre ellos y transformarlos", como lo menciona Piaget o bien darles un tratamiento.

Bibliografía.

- Anacona, M. (2003). La historia de las matemáticas en la educación matemática. *EMA*, 8(1), 30-46.
- Crespo, C. (2009). Acerca de la comprensión significado de los números irracionales en el aula de matemáticas. *Premisa*(41), 21-30. Obtenido de <http://www.soarem.org.ar/Documentos/41%20Crespo.pdf>
- Delval, J. (1979). *Lecturas de psicología del niño. Las teorías, los métodos y el desarrollo temprano* (1 ed.). Madrid, España: S. A. Madrid. 1978. 1979.
- Lizarralde, N., & Ramirez, J. (2016). Aproximación a la relación entre la filogénesis y ontogénesis de la idea de límite. (U. P. Nacional, Ed.)
- Recalde, L. (2016). *Lecturas de Historia de las Matemáticas* (Segunda ed.). Cali, Colombia.
- Vargas, V. (s.f.). Las fracciones continuas en el desarrollo histórico de los números reales. (U. d. Valle, Ed.).