

#### 4.46.COMUNICACIÓN BREVE 46

### ***CATEGORIZACIÓN DE ERRORES TÍPICOS EN EJERCICIOS MATEMÁTICOS COMETIDOS POR ESTUDIANTES DE PRIMER SEMESTRE DE LA UNIVERSIDAD DE NARIÑO***

***Deivy Pianda***

[deivypiandacaj@gmail.com](mailto:deivypiandacaj@gmail.com). Universidad de Nariño

#### ***Resumen.***

El objetivo de esta investigación es analizar los errores matemáticos al ejecutar procedimientos de carácter aritmético-algebraico que se presentan en estudiantes de primer semestre de la Universidad de Nariño, además, se indagó acerca de la actitud que los estudiantes tienen hacia las matemáticas. El estudio se apoyó en categorizaciones previas que ayudan a fundamentar las categorías emergentes encontradas. La recolección de información se realizó aplicando una prueba escrita y una encuesta actitudinal. El respectivo análisis de resultados arrojó diez categorías de errores, entre las más sobresalientes se encuentran: Errores en procedimientos que involucran aplicación de propiedades de potencias, errores en la interpretación estructural y presentación de expresiones algebraicas, errores en la operatoria algebraica al momento de reducir términos semejantes. Por otro lado, el estudio reveló que una gran parte de los participantes no tienen una buena actitud hacia las matemáticas y sus hábitos de estudio son nulos o no adecuados.

***Palabras claves.*** Actitud, error, matemáticas, aritmética-algebra.

#### **3. Presentación del problema.**

La formación de futuros profesionales en la universidad de Nariño exige, entre otros requerimientos básicos, la formación del componente matemático que aporta al desarrollo del razonamiento, promueve el pensamiento analítico y genera practicidad, es decir, aporta elementos importantes para el desempeño profesional del futuro egresado.

“Lo que se pretende con la educación matemática es proporcionar una cultura con varios componentes interrelacionados: a) Capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información matemática y los argumentos apoyados en datos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, o en su trabajo profesional. b) Capacidad para discutir o comunicar información matemática, cuando sea relevante, y competencia para resolver los problemas matemáticos que encuentre en la vida diaria o en el trabajo profesional.” (Godino, Font-Moll, y Batanero, 2003, p. 20)

No es extraño el bajo rendimiento académico en asignaturas de primer semestre de universidad que involucran matemáticas, como es el caso de la asignatura “*Matemáticas generales, Matemáticas I, Matemáticas básicas*” (Nieto Isidro y Ramos Calle, 2012). En este sentido, cobra importancia aportar al mejoramiento del desempeño y apropiación de conceptos matemáticos básicos en estudiantes de primer semestre de universidad

identificando los errores típicos cometidos por ellos en el momento de colocar a prueba sus conocimientos en matemáticas (Suceta-Zulueta, Chivas, y Hechavarría, 2011).

#### **4. Marco de referencia conceptual.**

##### **El error en matemáticas.**

El error puede considerarse como una imprudencia, distorsión o inadecuación en un proceso (De la Torre, 2004), el autor considera cuatro direcciones semánticas para el error, a saber: Efecto destructivo, distorsionador, constructivo y creativo. En las dos primeras el error es un resultado y el enfoque es negativo, lo cual lleva a una actitud condenatoria del mismo. En las dos últimas, es parte de un proceso y el enfoque es positivo, lo cual lleva a una actitud de aprovechamiento del mismo, es decir, el error provee más información sobre el proceso mental del alumno que el acierto. De hecho, le permite a un estudiante aprender distintas propiedades de un concepto de las que no era consciente antes.

De la Torre considera que desde la perspectiva del profesor, un error denota que el estudiante necesita ayuda, pues algo en el proceso que siguió no es correcto. Propone la clasificación de errores para enfocar el esfuerzo en los más trascendentes: aquellos que se presentan con mayor frecuencia, cuya causa se conoce y, por tanto, se puede diseñar una estrategia para corregirlos y permitir al estudiante un aprendizaje más profundo.

Rico (1998) señala que presentar al estudiante ejercicios en los que se sabe que pueden cometer errores permite que dicho estudiante, si los comete, sea consciente de vacíos en formación matemática. Esto brinda posibilidades al profesor para abordar el error y ayudar al estudiante a superarlo.

En este mismo sentido, Cervantes y Martínez (2007) proponen que los procesos en los que se sabe que los errores son frecuentes se presenten siempre dentro de situaciones contrastantes para que el alumno pueda discriminar las estructuras matemáticas donde es pertinente cada uno. Por último, es importante considerar una distinción entre errores conceptuales y errores procedimentales. Segovia y Rico (2011) citado por Alguacil de Nicolás, Bosqué, y Pañellas (2016) afirma: “entendemos por conceptos como las ideas con las que pensamos y por procedimientos los modos y técnicas con las que se utilizan estas ideas” (p. 421)

##### **Definición de error y dificultad.**

La terminología utilizada en el ámbito de la Educación Matemática, en ocasiones, puede llegar a ser confusa ya que un mismo término es usado con sentidos diversos, y a veces, distintos términos se refieren al mismo o muy similar concepto. En consecuencia, Asumimos la definición de error dada por Godino et al. (2003), quienes afirman: “Hablamos de *error* cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar” (p. 70).

Por otro lado, el término “dificultad”, se asumirá como “el mayor o menor grado de éxito de los alumnos ante una tarea o tema de estudio” (Godino et al., 2003, p. 70). Por lo tanto, una dificultad alta se presenta cuando el porcentaje de respuestas incorrectas es elevado, mientras que, si el porcentaje es bajo, la dificultad es baja.

### **Categorización de errores.**

Saucedo (2007), quien presenta una clasificación tomando como base la realizada por Mosvshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987) citados en Rico (1998), a saber:

- Datos mal utilizados
- Interpretación incorrecta del lenguaje
- Empleo incorrecto de propiedades y definiciones
- Errores al operar algebraicamente
- No verificación de resultados parciales o totales
- Errores lógicos
- Errores técnicos

Por otro lado, Radatz (1980) citado en (García, 2010) propone cinco categorías de error:

- Errores debidos a dificultades de lenguaje
- Errores debidos a dificultades para obtener información espacial
- Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos
- Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento
- Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes:

Así mismo, en Socas (1997) citado en Morales (2017), clasifica los errores en los que incurren los estudiantes en contextos algebraicos:

- Errores que tienen su origen en un obstáculo
- Errores que tienen su origen en ausencia de sentido

Palarea (1998) citado en Morales (2017) realiza una clasificación a partir de la de Socas (1997) donde distingue dos grandes grupos:

- Errores del Álgebra que están en la Aritmética
- Errores de álgebra debidos a las características propias del simbolismo algebraico

### **Posibilidades de estudio sobre errores.**

Para abordar el estudio de las posibilidades que se desprenden al estudiar errores en matemáticas, Rico (1998) propone cuatro líneas de investigación en torno a este tema de interés académico:

- Estudios sobre análisis, causas, elementos, taxonomías de clasificación de los errores.
- Trabajos acerca del tratamiento curricular de los errores.
- Estudios relativos a la formación de los docentes en cuanto a la capacidad para detectar, analizar, interpretar y tratar los errores de sus alumnos.
- Trabajos de carácter técnico que incluyen técnicas estadísticas, como contrastar hipótesis para el análisis de los errores.

En este sentido, se aborda la primera categoría como línea de investigación pertinente para este estudio.

### **Actitud hacia las matemáticas.**

En el ámbito universitario existe una opinión generalizada sobre las dificultades que presentan los procedimientos matemáticos y el alto nivel de rechazo hacia el área por parte de los estudiantes. Las afirmaciones emotivas de modo “gustar” y “no gustar” tienen un origen, generalmente, es resultado de las creencias que los estudiantes tienen hacia las

matemáticas y la percepción de dificultad que tiene el aprender dichos contenidos, aunque el valor de utilidad que asignan a las matemáticas es notablemente alto teniendo en cuenta su contexto cotidiano (Bazán y Aparicio, 2006), además, este autor afirma: “la actitud es una predisposición del individuo para responder de manera favorable o desfavorable ante un determinado objeto,” (p. 11). Las actitudes en matemáticas pueden verse desde dos perspectivas, “actitudes hacia las matemáticas” relacionadas al componente emotivo y afectivo, por otro lado, las “actitudes matemáticas” relacionadas con el componente cognitivo (Fernández et al., 2016).

Una actitud negativa está directamente relacionada con el rendimiento académico. En este sentido, estudiar las actitudes que los estudiantes universitarios tienen hacia las matemáticas permite brindar una posibilidad de análisis a sus dificultades y errores frecuentes en ejercicios matemáticos. Bazán y Aparicio (2006) afirman: “Es muy importante que el profesor tenga en mente, a través de un proceso clasificatorio, una idea general de las actitudes de sus alumnos con relación a la Matemática” (p. 10). Y con esta información, incentivar actitudes positivas en sus estudiantes.

## **5. Metodología.**

El estudio tiene un enfoque cualitativo, para Hernández, Fernández, y Baptista (2010) “El enfoque cualitativo utiliza la recolección de datos para descubrir o afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación” (p. 7). Además, la investigación tiene un alcance exploratorio-descriptivo, la fase exploratoria permitió facilitar la comprensión del estudio sobre errores en matemáticas y el alcance descriptivo final, entendido como: “el conocimiento de la realidad tal como se presenta en una situación de espacio y de tiempo dado, describe el fenómeno sin introducir modificaciones” (Rojas Cairampoma, 2015, p. 7) se presenta al categorizar errores matemáticos presentados en los estudiantes que participaron en el estudio.

El diseño de investigación es un estudio de caso. Entendido como un proceso de indagación profunda que caracteriza, por medio de un examen detallado y sistemático, una situación de interés (Gómez, Flores, y Jiménez, 1999). Para Martínez (2006) la aplicación de un estudio de caso requiere rigurosidad científica y debe ir de la mano con un adecuado diseño de investigación que demuestre la validez y fiabilidad de los resultados obtenidos, garantizando con ello la calidad y objetividad de la investigación, permitiendo que la investigación se desarrolle de forma clara y efectiva.

Después de la selección del tema y problema de investigación, la estructura que nos permitirá recabar información útil y necesaria para desarrollar la investigación se estipulan bajo los siguientes pasos:

- Recolección de la información (Diseñar y aplicar el instrumento de medición, trabajo de campo)
- Estructuración y organización de los datos.
- Codificación de los datos (comparación de los datos con la literatura)
- Conceptualización y explicación del problema
- Socialización y ajuste de los resultados
- Elaboración del informe final”. (Martínez, 2006, p. 28)

### **Instrumentos de recolección de la información**

#### **Prueba escrita.**

Este tipo de cuestionario utilizado para la investigación comprende diez preguntas abiertas donde los estudiantes desarrollaron ejercicios algebraicos y aritméticos, los últimos, inmersos de manera transversal, a saber; solución de polinomios aritméticos, evaluación numérica y operaciones con polinomios algebraicos, reducción de fracciones algebraicas simples, desarrollo de potencias de binomios, factorización y solución de ecuaciones lineales y cuadráticas (Ver Anexo 2). Cabe mencionar que esta prueba fue puesta a consideración del profesor encargado de impartir la asignatura “*matemáticas generales*” para su aprobación y está en concordancia con la bibliografía sugerida para el trabajo extra clase. La aprobación del docente cobra relevancia bajo dos puntos de vista; el primero, la experticia del docente nos brinda la certeza que la prueba está estructurada siguiendo el programa propuesto para la asignatura en curso y los temas tratados en ella no desbordan ni son insuficientes a los conocimientos exigidos para un estudiantes de primer ingreso a la universidad; en segunda instancia, porque dicha prueba también hace parte del componente evaluativo de la asignatura y corresponde a la primera evaluación parcial del semestre. Cabe mencionar que este último hecho no altera la veracidad de los datos obtenidos, incluso los mejora para interés del investigador, puesto que los estudiantes expusieron al máximo sus capacidades teniendo en cuenta que contaron con tiempo de preparación al respecto de los temas a ser evaluados. La aplicación de la prueba se desarrolló en un lapso de 120 minutos con el acompañamiento del docente encargado y en instalaciones físicas óptimas para presentar una prueba escrita.

#### **Cuestionario actitudinal.**

Los estudiantes también respondieron a un cuestionario de 11 preguntas, diez de ellas cerradas y una pregunta abierta (Ver Anexo 3). Este conjunto de preguntas estaban encaminadas a medir la actitud de los estudiantes hacia el área de matemáticas. Entre otros aspectos, el cuestionario se elaboró para determinar la percepción de los estudiantes frente a su desempeño en matemáticas, la relación emocional que tienen con la asignatura, el nivel de dedicación a su estudio extra clase y sus consideraciones frente a la importancia de las matemáticas en el desempeño de su futura carrera profesional. Para su aplicación, se hizo una concientización a los estudiantes sobre la importancia de los datos a recolectar y se promovió la solución de todas las preguntas, para esta prueba no fue necesario tomar información de su identificación personal.

### **6. Análisis de datos.**

El análisis de la información se desarrolló en tres niveles, Figura 1.

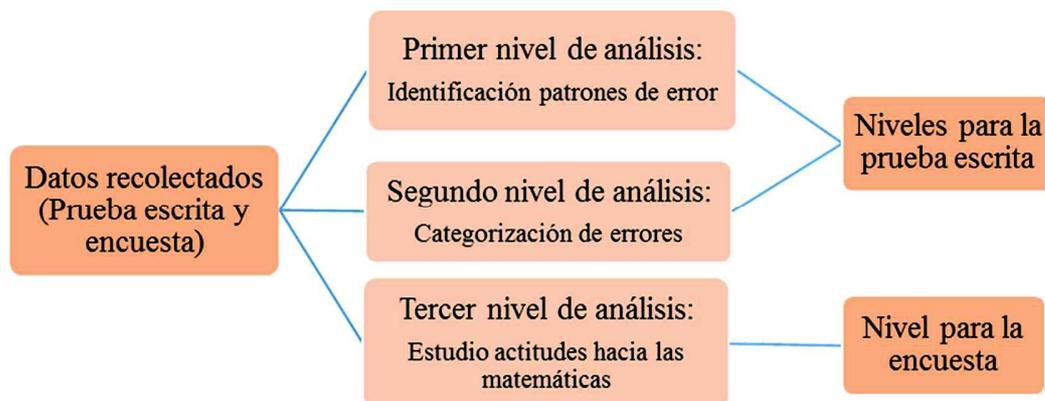


Figura 1. *Diseño de análisis de datos.*

### **Primer nivel de análisis: Patrones de error identificados**

El trabajo de observación que se realizó sobre las pruebas permitió construir una *ficha emergente de análisis de errores* donde se establecen veintiocho conceptos, procedimientos y/o situaciones susceptibles de presentar un error, divididas en: Contexto algebraico, contexto aritmético y situaciones sin contexto.

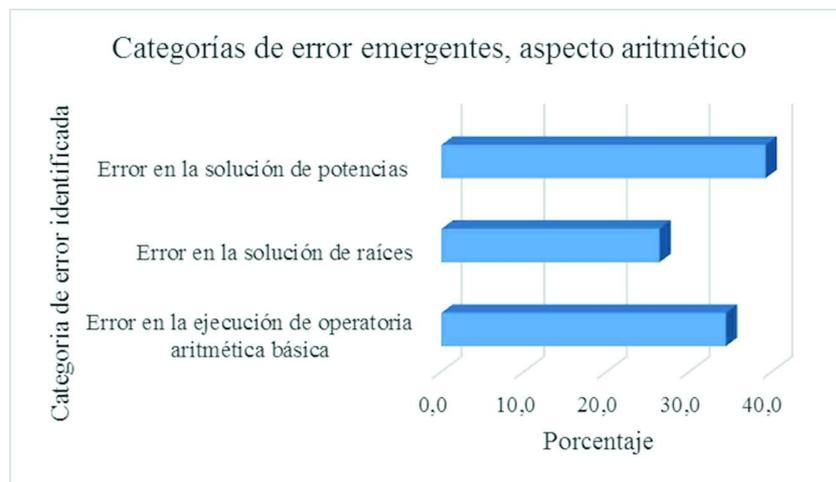
Además, se pudo establecer que de los 410 ejercicios que se analizaron, en 268 se cometió al menos un error, es decir, un 65.4 %, lo que permitió contar con un amplio margen para desarrollar la categorización de los mismos.

### **Segundo nivel de análisis: Categorización de errores**

#### **Categorías de error emergentes: Aspecto aritmético**

El análisis de los datos permitió evidenciar que la categoría de error que se presenta con mayor frecuencia entre los estudiantes ingresantes a la Universidad de Nariño corresponde a *errores en la solución de potencias*, Diagrama 1.

Diagrama 1. *Relación de categorías de error emergentes, aspecto aritmético*



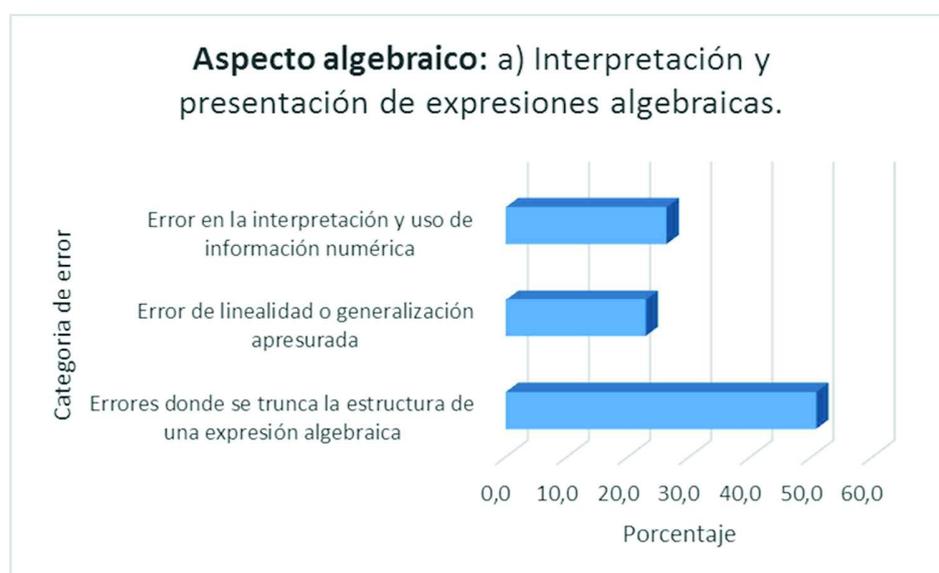
Fuente: *Esta investigación.*

### **Categorías emergentes: Aspecto algebraico.**

El análisis de los datos permitió presentar dos unidades de análisis: a) Interpretación y presentación de expresiones algebraicas; aquí encontramos errores que tienen que ver directamente con la identificación de las propiedades estructurales de una expresión algebraica y errores donde el estudiante pierde el rumbo de la solución del ejercicio por el desconocimiento del lenguaje algebraico. b) Operaciones y procedimientos sobre expresiones algebraicas; en esta unidad de análisis se encuentran errores producto de la incorrecta aplicación de procedimientos -de diversa índole- que se le pide al estudiante desarrollar, aunque el estudiante tenga una noción del procedimiento a seguir en un ejercicio matemático, comete errores en los procesos necesarios para llegar a una solución satisfactoria.

El Diagrama 2 se muestra la relación entre las tres categorías de error emergentes de esta unidad de análisis a).

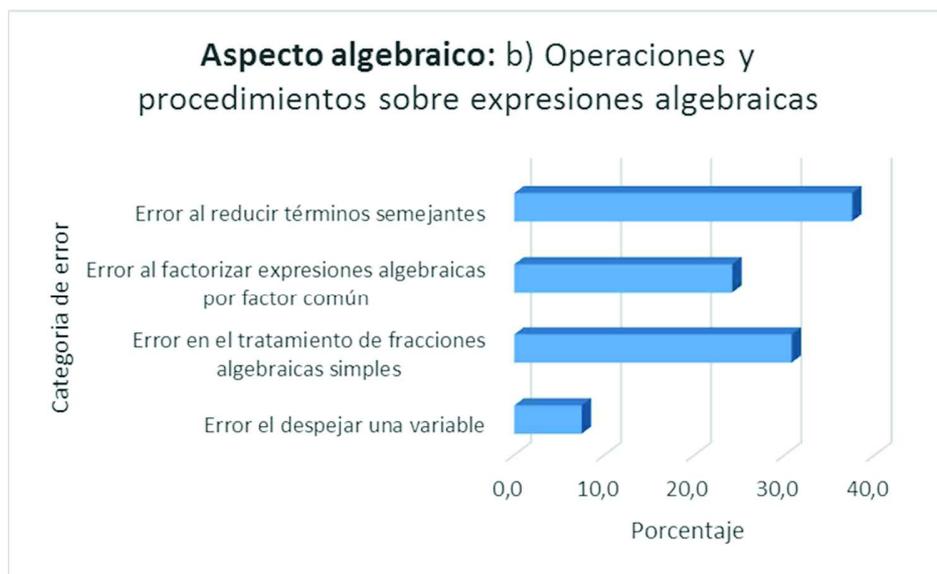
Diagrama 2. *Relación de categorías de error presentadas en el contexto algebraico (a)*



*Fuente: Esta investigación*

El Diagrama 3 se muestra la relación entre las tres categorías de error emergentes de esta unidad de análisis b).

Diagrama 3. *Relación de categorías de error presentadas en el contexto algebraico (b)*



*Fuente: Esta investigación*

### **Tercer nivel de análisis: Actitudes hacia las matemáticas.**

La importancia que los estudiantes brindan al área de matemáticas en su futuro desempeño profesional es alta (64 %), aunque esta información no implica un gusto o apego afectivo con las matemáticas, pero sí puede servir como punto de partida para provocar una futura cercanía y apatía con el área. La autovaloración que los estudiantes hacen sobre su rendimiento deja ver que un 54% de ellos considera tener un nivel bajo en su desempeño académico en matemáticas. Se encontró que los estudiantes no hacen uso de las jornadas de atención extra clase que el profesor ofrece, situación que va en contravía del objetivo de obtener buenos resultados en la asignatura. Esta información se relaciona con las diferentes percepciones de la palabra “matemáticas”, donde los estudiantes no relacionan a las matemáticas con esfuerzo y práctica. Situación que se ve reflejada en el tiempo que estos le dedican al estudio de la misma, la mayor cantidad de estudiantes (64 %) dedican de una a dos horas de tiempo extra clase, lo cual se ve reflejado en la opinión de los estudiantes sobre aquellos factores que pueden ser causantes del bajo desempeño en matemáticas, el 93 % de ellos considera a la falta de dedicación y estudio personal como principal causa del bajo desempeño en matemáticas básicas.

## **7. Conclusiones.**

El análisis de las pruebas en relación a detección de errores resultó ser un trabajo complejo y en ocasiones confuso, sin embargo, la ficha de análisis elaborada en esta investigación donde se establecieron veintiocho conceptos, procedimiento y/o situaciones susceptibles de presentar error, permitió con organizar la información, se identificaron y cuantificaron los errores frecuentes tanto en el aspecto aritmético como en el algebraico.

Un análisis de frecuencias inicial respecto de la solución de cada ítem permitió evidenciar que la mayoría de estudiantes ingresantes a la universidad tienen numerosas debilidades y errores en procedimientos matemáticos, se encontró que los aciertos – respuestas correctas- en la prueba escrita alcanzan el 22.4 %. La prueba escrita brindó un número significativo de ejercicios que presentaban al menos un error, situación que permitió fortalecer la definición y estabilidad de las categorías de error emergentes.

Se definieron un total de diez categorías emergentes de error divididas en aspecto aritmético y algebraico. En el aspecto aritmético se encuentran tres de ellas, en orden descendente de frecuencia son:

- Error en la solución de potencias
- Error en la ejecución de operatoria aritmética básica
- Error en la solución de raíces.

En el aspecto algebraico fue posible identificar dos grandes unidades de análisis que permitió presentar las categorías de error emergentes en un contexto que ayuda a su identificación, la primera unidad de análisis se denominó: *Interpretación y presentación de expresiones algebraicas*, las categorías de error encontradas en esta unidad de análisis, en su orden descendente de frecuencia fueron:

- Errores donde se trunca la estructura de una expresión algebraica.
- Errores en la interpretación y uso de información numérica.
- Errores de linealidad o generalización apresurada

Para la segunda unidad de análisis, denominada: *Operaciones y procedimientos sobre expresiones algebraicas*, las categorías de error emergentes encontradas, en su orden descendente de frecuencia fueron:

- Error al reducir términos semejantes.
- Error en el tratamiento de fracciones algebraicas simples.
- Error al factorizar expresiones algebraicas por factor común.
- Error el despejar una variable.

Con lo expuesto hasta el momento, el estudio deja de manifiesto la detección de errores matemáticos básicos para el nivel universitario, de hecho, en contenidos que se presentan en la educación media, esto además, nos dice que dichos errores se presentaron en su momento y perduraron en el desarrollo de los respectivos grados académicos de su educación, situación que muestra una marcada deficiencia en la preparación matemática necesaria para abordar sus estudios universitarios.

Respecto a la actitud que los estudiantes tienen hacia las matemáticas, se pudo determinar que la mayoría de estudiantes encuestados se auto valoran con un nivel bajo en su desempeño y experticia en el desarrollo de procedimientos matemáticos, no dedican el tiempo necesario a sus estudio extra clase y no son conscientes del esfuerzo que deben implementar para superar sus deficiencias, es decir, se evidencia una actitud negativa hacia el área de matemáticas, aunque la mayoría coincide en expresar la utilidad del área en su futuro desarrollo profesional y muestran alguna disposición a cambiar sus hábitos de estudio.

## **Bibliografía.**

- Alguacil de Nicolás, M., Bosqué, M., & Pañellas, M. (2016). Dificultades en conceptos matemáticos básicos de los estudiantes para maestro. *International Journal of Developmental and Educational Psychology*, 1(1), 419–430. Recuperado a partir de <http://www.redalyc.org/html/3498/349851776046/>
- Bazán, J. L., & Aparicio, A. S. (2006). Las actitudes hacia la Matemática-Estadística dentro de un modelo de aprendizaje. *Educación*, 15(28), 7–20. Recuperado a partir de <http://revistas.pucp.edu.pe/index.php/educacion/article/view/2041>

- Cervantes, G., & Martínez, R. (2007). Sobre algunos errores comunes en desarrollos algebraicos. *Zona Próxima*, 1(8), 34–41. Recuperado a partir de <https://search.proquest.com/openview/8d5b6194a2821498b0ad408b08c9eeb3/1?pq-origsite=gscholar&cbl=2027435>
- De la Torre, S. (2004). *Aprender de los errores. El tratamiento didáctico de los errores como estrategia de innovación*. Argentina: Magisterio del Río de la Plata.
- Fernández, R., Solano, N., Rizzo, K., Gomezescobar, A., Iglesias, L., & Espinosa, A. (2016). Las actitudes hacia las matemáticas en estudiantes y maestros de educación infantil y primaria; revisión de la adecuación de una escala para su medida. *Revista Iberoamericana de ciencia, tecnología y sociedad*, 11(33), 1–11.
- García, J. (2010). *Análisis de errores y dificultades en la resolución de tareas algebraicas por alumnos de primer ingreso en nivel licenciatura*. (Trabajo de investigación de maestría). Universidad de Granada. Recuperado a partir de [http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/Jose\\_Garcia.pdf](http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/Jose_Garcia.pdf)
- Godino, J., Font-Moll, V., & Batanero, C. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. Matemáticas y su Didáctica para Maestros*. Granada: Universidad de Granada.
- Gómez, G. R., Flores, J. G., & Jiménez, E. G. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Granada, España: Aljibe.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. del P. (2010). *Metodología de la investigación*. Colombia: McGraw-Hill.
- Martínez, P. C. (2006). El método de estudio de caso: Estrategia metodológica de la investigación científica. *Pensamiento y gestión: revista de la División de Ciencias Administrativas de la Universidad del Norte*, (20), 165–193. <https://doi.org/10.1055/s-0029-1217568>
- Morales, S. (2017). *Errores que presentan estudiantes de undécimo, en el uso del lenguaje algebraico*. (Trabajo de grado). Universidad Pedagógica Nacional.
- Nieto Isidro, S., & Ramos Calle, H. (2012). *Diseño y evaluación de material de apoyo en matemáticas básicas para alumnos procedentes de ciclos formativos en la escuela politécnica superior de Zamora*. Memoria de realización del Proyecto de Innovación Docente. Recuperado a partir de [https://gredos.usal.es/jspui/bitstream/10366/122620/1/MID\\_12\\_085.pdf](https://gredos.usal.es/jspui/bitstream/10366/122620/1/MID_12_085.pdf)
- Rico, L. (1998). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En J. Kilpatrick, L. Rico, & P. Gómez (Eds.), *Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia*, (pp. 69–108). Bogotá: Una empresa docente. Recuperado a partir de <http://funes.uniandes.edu.co/679/>
- Rojas Cairampoma, M. (2015). Tipos de Investigación científica: Una simplificación de la complicada incoherente nomenclatura y clasificación. *REDVET. Revista Electrónica de Veterinaria*, 16(1), 1–14.
- Saucedo, G. (2007). Categorización de errores algebraicos en alumnos ingresantes a la Universidad. *Itinerarios Educativos*, 1(2), 22–43. Recuperado a partir de <https://bibliotecavirtual.unl.edu.ar/ojs/index.php/Itinerarios/article/viewFile/3898/5923>
- Suceta-Zulueta, L., Chivas, Y., & Hechavarría, M. O. (2011). Algunas acciones metodológicas para el tratamiento a los errores cognitivos más frecuentes en las asignaturas Matemática y Física. *EduSol*, 11(37), 85–96. Recuperado a partir de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5822925>