



# Energía de confinamiento en superconductores mesoscópicos con campo magnético axial

## Confinement Energy in Mesoscopic Superconductors with Axial Magnetic Field

A. Pasaje<sup>a\*</sup>, J. M. Calero<sup>b</sup>, Germán Ramos<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Departamento de Física, Universidad de Nariño, Colombia

<sup>b</sup>Departamento de Física, Universidad del Valle, Colombia

Recibido junio 24 de 2013; aceptado agosto 7 de 2013.

### Resumen

Basados en la teoría generalizada de Ginzburg-Landau, en la que se incluye explícitamente el efecto del potencial de confinamiento, investigamos el comportamiento de la energía de confinamiento en cilindros huecos superconductores mesoscópicos, en presencia de un campo magnético axial. Se obtienen las curvas de dicha energía en función del campo magnético externo  $H$ . Se observa un comportamiento no monótono de la energía, con la aparición alternada de regiones paramagnéticas, donde la energía decrece con el incremento de  $H$ , seguidas de regiones diamagnéticas, en las cuales se presenta un aumento de la energía con  $H$ .

**Palabras clave:** teoría de Ginzburg-Landau, superconductores mesoscópicos, interacción de confinamiento.

### Abstract

Based on the generalized Ginzburg-Landau theory, which includes the effect of confinement potential, we investigate the behavior of confinement energy in mesoscopic superconducting hollow cylinders, in the presence of an axial magnetic field. The curves for that energy, as a function of an external magnetic field  $H$ , are obtained. We observe a non-monotonous behavior of the energy, with the appearance of alternating paramagnetic regions, where the energy decreases when  $H$  increases, followed by diamagnetic regions in which the energy increases with  $H$ .

**Keywords:** Ginzburg-Landau theory, mesoscopic superconductors, confinement interaction.

## 1. Introducción

Los avances en nanotecnología en la última década, han despertado un gran interés en el estudio de la superconductividad, especialmente en muestras de tamaños mesoscópicos [1,2,3,4]. Una de las más importantes características de estos sistemas es el efecto que tienen, tanto la forma como el tamaño de las muestras,

en las propiedades superconductoras. Este efecto ha sido investigado teóricamente mediante la solución de las ecuaciones de Ginzburg-Landau (GL), sujetas a la condición de frontera convencional [5]. Esta teoría fue formulada originalmente para muestras de gran volumen y, por lo tanto, en la funcional de energía libre no se incluye la contribución de la interacción de confinamiento geométrico sobre los pares de Cooper.

\* apasajesalcedo@gmail.com

Este trabajo es publicado por la Sociedad Colombiana de Física y distribuido en *open acces* según los términos de la licencia Creative Commons Attribution.

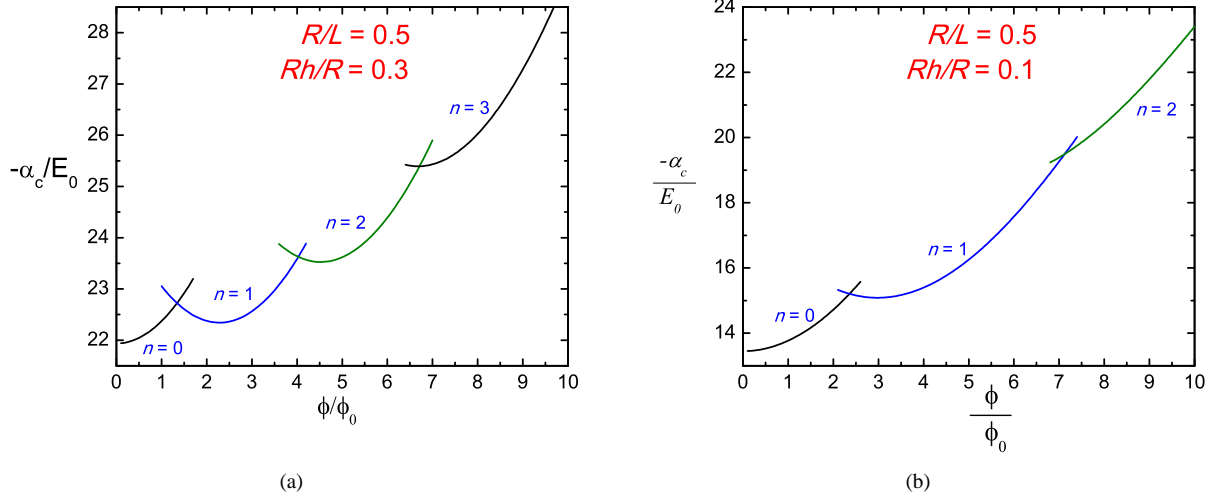


Figura 1. Energía de confinamiento  $-\alpha_c$  (en unidades de  $E_0 = \frac{\hbar^2}{2m^*R^2}$ ), como función de  $\frac{\phi}{\phi_0}$  para diferentes estados de momento angular  $n$ , en una muestra cilíndrica con  $\frac{R}{L} = 0.5$  y dos valores diferentes de  $\frac{R_h}{R}$ : (a)  $\frac{R_h}{R} = 0.3$  y, (b)  $\frac{R_h}{R} = 0.1$ .

En varios trabajos teóricos se ha presentado una generalización de la teoría GL, que incluye explícitamente el potencial de confinamiento asociado con las fronteras del sistema [6,7]. Para muestras mesoscópicas la interacción debida al confinamiento no es despreciable y debe tenerse en cuenta, ya que los comportamientos de la longitud de coherencia  $\xi$  y la longitud de penetración  $\lambda$  difieren considerablemente de aquellos obtenidos mediante la teoría convencional GL.

Por esta razón en este trabajo usamos la teoría generalizada GL propuesta por Shanenko e Ivanov [6], para estudiar el comportamiento de la energía de confinamiento de los pares de Cooper. Específicamente, obtenemos las curvas de energía de confinamiento en función del campo magnético externo  $H$ , para cilindros superconductores mesoscópicos huecos de radio interno  $R_h$ , radio externo  $R$  y altura  $L$ , en presencia de un campo magnético dirigido a lo largo del eje del cilindro.

## 2. Modelo teórico

En el marco de la teoría generalizada GL, propuesta por Shanenko e Ivanov [6], el efecto del confinamiento geométrico se incluye explícitamente en la funcional de energía libre GL a través de un potencial de confinamiento  $V_{conf}$ . De esta manera, el estado de una muestra cilíndrica de material superconductor tipo II (con  $\lambda \gg \xi$ ), inmersa en un campo magnético externo  $H$ , está descrito por un parámetro de orden no homogéneo  $\Psi(\vec{r})$  que satisface la ecuación diferencial:

$$\frac{1}{2m^*} \left[ -i\hbar\nabla - \frac{2e}{c} \vec{A}(\vec{r}) \right]^2 \Psi(\vec{r}) + (2V_{conf} + \alpha) \Psi(\vec{r}) + \beta |\Psi(\vec{r})|^2 \Psi(\vec{r}) = 0, \quad (1)$$

donde  $\vec{A} = \frac{1}{2} \rho H \hat{e}_\varphi$ . En términos de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$ , las longitudes características  $\xi$  y  $\lambda$  están definidas por  $\xi^2(T) = \frac{\hbar^2}{2m^*|\alpha(T)|}$ ,  $\lambda^2(T) = \frac{m^*c^2\beta}{16\pi|\alpha(T)|e^2}$ . A diferencia de la teoría GL convencional, en la que el parámetro  $\alpha$  se anula en  $T = T_c$ , en este caso  $\alpha \rightarrow \alpha_c$  cuando  $T \rightarrow T_c$ , siendo  $\alpha_c$  el valor propio más bajo de la ecuación:

$$\frac{1}{2m^*} \left[ -i\hbar\nabla - \frac{2e}{c} \vec{A}(\vec{r}) \right]^2 \Psi(\vec{r}) + 2V_{conf} \Psi(\vec{r}) = -\alpha_c \Psi(\vec{r}). \quad (2)$$

Aquí  $-\alpha_c$  puede interpretarse como una medida de la contribución de la interacción de confinamiento a la energía del sistema [6]. La muestra en consideración es un cilindro hueco de altura  $L$ , radio exterior  $R$  y radio interior  $R_h$ , sometido a un potencial de confinamiento  $V_{conf} = 0$  en el interior de la muestra y  $V_{conf} = \infty$  en la frontera y fuera de la muestra. Por lo tanto, el parámetro de orden satisface ahora la condición de frontera  $\psi|_{frontera} = 0$ , la cual difiere de la impuesta en la teoría GL convencional [5]. Introduciendo las cantidades adimensionales  $x = \frac{\rho}{R}$  y  $y = \frac{z}{L}$ , la solución de la ecuación (2) en coordenadas cilíndricas toma la forma:

$$\psi(x, y, \varphi) = x^n \exp\left(-\frac{x^2}{2} \frac{\phi}{\phi_0} + in\varphi\right) \text{sen}(\pi y) \times \left[ A_n M\left(Y, n+1, x^2 \frac{\phi}{\phi_0}\right) + B_n U\left(Y, n+1, x^2 \frac{\phi}{\phi_0}\right) \right], \quad (3)$$

donde  $M$  y  $U$  representan las funciones de Kummer [1],  $\phi = \pi R^2 H$  es el flujo magnético total a través de

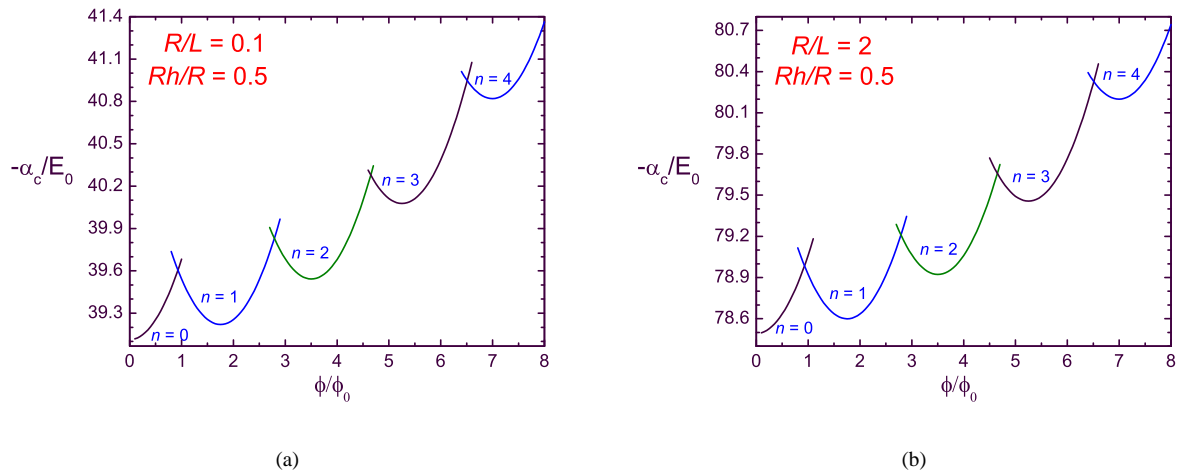


Figura 2. Energía de confinamiento  $-\alpha_c$  (en unidades de  $E_0 = \frac{\hbar^2}{2m^*R^2}$ ), como función de  $\frac{\phi}{\phi_0}$  para diferentes estados de momento angular  $n$ , en una muestra cilíndrica con  $\frac{R_h}{R} = 0.5$  y dos valores diferentes de  $\frac{R}{L}$ : (a)  $\frac{R}{L} = 0.1$  y, (b)  $\frac{R}{L} = 2$ .

la sección transversal del cilindro,  $\phi_0$  es el cuanto de flujo y  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ , describe diferentes estados de momento angular, los cuales aparecen a medida que penetran nuevos cuantos de flujo magnético a través del hueco interior del cilindro.

### 3. Resultados y discusión

En las Figuras 1(a) y (b), graficamos la energía de confinamiento  $-\alpha_c$  (en unidades de  $E_0 = \frac{\hbar^2}{2m^*R^2}$ ) como función del flujo reducido  $\frac{\phi}{\phi_0}$  para diferentes estados de momento angular  $n$ , considerando muestras con una misma razón entre el radio y la altura  $\frac{R}{L} = 0.5$ , y valores diferentes de la razón entre el radio interno y el radio externo:  $\frac{R_h}{R} = 0.3$  en la Figura 1(a) y  $\frac{R_h}{R} = 0.1$  en el caso de la Figura 1(b). En la Figura 1(a), se observa que, para los estados de momento angular  $n = 1$  y  $n = 2$ , se presenta la aparición de una región paramagnética, donde la energía decrece con el aumento del flujo del campo magnético, seguida de una región diamagnética, en la cual aumenta la energía de confinamiento con el aumento del campo magnético externo  $H$ . Sin embargo, a partir del estado de momento angular correspondiente a  $n = 3$ , dicha región paramagnética prácticamente desaparece. En la Fig. 1(b), puede notarse claramente una marcada disminución, tanto en número como en extensión de las regiones paramagnéticas, como consecuencia de la disminución del radio interno del cilindro. Esto se debe a la disminución de la superficie interna del cilindro, por la que circulan corrientes paramagnéticas, en relación con la superficie externa,

en la que se presentan corrientes diamagnéticas. Adicionalmente, al comparar las escalas de energía en las Figuras 1(a) y (b), puede percibirse una disminución en la energía de confinamiento al disminuir el radio interno del cilindro, debido a que el confinamiento de los portadores también disminuye en este caso.

En las Figuras 2(a) y (b), se presenta la energía de confinamiento  $-\alpha_c$  (en unidades de  $E_0 = \frac{\hbar^2}{2m^*R^2}$ ) como función de la relación  $\frac{\phi}{\phi_0}$  para diferentes estados de momento angular  $n$ , en el caso de muestras con una misma razón entre el radio interno y el radio externo,  $\frac{R_h}{R} = 0.5$ . Para la Figura 2(a), se ha tomado la razón entre el radio y la altura  $\frac{R}{L} = 0.1$ , mientras que para la Figura 2(b) se ha considerado  $\frac{R}{L} = 2$ . En este caso, prácticamente no se puede percibir una diferencia en cuanto al número y extensión de las regiones paramagnéticas, al variar el confinamiento longitudinal; esto muestra que el factor preponderante en la formación de regiones paramagnéticas es precisamente el aumento en el cociente entre las superficies interior y exterior del cilindro. El efecto del confinamiento longitudinal, que resulta de comparar las Figuras 2(a) y 2(b), se manifiesta en un aumento en la escala de la energía de confinamiento, a medida que la altura de la muestra cilíndrica disminuye, para un radio exterior del cilindro fijo.

En las Figuras 3(a) y (b), aparece la energía de confinamiento  $-\alpha_c$  (en unidades de  $E_0 = \frac{\hbar^2}{2m^*R^2}$ ) como función del cociente  $\frac{\phi}{\phi_0}$  para diferentes estados de momento angular  $n$ , manteniendo fija la razón entre el ra-

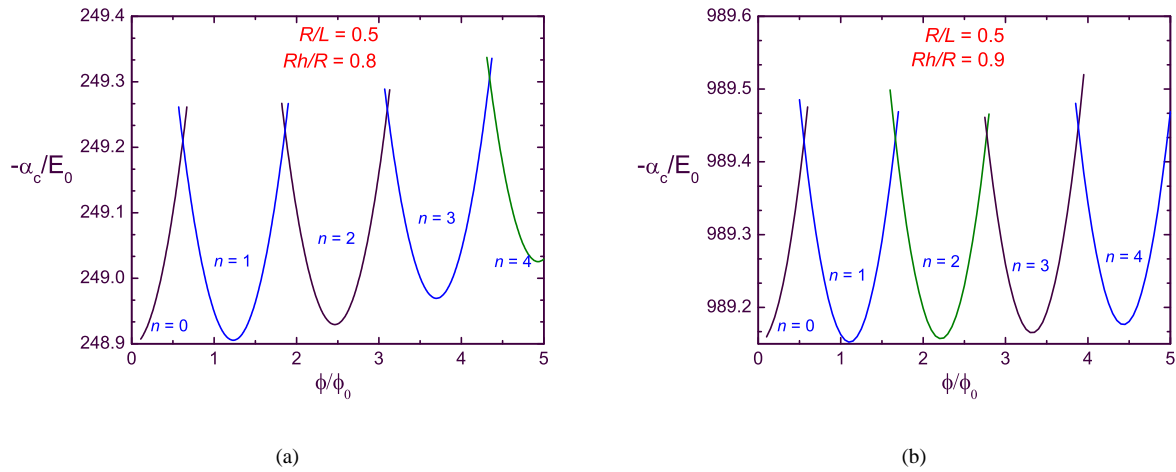


Figura 3. Energía de confinamiento  $-\alpha_c$  (en unidades de  $E_0 = \frac{\hbar^2}{2m^*R^2}$ ), como función de  $\frac{\phi}{\phi_0}$  para diferentes estados de momento angular  $n$ , en una muestra cilíndrica con  $\frac{R}{L} = 0.5$  y dos valores diferentes de  $\frac{R_h}{R}$ : (a)  $\frac{R_h}{R} = 0.8$  y, (b)  $\frac{R_h}{R} = 0.9$ .

dio externo y la altura en el valor  $\frac{R}{L} = 0.5$ , con dos valores diferentes del cociente entre el radio interno y el radio externo:  $\frac{R_h}{R} = 0.8$  para la Figura 3(a) y  $\frac{R_h}{R} = 0.9$  en el caso de la Figura 3(b). Como era de esperarse para muestras múltiplemente conexas, el efecto de la conectividad se evidencia con la presencia de dos regiones claramente marcadas correspondientes a una zona paramagnética, seguida de una diamagnética. También se observa, para radios interiores muy próximos al radio exterior del cilindro, un comportamiento periódico en las oscilaciones de la energía de confinamiento, con período aproximado de un cuanto de flujo, tal como ocurre con las oscilaciones de la temperatura crítica en el experimento de Little-Parks [5].

#### 4. Conclusiones

En conclusión, en este trabajo presentamos resultados correspondientes al estudio de los efectos de la interacción de confinamiento en una muestra mesoscópica superconductora cilíndrica múltiplemente conexas, bajo la acción de un campo magnético axial. El análisis de la energía de confinamiento nos muestra que:

(a) Se observa un comportamiento no monótono de la energía de confinamiento, con la aparición alternada de regiones paramagnéticas, donde dicha energía decrece con el incremento de  $H$ , seguidas de regiones diamagnéticas, en las cuales la energía crece con el au-

mento de  $H$ .

(b) En el límite cuando  $\frac{R_h}{R} \rightarrow 0$ , se observa claramente la desaparición de las regiones paramagnéticas.

(c) El confinamiento longitudinal afecta apreciablemente la escala de la energía de confinamiento, pero no influye apreciablemente sobre la aparición de regiones paramagnéticas.

#### Agradecimientos

Este trabajo fue financiado por la Vicerrectoría de Investigaciones, Postgrados y Relaciones Internacionales de la Universidad de Nariño, a través del proyecto de investigación: Interacción de confinamiento en muestras mesoscópicas superconductoras con simetría axial.

#### Referencias

- [1] C. Meyers, *Phys. Rev. B*, **68**, 2003, p.104522.
- [2] J. J. Barba et al, *Physica C*, **460-462**, 2007, p. 1272.
- [3] V. R. Misko et al, *Phys. Rev. B*, **76**, 2007, p. 024516.
- [4] G. R. Berdiyrov et al, *Phys. Rev. B*, **80**, 2009, p. 064511.
- [5] P. G. de Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys*, Addison-Wesley, New York, 1996.
- [6] A. A. Shanenko and V.A. Ivanov, *Phys. Lett. A*, **322**, 2004, p. 384.
- [7] A. A. Shanenko et al, *Sol. St. Commun.*, **131**, 2004, p. 409.