

## **EFFECTOS DE LA INTERACCION DE CONFINAMIENTO EN SUPERCONDUCTORES MESOSCOPICOS CILINDRICOS BAJO LA ACCION DE UN CAMPO MAGNETICO AXIAL**

*A. Pasaje<sup>1\*,2</sup>, J. M. Calero<sup>2</sup>, J. C. Granada<sup>2</sup>, E. Z. da Silva<sup>3</sup>*

- ✓ Este artículo forma parte del "Volumen Suplemento" **S1** de la *Revista Latinoamericana de Metalurgia y Materiales (RLMM)*. Los suplementos de la RLMM son números especiales de la revista dedicados a publicar memorias de congresos.
- ✓ Este suplemento constituye las memorias del congreso "X Iberoamericano de Metalurgia y Materiales (X IBEROMET)" celebrado en Cartagena, Colombia, del 13 al 17 de Octubre de 2008.
- ✓ La selección y arbitraje de los trabajos que aparecen en este suplemento fue responsabilidad del Comité Organizador del X IBEROMET, quien nombró una comisión *ad-hoc* para este fin (véase editorial de este suplemento).
- ✓ La RLMM no sometió estos artículos al proceso regular de arbitraje que utiliza la revista para los números regulares de la misma.
- ✓ Se recomendó el uso de las "Instrucciones para Autores" establecidas por la RLMM para la elaboración de los artículos. No obstante, la revisión principal del formato de los artículos que aparecen en este suplemento fue responsabilidad del Comité Organizador del X IBEROMET.



## EFFECTOS DE LA INTERACCION DE CONFINAMIENTO EN SUPERCONDUCTORES MESOSCOPICOS CILINDRICOS BAJO LA ACCION DE UN CAMPO MAGNETICO AXIAL

A. Pasaje<sup>1\*,2</sup>, J. M. Calero<sup>2</sup>, J. C. Granada<sup>2</sup>, E. Z. da Silva<sup>3</sup>

1: Departamento de Física, Universidad de Nariño, A. A. 1365, Pasto, Colombia

2: Departamento de Física, Universidad del Valle, A. A. 25360, Cali, Colombia; <sup>3</sup>Instituto de Física, Universidad de Estadual de Campinas, 13083-970, C.P. 6165, Campinas, Brazil

\* E-mail: apasaje@univalle.edu.co

Trabajos presentados en el X CONGRESO IBEROAMERICANO DE METALURGIA Y MATERIALES IBEROMET  
Cartagena de Indias (Colombia), 13 al 17 de Octubre de 2008

Selección de trabajos a cargo de los organizadores del evento

Publicado On-Line el 29-Jul-2009

Disponible en: [www.polimeros.labb.usb.ve/RLMM/home.html](http://www.polimeros.labb.usb.ve/RLMM/home.html)

---

### Resumen

En el marco de la teoría generalizada de Ginzburg Landau propuesta por Shanenko e Ivanov, para una muestra mesoscópica superconductor cilíndrica bajo la acción de un campo magnético axial, analizamos la contribución de la interacción de confinamiento de los pares de Cooper a la energía del sistema. Se presta especial atención a discutir la dependencia de la energía de confinamiento con respecto a la geometría y el tamaño de la muestra.

**Palabras Claves:** Superconductor mesoscópico, Interacción de confinamiento, potencial de confinamiento.

### Abstract

In the framework of a generalized Ginzburg Landau theory proposed by Shanenko and Ivanov, for a cylindrical mesoscopic superconducting sample placed in an axial magnetic field, we analyze the contribution of the confinement interaction of the Cooper pairs to the system energy. Special attention is paid to investigate how the confinement energy depends on the shape and on the sample size.

**Keywords:** Mesoscopic superconductor; confining interaction; confining potential.

---

### 1. INTRODUCCION

Muchos trabajos tanto teóricos como experimentales se han desarrollado para investigar materiales superconductores mesoscópicos [1]-[8]. Durante los últimos años el interés por el estudio de propiedades mesoscópicas superconductoras se ha incrementado debido a los recientes avances en nanotecnología. Una de las más importantes características de estos sistemas es el efecto que tienen tanto la forma como el tamaño de las muestras en las propiedades superconductoras. Usualmente este efecto es estudiado utilizando las ecuaciones de Ginzbur-Landau (GL) que se resuelven con las condiciones de frontera convencionales, en las cuales la componente normal de la corriente superconductoras es igual a cero. Sin embargo la aproximación realizada en la funcional de la energía libre de GL no incluye la contribución adquirida por los pares de Cooper

debida a la interacción de confinamiento. El confinamiento en el estado superconductor de estructuras mesoscópicas, conduce a un nuevos fenómeno interesantes asociados a la reestructuración en las propiedades superconductoras.

La teoría GL ha sido ampliamente utilizada en el estudio de diferentes propiedades críticas en sistemas superconductores mesoscópicos tales como: cilindros [1,2], discos [3,4], anillos [5,6], triángulos [7], cuadrados y rectángulos [8]. En particular se ha estudiado: la magnetización, la densidad de pares de Cooper, la distribución de campo magnético, la densidad de corriente superconductoras [9]; el efecto Meissner paramagnético [10]; la influencia de las condiciones de frontera sobre el comportamiento crítico en anillos superconductores mesoscópicos

[11]; la distribución de la densidad de electrones superconductores y el comportamiento del parámetro de orden en la fase superconductora [12].

Para muestras mesoscópicas la contribución causada por la interacción de confinamiento no es despreciable, debido a que el tamaño de la muestra es comparable con la longitud de coherencia y por lo tanto resulta de mucho interés desarrollar una teoría, que incluya este tipo de contribuciones a la energía del sistema. Dicha teoría fue propuesta en el año 2004 por Shanenko e Ivanov [13,14], y recientemente ha sido aplicada para calcular el campo crítico termodinámico en cilindros superconductores mesoscópicos de altura finita, sin campo magnético aplicado [15].

En este trabajo usamos la teoría generalizada de GL propuesta por Shanenko e Ivanov [14], la cual incluye el potencial de confinamiento, para estudiar el comportamiento de la energía de confinamiento de los pares de Cooper, en función del campo magnético aplicado, para cilindros superconductores mesoscópicos de altura finita, en presencia de un campo magnético axial. Se han efectuado cálculos para diferentes estados de momento angular y también para diferentes geometrías del cilindro, especificadas por diferentes valores de la razón radio-altura.

## 2. MARCO TEORICO

Consideramos un cilindro superconductor de longitud  $L$  y sección transversal de radio  $R$ , tal que satisfaga la condición  $\lambda(T) \gg (L, R) > \xi(T)$  donde  $\xi(T)$  es la longitud de coherencia que depende de la temperatura y  $\lambda(T)$  es la longitud de penetración. Cuando la interacción de confinamiento es tomada en cuenta en presencia de un campo magnético axial externo  $B$ , el estado superconductor es descrito por un parámetro de orden no homogéneo  $\psi(r)$  que satisface la ecuación [14]:

$$\left[ -\frac{1}{2m^*} \left( -i\hbar\nabla - \frac{2e}{c} \vec{A}(\mathbf{r}) \right)^2 + 2V_{conf}(\mathbf{r}) + \alpha + \beta |\Psi(\mathbf{r})|^2 \right] \Psi(\mathbf{r}) = 0 \quad (1)$$

donde  $\vec{A} = (1/2)\rho B \hat{e}_\phi$ ; las dos longitudes características  $\xi(T)$ ,  $\lambda(T)$  están definidas por  $\xi^2 = \sqrt{\hbar^2 / (2m^* |\alpha|)}$  y  $\lambda = \sqrt{m^* c^2 \beta / (16\pi |\alpha| e^2)}$ ,  $\mathbf{r}$

describe el centro de masa del par de Cooper y  $\alpha, \beta$  son los parámetros utilizados en la teoría de GL [16]. Cabe mencionar que en este trabajo  $\alpha$  y  $\beta$  están renormalizados por el potencial de confinamiento  $V_{conf}$  de tal manera que cuando  $T \rightarrow T_c$  ( $T_c$  temperatura de transición superconductora), el parámetro  $\alpha$  no se anula junto con  $\psi(r)$  sino que tiende a cierto valor  $\alpha_c$  dado por el valor propio más bajo de la ecuación:

$$-\frac{1}{2m^*} \left[ -i\hbar\nabla - \frac{2e}{c} \vec{A}(\mathbf{r}) \right]^2 \Psi(\mathbf{r}) + 2V_{conf}(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}) = -\alpha_c \Psi(\mathbf{r}) \quad (2)$$

Una de las características más interesantes de la ecuación (2) es que el parámetro  $\alpha_c$  adquiere un importante significado debido al confinamiento;  $-\alpha_c$  puede ser interpretado como una medida de la contribución de la interacción de confinamiento a la energía del sistema. En presencia de un potencial de confinamiento, el comportamiento de la longitud de coherencia  $\xi$  y la longitud de penetración  $\lambda$  difieren considerablemente de lo predicho en la teoría convencional de GL. De hecho, cuando  $\alpha \rightarrow \alpha_c$  los parámetros  $\xi$  y  $\lambda$  tienden a valores del orden del tamaño de la muestra y nunca exceden estos valores [14]. En coordenadas cilíndricas la ecuación (2) toma la forma:

$$\frac{1}{2m^*} \left\{ -\hbar^2 \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] + \frac{\hbar^2}{\rho^2} \left[ -n + \frac{e}{c\hbar} \rho^2 B \right]^2 \right\} \Psi(r) + 2V_{conf} \Psi(r) = -\alpha_c \Psi(r), \quad (3)$$

Siendo  $n = 0, 1, 2, \dots$  el estado de momento angular.

Para el caso particular de una interacción de confinamiento  $V_{conf}$  de tal manera que  $V_{conf} = \infty$  tanto en la frontera como fuera de la muestra, y  $V_{conf} = 0$  en el interior de la muestra, la ecuación (3) se reduce a la ecuación de GL.

$$\frac{1}{2m^*} \left\{ -\hbar^2 \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] + \frac{\hbar^2}{\rho^2} \left[ -n + \frac{e}{c\hbar} \rho^2 B \right]^2 \right\} \psi(r) = -\alpha_c \psi(r) \quad (4)$$

Sin embargo, la condición de contorno es ahora:

$$\Psi(r)|_{boundary} = 0, \quad (5)$$

que difiere de la condición de frontera convencional  $\vec{n} \cdot (-i\hbar\nabla - \frac{2e}{c}\vec{A})\Psi|_{frontera} = 0$  donde  $\vec{n}$  es un vector normal a la superficie de la muestra.

Introduciendo las cantidades adimensionales  $x = \rho/R$  y  $y = z/L$  en la ecuación (4) tenemos:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{R^2}{L^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{1}{x} \left[ \frac{eR^2 B}{\hbar c} x^2 - n \right]^2 \psi - \frac{2m^* \alpha_c R^2}{\hbar^2} \psi = 0 \quad (6)$$

La solución de la Ecuación (6) con las condiciones de frontera dadas por  $\psi|_{x=1} = 0$ ,  $\psi|_{y=0} = 0$ ,  $\psi|_{y=1} = 0$  se puede expresar como:

$$\Psi(x, y, \phi) = A_n x^n \exp\left(-\frac{x^2}{2} \frac{\phi}{\phi_0} + in\phi\right) M\left(Y, n+1, x^2 \frac{\phi}{\phi_0}\right) \sin(p\pi y) \quad (6)$$

donde:

$$Y = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \left( \frac{2m^* |\alpha_c| R^2}{\hbar^2} - \frac{R^2}{L^2} \pi^2 \right) \frac{\phi_0}{\phi}, \quad (7)$$

$$n=0, 1, 2, \dots, \quad \phi = \pi R^2 B, \quad \phi_0 = \pi \hbar c / e$$

La cantidad  $Y$  está determinada por la ecuación  $M\left(Y, n+1, \frac{\phi}{\phi_0}\right) = 0$  la cual resulta de las condiciones de contorno. Para un flujo dado  $\phi$  el valor más bajo  $-\alpha_c$  para un valor predeterminado del momento angular  $n$  se obtiene cuando se minimiza la cantidad  $\frac{2m^* |\alpha_c| R^2}{\hbar^2}$  [10].

### 3. RESULTADOS Y DISCUSION

En la figura 1 graficamos la energía de confinamiento  $-\alpha_c$  (en unidades de  $E_0 = \hbar^2/2m^*R^2$ ) como función de la relación  $\phi/\phi_0$  para diferentes estados de momento angular  $n$  y para una muestra

con una razón entre el radio de la sección transversal y la altura dada por  $R/L = 5$ . En este caso el confinamiento longitudinal (en la dirección  $z$ ) es más pronunciado que en la dirección radial. Se puede observar que para  $n = 0$ , la energía de confinamiento es una función monótona del campo magnético aplicado, mientras que para  $n$  diferente de cero la cantidad  $-\alpha_c$  muestra un mínimo, el cual cambia a medida que aumenta el valor de  $n$ , que describe el estado de momento angular o el número de cuantos de flujo atrapados en el sistema. La presencia de una disminución de la energía de confinamiento  $-\alpha_c$  con  $\phi/\phi_0$  puede ser interpretada como una contribución paramagnética de la magnetización debida a la interacción de confinamiento.

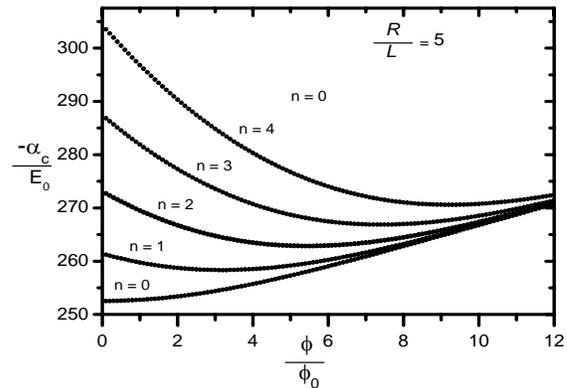
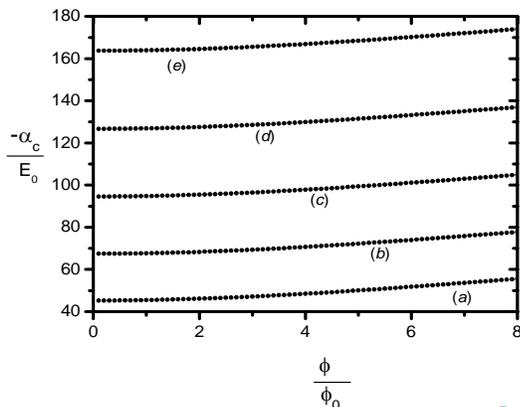


Figura 1. Energía de confinamiento  $-\alpha_c/E_0$  (donde  $E_0 = \hbar^2/2m^*R^2$ ) como función de la relación  $\phi/\phi_0$ , para diferentes estados de momento angular  $n=0, 1, 2, 3, 4$ .

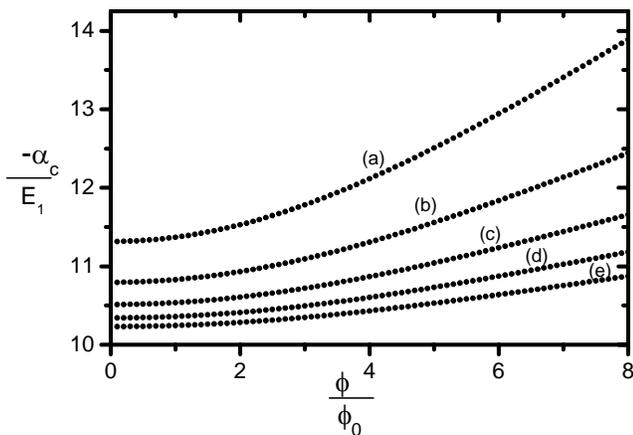
Para energías de confinamiento tales que  $-\alpha_c \gg E_0 (\phi/\phi_0)^2$ , el confinamiento geométrico es más fuerte que el confinamiento magnético, mostrando una fuerte dependencia de  $-\alpha_c$  con  $n$ . Para  $-\alpha_c < E_0 (\phi/\phi_0)^2$  el confinamiento magnético domina y la energía de confinamiento deja de depender del estado de momento angular  $n$ .

En la figura 2 se muestra la energía de confinamiento  $-\alpha_c/E_0$  como función de la relación  $\phi/\phi_0$  para un radio  $R$  fijo y un momento angular  $n=0$  y para diferentes valores de  $R/L$ . Para un valor determinado de  $n$ , la energía de

confinamiento aumenta con el confinamiento longitudinal, es decir con la disminución de la altura  $L$  del cilindro. En la figura 3 presentamos la energía de confinamiento  $-\alpha_c$  (en unidades de  $E_1 = \hbar^2/2m^*R^2$ ) como función de la relación  $\phi/\phi_0$  para el valor más bajo del momento angular ( $n=0$ ), cuando se varía la relación  $R/L$  pero manteniendo  $L$  fijo. Se observa un comportamiento similar al mostrado en la figura 2, ya que con el aumento del confinamiento radial, debido a la disminución de  $R$ , la energía de confinamiento aumenta. De las figuras 2 y 3 podemos asegurar que el efecto del confinamiento longitudinal es mucho más grande que el debido al confinamiento radial



**Figura 2.** Energía de confinamiento  $-\alpha_c/E_0$  del estado de momento angular mas bajo ( $n=0$ ) como función de la relación  $\phi/\phi_0$ , para un radio fijo  $R$  y para diferentes valores de la relación  $R/L$ : (a)  $R/L = 2$ , (b)  $R/L = 2.5$ , (c)  $R/L = 3$ , (d)  $R/L = 3.5$ , (e)  $R/L = 4$ .



**Figura 3.** Energía de confinamiento  $-\alpha_c/E_1$  del estado de momento angular mas bajo ( $n=0$ ) como función de la relación  $\phi/\phi_0$ , para una altura  $L$  fija y para diferentes valores de la relación  $R/L$ : (a)  $R/L = 2$ , (b)  $R/L = 2.5$ , (c)  $R/L = 3$ , (d)  $R/L = 3.5$ , (e)  $R/L = 4$ .

#### 4. CONCLUSIONES

En conclusión, en este trabajo presentamos los resultados concernientes a los efectos de la interacción de confinamiento en muestras mesoscópicas superconductoras cilíndricas, bajo la acción de un campo magnético externo axial. El análisis de la energía de confinamiento muestra que: (i) El tamaño y la forma de la muestra tienen un efecto significativo en la energía de confinamiento; (ii) A medida que la altura del cilindro  $L$  disminuye, la energía de confinamiento aumenta; (iii) A medida que el radio  $R$  de la sección transversal del cilindro disminuye, la energía de confinamiento aumenta; (iv) El efecto asociado con el confinamiento longitudinal es más pronunciado que el efecto debido al confinamiento radial; (v) Para muestras mesoscópicas de tamaño fijo, la energía de confinamiento se aumenta a medida que crece el estado de momento angular  $n$ . Los resultados obtenidos en el presente trabajo pueden ser extendidos a cilindros huecos. Los resultados correspondientes al caso cuando el campo magnético exterior es nulo ( $B=0$ ), fueron reportados recientemente por A. Pasaje y colaboradores [15].

#### 5. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue financiado parcialmente por Colciencias a través de los proyectos de investigación identificados con los códigos 1106-05-13828 y 1106-14-17903, el Centro de Excelencia en Nuevos Materiales (CENM) bajo el contrato 043-2005 suscrito con COLCIENCIAS, el convenio de colaboración CNPq-Colciencias No. 0491486/2004-9 y la Universidad del Valle.

#### 6. REFERENCIAS

- [1] G.A. Gogadze, *Fizika Nizkikh Temperatur*, v.34, No. 3, p. 225–230 (2008)
- [2] J. J. Barba *et al*, *Physica C* **460–462** 1272 (2007)
- [3] V. R. Misko *et al*, *Phys. Rev. B* **76**, 024516 (2007)
- [4] A. R. de C Romanguera *et al*, *Physica C* **460–462**, 1232 (2007).
- [5] Y. Terai *et al*, *Physica B* **298** 536 (2001)
- [6] F.M. Peeters *et al*, *Physica C* **332**.255 (2000)
- [7] M. Morelle *et al*, *Phys. Rev. B* **70**, 094503 (2004)

- [8] G. Teniers *et al*, *Physica B* **329-333**, 1340 (2003).
- [9] B. J. Baelus and F. M. Peeters, *Phys. Rev. B*, **65**, 104515 (2002).
- [10] C. Meyers, *Phys. Rev. B* **68**, 104522 (2003).
- [11] J. M. Calero *et al*, *Braz. J. Phys.*, **36**, 933 (2006).
- [12] J. J. Barba *et al*, *Physica C* **460-462**, 1272 (2007)
- [13] A. A. Shanenko *et al*, *Sol. State. Commun.* **131**, 409 (2004)
- [14] A. A. Shanenko and V.A. Ivanov, *Phys. Lett. A* **332**, 384 (2004).
- [15] A. Pasaje, *et al.* *Phys. Stat. Solidi C* **4**, 4209 (2007).
- [16] P. G. de Gennes, *Superconductivity of Metals and alloys*, Addison-Wesley, New York.