

Conjuntos B_h : algunos problemas y algunas aplicaciones

CARLOS TRUJILLO

Departamento de Matemáticas
Universidad del Cauca, Popayán, Colombia
e-mail: trujillo@unicauca.edu.co

ALTENCOA6-2014

San Juan de Pasto, Colombia
11 al 15 de agosto de 2014

Resumen

Sea h un entero mayor que 1. Un subconjunto no vacío A de un grupo conmutativo G se llama un conjunto B_h en G si para todo $a_1, \dots, a_h, b_1, \dots, b_h$ en A se tiene que

$a_1 + \dots + a_h = b_1 + \dots + b_h$, si y sólo si (b_1, \dots, b_h) es una permutación de (a_1, \dots, a_h)

Cuando $h = 2$, los conjuntos B_2 se llaman conjuntos de Sidon, ver [CI] y [TV]. Si G es finito, ¿cuál es el número máximo de elementos que puede tener un conjunto B_h contenido en G ? Es decir, si

$$F_h(G) := \max\{|A| : A \text{ es } B_h \text{ en } G\},$$

¿qué podemos decir sobre el comportamiento asintótico de la función $F_h(G)$ cuando $|G|$ tiende a infinito? En el caso original de conjuntos B_h en los enteros, la función a estudiar es

$$F_h(N) := \max\{|A \cap [1, N]| : A \text{ es } B_h\}.$$

El único resultado asintótico satisfactorio es un teorema de Erdős y Turán [ET]: $F_2(N)$ es asintóticamente igual a $N^{1/2}$. Los conjuntos B_h han encontrado aplicaciones interesantes en teoría de grafos, teoría de códigos, criptografía, y en general en ciencias de las comunicaciones, ver [CT]. En esta charla presentamos algunos de los principales problemas abiertos relacionados con los conjuntos B_h finitos, junto con algunas aplicaciones que han conducido a problemas recientes.

Referencias

- [CI] J. Cilleruelo, Conjuntos de Sidon, Notas para un Cursillo en ALTENCOA5-2012.
- [CT] Y. Caicedo y C. Trujillo, Nuevas construcciones de secuencias sonar y sus propiedades. Ponencia presentada en ALTENCOA6-2014.
- [MR] J. Medina y D. Ruíz, Un criptoanálisis del criptosistema de Chor-Rivest. Ponencia presentada en ALTENCOA6-2014.
- [JMT] J. López , M. Ruíz, y C. Trujillo, Códigos Ortogonales Ópticos y Relación con los Conjuntos de Sidon. Ponencia presentada en ALTENCO6-2014.
- [ET] P. Erdős and P. Turán, On a problem of Sidon in additive number theory, and on some related problems, J. London Math. Soc. 16 (1941), 212-215.
- [GTV] G. García, C. Trujillo and M. Velásquez, $B_2[g]$ finite sets, Journal of Algebra, Number Theory and Applications, Vol. 4, No. 3 (2004), 593-604.
- [RT] D. Ruíz and C. Trujillo, Construction of $B_h[g]$ sets in product of groups, arXiv:1302.0071v1 [math.NT] 1 Feb 2013.
- [TV] Terence Tao and Van H. Vu, Additive Combinatorics, Cambridge University Press, 2006.