

## **CURVAS FUNCIONALES DE LORENZ: ANÁLISIS DATUAL E INFERENCIAS**

**Emilio José Chaves<sup>1</sup>**

### **RESUMEN**

Enfoca las ideas pioneras de Pareto y Lorenz sobre desigualdad de rentas desde la perspectiva de su ordenamiento datual. De allí plantea un método no-ortodoxo para inferir curvas funcionales de Lorenz (CL) *no-paramétricas* a partir de datos empíricos puntuales o agrupados, en base a dos premisas principales: 1) Ordenamiento datual descendente *rico-a-pobre* (RaP); 2) Análisis datual logarítmico para inferir un Vector-Función estructural, clave por su presencia tanto en la forma funcional de la CL, como en la Función de Distribución Acumulativa (FDA) derivada. Aparentemente esta área estadística requiere una revisión teórica. Por su significado en metodología de investigación para diversas disciplinas, las ideas aquí consignadas quizás podrían ayudar en el futuro para estructurar una nueva teoría general, otro manejo datual práctico y otra enseñanza de las funciones en el sector de distribuciones univariadas continuas, dentro del contexto de las CL.

**PALABRAS CLAVES:** Curvas Funcionales de Lorenz, Métodos No-Paramétricos de Inferencia Estadística, Distribuciones Contínuas Univariadas, Ordenamiento Descendente. .

**JEL CLASIFICATION:** C14, C46, D63, N01

### **ABSTRACT**

It focuses Vilfredo Pareto and Otto Lorenz contributions on income inequality around their data ordering perspective. As a result, the paper elaborates an heterodox method to infer *non-parametric* functional Lorenz Curves (LC) from scarce empirical quantils and/or grouped data, based in 2 main points: 1) Descending data ordering; 2) Logarithmic data analysis to infer a structural *functional-vector*,  $F(x)$ , key component present in

the obtained functional LC, and in the functional Cumulative Distribution Function (CDF) derived curve. Apparently, it is time to recommend a complementary revision of this sector of statistics. Given its significance for research methods in several fields, ideas here advanced might be of help in the future to structuring possible new trends in general theory, practices and teaching procedures of this sector of continuous univariate distributions, inside the conceptual framework of the Lorenz Curves.

**KEY WORDS:** Functional Fitting Lorenz Curves, Statistical Inference Methods, Continuous Univariate Distributions, Descending Ordering.

**JEL CLASIFICACION:** C14, C46, D63, N01

## INTRODUCCIÓN

La Curva de Lorenz (CL) es una de las gráficas más poderosas en el campo estadístico; cautiva por su sencillez, por el poder de síntesis de su imagen intuitiva, y por su potencial analítico. En esencia, la CL grafica la fracción acumulada de una variable aleatoria versus la fracción acumulada de población receptora de esa variable repartida. Normalmente el investigador en distribución de ingresos cuenta con pocos datos (entre cuatro y quince puntos) para su curva de Lorenz, y todos ellos caben dentro de un gráfico cuadrado de uno por uno, esbozando una curva creciente que arranca del punto (0,0) y llega al punto (1,1) luego de atravesar los puntos tatúales<sup>2</sup> intermedios. En ese momento, el investigador necesita expresar en lenguaje matemático una curva continua que pase por todos esos puntos, que sea creciente, y sea portadora de un nivel satisfactorio de precisión e isomorfismo respecto al fenómeno distributivo real. De esa forma funcional de ajuste depende fuertemente su interpretación posterior, los cálculos de indicadores recomendados, y la visión integral de la distribución empírica estudiada. De no lograrlo, aún le queda la opción de trabajar con los miles de datos de la encuesta original, lo cual exige ordenadores más poderosos, más tiempo, grupos de especialistas mayores, otras técnicas estadísticas, otros costos y otros riesgos diferentes que también pueden afectar la calidad y precisión de los resultados.

Entonces ya se hace fácil introducir criterios para determinar qué sectores de la población están incluidos o excluidos del bienestar o malestar asociados a la variable, así como responder a otras preguntas de interés propias de cada campo de investigación. Aunque esta técnica es aplicable a diversos campos de la ciencia, aquí es referida preferentemente a entornos de distribución socio-económica, razón por la cual términos como *pobre, rico, ingreso, ...* son extrapolados aquí de manera general aunque toda la teoría es aplicable a campos

---

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

**COWELL, Frank A.** Measuring Inequality, Mayo, 2000. 3a. Ed. Oxford University Press, U.K.. Disponible en: <http://sticerd.lse.ac.uk/research/frankweb/MeasuringInequality/index.html> (Junio 15/2009)

**CHAVES, Emilio J.** "Distribución y Coeficiente de Gini, Curva Paramétrica de Lorenz sugerida y Cálculos", Dic. 2003. Tendencias. Revista de la Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas. Universidad de Nariño, San Juan de Pasto, Colombia. Pág. 97-123, Vol. IV, No.2. Disponible en: [www.alromer.netfirms.com/volumen42/emilio-1.pdf](http://www.alromer.netfirms.com/volumen42/emilio-1.pdf) (Primera Parte) y [www.alromer.netfirms.com/volumen42/emilio-2.pdf](http://www.alromer.netfirms.com/volumen42/emilio-2.pdf) (Segunda Parte).

**CHIOZZA MONEY, L.G.**, Riches and poverty, 3a Ed. 1906 (1a. Ed. 1905 Oct.) Methuen & Co. 36 Essex Street W.C. London. Disponible en: <http://www.archive.org/stream/richespoverty00moneiala#page/ix/mode/1up> (Mayo, 2009)

**KING, Willford I.** The elements of Statistical Method. 1920, MackMillan company, New York. (Primera edición en 1911). Disponible en: <http://www.archive.org/stream/elementsstatist03kinggoog#page/n11/mode/1up>

**KLEIBER, Christian.** "The Lorenz curve in economics and econometrics", 2005. Institut für Wirtschafts- und Sozialstatistik, Universität Dortmund, Dortmund, Germany. Disponible en: [http://www.statistik.tu-dortmund.de/fileadmin/user\\_upload/Lehrstuehle/MSind/SFB\\_475/2005/tr30-05.pdf](http://www.statistik.tu-dortmund.de/fileadmin/user_upload/Lehrstuehle/MSind/SFB_475/2005/tr30-05.pdf)

---

**LANGE, Oskar.** Introducción a la Econometría. 1978. México. Fondo de Cultura Económica, 4ª. Reimpresión, 1978. (1ª. Edición en polaco, 1958).

**LORENZ, M.O.** (1905). Methods of measuring the concentration of wealth. Quarterly Publications of the American Statistical Association, 9 (New Series, No. 70), 209–219. Copia electrónica suministrada por British Library, Referencia:

RZPEJF000001 C~C% EU DSED48 COPYRT|INTERNATIONAL LIBRARY OF CRITICAL WRITIN|GS IN ECONOMICS|2003; VOL 158; VOL 1; PP 133-143|THE ECONOMICS OF POVERTY AND INEQUALITY|`METHODS OF MEASURING THE CONCENTRATION|OF WEALTH'|LORENZ, M. O.|4542.91000 0 1368-6933

**MINOIU, Camelia; REDDY, Sanjay G.** “Estimating Poverty and Inequality from Grouped Data: How Well Do Parametric Methods Perform?”, Junio 25, 2008. (Working paper) Disponible en: [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=925969](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=925969) [Junio 10, 2009]

Nielsen, François; “Module 5 – Vilfredo Pareto”, Spring 2007, Sociological Theory, University of North Carolina, Chapel Hill. (Presentación PowerPoint) Disponible en: <http://www.unc.edu/~nielsen/soci250/m5/soci250m5.pdf> [Junio 10, 2009]

**OGWANG, Tomson.** “Bounds of the Gini Index using sparse information on mean incomes”. En Review of Income and Wealth. Serie 49, Número 3, pp. 415-423, Septiembre 2003. Disponible en: <http://www.h.scb.se/scb/Projekt/iariw/program/8Bboundssparce.pdf> (Dic. 2008)

**PASCUAL SÁEZ, Marta.** "Modelización estocástica de distribuciones de renta a partir de familias paramétricas". Tesis Doctoral, 2004. Departamento de Economía, Universidad de Cantabria. Disponible en: [http://www.ief.es/Publicaciones/Investigaciones/Inves2004\\_05.pdf](http://www.ief.es/Publicaciones/Investigaciones/Inves2004_05.pdf) (Mayo, 2009)

**SAMUELSON, Paul.** A. Curso de Economía Moderna, 1968, Aguilar, Madrid. (*Economics, an introductory Analysis*, 1948, Mc Graw Hill, Ney York – Traducción de 6ª. Edición en inglés por José Luis Sampedro-Madrid).

**UNU-WIID2C** 2009 Base de datos de Distribución de Ingresos de UNU-WIDER World Institute for Development Economics Research, United Nations University. Helsinki, Finlandia. Disponible en: [http://www.wider.unu.edu/research/Database/en\\_GB](http://www.wider.unu.edu/research/Database/en_GB) (Junio 2009)

**XU, XUAN.** “How Has the Literature on Gini’s Index Evolved in the Past 80 Years?” December 2, 2004, Department of Economics, Dalhousie University, Halifax, Nova Scotia, Canada B3H 3J5. Disponible en: <http://economics.dal.ca/RePEc/dal/wparch/howgini.pdf> (Junio 20, 2009).