### DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS

# MARIELA DEL CARMEN TAIMAL NARVÁEZ EDICSON FRANCISCO MAYA ROBLES RICHARD IGNACIO CALVACHE LUNA JAIME ANDRÉS ALPALA TARAPUES

## UNIVERSIDAD DE NARIÑO VIPRI ESPECIALIZACIÓN EN DOCENCIA UNIVERSITARIA SAN JUAN DE PASTO

2001

### DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS

# MARIELA DEL CARMEN TAIMAL NARVÁEZ EDICSON FRANCISCO MAYA ROBLES RICHARD IGNACIO CALVACHE LUNA JAIME ANDRÉS ALPALA TARAPUES

Trabajo de grado para optar al título de Especialista en Docencia Universitaria

#### Asesor

Mg. OSCAR FERNANDO SOTO AGREDA

## UNIVERSIDAD DE NARIÑO VIPRI ESPECIALIZACIÓN EN DOCENCIA UNIVERSITARIA SAN JUAN DE PASTO

2001

Nota de aceptac	ción		
			-
			-
			_
Presidente del ju	mada.		-
riesidente dei ji	irau0		
furado			<del>-</del>
			-

#### **AGRADECIMIENTOS**

Los autores expresan sus agradecimientos a:

Oscar Fernando Soto Agreda, Magíster en Modelos de Enseñanza Problémica y asesor de la investigación por sus valiosos aportes.

Magíster Gabriela Hernández. Docente de la Universidad de Nariño por haber dedicado parte de su valioso tiempo en la revisión y recomendaciones importantes realizadas como jurado.

Arsenio Hidalgo Troya, Magíster en Matemáticas aplicadas y Decano de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas de la Universidad de Nariño, por haber dedicado parte de su valioso tiempo en la revisión de este trabajo, orientaciones importantes para el análisis de la información del mismo y recomendaciones importantes realizadas como jurado.

Con todo cariño a mis padres Francisco Maya y Martha Robles por inculcarme principios de progreso, trabajo y dedicación.

Con todo aprecio a mis hermanos Wilson, Luz Dary, Sandra, Edith, Steven y Elver por ser las personas que me invitan a ser cada día mejor.

A mis amigos Mariela, Richard y Jaime por no dejar que abandone los metas que me propongo y ser incondicionales.

Con todo mi amor a Maritza por entenderme, comprenderme en los momentos difíciles y ser la musa de mi inspiración.

Edicson Francisco Maya Robles.

Con todo mi amor a Dios mi creador, que me acompaña siempre y a quien le debo cuanto soy.

Con todo cariño a mis padres Carmela Narváez y Hernan Taimal por brindarme su comprensión y apoyo.

Con todo a cariño a mis hermanos Sonia, Lucia, Giovanny, Iván y José por creer en mi y su apoyo incondicional.

Mariela del Carmen Taimal Narváez.

Con mucho cariño a mi señora madre

Deyanira Luna Moncayo, quien ha
gestado en mi ideales de tenacidad, valor,
respeto y responsabilidad.

A James y Santiago que se han convertido en el impulso para buscar otras posibilidades.

A mis amigos Edicson y Jaime a quienes considero parte de mi familia . Con ellos conformamos, durante este tiempo, un equipo de trabajo que plasmó grandes ideas y proyectos.

A la Matemática ...

Richard Ignacio Calvache Luna

Con todo cariño a Dios mi creador, a quien le debo mi existencia.

A mis padres María Leonila y Miguel
Antonio quienes han inculcado en mi
educación, el valor, el respeto,
responsabilidad y el constante deseo de
superación.

A mis hermanos Francisco, Favio y
Rosario por ser las personas que se
preocupan porque logre las metas que me
propongo.

A mis amigos Edicson y Richard con quienes he compartido grandes momentos de mi vida y forjado grandes proyectos. Y a todas la personas que me rodean que de alguna manera me invitan a ser cada día mejor.

A la Matemática...

Jaime Andrés Alpala Tarapues.



### **CONTENIDO**

	Pág.
<u>INTRODUCCIÓN</u>	24
1. <u>DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN</u> DE PROBLEMAS DE	
MATEMÁTICAS	26
1.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	26
1.2. PROBLEMA	27
2. <u>JUSTIFICACIÓN</u>	28
3. <u>OBJETIVOS</u>	30
3.1. OBJETIVO GENERAL	30
3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	30
4. METODOLOGÍA	32

5. MARC	<u>CO TEÓRICO</u>	35
9.1. ¿QU	UÉ ES UN PROBLEMA?	35
5.2. RE	ACCIONES	39
5.3. RES	SOLUCIÓN DE PROBLEMAS	42
5.3.1. Asp	pectos que inciden en la resolución de problemas	43
5.3.1.1.	El conocimiento	43
5.3.1.2.	Insumos matemáticos	43
5.3.1.3.	Memoria	43
5.3.1.4.	Esquemas	44
5.3.1.5.	Estrategias	45
5.3.1.6.	Lo personal	47
5.3.1.7.	Comprensión lectora	47
5.3.1.8.	Sistema de creencias	50
5.4. PRO	OCESO DE RESOLVER PROBLEMAS	51
5.5. AL	GUNAS DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	
MA	TEMÁTICOS	57
5.5.1. De	conocimientos	57
5.5.1.1.	Insumos matemáticos	57
5.5.1.2.	Memoria	58
5.5.1.3.	Transferencia	58
5.5.1.4.	Esquemas	59
5.5.1.5.	Estrategias	59

5.5.2. De	e tipo personal	60
5.5.3. De	e comprensión lectora	61
5.5.4. Si	stema de creencias	62
5.5.5. Ot	tras situaciones	64
6. RESU	ULTADOS OBTENIDOS DE FORMATOS Y ENCUESTAS	66
6.1. <u>PI</u>	RUEBA DE ARITMÉTICA	66
6.1.1. Re	esultados de los formatos de problemas	66
6.1.1.1.	Problema 1	66
6.1.1.1.1.	Caracterización	66
6.1.1.1.2.	Objetivo	66
6.1.1.1.3.	Resultados obtenidos	66
6.1.1.1.4.	Frente al objetivo propuesto	68
6.1.1.2.	Problema 2	68
6.1.1.2.1.	Caracterización	69
6.1.1.2.2.	Objetivo	69
6.1.1.2.3.	Resultados obtenidos	69
6.1.1.2.4.	Frente al objetivo propuesto	70
6.1.1.3.	Problema 3	71
6.1.1.3.1.	Caracterización	71
6.1.1.3.2.	Objetivo	71
6.1.1.3.3.	Resultados obtenidos	71
6.1.1.3.4.	Frente al obietivo propuesto	73

6.1.1.4.	Problema 4	73
6.1.1.4.1.	Caracterización	73
6.1.1.4.2.	Objetivos	73
6.1.1.4.3.	Resultados obtenidos	74
6.1.1.4.4.	Frente a los objetivos propuestos	75
6.1.1.5.	Problema 5	75
6.1.1.5.1.	Caracterización	75
6.1.1.5.2.	Objetivo	76
6.1.1.5.3.	Resultados obtenidos	76
6.1.1.5.4.	Frente al objetivo propuesto	77
6.1.1.6.	Problema 6	77
6.1.1.6.1.	Caracterización	77
6.1.1.6.2.	Objetivo	78
6.1.1.6.3.	Resultados obtenidos	78
6.1.1.6.4.	Frente al objetivo propuesto	79
6.1.2. De	scripción general de los resultados	79
6.1.3. Re	sultados de las observaciones del monitor	80
6.1.4. Re	sultados de la encuesta	81
6.1.4.1.	Reacciones	81
6.1.4.2.	Dificultades de conocimientos	82
6.2. <u>PR</u>	UEBA DE ÁLGEBRA	83
6.2.1. Re	sultados de los formatos de problemas	83

6.2.1.1.	Problema 1	83
6.2.1.1.1.	Caracterización	83
6.2.1.1.2.	Objetivos	84
6.2.1.1.3.	Resultados obtenidos	84
6.2.1.1.4.	Frente a los objetivos propuestos	85
6.2.1.2.	Problema 2	86
6.2.1.2.1.	Caracterización	86
6.2.1.2.2.	Objetivos	86
6.2.1.2.3.	Resultados obtenidos	86
6.2.1.2.4.	Frente a los objetivos propuestos	88
6.2.1.3.	Problema 3	88
6.2.1.3.1.	Caracterización	88
6.2.1.3.2.	Objetivo	89
6.2.1.3.3.	Resultados obtenidos	89
6.2.1.3.4.	Frente al objetivo propuesto	90
6.2.1.4.	Problema 4	90
6.2.1.4.1.	Caracterización	91
6.2.1.4.2.	Objetivo	91
6.2.1.4.3.	Resultados obtenidos	91
6.2.1.4.4.	Frente al objetivo propuesto	92
6.2.1.5.	Problema 5	93
6.2.1.5.1.	Caracterización	93

6.2.1.5.2.	Objetivo	93
6.2.1.5.3.	Resultados obtenidos	93
6.2.1.5.4.	Frente al objetivo propuesto	95
6.2.2. De	scripción general de los resultados	95
6.2.3. Re	sultados de las observaciones del monitor	96
6.2.4. Re	sultados de la encuesta	96
6.2.4.1.	Reacciones	96
6.2.4.2.	Dificultades de conocimientos	97
6.3. <u>PR</u>	UEBA DE GEOMETRÍA	99
6.3.1. Re	sultados de los formatos de problemas	99
6.3.1.1.	Problema 1	99
6.3.1.1.1.	Caracterización	99
6.3.1.1.2.	Objetivo	99
6.3.1.1.3.	Resultados obtenidos	99
6.3.1.1.4.	Frente al objetivo propuesto	101
6.3.1.2.	Problema 2	101
6.3.1.2.1.	Caracterización	101
6.3.1.2.2.	Objetivo	101
6.3.1.2.3.	Resultados obtenidos	102
6.3.1.2.4.	Frente al objetivo propuesto	103
6.3.1.3.	Problema 3	103
6.3.1.3.1.	Caracterización	104

6.3.1.3.2.	Objetivo	104
6.3.1.3.3.	Resultados obtenidos	104
6.3.1.3.4.	Frente al objetivo propuesto	105
6.3.1.4.	Problema 4	106
6.3.1.4.1.	Caracterización	106
6.3.1.4.2.	Objetivo	106
6.3.1.4.3.	Resultados obtenidos	106
6.3.1.4.4.	Frente al objetivo propuesto	108
6.3.1.5.	Problema 5	108
6.3.1.5.1.	Caracterización	108
6.3.1.5.2.	Objetivo	108
6.3.1.5.3.	Resultados obtenidos	109
6.3.1.5.4.	Frente al objetivo propuesto	110
6.3.1.6.	Problema 6	110
6.3.1.6.1.	Caracterización	111
6.3.1.6.2.	Objetivo	111
6.3.1.6.3.	Resultados obtenidos	111
6.3.1.6.4.	Frente al objetivo propuesto	112
6.3.2. De	scripción general de los resultados	112
6.3.3. Re	sultados de las observaciones del monitor	113
6.3.4. Re	sultados de la encuesta	114
6.3.4.1.	Reacciones	114
6.3.4.2.	Dificultades de conocimientos	115

6.4. <u>PR</u>	UEBA DE LÓGICA E INGENIO	116
6.4.1. Re	sultados de los formatos de problemas	116
6.4.1.1.	Problema 1	116
6.4.1.1.1.	Caracterización	116
6.4.1.1.2.	Objetivo	116
6.4.1.1.3.	Resultados obtenidos	116
6.4.1.1.4.	Frente al objetivo propuesto	118
6.4.1.2.	Problema 2	118
6.4.1.2.1.	Caracterización	118
6.4.1.2.2.	Objetivo	118
6.4.1.2.3.	Resultados obtenidos	118
6.4.1.2.4.	Frente al objetivo propuesto	120
6.4.1.3.	Problema 3	120
6.4.1.3.1.	Caracterización	120
6.4.1.3.2.	Objetivo	120
6.4.1.3.3.	Resultados obtenidos	120
6.4.1.3.4.	Frente al objetivo propuesto	122
6.4.1.4.	Problema 4	122
6.4.1.4.1.	Caracterización	122
6.4.1.4.2.	Objetivo	122
6.4.1.4.3.	Resultados obtenidos	122
6.4.1.4.4.	Frente al objetivo propuesto	124

6.4.1.5.	Problema 5	124
6.4.1.5.1.	Caracterización	124
6.4.1.5.2.	Objetivo	124
6.4.1.5.3.	Resultados obtenidos	124
6.4.1.5.4.	Frente al objetivo propuesto	125
6.4.1.6.	Problema 6	126
6.4.1.6.1.	Caracterización	126
6.4.1.6.2.	Objetivo	126
6.4.1.6.3.	Resultados obtenidos	126
6.4.1.6.4.	Frente al objetivo propuesto	128
6.4.2. De	scripción general de los resultados	128
6.4.3. Re	sultados de las observaciones del monitor	128
6.4.4. Re	sultados de la encuesta	129
6.4.4.1.	Reacciones	129
6.4.4.2.	Dificultades de conocimientos	130
6.5. <u>RE</u>	SULTADOS ENCUESTA FINAL	131
6.5.1. Dit	ficultades en la resolución de problemas de matemáticas	131
6.5.1.1.	De tipo personal	131
6.5.1.2.	Comprensión lectora	132
6.5.1.3.	Sistemas de creencias	132
6.5.1.4.	Otras situaciones	133

7. <u>D</u>	IFICULTADES Y REACCIONES QUE OBSTACULIZAN EL	
P	ROCESO DE RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS	134
7.1.	REACCIONES	134
7.2.	DIFICULTADES EN CUANTO A CONOCIMIENTOS	136
7.3.	DIFICULTADES EN COMPRENSIÓN LECTORA	138
7.4.	CREENCIAS QUE DIFICULTAN EL PROCESO DE	
	RESOLVER PROBLEMAS	139
7.5.	SITUACIONES PERSONALES QUE DIFICULTAN EL PROCESO	
	DE RESOLVER PROBLEMAS	140
8. <u>C</u>	<u>ONCLUSIONES</u>	141
9. <u>R</u>	<u>ECOMENDACIONES</u>	147
BIBL	<u>IOGRAFÍA</u>	150
ANE	<u>XOS</u>	152



Mariela del Carmen Taimal Narváez. Edicson Francisco Maya Robles. Jaime Andrés Alpala Tarapues. Richard Calvache Luna.

Especialización en Docencia Universitaria. Universidad de Nariño - VIPRI. 2001.

### DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS

Gran parte del conocimiento matemático tiene su origen en la resolución de problemas, que debe entenderse como proceso donde se descubren combinaciones de reglas previamente aprendidas que pueden aplicarse a una situación que debe ser resuelta y así tener acceso a nuevos saberes.

Como un problema es una tarea que provoca desequilibrio en el estudiante se generan reacciones en él que condicionan de alguna manera el éxito o fracaso en hallar la respuesta.

Los aspectos determinantes en el proceso de resolución de un problema y tenidos en cuenta en este trabajo son:

El conocimiento: estructura cognoscitiva de la persona donde se encuentran comprometidos los insumos matemáticos, memoria, esquemas y estrategias.

Lo personal: características de la persona que generan reacciones e inciden en la forma de enfrentar los problemas.

Comprensión lectora: donde es determinante la búsqueda del significado del enunciado.

Sistema de creencias: ideas comunes acerca de la matemática cimentadas por la visión algorítmica que se le ha dado a esta ciencia.

Las dificultades en la resolución de problemas encontradas en diecinueve estudiantes del segundo semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño del año 2001 están enmarcadas en los aspectos anteriores.

El trabajo toma como referentes teóricos algunos estudios realizados por matemáticos y psicólogos entre los que podemos mencionar a Polya, Schoenfeld, Novak, Yelon.

El estudio permite vislumbrar que la conjunción apropiada de la lectura comprensiva, los insumos matemáticos y los procesos algorítmicos posibilitan aplicar estrategias de resolución de problemas, permitiendo progresos no solo en la consecución de soluciones sino también en el abordaje de nuevas situaciones, desarrollando paulatinamente destrezas y habilidades en ese sentido.

Mariela del Carmen Taimal Narvaéz Edicson Francisco Maya Robles

Jaime Andrés Alpala Tarapues

Richard Calvache Luna

Especialización en Docencia Universitaria

Universidad de Nariño VIPRI

*2001* 

DIFICULTIES IN THE RESOLUTION OF

MATHEMATICS PROBLEMS

Most of the mathematical knowledge has its origin in the resolution of problems, that must

be understood as a process where combinations of rules learned previously were

discovered, which can be applied to a situation that must be solved and thus to have access

to new knows. How a problem is a task that provokes unbalance in the student, reactions

are generated in him that prepare in some way the success or failure in finding the answer.

The determinant aspects in the process of resolution of a problem and that were had in

count in this work are:

The knowledge: Cognitive structure of the person, where the minimal math bases, memory,

schemes and strategies are engaged.

The personal: Characteristics of the person that generate reactions and incident in the way of confronting the problems.

Reading comprehension: where is determinant the searching of the meaning of the enunciated.

System of believes: common ideas about Mathematics founded by the algorithmic vision that has been given to this science.

The difficulties in the resolution of problems found in nineteen students of Second Semester of Licenciate in Mathematics of the University of Nariño in the year 2001 are demarcated in the former aspects.

The work takes like theoretic referents some studies realized by mathematicians and psychologists between which we can named to Polya, Schoenfeld, Novak, Yelon.

The study allows to glimpse that the appropriated conjunction of the reading comprehensive, the minimal math bases and the algorithmic process make possible to apply strategies of resolution of problems, allowing progress not only in the consecution of solutions but always in the boarding of new situations, developing gradually skills and abilities in this sense.

### INTRODUCCIÓN

En los distintos niveles escolares donde se aprende matemáticas, surge una serie de interrogantes alrededor de cómo se puede hacer que éstas tengan una mejor comprensión y aplicabilidad dentro de las circunstancias del diario vivir.

Dentro su estudio, una estrategia fundamental y mediadora de su conocimiento es la resolución de problemas. En el desarrollo de este trabajo se trata de encontrar las dificultades y las reacciones negativas que hacen que haya deficiencia para encontrar solución a un problema; basados en los estudios realizados por diversos matemáticos y psicólogos entre los que podemos destacar a Polya, Novak, Ausubel, entre otros.

Mediante el análisis de cómo resuelven problemas los estudiantes del segundo semestre de la Licenciatura en Matemáticas del año 2001, se quiere tener un acercamiento a las distintas reacciones que generan conflicto con la resolución de problemas y algunas dificultades en la misma relación; teniendo en cuenta los conocimientos que ellos poseen, sus bases teóricas y la fundamentación, así sea intuitiva de concebir la resolución de un problema. Encontrar dificultades en cuanto a comprensión lectora, sus diversas implicaciones en el planteamiento de situaciones y posibles formas de resolver problemas.

También se pretende indagar si el estudiante conoce estrategias de solución diferentes a las conocidas durante el desarrollo de su ciclos educativos. En caso contrario, dar a conocer este tipo de estrategias, como son: lluvia de ideas, ensayo y error, los métodos heurísticos, entre otros y su posible aplicabilidad en la resolución de problemas de una forma fácil, ágil y factible.

Es conocido que se ha generado entorno al aprendizaje de las Matemáticas una serie de creencias que las hacen ver como cosa de otro mundo; un mundo creado para genios o para personas con dotes especiales. Mediante este trabajo se pretende indagar cual es el sistema de creencias que manejan los estudiantes examinados y si estas argumentan un conflicto en la resolución de problemas.

En el estudio se presenta una serie de problemas que requieren la creación de las condiciones ambientales, la aplicación de los conocimientos y estrategias, un tiempo prudencial, una buena comprensión lectora y una adecuada concentración para poder encontrar la solución a la situación planteada; se piensa que es necesario trazar un plan de trabajo donde se incluya una visión retrospectiva del problema para poder tener éxito y dar respuesta a los interrogantes planteados. Por otra parte al conocer dificultades que se generan al enfrentarse a un problema, se pretende dar a conocer unas pautas o recomendaciones que puedan orientar de mejor forma el trabajo a seguir cuando el estudiante se encuentre con este tipo de situaciones, las cuales le permitan abordarlos desde una perspectiva más amplia.

### 1. DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS

### 1.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

En los diferentes cursos donde se estudia la matemática se presentan dos tipos de problemas: unos que pretenden determinar el grado de asimilación de los conocimientos y otros que necesitan de la aplicación de las habilidades que presenta el estudiante en su resolución.

Sin embargo la actitud del alumno frente a este tipo de situaciones es diferente: mientras en el primer tipo de problemas aplica un esquema predeterminado por el docente, en los otros debe plantear su propio plan de trabajo que lleva a configurar situaciones no evidentes en el enunciado del problema, teniendo éxito o fracaso, este último explicable por la solución de problemas inexistentes por parte del estudiante al buscar cosas que no se han pedido producto de un plan de acción muy largo, equivocado o falso, resultado de los fuertes esquemas basados en la repetición mecánica de algoritmos y operaciones que desarrolla el profesor a lo largo de sus clases. Lo anterior afianza creencias populares como: "las matemáticas y los problemas matemáticos son para genios"; "yo no sirvo para

esto"; "la matemática es demasiado teórica para que pueda servirme de algo"; "espero tener que utilizar poco las matemáticas en mi vida profesional"; entre otras, sin saber que la dificultad que se presenta puede estar en el campo de la comprensión e interpretación para poder hacer una buena representación del problema.

#### 1.2. PROBLEMA

¿Cuáles son las dificultades en el orden de conocimientos matemáticos, comprensión lectora, sistema de creencias y reacciones que obstaculizan la resolución de problemas de Matemáticas que presenta el estudiante del segundo semestre del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño del año 2001?.



### 2. JUSTIFICACIÓN

Los estudiantes se preguntan a menudo, ¿Cómo hace el profesor para recordar la información y resolver un problema de matemáticas?, y ¿Cuáles son las estrategias que tiene en cuenta para conseguir la solución?; estas preguntas la mayoría de las veces no son respondidas formando en ellos una serie de dificultades en el orden de conocimientos matemáticos, comprensión lectora y generando un sistema de creencias cuando se enfrentan a un problema específico.

El estudio de la matemática se centra en el aprendizaje de una serie de teoremas, algoritmos y procedimientos que de alguna manera se utilizan en la solución de problemas, dando una importancia fundamental al desarrollo de las matemáticas bajo esta directriz: muchos descubrimientos se sustentan en las consecuencias generadas alrededor de la búsqueda de solución de un problema. En el aula se presentan diversos tipos de problemas que pretenden afianzar estructuras matemáticas desarrolladas por el docente, basadas en el número y repetición continua del procedimiento para garantizar el afianzamiento del conocimiento matemático. Sin embargo, se pueden desarrollar problemas que motiven al estudiante a descubrir una serie de consecuencias lógicas, a conjeturar o incluso a generalizar resultados a partir de problemas diseñados previamente; es allí donde

chocan los esquemas que inculca el docente frente a los exigidos por el problema, generando reacciones y dificultades de toda índole; por lo tanto al desarrollar la práctica pedagógica de las matemáticas se requiere estudiar cómo las personas resuelven problemas y cuales son los inconvenientes que se presentan al intentar resolverlos. De ahí que sea necesario investigar en esta línea que debe guiar la actividad docente e incidir en el curriculum de enseñanza de la matemática.



### 3. OBJETIVOS

#### 3.1. OBJETIVO GENERAL

Establecer las dificultades en el orden de conocimientos matemáticos, comprensión lectora, sistema de creencias y reacciones que obstaculizan la resolución de problemas que presenta el estudiante del segundo semestre del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño del año 2001.

#### 3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar las reacciones que presentan los estudiantes del segundo semestre al enfrentarse a un problema y que obstaculizan su resolución.
- Identificar las dificultades en el orden de conocimientos matemáticos que presentan los estudiantes del segundo semestre en la resolución de problemas.
- Identificar las dificultades en el nivel de comprensión lectora que tienen los estudiantes del segundo semestre para la resolución de problemas.

• Identificar el sistema de creencias que poseen los estudiantes del segundo semestre y que obstaculiza el proceso de resolver problemas.



### 4. METODOLOGÍA

Este estudio es de corte empírico analítico descriptivo ya que pretende indagar de una manera vivencial las dificultades que se observan en los estudiantes y comentan ellos mismos al estudiar un problema de matemáticas.

Población: está conformada por 19 estudiantes del segundo semestre del programa Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño sede San Juan de Pasto. Provienen de los diferentes lugares de la geografía del Departamento de Nariño. Sus edades oscilan entre los 17 y 23 años siendo las edades más frecuentes 17 y 18 años. La población estudiada esta distribuida en 12 hombres y 7 mujeres.

Para la realización del trabajo se aplicará paulatinamente y de manera individual, a la población anteriormente mencionada, una serie de formatos que contienen problemas previamente categorizados así: aritméticos, algebraicos, geométricos y de lógica e ingenio. Se desarrollará una sesión de 5 a 6 problemas por cada categoría. El tiempo para cada prueba será de 50 minutos y al final de la misma se entregarán las respuestas a los problemas planteados. Posteriormente se entregará un formato-encuesta que contiene preguntas relacionadas con las reacciones y las dificultades de conocimientos que

presentaron los estudiantes en el desarrollo de la prueba que ellos deben diligenciar.

Cabe anotar que mientras los alumnos resuelven los problemas se llevará un registro de

observación abierto y de manera general aplicado al grupo por parte del monitor.

Terminadas todas las sesiones de problemas se realizará una encuesta final referente a características personales del estudiante, dificultades en cuanto a su comprensión lectora y el sistema de creencias que maneja frente a la matemática.

Para estudiar la información se tendrá en cuenta:

- Resultados obtenidos del formato de problemas y hojas de borrador que presente el estudiante en cada prueba; este análisis se hará de manera individual para cada problema teniendo en cuenta su caracterización y una intencionalidad u objetivo. El análisis de los formatos de problemas se realizará de acuerdo a los siguientes aspectos:
  - ◆ La resolución del problema de manera correcta, parcialmente correcta e incorrecta con o sin proceso que se presentará en porcentajes del total de la población.
  - ◆ El análisis de la resolución del problema con proceso tomando como base los estudiantes que resolvieron el problema de manera correcta, parcialmente correcta e incorrecta.

- ◆ Resultados referentes a estrategias novedosas y observaciones tomando en cuenta toda la población.
- Análisis del formato de problemas y hojas de borrador que presente el estudiante en cada prueba, tomando como referentes el proceso seguido y el resultado obtenido.
- Análisis estadístico descriptivo de las encuestas por tipo de problemas.
- Análisis del formato de observación del monitor por prueba.
- Análisis estadístico descriptivo de la encuesta final.

Teniendo en cuenta los resultados se pretende identificar las reacciones que muestra el estudiante y las dificultades de conocimientos en cuanto a: insumos matemáticos, memoria, capacidad de transferencia, esquemas y estrategias en cada sesión de problemas; dificultades en cuanto a comprensión lectora y sistema de creencias común al grupo estudiado. A partir de tales conclusiones se desea hacer sugerencias que permitan abordar los problemas de matemáticas desde un enfoque más amplio, donde estos se conviertan en el punto de partida para discutir el sentido de las ideas matemáticas.





### 5. MARCO TEÓRICO

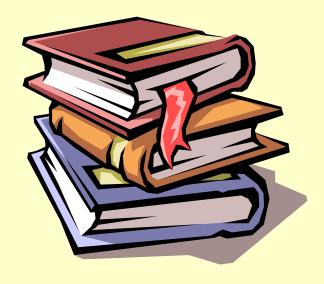
¿QUÉ ES UN PROBLEMA?

**REACCIONES** 

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

PROCESO DE RESOLVER PROBLEMAS

ALGUNAS DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN
DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS





### 5.1. ¿QUÉ ES UN PROBLEMA?

Un problema es una situación originada por diversos factores de índole personal, económico, sociocultural o del entorno entre otros y que necesita solución o soluciones acordes a sus requerimientos. Algunos de ellos determinan un resultado inmediato, otros por el contrario necesitan de una reflexión más profunda para su solución que puede encontrarse a corto, mediano o largo plazo, tal es el caso de cambiar una bombilla fundida (solución inmediata), encontrar cura para una enfermedad común, evitar el continuo deterioro de la capa de ozono (solución a largo plazo). De tal manera que, en la mayoría de los casos, "un problema existe donde una persona percibe una necesidad de lograr algún objetivo pero no sabe de inmediato como lograrlo". 

1

Un problema en general "no es un ejercicio matemático, una combinación de cifras que deberán ser trabajadas en forma específica, con respuesta aceptable y única. Un problema se presenta cuando existe una situación nueva que requiere la aplicación de principios previamente aprendidos combinados en forma nueva"<sup>2</sup>.

En particular, existen problemas relacionados con procesos de pensamiento lógico - matemático que surgen de la necesidad de resolver situaciones prácticas inicialmente y

<sup>1</sup> GOOD, L Thomas, y otro. Psicología educativa contemporánea Mc Graw Hill. México. 1997. Pág. 238.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> YELON, Stephen L. y otro. La Psicología en el Aula. Editorial Trillas. México. 1995. Pág. 242.

luego de las abstracciones que se han hecho de ellas se han elaborado problemas ideales (inventados).

Las ideas matemáticas han evolucionado a partir de la búsqueda intensa de soluciones a problemas planteados por otros pensadores. Los veintitrés problemas de Hilbert a inicios del siglo XX, por mencionar algunos, han sido decisivos en el desarrollo de nuevas teorías matemáticas y nuevos descubrimientos.

Brunner afirma que la disposición que se tenga antes de emprender la búsqueda de la solución de un problema, determinará el éxito o fracaso en encontrarla. En el mismo sentido Poincaré habla de la voluntad para entender la tarea de resolver el problema y como condición definitiva en ese proceso.

Ausubel y Novak (Psicología Educativa. Un Punto de Vista Cognoscitivo.1995. Pág. 606) hablan de categorías intrapersonales (internas) y categorías situacionales (externas) como factores que inciden en el rendimiento académico dentro del salón de clases y que son decisivos para llegar al éxito en la solución de problemas:

Categoría intrapersonal. Los factores internos incluyen las siguientes variables:

a. Variables de la estructura cognoscitiva: se refiere al conocimiento previo del alumno en un campo de estudio, sus relaciones e interconexiones necesarias para adquirir otro conocimiento en el mismo campo. Esta estructura cognoscitiva es propia de cada ser

humano porque se sabe en un campo y el grado en que se sabe influye en la adquisición de nuevos aprendizajes, es así como a un niño de sexto grado no puede exigírsele que resuelva una ecuación cuadrática o que calcule un límite porque lo que se le pide no es consecuente con lo que conoce.

- b. Disposición del desarrollo: reflejada por la etapa del desarrollo intelectual del alumno, así como las capacidades y modalidades del funcionamiento intelectual, de cómo este dotado intelectualmente un alumno depende la adquisición de otros tipos de aprendizaje.
- c. Capacidad intelectual: la facilidad con que un estudiante enfrente diferentes situaciones depende de su inteligencia, del nivel de agudeza, de sus capacidades verbales y de su habilidad para resolver problemas.
- d. Factores motivacionales y actitudinales: se refiere a la disposición del estudiante en cuanto a su deseo de saber la necesidad de logro y superación, su interés por conocer un campo de estudio determinado; estas variables afectan el aprendizaje con éxito o fracaso, puesto que es más fácil mantener la atención en un alumno motivado, de esta manera va a dedicar su esfuerzo en una forma persistente para la obtención de un objetivo.
- e. Factores de la personalidad: las diferencias individuales en el nivel y tipo de motivación, ajuste personal, nivel de ansiedad, entre otros son factores que afectan la calidad y cantidad del proceso de aprendizaje.

Categoría situacional. Los factores externos incluyen las siguientes variables:

a. La práctica: su frecuencia, distribución, método y condiciones generales.

b. Ordenamiento de los materiales de enseñanza: hace relación a la cantidad, dificultad,

tamaño de los pasos, secuencia, velocidad y uso de auxiliares didácticos.

c. Factores sociales y de grupo: clima psicológico del salón de clases, cooperación,

competencia, la estratificación social, el marginamiento cultural y la segregación

racial.

d. Características del profesor: sus capacidades cognoscitivas, su conocimiento de la

materia de estudio, competencia pedagógica, personalidad y conducta.

En el proceso de aprendizaje unas y otras variables interactúan en mayor y en menor grado

produciendo así el resultado final, este producto no puede ser el mismo para todos puesto

que toca aspectos personales y por tanto individuales que difieren entre sí, en el salón de

clases no se puede hablar de homogeneidad cognoscitiva porque no la hay.

<<< ATRÁS \*\*\*\* SIGUIENTE>>>

#### 5.2. REACCIONES

Enfrentar un problema debe entenderse como tarea que provoca una situación de desequilibrio en el estudiante. La reacción más frecuente es la duda, seguida de un estado de perplejidad en el sentido de saber inicialmente si se está en capacidad o no de resolver el problema.

Por experiencia, se generan otras reacciones que se relacionan con la capacidad cognoscitiva de la persona, formación académica, condiciones motivacionales y personales, capacidad de lectura comprensiva, aspectos idiosincrásicos y en ellos un sistema de creencias frente a la matemática.

En función de sí el alumno tiene una reacción motivacional positiva o negativa, su actitud hacia la resolución de problemas será distinta:

*Positiva*: el alumno frente al problema reaccionará analizándolo, buscará la estrategia, preguntará al profesor; en fin, vivirá el problema sin mucha ansiedad ni angustia.

*Negativa*: frente al problema el alumno aumentará su ansiedad y se angustiará pensando que la causa de su dificultad es su incapacidad, adoptará una actitud defensiva (no hace nada, no pregunta).

De tal manera que un problema produce entre otras, las siguientes reacciones o impactos:

- Poca coherencia no llegando a ser potencialmente significativa, lo que le genera confusión.
- Incapacidad, al considerar que no posee los conocimientos mínimos necesarios para volver a la situación de equilibrio produciendo en él un estado de inferioridad.
- Desmotivación para realizar la actividad que se propone, con lo que ni siquiera le produce una situación de desequilibrio (el problema propuesto le resulta ajeno o sin sentido y lo toma con indiferencia).
- Conflicto entre concepciones intuitivas del problema y aplicación de estrategias previas configuradas en clase que no le permiten volver a la situación de equilibrio.
- Angustia generada por:

*Presiones externas* como el tiempo, el docente, los compañeros, los padres de familia, la evaluación.

*Presiones internas* como bajos insumos matemáticos, miedo a enfrentarse a nuevas situaciones, al fracaso, al señalamiento, nerviosismo, incomodidad, intranquilidad, baja autoestima.

- Ansiedad por resolver la situación problema ya que se siente capacitado para ello.
- Curiosidad por encontrar la respuesta al problema planteado.
- Sentido de competencia deseando destacarse en el grupo.
- Temor de hablar y exponer libremente sus propias ideas acerca del problema.
- Preocupación por resolver el problema en el menor tiempo posible.
- Frustración por saber que él mismo resolvió ese problema o un problema afín con anterioridad y no recuerda el método general de solución.
- Se extraña cuando el contexto del problema es diferente al contexto en el que comúnmente se presentan los problemas en la clase y en los exámenes.
- Pide recompensa por su intento de resolver el problema o hallar la solución.
- Asume el problema como un reto y confía en sus capacidades.

- Se asusta cuando se enfrenta a un problema de matemáticas.
- Se siente incapaz de pensar con claridad al enfrentarse a un problema matemático.

<<< ATRÁS \*\*\*\* SIGUIENTE>>>

#### 5.3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Ausubel y Novak definen solución de problemas como "cualquier actividad en que tanto la representación cognoscitiva de la experiencia previa como los componentes de una situación problema presente, son reorganizados para alcanzar un objetivo previamente determinado"<sup>3</sup>; de otra parte Gagné (mencionado por Yelon en La psicología en el AULA. 1991. Pág. 242) dice que "La solución de problemas puede considerarse como un proceso mediante el cual el alumno descubre una combinación de reglas previamente aprendidas que puede aplicar para lograr una solución en una nueva situación problema. La solución de problemas no implica sólo aplicar reglas previamente conocidas, también es un proceso que produce un nuevo conocimiento". La dotación de una estructura cognoscitiva sólida que posee antecedentes acordes con el campo de estudio facilita la resolución de problemas siempre que esta sea flexible, se pueda transformar y adaptar a los requerimientos de un problema en particular. Además es indispensable la lectura comprensiva del problemas y los conocimientos previos porque sin estos sería imposible que el estudiante entienda el problema, identifique lo que se debe buscar, plantee el problema, encuentre alternativas de solución, haga las respectivas verificaciones, saque sus propias conclusiones y las aplique a situaciones similares.

\_

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Ausubel y Novak. Psicología Educativa. Un Punto De Vista Cognoscitivo. Editorial Trillas. México. 1995. Pág. 609.

#### 5.3.1. Aspectos que inciden en la resolución de problemas.

Cuando una persona se enfrenta a resolver un problema, los aspectos principales que son decisivos para decisivos en este proceso son:

#### 5.3.1.1. El conocimiento.

Uno de los aspectos que inciden en la resolución de problemas es el conocimiento de los conceptos matemáticos adquiridos por el estudiante en el transcurso de sus diferentes etapas o niveles de escolaridad; conocimientos que forman parte de su estructura cognoscitiva, que abarca los ya existentes, las diferentes formas de asociación y ordenación para darle cabida a una nueva situación.

Si la estructura cognoscitiva es clara, estable y convenientemente organizada surgen significados precisos que tienden a retener su fuerza de disponibilidad o a ser desechados de acuerdo a la situación problema que se tenga. Si por otra parte la estructura cognoscitiva es ambigua y desorganizada se tiene la tendencia a tomar información que no se necesita, ignorar datos que son esenciales o a enfrentar de una forma equivocada el problema.

#### 5.3.1.2. Insumos Matemáticos.

Hace referencia a la estructura cognoscitiva previa desarrollada mediante la experiencia o adquirida en los diferentes ciclos educativos, como son: manejo de operaciones aritméticas y algebraicas, planteamiento y desarrollo de algoritmos.

#### 5.3.1.3. *Memoria*.

Es la forma cómo los estudiantes almacenan la información adquirida a través de los sentidos para luego poder recuperarla; es un proceso de reconstrucción imaginativa en el momento del recuerdo del cual resulta que un contenido en particular es seleccionado y reorganizado para ponerlo de acuerdo con la naturaleza y las exigencias de la situación existente.

Según Richard C. Atkinson y Richard M. Shinffrin (citados por Yelon, en La Psicología en el AULA. 1995. Pág 145-177) se clasifica en:

Memoria a corto plazo (memoria temporal) cuya función principal es retener la información hasta el momento que se depura y posteriormente se almacena; en este nivel el individuo puede controlar el flujo de información y utilizarla en la resolución de problemas.

Memoria a largo plazo (fija y permanente) es un almacenamiento virtualmente permanente de la información depurada que posteriormente será utilizada, mediante el proceso de recuperación de la información para ser adecuada a los nuevos requerimientos.

#### 5.3.1.4. Esquemas.

Configuraciones establecidas que se tienen en cuenta al enfrentarse a los problemas, como son: la búsqueda y manipulación de variables, planteamiento de ecuaciones, elaboración de gráficos, entre otras.

#### 5.3.1.5. Estrategias.

Es el conjunto de cálculos, razonamientos o construcciones que han de efectuarse para tener un acercamiento a la solución; es una proyección y dirección regulada de los elementos anteriores de manera conjunta. Entre las estrategias más usuales podemos mencionar:

- Ensayo y error: es la eliminación sucesiva de resultados incorrectos, para ello se crea una lista de las posibles soluciones que luego se evalúan y descartan opción por opción teniendo en cuenta los criterios correspondientes del problema.
- Visualización: mediante diagramas o tablas de las diferentes posibilidades se construye un modelo con el fin de captar de manera más fácil la esencia del problema evitando detalles irrelevantes o superfluos.
- Método de lluvia de ideas: el individuo o el grupo reúnen numerosas ideas y las evalúan después de tenerlas todas reunidas.
- Razonamiento deductivo: comienza con una serie de supuestos o premisas que se consideran verdaderas para después deducir implicaciones de estos supuestos. Si

las suposiciones son verdaderas las conclusiones también deben serlo; presenta fallas cuando se utilizan premisas inadecuadas a partir de la cuales se deducen conclusiones erróneas.

- Razonamiento inductivo: se infiere una regla general a partir de casos específicos.
  Este tipo de razonamiento puede tener limitaciones ya que las conclusiones que se obtienen pueden estar sesgadas si se han utilizado evidencias insuficientes o inválidas.
- Recuperación de información (abordaje en forma tradicional): la solución al problema está simplemente en recuperar la información de manera mediata. Es una opción importante cuando es necesario encontrar rápidamente la solución ya que está dentro de los esquemas configurados.
- Algoritmos: son métodos graduales de solución de problemas que garantizan una solución correcta si son consecuentes con el problema y se desarrollan debidamente.
- *Métodos heurísticos:* son reglas prácticas que ayudan a simplificar y resolver un problema, aunque no garantizan una solución correcta. Entre estos están:

Escalamiento de la colina: nos aproxima gradualmente a la meta final sin digresiones ni retrocesos. En cada etapa del método evaluamos a que distancia nos

hemos acercado, cuanto nos queda por recorrer y el siguiente paso que hemos de dar.

Algunos problemas no se ajustan a este método porque no admiten retroceso.

Metas y submetas: consiste en dividir un problema en unidades más pequeñas y manejables cada una de las cuales es mas fácil de resolver que el problema entero. Esta táctica nos permite poner a la vista metas más cercanas y accesibles, luego la finalidad global sigue siendo alcanzar la meta final: la solución del problema.

Análisis de medios—fín: es un método heurístico que combina el escalamiento de la colina con las submetas. Este método consiste en analizar la diferencia que hay entre la situación actual con el fin deseado y luego hacer algo para reducir esa distancia. Se evalúa cada opción teniendo en cuenta su capacidad de acercamiento a la meta, acercándonos a la alternativa más probable y luego pasando al siguiente punto hasta obtener la solución deseada.

Abordaje en sentido inverso: la búsqueda de la solución comienza en la meta y retrocede a los datos, se emplea cuando la meta proporciona más información que los datos y cuando las operaciones pueden realizarse en ambas direcciones.

#### 5.3.1.6. Lo personal.

Hace referencia a los aspectos propios de cada persona como son la personalidad, temperamento, ideas, criterios, actitudes, creencias propias, comportamientos, autoestima,

carácter, motivación, entre otros, que hacen que se produzcan o intensifiquen las reacciones cuando se enfrenta a la tarea de resolver un problema.

#### 5.3.1.7. La comprensión lectora.

El manejo de los símbolos se ha venido desarrollando de una manera cultural: desde que se empieza a conocer el entorno se está rodeado de diferentes clases de símbolos; cuando el niño empieza su formación educacional, el preescolar es el encargado de hacer un mayor énfasis en la enseñanza simbólica donde se manejan adecuadamente las formas, las figuras geométricas, las letras del abecedario y los números, haciendo de cada uno de ellos representaciones con las que nos encontramos a diario. Dentro de este proceso de aprendizaje simbólico se encuentra la enseñanza de la lectura y la escritura que se ha venido desarrollando de manera sistemática; generalmente este papel lo realiza la escuela mediante la aplicación de un vocabulario controlado, con sus rasgos ortográficos y en el desarrollo de una jerarquía de habilidades que forman parte fundamental en el curriculum de las instituciones educativas (*Kenneth, Goodman. El Proceso De La Lectura. Documento fotocopiado CEID – SIMANA 1997*). Tales tradiciones no están basadas en una comprensión adecuada del texto, más bien en una decodificación de símbolos, lo cual no posibilita que el educando se forme una visión objetiva y crítica respecto de lo que lee.

En nuestro medio no se ha dado preponderancia al cultivo de la lectura, ni mucho menos la lectura de textos relacionados con matemáticas, este hecho se ha mantenido en el ámbito escolar en un nivel muy pobre.

En el proceso de comprensión de lectura se encuentran tres actores que influyen de manera directa para determinar el éxito o el fracaso en la interpretación del texto leído:

El Lector, su capacidad de comprensión, el propósito, el nivel cultural y social, la información previa, las actitudes y los esquemas que tenga antes de leer son determinantes en la debida comprensión que se haga del texto, además las estrategias empleadas para obtener, evaluar y utilizar información las cuales se desarrollan y modifican durante la lectura según la habilidad que tenga el lector "de hecho hay una manera de desarrollar habilidades mediante la lectura", la constante ejercitación de las técnicas de lectura hacen que se comprenda más fácil y rápidamente el texto.

El Escritor, que utilizando un lenguaje fluido ayudará a una mejor compresión.

El Texto, que acorde con el leguaje en el cual se desarrolla, ya sea técnico o sencillo, será determinante para el tipo de lectores a quienes esta dirigido y por ende determinará su nivel de comprensión.

"La búsqueda de significado es la característica más importante del proceso de lectura, y es en el ciclo semántico que todo toma su valor. El significado es construido mientras leemos, pero también es reconstruido ya que debemos

acomodar continuamente nueva información y adaptarla a nuestro sentido de significado en formación"<sup>4</sup>.

Dentro de las matemáticas se manejan una serie de símbolos que forman un lenguaje técnico. Este lenguaje es utilizado frecuentemente en la resolución de problemas como una forma de comunicación y de enriquecimiento del razonamiento lógico, además facilita la manipulación y control de los datos y operaciones que se necesitan para dar una adecuada interpretación y solución al problema planteado.

#### 5.3.1.8. El sistema de creencias.

Si se ha enseñado matemáticas dando prioridad a la memorización de conceptos y técnicas sin preocuparse que el alumno comprenda las estructuras que justifican estas reglas, se fomenta una visión de las matemáticas de tipo mecánico: el alumno considera que aquello esencial en matemáticas es utilizar de manera mecánica una serie de procedimientos algorítmicos ejecutados con cierta rapidez. Así se va generando el siguiente sistema de creencias:

 "La incapacidad para aprender datos o procedimientos con rapidez es señal de inferioridad en cuanto a inteligencia y carácter.

\_

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> KENNEDTH S. y otro. El Proceso De La Lectura. Documento fotocopiado Curso de Comunicación en el Aula. CEID Simana. Pasto. 1997.

- La incapacidad para responder con rapidez o emplear un procedimiento con eficacia indica lentitud.
- La incapacidad para responder correctamente indica una deficiencia mental.
- Una incapacidad total para responder es señal de una estupidez absoluta.
- Todos los problemas deben tener una respuesta correcta.
- Solo hay una manera (correcta) de resolver un problema.
- Las respuestas inexactas (como las estimaciones) y los procedimientos inexactos (como resolver problemas por ensayo y error) son inadecuados.
- Comprender las matemáticas es algo que esta solo al alcance de genios.
- Las matemáticas no tienen porque tener sentido."<sup>5</sup>

<<< ATRÁS \*\*\*\* SIGUIENTE>>>

 $<sup>^{5}</sup>$  BARODY A. J. El Pensamiento Matemático de los Niños. Editorial VISOR/MEC. Madrid. 1988. Pág 77-78.

#### 5.4. PROCESO DE RESOLVER PROBLEMAS

Los primeros puntos de vista en el proceso de resolver problemas aparecen con *Jhon Dewey* (Mencionado por Good L. Tomas. En PSICOLOGÍA EDUCATIVA CONTEMPORÁNEA, 1997. Pág. 284) quien es uno de los primeros en sugerir pasos para la solución de los mismos:

- a. Presentación del problema: percatarse del problema o hacerse consciente de el.
- b. Definición del problema: definir el problema identificando el estado presente y el estado objetivo deseado y considerando las implicaciones para la solución. En ocasiones un problema puede ser definido de formas diferentes, con implicaciones diferentes para las soluciones.
- c. Desarrollo de hipótesis: dada la definición del problema, generar hipótesis para solucionarlo.
- d. Prueba de hipótesis: identificar ventajas y desventajas asociadas con cada situación .
- e. Selección de la mejor hipótesis: identificar soluciones que ofrecen las mayores ventajas y menores desventajas.

Wallas (Ibid., Pág 284) propone cuatro etapas en el proceso de solución basadas en las descripciones de Köhler sobre la conducta de descubrimiento en chimpancés:

- a. Preparación: aprender sobre el problema y la información que podría ser útil para solucionarlo.
- Incubación: reflexión, análisis, generación de hipótesis y otros pensamientos respecto al problema, algunos de los cuales pueden ser inconscientes o pueden ocurrir durante el sueño.
- c. Iluminación: la experiencia del "¡ajá!" (el eureka de *Arquímedes*) cuando alguien se percata de pronto de una probable solución.
- d. Verificación: probar la solución.

Estas bases descriptivas apoyaron trabajos posteriores como el de *Polya* (Cómo Plantear y Resolver Problemas. 1964. Pág. 28 – 41) quien establece como componentes fundamentales en el proceso de resolver problemas las siguientes etapas:

- a. Comprender el problema: identificar que es lo que pide el problema y cual es la información que se necesita para resolverlo.
- b. Concebir un plan: buscar conexiones entre la información dada y la desconocida

¿La información se adecua a principios generales o algoritmos?.

¿El problema es análogo a un problema más familiar que podría proporcionar lineamientos para solucionarlo?.

- c. Ejecución del plan: aplicarlo una vez que ha sido formulado, realizado y revisado para asegurarse que cada paso es incluido y hecho de manera correcta.
- d. Visión retrospectiva: asegurarse de que el resultado obtenido soluciona el problema y encaja con toda la información proporcionada. De ser así, revisar el resultado mismo y el método aplicado para obtener información que pueda ser útil en la solución de problemas futuros.

Además sugiere que un problema sea resuelto mediante la utilización de un razonamiento heurístico el cual lo considera como estrategia para avanzar en problemas desconocidos y no usuales, utilizar situaciones como dibujar figuras, introducir una notación adecuada, aprovechar problemas relacionados, explorar analogías, trabajar problemas auxiliares, reformular el problema e introducirle elementos de apoyo.

Clifford (Mencionado por Good L. Tomas. En PSICOLOGÍA EDUCATIVA CONTEMPORÁNEA, 1997. Pág. 284) sugiere la aplicación de las siguientes reglas para la solución de problemas:

a. Definir con claridad el problema y establecer el objetivo.

- b. Formular soluciones posibles.
- c. Ordenar las soluciones propuestas en términos de su potencial.
- d. Probar cada una a la vez hasta encontrar la solución.
- e. Evaluar de manera crítica los resultados de cada solución probada.
- f. Decidir cómo podrán ser usados el proceso y el producto en otros problemas.

Del mismo modo Bransford y Stein (Ibid., Pág 284) proponen un método ideal de resolver problemas: identificar el problema, definirlo, explotar posibles estrategias para solucionarlo, actuar sobre esas estrategias y ver los efectos de los esfuerzos.

Schoenfeld (mencionado por Santos Manuel en Resolución de Problemas; El Trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a Considerar en el Aprendizaje de las Matemáticas.1982. Pág 17) propone motivar al estudiante de tal forma que se propicie un ambiente en el aula similar al que se origina en el proceso de desarrollar matemáticas por matemáticos (microcosmo matemático); afirma que resolver una gran cantidad de problemas garantiza asimilar una serie de estrategias para resolver nuevos problemas.

Sin embargo este no es el resultado que muestran los estudiantes en el aula pues muchos de ellos no comprenden el problema, no se ven motivados a dedicarle más tiempo y demuestran dificultades tanto en el estudio del problema como en la aplicación de los insumos básicos necesarios para su resolución. Es más: entender el problema no es garantía de su solución posterior. Muchos estudiantes se ven frustrados al ser incapaces de resolver un problema que habían resuelto con anterioridad. Sugiere identificar el uso de una estrategia particular, discutirla en amplio detalle y dar a los estudiantes un grado de entrenamiento para su uso.

Schoenfeld señala "cuatro factores que impactan en mayor o menor grado el proceso de resolución de problemas:

- a. Recursos o el conocimiento específico que la persona tiene sobre la materia.
- Heurísticos o el conocimiento de estrategias generales para la resolución de problemas.
- c. Control o el conocimiento que la persona tiene sobre como supervisar y regular el proceso de resolución de problemas.

d. Sistemas de creencias que la persona tiene sobre sí misma, sobre la matemática y sobre el problema en particular."

Indica que los estudiantes deben reconocer los principios epistemológicos en cuanto a:

- Resolver un problema es el punto de apoyo para encontrar otras soluciones, extensiones o generalizaciones del mismo.
- Aprender matemáticas es un proceso activo el cual requiere discusiones de conjeturas y pruebas.

Todo esta basado en ayudar al estudiante a desarrollar sus conocimientos y usarlos de forma efectiva. De ahí que la enseñanza de las matemáticas deba incorporar estrategias para aprender a leer, conceptuar y escribir argumentos matemáticos.

Minsky (1988) establece que todas las personas en principio pueden usar el método de ensayo y error para resolver cualquier problema, con el inconveniente que en problemas extensos o difíciles no se puede establecer si hay progreso en la búsqueda de soluciones. Aconseja para estos últimos el método de metas y submetas: dividir el problema en partes más simples que puedan resolverse por separado.

\_

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> VALENZUELA; G Ricardo. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS: Un Enfoque Psicológico. En Educación Matemática. Vol. 4 - No. 3. Diciembre. 1992. Pág. 25.

"Una persona posee esencialmente dos tipos de conocimiento para resolver un problema:

a. Un conocimiento específico de la materia conformado por:

• Un conocimiento declarativo: principios, conceptos y fórmulas.

• Un conocimiento de procedimientos: como aplicar los conocimientos declarativos.

• Un conocimiento condicional: en que situaciones esta permitido aplicarlos.

b. Un conocimiento de estrategias generales: conglomerado de métodos generales

aplicables para casi cualquier problema: método de metas y submetas, métodos

heurísticos"<sup>7</sup>.

<<< ATRÁS \*\*\*\* SIGUIENTE>>>

\_

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Ibid., pág. 21.

## 5.5. ALGUNAS DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS

#### 5.5.1. De conocimientos.

#### 5.5.1.1. Insumos Matemáticos.

- Ausencia o insuficiente disposición de conocimientos matemáticos previos requeridos por el problema.
- Hay ausencia o de conocimientos específicos (esquemas) o de conocimientos estratégicos que imposibilitan resolver el problema.
- Clasificar los problemas de acuerdo a sus características superficiales (estructura aparente).

#### 5.5.1.2. Memoria.

- Aplicar los conceptos de memoria sin la adecuada comprensión.
- Poseer poca habilidad para memorizar nuevas configuraciones matemáticas.
- Automatización inapropiada de las reglas matemáticas, lo que no permite dedicarse más tiempo al problema en sí.
- Solo recordar uno o dos pasos cada vez.

#### 5.5.1.3. Transferencia.

- Incapacidad para establecer una adecuada relación entre la estructura cognoscitiva (conceptos, principios matemáticos) y las especificaciones requeridas por el problema.
- No usar o combinar apropiadamente principios y estrategias generales a situaciones problema que requieren de su uso.
- Usar inapropiadamente el método de solución de un problema que aparentemente se le parece al propuesto.
- No reconocer la relación con problemas previamente aprendidos.
- Frente a un problema nuevo buscar analogías muchas veces sin éxito ya que se carece de problemas análogos o se evocan problemas con relación superficial.
- Tener un problema análogo pero ignorar como usarlo en el nuevo problema.

#### 5.5.1.4. Esquemas.

- Usar frecuentemente símbolos, expresiones, elementos, apropiarse de ellos y no concebir otra forma de solución (fijación funcional).
- Enmarcar todos los problemas planteados en un modelo (problemas tipo) queriendo hacer de todo un proceso una simple receta sin raciocinio. Ejemplo: definir una incógnita, encontrar ecuación(es) y resolverla(s).
- No abandonar un camino equivocado o falso y no verse motivado a explorar otras posibilidades.

- No haber resuelto una cantidad de problemas que fijen diversas configuraciones matemáticas, métodos y soluciones que guíen frente a problemas nuevos (métodos de esquemas).
- Frente a un problema guiado por esquemas experimentar dificultad en el uso del material estudiado.

#### 5.5.1.5. Estrategias.

- No colocar en duda la confiabilidad y representatividad de los datos suministrados por el problema.
- Reformular el problema suprimiendo datos que se consideran "irrelevantes" de acuerdo a conveniencias, desconociendo la información que estos pueden suministrar para llegar a la solución.
- No distinguir con claridad entre una consecuencia parte de la solución y la solución en sí.
- Después de haber encontrado una solución "aparente" no probar su veracidad.
- No percibir el problema ni clasificarlo en una categoría previamente aprendida que conduzca a la aplicación de un método adecuado de solución.
- Centrar la estrategia solamente en identificar la meta y buscar los medios para alcanzarla (método de estrategias generales).
- No supervisar ni regular los procesos cognoscitivos para evaluar avances en la medida en que resuelve el problema.
- No analizar el problema desde un punto de vista gráfico si el problema así lo requiere.

- No descomponer el problema en problemas más simples y si se hace no saber sobre que parte centrarse.
- Usar pocos diagramas y gráficas. Hacerlos con poca relación al problema planteado.
- No invertir el problema cuando así se necesite para obtener la solución de manera fácil y rápida.
- Tener pocos métodos generales para supervisar y regular acciones que permitan resolver el problema.
- Abordar el problema "ciega e impulsivamente" y tratar de usar cualquier estrategia sin entender realmente su significado.

#### 5.5.2. De tipo personal.

- No admitir sugerencias, oponerse a la ayuda o rechazarla.
- Distraerse por estímulos irrelevantes.
- Fatigarse fácilmente al intentar concentrarse.
- Trabajar demasiado rápido y con impulsividad.
- Descuidarse y cometer muchos errores.
- Frustrarse fácilmente al intentar resolver problemas.
- Impacientarse con los detalles aunque se entiende el problema: manejo de operaciones y realización de gráficos.
- Es capaz de un gran esfuerzo cuando está motivado.
- No revisar previamente las evaluaciones.
- Tener dificultades en organizar el trabajo (el proceso registrado es desordenado).

- Requerir más tiempo para completar el trabajo (ritmo de trabajo).
- Ser muy sensible a las críticas.
- Ser ampliamente dependiente de la asesoria del profesor.
- No tener agrado por las matemáticas.

#### 5.5.3. De comprensión lectora.

- No tener comprensión lingüística: hay dificultad en la conversión de los problemas a representaciones matemáticas y viceversa.
- Hacer una inadecuada decodificación de la información (incluye símbolos matemáticos).
- Tener dificultad en expresar el problema con palabras propias.
- Presentar dificultad en la comprensión de problemas largos, cortos, hipotéticos, con palabras de lenguaje técnico, con palabras desconocidas, con gráficos alusivos, de ingenio.
- En la lectura del problema distraerse al prestarle atención a condiciones irrelevantes dejando a un lado las partes esenciales o críticas del problema.
- Tener una limitación en la lectura que no permite establecer la relación adecuada entre lo que se lee y lo que se escribe.
- Desconocer, omitir o usar inadecuadamente símbolos matemáticos ya que no se ha hecho un reconocimiento del lenguaje técnico.
- No entender el problema lo que no permite iniciar el proceso de resolución.
- Confundirse cuando el contexto del problema es diferente al del entorno.

- No tener claridad del estado inicial del problema así como de sus metas y restricciones.
- Hacer una lectura rápida e inconsciente del problema lo que no permite establecer una representación correcta del mismo.
- Tener dificultades en la adquisición de vocabulario matemático.
- Procesar lentamente el lenguaje oral y escrito.
- Realizar formas pobres de números, letras y ángulos.

#### 5.5.4. Sistema de creencias.

Además del sistema de creencias propuesto por Barody, consideramos las siguientes:

- El profesor siempre tiene la razón, el problema hay que desarrollarlo como él lo hace.
- Todos los problemas tienen respuesta única y tienen una sola forma de resolverlos.
- La matemática no sirve para nada.
- No hay aplicabilidad en la sociedad para cierto tipo de problemas matemáticos, por lo tanto no tiene sentido resolverlos.
- Mi condición intelectual no me permite abordar cierto tipo de problemas ya que están diseñados para personas especiales.
- Yo no sirvo para esto. Esto no es lo mío.
- Si no encuentro la respuesta seré señalado y discriminado.
- Lo que domino de matemáticas es insuficiente para resolver un problema.
- Los alumnos inteligentes siempre contestan correctamente, contestar incorrectamente es de tontos.

- Un alumno inteligente siempre responde con rapidez.
- El profesor tiene la culpa por no haberme enseñado eso.
- La matemática es demasiado teórica para que pueda servirme de algo.
- Le temo a la matemática y a los problemas matemáticos.
- Las matemáticas pueden ser útiles para quien decida realizar una carrera de "ciencias" pero no para el resto.
- Espero utilizar poco las matemáticas en mí vida profesional.
- Considero que existen otras asignaturas más importantes que las matemáticas para mi futura profesión.
- Las matemáticas y los problemas matemáticos son para genios.
- No se debe discutir el contenido matemático.
- Encontrar la solución a un problema es tener un conocimiento terminado, pulido y
  formalizado que no da espacio a encontrar otros resultados, extensiones o
  generalizaciones de ese problema.
- Aprender matemáticas no es un proceso activo de discusión de conjeturas y pruebas.
- No se puede discutir la solución de un problema.
- No se puede trabajar en grupo un problema de matemáticas.
- Leer libros de matemáticas es algo incomprensible, al igual que escribir sobre temas matemáticos.
- No se puede discutir abiertamente con el profesor de matemáticas sobre temas de la materia.

- El profesor siempre resuelve los problemas más fáciles y propone resolver los más difíciles en la pruebas.
- Si no se llega a una fórmula, el problema no queda resuelto.
- Creó que ni el mayor esfuerzo me llevará al éxito.
- No tengo dificultades en matemáticas.

#### 5.5.5. Otras situaciones.

- La dinámica del grupo frente a la solución de problemas no es la mejor.
- En la clase no se resuelven problemas usando regularmente estrategias y esquemas.
- En la clase el papel del maestro se limita a encontrar la respuesta correcta a los problemas que el propone y no explica los procesos detallados que lo llevaron a resolverlos.
- En la clase se resuelven uno dos problemas por tema.
- Al alumno no se le da el espacio suficiente para resolver problemas con asesoría del maestro en el sentido de descubrir las estrategias requeridas.
- En la clase los problemas propuestos se resuelven individualmente y no se da admite abordar el problema en pequeños grupos.
- En la clase no se resuelven problemas ingeniosos de matemáticas. Sólo los que traen los textos.

<<< ATRÁS \*\*\*\* SIGUIENTE>>>

### <<< ATRÁS \*\*\*\* SIGUIENTE>>>

# 7. DIFICULTADES Y REACCIONES QUE OBSTACULIZAN EL PROCESO DE RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS

De acuerdo a los resultados obtenidos mediante el análisis de los formatos de problemas y las encuestas se han encontrado las siguientes dificultades:

#### 7.1. REACCIONES

- El conflicto entre los insumos mínimos y/o lo que sabe para resolver problemas, con los problemas planteados suscito confusión en el estudiante y no le permitió establecer una relación clara con los requerimientos de los problemas; resultando ser estos poco coherentes, ajenos o extraños e infrecuentes, no llegando a tener las pruebas un carácter significativo para él.
- La angustia fue la reacción más frecuente, registrada por los estudiantes y corroborada por el monitor, generada por presiones externas como el hecho de sentirse evaluado, la influencia del factor tiempo y por presiones internas típicas de una persona como el nerviosismo y la intranquilidad frente a un

examen, el temor por enfrentarse a problemas con características diferentes a los desarrollados en clase (tipo ejercicio) y por poseer o creer tener bajos insumos matemáticos.

- Los estudiantes registraron su frustración pues olvidaron la estructura de problemas afines o muy relacionados a los propuestos, o los métodos de resolución de problemas previos que pudieron ser útiles a los presentados en las pruebas.
- El contexto en que fueron presentados los problemas entró en conflicto con el que se viene trabajando en aulas de clase y se plantea en las evaluaciones, donde la forma de presentación es esencialmente tipo ejercicio.
- La preocupación, la ansiedad, la condición anímica, el estado de los insumos matemáticos, el cansancio, la poca concentración en las pruebas, la presión del tiempo, lo novedoso de la situación, la mayoría de las veces no permitieron la generación de un ambiente favorable para abordar los problemas, situación que los condujo a no poder pensar con claridad en el método adecuado para resolverlos.
- Sus concepciones intuitivas sobre resolución de problemas y los fuertes esquemas configurados en clase entraron en choque.

• La ansiedad de resolver los problemas o el hecho de sentirse capaz de asumir el reto de resolverlos es una de las reacciones más frecuentes, registrada por el estudiante y observada por el monitor, esto junto a la impulsividad, hacen que el estudiante haga una lectura rápida y poco comprensiva del problema, abordándolo de forma equivocada o sin sentido, lo que se refleja en el proceso de resolución de los problemas.

#### 7.2. DIFICULTADES EN CUANTO A CONOCIMIENTOS

- En los estudiantes examinados no se han inculcado de manera adecuada un conjunto de estrategias y métodos generales de resolución de problemas que permitan avanzar decididamente en problemas no usuales que rompan el esquema tradicional, de tal manera que los aborden de manera distinta a la utilizada en problemas tipo ejercicio o clásicos dados durante los periodos educativos.
- Hay dificultad en el planteamiento adecuado de algoritmos y su ejecución, de tal
  manera que conduzcan por un camino apropiado para encontrar la solución de
  forma rápida y eficaz empleando sus conocimientos mínimos adecuadamente.
- La poca o ninguna relación entre los conocimientos del estudiante y las exigencias de

problema generan dificultad en la apreciación de secuencias, reglas, leyes, algoritmos y métodos adecuados de resolución.

- Los estudiantes están utilizando su memoria de corto plazo de manera mecánica,
   ya que solo recuerdan uno o dos pasos a seguir en cada problema seguidos de
   lapsos de confusión, duda o perplejidad.
- Toman una parte de su experiencia en la resolución de problemas, algunas estrategias de solución que han adquirido con anterioridad y las tratan de ajustar a las nuevas situaciones sin tener en cuenta los requerimientos exigidos. Aplican así una transferencia negativa por la relación tangencial que hacen con los problemas propuestos.
- Se registra fijación funcional al tratar de enmarcar los problemas planteados a problemas tipo ejercicio, de ahí que sea notoria la dificultad para romper los fuertes esquemas prefigurados en clases de matemáticas.
- Hay una marcada tendencia a buscar incógnitas y plantear ecuaciones sin analizar previamente si la situación requiere de este tipo de elementos; tratan de aplicar un solo esquema de resolución en los problemas lo que es índice de fijación funcional.
- El uso de principios matemáticos de forma inadecuada, la aplicación de estrategias de solución de problemas relacionados superficialmente, concluye en

- soluciones que no cumplen con las restricciones del problema o en hacer un ajuste del problema a la repuesta, reformularlo, suprimir o aumentar los datos.
- No hay un plan de trabajo que incluya la comprobación de los resultados obtenidos como un paso fundamental en la resolución de problemas; no hay evidencia de visión retrospectiva.

## 7.3. DIFICULTADES EN COMPRENSIÓN LECTORA

- Hay dificultad en expresar un problema dado en lenguaje cotidiano a lenguaje matemático y viceversa.
- No se logra representar adecuadamente un problema en lenguaje matemático.
- No hay una apropiada comprensión de problemas hipotéticos (problemas con enunciados que plantean situaciones inventadas).
- Hay deficiencias en la comprensión de problemas cuya redacción tiene términos técnicos o palabras desconocidas.
- Hay dificultad en la asimilación de nuevos términos que permitan abordar el problema de manera exitosa.

- Inadecuada comprensión de problemas cuya redacción es larga.
- La falta de una lectura comprensiva del problema lleva al uso de la memoria de una manera mecánica sin un análisis conciente de la situación planteada, lo que da pie a aplicar transferencia negativa ya sea en el campo de las nociones mínimas, principios matemáticos o estrategias.
- La impulsividad es otra dificultad que genera una lectura rápida y poco comprensiva lo que se refleja en el proceso de resolución de problemas.

# 7.4. CREENCIAS QUE DIFICULTAN EL PROCESO DE RESOLVER PROBLEMAS

No hay un sistema de creencias fundado de manera sólida porque la prueba se aplicó a estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas. Sin embargo la mayoría considera que:

- La incapacidad para responder rápidamente o emplear un procedimiento con eficacia
   indica lentitud.
- El profesor siempre resuelve los problemas más fáciles, proponiendo a los estudiantes resolver los más difíciles en las evaluaciones.

# 7.5. SITUACIONES PERSONALES QUE DIFICULTAN EL PROCESO DE RESOLVER PROBLEMAS

Estas surgen del ritmo de trabajo propio de cada estudiante y son comunes a la mayoría del grupo examinado las siguientes:

- Los estudiantes aseguran que se distraen por estímulos irrelevantes cuando se enfrentan a problemas matemáticos, lo que indica que no hubo una predisposición para concentrase.
- Los estudiantes registran su impaciencia frente a los detalles de manejo de operaciones y trazado de gráficos, ya sea porque saben hacerlo, o bien porque tienen dificultad en su desarrollo, o porque pierden tiempo en ello.

<<< ATRÁS \*\*\*\* SIGUIENTE>>>

#### 8. CONCLUSIONES

Este estudio ha permitido detectar una serie de dificultades de diversa índole que se suscitan cuando el estudiante tiene acceso a un problema de matemáticas. Se observó que uno de los impactos más frecuentes es la angustia que a su vez desencadenó otro tipo de reacciones no menos importantes que dificultan decididamente el proceso de resolver problemas.

El estado anímico juega un papel definitivo en esta tarea. Estar motivado permite asumir el problema como un reto, le da al estudiante la posibilidad de adjudicarse un papel protagónico frente a la situación planteada sin que se vea condicionado por otro tipo de factores (internos o externos), de tal manera que trabaje en esta durante el tiempo que sea necesario. La mayor parte del grupo examinado, durante el desarrollo de las pruebas, tuvo la tendencia a reaccionar motivacionalmente de manera negativa ya que mostraron estados de ansiedad, hecho que los llevó a no resolver parte de los problemas propuestos; esta condición se puede explicar como una actitud defensiva frente a los problemas y/o las pruebas.

Se pudo corroborar que el estudiante tienen configurada el aula en todo momento lo que,

junto al hecho de sentirse examinado, explica en parte que él se encuentre presionado por el tiempo, se condicione por descubrir la respuesta, se sienta inseguro y/o nervioso, se impaciente, presente estados altos de ansiedad, sienta temor de ser evaluado, entre otras, tal como le sucede en una prueba de tipo académico. Cabe agregar que el hecho de estudiar matemáticas sentó en ellos una actitud de compromiso.

Algunas de las dificultades registradas pueden tener como causa la forma de presentación de los problemas, donde la mayoría de estos se suscriben en un contexto diferente en el que comúnmente se presentan los problemas en las clases. En cierta forma causaron confusión y generaron conflicto al contrastarse con lo que ellos sabían para resolver problemas, sus estructuras matemáticas desarrolladas hasta el momento y los problemas que habían resuelto con anterioridad ya que han sido entrenados en problemas tipo ejercicio donde la mayoría de las veces, en el proceso de resolución, se deben organizar los datos adecuadamente, deducir los que faltan a partir de los ya dados y de acuerdo a las estructuras previamente aprendidas. Esto entra en concordancia con la propuesta de Schoenfeld en el sentido de abordar una gran cantidad de ejercicios para garantizar la adquisición de ciertas habilidades en la resolución de problemas futuros. Pero estos esquemas fuertemente cimentados en ellos (sobre todo en educación básica y media) se han convertido en un obstáculo que no permite encontrar la lógica que subyace en los caminos simples, económicos en tiempo y estructura, conjunto de estrategias generales que un índice muy bajo de los estudiantes observados poseen.

Frente a los problemas los estudiantes observados siguen, aunque de manera no tan

regulada, los cuatro pasos de Polya en la resolución de problemas, pero se detectó que en estos se encuentran las mayores adversidades, que parten desde la compresión del problema y van hasta la visión retrospectiva de la solución frente a los requerimientos del mismo.

Todo problema necesita de una lectura profunda de su enunciado y leer sin comprender se ha convertido en una de las principales barreras cuando se trata de trabajar en un problema específico. Es de anotar que una redacción confusa, inadecuada, recargada de lenguaje técnico o de términos nuevos, comprometen seriamente la actividad del estudiante en este sentido. No podemos resolver (o iniciar hacerlo) algo que no se entiende.

La lectura rápida de problemas de aparente facilidad hace que se tomen decisiones equivocadas, se usen algoritmos que no vengan al caso o se desarrollen de forma inapropiada terminando por encontrar respuestas que no se exigen o se tergiverse el problema haciendo un ajuste del mismo al resultado que se obtiene.

Los proceso mecánicos como el manejo de operaciones aritmético – algebraicas se tornan como dificultad cuando a estos procedimientos no se les otorga la importancia del caso. Cualquier plan de trabajo que solicite de su uso necesita que se efectúen de manera conciente.

Con respecto a la memoria, que juega un papel valioso en los procesos de transferencia positiva, retención y aplicación de esquemas, se presentan serios inconvenientes cuando

esta se utiliza de manera mecánica y sin un análisis profundo que entre en contraste con la situación planteada.

Se observó el uso de gráficos auxiliares en los problemas donde se requería de su empleo y algunos gráficos repetidos en la prueba de geometría aunque estos se daban en los enunciados. Este hecho se puede explicar en el sentido que los trazos propios del estudiante son intentos de concebir de manera clara el problema. Un gráfico involucra en cierta forma la comprensión que se tenga de la situación, de sus requerimientos, restricciones y metas. Algunos de los gráficos que esbozaron los estudiantes no permitían visualizar las condiciones anteriores, llevando a conclusiones erróneas o fuera del contexto solicitado. Algo similar ocurre con los procesos algorítmicos donde muchos de los desarrollados no favorecieron la consecución de una respuesta que explicara de forma coherente y precisa la situación expuesta.

La visión retrospectiva de la solución mencionada en los pasos de Polya se registró en un número muy bajo; comprobar la respuesta no fue prioridad para este grupo de estudiantes. El alumno se preocupa por obtener una respuesta más no por esbozar un plan de trabajo acorde a la situación planteada, que verdaderamente lleve a una solución acertada y que pueda corroborarse comprobado tales resultados.

La conjunción apropiada de la lectura comprensiva junto con los insumos matemáticos mínimos y los procesos algorítmicos permitirá aplicar estrategias generales de resolución

de problemas que posibiliten progresos, no solo en la consecución de soluciones, sino también en el abordaje de nuevos problemas desarrollando paulatinamente destrezas y habilidades en ese sentido.

El sistema de creencias que maneja de manera global un grupo se compromete de manera directa sobre el criterio que se tenga acerca de los problemas y la matemática en general. Una idea a favor de esta ciencia estimula la actividad de resolver problemas. La población estudiada no maneja creencias tales como " la matemática no sirve para nada", " las matemáticas no tienen sentido" o "las matemáticas son para genios", entre otras, lo que está en concordancia con su condición de estudiantes de docencia de esta ciencia formal. Sin embargo el hecho de tener un bajo ritmo de aprendizaje hace creer a la mayoría de ellos que quienes lo posean deban ser señalados en el grupo de lentos, idea muy común en nuestras aulas. Generalmente el maestro ve el grupo desde una homogeneidad y no hace una diferenciación apropiada de tales aspectos.

Según el ritmo de trabajo, algunos de los estudiantes presentan dificultades en aspectos propios de cada persona, como son la concentración y la capacidad de mantenerla durante toda la prueba así como la capacidad de autorregular el tiempo y el manejo de detalles que inciden de manera más o menos acentuada en la resolución del problema. De otra parte se argumenta la idea que el maestro siempre resuelve los problemas fáciles; lo que se pone de manifiesto ya que la mayoría de docentes del área de matemáticas siguen libros de texto que desarrollan la mayor parte de las temáticas en esta línea ofreciendo resolver los problemas que requieren más trabajo, aunque estos deben desarrollarse con el mismo esquema dado en el ejemplo. Aquí el tiempo es el que

incide en esta cuestión necesitándose más bien un compromiso del docente en esta directriz para que se abandone progresivamente ese concepto algorítmico de la matemática y se empiece a inculcar el estudio de la misma como disciplina mental.

<<< ATRÁS \*\*\*\* SIGUIENTE>>>

### 9. RECOMENDACIONES

- Se deben generar los espacios y las condiciones motivacionales adecuadas para originar un ambiente de trabajo óptimo que le permita al estudiante tener un sentido serio de compromiso con la resolución de problemas y las matemáticas en general y les dedique el tiempo necesario.
- Desde la educación básica y media trabajar como un tema central la resolución de problemas de tal manera que se cultiven adecuadamente estrategias, métodos y algoritmos apropiados para enfrentarse a situaciones problémicas.
- Se deben relacionar las temáticas a desarrollar con los problemas sugeridos.
- En las temáticas deben incluirse problemas que rompan el esquema de un problema tipo ejercicio, de tal manera que los estudiantes ejerciten su creatividad, memoria analítica, raciocinio matemático y adquieran entusiasmo al enfrentarse a estas situaciones novedosas.
- Desarrollar una serie de problemas donde se pueda aplicar transferencia positiva con problemas relacionados y desarrollados previamente.

- El docente debe abordar los problemas desde varios puntos de vista y explicar detalladamente los procesos que lo llevaron a resolverlo y el por qué la escogencia de ese procedimiento, sugiriendo al estudiante trabajar otras alternativas para conseguir la respuesta, buscando afianzar en él habilidades y conciencia al enfrentarse a situaciones problema.
- Tanto docentes como estudiantes deben tener un plan de trabajo donde se incluya la visión retrospectiva de la solución como un paso fundamental en la resolución de problemas.
- En la clase de matemáticas se deben propiciar los espacios para que el estudiante proponga problemas, lea artículos y redacte textos generándose así un clima favorable y motivante en el que también este comprometido el docente.
- En el área de matemáticas se debe auspiciar un proyecto de lectura donde se aborden libros de diversa índole y se de pie a la discusión de los mismos, para que el docente redacte los enunciados de los problemas en un lenguaje y se vea favorecida la comprensión del tipo de lectores a quienes esta dirigido.
- En el área de matemáticas se deben presentar problemas hipotéticos, de redacción larga, con términos técnicos, palabras desconocidas o términos nuevos que den viabilidad a la comprensión partiendo de una lectura profunda de sus enunciados para expresarlos en simbología matemática.

### Recomendaciones de investigaciones posteriores que complementan este trabajo:

- Para complementar este trabajo se puede indagar sobre las dificultades en la resolución de problemas generadas por: la práctica o grado de entrenamiento, materiales de enseñanza, factores sociales y de grupo y características del docente del área de matemáticas.
- Investigar sobre la resolución de problemas, reacciones y dificultades al abordarlos en los niveles de educación básica y media.
- Extrapolar el trabajo a las diferentes disciplinas del conocimiento.
- Hacer un estudio de corte psicológico sobre la resolución de problemas matemáticos, teniendo en cuenta las corrientes psicológicas contemporáneas.

<<< ATRÁS \*\*\*\* SIGUIENTE>>>

# BIBLIOGRAFÍA

ARNO, F. Witting. Psicología del Aprendizaje. Colombia. McGraw-Hill. 1982.

**AUSUBEL, D. y otros.** Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo. México. Trillas. 1995.

BARODY, A. J. El Pensamiento Matemático en los Niños. Madrid. Visor / Mec. 1998.

**DAVIDOFF**, Linda. Introducción a la Sicología. México. McGraw-Hill. 1984.

GOOD, L Thomas, y otro. Psicología educativa contemporánea. México. McGraw-Hill. 1997.

**HADAMARD, Jacques.** PSICOLOGÍA DE LA INVENCIÓN EN EL CAMPO MATEMÁTICO. Argentina. Espasa-Calpe 1947.

**KENNEDTH, S. y otro.** El proceso de la Lectura. Documento Fotocopiado Curso de Comunicación en el Aula. Pasto. CEID Simana. 1997.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Matemáticas. Lineamientos Curriculares. Editorial Magisterio. Bogotá. 1998.

MORRIS, Charles. Psicología un Nuevo Enfoque. México. Prentice Hall.. 1992.

**POLYA, G.** Cómo plantear y resolver problemas. México. Trillas. 1964.

**SANTOS, Manuel**. "Resolución de problemas. El trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas". En revista Educación Matemática. Vol 4. Número 2. México D. F. Grupo Editorial Ibero América. S. A. Agosto. 1992. Pág 16 – 23.

**TAHAN, Malba.** EL HOMBRE QUE CALCULABA. Bogota D.C. Colombia. Ediciones Universales. 1990.

VALENZUELA, G Ricardo. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS: Un Enfoque Psicológico. En Educación Matemática. Vol 4 No. 3. México D. F. Grupo Editorial Ibero América. Diciembre. 1992. Pág. 19 – 28.

**VERADI, Gabriel.** Sicología de la creación. España. Mensajero. 1979.

YELON, Stephen y otro. La Psicología en el Aula. México. Trillas. 1995.

