

# INVERSIÓN DE DATOS MAGNETOTELÚRICOS

YESID ANDRÉS GONZALEZ MELO  
EDGAR ANTONIO MUÑOZ HIDALGO

UNIVERSIDAD DE NARIÑO  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
SAN JUAN DE PASTO  
2005

# INVERSIÓN DE DATOS MAGNETOTELÚRICOS

YESID ANDRÉS GONZALEZ MELO  
EDGAR ANTONIO MUÑOZ HIDALGO

Trabajo de pregrado para optar el título de Físico

Director  
ALVARO RUGELES PÉREZ  
Doctor en Ciencias Físicas

UNIVERSIDAD DE NARIÑO  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
SAN JUAN DE PASTO  
2005

“Las ideas y conclusiones aportadas en este trabajo de grado, son responsabilidad exclusiva de los autores”.

Artículo primero del Acuerdo No. 324 de Octubre 11 de 1966 del Honorable Consejo Directivo de la Universidad de Nariño.

Nota de aceptación

---

---

---

---

---

Director Trabajo de Grado

---

Firma del jurado

---

Firma del jurado

San Juan de Pasto, Agosto de 2005

## AGRADECIMIENTOS

Quisiéramos expresar aquí nuestra gratitud a todas aquellas personas que de un modo u otro nos han facilitado el camino para la realización de este modesto trabajo.

En primer lugar debemos este trabajo a nuestras familias quienes nos dieron la oportunidad de realizar este proyecto, así mismo a nuestras esposas por su comprensión, apoyo y por impulsarnos a seguir adelante.

Al Dr. Alvaro Rugeles, por sus sugerencias generales sobre el planteamiento y desarrollo de ésta tesis.

Al Ing. Andrés Pantoja por su inmensa colaboración en el desarrollo del Software.

Más en general, y sin citar ya a nadie en concreto (la lista sería inmensa) cabe citar a todos aquellos que nos animaron a embarcarnos en esta aventura, y a los que nos apoyaron una vez estábamos en ella. A todos los que nos preguntaron una (y mil) veces cómo iba la cosa, a los que se interesaron por cuándo acababa (o cuándo empezaba). Todos ellos han hecho posible que nos sintamos razonablemente orgullosos de este trabajo.

a la Universidad de Nariño por formarnos integralmente.

## DEDICATORIA

Esta es una de las partes que más me gusta leer de cada libro, de cada obra, . . . ya que es de bien nacidos ser agradecidos . . . y es jodidamente difícil decidir a quién dedicar algo; o eres escueto y se la dedicas a tu madre, tus hijos, tu compañero-a, tu inspiración o intentas agradecerse a muchas personas con lo que corres el riesgo de . . . olvidarte de aquella persona que se acordará y te recordará el resto de tu vida.

Yo voy a optar por la segunda opción.

Le dedico esto primeramente a mi madre Inés Hidalgo ya que le debo la vida y unas cuantas cosas más, además ha sido aquella que siempre me ha brindado confianza y seguridad para el logro de mis propósitos, a mi tía, Delicia Hidalgo por haber hecho que este sueño se haga realidad, a mis tías, Julia y Celina porque siempre se han preocupado por mí y han querido mi bienestar.

A mi hija Laura Liliana por ser la luz que me ilumina cada día por muy nublado que esté.

A mi mujer (de esto sólo tengo una) por ser como es, por impulsarme cada día a cumplir con mis metas y por ponerme límites que me permiten tener un claro horizonte.

Edgar A. Muñoz

## DEDICATORIA

Una de las cosas mas difíciles es tratar de dedicarle a alguien este trabajo, pero lo más importante es que gracias a estas personas he cumplido con una de las metas de mi vida.

A mi madre Maria Stella Melo por brindarme su apoyo incondicional, a mis abuelos por estar siempre conmigo y prestarme su apoyo.

A mi hijo Jean Carlos González por ser la persona que me hizo ver la vida de diferente manera y lograr que mi vida tuviera una razón de existir.

A mi mujer Sandra López por estar siempre conmigo en los buenos y malos momentos y por impulsarme a cumplir con mis expectativas de vida.

Andrés González Melo

## CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	17
1. OBJETIVOS	18
1.1 OBJETIVO GENERAL	18
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	18
2. MÉTODO MAGNETOTELÚRICO	19
2.1 INTRODUCCIÓN AL MÉTODO MAGNETOTELÚRICO	19
2.2 FUENTES DEL CAMPO MAGNETOTELÚRICO	20
2.3 EL MODELO	21
2.4 MODELO DE TIERRA PLANA DE N CAPAS	23
2.5 IMPEDANCIA DE ONDA PLANA	23
2.6 EL MÉTODO MAGNETOTELÚRICO APLICADO A UN MODELO DE TIERRA PLANA DE N CAPAS	26
2.6.1 Modelo de una capa. Resistividad aparente	28
2.6.2 Modelo de dos capas	30
2.6.3 Modelo de tres capas	34
3. INVERSIÓN DE DATOS MAGNETOTELÚRICOS	38
3.1 PROBLEMA DIRECTO E INVERSO EN GEOFÍSICA	38
3.2 INVERSIÓN DE DATOS MAGNETOTELÚRICOS POR EL MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN NO LINEAL	39
3.3 ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO DE TIERRA	39



4. PROCEDIMIENTO Y RESULTADOS POR OPTIMIZACIÓN NO LINEAL PARA UN MODELO DE 2 CAPAS	44
4.1 EJEMPLO DE CAMPO	44
5. DISEÑO DEL SOFTWARE	54
5.1 PRESENTACIÓN Y ESTRUCTURA DEL SOFTWARE	54
6. CONCLUSIONES	58
BIBLIOGRAFÍA	59
ANEXOS	

## LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1 . Datos de resistividad aparente en función de la frecuencia para un modelo de 2 capas.	44

## LISTA DE FIGURAS

	Pág.
1. Condiciones de frontera sobre los vectores de campo en la zona interfacial entre dos medios, el vector normal $\hat{n}$ es positivo del medio 1 al medio 2.	22
2. Incidencia normal de una onda plana sobre un modelo de tierra homogénea isotrópica de N capas.	23
3. Impedancia en la frontera $k$ .	27
4. Resistividad aparente calculadas a partir de medidas magnetotelúricas sobre un modelo de tierra de dos capas.	33
5. Curvas de resistividad aparente computadas para medidas de impedancia en la superficie de una tierra de tres capas.	37
6. Resistividad aparente en función de la frecuencia lineal utilizando escala logarítmica.	45
7. Curva teórica de resistividad aparente en función de la frecuencia lineal.	46
8. Variación de la resistividad aparente con el espesor de la primera capa.	47
9. Comparación de la curva teórica de resistividad aparente con la curva experimental después de la inversión por optimización no lineal.	53
10. Presentación del programa Inversión de Datos Magnetotelúricos.	54
11. Presentación general del programa Inversión de Datos Magnetotelúricos.	55
12. Ventana con las opciones del programa.	56
13. Ventana para el cálculo teórico de curvas de resistividad aparente.	57

## LISTA DE ANEXOS

Anexo A. Notación de variables utilizadas.

## RESUMEN

Se realiza un estudio de la estimación de la distribución de resistividad eléctrica del subsuelo a través de mediciones de los campos electromagnéticos en la superficie terrestre por medio del método magnetotelúrico.

En forma general, la tarea del cálculo de resistividad eléctrica implica la resolución de un problema directo que involucra el cálculo de los campos electromagnéticos en la superficie asumiendo un modelo de tierra plana de N capas el cual conlleva a la resolución de un problema inverso por medio del cual los datos electromagnéticos observados en superficie se ajustan a los datos predichos teóricamente. El problema inverso se soluciona realizando un software en lenguaje de programación en Matlab.

## ABSTRACT

A study estimation of electrical resistivity distribution of subsoil was done through electromagnetic field measurements on Earth surface by means of magnetotelluric method.

In general form, the task of electrical resistivity calculus implies the resolution of a direct problem which involves the calculation of electromagnetic fields on surface this supposes a pattern of flat soil in  $N$  layers which aids to resolve an inverse problem through which electromagnetic data seen on the surface are adopted theoretically to data predicted. The inverse problem is solved to do a language software of Matlab programme.

## 1. INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas, determinar la estructura, densidad, porosidad, propiedades mecánicas y electromagnéticas, entre otras características del subsuelo terrestre, ha sido un objetivo perseguido por investigadores en diferentes ramas de la ciencia. Debido a la imposibilidad de acceder en forma directa al objeto de estudio, la física dedicada al estudio de la tierra con sus diferentes métodos intenta distinguir o determinar indirectamente las propiedades mencionadas, midiendo en la superficie terrestre cantidades que están relacionadas con ellas. Es así como la estimación de la distribución de resistividades eléctricas del subsuelo se realizan a través de mediciones de los campos electromagnéticos en la superficie terrestre.

Existen diversos métodos geofísicos electromagnéticos que miden la resistividad de los materiales. Los estudios de resistividad se han utilizado por muchas décadas en hidrología, minería y en investigaciones geotérmicas.

En geofísica se plantean dos clases de problemas electromagnéticos: directos e inversos. En el problema directo, se especifica un modelo de tierra con parámetros eléctricos, magnéticos y geométricos dados, y a partir de las ecuaciones de Maxwell y las condiciones de frontera se encuentra la solución para el campo electromagnético. En el problema inverso, los parámetros eléctricos, magnéticos y geométricos del modelo de tierra se desconocen total o parcialmente, y a partir de un conjunto de medidas del campo electromagnético real interpretadas en el marco de la solución directa, se realiza un ajuste de los valores óptimos de dichos parámetros.

Tanto la resolución del problema directo, como el ajuste de parámetros en el problema inverso son tareas que necesitan de herramientas computacionales sofisticadas si se aspira a utilizar modelos lo suficientemente complejos que se asemejen a las estructuras geológicas reales.

La estructura de este trabajo titulado "INVERSIÓN DE DATOS MAGNETOTELÚRICOS" es la siguiente: En el Capítulo 2 se presenta la teoría general acerca del método magnetotelúrico en donde juega un papel relevante el concepto de impedancia de onda. En el Capítulo 3 se expone el método de inversión de datos por optimización no lineal. En el Capítulo 4 se realiza el procedimiento y se obtienen los resultados por optimización no lineal para un modelo de 2 capas. En el Capítulo 5 se describe en forma general el software desarrollado con el fin de realizar el proceso de inversión de datos magnetotelúricos. Se finaliza este trabajo de grado con las Conclusiones.

## 1. OBJETIVOS

### 1.1 OBJETIVO GENERAL

- ? Implementar la inversión de datos magnetotelúricos en el marco de un modelo de tierra plana de N capas.

### 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ? Encontrar las soluciones del campo electromagnético para un modelo de tierra plana de N capas sobre la cual incide una onda monocromática plana; donde cada capa del modelo está caracterizada por un espesor, una permitividad, una permeabilidad y una conductividad.
- ? Implementar computacionalmente un método de inversión de datos magnetotelúricos en el marco de un modelo de tierra plana de N capas.



## 2. MÉTODO MAGNETOTELÚRICO

En este Capítulo se hace una reseña del método magnetotelúrico, uno de los métodos electromagnéticos de prospección geofísica, mostrando un ejemplo de su aplicación a algunas estructuras simples. En este método se utiliza la incidencia de ondas monocromáticas planas sobre la superficie de la tierra con el propósito de obtener información acerca de las propiedades eléctricas del medio subterráneo<sup>1</sup>. Además se expone la teoría electromagnética sobre el comportamiento de una onda electromagnética que incide sobre la superficie terrestre.

### 2.1 INTRODUCCIÓN AL MÉTODO MAGNETOTELÚRICO

El método magnetotelúrico (MT) desarrollado por L. Cagniard y Tjonov en 1953, es de gran utilidad para el estudio de las variaciones de la conductividad en el interior de la tierra en profundidad. Este método se basa en la observación simultánea de las variaciones temporales de las componentes horizontales y perpendiculares entre sí, de los campos eléctrico y magnético naturales para una misma frecuencia en la superficie de la tierra<sup>2</sup>. Estas variaciones se conocen como campo magnetotelúrico. Sometiendo estas variaciones temporales a un análisis en el dominio de la frecuencia, se realiza un estudio de la resistividad aparente en función de la frecuencia. La profundidad de penetración del campo inductor monocromático es inversamente proporcional a su frecuencia y por tanto alcanza mayores profundidades utilizando frecuencias más bajas. La resistividad aparente se interpreta como un valor medio tomado sobre la profundidad de penetración del campo inductor. Este método permite sondear la distribución de las propiedades electromagnéticas al interior de la tierra hasta una profundidad que otros métodos no alcanzan.

Las fuentes naturales del campo magnetotelúrico con frecuencias por encima de 1 Hz son las tormentas eléctricas alrededor del planeta, en las cuales los relámpagos radian campos que se propagan a grandes distancias. A frecuencias menores de 1 Hz, la mayor contribución al campo magnetotelúrico proviene de corrientes generadas en la magnetósfera durante su interacción con el viento solar. En el método magnetotelúrico se asume que el campo magnetotelúrico puede ser descompuesto en un conjunto de ondas planas que inciden

---

<sup>1</sup> BERDICHEVSKY, Mark N. and DMITRIEV, Vladimir I. Magnetotellurics in the Context of the Theory of ill-posed Problems. Michael R. Cooper. U.S.A. Oklahoma, 2002. p. 20.

<sup>2</sup> UDÍAS, Agustín, MEZCUA Julio. Fundamentos de Geofísica. Alianza Editorial, S.A., Madrid, 1997. p. 370.

verticalmente sobre la superficie de la tierra. La mayor parte de la energía incidente se refleja y un pequeño porcentaje de la misma se propaga hacia el interior de la tierra.

El campo magnetoteléurico medido sobre la superficie contiene tanto el campo incidente como el campo reflejado. A partir de la información completa del campo en la superficie se define la impedancia de onda  $Z$ , la cual se detalla en la sección 2.5. Esta cantidad contiene información acerca de las propiedades del subsuelo.

Los equipos para llevar a cabo las mediciones del campo magnetoteléurico son pares de electrodos en contacto con la tierra, ubicados perpendicularmente entre sí con los que se miden caídas de potencial, a partir del cual se obtiene el campo eléctrico; y magnetómetros muy sensibles y de muy alta precisión que miden el campo magnético, se utilizan amplificadores para multiplicar cientos de veces el tamaño de las señales con un valor preciso y confiable.

## 2.2 FUENTES DEL CAMPO MAGNETOTELÚRICO

Como el espectro de frecuencias de las variaciones del campo magnetoteléurico es muy amplio, es conveniente precisar el rango de frecuencias que se utiliza en la aplicación del método magnetoteléurico para el cálculo de resistividad del subsuelo. Estas frecuencias corresponden a las denominadas micropulsaciones, que representan variaciones periódicas o cercanamente periódicas del campo geomagnético con periodos comprendidos entre 0.1seg (10 Hz) y 10 minutos ( $1.5 \times 10^{-3}$  Hz) y amplitudes que varían desde fracciones hasta algunas decenas de nT o gammas<sup>3</sup>. Según la ley de la inducción electromagnética de Faraday, estas micropulsaciones inducen corrientes eléctricas variables en el interior de la tierra conductora conocidas como corrientes telúricas.

El origen de las micropulsaciones es externo a la tierra; son perturbaciones de ultrabaja frecuencia del campo geomagnético ocasionadas por la interacción entre el campo magnético de la tierra y el flujo de plasma solar que tiene lugar en la magnetósfera terrestre<sup>4</sup>. Cuando las partículas que componen el viento solar encuentran a su paso al campo magnético terrestre los electrones y los protones son desviados en direcciones opuestas, dando lugar a un efecto de corriente eléctrica e induciendo un campo magnético. En su viaje hacia la tierra desde la magnetósfera estos campos atraviesan la ionósfera dando origen a ondas hidromagnéticas y corrientes ionosféricas. Las ondas hidromagnéticas al ser observadas en la superficie terrestre son clasificadas como micropulsaciones según su periodo e intensidad. A partir de observaciones del campo

---

<sup>3</sup> 1nT (nano-Tesla).  $1 \gamma (\text{Gamma}) = 1 \text{nT} = 10^{-9} \text{ V.s/m}^2$ .

<sup>4</sup> KELLER, George V.; FRISCHKNECHT, Frank C. Electrical Methods in Geophysical Prospecting. Pergamon Press, 1966. p. 200-203.

magnetotelégrafo, el MT extrae los campos eléctrico y magnético de las micropulsaciones sobre la superficie terrestre. Ya que estos campos están influenciados por las propiedades eléctricas de la tierra su conocimiento permite obtener información acerca de la resistividad al interior de la misma.

### 2.3 EL MODELO

Todo fenómeno electromagnético está descrito por las ecuaciones de Maxwell<sup>5</sup> las cuales en el sistema internacional de unidades (S.I) se expresan así:

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = q, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (4)$$

donde

- $\vec{E}$  ? intensidad de campo eléctrico (V/m)
- $\vec{D}$  ? desplazamiento eléctrico ( C/m<sup>2</sup>)
- $\vec{H}$  ? intensidad de campo magnético (A/m)
- $\vec{B}$  ? inducción magnética (Wb/m)
- $\vec{J}$  ? densidad de corriente eléctrica (A/m<sup>2</sup>)
- $q$  ? densidad de carga eléctrica (C/m<sup>3</sup>)

Las ecuaciones de Maxwell se complementan con las relaciones constitutivas las cuales para medios lineales, homogéneos e isótropos están dadas por:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad (5)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}, \quad (6)$$

---

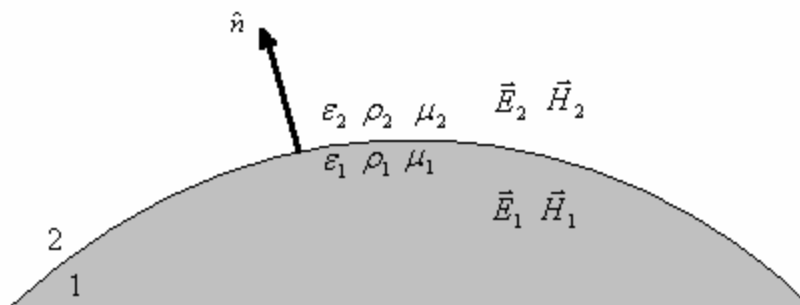
<sup>5</sup> BALANIS, Constantine A.. Advanced Engineering Electromagnetics. Edt. Jhon Wiley & Sons, New York, 1989. p.68.

$$\vec{B} = \mu \vec{H}, \quad (7)$$

desde el punto de vista electromagnético y teniendo en cuenta las ecuaciones (5) a (7) el medio está caracterizado por la permitividad eléctrica  $\epsilon$  (F/m), la permeabilidad magnética  $\mu$  (H/m) y la resistividad eléctrica  $\rho$  ( $\Omega \cdot m$ ).

Cuando se considera un sistema compuesto de varias regiones homogéneas con diferentes valores de los parámetros  $\epsilon$ ,  $\mu$  y  $\rho$ , las condiciones de frontera determinan la relación de los campos eléctrico y magnético en la interfase de separación entre las regiones. Estas condiciones se expresan así (ver fig. 1):

FIGURA 1. Condiciones de frontera sobre los vectores de campo en la zona interfacial entre dos medios, el vector normal  $\hat{n}$  es positivo del medio 1 al medio 2.



$$\hat{n} \cdot (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0, \quad (8)$$

$$\hat{n} \cdot (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = 0. \quad (9)$$

Para la mayoría de los materiales que componen la tierra se puede considerar que la permeabilidad magnética y la permitividad eléctrica son iguales a dichas cantidades en el vacío:  $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H/m$ ,  $\epsilon = \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} F/m$ .

Para el rango de conductividades encontradas en la tierra, de  $10^{23}$  a 1 S/m, y las frecuencias utilizadas en los métodos geofísicos que varían entre  $10^{23}$  y  $10^4$  Hz, es válido:

$$\rho \omega^2 \ll \mu, \quad (10)$$

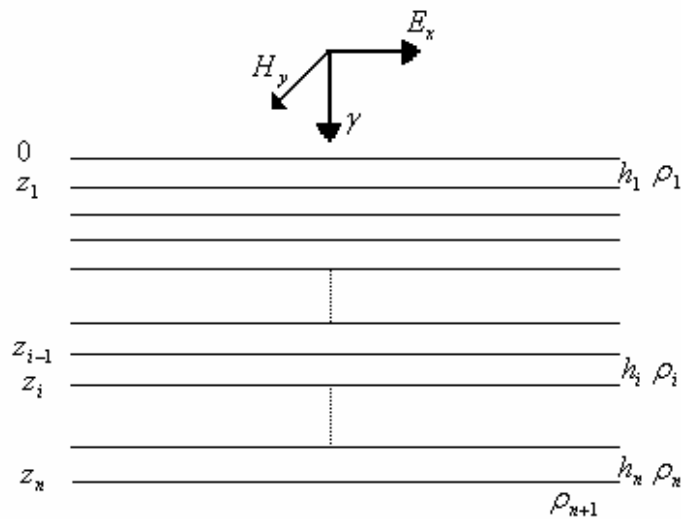
con lo que se pueden despreciar las corrientes de desplazamiento frente a las de conducción<sup>6</sup>. En la expresión (10)  $\omega$  hace referencia a la frecuencia angular.

<sup>6</sup> NABIGHIAN, Op. Cit., P. 17.

## 2.4 MODELO DE TIERRA PLANA DE N CAPAS

En el presente trabajo se considera la incidencia normal de una onda plana sobre un modelo de tierra plana de N capas horizontales (Fig. 2). Cada capa homogénea  $i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, N$ ) de espesor  $h_i$  está caracterizada por una resistividad  $\rho_i$ , siendo  $z_i$  la profundidad del fondo de la capa. Para todas las capas la permeabilidad magnética y la permitividad eléctrica son iguales a las del espacio libre:  $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ ,  $\epsilon = \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ .

FIGURA 2. Incidencia normal de una onda plana sobre un modelo de tierra homogénea isotrópica de N capas. Los campos  $E_x$ ,  $H_y$ , y el vector unitario  $\hat{z}$  sobre el eje z forman un conjunto ortogonal<sup>7</sup>.



## 2.5 IMPEDANCIA DE ONDA PLANA

Los campos magnetotelúricos satisfacen las ecuaciones de Maxwell con sus respectivas relaciones constitutivas y condiciones de frontera y por lo tanto contienen información sobre la distribución espacial de la resistividad eléctrica al interior de la tierra.

Consideremos una onda monocromática plana que se propaga en una región isotrópica homogénea. La ecuación de ondas para el vector de intensidad de campo eléctrico  $\vec{E}$  es:

<sup>7</sup> NABIGHIAN, Op. Cit., p. 194.

$$\nabla^2 \underline{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{E}}{\partial t^2} \quad (11)$$

Ya que el método magnetotelúrico utiliza ondas planas que inciden verticalmente sobre la superficie de la tierra, al examinar (11) se escogen las soluciones que describen estas ondas.

Si se considera un modelo de tierra plana de N capas (ver fig. 2) sin cambios laterales en su resistividad, las ondas transmitidas viajarán también en la dirección vertical. Se escoge un sistema de coordenadas con el eje  $z$  dirigido verticalmente hacia el interior de la tierra y el eje  $x$  a lo largo del vector de campo eléctrico  $\underline{E}$  de la onda plana, en el cual la ecuación de ondas (11) se simplifica a:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \quad (12)$$

Las soluciones tipo ondas planas que satisfacen (12) están dadas por:

$$E_x = A e^{i\omega t - \gamma z} + B e^{i\omega t + \gamma z}, \quad (13)$$

donde  $A$  y  $B$  son constantes desconocidas,  $\omega$  es la frecuencia y  $\gamma$  es el número de onda:

$$\gamma = \frac{i\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{c^2}{v^2}} \quad (14)$$

La parte imaginaria del número de onda (14) describe las oscilaciones y la parte real la atenuación de la onda. Se considera que las ondas representadas por (13) se están propagando dentro de una misma capa a lo largo del eje  $z$  en sentidos contrarios. El medio homogéneo que compone la capa está caracterizado por las cantidades  $\mu$ ,  $\sigma$  y  $\epsilon$ .

Ya que el método magnetotelúrico utiliza frecuencias del orden de 1 Hz o menores, de acuerdo con (10) las corrientes de desplazamiento se desprecian y el número de onda (14) se puede aproximar a:

$$\gamma \approx \frac{i\omega}{c} \sqrt{\frac{\mu\sigma}{2}} (1 + i). \quad (15)$$

El campo magnético  $H_y$  asociado con el campo eléctrico (13) se obtiene a partir de la ecuación de Maxwell (2):

$$H_y = \frac{1}{i\omega\mu} \left[ A e^{i\omega t - \gamma z} - B e^{i\omega t + \gamma z} \right] \quad (16)$$

Se define la impedancia de onda del medio como la razón de la amplitud del campo eléctrico  $E_x$  y la amplitud del campo magnético  $H_y$ :

$$Z = \frac{E_x}{H_y} = \frac{i\omega\mu}{\gamma} \frac{A e^{\gamma z} - B e^{-\gamma z}}{A e^{\gamma z} + B e^{-\gamma z}}, \quad (17)$$

la cual se expresa en ohmios ( $\Omega$ ). Cuando se consideran las fronteras de la capa examinada, según la teoría de reflexión y refracción de ondas planas, en el par de ondas viajeras utilizadas en (17), existe una relación de proporcionalidad entre las constantes  $A$  y  $B$ , la constante de proporcionalidad depende de los espesores de todas las capas y sus propiedades eléctricas y magnéticas. Por lo tanto la impedancia de onda en cada capa depende de la frecuencia, todas las permeabilidades, permitividades, resistividades y espesores que determinan el modelo de  $N$  capas de la figura 2; además la impedancia es función de la coordenada  $z$ .

Utilizando las siguientes identidades:

$$\sqrt{A/B} = e^{\ln\sqrt{A/B}}, \quad (18)$$

$$\cosh \gamma x = \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2}, \quad (19)$$

$$\sinh \gamma x = \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2}. \quad (20)$$

La expresión (17) se convierte a la forma<sup>8</sup>:

$$Z = \frac{i\omega\mu}{\gamma} \coth \gamma z + \ln \sqrt{\frac{A}{B}}. \quad (21)$$

---

<sup>8</sup> KELLER Op. Cit., p.216.

## 2.6 EL MÉTODO MAGNETOTELÚRICO APLICADO A UN MODELO DE TIERRA PLANA DE N CAPAS

En el método magnetotelúrico a partir de la medición de la impedancia de onda sobre la superficie de la tierra, se extrae información acerca de la resistividad eléctrica al interior de la tierra. Los valores de impedancia, de acuerdo con su definición (17), se pueden obtener utilizando medidas de campo eléctrico y magnético sobre la superficie de la tierra.

De otra parte a partir de (21) que expresa la impedancia de onda en una capa en función de  $z$ , se puede calcular  $Z_a$  y  $Z_b$  en dos posiciones diferentes  $z = a$  y  $z = b$  dentro de la misma capa:

$$Z_a = \frac{i\omega\mu}{\sigma} \coth \gamma a \ln \sqrt{\frac{A}{B}} \quad (21a)$$

$$Z_b = \frac{i\omega\mu}{\sigma} \coth \gamma b \ln \sqrt{\frac{A}{B}} \quad (21b)$$

Combinando estas fórmulas y eliminando las constantes desconocidas A y B se tiene que:

$$Z_b = \frac{i\omega\mu}{\sigma} \coth \gamma b \ln \sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{i\omega\mu}{\sigma} \coth \gamma a \ln \sqrt{\frac{A}{B}} \frac{Z_b}{Z_a}, \quad (22)$$

con lo cual se establece una relación entre  $Z_a$  y  $Z_b$ .

Una vez medida la impedancia de onda sobre la superficie de la tierra en función de la frecuencia se procede a su interpretación teórica en el marco de un modelo de tierra que en el presente trabajo se ha escogido como un sistema de N capas planas (figura 2).

En el método magnetotelúrico en la ecuación (22) se toma  $b = 0$  (superficie de la tierra) y  $a = z_1$  (fondo de la capa 1).

De otra parte es necesario establecer condiciones de frontera para la impedancia de onda. En la figura 3 se muestra la frontera  $z = z_k$  entre las capas  $k$  y  $k + 1$ . Sea  $Z_k^{enc}$  y  $Z_k^{deb}$  las impedancias por encima y por debajo de la frontera  $z = z_k$ , respectivamente. Según (17) se tiene que:



$$Z_k^{enc} = \left. \frac{E_{x,k}}{H_{y,k}} \right|_{z=z_k}, \quad (23)$$

$$Z_k^{deb} = \left. \frac{E_{x,k+1}}{H_{y,k+1}} \right|_{z=z_k}. \quad (24)$$

Las condiciones de frontera para las componentes tangenciales del campo eléctrico y magnético establecen que en  $z = z_k$ :

$$E_{x,k} = E_{x,k+1} \quad (25)$$

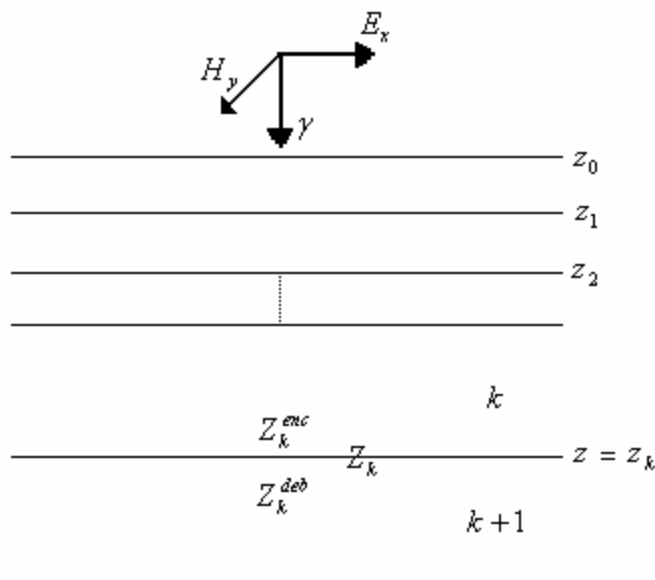
$$H_{x,k} = H_{x,k+1}. \quad (26)$$

De lo anterior y de las formulas (23) y (24) se obtiene:

$$Z_k^{enc} = Z_k^{deb} = Z_k, \quad (27)$$

siendo  $Z_k$  la impedancia de onda medida en  $z = z_k$ .

FIGURA 3. Impedancia en la frontera  $k$



Para un modelo de N capas se deduce la impedancia  $Z_0$  en el punto  $z = 0$  (superficie terrestre) en términos de los parámetros del sistema. Para esto se aplica la fórmula (22), en la cual se toma  $b = 0$ ,  $a = h_1$ ,  $\rho = \rho_1$  y teniendo en cuenta que la cotangente hiperbólica es una función impar; se obtiene una relación entre las impedancias  $Z_0 (z = 0)$  y  $Z_1 (z = h_1)$  dada por:

$$Z_0 = \frac{i \omega \mu_0}{\rho_1} \coth \gamma_1 h_1 = \coth \gamma_1 h_1 \frac{Z_1}{i \omega \mu_0} \quad (28)$$

En (28)  $Z_1$  se puede expresar en términos de la impedancia  $Z_2$  en  $z = h_1 = h_2$ . Para esto, en la fórmula (22) se reemplaza  $b = h_1$ ,  $a = h_1 = h_2$  y  $\rho = \rho_2$ , obteniendo:

$$Z_1 = \frac{i \omega \mu_0}{\rho_2} \coth \gamma_2 h_2 = \coth \gamma_2 h_2 \frac{Z_2}{i \omega \mu_0} \quad (29)$$

Continuando con este procedimiento la relación entre las impedancias  $Z_k$  en  $z = z_k = h_1 = h_2 = \dots = h_k$  y  $Z_{k+1}$  en  $z = z_{k+1} = z_k = h_{k+1}$  es:

$$Z_k = \frac{i \omega \mu_0}{\rho_{k+1}} \coth \gamma_{k+1} h_{k+1} = \coth \gamma_{k+1} h_{k+1} \frac{Z_{k+1}}{i \omega \mu_0} \quad (30)$$

Considerando que el espesor  $h_{k+1}$  para la última capa es igual a infinito, entonces el valor de la cotangente hiperbólica se acerca a la unidad y por tanto para la última frontera  $z = z_{N+1}$  se tiene:

$$Z_{N+1} = \frac{i \omega \mu_0}{\rho_N} \quad (31)$$

De esta manera las fórmulas de recurrencia (28), (29), (30) y (31) permiten para cada frecuencia, expresar  $Z_0$  dada por (28) en función de los parámetros del modelo:  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N, \mu, h_1, h_2, \dots, h_N$ ;  $\rho_N$  depende de las resistividades  $\rho_N$  según (15).

2.6.1 Modelo de una capa. Resistividad aparente. El modelo más simple consiste en una tierra plana isotrópica y homogénea caracterizada por una sola resistividad conocida como resistividad aparente  $\rho_a$ . Este parámetro de exploración eléctrico tradicional se introdujo en el método magnetotelúrico por L. Cagniard (1953). Hoy, se usa en casi todos los trabajos magnetotelúricos. Una característica notable de la resistividad aparente es que su respuesta de frecuencia refleja la variación de la resistividad terrestre cualitativamente con la profundidad. Las capas más resistivas presentan los valores máximos de resistividad aparente, mientras las capas más conductivas presentan los valores mínimos de resistividad aparente. Así, un análisis visual simple nos permite ganar una impresión sobre la alternación de capas con resistividad alta y baja, es decir, sobre la secuencia de tipo geoelectrico. ¿Cuál es el significado físico del parámetro  $\rho_a$ ? Normalmente se considera la resistividad aparente como la resistividad promedio de la tierra dentro del volumen en que la energía electromagnética es disipada<sup>9</sup>.

Al considerar el modelo de tierra más simple, y teniendo en cuenta que en (28),  $h_1$  es igual a infinito, el valor de la cotangente hiperbólica se acerca a la unidad:

$$Z_0 \approx \frac{i\omega\mu_0\rho_a}{2} \quad (32)$$

Reemplazando  $\rho_1$  de (15) en (32) se obtiene:

$$Z_0 \approx \frac{i\omega\mu_0\rho_a}{2} \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{\rho_a}{\rho_1} \right) \quad (33)$$

La impedancia  $Z_0$  es una cantidad compleja que se puede expresar como:

$$Z_0 \approx |Z_0| e^{i\theta_0}, \quad \text{donde } \theta_0 \approx \frac{\rho_a}{4\rho_1} \quad (34)$$

donde tanto el módulo como la fase dependen de los parámetros del sistema. En las aplicaciones del método magnetotelúrico, las mediciones de campo de  $|Z_0|$  y  $\theta_0$  se utilizan separadamente o en conjunto. En lo sucesivo se examinará solo la utilización del módulo  $|Z_0|$ . De (33) y (34) se obtiene la resistividad aparente:

<sup>9</sup> BERDICHEVSKY, Op. Cit., p. 81.

$$\rho_a = \frac{|Z_0|^2}{\omega} \frac{1}{|H_y|^2} \left| \frac{E_x}{H_y} \right|^2 \quad (35)$$

Esta expresión sirve para calcular la resistividad aparente a partir de las mediciones de  $E_x$  y  $H_y$ . Esta resistividad no constituye la resistividad verdadera en el interior de la tierra, debido a que generalmente la tierra es un medio heterogéneo; es por esto que se denomina resistividad aparente  $\rho_a$ . En el sistema SI se expresa en ohmios por metro (Ωm). La resistividad aparente concuerda con la verdadera solo cuando el terreno es verdaderamente homogéneo. Igualmente en (35)  $|Z_0|$  se puede expresar en términos de los parámetros de un modelo de N capas, para el cual  $Z_0$  está dado por (28). Esto permite ajustar los datos teóricos a los experimentales mediante un procedimiento de inversión de datos, lo cual conlleva a determinar los valores de las resistividades y los espesores del sistema que mejor concuerden con las mediciones.

2.6.2 Modelo de dos capas. El modelo de 2 capas está determinado por 5 parámetros:  $\rho_1, \rho_2, \omega, h_1$  y  $h_2$ , siendo  $\rho_1, \rho_2, h_1$  y  $h_2$  las resistividades y espesores de cada capa respectivamente. Aplicando las fórmulas de recurrencia de (29) a (31) en (28), la impedancia  $Z_0$  en función de los parámetros antes mencionados se expresa así:

$$Z_0 = \frac{i\omega \rho_1 \coth(\omega h_1) + \rho_1 \coth(\omega h_2) \frac{\rho_1 \omega}{\rho_2}}{\omega} \quad (36)$$

o

$$Z_0 = \rho_1 \coth(\omega h_1) + \rho_1 \coth(\omega h_2) \frac{\rho_2 \omega}{\rho_1 \omega} \quad (36a)$$

donde:

$$\rho_1 = \frac{\rho_2}{\omega} \quad \text{y} \quad \rho_2 = \frac{\rho_1}{\omega} \quad (37)$$

Combinando (36) con (35) y teniendo en cuenta que el arco cotangente hiperbólica es una función impar ( $\coth(\omega x) = -\coth(\omega x)$ ), la resistividad aparente para un modelo de dos capas está dada por:

$$|z_a| = \left| \coth^2 \frac{z_2}{h_1} \coth \frac{z_2}{h_1} \right| \quad (38)$$

Para el análisis de la fórmula (38), se calcula el módulo indicado en la misma. Según (15) se tiene:

$$|z_1| = \left| \cos \frac{z_2}{4} + i \sin \frac{z_2}{4} \right|, \quad (39)$$

donde

$$|z_1| = \frac{1}{2}. \quad (40)$$

La  $\coth \frac{z_2}{h_1}$  toma valores reales cuando  $z_2 \in \mathbb{R}$  y complejos cuando  $z_2 \in \mathbb{C}$ .

En general se puede escribir que:

$$\coth \frac{z_2}{h_1} = \operatorname{Re} \coth \frac{z_2}{h_1} + i \operatorname{Im} \coth \frac{z_2}{h_1}. \quad (41)$$

Teniendo en cuenta (39) y (41) se tiene:

$$\coth^2 \frac{z_2}{h_1} = \left( \operatorname{Re} \coth \frac{z_2}{h_1} \right)^2 - \left( \operatorname{Im} \coth \frac{z_2}{h_1} \right)^2 + 2i \operatorname{Re} \coth \frac{z_2}{h_1} \operatorname{Im} \coth \frac{z_2}{h_1} \quad (42)$$

Por definición la cotangente hiperbólica de un número complejo  $X = X' + iX''$  está dada por :

$$\coth X = \frac{e^{X'} e^{iX''} + e^{-X'} e^{-iX''}}{e^{X'} e^{iX''} - e^{-X'} e^{-iX''}}. \quad (43)$$

Haciendo en (43):

$$X' = |Z_1| h_1 \cos \frac{\theta_1}{4} \operatorname{Re} \coth^{21} \frac{\theta_1}{2} \frac{1}{2}, \quad (44)$$

$$X'' = |Z_1| h_1 \sin \frac{\theta_1}{4} \operatorname{Im} \coth^{21} \frac{\theta_1}{2} \frac{1}{2}, \quad (45)$$

se tiene:

$$\coth \theta_1 X' + i X'' = X_T' + i X_T'', \quad (46)$$

donde:

$$X_T' = \frac{AB}{B^2 \cos^2 X'' + A^2 \sin^2 X''}, \quad (47)$$

$$X_T'' = \frac{A^2 - B^2 \sin 2X''}{2(B^2 \cos^2 X'' + A^2 \sin^2 X'')}, \quad (48)$$

y

$$A = e^{X'} + e^{-X'}, \quad (49)$$

$$B = e^{X'} - e^{-X'}. \quad (50)$$

El módulo del cuadrado de (42) con ayuda de (46) se expresa así:

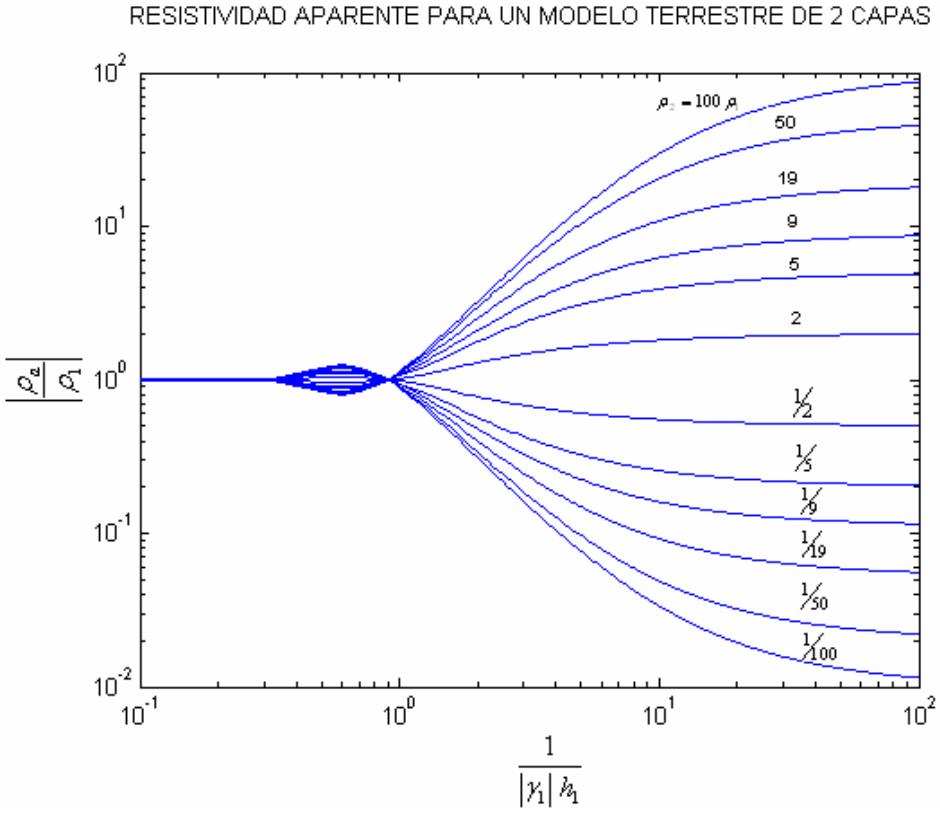
$$\left| \coth^2 \theta_1 h_1 \coth^{21} \frac{\theta_1}{2} \frac{1}{2} \right|^2 = X_T'^2 + X_T''^2 + 4X_T' X_T'' \frac{1}{2}, \quad (51)$$

finalmente, reemplazando (44) a (51) en (38), para la resistividad aparente se obtiene la expresión:

$$\rho_a = \frac{\rho_1 \left[ \cosh \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{h_1}{h_2} \right) \cos \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{h_1}{h_2} \right) + 4 \operatorname{Re} \left\{ \coth \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{h_1}{h_2} \right) \right\} + 2 \sin^2 \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{h_1}{h_2} \right) \right]}{2 \cosh \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{h_1}{h_2} \right) \cos \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{h_1}{h_2} \right) + 2 \operatorname{Re} \left\{ \coth \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{h_1}{h_2} \right) \right\} + \cos \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{h_1}{h_2} \right) \sin \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{h_1}{h_2} \right) + 2 \operatorname{Im} \left\{ \coth \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{h_1}{h_2} \right) \right\}} \quad (52)$$

Con base en (52) se construyen gráficas de  $\frac{\rho_a}{\rho_1}$  Vs  $\frac{1}{|\chi_1| h_1}$  para diferentes valores de  $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ , las cuales se muestran en la figura 4.

FIGURA 4. Resistividad aparente calculadas a partir de medidas magnetotelúricas sobre un modelo de tierra de dos capas<sup>10</sup>.



<sup>10</sup> KELLER, Op. Cit., p. 219.

Las curvas de la figura 4 muestran la relación entre la resistividad aparente y la frecuencia para el caso de dos capas. En estas curvas se observan las siguientes características:

1. A altas frecuencias (longitudes de onda corta), la resistividad computada se aproxima a la de la capa superficial.
2. A bajas frecuencias (longitudes de onda larga), la resistividad computada se aproxima a la del sustrato.
3. Para frecuencias intermedias, existe un número de máximos y mínimos para la resistividad computada los cuales pueden ser mayores o menores a los máximos o mínimos valores correspondientes de resistividad que existen verdaderamente en la tierra. Estos pequeños máximos y mínimos representan interferencias constructivas o destructivas entre las ondas magnetoteléuricas reflejadas de la segunda y primer capa.
4. las curvas de resistividad aparente para el caso de sustratos más resistivos son imágenes reflejadas de las curvas para el caso de sustratos más conductivos por ello se da el correspondiente contraste en las resistividades.
5. si el contraste en la resistividad entre el tope de la capa y el sustrato es mayor, la resistividad computada es proporcional al cuadrado de la longitud de onda (para sustratos resistivos) o inversamente proporcional al cuadrado de la longitud de onda (para sustratos conductivos)<sup>11</sup>.

2.6.3 Modelo de tres capas. A continuación se considera un modelo de tierra plana de 3 capas caracterizado por 7 parámetros  $\rho_1, \rho_2, \rho_3, h_1, h_2, h_3, \omega$ , siendo  $\rho_1, \rho_2, \rho_3, h_1, h_2, h_3$  los espesores y resistividades de cada capa respectivamente.

Siguiendo un procedimiento análogo al seguido para el modelo de dos capas, la impedancia sobre la superficie de la tierra se expresa así:

$$Z_0 = \frac{i\omega\mu_0}{\rho_1} \coth \left( \frac{\rho_1}{h_1} \right) \coth \left( \frac{\rho_2}{h_2} \right) \coth \left( \frac{\rho_3}{h_3} \right), \quad (53)$$

---

<sup>11</sup> Ibid., p.218.



donde

$$W_n = \frac{1}{2} \frac{1}{W_n}, n = 1, 2, 3. \quad (54)$$

Combinando (53) con (35) se tiene:

$$W_a = \frac{1}{2} \left| \frac{1}{2} \coth^2 \frac{1}{2} W_1 h_1 + \coth^2 \frac{1}{2} W_2 h_2 + \coth^2 \frac{1}{2} W_3 h_3 \right|, \quad (55)$$

se puede calcular que:

$$\frac{W_a}{W_1} = \sqrt{W_1^2 + W_2^2 + W_3^2}, \quad (56)$$

donde:

$$W_T = \frac{CD}{D^2 \cos^2 W'' + C^2 \sin^2 W''}, \quad (57)$$

$$W_T'' = \frac{C^2 + D^2 \sin^2 2W''}{2(D^2 \cos^2 W'' + C^2 \sin^2 W'')}, \quad (58)$$

$$C = e^{W'} + e^{-W'}, \quad D = e^{W'} - e^{-W'}, \quad (59)$$

$$W = \frac{|z_1| h_1}{\sqrt{2}} + \frac{\sinh \sqrt{2} |z_2| h_2 + 2 \operatorname{Re} \coth^2 \frac{1}{2} W_3 h_3 + i \sin \sqrt{2} |z_2| h_2 + 2 \operatorname{Im} \coth^2 \frac{1}{2} W_3 h_3}{2 \left( \cosh \sqrt{2} |z_2| h_2 + 2 \operatorname{Re} \coth^2 \frac{1}{2} W_3 h_3 + \cos \sqrt{2} |z_2| h_2 + 2 \operatorname{Im} \coth^2 \frac{1}{2} W_3 h_3 \right)} \quad (60)$$

y

$$W'' \frac{|z_1| h_1}{\sqrt{2}} \frac{\operatorname{Im} \coth^{21} \frac{z_2}{2} \left[ \frac{1}{2} \sinh \sqrt{2} |z_2| h_2 + 2 \operatorname{Re} \coth^{21} \frac{z_2}{2} \right] + i \sin \sqrt{2} |z_2| h_2 + 2 \operatorname{Im} \coth^{21} \frac{z_2}{2}}{\operatorname{Im} \coth^{21} \frac{z_2}{2} \left[ \frac{1}{2} \cosh \sqrt{2} |z_2| h_2 + 2 \operatorname{Re} \coth^{21} \frac{z_2}{2} \right] + \cos \sqrt{2} |z_2| h_2 + 2 \operatorname{Im} \coth^{21} \frac{z_2}{2}} \quad (61)$$

o:

$$z_a \frac{\cosh 2\sqrt{2} |z_1| h_1 + 4 \operatorname{Re} \coth^{21} \frac{z_2}{2} \left[ \frac{1}{2} F + iG \right] + 1 + 2 \sin^2 \sqrt{2} |z_1| h_1 + 2 \operatorname{Im} \coth^{21} \frac{z_2}{2} \left[ \frac{1}{2} F + iG \right]}{2 \operatorname{Im} \coth^{21} \frac{z_2}{2} \left[ \frac{1}{2} F + iG \right] + \cos \sqrt{2} |z_1| h_1 + 2 \operatorname{Im} \coth^{21} \frac{z_2}{2} \left[ \frac{1}{2} F + iG \right]} \quad (62)$$

donde:

$$F = \sinh \sqrt{2} |z_2| h_2 + 2 \operatorname{Re} \coth^{21} \frac{z_2}{2} \left[ \frac{1}{2} F + iG \right], \quad (63)$$

$$G = \sin \sqrt{2} |z_2| h_2 + 2 \operatorname{Im} \coth^{21} \frac{z_2}{2} \left[ \frac{1}{2} F + iG \right], \quad (64)$$

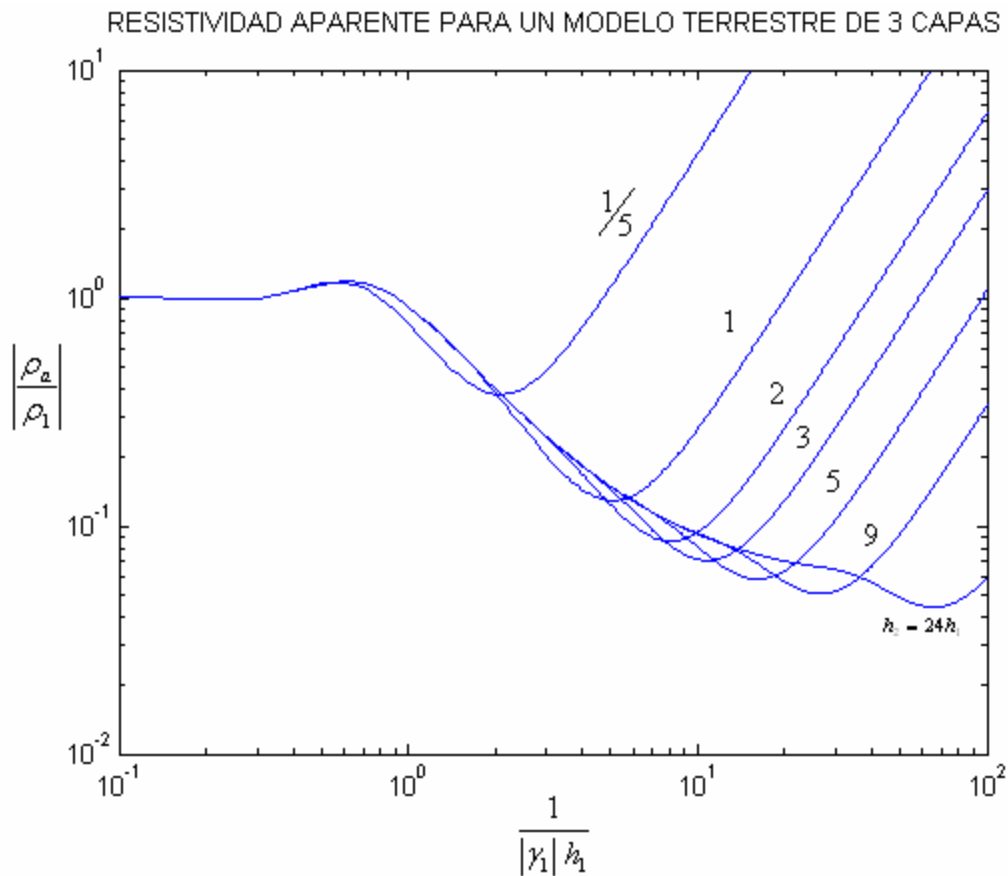
$$H = \cosh^2 \sqrt{2} |z_2| h_2 + 2 \operatorname{Re} \coth^{21} \frac{z_2}{2} \left[ \frac{1}{2} F + iG \right], \quad (65)$$

$$K = \cos^2 \sqrt{2} |z_2| h_2 + 2 \operatorname{Im} \coth^{21} \frac{z_2}{2} \left[ \frac{1}{2} F + iG \right], \quad (66)$$

Para ilustrar gráficamente el resultado  $\frac{\rho_a}{\rho_1}$ , en la figura 5 se muestran las curvas de  $\frac{\rho_a}{\rho_1}$  Vs  $\frac{1}{|\chi_1| h_1}$  siendo  $\frac{\rho_1}{\rho_2} = 19$ ,  $\rho_3 = \infty$  y  $h_2 = 24h_1$ , estos valores se reemplazaron en las relaciones (63) a (66).

Las curvas de la figura 5 muestran la relación entre la resistividad aparente y la frecuencia para el caso de tres capas, estas curvas exhiben una resistividad aparente mínima para longitudes de onda intermedias, la cual depende únicamente de la razón de resistividades entre las dos primeras capas y no del contraste de resistividades.

FIGURA 5. Curvas de resistividad aparente computadas para medidas de impedancia en la superficie de una tierra de tres capas. Estas curvas se realizan para el caso en el cual la capa media tiene una resistividad 19 veces menor que de la capa superficial, y en el cual la capa mas baja es un aislador perfecto<sup>12</sup>.



<sup>12</sup> Ibid., p. 223.

### 3. INVERSIÓN DE DATOS MAGNETOTELÚRICOS

#### 3.1 PROBLEMA DIRECTO E INVERSO EN GEOFÍSICA

Podemos clasificar los problemas directos e inversos, dependiendo de la relación causa y efecto entre la estructura del medio y los campos observados. Obviamente, para hacer uso en exploraciones geofísicas, el comportamiento de un campo (gravitacional, eléctrico, magnético, sísmico o térmico) debe depender de la estructura del medio. Con este concepto, el medio es la causa, y el comportamiento del campo es el efecto. En un problema directo, la causa se conoce y el efecto se va a determinar. En un problema inverso, el efecto se conoce y la causa se va a determinar. Luego, determinar el campo para la estructura dada del medio es el problema directo, en tanto que determinar la estructura del medio de observaciones del campo es el problema inverso.

Los problemas geofísicos directos siempre se pueden formular con tal precisión que su solución es única. Un problema geofísico inverso puede tener multitud de soluciones. Esta propiedad de los problemas geofísicos inversos surge de la relación causa y efecto. Las mismas causas producirán los mismos efectos, pero los diferentes efectos pueden ser producidos por diferentes causas. Relaciones de este tipo se observan en toda escala, consideremos un ejemplo simple. La pregunta directa es: ¿Qué le sucede a un carro que se mueve rápido si derrama la gasolina?, la única respuesta es que “el carro se detiene”. La pregunta inversa sería ¿Por qué se detuvo el carro?, hay muchas respuestas posibles, dependiendo del carro y el conductor.

En geofísica, usualmente se considera que el problema inverso tiene una solución única. El punto principal que determina la estrategia de la interpretación geofísica es la inestabilidad del problema inverso. Una solución inmediata del problema inverso es geofísicamente inusual porque puede alejarse de la realidad. Antes de resolver un problema geofísico inverso, debemos coleccionar información sobre el medio, y luego limitar el rango de consideración de manera tal para obtener las características del medio que son cercanas o aproximadas a la estructura real. Si la información directa sobre el medio no esta disponible, se hacen algunas hipótesis que generalizan las experiencias geológicas y geofísicas que parezcan ser mas razonables<sup>13</sup>.

---

<sup>13</sup> BERDICHEVSKY, Op. Cit., p. 3.

### 3.2 INVERSIÓN DE DATOS MAGNETOTELÚRICOS POR EL MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN NO LINEAL

El ajuste de modelos es una técnica utilizada en problemas de electromagnetismo aplicado y consiste en determinar los parámetros de un modelo de tierra simplificado que se escoge previamente. La incorporación de limitaciones basadas en la información geológica o geofísica hace parte de la escogencia del modelo y contribuye a la eficiencia del método.

El presente trabajo se realiza con el objeto de determinar la distribución de la resistividad eléctrica del subsuelo a partir de un conjunto de valores experimentales de resistividad aparente  $\rho_a$  para diversas frecuencias  $\omega_n$  obtenidos por la aplicación del método magnetotelúrico.

El modelo unidimensional (1-D) de tierra plana estratificada se justifica cuando se examinan regiones pequeñas para las cuales la Tierra parece una estructura horizontal (plana) estratificada. Las interpretaciones unidimensionales se pueden utilizar como punto de partida para la elaboración de modelos más complejos, bidimensionales (2-D) y tridimensionales (3-D).

### 3.3 ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO DE TIERRA

El modelo de tierra plana de N capas mostrado en la figura 2 está determinado por los parámetros  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N, h_1, h_2, \dots, h_N$  que representan las resistividades y espesores del modelo de N capas; designando los parámetros como  $p_1, p_2, \dots, p_M$  y teniendo en cuenta que el espesor de la última capa es infinito, el número M de parámetros es igual a  $2N + 1$ <sup>14</sup>.

El objetivo primordial de este trabajo consiste en determinar estos parámetros a partir de un conjunto de mediciones experimentales de la resistividad aparente  $\rho'_{a1}, \rho'_{a2}, \dots, \rho'_{an}$  para las frecuencias  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ ; el problema se formula de la siguiente manera:

En el modelo de tierra plana de N capas se cuenta con una expresión teórica para  $\rho'_{an}$  dada por:

$$\rho'_{an} = F(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_M, \omega_n) \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (67)$$

donde  $F(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_M, \omega_n)$  representa la solución teórica directa para el modelo escogido, en nuestro caso  $F(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_M, \omega_n)$  está dado por la expresión (30) para

---

<sup>14</sup> NABIGHIAN, Op. Cit., p. 479.

la impedancia sobre la superficie de un modelo de tierra plana de N capas. El objetivo consiste en determinar los valores de los parámetros  $p_M$  que hagan la igualdad (67) verdadera.

En general, la ecuación (67) no se puede satisfacer exactamente a causa del ruido que existe en los datos experimentales y porque nuestro modelo es sólo una aproximación a la tierra verdadera.

La inversión de datos se desarrolla de la siguiente manera:

Para encontrar un primer conjunto de valores teóricos es necesario escoger un conjunto inicial de valores  $p_{10}, p_{20}, \dots, p_{M0}$  de los parámetros  $p_1, p_2, \dots, p_M$ . Reemplazando estos valores en la solución directa  $F(p_1, p_2, \dots, p_M, S_n)$ , se calculan los datos teóricos  $S'_{an}$  para las frecuencias  $f_n$  que en la función están representadas por  $S_n$ .

Variando los valores iniciales de los parámetros  $p_M$  se aplica un procedimiento para determinar un nuevo conjunto de valores de los parámetros que minimice la diferencia entre los datos experimentales  $S_{an}$  y los datos teóricos  $S'_{an}$ . Esta diferencia se mide mediante la cantidad  $E$  dada por:

$$E = \sum_{n=1}^N \left( S_{an} - S'_{an} \right)^2 \quad (68)$$

Tomando los parámetros  $p_1, p_2, \dots, p_M$  como variables, las funciones dadas en (67) se desarrollan en series de Taylor alrededor del conjunto inicial de valores de los parámetros  $p_{10}, p_{20}, \dots, p_{M0}$ . Ignorando los términos de orden superior se tiene:

$$S'_{a1} = F(p_{10}, p_{20}, \dots, p_{M0}, f_1) + \frac{\partial F}{\partial p_1} (p_{10}, p_{20}, \dots, p_{M0}, f_1) (p_1 - p_{10}) + \dots + \frac{\partial F}{\partial p_M} (p_{10}, p_{20}, \dots, p_{M0}, f_1) (p_M - p_{M0}) \quad (69a)$$

$$S'_{a2} = F(p_{10}, p_{20}, \dots, p_{M0}, f_2) + \frac{\partial F}{\partial p_1} (p_{10}, p_{20}, \dots, p_{M0}, f_2) (p_1 - p_{10}) + \dots + \frac{\partial F}{\partial p_M} (p_{10}, p_{20}, \dots, p_{M0}, f_2) (p_M - p_{M0}) \quad (69b)$$

...

$$\begin{aligned} \dot{p}_{aN} &= F_{p_{10}, p_{20}, \dots, p_M, p_N} \frac{\partial F}{\partial p_1} p_{11} - p_{10} \\ &\dots \\ &= F_{p_{10}, p_{20}, \dots, p_M, p_N} \frac{\partial F}{\partial p_M} p_{M1} - p_{M0} \end{aligned} \quad (69c)$$

y como

$$F_{p_{10}, p_{20}, \dots, p_{M0}, p_n} \dot{p}_n = \dot{p}_{an} \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (70)$$

por conveniencia de escritura, en las derivadas parciales mostradas en (69a) a (69c) se omiten los valores de los parámetros, definiendo:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial F}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial F}{\partial p_M} \\ \frac{\partial F}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial F}{\partial p_M} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial F}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial F}{\partial p_M} \end{pmatrix}, \quad (71)$$

$$p = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{10} \\ p_{21} & p_{20} \\ \dots & \dots \\ p_{M1} & p_{M0} \end{pmatrix} \quad (72)$$

las ecuaciones (69) en forma matricial se escriben:

$$\dot{p}_{an} = \dot{p}_{an} - J p, \quad (73)$$

donde

$$\dot{p}_{an} = [\dot{p}'_{a1}, \dot{p}'_{a2}, \dots, \dot{p}'_{an}]^T, \quad (74a)$$

$$\dot{p}_{an} = [\dot{p}'_{a1}, \dot{p}'_{a2}, \dots, \dot{p}'_{an}]^T, \quad (74b)$$

$$p = [p_1, p_2, \dots, p_M]^T. \quad (74c)$$

En la expresión matricial dada en (73) los términos desconocidos (resistividades, espesores) se encuentran en la matriz  $p$  la cual debe determinarse.

La matriz  $J$  dada en (71) es de orden  $N \times M$  y por consiguiente no posee inversa, para obtener una matriz cuadrada con inversa, se multiplica (73) por la transpuesta de  $J$  obteniéndose:

$$J^T J p = J^T J p, \quad (75)$$

ahora,  $J^T J$  es una matriz simétrica y posee inversa, luego, si se multiplica por la inversa de  $J^T J$  se tiene<sup>15</sup>:

$$p = (J^T J)^{-1} J^T y \quad (76)$$

o

$$p = J^+ y. \quad (77)$$

La expresión (77) permite determinar la matriz de corrección de los parámetros.  $J^+$  representa la matriz pseudo inversa de  $J$  y  $y - Jp$  es la diferencia entre los datos experimentales y teóricos. Por tanto se obtiene un nuevo vector de parámetros dados por:

$$p^{nue} = p^{vie} + \Delta p. \quad (78)$$

Para este nuevo conjunto de valores de los parámetros se calculan los datos teóricos  $y^{nue}$ ,  $d^{nue}$  y una nueva matriz  $J$ , los cuales se utilizan para producir una nueva corrección de la matriz parámetro  $p$ , etc. Este proceso continúa hasta que se presente uno de los casos siguientes:

1. La última estimación del error estándar,

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{N-M}} \sqrt{\sum_{n=1}^N \frac{r_n^2}{n}}, \quad (79)$$

se encuentre dentro del nivel de ruido de las medidas;

<sup>15</sup> NABIGHIAN, Op. Cit., p. 481.



2. Se alcance un mínimo relativo del error estándar, es decir, que las iteraciones subsiguientes no disminuyan notablemente el error.
3. El número de iteraciones alcanza un valor prefijado.

## 4. PROCEDIMIENTO Y RESULTADOS POR OPTIMIZACIÓN NO LINEAL PARA UN MODELO DE 2 CAPAS

### 4.1 EJEMPLO DE CAMPO

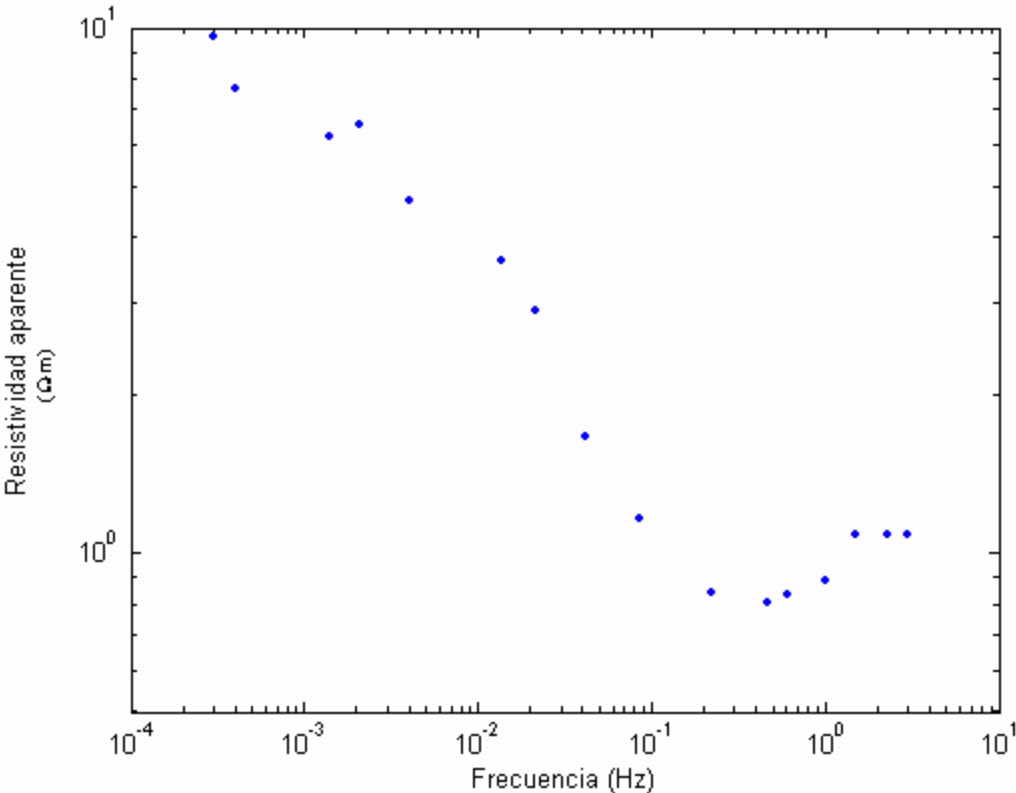
Las medidas de la impedancia realizadas desde la superficie tratan de localizar estructuras inmersas en el subsuelo. Para que dichas estructuras sean detectables han de tener una resistividad diferente de la del medio donde están inmersos. Un problema en la interpretación de medidas es que un mismo valor de resistividad aparente puede corresponder a diferentes materiales. Incluso un mismo material, dependiendo de su grado de humedad y otros factores externos puede tener un margen de variación de su resistividad. A continuación se presenta un ejemplo de mediciones de resistividad aparente para diversas frecuencias que se muestran en la tabla 1.

TABLA 1. Datos de resistividad aparente en función de la frecuencia para un modelo de 2 capas.

Frecuencia (Hz)	Resistividad ( $\Omega \cdot m$ )
0,0003	9,5892
0,0004	7,6444
0,0014	6,1945
0,0021	6,5479
0,0041	4,7078
0,0136	3,6041
0,0214	2,8897
0,0423	1,6610
0,0855	1.1636
0,2222	0,8422
0.4723	0.8076
0,6107	0,8351
0,9986	0,8902
1,4823	1,0823
2,2845	1,0823
3,0012	1,0823

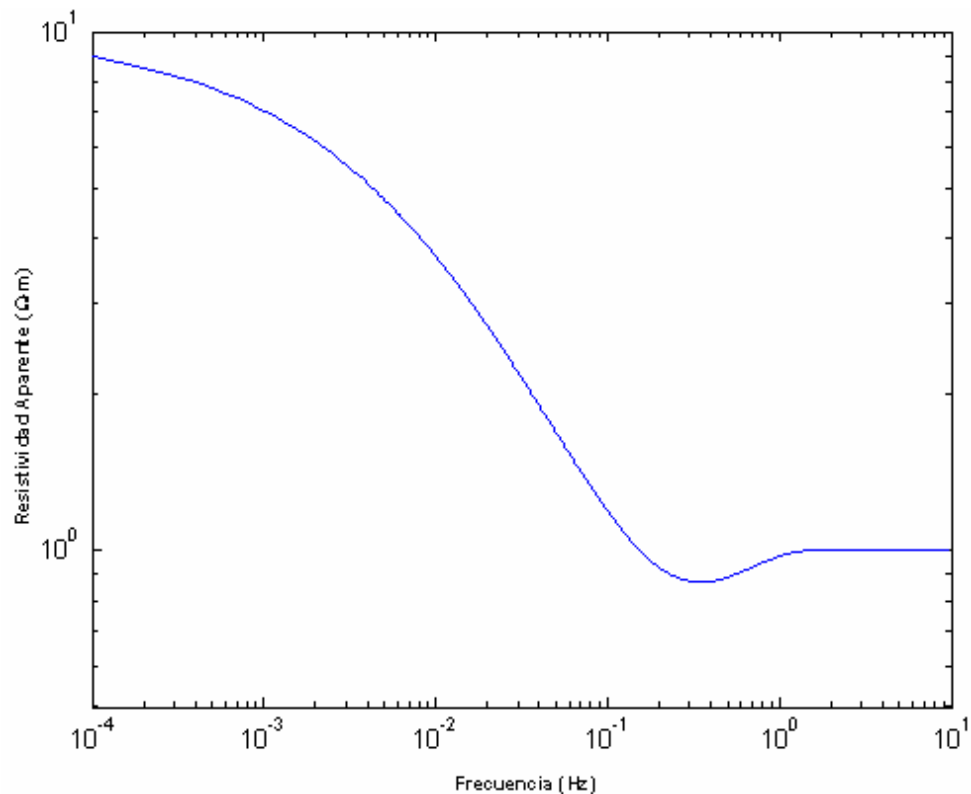
A partir de los datos experimentales de la tabla 1. Se obtiene la siguiente gráfica:

FIGURA 6. Resistividad aparente en función de la frecuencia lineal, se utiliza en escala logarítmica.



Obtenida la curva experimental (figura 6) se procede a compararla con la curva teórica mostrada a continuación con el fin de observar que la curva tiene las mismas características:

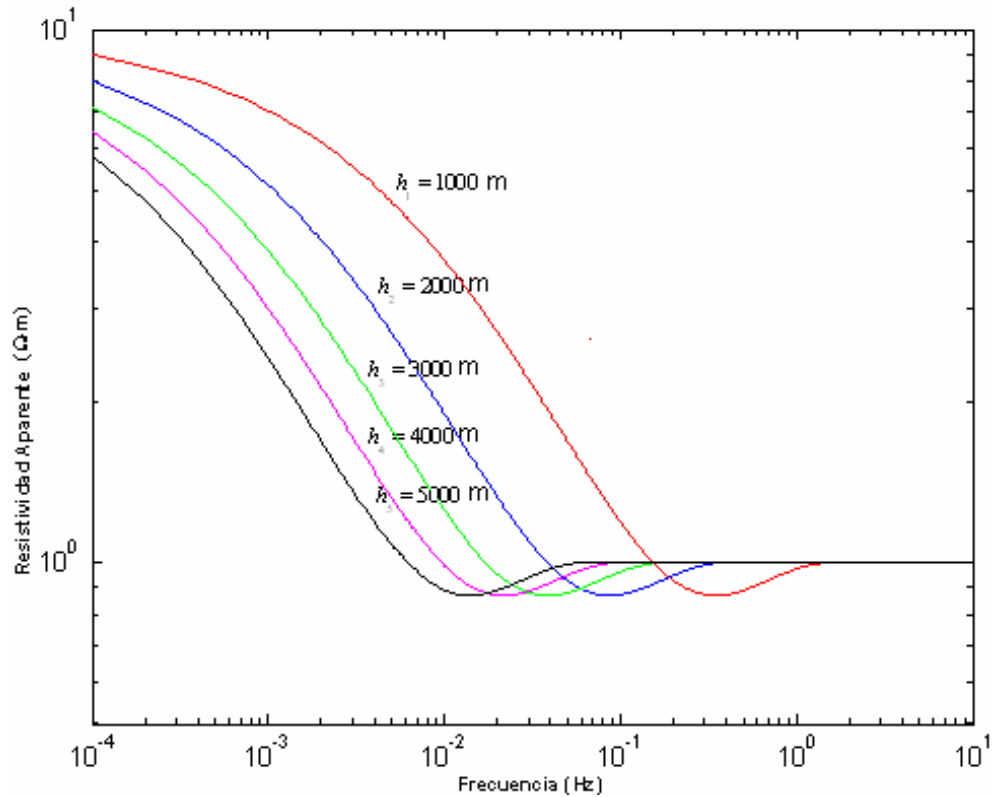
FIGURA 7. Curva teórica de Resistividad aparente en función de la frecuencia lineal, para  $\rho_1 = 1 \text{ } \Omega\text{m}$ ,  $\rho_2 = 10 \text{ } \Omega\text{m}$  y  $h_1 = 1000 \text{ m}$ <sup>16</sup>.



De la curva de resistividad aparente (figura 6 con  $\rho_1 = 1 \text{ } \Omega\text{m}$ ,  $\rho_2 = 10 \text{ } \Omega\text{m}$ ) vemos que todos los cortes con esas dos resistividades tienen que generar la misma curva: partiendo de  $1 \text{ } \Omega\text{m}$  irá subiendo lentamente hacia  $10 \text{ } \Omega\text{m}$  a medida que la corriente magnetoteléfica va circulando a mayor profundidad. Si el espesor de la primera capa es mayor, la curva comenzará a subir más tarde; es decir: será necesario una frecuencia más baja para que la corriente magnetoteléfica comience a circular por la capa inferior, como se muestra en la figura 8.

<sup>16</sup> REYNOLDS, John M. An Introduction to Applied and Environmental Geophysics. Edt. John Wiley and Sons, p. 671.

FIGURA 8. Variación de la Resistividad aparente con el espesor de la primera capa.



Como ya lo hemos dicho anteriormente lo que se busca es encontrar la distribución eléctrica del subsuelo para un modelo de dos capas. Con base a los datos experimentales de la tabla 1 se toman como valores iniciales de resistividades y espesor:  $\rho_{10} = 0.8076 \text{ } \Omega\cdot\text{m}$ , y  $h_{10} = 966.7424 \text{ m}$  para la primer capa, y  $\rho_{20} = 9.5892 \text{ } \Omega\cdot\text{m}$ ,  $h_{20} = ?$  para la segunda capa. La grafica de resistividad aparente en función de la frecuencia (Figura 6) sirve de guía para escoger las resistividades iniciales:  $9.5892 \text{ } \Omega\cdot\text{m}$ ,  $0.8076 \text{ } \Omega\cdot\text{m}$  las cuales corresponden a los valores máximos y mínimos de la resistividad aparente en esta gráfica; el espesor se escoge con base a la experiencia.

Matemáticamente la resistividad aparente en función de la frecuencia lineal para un modelo de dos capas se expresa como:

$\rho_a$

$$\frac{\rho_1 \cosh^2 \left( 7.08 \frac{\sqrt{2} h_1}{\sqrt{2}} \right) + 4 \operatorname{Re} \left\{ \coth^2 \left( 3.54 \frac{\sqrt{2} h_1}{\sqrt{2}} \right) \right\} + \rho_1 \sin^2 \left( 3.54 \frac{\sqrt{2} h_1}{\sqrt{2}} \right) + 2 \operatorname{Im} \left\{ \coth^2 \left( 3.54 \frac{\sqrt{2} h_1}{\sqrt{2}} \right) \right\}}{2 \cosh^2 \left( 3.54 \frac{\sqrt{2} h_1}{\sqrt{2}} \right) + 2 \operatorname{Re} \left\{ \coth^2 \left( 3.54 \frac{\sqrt{2} h_1}{\sqrt{2}} \right) \right\} + \cos^2 \left( 3.54 \frac{\sqrt{2} h_1}{\sqrt{2}} \right) + 2 \operatorname{Im} \left\{ \coth^2 \left( 3.54 \frac{\sqrt{2} h_1}{\sqrt{2}} \right) \right\}} \quad (80)$$

Ahora, se toman como valores iniciales  $\rho_{10} = 0.8076 \text{ m}$ ,  $\rho_{20} = 9.5892 \text{ m}$ ,  $h_{10} = 966.7424 \text{ m}$  y una precisión  $\epsilon = 0.00061$ , con el fin de ajustar los datos experimentales (tabla 1) a un modelo de 2 capas. Reemplazando los valores iniciales en (80) se obtienen los siguientes datos teóricos de resistividad aparente:

- 7.6073
- 7.3451
- 5.8911
- 5.3238
- 4.3302
- 2.6146
- 2.0728
- 1.4259
- $\rho_a$  0.9810
- 0.7122
- 0.7204
- 0.7482
- 0.7971
- 0.8122
- 0.8103
- 0.8081

Siguiendo el método de optimización no lineal se procede a calcular la diferencia entre los datos experimentales y teóricos:

1.9819 ?  
 0.2993 ?  
 0.3034 ?  
 1.2241 ?  
 0.3776 ?  
 0.9895 ?  
 0.8169 ?  
 0.2351 ?  
 $\frac{1}{a} \frac{1}{2} \frac{1}{2}$  0.1826 ?  
 0.1300 ?  
 0.0872 ?  
 0.0869 ?  
 0.0931 ?  
 0.2701 ?  
 0.2720 ?  
 0.2742 ?

Cuyo error estándar inicial es  $\approx 0.5497$ . De la ecuación (80) se procede a calcular las derivadas parciales con respecto a los parámetros  $\beta_1, \beta_2$  y  $h_1$ , con el fin de obtener la matriz  $J$ :

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{a} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \cosh \frac{7.08 \sqrt{\beta_1} h_1}{\sqrt{\beta_1}} \frac{1}{\beta_1} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \sinh \frac{3.54 \sqrt{\beta_1} h_1}{\sqrt{\beta_1}} \frac{1}{\beta_1} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{3.54 \sqrt{\beta_1} h_1}{\beta_1^{3/2}} \frac{1}{\beta_1} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \sin \frac{3.54 \sqrt{\beta_1} h_1}{\sqrt{\beta_1}} \frac{1}{\beta_1} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \\
 & \frac{7.08 \sin \frac{3.54 \sqrt{\beta_1} h_1}{\sqrt{\beta_1}} \cos \frac{3.54 \sqrt{\beta_1} h_1}{\sqrt{\beta_1}} \sqrt{\beta_1} h_1}{\beta_1} \Bigg/ \frac{1}{\beta_1} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \cosh \frac{3.54 \sqrt{\beta_1} h_1}{\sqrt{\beta_1}} \frac{1}{\beta_1} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \cos \frac{3.54 \sqrt{\beta_1} h_1}{\sqrt{\beta_1}} \frac{1}{\beta_1} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \\
 & \frac{1}{\beta_1} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \cosh \frac{7.08 \sqrt{\beta_1} h_1}{\sqrt{\beta_1}} \frac{1}{\beta_1} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{\beta_1} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \sin \frac{3.54 \sqrt{\beta_1} h_1}{\sqrt{\beta_1}} \frac{1}{\beta_1} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \sinh \frac{3.54 \sqrt{\beta_1} h_1}{\sqrt{\beta_1}} \frac{1}{\beta_1} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \\
 & \frac{1}{\beta_1} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1.77 \sqrt{\beta_1} h_1}{\beta_1^{3/2}} \frac{1}{\beta_1} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1.77 \sin \frac{3.54 \sqrt{\beta_1} h_1}{\sqrt{\beta_1}} \sqrt{\beta_1} h_1}{\beta_1^{3/2}} \frac{1}{\beta_1} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \Bigg/ \frac{1}{\beta_1} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \cosh \frac{3.54 \sqrt{\beta_1} h_1}{\sqrt{\beta_1}} \frac{1}{\beta_1} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \cos \frac{3.54 \sqrt{\beta_1} h_1}{\sqrt{\beta_1}} \frac{1}{\beta_1} \frac{1}{2} \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

(81)

$$\begin{aligned}
& \frac{a}{h_1} \sinh \frac{7.08 \sqrt{h_1}}{\sqrt{1}} \left/ \frac{1}{2} \cosh \frac{3.54 \sqrt{h_1}}{\sqrt{1}} \cos \frac{3.54 \sqrt{h_1}}{\sqrt{1}} \right. \\
& \frac{1}{2} \cosh \frac{7.08 \sqrt{h_1}}{\sqrt{1}} \sin \frac{3.54 \sqrt{h_1}}{\sqrt{1}} \\
& \sinh \frac{3.54 \sqrt{h_1}}{\sqrt{1}} \left/ \frac{1}{2} \cosh \frac{3.54 \sqrt{h_1}}{\sqrt{1}} \cos \frac{3.54 \sqrt{h_1}}{\sqrt{1}} \right. \quad (82)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{a}{h_1} 7.08 \sqrt{h_1} \sinh \frac{7.08 \sqrt{h_1}}{\sqrt{1}} \left/ \frac{1}{2} \cosh \frac{7.08 \sqrt{h_1}}{\sqrt{1}} \right. 14.16 \sqrt{h_1} \sin \frac{3.54 \sqrt{h_1}}{\sqrt{1}} \cos \frac{3.54 \sqrt{h_1}}{\sqrt{1}} \sqrt{h_1} \\
& \left/ \frac{1}{2} \sinh \frac{7.08 \sqrt{h_1}}{\sqrt{1}} \cos \frac{3.54 \sqrt{h_1}}{\sqrt{1}} \right. \\
& \frac{1}{2} \cosh \frac{7.08 \sqrt{h_1}}{\sqrt{1}} \sin \frac{3.54 \sqrt{h_1}}{\sqrt{1}} \\
& \frac{3.54 \sinh \frac{3.54 \sqrt{h_1}}{\sqrt{1}} \sqrt{h_1}}{\sqrt{1}} \left/ \frac{1}{2} \cosh \frac{3.54 \sqrt{h_1}}{\sqrt{1}} \cos \frac{3.54 \sqrt{h_1}}{\sqrt{1}} \right. \quad (83)
\end{aligned}$$



donde:

$$\ln \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2}{1}}}{\sqrt{\frac{2}{1}} \sqrt{\frac{2}{1}}}, \tag{84}$$

$$\frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2}{1}} \sqrt{\frac{2}{1}} \sqrt{\frac{2}{1}}}{\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2}{1}} \sqrt{\frac{2}{1}} \sqrt{\frac{2}{1}}}, \tag{85}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{\frac{2}{1}} \sqrt{\frac{2}{1}} \sqrt{\frac{2}{1}}}. \tag{86}$$

Entonces la matriz  $J$  estará dada por:

	2.3454	0.6861	0.0018	
	2.5964	0.6472	0.0020	
	3.6754	0.4456	0.0028	
	3.9355	0.3741	0.0030	
	4.1414	0.2510	0.0031	
	3.6246	0.1011	0.0026	
	3.1875	0.0627	0.0023	
	2.4449	0.0255	0.0016	
$J$	1.9349	0.0114	0.0014	
	1.1729	0.0020	0.0004	
	0.8056	0.0027	0.0002	
	0.8068	0.0019	0.0002	
	0.9049	0.0030	0.0001	
	0.9910	0.0002	$2.1592 \cdot 10^{-5}$	
	1.0153	$9.0638 \cdot 10^{-5}$	$2.1630 \cdot 10^{-5}$	
	1.0070	$1.5476 \cdot 10^{-5}$	$1.1048 \cdot 10^{-5}$	

Se sigue con el procedimiento de optimización no lineal hasta obtener la matriz de corrección del parámetro dado por:

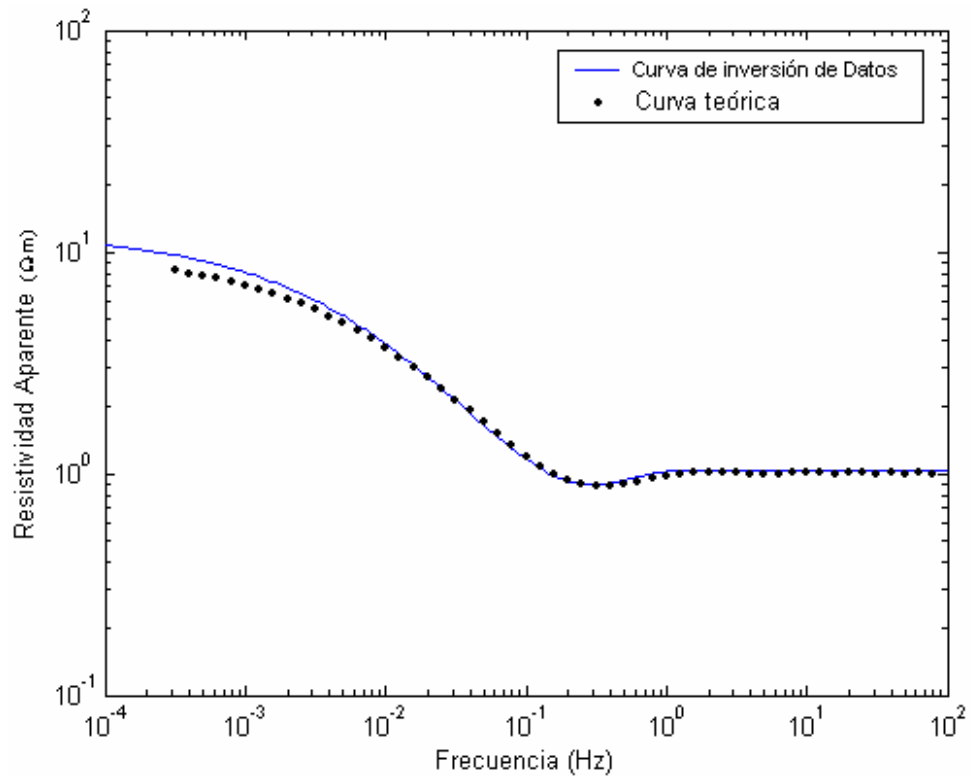
$$\Delta p = \begin{bmatrix} 0.1933 \\ 1.0949 \\ 96.5964 \end{bmatrix}$$

Por tanto se obtiene un nuevo vector de parámetros dados por:

$$P^{nue} = \begin{bmatrix} 1.0009 \\ 10.6841 \\ 1063.3400 \end{bmatrix}$$

Así los nuevos parámetros son:  $\theta_{11} = 1.0009$  m,  $\theta_{21} = 10.6841$  m y  $h_{11} = 1063.3400$  m para un error estándar  $\sigma = 0.4442$ . Para este nuevo conjunto de valores de los parámetros se vuelven a calcular los datos teóricos, la diferencia  $\Delta_{an}$  y una nueva matriz  $J$  hasta producir una nueva corrección del vector parámetro. Realizando este proceso 2 veces más, se obtiene un nuevo conjunto de parámetros que son  $\theta_1 = 1.0331$  m,  $\theta_2 = 12.2306$  m y  $h_1 = 1103.0684$  m, reemplazando estos valores en (80) se obtendrá una función que mejor ajusta los datos, obteniéndose la siguiente gráfica:

FIGURA 9. Comparación de la curva teórica de resistividad aparente con la curva experimental después de la inversión por optimización no lineal.



En la gráfica anterior se puede observar la similitud que existe entre la curva obtenida con los datos experimentales una vez se realiza el proceso de inversión de datos magnetoteléuricos y la curva teórica de resistividad aparente.

## 5. DISEÑO DEL SOFTWARE

Para la elaboración del programa computacional denominado “INVERSIÓN DE DATOS MAGNETOTELÚRICOS”, se utilizó el lenguaje de programación Matlab versión 6.5, el cual cumple con todas las normas y acuerdos legales existentes para el uso de cualquier software en las instituciones educativas. Se decidió utilizar este tipo de lenguaje por su fácil comprensión y manejo, además proporciona gran precisión en los cálculos numéricos y es un lenguaje que está orientado a objetos.

### 5.1 PRESENTACIÓN Y ESTRUCTURA DEL SOFTWARE

El programa de cálculo “Inversión de Datos Magnetotelúricos” inicia con la presentación general de éste (figura 10). Posteriormente aparece otra ventana en la cual se presenta los nombres de los diseñadores (figura 11).

FIGURA 10. Presentación del programa Inversión de Datos Magnetotelúricos.



FIGURA 11. Presentación general del programa Inversión de Datos Magnetotelúricos.



En la parte inferior de esta ventana (figura 11) aparece un botón (SIGUIENTE) que al hacer clic sobre él accede a la ventana principal del programa, donde se presentan las diferentes opciones del software (figura 12). La ventana principal está dividida en cuatro partes. En la primera (número 1) y segunda parte (número 2) se introducen las condiciones y parámetros iniciales para la ejecución del programa. Los valores de las condiciones y parámetros iniciales hacen referencia a: número de capas  $n$ , número de iteraciones, error, valores de resistividad  $\rho_n$  y espesores  $h_{n?1}$ , estos valores se utilizan en el desarrollo de los diferentes cálculos.

Activando la opción CALCULAR se realiza el tratamiento de la información correspondiente al proceso de inversión de datos magnetotelúricos el cual depende de las condiciones y parámetros introducidos inicialmente.

En la tercera parte del programa (número 3), se observan los valores de los nuevos parámetros, obtenidos una vez el programa realiza los cálculos. Además se presentan las opciones BORRAR y SALIR las cuales permiten resetear y salir respectivamente del programa. La opción "MODELO TEÓRICO" permite acceder a otra ventana (figura 13) que se describirá más adelante; la otra opción se denomina "COMPARACIÓN" y permite, como su nombre lo indica, hacer una comparación entre la curva teórica y la curva obtenida con los datos

experimentales cuando se realiza el proceso de inversión de datos magnetotelúricos, observándose la similitud que existe entre la curva obtenida después de la inversión de datos magnetotelúricos y la curva teórica.

FIGURA 12. Ventana con las opciones del programa.



La parte número 4 permite la visualización de la curva de resistividad aparente  $\rho_a$  en función de la frecuencia lineal  $f$  una vez se hallan realizado los cálculos. Esta curva depende de las condiciones y parámetros que se introducen inicialmente.

Como se mencionó anteriormente, la opción MODELO TEÓRICO (figura 13) permite acceder a una ventana para el cálculo teórico de curvas de resistividad aparente para un modelo de N capas ( $N = 1, 2, 3, \dots, n$ ). Para esto se deben introducir los valores de resistividad  $\rho_n$  y espesor  $h_n$  en sus respectivas casillas, se activa el botón de cálculo y se obtiene la curva teórica de resistividad aparente. Además se presentan las opciones BORRAR la cual permite resetear y la opción SALIR la cual nos permite regresar al menú principal.

FIGURA 13. Ventana para el cálculo teórico de curvas de resistividad aparente.



## 6. CONCLUSIONES

- ? Suponiendo que la tierra puede modelarse como un cuerpo compuesto de diferentes capas horizontales de distintos espesores y conductividades, hemos estudiado en el marco de la magnetotelúrica los campos electromagnéticos generados en el subsuelo, cuando una onda electromagnética plana monocromática incide sobre la superficie.
- ? En el desarrollo de este trabajo se ha mostrado como obtener información de la estructura interna de la tierra, utilizando el método magnetotelúrico que es uno de los más útiles en el estudio subterráneo a grandes profundidades.
- ? El programa realizado en lenguaje de programación Matlab 6.5 soluciona de forma muy adecuada la inversión de datos magnetotelúricos para complementar y optimizar el estudio de la estructura interna de la tierra. Es una herramienta muy útil desde el punto de vista pedagógico.
- ? Una de las dificultades presentadas por los métodos de inversión de datos es que al llevarlos a un lenguaje de programación estos requieren gran cantidad de memoria y almacenamiento, así como también relativamente prolongados tiempos de ejecución.



## BIBLIOGRAFÍA

BALANIS, Constantine A.. Advanced Engineering Electromagnetics. Edt. Jhon Wiley & Sons, New York, 1989.

BASOKUR, Ahmet T. Journal of the balkan Geophysical Society, vol. 2, N° 3. Ed. John Wiley and Sons, Turkey 1999. p. 63-74.

BERDICHEVSKY, Mark N. y DMITRIEV, Vladimir I.. Magnetotellurics in the Contexto of the Theory of ill-posed Problems. Ed. Michael R. Cooper. U.S.A. Oklahoma, 2002.

BORZOTTA, Enrique, MAMANÍ, Manuel J., FOURNIER, Hugo G. Contribution to the Geophysical knowledge of the region along the p parallel arallel 33°s in Argentina, through mt mts and mv mvs soundings. Preliminary síntesis, 2002,05 [online]. [citado en 2005,06,08]. Disponible en Internet: [http://www.cricyt.edu.ar/libro\\_ianigla/105%20borzotta.pdf](http://www.cricyt.edu.ar/libro_ianigla/105%20borzotta.pdf)

CHENG, David K. Fundamentos de Electromagnetismo para Ingeniería. Ed. Addison Wesley Iberoamericana, S.A. México 01900, D.F. 1997.

GOMEZ, Claudia P., MOSQUERA, Saulo., RUGELES, Alvaro. Ajuste de Curvas. Universidad de Nariño, Pasto, 2002.

INGEOMINAS. Informe Técnico de la Estación Multiparámetro del Volcán Galeras. Pasto, 2000.

KELLER, George V., Frischknecht, Frank C.. Electrical Methods In Geophysical Prospecting. Ed. Pergamon Press, Oxford– New York, 1970.

MATHEWS, John H., FINK, Kurtis D. Métodos Numéricos com Matlab. Ed. Prentice Hall, Madrid, 2000.

MATHWORKS Inc. Matlab edición de Estudiante Versión 4. Ed. Prentice Hall, España, 1996.

NABIGHIAN, Misac N.. Electromagnetic Methods In Applied Geophysics Theory Volumen I. Ed. Society of Exploration Geophysicists, 1987.

RAMOS, Sandra M., SALAZAR, Luis B. Monitoreo Electromagnético de Volcanes. Universidad de Nariño, Pasto, 2002.

REYNOLDS, John M. An Introduction to Applied an Environmental Geophysics. Ed. John Wiley and Sons, New York, 1990. p. 665-671.

SANCHEZ, F. Javier. Prospección geofísica: Sondeos Eléctricos Verticales, 2003,07,25 [online]. [citado en 2004, 11,23]. Universidad de Salamanca, España. Disponible en Internet:  
<http://web.usal.es/~javisan/hidro>

UDIAS, Agustin, MESCUA, Julio. Fundamentos de Geofísica. Alianza, Madrid, 1997.

## LISTA DE ANEXOS

### ANEXO A. Notación de variables utilizadas.

SIMBOLO	NOMBRE	UNIDADES (SI)
$E$	Intensidad del campo eléctrico	(V/m)
$D$	Desplazamiento eléctrico	(C/m <sup>2</sup> )
$H$	Intensidad del campo magnético	(A/m)
$B$	Inducción magnética	(Wb/m)
$J$	Densidad de corriente eléctrica	(A/m <sup>2</sup> )
$q$	Densidad de carga eléctrica	(C/m <sup>3</sup> )
$\epsilon$	Permitividad eléctrica	(F/m)
$\mu$	Permeabilidad magnética	(H/m)
$\rho_a$	Resistividad aparente	( $\Omega \cdot m$ )
$h$	Espesor de cada capa	(m)
$\omega$	Frecuencia angular	(Rad)
$k$	Número de onda	(Sin Unidades)
$Z$	Impedancia de onda	( $\Omega$ )
$f$	Frecuencia lineal	(Hz)