

Universidad de Nariño
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Física



**Aproximación al estudio dinámico del sistema pistón-biela-manivela de
un motor de combustión interna a gasolina de cuatro tiempos bajo
modelos matemáticos de la física clásica.**

TRABAJO DE GRADO

Para optar el título profesional de:

Físico

Juan Felipe Paredes Argoti

San Juan de Pasto, Colombia

Abril 2019

Universidad de Nariño
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Física

**Aproximación al estudio dinámico del sistema pistón-biela-manivela de
un motor de combustión interna a gasolina de cuatro tiempos bajo
modelos matemáticos de la física clásica.**

Juan Felipe Paredes Argoti

TRABAJO DE GRADO

Director:

James Perengüez López
Mg. Fotonica

San Juan de Pasto, Colombia

Abril 2019

©2019 - Juan Felipe Paredes Argoti

“Las ideas y conclusiones aportadas en la tesis de grado son responsabilidad exclusiva de los autores”

Artículo 1. del acuerdo No. 324 del 11 de Octubre de 1966, emanado por el Honorable Consejo Directivo de la Universidad de Nariño.

Todos los derechos reservados.

Nota de Aceptación

James Perengüez López

Director

Luis Aphranio Portilla Salazar

Jurado

Álvaro Rugeles Perez

Jurado

San Juan de Pasto, 11 de Abril 2019

Agradecimientos

Agradezco infinitamente a Dios por darme fuerza y guiarme en el camino del conocimiento y permitirme obtener uno de mis mayores anhelos y sueños. A mis padres , Hugo Alberto Paredes y Ana Cristina Argoti por su inmenso amor, trabajo, sacrificio y apoyo brindado. Sin ustedes, esto, no hubiese sido posible. A mis hermanos, Hugo Alberto y Luis Fernando por tanto apoyo compartido y por estar siempre presentes en cada peldaño de mi vida. Al alma mater de Nariño, a esta maravillosa universidad por compartirme el conocimiento y valores, y por enseñarme a crecer como persona; pero sobre todo por enseñarme que tanto poseo, es cuanto sé. A mis compañeros y amigos quienes también han sido cómplices de este logro.

*Este trabajo está dedicado a mis padres
por enseñarme y ser la fuente de inspiración
hacia el gusto de los motores.*

Aproximación al estudio dinámico del sistema pistón-biela-manivela de un motor de combustión interna a gasolina de cuatro tiempos bajo modelos matemáticos de la física clásica.

Resumen

Usando técnicas propias de mecánica vectorial para ingeniería, en este trabajo se presenta una aproximación al estudio dinámico del sistema pistón-biela-manivela de un motor de combustión interna de cuatro tiempos a gasolina. Para dicho propósito se analizó los diferentes elementos y características del mecanismo pistón- biela-manivela en un motor de cuatro tiempos a gasolina, por medio de modelos matemáticos de la física clásica, en donde se resaltan fuerzas producidas por la aceleración del pistón y fuerzas inerciales de los diferentes elementos que conforman el mecanismo del motor de combustión interna.

Así mismo se realiza un estudio dinámico que abarca el movimiento de las diferentes partes que conforman el mecanismo: pistón, biela y manivela o cigüeñal, cuyo movimiento se considera a partir de la energía suministrada de la explosión de la mezcla aire-combustible. Así entonces, mientras el pistón tiene un movimiento cíclico periódico a lo largo del cilindro; La biela conectada por un pasador al pistón describe el mismo movimiento de éste y lo transfiere al cigüeñal, el que a su vez convierte el movimiento lineal en un movimiento de rotación. Finalmente en la aproximación al estudio dinámico del sistema, el resultado fue una ecuación de movimiento que describe el sistema pistón-biela-manivela de un motor de combustión interna a gasolina, en un determinado tiempo, y con el cálculo de fuerzas inerciales en las diferentes partes encontramos la fuerza a la que está sometida el sistema.

Approach to the dynamic study of the piston-rod-crank system of a four stroke internal combustion engine under mathematical models of classical physics.

Abstract

Using mainly techniques of vector mechanics for engineering, this paper presents an approach to the dynamic study of the piston-connecting rod-crank system of a four-stroke petrol internal combustion engine. For this purpose, different characteristics of the piston-biela-crank mechanism were analyzed by equations and calculations in four-stroke petrol engines, where it takes into account forces produced by the acceleration of the piston and inertial forces of the different elements that make up the mechanism of the Internal combustion engine. It is complemented by a kinematic study that covers the movement of different parts of the mechanism such as: piston, connecting rod and crank or crankshaft, whose movement is considered from the energy supplied from the explosion of the air-fuel mixture. Then, Initially the piston has a periodic cyclic movement along the cylinder; the connecting rod connected by a piston pin describes the same movement of the piston and transfers it to the crankshaft, which turns the linear movement into a rotating movement. In this approach to the dynamic study of the system, the result was a movement equation that describes the piston-rod-crank system of a gasoline internal combustion engine in a determined time and also with inertial forces calculation in the different parts, it finds the force which is subjected to the system.

Índice general

Título	I
Título	II
Aceptación	V
Agradecimientos	VI
Dedicatoria	VII
Resumen	VIII
Abstract	IX
Índice de figuras	XII
Glosario	XIII
1. Introducción	1
1.1. Objetivos	3
1.1.1. Objetivo General	3
1.1.2. Objetivos específicos	3
2. Generalidades de un motor de combustión interna de cuatro tiempos a gasolina.	4
2.1. Composición de un motor de combustión interna de cuatro tiempos a gasolina.	4
2.2. Procesos en un motor de combustión interna de cuatro tiempos a gasolina. . .	6
3. Elementos que conforman al sistema pistón-biela-manivela.	12
3.1. Pistón	12
3.2. Biela	16
3.3. Manivela o Cigüeñal	18
4. Revisión de conceptos previos matemáticos y físicos.	20
4.1. Elementos de cinemática del cuerpo rígido	20
5. Estudio del sistema pistón-biela-manivela en un motor de combustión interna de cuatro tiempos a gasolina.	25
5.1. Dimensiones y partes básicas del sistema.	25
5.2. Estudio Cinemático del mecanismo.	28
5.3. Masas equivalentes	33
5.4. Fuerzas de inercia	37
5.5. Ecuación de movimiento del sistema pistón-biela-manivela.	39
5.6. Fuerzas debida a la combustión	46
5.7. Configuración para un motor de combustión interna a gasolina de cuatro pistones en linea.	52

5.7.1. Ecuación de movimiento	52
5.7.2. Determinación de parámetros.	54
6. Conclusiones	55
Bibliografía	57

Índice de figuras

2.1. Componentes básicos del motor de combustión interna de cuatro tiempos a gasolina [1].	5
2.2. Tiempo de admisión [1].	7
2.3. Tiempo de compresión [1].	8
2.4. Tiempo de expansión [1].	9
2.5. Tiempo de escape [1].	10
3.1. Diagrama de las partes del pistón. Imagen tomada de la Ref. [16]	13
3.2. Fuerzas en un pistón, Ref. [8]	14
3.3. Diagrama de las partes de la biela. Imagen tomada de la Ref. [17]	16
3.4. pasador que une pistón y biela. Imagen tomada de la Ref. [19]	17
3.5. Diagrama de las partes del cigüeñal. Imagen tomada de la Ref. [21]	18
4.1. Relación vectorial entre velocidad angular, velocidad lineal y posición [3]. . .	22
5.1. Geometría básica del mecanismo pistón-biela-manivela. [11]	26
5.2. Vectores posición del mecanismo.	28
5.3. Pistón-biela-manivela. Centro de gravedad de la biela.	33
5.4. Pistón-biela-manivela. Centro de gravedad de la manivela.	36
5.5. Dimensiones principales en el mecanismo pistón-biela-manivela [9]	40
5.6. Diagrama de cuerpo libre para el pistón.	46
5.7. Diagrama de cuerpo libre para la Biela.	48
5.8. Diagrama de cuerpo libre para la manivela.	49
5.9. Motor de 4 pistones en línea.	53

Glosario

- Bastidor:** armazón metálica que sirve para fijar y relacionar entre sí los distintos órganos y grupos mecánicos del automóvil.
- Biela:** Pieza rígida usada en un mecanismo para transformar el movimiento lineal en movimiento de rotación.
- Bulón:** Pieza metálica de forma cilíndrica, muy resistente que tiene como función unir el pistón y la biela.
- Carrera:** movimiento que se produce en el pistón desde el punto muerto superior (PMS) hasta el punto muerto inferior (PMI).
- Cigüeñal:** Pieza que hace parte de un motor que consiste en un eje con varios codos, en cada uno de los cuales se ajusta una biela, y está destinada a transformar el movimiento rectilíneo de los pistones en rotativo.
- Diagrama de cuerpo libre:** Gráfico donde se representan las fuerzas que actúan sobre un cuerpo.
- Dinámica:** Estudia las fuerzas que actúan sobre un cuerpo y los efectos que producen el movimiento de los cuerpos.
- Fuerza neta:** Suma de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo.
- Fuerzas inerciales:** Fuerza que actúa sobre la masa cuando un cuerpo está sometido a una aceleración.
- Manivela:** Pieza mecánica, generalmente de hierro, con forma de ángulo recto, que, al darle movimiento rotatorio, hace girar un eje y pone en funcionamiento un mecanismo.

- Motor combustión interna:** Máquina que obtiene energía mecánica directamente de la reacción que se produce entre un material oxidante (gasolina) y el oxígeno al interior de la cámara de combustión.
- Motor de cuatro tiempos:** Motor de combustión interna que realiza cuatro carreras del pistón para completar un ciclo termodinámico.
- Movimiento alternativo:** movimiento repetitivo hacia arriba y hacia abajo o hacia delante y hacia atrás.
- Movimiento cíclico:** Movimiento que se repite una y otra vez, es decir que un objeto pase por un punto una y otra vez.
- Pistón:** Pieza rígida que forma parte de un mecanismo que se mueve de forma alternativa dentro de un cilindro.
- Punto muerto inferior (PMI):** posición del pistón que corresponde al máximo volumen de la cámara de combustión.
- Punto muerto superior (PMS):** posición del pistón que corresponde al mínimo volumen de la cámara de combustión.
- Rotación:** Giro que realiza un cuerpo alrededor de su punto determinado.

Capítulo 1

Introducción

Desde el invento de la maquina a vapor y gracias a Karl Bens y Damlier Gottlieb, quienes lograron cambiar el mundo de los motores con el mecanismo de la biela acompañado de la manivela, siendo este mecanismo inventado desde Egipto donde su creador es aún desconocido [15], el ser humano ha optado por construir mecanismos que faciliten una mayor comodidad para su diario vivir.

El éxito de éste se produjo en el momento exacto donde el ser humano comienza a cambiar el mundo y a centrarse en una parte de la historia de la humanidad llamada revolución industrial donde pasamos de un uso de medio de transporte un poco convencional a crear y usar maquinas más avanzadas. En medio de toda esta revolución se usan mecanismos como la biela y manivela en donde su funcionamiento consistía en convertir el movimiento rectilíneo alternativo en movimiento de rotación.

El propósito de este trabajo es realizar una aproximación al estudio dinámico del sistema pistón-biela-manivela de un motor de combustión interna a gasolina de cuatro tiempos bajo modelos matemático de la física clásica. El planteamiento de este problema se centra en el estudio funcional del mecanismo pistón-biela-manivela donde gracias a la física clásica se permite llevar a cabo el análisis teórico y el conocimiento del funcionamiento interno, además de las fuerzas de aceleración, la composición y función de este mecanismo en un motor de cuatro tiempos.

Para alcanzar el objetivo planteado se estudiaron técnicas de mecánica vectorial para ingenieros para determinar las variables cinéticas; posición, velocidad, aceleración y de igual manera las fuerzas que experimenta el mecanismo en el momento de la combustión; de igual

forma se estudio el funcionamiento y las diferentes partes de las piezas rígidas que conforman el sistema pistón-biela-manivela de un motor de combustión interna de cuatro tiempos.

Este trabajo está organizado en cinco capítulos. En el capítulo dos se describe un motor de combustión interna a gasolina con sus diferentes partes, compuesto por el mecanismo pistón-biela-manivela, el cual desempeña un movimiento al estar encendido. El motor que ayuda con la descripción está compuesto de cuatro pistones, es decir cuatro mecanismos pistón-biela-manivela usado para transformar la energía química a energía mecánica por medio de este. Posteriormente se describen las partes del mecanismo y consideramos los cuatro tiempos en los que estamos trabajando así: admisión, compresión, combustión o explosión y escape.

En el capítulo tres, se describen los elementos que conforman el mecanismo pistón-biela-manivela, como el pistón, el bulón, la biela y la manivela (cigüeñal). Profundizamos en cada uno de estos elementos resaltando su composición y partes, además de su función.

Para el cuarto capítulo se realiza una revisión de conceptos que se aplicaran al estudio del mecanismo pistón-biela-manivela.

En el quinto capítulo se estudia la dinámica del mecanismo involucrada en el motor de combustión interna, en este se describen las dimensiones del sistema y se calcula por medio de vectores y modelos matemáticos de la física clásica: la posición, la velocidad y la aceleración del pistón y la biela. Además se determina la ecuación del movimiento por medio de la energía cinética rotacional de la biela y el cigüeñal, y la energía lineal del pistón, determinando así la ecuación de movimiento del sistema pistón-biela-manivela; posteriormente consideremos la fuerzas que actúan en las diferentes partes del mecanismo, teniendo en cuenta los vectores de fuerzas, masas equivalentes y sus diferentes dimensiones, como centros de gravedad en el caso de la manivela (cigüeñal) y la biela. y determinamos sus aceleraciones debido al centro de masa. Con ayuda de las ecuaciones matemáticas, consideradas en el movimiento tanto de la biela como del cigüeñal determinamos la fuerza debida a cada una de ellas y los momentos de rotación de las mismas, además de la fuerza del pistón con su masa y su aceleración. Para ello se tiene en cuenta el diagrama de fuerzas del cuerpo libre de los elementos del mecanismo para determinar la fuerza que actúa sobre el mecanismo.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo General

Realizar una aproximación al estudio dinámico del sistema pistón-biela-manivela de un motor de combustión interna a gasolina de cuatro tiempos bajo modelos matemático de la física clásica.

1.1.2. Objetivos específicos

- Realizar el estudio de algunas técnicas propias de la dinámica vectorial para ingenieros, que permita determinar las expresiones matemáticas fundamentales de la dinámica en el sistema considerado.
- Realizar una contextualización sobre los motores de combustión interna, en particular, del motor de cuatro tiempos, haciendo especial énfasis en el sistema pistón-biela-manivela.
- Aplicar técnicas estudiadas en el primer objetivo específico, para el estudio de la dinámica del sistema pistón-biela-manivela en un motor de combustión interna de cuatro tiempos a gasolina.

Capítulo 2

Generalidades de un motor de combustión interna de cuatro tiempos a gasolina.

2.1. Composición de un motor de combustión interna de cuatro tiempos a gasolina.

Los motores de combustión interna son motores térmicos que realizan la combustión en el interior de la maquina. Como consecuencia se presenta el desplazamiento lineal de un embolo sujeto a un mecanismo pistón-biela-manivela, y de esta manera se obtiene energía mecánica (movimiento de los mecanismos), a partir de la energía química (producida por la reacción química).

Un esquema básico de un motor de combustión interna de cuatro tiempos a gasolina es mostrado en la figura 2.1, en esta se presentan diferentes mecanismos que son descritos brevemente a continuación:

- Cilindro: Pieza de forma cilíndrica en el cual el pistón se desplaza.
- Válvulas: Elemento que permite la admisión de la mezcla aire-combustible al cilindro, como también el escape de gases producidos por la combustión.
- Bloque: Pieza que aloja los cilindros y soportes de apoyo del cigüeñal.

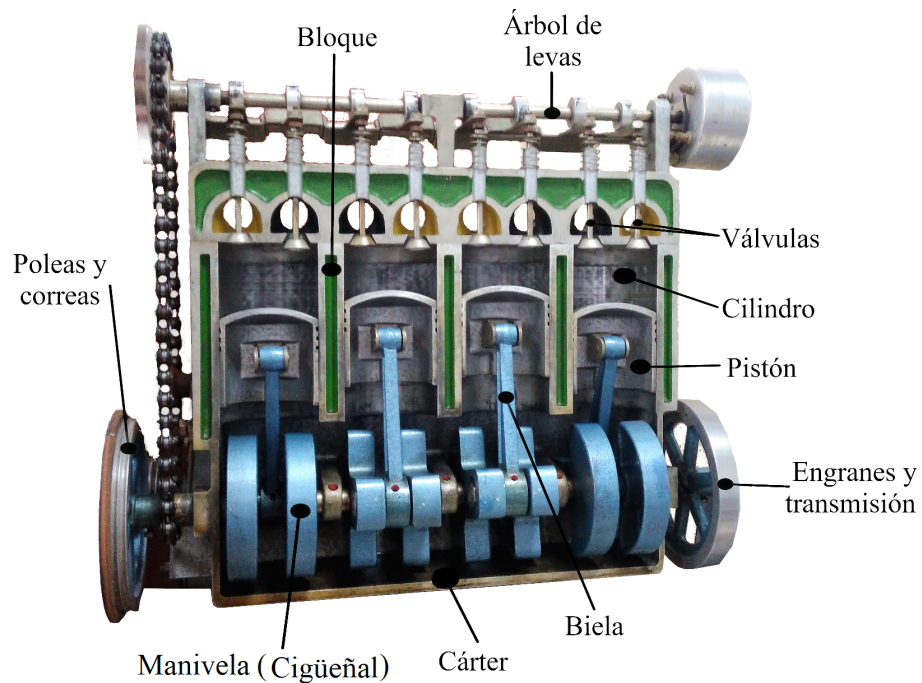


Figura 2.1: Componentes básicos del motor de combustión interna de cuatro tiempos a gasolina [1].

- **Árbol de levas:** Elemento que controla la apertura y el cierre de las válvulas de admisión y escape.
- **Poleas y correas:** Mecanismos debidamente ordenados que transmiten la potencia mecánica del cigüeñal al árbol de levas.
- **Pistón:** Pared móvil del cilindro que permite el aumento y disminución del volumen del cilindro en forma lineal.

- **Cárter:** Deposito de aceite para la lubricación de las partes móviles, ubicado en la parte inferior del motor.
- **cigüeñal:** Pieza que incluye el movimiento rotativo y permite la transferencia de potencia mecánica desempeñándose como manivela.
- **biela:** Pieza que conecta el pistón con el cigüeñal, permitiendo la transformación de movimiento lineal en movimiento rotativo.
- **Engranes y transmisión:** Elementos de conexión entre el cigüeñal y la transmisión para transferir potencia mecánica.

2.2. Procesos en un motor de combustión interna de cuatro tiempos a gasolina.

Algunos motores de combustión interna, entre ellos los motores de cuatro tiempos a gasolina, realizan un movimiento periódico repetitivo que se evidencia en cada uno de los pistones y se denomina ciclo de Otto. Este ciclo se compone de diferentes procesos llamados tiempos, en los cuales el embolo o pistón realiza cuatro carreras y el cigüeñal dos vueltas.

Los tiempos que conforman al ciclo termodinámico en motores de combustión interna a gasolina están descritos en las siguientes figuras:

Admisión: Proceso que se efectúa al momento en que la carrera del pistón desciende por el cilindro aspirando la mezcla aire-combustible cuando la válvula de admisión se encuentra abierta y la de escape cerrada. Por consiguiente el cigüeñal a girado media vuelta.

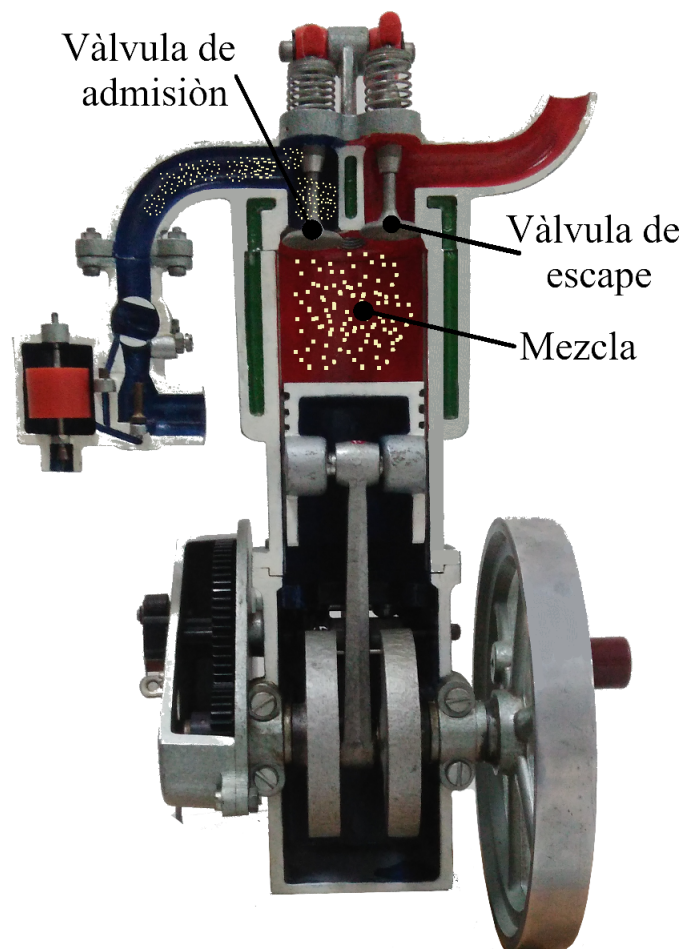


Figura 2.2: Tiempo de admisión [1].

Compresión: Al final del proceso de admisión, tanto la válvula de admisión como la de escape se encuentran cerradas y la carrera del pistón es ascendente, comprimiendo la mezcla aspirada. Por lo tanto, el cigüeñal a girado un vuelta completa.

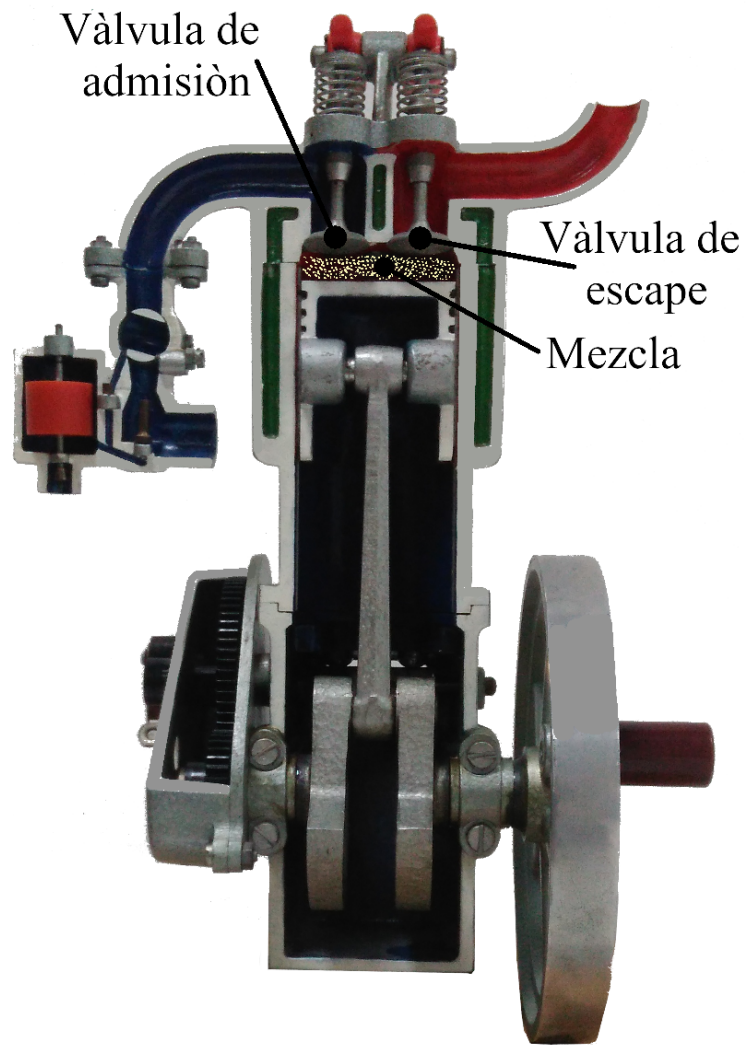


Figura 2.3: Tiempo de compresión [1].

Combustión: Al alcanzar la compresión máxima, la mezcla es encendida por medio de una chispa generada por una bujía, provocando una expansión del gas a temperatura elevada y una carrera del pistón descendente. Como consecuencia el cigüeñal a girado vuelta y media.

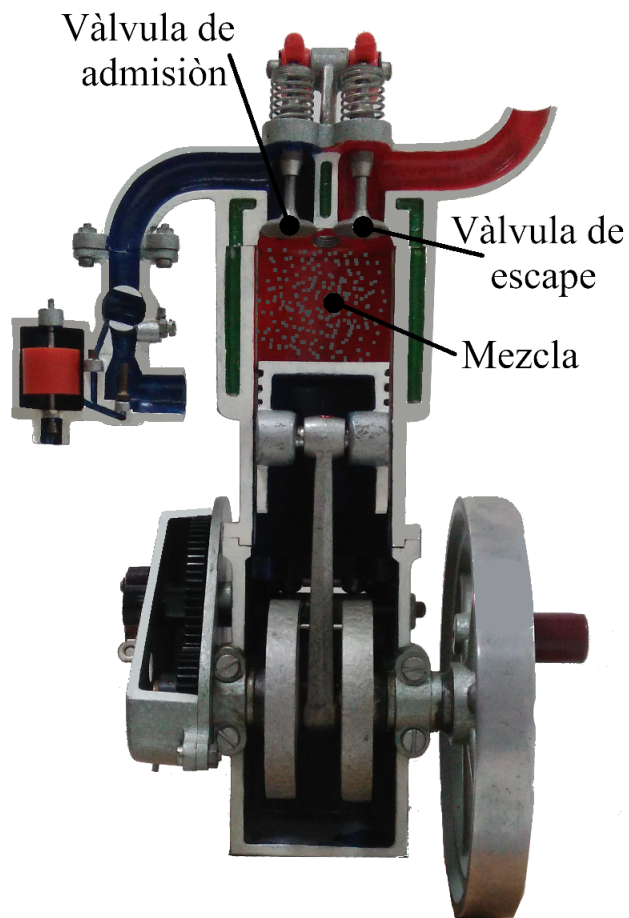


Figura 2.4: Tiempo de expansión [1].

Escape: Finalmente, la válvula de escape se abre y los gases de la combustión son expulsado porque la carrera del pistón es ascendente. Respecto al cigüeñal, este ha girado dos vueltas completas al momento de alcanzar la máxima carrera superior. Posterior a este tiempo el ciclo se repite nuevamente con la admisión.

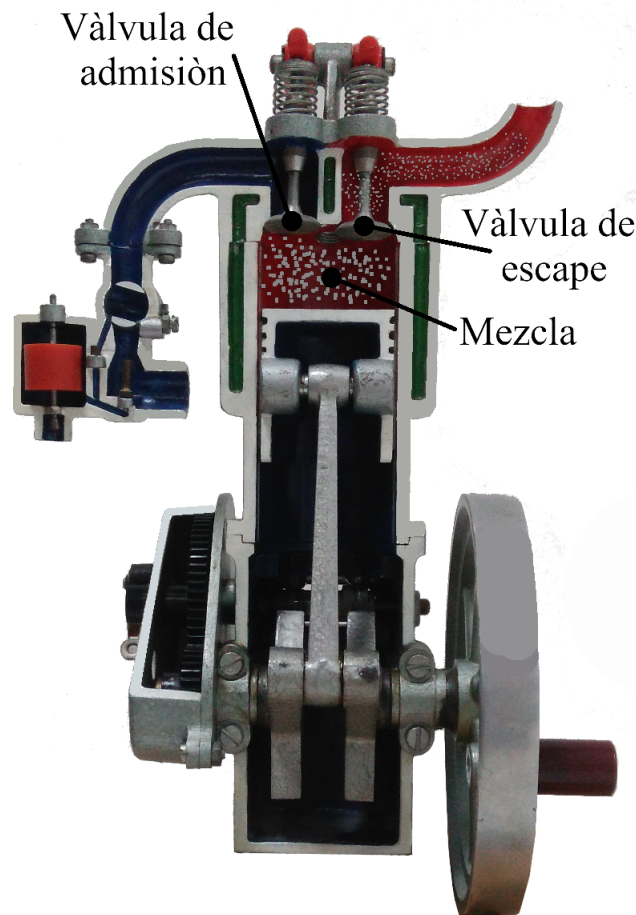


Figura 2.5: Tiempo de escape [1].

El intercambio de masa con el exterior se realiza en los tiempos correspondientes a la admisión y escape. En los tiempos intermedios como son compresión y combustión, se realizan sin intercambiar ni interactuar con el exterior por lo tanto son aislados y constituyen el ciclo termodinámico del motor.

En la figura 2.1 se describe un motor de combustión interna de cuatro tiempos compuesto de cuatro pistones ubicados en los cilindros en la parte central del bloque, cada pistón esta sujeto al cigüeñal por medio de una biela. El cigüeñal permite transmitir potencia mecánica al árbol de levas el cual acciona las válvulas tanto de admisión como de escape y la chispa de la bujía por el distribuidor, por medio de poleas y correas de diferentes tamaños. De igual manera, el cigüeñal se conecta con la transmisión para obtener diferentes velocidades.

Nos enfocaremos en el sistema en particular siendo éste el punto central del trabajo, describiremos sus partes y esencialmente haremos una aproximación al estudio dinámico.

Capítulo 3

Elementos que conforman al sistema pistón-biela-manivela.

3.1. Pistón

Estructura y composición.

Parte fundamental de los motores de combustión interna, es posible encontrarlo en diferentes tamaños, composición y diseños según su uso. El pistón es el elemento con el cual se inicia el movimiento, convirtiendo el movimiento lineal al recorrer el cilindro, en un movimiento circular en el cigüeñal. Usualmente el movimiento desempeñado por los pistones es denominado movimiento alternativo o alternante. El mencionado movimiento se presenta en el tiempo de la combustión.

En la figura 3.1, se muestran las diferentes partes del pistón.

- Cabeza del pistón: Parte superior del pistón la cual se encuentra en contacto con la mezcla y los residuos de combustión en los procesos termodinámicos. Ésta es de menor tamaño (angosta), para permitir dilatación al momento de un incremento en la temperatura. Se presenta de diversas formas según las especificaciones del motor.
- Anillos de compresión: Orificios donde se ubican los anillos que evitan el paso de gases (mantener sello) y el roce, asegurando una distancia adecuada entre el pistón y el cilindro.
- Anillo de aceite: Cavidad donde se ubica el anillo el cual evita el paso de aceite hacia el cilindro y controla la lubricación.

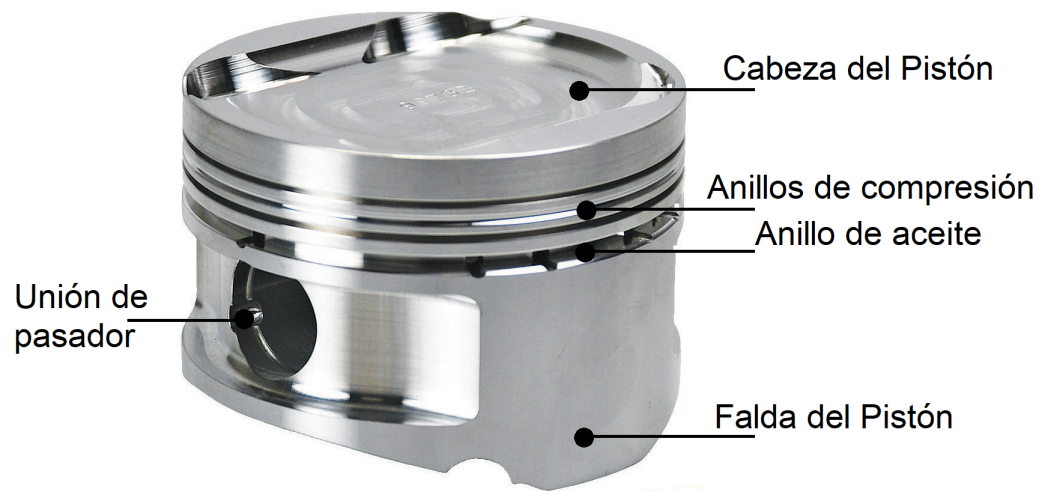


Figura 3.1: Diagrama de las partes del pistón. Imagen tomada de la Ref. [16]

- Falda del pistón: Parte comprendida desde el anillo de aceite hasta el extremo inferior del pistón; es una superficie lisa para el desplazamiento y guía al pistón en el cilindro.
- Unión de pasador: agujero situado en la falda que permite la unión del pistón y la biela por medio de un pasador tubular.

Funciones.

Elemento de transmisión de potencia

La energía almacenada en el combustible se convierte rápidamente en calor y presión durante la combustión. Estos valores aumentan rápidamente en un corto tiempo, debido a esto el pistón como parte móvil cumple la tarea de convertir esta energía almacenada en trabajo mecánico.

La presión del gas actúa sobre la cabeza del pistón y las fuerzas de inercia oscilantes, referidas como fuerza de inercia del pistón y la biela crean la fuerza del pistón $\vec{F}_I$. Debido a la redirección de la fuerza del pistón. En la dirección de la biela se crea una fuerza $\vec{F}_B$ donde surge una componente adicional, fuerza lateral $\vec{F}_L$, ésta presiona la falda del pistón

contra la pared del cilindro y es conocida como la fuerza normal. En el transcurso de un ciclo la dirección de la fuerza lateral cambia varias veces de un lado a otro [8].

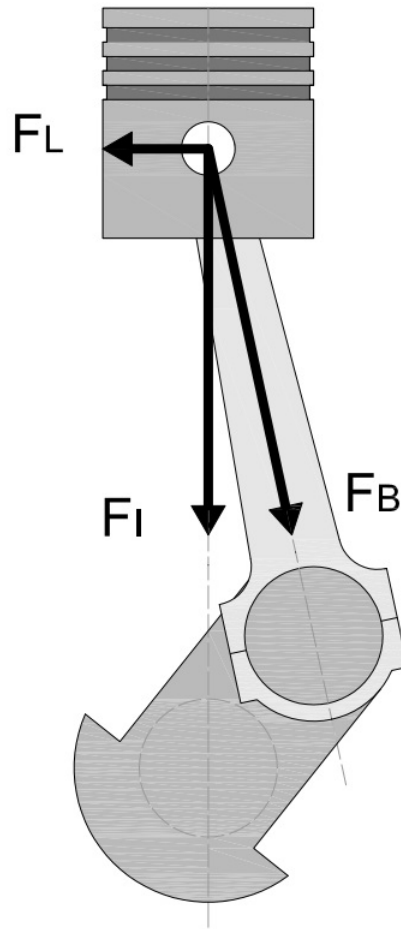


Figura 3.2: Fuerzas en un pistón, Ref. [8]

Las fuerzas experimentadas anteriormente deben ir acompañadas de un sellado en perfecto estado para un mejor aprovechamiento del motor.

Sellado y disipación del calor

Al ser el pistón un componente móvil dentro del cilindro, éste junto a los anillos del pistón deben cumplir la función de sellado, que básicamente trata de tener separado la cámara de

combustión y el deposito donde se almacena el liquido lubricante (aceite).

En los motores de cuatro tiempos, la cabeza del pistón tiene una forma similar a los bordes de una taza. Esta forma en el pistón ayuda absorber calor y reducir la capacidad de carga del componente. La disipación de calor se da por medio de los anillos, la falda del pistón, el liquido lubricante (aceite) que entra en contacto por la parte inferior del pistón y el liquido refrigerante que fluye por conductos en el bloque.

Otras funciones del pistón.

Las funciones más importantes desempeñadas por el pistón además de las comentadas anteriormente son:

- Transmisión de fuerza desde y hacia el gas.
- Delimitador variable de la cámara de trabajo (Cilindro).
- Sellado de la cámara de trabajo.
- Disipación de calor.
- Soporte en la formación de la mezcla (Por medio de forma adecuada de la cabeza del pistón.)
- Soporte de intercambio de carga mediante la carga y descarga.

3.2. Biela

Estructura y composición.

Es el elemento que sirve de unión entre el pistón y el cigüeñal, su fabricación es el acero al carbono aleado con níquel (Ni) y cromo (Cr), con un tratamiento adecuado para obtener las elevadas características mecánicas que se precisan.[18] En la siguiente figura se pueden distinguir las partes de la biela:

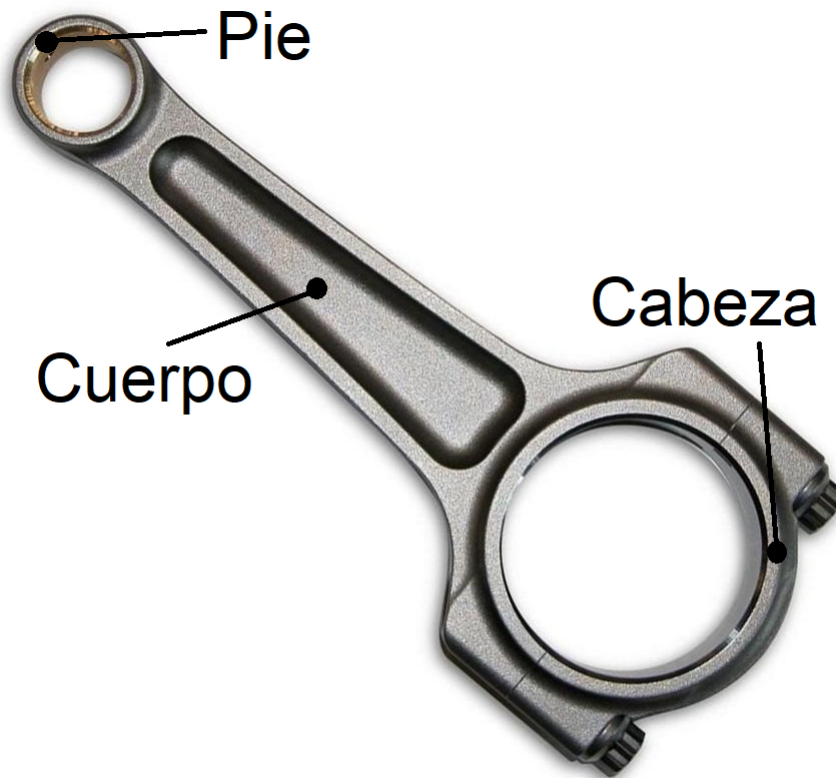


Figura 3.3: Diagrama de las partes de la biela. Imagen tomada de la Ref. [17]

- Pie: Es la parte más estrecha de la biela. Se une al pistón a través del bulón. El pie tiene un movimiento oscilante. [18]

- **Cuerpo:** Es la parte más larga de la biela, situada entre el pie y la cabeza. Es la zona sometida a los esfuerzos generados por la combustión. [18]
- **Cabeza:** Es la parte más ancha y se une al codo o muñequilla del cigüeñal. Para facilitar el montaje en los codos del cigüeñal, la cabeza se divide en dos partes. Una parte llamada semicabeza, que va unida directamente a la biela, y la otra llamada sombrerete, siendo la parte desmontable que se unirá a la semicabeza a través de unos tornillos o pernos. [18]

Función.

Su función principal es transformar el movimiento lineal del pistón en movimiento rotativo, por medio de la fuerza recibida en el pistón por la combustión hasta el cigüeñal. Está sometida a grandes esfuerzos, tales como tracción, flexión y compresión. [18]

Debe tener una longitud que guarde relación directa con el radio de giro de la muñequilla del cigüeñal y la magnitud de los esfuerzos a transmitir. Tiene que ser lo suficientemente robusta para que soporte las solicitaciones mecánicas que se originan. [20]

Bulón

La unión de la biela con el pistón se realiza a través de un pasador o bulón, el cual permite la articulación de la biela y soporta los esfuerzos a que está sometido aquel. Debe tener una estructura robusta y a la vez ligera para eliminar peso.



Figura 3.4: pasador que une pistón y biela. Imagen tomada de la Ref. [19]

3.3. Manivela o Cigüeñal

Estructura y composición.

Es un eje denominado también árbol motor. El material usado en la construcción de cigüeñales es muy variado principalmente de acero especial, depende principalmente del tamaño de éste y también de factores como la velocidad y potencia del motor, las superficies de rozamiento son pulidas para evitar desgaste. Las principales partes del cigüeñal se muestran en la siguiente figura:

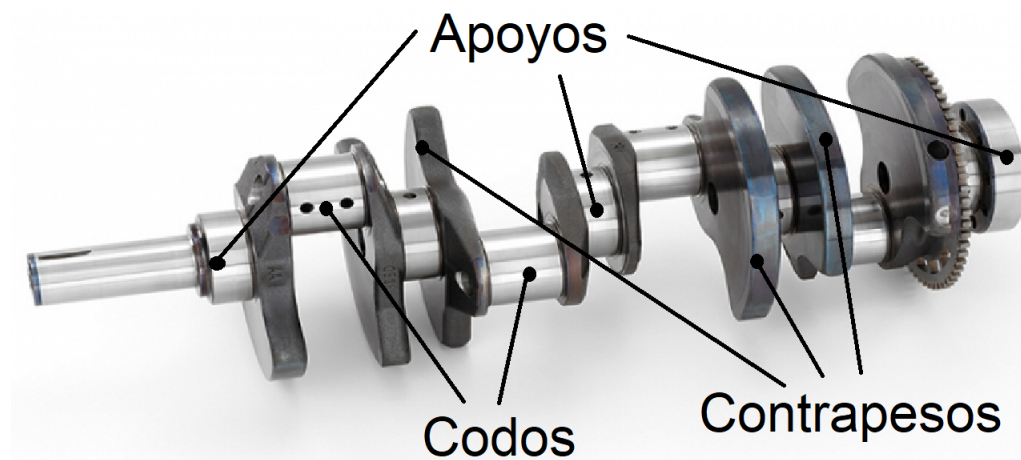


Figura 3.5: Diagrama de las partes del cigüeñal. Imagen tomada de la Ref. [21]

- **Apoyos:** Son las partes que sirven de sujeción al cigüeñal en el bloque. Éstos estarán alineados respecto al eje de giro y su número será igual al número de cilindros del motor más uno. [18]
- **Codos o muñequillas:** Situados excéntrica mente respecto al eje del cigüeñal. Son los lugares sobre los que se montan las cabezas de biela. En los motores en línea el número de codos será igual al número de cilindros. En los motores en "V" será igual a la mitad del número de cilindros, acortando la longitud del motor; en cada codo se montan dos bielas. [18]

- Contrapesos: Son unas masas perfectamente repartidas en relación con el eje de rotación, de forma que el cigüeñal siempre quede equilibrado evitando posibles vibraciones del motor. [18]

Para la lubricación lleva unas canalizaciones que atraviesa toda la longitud del cigüeñal, con puntos de salida en codos y apoyos.

Función.

Su función es la de convertir el movimiento lineal del pistón, en movimiento giratorio, para transmitirlo posteriormente a las ruedas a través del sistema de transmisión. Además, está encargado, en su extremo anterior, de accionar una serie de elementos y sistemas fundamentales como son: [18]

- El árbol de levas del sistema de distribución.
- La bomba de agua del sistema de refrigeración.
- La bomba de la dirección asistida, si estuviera instalada.
- El alternador.
- El aire acondicionado, si estuviera instalado.
- El volante de inercia en su extremo posterior. [18]

Capítulo 4

Revisión de conceptos previos matemáticos y físicos.

4.1. Elementos de cinemática del cuerpo rígido

Para analizar el movimiento de rotación de un cuerpo rígido debemos conocer su momento angular respecto a su centro de masa [2]. Siendo $\mathbf{R}$ el vector de posición del centro de masa respecto al origen del sistema de referencia Σ , se define el momento angular total como:

$$\mathbf{L} = \mathbf{R} \times M\dot{\mathbf{R}} + \sum_j \mathbf{r}_j \times m_j \dot{\mathbf{r}}_j \quad (4.1)$$

siendo M la masa total y $\dot{\mathbf{R}}$ la velocidad del centro de masa. El primer termino de la relación anterior representa el momento angular debido al movimiento del centro de masa; el segundo termino describe el momento angular respecto al centro de masa de cada una de las partículas que componen el cuerpo rígido, siendo $\mathbf{r}_j$ el vector de la posición de m_j referente al centro de masa [2].

El torque total referido al origen del sistema Σ se define como:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{R} \times M\ddot{\mathbf{R}} + \sum_j \mathbf{r}_j \times m_j \ddot{\mathbf{r}}_j. \quad (4.2)$$

donde $M\ddot{\mathbf{R}}$, es la fuerza efectuada por el cuerpo rígido respecto al sistema de referencia Σ , $\ddot{\mathbf{R}}$ la aceleración del centro de masa y M la masa total; $\sum_j m_j \ddot{\mathbf{r}}_j$ es la fuerza total una de las partículas del cuerpo rígido aplicada respecto el centro de masa del mismo [2].

Observando la relación anterior podemos afirmar que $\boldsymbol{\tau} = d\mathbf{L}/dt$, de modo que:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\tau} &= \frac{d}{dt} \left(\mathbf{R} \times M\dot{\mathbf{R}} + \sum_j \mathbf{r}_j \times m_j \dot{\mathbf{r}}_j \right) \\ &= \mathbf{R} \times M\ddot{\mathbf{R}} + \frac{d}{dt} \left(\sum_j \mathbf{r}_j \times m_j \dot{\mathbf{r}}_j \right).\end{aligned}\tag{4.3}$$

Tomando como origen el centro de masa, el primer termino se anula por lo cual el torque total toma la forma:

$$\boldsymbol{\tau}_{cm} = \frac{d}{dt} \left(\sum_j \mathbf{r}_j \times m_j \dot{\mathbf{r}}_j \right),\tag{4.4}$$

donde el subíndice cm indica que la cantidad es medida respecto al centro de masa. Es decir, el torque alrededor del centro de masa, es la tasa de cambio del momento angular respecto al mismo, por lo tanto el momento angular alrededor del centro de masa es: $\mathbf{L}_{cm} = \sum_j \mathbf{r}_j \times m_j \dot{\mathbf{r}}_j$ [2].

Ahora expresaremos el momento angular para un cuerpo rígido en términos de su velocidad angular $\boldsymbol{\omega}$. Siendo la velocidad angular una cantidad vectorial cuya dirección es perpendicular al plano de movimiento y $\mathbf{r}_j$ una longitud fija con respecto al centro de masa. se determina la velocidad tangencial o lineal del sistema como $v = (\omega r \sin \gamma)$, siendo γ el angulo que forman el vector de velocidad angular y el vector posición [2], como lo podemos observar en la siguiente figura.

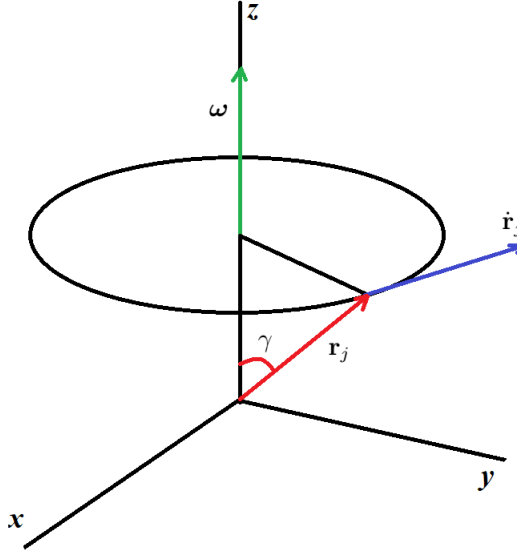


Figura 4.1: Relación vectorial entre velocidad angular, velocidad lineal y posición [3].

Por consiguiente la relación se cumple, tanto en magnitud como en dirección que:

$$\dot{\mathbf{r}}_j = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_j \quad (4.5)$$

Reemplazando la anterior expresión en el momento angular:

$$\mathbf{L}_{cm} = \sum_j \mathbf{r}_j \times m_j (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_j) \quad (4.6)$$

El producto presentado en la anterior relación puede ser reescrito utilizando la siguiente identidad vectorial $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C})\mathbf{B} - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})\mathbf{C}$ [2].

Siendo $\boldsymbol{\omega} = \omega_x \hat{i} + \omega_y \hat{j} + \omega_z \hat{k}$, tenemos que:

$$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} = (z\omega_y - y\omega_z)\hat{i} + (x\omega_z - \omega_x z)\hat{j} + (y\omega_x - x\omega_y)\hat{k}. \quad (4.7)$$

a continuación presentaremos el desarrollo explícito para la componente L_x :

$$L_x = [\mathbf{r} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})]_x = y(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})_z - z(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})_y. \quad (4.8)$$

De las dos relaciones anteriores obtenemos:

$$\begin{aligned} [\mathbf{r} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})]_x &= y(y\omega_x - x\omega_y) - z(x\omega_z - \omega_x) \\ &= (y^2 + z^2)\omega_x - xy\omega_y - xz\omega_z. \end{aligned}$$

Por lo tanto

$$L_x = \sum m_j(y_j^2 + z_j^2)\omega_x - \sum m_j x_j y_j \omega_y - \sum m_j x_j z_j \omega_z. \quad (4.9)$$

La forma de la relación anterior sugiere las siguiente definiciones:

$$\begin{aligned} I_{xx} &= \sum m_j(y_j^2 + z_j^2) \\ I_{xy} &= - \sum m_j x_j y_j \\ I_{xz} &= - \sum m_j x_j z_j \end{aligned} \quad (4.10)$$

donde I_{xx} se denomina momento de inercia que se introduce para la rotación del eje x fijo, y las cantidades I_{xy} y I_{xz} son productos de inercia, éstos son simétricos en x y y de modo que $I_{xy} = I_{yx}$ [2].

Las relaciones correspondientes a $\mathbf{L}_y$ y $\mathbf{L}_z$, pueden ser obtenidas de la correspondiente a $\mathbf{L}_x$ bajo las sustituciones $x \rightarrow y$, $y \rightarrow z$, $z \rightarrow x$. Las componentes pueden ser escritas de la siguiente manera:

$$L_x = I_{xx}\omega_x + I_{xy}\omega_y + I_{xz}\omega_z, \quad (4.11a)$$

$$L_y = I_{yx}\omega_x + I_{yy}\omega_y + I_{yz}\omega_z, \quad (4.11b)$$

$$L_z = I_{zx}\omega_x + I_{zy}\omega_y + I_{zz}\omega_z, \quad (4.11c)$$

donde la forma de éstas sugiere que las mismas pueden ser reescritas en forma matricial, Definiendo el tensor de inercia:

$$\tilde{\mathbf{I}} = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix}. \quad (4.12)$$

Una vez definida esta matriz podemos reescribir la ecuación (4.11) de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} [2] \quad (4.13)$$

Las anteriores definiciones y relaciones se usaran en cálculos al estudiar la dinámica del pistón.

Capítulo 5

Estudio del sistema pistón-biela-manivela en un motor de combustión interna de cuatro tiempos a gasolina.

El mecanismo pistón-biela-manivela es usado comúnmente y se encuentra en su mayoría en motores de combustión interna y compresores alternativos para convertir el movimiento rotativo de la manivela en movimiento de traslación alternativo del pistón, o viceversa.

5.1. Dimensiones y partes básicas del sistema.

Inicialmente caracterizaremos geométricamente las dimensiones de los elementos mas importantes del mecanismo pistón-biela-manivela y del cilindro. Se puede observar en la figura 5.1 la geometría básica del mecanismo pistón-biela-manivela de un motor de combustión interna a gasolina.

De la gráfica 5.1 nos muestra diferentes variables que corresponden a: 1: cilindro, 2: manivela, 3: biela, 4: pistón, D: Diámetro del pistón, Ca: Carrera del pistón, R: Radio de la manivela, L: longitud de la biela, PMS: punto muerto superior, PMI: punto muerto inferior, β : ángulo de giro de la biela, θ : ángulo de giro de la manivela, S: posición del pistón respecto al eje de la manivela, V_C : volumen de la cámara de combustión, V_D volumen desplazado.

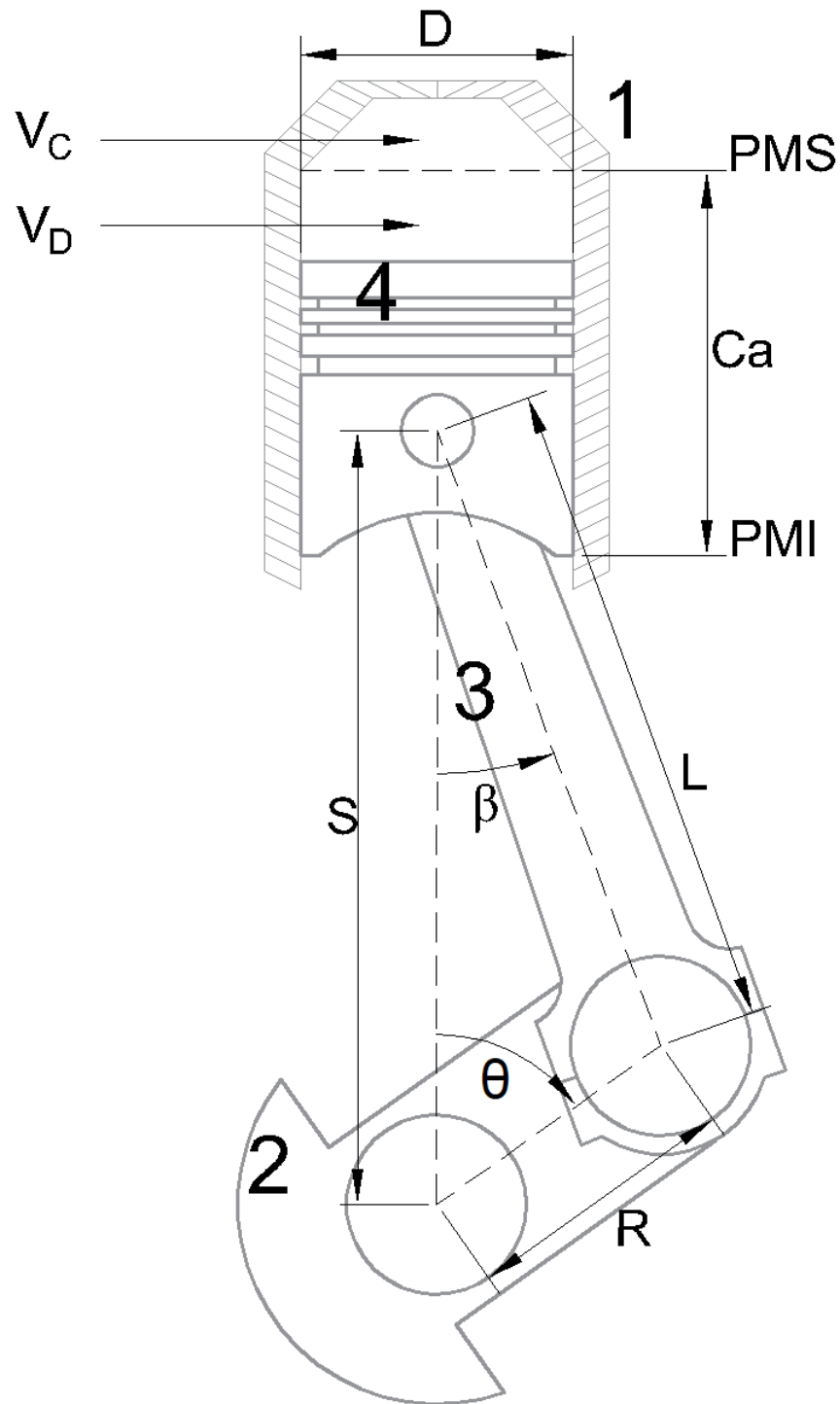


Figura 5.1: Geometría básica del mecanismo pistón-biela-manivela. [11]

Ya definidas las partes y dimensiones del mecanismo realizaremos unos cálculos esenciales como:

- Área del pistón:

$$A_p = \frac{\pi D^2}{4}$$

- Volumen total desplazado:

$$V_D = \frac{\pi D^2}{4} C a$$

- Relación de compresión:

$$r = \frac{V_D + V_C}{V_C}$$

Para los motores a gasolina la relación de compresión varía entre 8 a 10.

- Volumen total del motor:

$$V_T = Z V_D$$

donde V_T es la cilindrada del motor y Z el número de pistones del motor.

5.2. Estudio Cinemático del mecanismo.

Trazando los vectores $\bar{S}$, $\bar{L}$ y $\bar{R}$ correspondientes a la a la posición del pistón, longitud de la biela y longitud de la manivela respectivamente, en el diagrama del mecanismo pistón-biela-manivela obtenemos la siguiente figura:

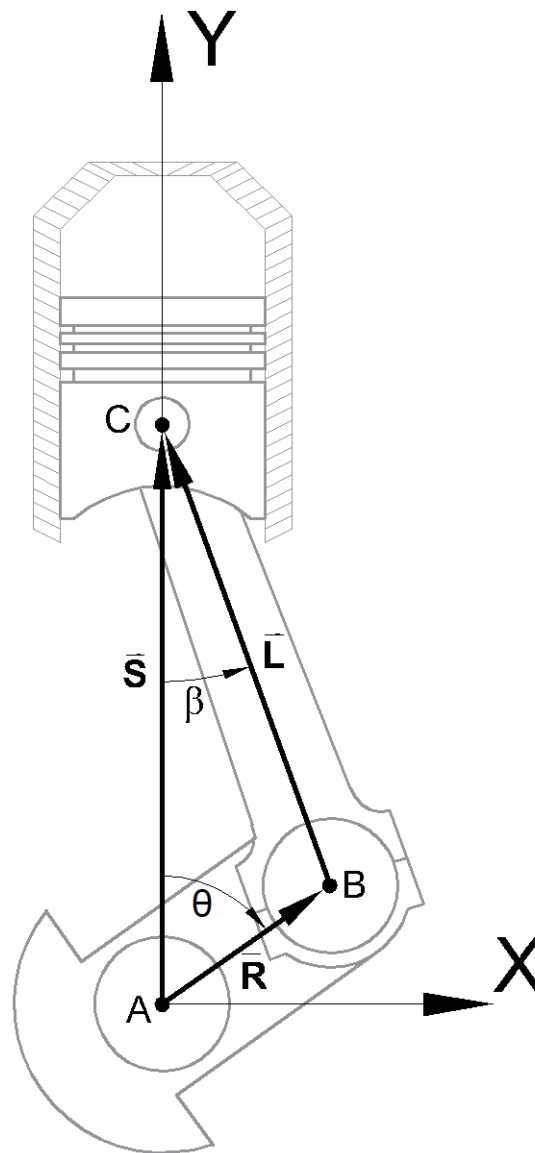


Figura 5.2: Vectores posición del mecanismo.

De la figura 5.2 determinamos el desplazamiento del pistón S , desde el eje de la manivela en el punto C:

$$R \cos(\theta) + L \cos \beta - S = 0 \quad (5.14)$$

expresando $\theta = \omega t$ y despejando S obtenemos

$$S = R \cos(\omega t) + L \cos \beta$$

aplicando ley de los senos en el triangulo ABC formado por los vectores tenemos:

$$\frac{R}{\sin \beta} = \frac{L}{\sin \omega t}$$

de manera que

$$\sin \beta = \frac{R}{L} \sin(\omega t) \quad (5.15)$$

haciendo uso de la identidad fundamental $\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$ obtenemos:

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{R}{L} \sin(\omega t) \right)^2} \quad (5.16)$$

Por lo tanto, la ecuación de desplazamiento del pistón se transforma en

$$S = R \cos(\omega t) + L \sqrt{1 - \left(\frac{R}{L} \sin(\omega t) \right)^2} \quad (5.17)$$

Aproximamos la ecuación 5.17 con ayuda de la fórmula binomial.

$$(a + b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2}a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3}a^{n-3}b^3 + \dots [14] \quad (5.18)$$

Adaptando la raíz cuadrada de la ecuación 5.17 a la fórmula binomial tenemos:

$$a = 1, b = - \left(\frac{R}{L} \sin \omega t \right)^2, n = \frac{1}{2}$$

De tal manera que:

$$\left[1 - \left(\frac{R}{L} \sin \omega t\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \cong 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{R}{L} \sin \omega t\right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{R}{L} \sin \omega t\right)^4 - \frac{1}{16} \left(\frac{R}{L} \sin \omega t\right)^6 \quad (5.19)$$

Usando la aproximación binomial, los resultados son bastante precisos aun cuando se use exclusivamente los primeros términos de la expansión.

La ecuación de la posición 5.17 se escribe:

$$S(t) = R \cos \omega t + L \left[1 - \left(\frac{R}{L} \sin \omega t\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$S(t) \cong R \cos \omega t + L \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{R}{L} \sin \omega t\right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{R}{L} \sin \omega t\right)^4 - \frac{1}{16} \left(\frac{R}{L} \sin \omega t\right)^6\right]$$

$$S(t) \cong L + R \cos \omega t - \frac{R^2}{2L} \sin^2 \omega t - \frac{R^4}{8L^3} \sin^4 \omega t - \frac{R^6}{16L^5} \sin^6 \omega t \quad (5.20)$$

Empleando identidades trigonométricas

$$\sin^2 \omega t = \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t \quad (5.21)$$

$$\sin^4 \omega t = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t\right)^2 = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t + \frac{1}{8} \cos 4\omega t \quad (5.22)$$

$$\sin^6 \omega t = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t\right)^3 = \frac{5}{16} - \frac{3}{8} \cos 2\omega t + \frac{3}{16} \cos 4\omega t - \frac{1}{16} \cos 4\omega t \cos 2\omega t \quad (5.23)$$

Usando la identidad

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a + b) + \cos(a - b)] \quad [14]$$

La expresión 5.23 nos resulta

$$\sin^6 \omega t = \frac{5}{16} - \frac{13}{32} \cos 2\omega t + \frac{3}{16} \cos 4\omega t - \frac{1}{32} \cos 6\omega t \quad (5.24)$$

Sustituyendo los valores encontrados en la expresión 5.20 tenemos

$$\begin{aligned} S(t) \cong L + R \cos \omega t - \frac{R^2}{2L} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t \right) - \frac{R^4}{8L^3} \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t + \frac{1}{8} \cos 4\omega t \right) \\ - \frac{R^6}{16L^5} \left(\frac{5}{16} - \frac{13}{32} \cos 2\omega t + \frac{3}{16} \cos 4\omega t - \frac{1}{32} \cos 6\omega t \right) \end{aligned} \quad (5.25)$$

$$\begin{aligned} S(t) \cong \left(L - \frac{R^2}{4L} + \frac{3R^4}{64L^3} - \frac{5R^6}{256L^5} \right) + R \cos \omega t + \cos 2\omega t \left(\frac{R^2}{4L} - \frac{R^4}{16L^5} + \frac{13R^6}{512L^5} \right) \\ + \cos 4\omega t \left(\frac{R^4}{64L^3} - \frac{3R^6}{256L^5} \right) + \frac{R^6}{512L^5} \cos 6\omega t \end{aligned} \quad (5.26)$$

Expresando la anterior ecuación de forma simplificada tenemos

$$S(t) \cong a_0 + R \cos \omega t + a_2 \cos 2\omega t + a_4 \cos 4\omega t + a_6 \cos 6\omega t \quad (5.27)$$

donde

$$\begin{aligned} a_0 &= L - \frac{R^2}{4L} + \frac{3R^4}{64L^3} - \frac{5R^6}{256L^5} \\ a_2 &= \frac{R^2}{4L} - \frac{R^4}{16L^5} + \frac{13R^6}{512L^5} \\ a_4 &= \frac{R^4}{64L^3} - \frac{3R^6}{256L^5} \\ a_6 &= \frac{R^6}{512L^5} \end{aligned}$$

Derivando con respecto al tiempo la expresión 5.27 obtenemos la velocidad:

$$\frac{dS(t)}{dt} = \dot{S}(t) \cong -R\omega \sin \omega t - 2\omega a_2 \sin 2\omega t - 4\omega a_4 \sin 4\omega t - 6\omega a_6 \sin 6\omega t \quad (5.28)$$

Nuevamente derivando con respecto al tiempo la expresión determinamos la aceleración:

$$\frac{d\dot{S}(t)}{dt} = \ddot{S}(t) \cong -R\omega^2 \sin \omega t - 4a_2\omega^2 \sin 2\omega t - 16a_4\omega^2 \sin 4\omega t - 36a_6\omega^2 \sin 6\omega t \quad (5.29)$$

Analizando la expresión anterior que representa la posición del pistón en el PMS cuando este se encuentra en la distancia máxima posible del pistón al eje de la manivela, el valor de $\omega t = 0$ obteniendo:

$$S = R + L$$

Y para la posición del pistón en PMI cuando se encuentra a la distancia mínima posible del pistón al eje de la manivela, el valor de $\omega t = \pi$ obtenemos:

$$S = L - R$$

5.3. Masas equivalentes

Al analizar las fuerzas de inercia y la ecuación de movimiento del sistema pistón-biela-manivela, es necesario determinar la concentración de masa en los extremos de la biela y la manivela. La siguiente gráfica nos ilustra las longitudes de los extremos de la biela con respecto al centro de masa.

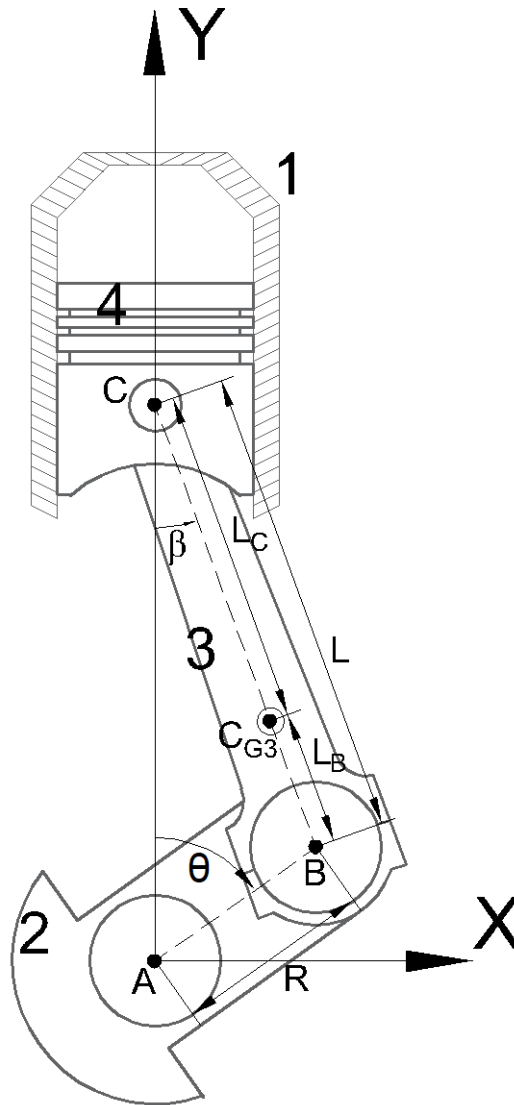


Figura 5.3: Pistón-biela-manivela. Centro de gravedad de la biela.

En el punto C encontramos el pasador del pistón que une la biela al pistón y en el punto B tenemos la articulación de la biela.

El movimiento que experimentan los puntos es diferente, en el punto C se tiene un movimiento en línea recta repetitivo y en el punto B su movimiento es circular, sin embargo, la pieza del mecanismo que experimenta los dos movimientos al tiempo es la biela, con centro de gravedad en el punto C_{G3} , por esta razón debemos determinar masas equivalentes para sus dos extremos.

La masa de la biela m_3 se concentra en el centro de gravedad C_{G3} y se divide en dos partes:

- m_{3C} en el pasador del pistón en el punto C.
- m_{3B} en la unión de la manivela y la biela en el punto B.

Para mantener el arreglo de la masa de la biela es necesario que cumpla:

- La masa total es la misma.

$$m_3 = m_{3B} + m_{3C} \quad (5.30)$$

- La posición del centro de gravedad C_{G3} se mantiene invariable.

$$m_{3B}L_B = m_{3C}L_C \quad (5.31)$$

- El momento de inercia no cambia.

$$I_{G3} = m_{3C}L_C^2 + m_{3B}L_B^2 \quad (5.32)$$

Deduciendo la masa correspondiente a los puntos B y C con ayuda de las ecuaciones 5.30 y 5.31 obtenemos:

$$m_{3C} = m_3 \frac{L_B}{L_C + L_B} \quad (5.33)$$

$$m_{3B} = m_3 \frac{L_C}{L_C + L_B} \quad (5.34)$$

Sustituyendo las ecuaciones 5.33 y 5.34 en la expresión 5.32 obtenemos:

$$I_{G3} = m_3 \frac{L_B}{L_C + L_B} L_C^2 + m_3 \frac{L_C}{L_C + L_B} L_B^2$$
$$I_{G3} = m_3 L_B L_C$$

De esta manera obtenemos el momento de inercia y las masas equivalentes en B y C de la biela.

En la figura 5.4, se ilustra el mecanismo pistón-biela-manivela y examinamos la masa de la manivela m_2 la cual no esta equilibrada, como lo demuestra el hecho de que el centro de gravedad C_{G2} esté desplazado hacia afuera, a lo largo de la manivela, una distancia R_A en relación con el eje de rotación. [10]

En el análisis de las fuerzas de inercia se simplificará el problema localizando una masa equivalente m_{2B} en el pasador de la manivela, tal que:

$$m_2 R_A = m_{2B} R$$
$$m_{2B} = m_2 \frac{R_A}{R} \quad (5.35)$$

siendo m_{2B} la masa equivalente en el punto B con respecto a la manivela.

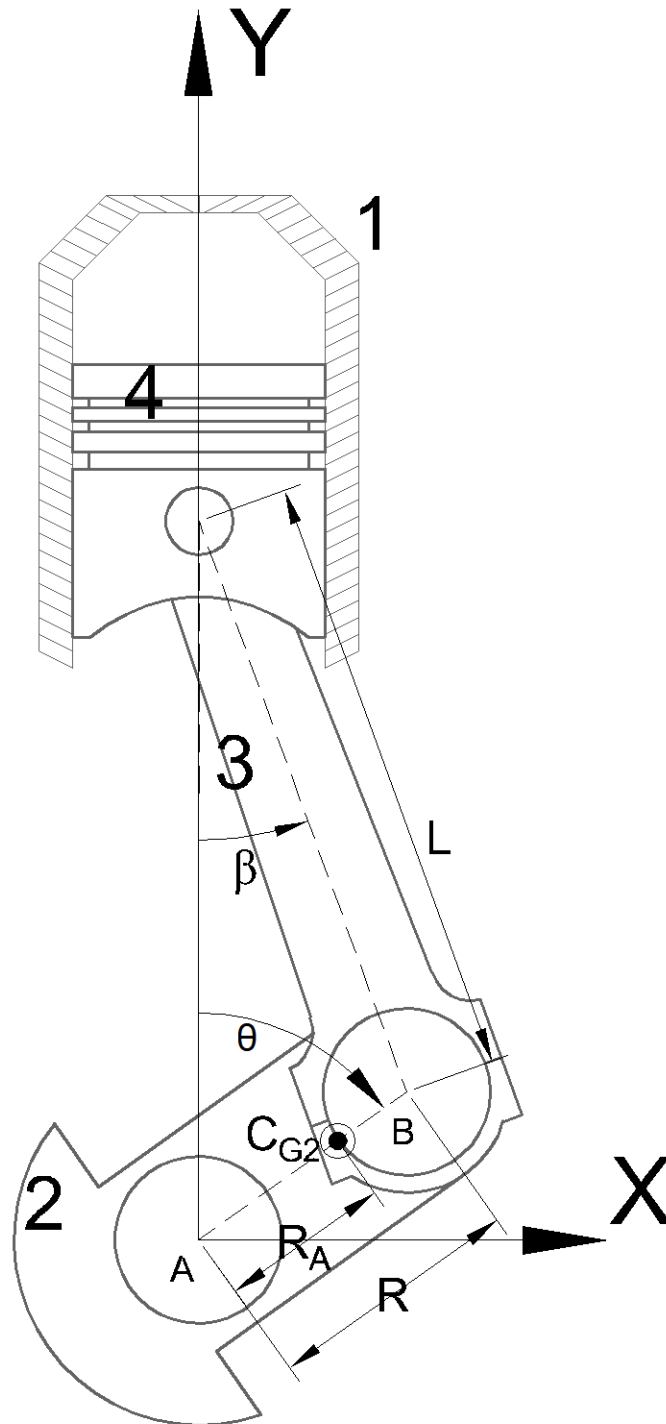


Figura 5.4: Pistón-biela-manivela. Centro de gravedad de la manivela.

5.4. Fuerzas de inercia

Determinamos de la figura 5.2 el vector de posición del punto **B** correspondiente a la unión de la manivela y la biela con relación al eje de rotación de la manivela en el punto **A**.

$$\mathbf{R}_B = (R \sin \theta)\hat{i} + (R \cos \theta)\hat{j} \quad (5.36)$$

Expresando $\theta = \omega t$, donde ω es la velocidad angular y t el tiempo, obtenemos

$$\mathbf{R}_B = (R \sin \omega t)\hat{i} + (R \cos \omega t)\hat{j}$$

Derivando con respecto al tiempo la expresión anterior se deduce la velocidad, así:

$$\mathbf{V}_B = (R\omega \cos \omega t)\hat{i} - (R\omega \sin \omega t)\hat{j} \quad (5.37)$$

Derivando nuevamente con respecto al tiempo se deduce la aceleración, obtenemos:

$$\mathbf{A}_B = (R\alpha \cos \omega t - R\omega^2 \sin \omega t)\hat{i} - (R\alpha \sin \omega t + R\omega^2 \cos \omega t)\hat{j} \quad (5.38)$$

donde α es la aceleración angular.

Por consiguiente, la fuerza de inercia de las partes giratorias será:

$$-m_B \mathbf{A}_B = m_B R(-a \cos \omega t + \omega^2 \sin \omega t)\hat{i} + m_B R(a \sin \omega t + \omega^2 \cos \omega t)\hat{j} \quad (5.39)$$

Dado que para el análisis la velocidad angular es constante ($a = 0$), la ecuación anterior se escribe de la forma:

$$-m_B \mathbf{A}_B = m_B R\omega^2 \sin \omega t\hat{i} + m_B R\omega^2 \cos \omega t\hat{j} \quad (5.40)$$

Por otro lado, anteriormente se había deducido la ecuación correspondiente a la aceleración del pistón en la expresión 5.29:

$$\mathbf{A}_C = \left[-Ra \left(\sin \omega t + \frac{R}{2L} \sin 2\omega t \right) - R\omega^2 \left(\cos \omega t + \frac{R}{L} \cos 2\omega t \right) \right] \hat{j}$$

Por lo tanto, la fuerza de inercia asociada a las partes con movimiento alternativo es:

$$-m_C \mathbf{A}_C = \left[m_C Ra \left(\sin \omega t + \frac{R}{2L} \sin 2\omega t \right) + m_C R\omega^2 \left(\cos \omega t + \frac{R}{L} \cos 2\omega t \right) \right] \hat{j} \quad (5.41)$$

Y para velocidad angular constante:

$$-m_C \mathbf{A}_C = m_C R\omega^2 \left(\cos \omega t + \frac{R}{L} \cos 2\omega t \right) \hat{j} \quad (5.42)$$

Como resultado, tenemos la fuerza total de inercia para todas las partes móviles. Expresando la fuerza en sus componente x y y tenemos:

$$F_x = m_B R\omega^2 \sin \omega t \quad (5.43)$$

$$F_y = (m_B + m_C) R\omega^2 \cos \omega t + m_C \frac{R^2}{L} \omega^2 \cos 2\omega t \quad (5.44)$$

Por regla general, es costumbre diferenciar la componente de la fuerza que ocurre a la frecuencia angular $\omega rad/s$, y que se conoce como fuerza de inercia primaria, y la parte que tiene lugar a $2\omega rad/s$, denominada fuerza de inercia secundaria. Así, se observa como la componente horizontal de la expresión 5.43 sólo tiene una componente primaria y, por tanto, varía directamente con la velocidad de la manivela; mientras tanto, la componente vertical, que se encuentra en la dirección del eje del cilindro, posee tanto una componente primaria que varía directamente con la velocidad de la manivela, como una componente secundaria que se desplaza al doble de la velocidad de la manivela. [10]

5.5. Ecuación de movimiento del sistema pistón-biela-manivela.

Con ayuda de la figura 5.5, donde están especificadas las partes principales y dimensiones que usaremos para deducir las ecuaciones de movimiento del mecanismo pistón-biela-manivela.

Definiendo las variables encontradas en la figura 5.5, donde m_2 es la masa de la manivela, m_3 la masa de la biela, m_4 la masa del pistón, I_2 momento de inercia de la manivela, I_3 momento inercia de la biela, G y D centro de masa de la biela y el brazo de la manivela respectivamente, L longitud de la biela, R radio del brazo de la manivela, S desplazamiento de pistón, L_D , L_B y L_C longitudes de los extremos de las piezas al centro de masa de cada una.

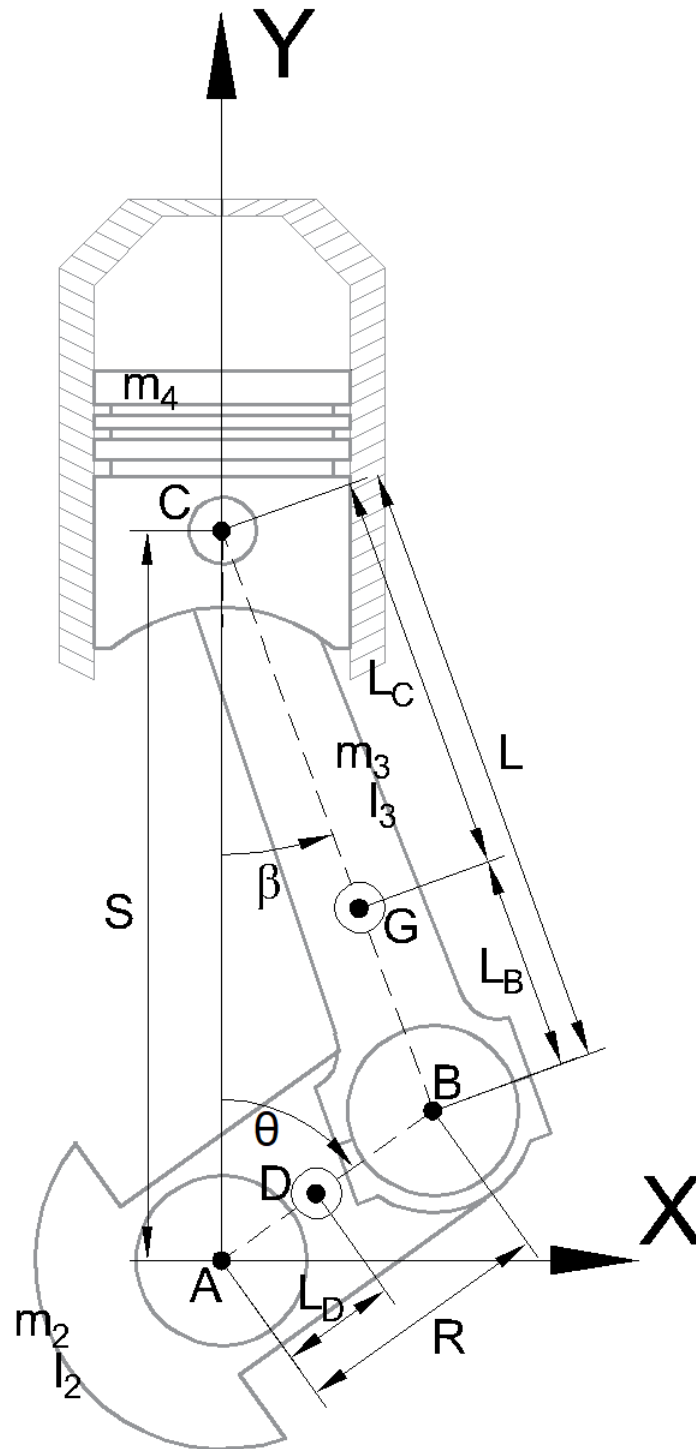


Figura 5.5: Dimensiones principales en el mecanismo pistón-biela-manivela [9]

Determinando la posición de la biela mediante el ángulo θ tenemos:

$$R \cdot \sin \theta - L \cdot \sin \beta = 0 \quad (5.45)$$

De las ecuaciones 5.45 y 5.14 obtenemos la posición angular de la biela y la posición lineal del pistón:

$$\beta = \arcsin \left(\frac{R}{L} \cdot \sin \theta \right) \quad (5.46)$$

$$S = R \cdot \cos \theta + L \cdot \cos \beta \quad (5.47)$$

Derivando respecto al tiempo las ecuaciones 5.46 y 5.47 obtenemos la velocidad angular de la biela y la velocidad lineal del pistón respectivamente:

$$\dot{\beta} = \frac{R \cos \theta}{L \cos \beta} \dot{\theta} = K_{\beta} \dot{\theta} \quad (5.48)$$

$$\dot{S} = (-R \sin \theta - L \cos \beta K_{\beta}) \dot{\theta} = K_S \dot{\theta} \quad (5.49)$$

Para determinar la energía cinética total en el mecanismo pistón-biela-manivela, es necesario sumar las energías cinéticas parciales de cada uno de los elementos, de tal forma que:

$$E_{cT} = E_{cr2} + E_{cr3} + E_{c4} \quad (5.50)$$

No consideramos la E_{c1} ya que corresponde al cilindro y este está estático, por lo tanto, E_{cr2} es la energía cinética rotacional de la manivela, E_{cr3} energía cinética rotativa de la biela y E_{c4} energía cinética lineal del pistón.

E_{cr_2} se define:

$$E_{cr_2} = \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}^2 \quad (5.51)$$

siendo I_2 :

$$I_2 = I_{O_2} + m_2 L_D^2 \quad (5.52)$$

donde I_{O_2} corresponde al momento de inercia del brazo de la manivela.

E_{cr_3} igual a:

$$E_{cr_3} = \frac{1}{2} (m_C \dot{S}^2 + m_B (R \dot{\theta})^2 + I_3 \dot{\beta}^2) \quad (5.53)$$

Siendo I_3 :

$$I_3 = I_{O_3} - m_3 L_B L_C \quad (5.54)$$

donde I_{O_3} corresponde al momento de inercia de la biela.

E_{c_4} definida:

$$E_{c_4} = \frac{1}{2} m_4 \dot{S}^2 \quad (5.55)$$

reemplazando los términos anterior en la ecuación (5.50) y factorizando términos tenemos:

$$E_{c_T} = \frac{1}{2} \left[(I_2 + m_B R^2) \dot{\theta}^2 + (m_4 + m_C) \dot{S}^2 + I_3 \dot{\beta}^2 \right] \quad (5.56)$$

Considerando el ángulo de la manivela θ como coordenada generalizada ya que identifica el estado del sistema y reemplazando las ecuaciones (5.48) y (5.49), la forma de la energía cinética total puede ser escrita de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} E_{cT} &= \frac{1}{2} \left[(I_2 + m_B R^2) \dot{\theta}^2 + (m_4 + m_C) \dot{\theta}^2 K_S^2 + I_3 \dot{\theta}^2 K_\beta^2 \right] \\ E_{cT} &= \frac{1}{2} \left[I_2 + m_B R^2 + (m_4 + m_C) K_S^2 + I_3 K_\beta^2 \right] \dot{\theta}^2. \end{aligned} \quad (5.57)$$

Por definición de momento de inercia generalizado se representa $\rho = \sum_i [m_i r_i^2]$ en donde r_i son funciones de la posición de la pieza i con respecto a la coordenada generalizada. Por consiguiente, para nuestro caso el momento de inercia corresponde a:

$$\rho = I_2 + m_B R^2 + (m_4 + m_C) K_S^2 + I_3 K_\beta^2. \quad (5.58)$$

reescribiendo la energía cinética total obtenemos:

$$E_{cT} = \frac{1}{2} \rho \dot{\theta}^2. \quad (5.59)$$

Para un mecanismo ideal la potencia P de entrada de todas las fuerzas es igual a la derivada de la energía cinética, con respecto al tiempo, así:

$$P = \frac{dE_c}{dt} \quad (5.60)$$

Por otra parte considerando que la potencia se puede escribir como ($P = F.V$); para nuestro caso tenemos fuerzas activas aplicadas sobre un sistema eslabonado, por lo tanto la potencia es igual a:

$$P = \sum_i P_i = Q\dot{\theta} \quad (5.61)$$

donde $\dot{\theta}$ es la derivada de la coordenada generalizada con respecto al tiempo y Q la fuerza generalizada. Tomando las ecuaciones anteriores obtenemos:

$$P = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \rho \dot{\theta}^2 \right) = Q\dot{\theta} \quad (5.62)$$

$$\rho \ddot{\theta} + \frac{1}{2} \frac{d\rho}{d\theta} \cdot \dot{\theta}^2 = Q \quad (5.63)$$

siendo relación 5.63, la ecuación generalizada del movimiento para sistema de un grado de libertad, donde Q es la fuerza generalizada y $\frac{1}{2} d\rho/d\beta$ el coeficiente centripeto ζ siendo un factor con dirección al centro de rotación, definiéndose respectivamente así:

$$Q = \sum_i F_i^x u_i + F_i^y v_i + M_i w_i \quad (5.64)$$

$$\zeta = \sum_i [m_i(u_i u'_i + v_i v'_i) + J_i w_i w'_i] \quad (5.65)$$

Para obtener la fuerza generalizada partimos de la expresión de la potencia mecánica teniendo en cuenta la fuerza que actúa sobre el mecanismo, despreciando la fuerza de rozamiento debido a que teóricamente debe ser cero y la gravedad por las fuerzas inerciales.

$$P = \dot{W} = F\dot{S} - M_R\dot{\theta} \quad (5.66)$$

donde W es el trabajo, F las fuerzas del mecanismo, M_R momento de carga para vencer las resistencias que se oponen a su movimiento, S la posición del pistón y θ angulo de rotación del brazo de la manivela. Factorizando la derivada de la coordenada generalizada con respecto al tiempo, obtenemos:

$$P = \left(F \frac{\dot{S}}{\dot{\theta}} - M_R \right) \dot{\theta} = Q\dot{\theta}. \quad (5.67)$$

donde $K_S = \frac{\dot{S}}{\dot{\theta}}$, siendo la fuerza generalizada

$$Q = FK_S - M_R = M_G - M_R \quad (5.68)$$

donde M_G es el torque de los gases.

Obteniendo la expresión del coeficiente centrípeto:

$$\begin{aligned} \zeta &= \frac{1}{2} \frac{d}{d\theta} (I_2 + m_B R^2 + (m_4 + m_C) K_S^2 + I_3 K_\beta^2) \\ \zeta &= (m_4 + m_C) K_S K'_S + I_3 K_\beta K'_\beta \end{aligned} \quad (5.69)$$

Finalmente, sustituyendo las ecuaciones anteriores en la ecuación de movimiento generalizado 5.63, obtenemos:

$$\rho\ddot{\theta} = M_G - M_R - \zeta\dot{\theta}^2 \quad (5.70)$$

Siendo la ecuación que describe el movimiento del mecanismo pistón-biela-manivela.

5.6. Fuerzas debida a la combustión

La fuerza del gas producido durante la combustión en el pistón, esta dada por

$$F_g = \pi r^2 P_g \quad (5.71)$$

donde P_g es la presión de los gases de combustión y r el radio del pistón.

Diagrama de fuerzas de cuerpo libre para el Pistón

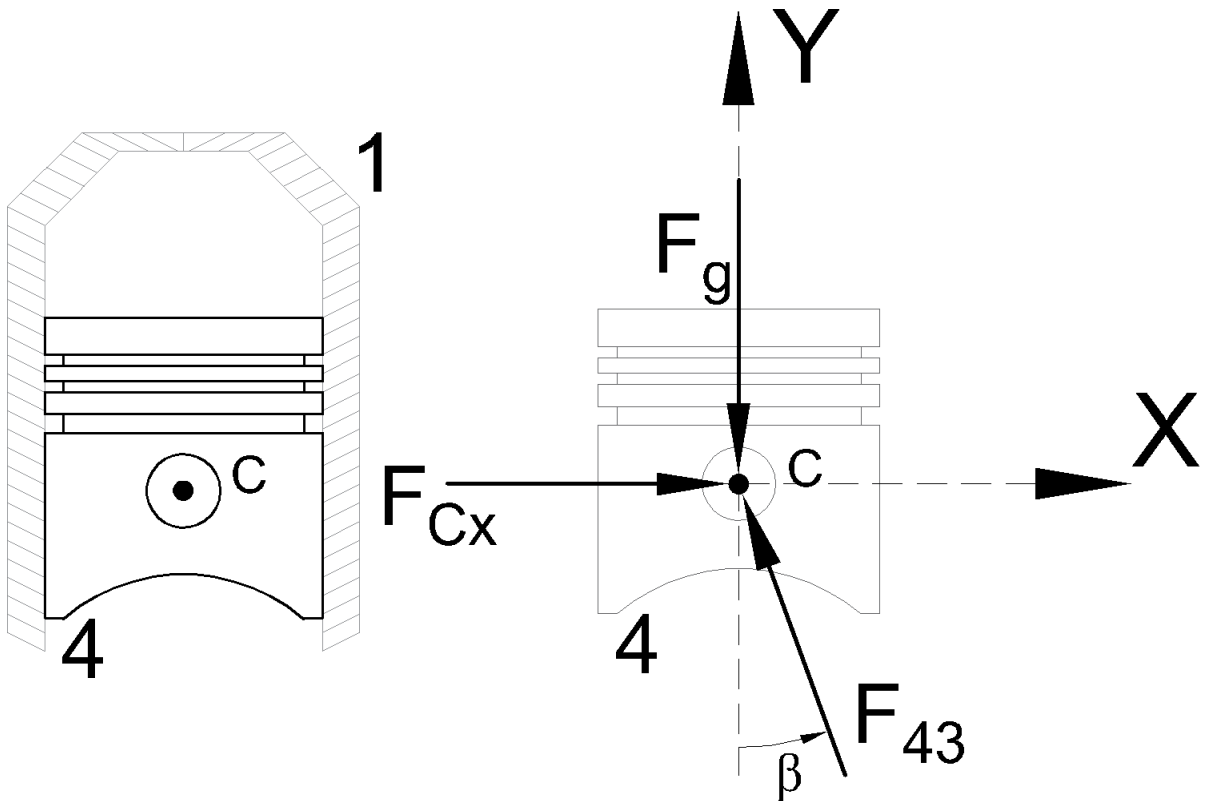


Figura 5.6: Diagrama de cuerpo libre para el pistón.

donde, F_{43} es la fuerza que la biela ejerce sobre el pistón, F_g es la fuerza de los gases, F_{Cx} fuerza que ejerce el cilindro (bloque) al pistón.

Como la pieza del mecanismo esta en equilibrio tenemos

$$\sum_i \mathbf{F}_i = \mathbf{0}$$
$$-F_{43x}\hat{i} + F_{43y}\hat{j} - F_g + F_{cx} = 0 \quad (5.72)$$

Al descomponer la expresión 5.72 obtenemos

$$\begin{aligned} -F_{43x}\hat{i} + F_{Cx} &= 0 & F_{43y}\hat{j} - F_g &= 0 \\ F_{Cx} &= F_{43x} & F_{43y} &= F_g \end{aligned} \quad (5.73) \quad (5.74)$$

Considerando $\tan \beta = \frac{F_{43x}}{F_{43y}}$ Tenemos que

$$F_{43x} = \tan \beta F_{43y} \quad (5.75)$$

Escribiendo la fuerza $\mathbf{F}_{43}$ en sus componentes tenemos

$$\mathbf{F}_{43} = -F_{43x}\hat{i} + F_{43y}\hat{j} \quad (5.76)$$

Por lo tanto, la expresión anterior se escribe

$$\mathbf{F}_{43} = -\tan \beta F_{43y}\hat{i} + F_{43y}\hat{j} \quad (5.77)$$

Diagrama de fuerzas de cuerpo libre para la Biela

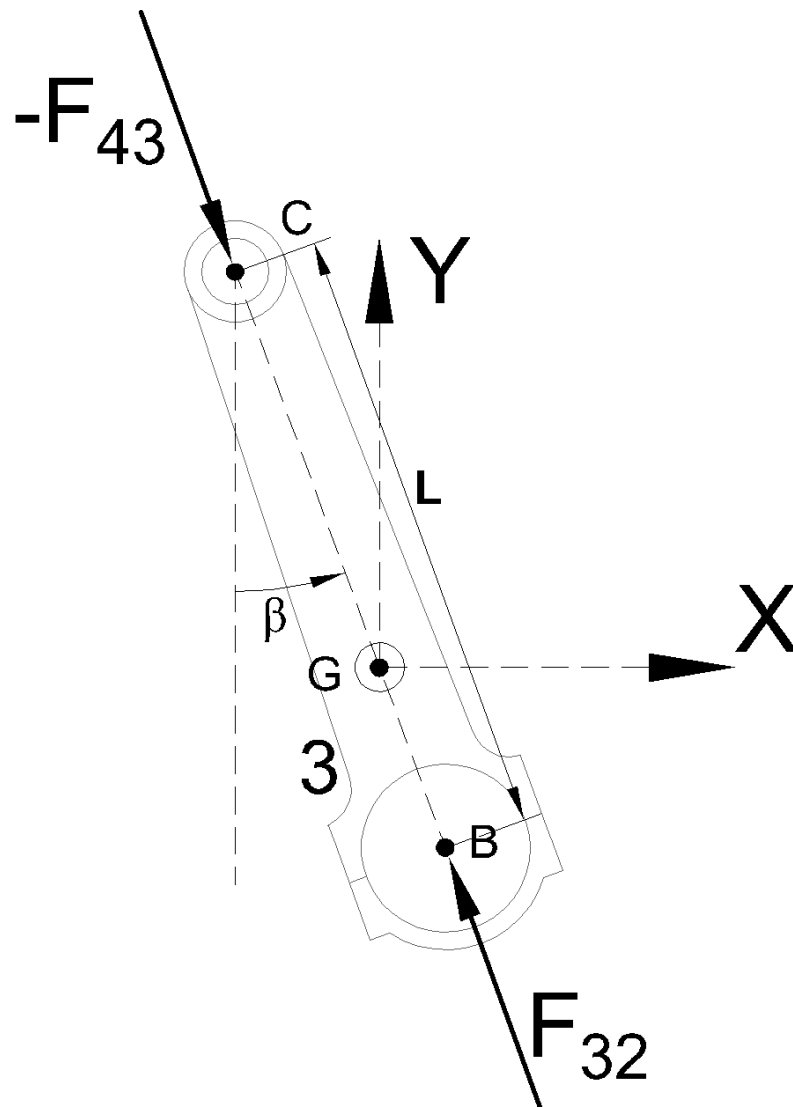


Figura 5.7: Diagrama de cuerpo libre para la Biela.

En el diagrama $-F_{43}$ es la fuerza que la biela ejerce sobre el pistón en dirección opuesta, F_{32} fuerza que la manivela ejerce sobre la biela.

Teniendo en cuenta que la manivela en el mecanismo se encuentra en equilibrio tenemos

$$\sum_i \mathbf{F}_i = \mathbf{0}$$

Luego

$$\mathbf{F}_{32} - \mathbf{F}_{43} = 0$$

Por lo tanto

$$\mathbf{F}_{32} = \mathbf{F}_{43} \quad (5.78)$$

Diagrama de fuerzas de cuerpo libre para la manivela

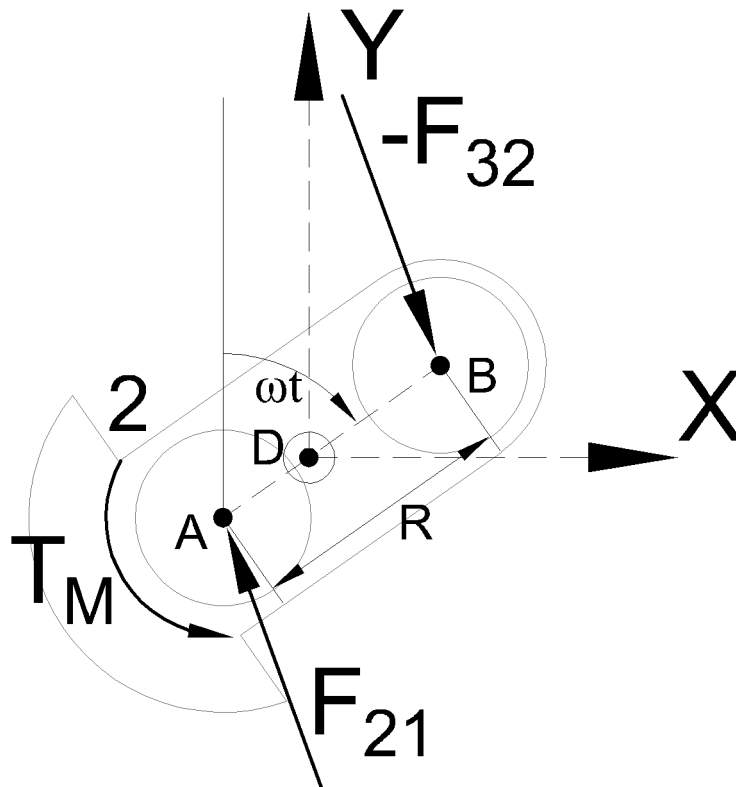


Figura 5.8: Diagrama de cuerpo libre para la manivela.

siendo $-F_{32}$ fuerza que la manivela ejerce sobre la biela en dirección opuesta, F_{21} fuerza que el bloque ejerce sobre la manivela, T_M Momento de una fuerza generado por los gases de combustión.

Estando en equilibrio la pieza del mecanismo y considerando $\sum_j \mathbf{F}_j = \mathbf{0}$ se obtiene:

$$-\mathbf{F}_{32} + \mathbf{F}_{21} = \mathbf{0}$$

Por lo tanto

$$\mathbf{F}_{32} = \mathbf{F}_{21} \quad (5.79)$$

El momento de la fuerza se genera en A y se determina realizando una suma de momentos respecto al punto A.

$$\sum \mathbf{T}_A = \mathbf{0}$$

$$-T_M \hat{k} = \mathbf{R} \times -\mathbf{F}_{32} \quad (5.80)$$

Con ayuda de las expresiones 5.77 y 5.78, más la representación del vector $\mathbf{R}$ en sus componentes, la ecuación 5.80 se puede escribir

$$\begin{aligned} T_M \hat{k} &= [R \cos(\omega t) \hat{i} + R \sin(\omega t) \hat{j}] \times [F_g \hat{i} - F_g \tan \beta \hat{j}] \\ T_M \hat{k} &= -[R \cos(\omega t) F_g \tan \beta + R \sin(\omega t) F_g] \hat{k} \end{aligned}$$

De la ecuación 5.15 tenemos $R \sin \omega t = L \sin \beta$

$$\begin{aligned} T_M \hat{k} &= -F_g [R \cos \omega t \tan \beta + L \sin \beta] \hat{k} \\ T_M \hat{k} &= -F_g \tan \beta [R \cos \omega t + L \cos \beta] \hat{k} \end{aligned}$$

Usando la expresión de la posición 5.14 obtenemos

$$T_M \hat{k} = -F_g \tan \beta S \hat{k}$$

Reemplazando de la ecuación 5.25 los primeros cuatro términos en la expresión anterior obtenemos:

$$T_M \hat{k} = -F_g \tan \beta \left\{ L - \frac{R^2}{4L} + R \left[\cos \omega t + \frac{R}{4L} \cos(2\omega t) \right] \right\} \quad (5.81)$$

La anterior expresión corresponde al momento de una fuerza que corresponde a la fuerza de los gases, la cual depende de la cantidad de mezcla que ingrese a la cámara de combustión.

5.7. Configuración para un motor de combustión interna a gasolina de cuatro pistones en línea.

5.7.1. Ecuación de movimiento

Al analizar un motor de varios pistones, las fuerzas experimentadas internamente, presiones de los gases y la energía cinética de cada pistón pueden ser sumadas independientemente en cada pistón, teniendo en cuenta el desfase de encendido de cada uno de los pistones.

Teniendo en cuenta el eje vertical y un giro contra las manecillas del reloj, existe un desfase ϵ en la manivela (cigüeñal) que permite un funcionamiento uniforme del motor según la siguiente relación matemática:

$$\epsilon = 180^\circ \frac{t}{n} \quad (5.82)$$

donde t es el número de tiempos y n es el número de pistones.

En la siguiente figura se observa una configuración de un cigüeñal para cuatro pistones en línea, considerando la relación 5.82, obtenemos un ángulo de desfase de 180° , tenemos:

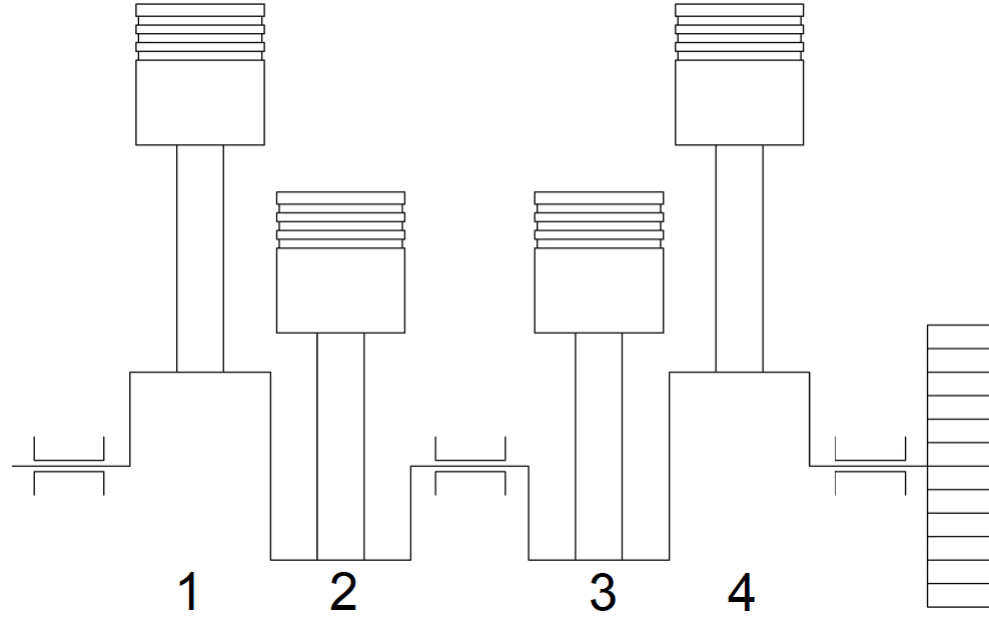


Figura 5.9: Motor de 4 pistones en línea.

Para un funcionamiento uniforme del motor de combustión interna a gasolina, es necesario tener un orden lógico de encendido para que las fuerzas generadas estén en equilibrio, los posibles ordenes de encendido son:

$$1 - 3 - 4 - 2$$

$$1 - 2 - 4 - 3$$

A partir de la figura 5.9, el orden de encendido mas utilizado ($1 - 3 - 4 - 2$) y el intervalo de encendido cada 180° , tenemos que el desfase es: $\epsilon_1, \epsilon_3, \epsilon_4, \epsilon_2 = 0^\circ, 180^\circ, 360^\circ, 540^\circ, 720^\circ$. El procedimiento que se utilizó en cálculos y análisis para un solo pistón se lo puede usar para cualquier pistón j . si sustituimos $\theta_j = \theta_1 - \epsilon_j$, entonces, considerando que todos los pistones tienen las mismas dimensiones y el mismo diagrama indicador, para el pistón uno tendremos la inercia generalizada $\rho_j(\theta_j)$, coeficiente centripeto $\zeta_j = (\theta_j)$, torque de gases $M_{Gj} = (\theta_j)$, por lo tanto las cantidades para un motor completo de 4 pistones iguales es en función de θ_1 :

$$\rho_T = \rho_1(\theta_1) + \rho_2(\theta_1 - \epsilon_2) + \rho_3(\theta_1 - \epsilon_3) + \rho_4(\theta_1 - \epsilon_4) \quad (5.83)$$

$$\zeta_T = \zeta_1(\theta_1) - \zeta_2(\theta_1 - \epsilon_2) + \zeta_3(\theta_1 - \epsilon_3) + \zeta_4(\theta_1 - \epsilon_4) \quad (5.84)$$

$$M_{GT} = M_{G1}(\theta_1) + M_{G2}(\theta_1 - \epsilon_2) + M_{G3}(\theta_1 - \epsilon_3) + M_{G4}(\theta_1 - \epsilon_4) \quad (5.85)$$

Teniendo en cuenta la ecuación (5.63) donde M_R es el torque resistente aplicado al eje, la ecuación del movimiento del sistema es:

$$\rho_T(\theta_1)\ddot{\theta} + \zeta_T(\theta_1)\dot{\theta}^2 = M_G(\theta_1) - M_R \quad (5.86)$$

La anterior ecuación de movimiento (5.86) se cumple para un motor en linea con 4 pistones.

5.7.2. Determinación de parámetros.

Con ayuda de un modelo didáctico de un motor que se encuentra en la universidad de Nariño en el laboratorio, logramos calcular algunos parámetros que nos permite determinar las partes básicas y dimensiones, encontrando los siguientes valores:

$Z = 4$	$D = 5,90cm$
$C_a = 5,27cm$	$V_C = 9,57cm^3$
$A_p = 27,34cm^2$	$V_D = 144,08cm^3$
$r = 16,05$	$V_T = 576,32cm^3$

El valor obtenido en la relación de compresión es de 16 a 1, el cual difiere del valor normal de un motor de combustión interna a gasolina que tiene un valor máximo de 10 a 1, por lo tanto para que el modelo didáctico que se encuentra en la universidad de nariño, el volumen de la camara de combustión debe aumentar a un valor de $V_C = 16cm^3$, para que la relación de compresión tenga un valor de 10 a 1, y sea un motor de combustión interna a gasolina.

Capítulo 6

Conclusiones

Los motores de combustión interna estudiados en este trabajo son los más usados en la actualidad, caracterizándose por ser de cuatro tiempos a gasolina, con un mecanismo pistón-biela-manivela, que se a conservado sin modificaciones notables desde sus inicios. Su estudio en este trabajo de grado es con el fin de dar a conocer cada una de sus partes que conforman el mecanismo pistón-biela-manivela y la funció que cumplen las diferentes piezas rígidas, como también las fuerzas que actúan para transmitir la fuerza necesaria para acelerar un automóvil.

Utilizando las dimensiones y geometría del mecanismo pistón-biela-manivela se han determinado parámetros para los motores de combustión interna a gasolina, los cuales nos permiten determinar el área del pistón, volumen desplazado, la relación de compresión y cilindrada.

Se usaron técnicas propias de la dinámica vectorial en el análisis del mecanismo pistón-biela-manivela, siendo unas de estas; fuerzas en un plano, vectores, equilibrio de una partícula, momento de la fuerza sobre un punto, diagrama de cuerpo libre, reacciones en soportes y conexiones para una estructura bidimensionales, entre otros. Las técnicas fueron aplicadas a cada elemento del mecanismo pistón-biela-manivela que hace parte del motor de combustión interna a gasolina de cuatro tiempos, obteniendo satisfactoriamente ecuaciones que nos describen y determinan; posiciones, velocidades, aceleraciones, masas equivalentes, fuerzas y momento de la fuerza producida por los gases. Tomando cada una de las partes estudiadas en general se llega a determinar la ecuación de movimiento que describe el mecanismo completo y la fuerza tanto de inercia como de combustión a la que esta sometido.

El estudio aproximado que se llevo a cabo en este trabajo al motor de combustión interna

de cuatro tiempos a gasolina empleando el mecanismo pistón-biela-manivela, induce a los lectores en general a cuestionarse acerca de su funcionamiento, buscando explicación en la física, y aplicabilidad en la vida cotidiana.

Como lo hemos observado en el estudio, el movimiento rectilíneo alternativo del pistón provoca en la manivela (cigüeñal) un movimiento rotacional, ayudados por la biela que los conecta. El movimiento rectilíneo del pistón se genera a partir de la combustión de la mezcla aire-gasolina y es posible la periodicidad del pistón gracias al cilindro que actúa como guía y a la manivela (cigüeñal) que rota permitiendo la oscilación.

Con ayuda de la energía cinética lineal del pistón y energía cinética rotacional de la biela y la manivela (cigüeñal) lograron determinar el momento generalizado involucrado en el mecanismo pistón-biela-manivela y su respectivo coeficiente centrípeto que nos permite determinar el factor con el que el mecanismo es atraído hacia el centro de rotación siendo el eje de la manivela. De la misma forma, tenemos en cuenta la potencia mecánica determinando la fuerza generalizada que actúa en el mecanismo. Concluyendo de esa manera en la ecuación de movimiento que describe al mecanismo pistón-biela-manivela para un solo mecanismo y para una configuración lineal de cuatro mecanismos. La fuerza neta encontrada para un solo mecanismo pistón-biela-manivela, es también usada para los motores de varios pistones, de tal manera será multiplicada con el número de pistones que tenga el motor siendo este en línea.

El modelo encontrado en los laboratorios de la Universidad de Nariño nos proporciona parámetros los cuales analizamos y se determinó que el motor de combustión interna no es a escala de un motor de combustión interna estándar a gasolina por su relación de compresión 16 a 1. El motor de combustión interna a gasolina tiene una relación de compresión de 8 a 1 hasta 10 a 1, al sobrepasar estos valores puede ocasionar una explosión en el motor por la alta compresión del gas en la cámara de combustión.

Bibliografía

- [1] Imagen facilitada por el autor de los modelos de motores existentes en el laboratorio de física de la universidad de nariño.
- [2] DANIEL KLEPPENER & ROBERT KOLENKOW, *AN INTRODUCTION TO MECHANICS* Second edition published by Cambridge University Press 2014
- [3] RAUMOND A. SERWAY & JOHN W. JEWETT, *FÍSICA para ciencias e ingeniería.* ^a D.R. 2008 por Cengage Learning Editores, S.A. de C.V., una Compañía de Cengage Learning, Inc. Corporativo Santa Fe
- [4] JOSEPH E. SHIGLEY, JOHN J. UICKER JR., *TEORÍA DE MÁQUINAS Y MECANISMOS* MCGRAW-HILL/INTERAMERICANA DE MEXICO, S.A. DE C.V.
- [5] BEER, JOHNSTON, MAZUREK Y CORNWELL, *MECÁNICA VECTORIAL PARA INGENIEROS (ESTÁTICA-DINÁMICA)* Copyright © 2010 by The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.
- [6] QUIROGA ARREOLA, LUIS FRANCISCO Y ROSELLÓ, FRANCISCO., *Energia y máquinas térmicas.* México: Editorial Limusa. 1983. p. 13.
- [7] ÁLVAREZ ÁLVAREZ, JESÚS ET AL., *MOTORES ALTERNATIVOS DE COMBUSTIÓN INTERNA.* Edicions UPC, 2005.
- [8] MAHLE GMBH (ED.), *PISTONS AND ENGINE TESTING* MAHLE GmbH, Stuttgart 2012.
- [9] GUERRERO FERRUSOLA O., *Simulación dinámica de motores de combustión interna.*, Escuela Superior Politécnica de Litoral, Facultad de Ingeniería Mecánica Guayaquil - Ecuador 1988

- [10] PINTOR B. JESÚS, *ELEMENTOS DE MÁQUINAS*, Dpto. de Ingeniería Mecánica, Energética y de materiales. UNIVERSIDAD PUBLICA DE NAVARRA, Iruña, mayo de 1999.
- [11] PROF. F. PAYRI, PROF. J. M. DESANTES, *Motores de combustión interna alternativos*, Universitat Politècnica de València, 2011, Editorial Reverté, S. A., 2011.
- [12] POVEDA RAMOS, GABRIEL., *Los motores de explosión y su ingreso a Colombia* En: Revista ingeniería Mecánica UPB. Medellín, Colombia: No. 17. 1993. p.11.
- [13] YEPES V., 12/12/16. *Motores endotérmicos o de combustión interna*, Universidad politécnica de valencia. <http://victoryepes.blogs.upv.es/2016/12/12/motores-endotermicos-o-de-combustion-interna/>, Fecha de consulta: 7/10/17.
- [14] RICO M. JOSÉ MARÍA, *Análisis de un mecanismo de manivela biela corredera para propósitos de balanceo de máquinas de combustión interna*, Departamento de Ingeniería Mecánica, Campus Irapuato-Salamanca, Universidad de Guanajuato. CP 36885, Salamanca, Gto., México
- [15] JAIME VALLECILLA M , *MECANISMO BIELA-MANIVELA*. Publicación del 24 de Abril de 2014.
- [16] EL GARAGE DE TONY, <http://mecanicademotosmx.blogspot.com.co/2015/02/las-3-funciones-basicas-de-los-aros-de.html>. Fecha de consulta: 31/03/18
- [17] PEUGEOT 207 COMPACT 1.6 16v. https://articulo.mercadolibre.com.ar/MLA-684981898-biela-de-motor-original-peugeot-207-16-16v-_JM. Fecha de consulta: 18/10/18
- [18] TODO MECÁNICA. INTRODUCCIÓN AL AUTOMÓVIL Publicado: 03 Diciembre 2012 en el link <https://www.todomecanica.com/blog/101-introduccion-al-automovil.html>. Fecha de consulta: 19/10/18

-
- [19] GRAN VITARA ORIGINAL SUZUKI. https://articulo.mercadolibre.com.ve/MLV-491706137-pasador-piston-motor-gran-vitara-esteem-original-suzuki-_JM. Fecha de consulta: 21/10/18
- [20] DANI MEGANEBOY, ELEMENTOS MÓVILES <http://www.aficionadosalamecanica.net/motor-elementos-moviles.htm>. Fecha de consulta: 21/10/18
- [21] CARPLANET, <http://carplanet.mx/noticia/general/sabes-que-funcion-tiene-el-ciguenal-de-tu-auto/58dc359a56c16>. Fecha de consulta: 19/10/18