MODELOS 331 CON CARGA ELECTRICA EXOTICA PARA $\beta = \sqrt{3}$

Maestrante:

Eduard Suárez A.

Director:

Eduardo Rojas Ph.D

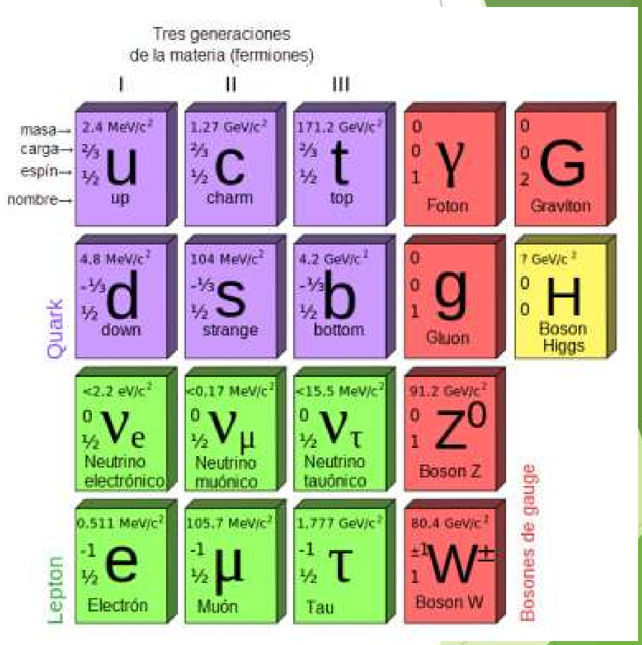
Septiembre 26 de 2024

Contenido

- Motivación
- Objetivos
- Operador de carga en modelos 331 con $\beta = \sqrt{3}$
- Multipletes en modelos 331 con $\beta = \sqrt{3}$
- Formación de conjuntos cerrados para modelos 331 con $\beta = \sqrt{3}$
- Anomalías quirales para modelos 331 con $\beta = \sqrt{3}$
- Construcción de modelos libres de anomalías y estudio fenomenológico para modelos 331 con $\beta = \sqrt{3}$
- Restricciones de LHC a bajas energías
- Resumen y conclusiones

¿Porqué estudiar modelos más allá del SM?

- El mecanismo para romper las simetrías electrodébiles y la generación de masas
- La asimetría entre materia y antimateria
- El problema de la jerarquía de masas
- La existencia de 3 familias.
- La cuantización de la carga eléctrica.
- Las masas de neutrinos y su correspondiente mezcla.



Objetivos

- General

- Estudiar y clasificar extensiones no universales del modelo estándar.

- Específicos

- Clasificar todos los modelos 331 con $\beta = \sqrt{3}$
- Encontrar cotas experimentales de colisionadores de partículas para los modelos estudiados y clasificados con β = $\beta = \sqrt{3}$.

¿Qué es un modelo 331?

F. Pisano and V. Pleitez, Phys. Rev. D46, (1992) 410
P.H. Frampton, Phys. Rev. Lett. 69 (1992) 2889

SM ⟹ *3-3-1*

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \longrightarrow SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$$

$$Q = T_3 + Y \longrightarrow Q = T_3 + \beta T_8 + X$$

$$\psi_L = \begin{cases} q_L : (3, 2, 1/6) \\ l_L : (1, 2, -1/2) \end{cases} \qquad \psi_L = \begin{cases} q_L : (3, 3, X_q) \\ l_L : (1, 3, X_l) \end{cases}$$

Operador de carga en modelos 331 con β = √3

Dado que los modelos 331 deben ser compatibles con el ME, es necesario generar el subgrupo $U(1)_Q$ a partir del grupo de gauge $SU(3)_L \otimes U(1)_X$, o equivalentemente, obtener una representación de la carga dentro de este grupo extendido. De esta manera, para los modelos 331 el operador de carga eléctrica más general posible en el sector electrodébil extendido es definido como:

$$Q = \alpha T_{L3} + \beta T_{L8} + X I_3, \tag{1}$$

$$Q[3] = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{\beta}{2\sqrt{3}} + X & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} + \frac{\beta}{2\sqrt{3}} + X & 0 \\ & & -\frac{\beta}{\sqrt{3}} + X \end{pmatrix}. \tag{2}$$

Operador de carga en modelos 331 con $\beta = \sqrt{3}$

Donde se ha considerado que $\alpha = 1$, para que el grupo de isospin $SU(2)_L$ del Meesté contenido en el grupo de Gauge extendido $SU(3)_L$.

El parámetro $\beta = \frac{2b}{\sqrt{3}}$, es un parámetro libre que define el modelo 331:

- Pleitez y Frampton propusieron un modelo con cargas eléctricas exóticas en el sector de quarks, denominado el modelo mínimo, donde $\beta = \sqrt{3}$ ($b = 3/2$).
- El valor de β no puede ser arbitrariamente grande, y se encuentra acotado como $|\beta| \lessapprox \cot \theta W \sim 1.8$. Esta condición constituye una restricción muy importante respecto de las posibles realizaciones de la simetría 331 a bajas energías, ya que limita el número de posibles casos no triviales a un conjunto contable.

Los valores de X son determinados a través de cancelación de anomalías.

Operador de carga en modelos 331 con $\beta = \sqrt{3}$

Si en la ecuación anterior tomamos el valor del parámtero $\beta = \sqrt{3}$, el operador de carga eléctrica Q en las representaciones $\mathbf{3}$ y $\mathbf{3}^*$ puede ser escrito como:

$$Q[3] = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}+\frac{1}{2}+X & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+X & 0 \\ 0 & 0 & -1+X \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+X & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & -1+X \end{pmatrix}$$

$$Q[3^*] = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+X & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}-\frac{1}{2}+X & 0 \\ 0 & 0 & 1+X \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1+X & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & 1+X \end{pmatrix}$$

Multipletes para modelos 331 con $\beta = \sqrt{3}$

Para construir los diferentes múltipletes del modelo 331 con $\beta = \sqrt{3}$, se evalua el operador de carga Q en las representaciones $\mathbf{3}$ y $\mathbf{3}^*$, para diferentes valores del número cuántico de hipercarga X, de tal manera que se reproduzca el contenido de partículas del ME en las primeras dos componentes del triplete de $SU(3)_L$. Partiendo de lo anterior, los tripletes de quarks y leptones izquierdos de $SU(3)_L$ que pueden ser definidos para cada una de las familias del SM son:

$$\Psi_L = \begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \\ q \end{pmatrix}_L \quad , \quad \chi_L = \begin{pmatrix} u \\ d \\ l \end{pmatrix}_L \quad .$$

Multipletes para modelos 331 con $\beta = \sqrt{3}$

- $X = 0 \quad \rightarrow \quad \Psi_L^T = (e^-, \nu_e, E_1^+) \quad \rightarrow \quad (1, 3^*, 0)$
- $X = 0 \quad \rightarrow \quad \Psi_L^T = (e^-, \nu_e, e^+) \quad \rightarrow \quad (1, 3^*, 0)$
- $X = 0 \quad \rightarrow \quad \Psi_L^T = (E_5^+, N_2^0, E_6^-) \quad \rightarrow \quad (1, 3, 0)$
- $X = -1/3 \quad \rightarrow \quad \chi_L^T = (u, d, Q_1) \quad \rightarrow \quad (3, 3, -1/3)$
- $X = 2/3 \quad \rightarrow \quad \chi_L^T = (d, u, Q_2) \quad \rightarrow \quad (3, 3^*, 2/3)$
- $X = -1 \quad \rightarrow \quad \Psi_L^T = (\nu_e, e^-, E_2^{--}) \quad \rightarrow \quad (1, 3, -1)$
- $X = 1 \quad \rightarrow \quad \Psi_L^T = (N_1^0, E_3^+, E_4^{++}) \quad \rightarrow \quad (1, 3^*, 1)$
- $X = 1/3 \quad \rightarrow \quad \chi_L^T = (u^c, d^c, Q_1^c) \quad \rightarrow \quad (3^*, 3^*, 1/3)$
- $X = -2/3 \quad \rightarrow \quad \chi_L^T = (d^c, u^c, Q_2^c) \quad \rightarrow \quad (3^*, 3, -2/3)$

Formación de conjuntos cerrados para modelos 331 con β = √3

Los conjuntos cerrados de fermiones que pueden ser generados a partir de los multipletes de quarks y leptones, cuyas componentes izquierdas son tripletes de $SU(3)_L$ y sus componentes derechas singletes de $SU(3)_L$, se muestran a continuación.

- $S_{L1} = [(\nu_e^0, e^-, E_2^{--}) \oplus e^+ \oplus E_2^{++}]_L$ con números cuánticos $(1,3,-1); (1,1,1)$ y $(1,1,2)$ respectivamente.
- $S_{L2} = [(e^-, \nu_e^0, E_1^+) \oplus e^+ \oplus E_1^-]_L$ con números cuánticos $(1,3^*,0)$; $(1,1,1)$ y $(1,1,-1)$ respectivamente.
- $S_{L3} = [(e^-, \nu_e^0, e^+)]_L$ con números cuánticos $(1,3^*,0)$.
- $S_{Q1} = [(d,u,Q_2) \oplus u^c \oplus d^c \oplus Q_2^c]_L$ con números cuánticos $(3,3^*,2/3)$; $(3^*,1,-2/3)$; $(3^*,1,1/3)$ y $(3^*,1,-5/3)$ respectivamente.
- $S_{Q2} = [(u,d,Q_1) \oplus u^c \oplus d^c \oplus Q_1^c]_L$ con números cuánticos $(3,3,-1/3)$; $(3^*,1,-2/3)$; $(3^*,1,1/3)$ y $(3^*,1,4/3)$ respectivamente.
- $S_{E1} = [(N_1^0, E_4^+, E_3^{++}) \oplus E_4^- \oplus E_3^{--}]_L$ con números cuánticos $(1,3^*,1)$; $(1,1,-1)$ y $(1,1,-2)$ respectivamente.
- $S_{E2} = [E_5^+, N_2^0, E_6^-) \oplus E_5^- \oplus E_6^+]_L$ con números cuánticos $(1,3,0)$; $(1,1,-1)$ y $(1,1,1)$ respectivamente.

Anomalías quirales para modelos 331

Para un modelo descrito bajo un grupo de simetría de gauge $SU(n) \times U(1)$, todas las anomalías del modelo pueden ser canceladas si se satisface que:

$$A_L^{abc} - A_R^{abc} = 0 \quad . \tag{A.1}$$

Donde las anomalías izquierdas y derechas ($A_{L,R}^{abc}$) presentes en el modelo están definas en la forma:

$$A_{L(R)}^{abc} = Tr_{\Psi_{L(R)}} \left[\{T^a, T^b\} T^c \right] \quad . \tag{A.2}$$

Donde $\Psi_{L(R)}$ representa los multipletes izquierdos (derechos) del modelo y los coeficientes a, b y c es una combinación arbitraria de los generadores del grupo de simetría de gauge. Para este modelo extendido 331 con $\beta = \sqrt{3}$, consideramos el siguiente conjunto de anomalías quirales de la teoría: $[SU(3)_C]^2 U(1)_X$, $[SU(3)_L]^2 U(1)_X$, $[Grav]^2 U(1)_X$, $[U(1)_X]^3$ y $[SU(3)_L]^3$.

Anomalías quirales para modelos 331

A partir de la ecuación (A.2), podemos evaluar cada una de las anomalías anteriores para cada uno de los conjuntos cerrados descritos anteriormente. Como ejemplo de los cálculos realizados mostramos explícitamente los resultados obtenidos para la anomalía $[SU(3)_L]^2U(1)_X$ como se sigue a continuación:

$$
\begin{aligned}
A_L^{abc} &= \sum_{\Psi_L} Tr\left[\{T^a, T^b\}T^c\right] = \sum_{\Psi_L} Tr\left[\{T^a, T^b\}\right]Y_\Psi \\
&= \sum_{\Psi_L} Tr\left[\frac{1}{3}\delta^{ab}I + d^{abc}T^c\right]Y_\Psi = \frac{1}{3}\sum_{\Psi_L} Tr\left[I\right]\delta^{ab}Y_\Psi = \sum_{\Psi_L}\delta^{ab}Y_\Psi \quad .
\end{aligned}
$$

Cálculo de anomalías para modelos 331 con $\beta = \sqrt{3}$

- $S_{L1} = [(\nu_e^0, e^-, E_2^{--}) \oplus e^+ \oplus E_2^{++}]_L$ con números cuánticos $(1,3,-1)$; $(1,1,1)$ y $(1,1,2)$ respectivamente. $A_L^{abc} = \sum_{\Psi_L} Y_\Psi = -1$
- $S_{L2} = [(e^-, \nu_e^0, E_1^+) \oplus e^+ \oplus E_1^-]_L$ con números cuánticos $(1,3^*,0)$; $(1,1,1)$ y $(1,1,-1)$ respectivamente. $A_L^{abc} = \sum_{\Psi_L} Y_\Psi = 0$
- $S_{L3} = [(e^-, \nu_e^0, e^+)]_L$ con números cuánticos $(1,3^*,0)$. $A_L^{abc} = \sum_{\Psi_L} Y_\Psi = 0$
- $S_{Q1} = [(d, u, Q_2) \oplus u^c \oplus d^c \oplus Q_2^c]_L$ con números cuánticos $(3,3^*,2/3)$; $(3^*,1,-2/3)$; $(3^*,1,1/3)$ y $(3^*,1,-5/3)$ respectivamente. $A_L^{abc} = \sum_{\Psi_L} Y_\Psi = \frac{2}{3}(3) = 2$
- $S_{Q2} = [(u, d, Q_1) \oplus u^c \oplus d^c \oplus Q_1^c]_L$ con números cuánticos $(3,3,-1/3)$; $(3^*,1,-2/3)$; $(3^*,1,1/3)$ y $(3^*,1,4/3)$ respectivamente. $A_L^{abc} = \sum_{\Psi_L} Y_\Psi = (-\frac{1}{3})(3) = -1$
- $S_{E1} = [(N_1^0, E_4^+, E_3^{++}) \oplus E_4^- \oplus E_3^{--}]_L$ con números cuánticos $(1,3^*,1)$; $(1,1,-1)$ y $(1,1,-2)$ respectivamente. $A_L^{abc} = \sum_{\Psi_L} Y_\Psi = 1$
- $S_{E2} = [E_5^+, N_2^0, E_6^-) \oplus E_5^- \oplus E_6^+]_L$ con números cuánticos $(1,3,0)$; $(1,1,-1)$ y $(1,1,1)$ respectivamente. $A_L^{abc} = \sum_{\Psi_L} Y_\Psi = 0$

Conjuntos libres de anomalías y construcción de modelos con $\beta = \sqrt{3}$

i	Vector-like lepton set (L_i)	One quark set (Q_i^I)	Two quarks set (Q_i^{II})	Three quarks set (Q_i^{III})
1	$S_{E2} + S_{L2}$	$S_{E2} + 2S_{L1} + S_{Q1}$	$S_{L1} + S_{L2} + S_{Q1} + S_{Q2}$	$3S_{L1} + 2S_{Q1} + S_{Q2}$
2	$S_{E1} + S_{L1}$	$S_{E1} + 2S_{L2} + S_{Q2}$	$S_{L1} + S_{L3} + S_{Q1} + S_{Q2}$	$3S_{L2} + S_{Q1} + 2S_{Q2}$
3	$S_{E2} + S_{L3}$	$S_{E1} + S_{L2} + S_{L3} + S_{Q2}$		$3S_{L3} + S_{Q1} + 2S_{Q2}$
4		$S_{E1} + 2S_{L3} + S_{Q2}$		$2S_{L2} + S_{L3} + S_{Q1} + 2S_{Q2}$
5				$S_{L2} + 2S_{L3} + S_{Q1} + 2S_{Q2}$

Se muestra en esta tabla, la clasificación de los CLAs de acuerdo con el contenido de familias de quarks, i.e., Q^I , Q^{II} , y Q^{III} . Combinaciones de estos conjuntos con tres familias de quarks y leptones del ME pueden ser considerados como modelos 331.

Conjuntos libres de anomalías y construcción de modelos con $\beta = \sqrt{3}$

	Modelos	
M1	Q_1^{III}	$3S_{L1} + 2S_{Q1} + S_{Q2}$
M2	Q_2^{III}	$3S_{L2} + S_{Q1} + 2S_{Q2}$
M3	Q_3^{III}	$3S_{L3} + S_{Q1} + 2S_{Q2}$
M4	Q_4^{III}	$2S_{L2} + S_{L3} + S_{Q1} + 2S_{Q2}$
M5	Q_5^{III}	$S_{L2} + 2S_{L3} + S_{Q1} + 2S_{Q2}$
M6	$Q_1^{II} + Q_1^{I}$	$3S_{L1} + S_{L2} + S_{E2} + 2S_{Q1} + S_{Q2}$
M7	$Q_1^{II} + Q_2^{I}$	$S_{L1} + 3S_{L2} + S_{E1} + S_{Q1} + 2S_{Q2}$
M8	$Q_1^{II} + Q_3^{I}$	$S_{L1} + 2S_{L2} + S_{L3} + S_{E1} + S_{Q1} + 2S_{Q2}$
M9	$Q_1^{II} + Q_4^{I}$	$S_{L1} + S_{L2} + 2S_{L3} + S_{E1} + S_{Q1} + 2S_{Q2}$
M10	$Q_2^{II} + Q_1^{I}$	$3S_{L1} + S_{L3} + S_{E2} + 2S_{Q1} + S_{Q2}$
M11	$Q_2^{II} + Q_2^{I}$	$S_{L1} + 2S_{L2} + S_{L3} + S_{E1} + S_{Q1} + 2S_{Q2}$
M12	$Q_2^{II} + Q_3^{I}$	$S_{L1} + S_{L2} + 2S_{L3} + S_{E1} + S_{Q1} + 2S_{Q2}$
M13	$Q_2^{II} + Q_4^{I}$	$S_{L1} + 3S_{L3} + S_{E1} + S_{Q1} + 2S_{Q2}$
M14	$Q_1^{I} + Q_2^{I} + Q_3^{I}$	$2S_{L1} + 3S_{L2} + S_{L3} + 2S_{E1} + S_{E2} + S_{Q1} + 2S_{Q2}$
M15	$Q_1^{I} + Q_2^{I} + Q_4^{I}$	$2S_{L1} + 2S_{L2} + 2S_{L3} + 2S_{E1} + S_{E2} + S_{Q1} + 2S_{Q2}$
M16	$Q_1^{I} + Q_3^{I} + Q_4^{I}$	$2S_{L1} + S_{L2} + 3S_{L3} + 2S_{E1} + S_{E2} + S_{Q1} + 2S_{Q2}$
M17	$Q_2^{I} + Q_3^{I} + Q_4^{I}$	$3S_{L2} + 3S_{L3} + 3S_{E1} + 3S_{Q2}$
M18	$3Q_1^{I}$	$6S_{L1} + 3S_{E2} + 3S_{Q1}$
M19	$2Q_1^{I} + Q_2^{I}$	$4S_{L1} + 2S_{L2} + 2S_{E2} + S_{E1} + 2S_{Q1} + S_{Q2}$
M20	$2Q_1^{I} + Q_3^{I}$	$4S_{L1} + S_{L2} + S_{L3} + S_{E1} + 2S_{E2} + 2S_{Q1} + S_{Q2}$
M21	$2Q_1^{I} + Q_4^{I}$	$4S_{L1} + 2S_{L3} + S_{E1} + 2S_{E2} + 2S_{Q1} + S_{Q2}$
M22	$3Q_2^{I}$	$6S_{L2} + 3S_{E1} + 3S_{Q2}$
M23	$2Q_2^{I} + Q_1^{I}$	$2S_{L1} + 4S_{L2} + 2S_{E1} + S_{E2} + S_{Q1} + 2S_{Q2}$
M24	$2Q_2^{I} + Q_3^{I}$	$5S_{L2} + S_{L3} + 3S_{E1} + 3S_{Q2}$
M25	$2Q_2^{I} + Q_4^{I}$	$4S_{L2} + 2S_{L3} + 3S_{E1} + 3S_{Q2}$
M26	$3Q_3^{I}$	$3S_{L2} + 3S_{L3} + 3S_{E1} + 3S_{Q2}$
M27	$2Q_3^{I} + Q_1^{I}$	$2S_{L1} + 2S_{L2} + 2S_{L3} + 2S_{E1} + S_{E2} + S_{Q1} + 2S_{Q2}$
M28	$2Q_3^{I} + Q_2^{I}$	$4S_{L2} + 2S_{L3} + 3S_{E1} + 3S_{Q2}$
M29	$2Q_3^{I} + Q_4^{I}$	$2S_{L2} + 4S_{L3} + 3S_{E1} + 3S_{Q2}$
M30	$3Q_4^{I}$	$6S_{L3} + 3S_{E1} + 3S_{Q2}$
M31	$2Q_4^{I} + Q_1^{I}$	$2S_{L1} + 4S_{L3} + 2S_{E1} + S_{E2} + S_{Q1} + 2S_{Q2}$
M32	$2Q_4^{I} + Q_2^{I}$	$2S_{L2} + 4S_{L3} + 3S_{E1} + 3S_{Q2}$
M33	$2Q_4^{I} + Q_3^{I}$	$S_{L2} + 5S_{L3} + 3S_{E1} + 3S_{Q2}$

Conjuntos libres de anomalías y construcción de modelos con $\beta = \sqrt{3}$

En general, nosotros encontramos tres posibles clases de modelos que se describen a continuación:

- Modelos completamente no universales: Esto sucede si integramos cada una de las familias del ME en conjuntos diferentes; por ejemplo, una de las posibles configuraciones para el modelo M12 de la Tabla 4.8 es colocar la primera familia de leptones en S_{L3} y las familias de leptones restantes en S_{L1} y S_{L2} respectivamente. Esta clase de modelos suele tener restricciones muy fuertes de FCNC y CLFV.
- Modelos Universales: En algunos de los CLA, hay configuraciones con las tres familias de leptones del ME en conjuntos con los mismos números cuánticos; lo mismo se aplica para las tres familias de quarks del ME. Por ejemplo, en el modelo M26 relacionado en la Tabla 4.8, es posible tener todas las tres familias del ME en los conjuntos $3S_{L3} + 3S_{Q2}$. Los campos restantes son considerados fermiones exóticos y son necesarios para la cancelación de anomalías.

Conjuntos libres de anomalías y construcción de modelos con β = $\sqrt{3}$

- Los modelos 2 + 1: La mayoría de los CLA tienen configuraciones donde dos familias están en conjuntos con los mismos números cuánticos y la tercera familia está en un conjunto diferente. Para evitar las restricciones más fuertes de FCNC, es necesario que los dobletes izquierdos de las dos primeras familias de quarks del ME posean idénticos números cuánticos. Esta condición también es deseable para las familias de leptones, aunque algunos modelos podrían evitar las restricciones de FCNC sin satisfacer esta condición. Un ejemplo típico de estos modelos es el modelo mínimo de Pisano-Pleitez-Frampton [20, 21], $3S_{L3} + S_{Q1} + 2S_{Q2}$ (el modelo M3 en la Tabla 4.8). Este modelo es universal en el sector leptónico y no universal en el sector de quarks.

Cálculo de cargas para el Z'

Los modelos 3-3-1, $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$, a bajas energías se reducen a la simetría

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_{8L} \otimes U(1)_X \to SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \tag{1}$$

De las derivadas covariantes, nosostros obtenemos los acoplamientos

$$-\mathcal{L} \supset g_L J^{\mu}_{3L} A_{3L\mu} + g_L J^{\mu}_{8L} A_{8L\mu} + g_X J^{\mu}_X A_{X\mu} \tag{2}$$

En forma corta podemos reescribir (2) en la forma

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{NC} =& g_\kappa J_{\kappa\mu} A^{\mu}_{\kappa} = \left(g_{\kappa''} J_{\kappa''\mu} O_{\kappa''\kappa'}\right)\left(O^T_{\kappa'\kappa} A^{\mu}_{\kappa}\right) \\ =& \tilde{g}_{\kappa'} \tilde{J}_{\kappa'\mu} \tilde{A}^{\mu}_{\kappa'} , \end{aligned} \tag{3}$$

donde

$$\tilde{A}^{\mu}_{\kappa'} = \begin{pmatrix} B_\mu \\ Z'_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} O_{11} & O_{12} \\ O_{21} & O_{22} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A_{8\mu} \\ A_{X\mu} \end{pmatrix} \tag{4}$$

Cálculo de cargas para el Z’

$$\tilde{g}_{\kappa'}\tilde{J}_{\kappa'\mu} = \left(g_Y J_Y^\mu, \quad g_{Z'} J_{Z'}^\mu\right) = \left(g_a J_a^\mu, \quad g_b J_b^\mu\right)\begin{pmatrix} O_{11} & O_{12} \\ O_{21} & O_{22} \end{pmatrix}$$
$$= \left(g_a J_a^\mu O_{11} + g_b J_b^\mu O_{21}, \quad g_a J_a^\mu O_{12} + g_b J_b^\mu O_{22}\right) . \tag{5}$$

Si

$$\begin{pmatrix} O_{11} & O_{12} \\ O_{21} & O_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\omega & -\sin\omega \\ \sin\omega & \cos\omega \end{pmatrix} . \tag{6}$$

Entonces

$$\begin{aligned} g_Y J_Y^\mu &= g_a J_a^\mu \cos\omega + g_b J_b^\mu \sin\omega \\ g_{Z'} J_{Z'}^\mu &= -g_a J_a^\mu \sin\omega + g_b J_b^\mu \cos\omega \end{aligned} \tag{7}$$

Cálculo de cargas para el Z'

De la relación entre las cargas

$$Y = k_a Q_a^\mu + k_b Q_b^\mu \,. \tag{8}$$

Se puede obtener la relación entre las corrientes (las corrientes son proporcionales a las cargas)

$$J_Y^\mu = k_a J_a^\mu + k_b J_b^\mu \,. \tag{9}$$

Comparando este resultado con (7)

$$k_a = \frac{g_a \cos\omega}{g_Y}\,, \qquad k_b = \frac{g_b \sin\omega}{g_Y}\,. \tag{10}$$

De la relación $\cos^2\omega + \sin^2\omega = 1$ obtenemos

$$\left(\frac{k_a}{g_a}\right)^2 + \left(\frac{k_b}{g_b}\right)^2 = \frac{1}{g_Y^2}\,. \tag{11}$$

Para modelos 331 tenemos

$$g_a = g \approx 0.652\,, \qquad g_Y = g\tan\theta_W\,, \qquad g_b = g_X\,. \tag{12}$$

Cálculo de cargas para el Z'

$$Q_\Psi = T_{L3} + \beta_L T_{L8} + X1\,, \qquad (13)$$

y por tanto

$$Y = \beta_L T_{L8} + X1\,, \qquad (14)$$

de este modo $k_a = \beta_L$ y $k_b = X$ y

$$g_X = X \frac{g \tan\theta_W}{\sqrt{1 - \beta_L^2 \tan^2\theta_W}}\,. \qquad (15)$$

De estas expresiones obtenemos

$$\cos\omega = \frac{k_a}{g_a} g_Y = \beta_L \tan\theta_W\,, \qquad \sin\omega = \sqrt{1 - \beta_L^2 \tan\theta_W^2}\,. \qquad (16)$$

Cálculo de cargas para el Z’

De la expresión $g_{Z'}J^{\mu}_{Z'} = -g_a J^{\mu}_a \sin\omega + g_b J^{\mu}_b \cos\omega$ obtenemos

$$\begin{aligned} g_{Z'}Q^{\mu}_{Z'} &= -gT_{L8}\sqrt{1-\beta_L^2\tan\theta_W^2} + X\frac{g\beta_L\tan^2\theta_W}{\sqrt{1-\beta_L^2\tan^2\theta_W}} \\ &= -T_{L8}\tilde{\alpha} + \beta_L\frac{g^2\tan^2\theta_W}{\tilde{\alpha}}X \\ &= \frac{-gT_{L8} + g\beta_L\tan^2\theta_W(\beta_L T_{L8} + X)}{\sqrt{1-\beta_L^2\tan^2\theta_W}} \end{aligned} \tag{17}$$

Donde $\tilde{\alpha} = \sqrt{1-\beta_L^2\tan^2\theta_W}$ y $\beta_L = \frac{2}{\sqrt{3}}\beta$.

Cálculo de cargas para el Z'

Reescribiendo la expresión (17) en forma matricial tenemos que:

$$
\begin{aligned}
g_{Z'} Q^{\mu}_{Z'} &= -T_{L8}\tilde{\alpha} + \beta_L \frac{g^2 \tan^2\theta_W}{\tilde{\alpha}} X \\
&= -\frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \tilde{\alpha} + \beta_L \frac{g^2 \tan^2\theta_W}{\tilde{\alpha}} X \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{3}}\tilde{\alpha} + \beta_L \frac{g^2 \tan^2\theta_W}{\tilde{\alpha}} X & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}}\tilde{\alpha} + \beta_L \frac{g^2 \tan^2\theta_W}{\tilde{\alpha}} X & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{\sqrt{3}}\tilde{\alpha} + \beta_L \frac{g^2 \tan^2\theta_W}{\tilde{\alpha}} X \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

Cálculo de cargas para el Z’

Para los campos del ME contenidos en las series completas de fermiones: SL1, SL2, SL3, SQ1 y SQ2, las cargas del Z′ son mostradas en las tablas 4.1-4.5, respectivamente.

- Generación leptónica $S_{L1} = [(\nu_e^0, e^-, E_2^{--}) \oplus e^+ \oplus E_2^{++}]_L$ con números cuánticos $(1,3,-1); (1,1,1)$ y $(1,1,2)$ respectivamente. Las cargas del Z' para los campos del ME se muestran en la tabla 4.1.

$\ell = (\nu_L, e_L)^T \subset 3$, $e_R \subset 1$ (como en S_{L1})		
Campos	$g_{Z'}\epsilon_L^{Z'}$	$g_{Z'}\epsilon_R^{Z'}$
ν_e	$\frac{g_L}{\cos\theta_W}\frac{2\cos^2\theta_W-3}{\sqrt{3(1-4\sin^2\theta_W)}}$	0
e	$\frac{g_L}{\cos\theta_W}\frac{2\cos^2\theta_W-3}{\sqrt{3(1-4\sin^2\theta_W)}}$	$\frac{g_L}{\cos\theta_W}\frac{\sqrt{3}\sin^2\theta_W}{\sqrt{1-4\sin^2\theta_W}}$

Tabla 4.1: Cargas quirales del Z' para leptones del ME y neutrinos de quiralidad derecha contenidos en S_{L1}. θ_W es el ángulo de mezcla electrodébil (Ángulo de Weinberg)

Cálculo de cargas para el Z'

- Serie $S_{L2} = [(e^-, \nu_e^0, E_1^+) \oplus e^+ \oplus E_1^-]_L$ con números cuánticos $(1, 3^*, 0)$; $(1, 1, 1)$ y $(1, 1, -1)$, respectivamente. Las cargas del Z' para los campos del ME se muestran en la tabla 4.2.

$\ell = (\nu_L, e_L)^T \subset 3^*$, $e_R \subset 1$ (como en S_{L2})		
Campos	$g_{Z'}\epsilon_L^{Z'}$	$g_{Z'}\epsilon_R^{Z'}$
ν_e	$\frac{g_L}{\cos\theta_W}\frac{\sqrt{1-4\sin^2\theta_W}}{2\sqrt{3}}$	0
e	$\frac{g_L}{\cos\theta_W}\frac{\sqrt{1-4\sin^2\theta_W}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{g_L}{\cos\theta_W}\frac{\sqrt{3}\sin^2\theta_W}{\sqrt{1-4\sin^2\theta_W}}$

Tabla 4.2: Cargas quirales del Z' para leptones del ME y neutrinos de quiralidad derecha contenidos en S_{L2}

- Serie $S_{L3} = [(e^-, \nu_e^0, e^+)]_L$ con números cuánticos $(1, 3^*, 0)$. Las cargas del Z' para los campos del ME se muestran en la tabla 4.3.

$\ell = (\nu_L, e_L)^T, e_R \subset 3^*$ (como en S_{L3})		
Campos	$g_{Z'}\epsilon_L^{Z'}$	$g_{Z'}\epsilon_R^{Z'}$
ν_e	$\frac{g_L}{\cos\theta_W}\frac{\sqrt{1-4\sin^2\theta_W}}{2\sqrt{3}}$	0
e	$\frac{g_L}{\cos\theta_W}\frac{\sqrt{1-4\sin^2\theta_W}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{g_L}{\cos\theta_W}\frac{\sqrt{1-4\sin^2\theta_W}}{\sqrt{3}}$

Tabla 4.3: Cargas quirales del Z' para leptones del ME y neutrinos de quiralidad derecha contenidos en S_{L3}

Cálculo de cargas para el Z'

- Serie $S_{Q1} = [(d, u, Q_1^{5/3}) \oplus u^c \oplus d^c \oplus Q_1^c]_L$ con números cuánticos $(3, 3^*, 2/3)$; $(3^*, 1, -2/3)$; $(3^*, 1, 1/3)$ y $(3^*, 1, -5/3)$, respectivamente. Las cargas del Z' para los campos del ME se muestran en la tabla 4.4.

$q = (u_L, d_L)^T \subset 3^*$, $u_R, d_R \subset 1$ (como en S_{Q1})		
Campos	$g_{Z'}\epsilon_L^{Z'}$	$g_{Z'}\epsilon_R^{Z'}$
u	$\frac{g_L}{\cos\theta_W}\frac{1}{2\sqrt{3(1-4\sin^2\theta)}}$	$-\frac{g_L}{\cos\theta_W}\frac{2\sin^2\theta_W}{\sqrt{3(1-4\sin^2\theta)}}$
d	$\frac{g_L}{\cos\theta_W}\frac{1}{2\sqrt{3(1-4\sin^2\theta)}}$	$\frac{g_L}{\cos\theta_W}\frac{\sin^2\theta_W}{\sqrt{3(1-4\sin^2\theta)}}$

Tabla 4.4: Cargas quirales del Z' para quarks del ME contenidos en S_{Q1}

- Serie $S_{Q2} = [(u, d, Q_2^{-4/3}) \oplus u^c \oplus d^c \oplus Q_2^c]_L$ con números cuánticos $(3, 3, -1/3)$; $(3^*, 1, -2/3)$; $(3^*, 1, 1/3)$ y $(3^*, 1, 4/3)$, respectivamente. Las cargas del Z' para los campos del ME se muestran en la tabla 4.5.

$q = (u_L, d_L)^T \subset 3$, $u_R, d_R \subset 1$ (como en S_{Q2})		
Campos	$g_{Z'}\epsilon_L^{Z'}$	$g_{Z'}\epsilon_R^{Z'}$
u	$\frac{g_L}{\cos\theta_W}\frac{1-2\sin^2\theta_W}{2\sqrt{3(1-4\sin^2\theta)}}$	$-\frac{g_L}{\cos\theta_W}\frac{2\sin^2\theta_W}{\sqrt{3(1-4\sin^2\theta)}}$
d	$\frac{g_L}{\cos\theta_W}\frac{1-2\sin^2\theta_W}{2\sqrt{3(1-4\sin^2\theta)}}$	$\frac{g_L}{\cos\theta_W}\frac{\sin^2\theta_W}{\sqrt{3(1-4\sin^2\theta)}}$

Tabla 4.5: Cargas quirales del Z' para quarks del ME contenidos en S_{Q2}

Restricciones de LHC a bajas energías

Para el análisis de restricciones se consideran los resultados obtenidos del experimento ATLAS del CERN, de resonancias dileptónicas de alta masa en el rango de masas entre los 250GeV a 6TeV, en colisiones protón-protón con una energía de centro de masa de $\sqrt{s} = 13$ TeV durante la segunda corrida del Large Hadron Collider (LHC) con una luminosidad integrada de 139 fb^{-1} [35]. Estos datos se obtuvieron de búsquedas de bosones Z' decayendo a dileptones. Se obtiene la cota inferior para la masa del Z', de la intersección entre las predicciones teóricas para la sección transversal y la cota superior reportada por el experimento ATLAS con un nivel de confianza del 95 %.

Restricciones de LHC a bajas energías

Particle content first generation	LHC-Lower limit in TeV
$S_{L3} + S_{Q1}$	7.3
$S_{L3} + S_{Q2}$	6.4

Tabla 4.9: Las familias de leptones S_{L_1} y S_{L_2} están fuertemente acopladas (Para S_{L_1} y S_{L_2} el doblete de leptones izquierdos ℓ y el singlete leptónico cargado derecho e_R tienen acoplamientos mayores que 1, respectivamente). Por lo tanto, sólo S_{L_3} es fenomenológicamente viable para la primera familia. Dependiendo del contenido de quarks, es decir, S_{Q_1} o S_{Q_2}, tenemos dos restricciones diferentes.

Restricciones de LHC a bajas energías

Model	j	SM Lepton Embeddings	Universal —	$2+1$ —	Quark Configuration —	LHC-Lower limit
$M3 = Q_3^{III}$ (Minimal)	-	$[3S_{L3}^{\bar{\ell}+e'^+}]$	✓	×	$2S_{Q2}+S_{Q1}$	6.4 TeV
$M4 = Q_4^{III}$	-	$[2S_{L2}^{\bar{\ell}+e^+} + S_{L3}^{\bar{\ell}+e'^+}]$	×	✓	$2S_{Q2}+S_{Q1}$	6.4 TeV
$M6 = (Q_1^I + Q_1^{II})^j$	1	$[3S_{L1}^{\ell+e^+}]+S_{L2}+S_{E2}$	✓	×	$2S_{Q1}+S_{Q2}$	SC
	2	$[2S_{L1}^{\ell+e^+} + S_{L2}^{\bar{\ell}+e^+}]+S_{L1}+S_{E2}$	×	✓	$2S_{Q1}+S_{Q2}$	SC
$M17 = (Q_2^I + Q_3^I + Q_4^I)^j$	1	$[3S_{L2}^{\bar{\ell}+e^+}]+3S_{L3}+3S_{E1}$	✓	×	$3S_{Q2}$	SC
	2	$[3S_{L3}^{\bar{\ell}+e'^+}]+3S_{L2}+3S_{E1}$	✓	×	$3S_{Q2}$	6.4 TeV
	3	$[2S_{L2}^{\bar{\ell}+e^+} + S_{L3}^{\bar{\ell}+e'^+}]+S_{L2}+2S_{L3}+3S_{E1}$	×	✓	$3S_{Q2}$	6.4 TeV
	4	$[S_{L2}^{\bar{\ell}+e^+} + 2S_{L3}^{\bar{\ell}+e'^+}]+2S_{L2}+S_{L3}+3S_{E1}$	×	✓	$3S_{Q2}$	6.4 TeV
$M10 = (Q_1^I + Q_2^{II})^j$	1	$[3S_{L1}^{\ell+e^+}]+S_{L3}+S_{E2}$	✓	×	$2S_{Q1}+S_{Q2}$	SC
	2	$[2S_{L1}^{\ell+e^+} + S_{L3}^{\bar{\ell}+e'^+}]+S_{L1}+S_{E2}$	×	✓	$2S_{Q1}+S_{Q2}$	7.3 TeV

Tabla 4.10: "Embeddings" alternativos de los campos del ME para algunos de los modelos relacionados en la Tabla 4.8. Los conjuntos de leptones entre corchetes (azul) contienen los campos del modelo estándar. Los superíndices corresponden al contenido de partículas del ME, donde ℓ ($\bar{\ell}$) representa un doblete de leptones izquierdo contenido en un triplete de $SU(3)_L$ (antitriplete), y e'^+ (e^+) es el leptón cargado derecho contenido en un triplete de $SU(3)_L$ (singlete). El símbolo ✓ significa que al menos dos (2+1) o tres familias (universales) tienen las mismas cargas bajo el grupo de simetría de gauge. La cruz × representa lo contrario.

Resumen y Conclusiones

1 Dado que para los modelos 331, el valor absoluto del parámetro β debe ser menor que $\beta \lesssim \cot\theta_W = 1.8$ (para $\sin^2\theta_W = 0.231$ en el esquema de renormalización del ME a la escala de energía del Z-polo), y que los valores de β están aún más limitados por el hecho de que las cargas de los bosones vectoriales son enteras, los posibles valores de este parámetro son reducidos a unos pocos casos. Para un modelo realista, el máximo valor posible corresponde a $\beta = \sqrt{3} \sim 1.73$. Este caso es gran importancia ya que contiene el modelo "minimal" de Pleitez-Frampton.

2 En este trabajo, se construyeron tres conjuntos de familias de leptones S_{Li}, dos familias de quarks, S_{Qi} y dos familias de leptones exóticos S_{Ei}, para los cuales calculamos su contribución a las anomalías del modelo 331. Como resultado de nuestro análisis, obtuvimos 14 CLA (Conjuntos libres de anomalías) irreducibles, a partir de los cuales construimos 33 modelos 331 no triviales (sin considerar los diferentes embeddings) con al menos tres quarks y tres familias de leptones para cada caso. Cada uno de estos embeddings constituye un modelo fenomenológicamente distinguible; sin embargo, limitamos nuestro análisis de los posibles embeddings a algunos casos.

Resumen y Conclusiones

3 Del mismo modo, del análisis desarrollado en el trabajo de los modelos 331 con $\beta = \sqrt{3}$, se reportan los acoplamientos de los campos del ME con el bosón Z' para todas las posibles familias de quarks y leptones, así como las cotas inferiores de la masa del Z'. Nosotros también analizamos las condiciones bajo las cuales los modelos reportados evitan FCNC y CLFV.

4 Por otro lado, también se observó que los modelos fuertemente acoplados aparecen de forma natural y requieren de valores muy elevados para la masa Z′. Estos modelos fuertemente acoplados, pueden ser útiles en enfoques fenomenológicos específicos basados en modelos con fuerte dinámica

Bibliografía

J. Erler, P. Langacker, S. Munir, and E. Rojas, JHEP 11 (2011), 076 doi:10.1007/JHEP11(2011)076, [arXiv:1103.2659 [hep-ph]].

C. Salazar, R. H. Benavides, W. A. Ponce and E. Rojas, JHEP **07** (2015), 096 doi:10.1007/JHEP07(2015)096 [arXiv:1503.03519 [hep-ph]].

R. H. Benavides, L. Muñoz, W. A. Ponce, O. Rodríguez and E. Rojas, Int. J. Mod. Phys. A **33** (2018) no.35, 1850206 doi:10.1142/S0217751X18502068 [arXiv:1801.10595 [hep-ph]].

E. Suarez, R. H. Benavides, Y. Giraldo, W. A. Ponce and E. Rojas, J. Phys. G **51** (2024) no.3, 035004 doi:10.1088/1361-6471/ad1e21 [arXiv:2307.15826 [hep-ph]].

F. Pisano and V. Pleitez, Phys. Rev. D **46**, 410-417 (1992) doi:10.1103/PhysRevD.46.410 [arXiv:hep-ph/9206242 [hep-ph]].

P. H. Frampton, Phys. Rev. Lett. **69**, 2889-2891 (1992) doi:10.1103/PhysRevLett.69.2889

R. Foot, H. N. Long and T. A. Tran, Phys. Rev. D **50**, no.1, R34-R38 (1994) doi:10.1103/PhysRevD.50.R34 [arXiv:hep-ph/9402243 [hep-ph]].

W. A. Ponce, J. B. Florez and L. A. Sanchez, Int. J. Mod. Phys. A **17**, 643-660 (2002) doi:10.1142/S0217751X02005815 [arXiv:hep-ph/0103100 [hep-ph]].

W. A. Ponce, Y. Giraldo and L. A. Sanchez, Phys. Rev. D **67**, 075001 (2003) doi:10.1103/PhysRevD.67.075001 [arXiv:hep-ph/0210026 [hep-ph]].

R. H. Benavides, Y. Giraldo, L. Muñoz, W. A. Ponce and E. Rojas, [arXiv:2111.02563 [hep-ph]].

R. A. Diaz, R. Martinez and F. Ochoa, fisica Rev. D **72**, 035018 (2005) doi:10.1103/PhysRevD.72.035018 [arXiv:hep-ph/0411263 [hep-ph]].