



SECUENCIA DE ENSEÑANZA PARA EL ESTUDIO DE LA HOMOTECIA. UNA PROPUESTA
SEMIÓTICA COGNITIVA Y MEDIACIONAL

MARILIN BOTINA JOJOA

Trabajo de grado para optar al título de licenciada en matemáticas.

UNIVERSIDAD DE NARIÑO

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

SAN JUAN DE PASTO

2022



SECUENCIA DE ENSEÑANZA PARA EL ESTUDIO DE LA HOMOTECIA. UNA PROPUESTA
SEMIÓTICA COGNITIVA Y MEDIACIONAL

MARILIN BOTINA JOJOA

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de Licenciada en matemáticas

Director de trabajo de grado.

GUSTAVO ADOLFO MARMOLEJO AVENIA

Doctor en ciencias experimentales, sociales y de las matemáticas.

UNIVERSIDAD DE NARIÑO

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

SAN JUAN DE PASTO

2022

NOTA DE RESPONSABILIDAD

Las ideas y conclusiones aportadas en este trabajo de grado son responsabilidad del autor.
Artículo 1 del acuerdo N°. 324 de octubre 11 de 1966, Emanado por el Honorable Consejo Directivo de la Universidad de Nariño.

NOTA DE ACEPTACIÓN

Director
Dr. Gustavo Adolfo Marmolejo Avenía

Jurado 1
Dr. Vicente Erdulfo Ortega Patiño

Jurado 2
Esp. Ignacio David Revelo Vivas

San Juan de Pasto, 21 de octubre del 2022.

Agradecimientos

Agradezco a Dios por acompañarme en el proceso de alcanzar mis metas, por su amor, su bondad, por la vida, la salud, la sabiduría y la fortaleza en este camino de aprendizajes y experiencias que me llenan de alegría, gracias por haberme dado una familia maravillosa, que siempre creyó en mí.

Agradezco de manera sincera al Dr. Gustavo Adolfo Marmolejo Avenía, por sus orientaciones, su disposición, su confianza y paciencia; también a todos los profesores que hicieron parte de este camino de aprendizaje por compartir sus conocimientos, principios y fuente de inspiración para continuar en esta labor de educador

Agradezco también de forma especial a los validadores de esta secuencia de enseñanza, dado que su ayuda fue muy valiosa para construir este trabajo

Finalmente, agradezco a la vida por permitirme forjar amistades valiosas que estuvieron, están y estarán en el camino a cumplir el sueño de construir sociedad con ayuda de la educación.

Dedicatoria

Este trabajo de grado es por y para mi madre y hermanos, que me han demostrado que todo se puede lograr con ganas y coraje, para ellos a quienes admiro, amo y respeto en esta y en mil vidas más. Infinitas gracias a mi familia por ser el motor que me motiva cada día y por estar siempre a mi lado en los días lluviosos y soleados.

¡los amo!

Marilin Botina Jojoa

Resumen

Este trabajo aporta elementos de reflexión para el diseño y validación de una propuesta de enseñanza que busca promover el estudio de la homotecia, desde una propuesta semiótica, cognitiva y mediacional, que asigna un papel preponderante a la actividad cognitiva de visualización. Para lograr lo anterior, siguiendo los parámetros del campo de la educación matemática, se estableció una sinergia para el proceso de diseño entre: la articulación de unidades significativas en el estudio de la homotecia (Charalambos, 1991); los referentes curriculares que guían la enseñanza del área en Colombia (Ministerio de Educación Nacional, 2016); los elementos que determinan la idoneidad didáctica (Godino, 2011); algunas estrategias didácticas para la promoción del aprendizaje significativo (Díaz Barriga & Hernández, 2002) y la tecnología en la educación matemática (Gómez, 1997). Además, se consideraron cuatro períodos de diseño: apropiación conceptual, fase de planificación, diseño de una propuesta de enseñanza y validación; Ahora bien, respecto al último, es importante exponer que se llevó a cabo mediante un trabajo interno, desarrollado en colaboración con el grupo de investigación GESCAS, y un externo, puesto en marcha con ayuda de dos validadores peritos en el área de educación matemática, los cuales aportaron elementos y oportunidades de mejora a considerar en las tareas, permitiendo obtener una versión propicia para el estudio de la homotecia. Para finalizar, a manera de conclusión, se reconoce la complejidad que subyace al acto de diseñar y validar tareas para promover el estudio de la homotecia en la educación básica mediante ambientes de geometría dinámica.

Palabras clave: *homotecia, ambiente de geometría dinámico, GeoGebra, diseño, validación, secuencia de enseñanza.*

Abstract

This work aims to provide elements of reflection for the design and validation of a teaching proposal that aims to promote the study of homothecy, from a cognitive and mediational semiotic proposal that assigns a preponderant role to the cognitive activity of visualization. To achieve the above, and following the parameters of the field of mathematics education, a synergy was established for the design process between the articulation of significant units in the study of homothecy (Charalambos, 1991) the curricular references that guide the teaching of the area in Colombia (Ministerio de Educación Nacional, 2016), the elements that determine didactic suitability (Godino, 2011), didactic strategies for the promotion of meaningful learning (Díaz Barriga & Hernández, 2002) and technology in mathematics education (Gómez, 1997). In addition, four design phases were considered: conceptual appropriation, planning phase, design of a teaching proposal, and validation. Finally, regarding the validation process, an internal validation was carried out, developed in collaboration with the GESCAS research group, and an external one, developed with two expert validators in the area of mathematics education, which provided elements and opportunities for improvement. to consider in the tasks, allowing to obtain a favorable version for the study of homothecy. In conclusion, the complexity that underlies the act of designing and validating tasks to promote the study of homothecy in basic education through dynamic geometry environments is recognized.

Keywords: *homothetic, dynamic geometry environment, GeoGebra, design, validation, teaching sequence.*

TABLA DE CONTENIDO

INDICE DE ILUSTRACIONES.....	¡Error! Marcador no definido.
INDICE DE ANEXOS	¡Error! Marcador no definido.
INTRODUCCIÓN	11
CAPITULO 1. LA HOMOTECIA, UN OBJETO DE REFLEXION	17
CAPÍTULO 2. REFERENTES CONCEPTUALES	23
2.1 Estándares, DBA, Icfes, Competencias	23
2.2 Articulación de unidades significantes en el estudio de la homotecia	25
2.2 Estrategias de enseñanza para un aprendizaje significativo y sus funciones	26
2.3 Indicadores de idoneidad didáctica	29
2.4 Ambientes de geometría dinámica en la educación matemática	32
CAPÍTULO 3. PROCESO DE DISEÑO Y VALIDACIÓN	36
3.1 Ideas que guiaron el diseño	36
3.2 Fases de diseño	37
3.3. Proceso de validación.....	39
3.3.1 Los validadores	39
3.3.2 Herramientas para la validación.....	42
3.3.3 Oportunidades de mejora y su consideración.....	54
CAPÍTULO 4. SECUENCIA DE ENSEÑANZA “LA HOMOTECIA”	59
4.1. Codificación de las tareas y actividades.....	59
4.2. Caracterización de la secuencia de enseñanza	60
4.2.1. Momento 1: Conocimientos previos para sumergirse en la homotecia.....	61
4.2.2. Momento 2: Construcción de la noción de homotecia.....	67
4.2.3. Momento 3: Valoración de conocimientos adquiridos.....	71
CONCLUSIONES	75
BIBLIOGRAFÍA	79
ANEXOS.....	81

INDICE DE TABLAS

Tabla 1	Ejemplo de articulación de los registros figurativo y numérico	18
Tabla 2	Unidades significantes del estudio de la homotecia	19
Tabla 3	Clasificación de las estrategias de enseñanza según el proceso cognitivo atendido.....	27
Tabla 4	Componentes e indicadores de idoneidad afectiva	29
Tabla 5	Componentes e indicadores de idoneidad mediacional	30
Tabla 6	Componentes e indicadores de idoneidad interaccional	32
Tabla 7	Fases del proceso de diseño en la secuencia de enseñanza.....	38
Tabla 8	Cronograma de actividades.....	45
Tabla 9	Pasos seguidos para realizar el proceso de validación de la propuesta de enseñanza. ..	47
Tabla 10	Detalles de los criterios de valoración	51
Tabla 11	Fragmento del guion de validación.....	51
Tabla 12	Inclusión de las oportunidades de mejora.....	55
Tabla 13	Ejemplo de la estructura de los momentos que componen la secuencia de enseñanza	59
Tabla 14	Estructura de la secuencia de enseñanza.....	60
Tabla 15	Caracterización de las Tareas que conforman el Momento 1	61
Tabla 16	Caracterización de las Tareas que conforman el Momento 2	68
Tabla 17	Caracterización de las Tareas que componen el Momento 3.....	72

INTRODUCCIÓN

Para optar al título de Licenciada en Matemáticas en la Universidad de Nariño se debe desarrollar un trabajo de grado en cualquiera de las líneas de investigación que dictaminan los grupos de investigación del Departamento de Matemáticas y Estadística de dicha institución, por tanto, son varias las modalidades que se pueden considerar (Acuerdo No. 091, 2017), siendo la monografía, la categoría, a la que el presente documento se inscribe y expone el proceso de validación de una propuesta de enseñanza (en adelante secuencia de enseñanza); ahora, según el Acuerdo 091 (2017), este tipo de modalidad pretende:

Validar una propuesta de enseñanza que suscite el desarrollo del pensamiento matemático de acuerdo a lo expresado por el MEN en los lineamientos curriculares o estándares de competencias. Se expone la problemática a superar con la implementación de la propuesta realizada, igualmente los referentes conceptuales que guiaron su diseño. Al presentar los momentos que constituyen la propuesta, se describe, en detalle, cómo, cuándo, dónde y a través de qué recursos (variables de diseño) se suscitó la promoción de las exigencias curriculares del MEN y del ICFES (pág. 3).

La secuencia de enseñanza, aquí expuesta, focaliza su atención en el estudio de la homotecia desde una propuesta semiótica cognitiva y mediacional, teniendo en cuenta lo anterior, el objetivo general del presente trabajo es: “Establecer estrategias de enseñanza que favorezcan el estudio de la homotecia desde una perspectiva de cambio de registro y a través del uso del AGD GeoGebra” (Trabajo de grado llamado: *Secuencia de enseñanza para el estudio de la homotecia. Una propuesta semiótica cognitiva y mediacional*, aprobado mediante Acuerdo No. 073 (2021); cabe mencionar que, para cumplir dicha meta, se consideraron los siguientes objetivos específicos:

- Identificar las dificultades que tienen los profesores al promover el estudio de la homotecia y que han sido descritas en revistas especializadas en educación matemática.
- Establecer las ideas que organizarán el estudio de la homotecia desde una perspectiva multiregistro y por medio del uso del AGD GeoGebra.
- Diseñar las actividades matemáticas que permitan el estudio de la homotecia mediante una perspectiva multiregistro y a través del uso del AGD GeoGebra.
- Validar, ante pares externos, las actividades que conforman la secuencia de enseñanza y que pretenden promover el estudio de la homotecia desde una perspectiva multiregistro y a través del uso del AGD GeoGebra.

En esa misma línea, la motivación principal que llevó a considerar la homotecia como temática de reflexión expuesta en este documento se relaciona con:

- El estudio de la homotecia permite al estudiante establecer relaciones utilizando características métricas y geométricas de distintos tipos de figuras bidimensionales y tridimensionales, es decir, la homotecia es una herramienta que permite resolver e interpretar problemas de tipo geométrico para razonar en la sociedad. De tal manera que se encamina este documento en el diseño de una propuesta de enseñanza que movilice el estudio de la homotecia desde el cambio de registro con ayuda del ambiente de geometría dinámica GeoGebra.

Lo anterior expone la necesidad de diseñar una propuesta de enseñanza innovadora cuyo propósito es promover el estudio de la homotecia mediante tareas donde se utilice ambientes de geometría dinámica, dirigida a estudiantes de básica secundaria según los lineamientos del MEN (2006, pág. 81; 2016, pág. 33). Entonces, como se indicó en el objetivo general reseñado en

párrafos previos, la finalidad de este proyecto es presentar una propuesta, la cual establezca estrategias de enseñanza que beneficien al estudio de la homotecia mediante una perspectiva de cambio de registro y a través del uso del AGD GeoGebra. Por otra parte, el informe final, en la modalidad de trabajo de grado monográfico de validación del diseño de una propuesta de enseñanza, debe considerar:

- a) La importancia del objeto matemático cuyo estudio se pretende promover.
- b) Un breve estado del arte sobre los avances que la literatura especializada presenta sobre su enseñanza y aprendizaje.
- c) El aporte o innovación que la propuesta realiza en torno al estado del arte presentado.
- d) Los referentes conceptuales considerados para el diseño y aplicación de la secuencia.
- e) La secuencia validada con las estrategias que, de acuerdo con el caso, podrían ser: instruccionales, curriculares, ecológicas, socioculturales, instrumentales, cognitivas, epistémicas, historiográficas o afectivas.
- f) Sugerencias para producciones futuras.
- g) Bibliografía. (Acuerdo No. 091, 2017, pág. 5).

En relación a lo anterior, el documento se presenta en cuatro capítulos; en el primero de ellos, se da respuesta, a partir de la indagación en la literatura especializada, a las siguientes preguntas: ¿qué se entiende por homotecia matemáticamente y cuáles son sus propiedades?, ¿cuál es la importancia de la homotecia en el estudio de las matemáticas y en la vida real?, ¿dónde y qué se debe enseñar de homotecia en Colombia según los estándares curriculares de matemáticas de dicho país, los derechos básicos de aprendizaje (DBA) y la guía de orientación saber 11°? y, por último, ¿cuál es el problema que existe actualmente en el estudio de la homotecia?, en

consecuencia, en este capítulo se abarca los ítems a), b) y c), anteriormente nombrados, los que a su vez, se deben considerar en el informe final aquí expuesto.

En el segundo capítulo de la investigación se expone el ítem d), además, se busca alcanzar los primeros objetivos específicos. En éste se presentan los referentes teóricos que guían y dotan de sentido al trabajo iniciando con la articulación de unidades significantes en el estudio de la homotecia (Charalambos, 1991, págs. 295-324), los elementos que determinan la idoneidad didáctica (Godino, Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, 2011, págs. 5-13), estrategias de enseñanza (Díaz Barriga & Hernández, 2002, págs. 137-226) y, por último, la tecnología en la educación matemática (Gómez, 1997, págs. 1-15); los cuales, fueron escogidos minuciosamente bajo una ardua exploración de artículos que, posteriormente, sirvieron como guía para la producción de las actividades presentes en la propuesta de enseñanza de la homotecia desde una perspectiva multiregistro y a través del uso del AGD GeoGebra. Cabe resaltar que, dichas actividades reposan en el capítulo cuatro del presente trabajo.

En el capítulo siguiente, se desarrolla el tercer objetivo específico, puesto que, se da a conocer el diseño y la validación de la propuesta de enseñanza. Ahora bien, para el primero, en cuanto a contenido, se consideraron algunos elementos que lo guían, estos son: los estándares básicos de competencias, derechos básicos de aprendizaje (DBA) y competencias laborales, ciudadanas, la articulación de los registros de representación de la homotecia, las estrategias de enseñanza asociadas a la homotecia y la tecnología en la educación matemática enfocada en los AGD.

En cuanto a forma, se dividió la propuesta de enseñanza en tres (3) momentos, los cuales fueron llamados: preinstruccional, coinstruccional y postinstruccional; cada uno de ellos, contiene actividades y consignas, las cuales se completan entre sí con el propósito de cumplir el objetivo

general de la investigación del que ya se habló anteriormente. El proceso de validación de la propuesta de enseñanza se llevó a cabo de manera interna y externa. Para la primera, se trabajó con los integrantes del grupo de investigación GESCAS de la Universidad de Nariño, para la externa, se contó con dos (2) expertos en el área de educación matemática y geometría, quienes valoraron la propuesta sugiriendo oportunidades de mejora aplicadas en esta versión. Asimismo, se aborda el ítem e) para dar cumplimiento a los requisitos que debe llevar este informe.

Es importante señalar que el estudio de la homotecia, desde el cambio de registro, fue propuesto por Lemonidis Charalambos en su artículo: *Análisis y realización de una experiencia de enseñanza de la homotecia* (1991), donde, establece que, para la adquisición de la noción de la homotecia, es necesario un análisis figurativo que, sin ser de naturaleza estrictamente matemático, tiene finalidades matemáticas y referencia la exposición de los lazos que existen entre los aspectos figurativo y numérico, dado que es necesario separar y luego articular esos dos aspectos en las tareas pedidas a los alumnos; por ello, es importante señalar, en esta investigación, que en el momento dos (2) de la secuencia de enseñanza se tiene en cuenta dichas ideas y resultados, integrándolos en la elaboración de actividades enfocadas en el estudio de la homotecia desde un AGD, a razón de que según (Cardeño Espinosa, Muñoz Marín, & Ortiz Alzate, 2017) “favorece el logro de aprendizajes matemáticos significativos”.

En el cuarto capítulo se encuentra detalladamente la secuencia de enseñanza validada momento por momento, con sus actividades y consignas. Inicialmente, se presenta la codificación y luego las tareas paso a paso, con sus directrices y su respectiva caracterización, en donde, se detallan las ideas de diseño y los elementos conceptuales que cada actividad busca movilizar.

Cabe aclarar que, la secuencia de enseñanza aquí expuesta, fue aplicada en la Institución Educativa Municipal Agustín Agualongo del Municipio de San Juan de Pasto (Nariño), Sede

Centro; no obstante, como se indicó en párrafos anteriores, en la modalidad de trabajo de grado que configura este informe, no es objeto de discusión ni de presentación tal proceso, sin embargo, es importante mencionar que la mayoría de las imágenes, que se consideraron para acompañar el discurso expuesto en este informe, fueron extraídas de dicha experiencia, otras del proceso de diseño y validación de la secuencia. Finalmente, se exponen las conclusiones, en las que se incluyen algunas oportunidades de mejora a considerar en futuros trabajos y se reconoce la complejidad que subyace al acto de diseñar y validar tareas para promover el estudio de la homotecia desde un AGD GeoGebra.

CAPITULO 1. LA HOMOTECIA, UN OBJETO DE REFLEXION

Este capítulo tiene la finalidad de profundizar el objeto matemático a investigar, es por ello que, busca dar respuesta a ¿qué se entiende por homotecia matemáticamente y cuáles son sus propiedades? ¿cuál es la importancia de la homotecia en la matemática? ¿dónde y qué se debe enseñar de homotecia en Colombia según los estándares, los derechos básicos de aprendizaje y la guía de orientación saber 11°? y ¿cuál es el problema que existe actualmente en el estudio de la homotecia?, estas preguntas nos permiten reflexionar en torno a la homotecia para establecer las ideas que guían la construcción de la secuencia de enseñanza.

Inicialmente, se considera la homotecia como una transformación geométrica, es decir, cambio geométrico en el plano donde dos figuras se corresponden geoméricamente; los puntos transformados son llamados homotéticos y se debe dar la correspondencia punto a punto y recta a recta, de forma que las parejas de puntos homólogos estén alineadas con un tercer punto fijo, que es llamado centro de la homotecia denotado por la letra C . De esta forma, se multiplican las distancias por un factor común k , llamado razón de homotecia, en consecuencia, a cada punto P de la figura inicial (figura que se va a transformar) le corresponde otro punto P' en la figura final (figura transformada) y estos se encuentra alineados con C .

Así mismo, Ortiz y Ángulo (2010) proponen “la homotecia como la transformación geométrica que hace corresponder a un punto A otro A' , alineado con A y C , tal que: $CA' = kCA$. Si $k > 0$ se llama homotecia directa y si $k < 0$ se llama homotecia inversa” (pág. 697). Este

planteamiento conceptual se adecua a los lineamientos conceptuales establecidos por el Ministerio de Educación Nacional (2006) para la enseñanza del concepto.

Además, la homotecia es una transformación que no tiene una imagen congruente, porque a partir de una figura se van a obtener una o más figuras de mayor o menor tamaño que la figura original, es decir, la homotecia tiene la propiedad de transformar un polígono en otro semejante. Para aplicar este tipo de transformación a una figura (figura inicial), se comienza escogiendo un punto arbitrario, que será el centro de la homotecia. A partir de este punto se trazan segmentos de recta para cada vértice de la figura que se va a transformar. La escala en la que se hace la reproducción de la nueva figura (figura final) es dada por la razón de la homotecia (D'Alessio Torres, 2021)

Por otra parte, Charalambos (1991) afirma que en el estudio de la homotecia “es mucho más rico y complejo el registro figural que el registro de la escritura numérica, de ahí las posibles dificultades para articular estos dos registros, es decir, para interpretar figurablemente una relación de homotecia y numéricamente una configuración homotética” (pág. 295) Es por esto que se analiza y estudia la articulación de los dos registros, figurativo y numérico, en una configuración homotética y como resultado del estudio de Charalambos se presenta la **Tabla 1** en la cual se presenta la relación existente entre el registro figural y registro figurativo de la homotecia.

Tabla 1

Ejemplo de articulación de los registros figurativo y numérico

Registro figurativo.		Registro numérico.	
Elemento figurativo.	Valores.	Expresiones numéricas correspondientes.	
Sentido relativo de los dos segmentos.	Mismo sentido.	Relación $(k) > 0$	Signo (+) o ningún signo
	Sentido opuesto.	Relación < 0	Signo (-)
	Del mismo lado de los dos puntos	Relación > 0	Signo (+) o ningún signo

Posición del centro en relación a los dos puntos.	Entre los dos puntos.	Relación < 0	Signo (-)
	La longitud de la imagen es más grande que la longitud del objeto.	Valor absoluto de la relación < 1	

Nota. Recuperado de Charalambos, L. (1991). ANALYSE ET RÉALISATION D'UNE EXPÉRIENCE D'ENSEIGNEMENT DE L'HOMOTHÉTIE [Análisis y realización de una experiencia de enseñanza de la homotecia]. Recherche en Didactique des Matteuniques.

Así mismo, una situación entre dos figuras contiene todo el análisis anterior que se realiza sobre los trazos (rectas que unen las dos figuras) y además tenemos un análisis que permite discriminar los elementos figurativos, según los valores y expresiones numéricas correspondientes presentados en la **Tabla 2**.

Tabla 2

Unidades significantes del estudio de la homotecia

Elemento figurativo.	Valores.	Expresiones numéricas correspondientes	
-Posición relativa entre las dos figuras.	-Misma posición.	Relación > 0	Signo (+) o ningún signo
	-posición inversa.	Relación < 0	Signo (-)
-Posición del centro en relación a las dos figuras.	-Las dos figuras en el mismo lado del centro.	Relación > 0	Signo (+) o ningún signo
	-El centro entre las dos figuras.	Relación < 0	Signo (-)
-La longitud de los elementos (lados) de las dos figuras.	-La longitud de los elementos de la imagen es más grande que las longitudes de los elementos del objeto.	Valor absoluto de la relación > 1	
	-La longitud de los elementos de la imagen es más grande que las longitudes de los elementos del objeto.	Valor absoluto de la relación < 1	
-Talla visual de las dos figuras.	-El tamaño de la figura imagen es más grande que el tamaño de la figura objeto.	Valor absoluto de la relación > 1	
	- El tamaño de la figura objeto es más grande que el tamaño de la figura imagen.	Valor absoluto de la relación < 1	

Nota. Recuperado de Charalambos, L. (1991). ANALYSE ET RÉALISATION D'UNE EXPÉRIENCE D'ENSEIGNEMENT DE L'HOMOTHÉTIE [Análisis y realización de una experiencia de enseñanza de la homotecia]. Recherche en Didactique des Matteuniques.

La homotecia también puede ser clasificada en dos tipos, en función del valor de su razón k ; cuando $k > 0$ es llamada homotecia directa, es decir, los puntos homotéticos se encuentran al mismo lado con respecto al centro y el factor de proporcionalidad o razón de semejanza entre las figuras homotéticas directas siempre será positivo; cuando $k < 0$ es llamada homotecia inversa, es decir, los puntos iniciales y sus homotéticos se ubican en los extremos opuestos con respecto al centro de la homotecia, pero alineados a esta. El centro se encontrará entre las dos figuras y el factor de proporcionalidad o razón de semejanza entre las figuras homotéticas inversas siempre será negativo.

Cuando se realizan sucesivamente varios movimientos hasta obtener una figura igual a la original, ocurre una composición de movimientos. La composición de varios movimientos es también un movimiento. La composición entre dos homotecias tiene como resultado una nueva homotecia; es decir, se tiene un producto de homotecias en el que el centro estará alineado con el centro de las dos transformaciones originales, y la razón k es el producto de las dos razones. La homotecia corresponde a un cambio plano e irreversible; si se aplican dos homotecias que posean igual centro y razón, pero con diferente signo, se obtendrá la figura original. Por último, el centro de la homotecia C es el único punto doble y este se transforma en sí mismo, es decir, no varía (D'Alessio Torres, 2021)

Continuando con las preguntas planteadas inicialmente, se dará respuesta a cuál es la importancia de la homotecia, lo que nos lleva a recordar que a pesar de la reforma en los programas con respecto al currículo la homotecia aún se debe impartir en el aula de clase en donde gran parte de la geometría se deja de lado (Charalambos, 1991), es decir, la homotecia no desaparece; por el contrario, se refuerza el estudio sobre algunos aspectos, ya que, su enlace con la multiplicación de un vector por un número real, la relación y/o efectos de la homotecia en distancias, o áreas, o

teoremas relacionados con la geometría clásica como el teorema de tales, así como las construcciones son necesarias para que el alumno conozca la solidez de algunas propiedades esenciales de estos conceptos, además de ser una transformación que permite realizar e implementar configuraciones. Claramente, esto significa que la homotecia juega un papel importante en el desarrollo de conocimientos que debe adquirir un estudiante en su etapa escolar. Además, el MEN (2006) precisa que la homotecia debe ser impartida en el aula de clase.

De acuerdo a lo anterior, el ministerio de educación nacional presenta la homotecia en los estándares básicos dentro del pensamiento espacial y sistema geométrico, desarrollada entre los grados sexto y séptimo de secundaria, donde el estudiante debe “predecir y comparar los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte” (Ministerio de Educación Nacional, 2006). Además, en la guía de orientación saber 11° (2022) se manifiesta la evaluación de conocimientos no genéricos dentro de la geometría en los cuales se encuentran las “transformaciones en el plano (traslaciones, rotaciones, homotecias, reflexiones)”, es decir, que la homotecia se presenta como contenido que es considerado específicos o propios del quehacer matemático y debe ser aprendido en la etapa escolar con el fin de ser un recurso del que dispone un estudiante para enfrentar las situaciones de la prueba, la cual, es la define en gran medida el acceso a la educación superior. (págs. 36-38)

Lo anterior muestra que, la homotecia se considera en el currículo para después evaluarse en las pruebas de estado, sin embargo, la homotecia desde siempre se ha presentado escasamente en el aula de clase y en los textos escolares. La literatura especializada ha reportado serios problemas en el desarrollo de la homotecia en el aula de clase, además, ésta como transformación geométrica es dejada de lado en la educación escolar trayendo consecuencias en la vida real de los

jóvenes, ya que, están expuestos a transformaciones geométricas desconociendo su origen y propiedades. (Battaglino & Monica, 2013)

Además, Charalambos (1991) afirma que “una mirada más cercana revela que la homotética plantea dificultades didácticas reales, que aún son poco apreciadas porque no se han estudiado lo suficiente ... en los textos sobre la enseñanza, incluidos los textos oficiales, se encuentran indicios de dificultades relacionadas con la enseñanza de la homotecia. Por otra parte, son especialmente las comparaciones de textos sucesivos las que aclaran la presencia de dificultades (pág. 2) , es así, como la discontinuidad de la enseñanza de los conceptos de homotecia provoca que los estudiantes no construyan los conocimientos de forma continua. Por ejemplo, cuando se pidió a estudiantes que se aplicará la homotecia en situaciones tan elementales como su aplicación a un punto de una línea graduada, se confirmó que es muy difícil para los alumnos utilizar las transformaciones para resolver problemas de geometría. (1991)

Con lo anterior se expone la necesidad de diseñar secuencias de enseñanza innovadoras cuyo propósito sea que el estudiante utilice “la homotecia como herramienta para resolver, predecir y comparar problemas, que requieran emplear de transformaciones geométricas” (MEN, 2006).

CAPÍTULO 2. REFERENTES CONCEPTUALES

En este capítulo se presentan los referentes teóricos que dotan de sentido el trabajo que se pretende desarrollar. Inicialmente se considera los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional, seguido de la articulación de unidades significantes presentes en el estudio de la homotecia entre los registros de representación figural y algebraico o simbólico importantes para la construcción de conocimiento significativo del estudio de Charalambos (1991, págs. 1-19), luego, las estrategias de enseñanza que permitirá un aprendizaje significativo (Díaz Barriga & Hernández, 2002, págs. 137-226), las cuales son categorizadas según su función, igualmente, se presenta los indicadores de idoneidad didáctica para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Godino, Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, 2011, págs. 5-13). Por último, se expone los ambientes de geometría dinámica en la educación matemática, particularmente en la geometría. (Ministerio de Educación Nacional, 2004, págs. 19-47).

2.1 Estándares, DBA, Icfes, Competencias

El ministerio de educación nacional (2006, págs. 80-89), afirma que los estudiantes deben alcanzar ciertos desempeños básicos, estándares y competencias, que se cualifican según habilidades desarrolladas por los estudiantes en su proceso de aprendizaje y sirven de referencia para saber qué es lo que los estudiantes están en capacidad de saber y saber hacer (Ministerio de Educación Nacional, 2006, pág. 33). De lo anterior, en cuanto al estudio de la homotecia se fijaron los siguientes estándares, desempeños y competencias que se pondrían en consideración para el diseño de la secuencia de enseñanza.

Estándares básicos (pensamiento espacial y sistemas geométricos) (Ministerio de Educación Nacional, 2006, pág. 84)

- Reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir).
- Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.
- Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte.
- Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.

Derechos básicos de aprendizaje (Ministerio de Educación Nacional, 2016).

- Puede ampliar o reducir figuras en una cuadrícula. Identifica figuras y objetos simétricos en contextos como la geometría, el arte, el diseño y la naturaleza
- Predice el resultado de rotar, reflejar, trasladar, ampliar o reducir una figura

Competencias ciudadanas y competencias laborales

- **Las competencias comunicativas (Ciudadanas):** son aquellas habilidades necesarias para establecer un diálogo constructivo con las otras personas” (Ministerio de Educación Nacional, 2020, pág. 13)
- **Competencias interpersonales (laborales):** “son necesarias para adaptarse a los ambientes laborales y para saber interactuar coordinadamente con otros, como la comunicación, trabajo en equipo, liderazgo, manejo de conflictos, capacidad de adaptación y proactividad” (Ministerio de Educación Nacional, 2020, pág. 10)

2.2 Articulación de unidades significantes en el estudio de la homotecia

La implementación de la noción de homotecia requiere la articulación del registro figural con el registro numérico o simbólico con números. Para lograr lo anterior, es necesario la discriminación de las unidades significantes correspondientes a cada registro. Por tanto, su puesta en correspondencia a través de un trabajo experimental que consiste en “poder explorar todas las variaciones posibles de una representación en un registro, haciendo la previsión, o la observación, de las variaciones concomitantes de las representaciones en el otro registro” (Duval, 2015, pág. 114) .

El trabajo de Charalambos (1991) determinó las unidades significantes que suscitan el estudio de la homotecia en los registros de la escritura numérica y las figuras geométricas, a saber:

Posición o sentido relativo entre las figuras objeto e imagen: si las figuras se encuentran en la misma posición o en posición inversa, que aritméticamente se puede ver cuando la relación es mayor que cero; con signo positivo o sin ningún signo o la relación es negativa es decir de signo menos respectivamente.

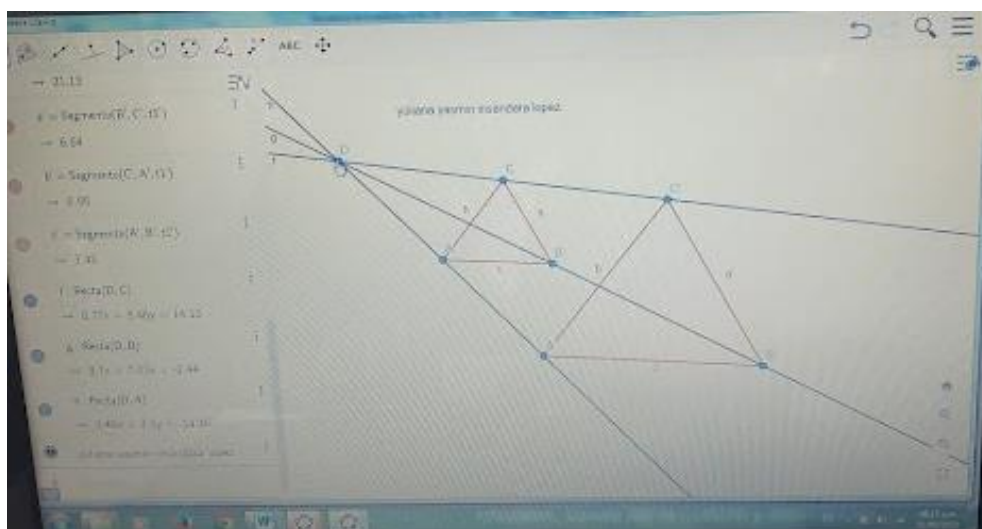
Posición del centro en relación la figura objeto y la figura imagen: cuando las figuras están del mismo lado con respecto al centro aritméticamente la relación es positiva o cuando el centro está entre las dos figuras aritméticamente su relación es negativa.

La longitud de los elementos (lados) homólogos de la figura objeto y la figura imagen: se tiene en cuenta si la longitud de los elementos de la imagen es más grande que las longitudes de los elementos del objeto que aritméticamente se puede observar si, el valor absoluto de la relación es mayor que uno. De lo contrario la relación es menor que uno.

Talla visual de las dos figuras: si el tamaño de la figura imagen es más grande que el tamaño de la figura objeto entonces aritméticamente el valor absoluto de la relación es mayor que uno. De lo contrario el valor absoluto de la relación es menor que uno.

Imagen 1

Ejemplo de la articulación de los registros de representación



Nota. Fuente propia, representación del aprendizaje de la noción de homotecia por medio de la articulación de los registros de representación en un ambiente real de aprendizaje

2.2 Estrategias de enseñanza para un aprendizaje significativo y sus funciones

El proceso de enseñanza pretende apoyar al estudiante en la adquisición de aprendizajes significativos; “que conduce a la creación de estructuras de conocimiento mediante la relación sustantiva entre la nueva información y las ideas previas de los estudiantes” (Díaz Barriga & Hernández, 2002, pág. 39), se da de manera conjunta, es decir, en la interacción con los alumnos y el docente, por tal razón es difícil considerar una única manera de enseñar que resulte efectiva; en sí, las estrategias de enseñanza son aquellas que proporcionan medios o recursos para prestar ayuda pedagógica ajustada a la actividad constructiva de los alumnos.

En este orden de ideas, cabe resaltar la importancia del docente y su ardua labor, ya que debe tener variedad de estrategias que puedan aplicarse y desarrollarse en el aula. Díaz Barriga y Hernández (2002) proponen tener en cuenta cinco aspectos, considerados como esenciales para determinar qué tipo de estrategia es viable usar en ciertos momentos de la secuencia:

1. Consideración de las características generales de los aprendices (nivel de desarrollo cognitivo, conocimientos previos, factores motivacionales, etcétera).
2. Tipo de dominio del conocimiento en general y del contenido curricular en particular, que se va a abordar.
3. La intencionalidad o meta que se desea lograr y las actividades cognitivas y pedagógicas que debe realizar el alumno para conseguirla.
4. Vigilancia constante del proceso de enseñanza (de las estrategias de enseñanza empleadas previamente, si es el caso), así como del progreso y aprendizaje de los alumnos.
5. Determinación del contexto intersubjetivo (por ejemplo, el conocimiento ya compartido) creado con los alumnos hasta ese momento, si es el caso.

La función de las estrategias de enseñanza es facilitar el aprendizaje significativo de los alumnos, teniendo en cuenta el proceso cognitivo atendido, si bien es cierto que cada una de las estrategias inciden en varios procesos cognitivo, Díaz Barriga y Hernández (2002) las han clasificado por el proceso al que predominantemente se asocian como se muestra en la **Tabla 3**.

Tabla 3

Clasificación de las estrategias de enseñanza según el proceso cognitivo atendido.

Proceso cognitivo en el que incide la estrategia	Definición	Tipos de estrategia de enseñanza
--	------------	----------------------------------

Activación de los conocimientos previos	Son aquellas estrategias dirigidas a activar los conocimientos previos de los alumnos o incluso a generarlos cuando no existan.	Situaciones que activan o generan información previa (Actividad focal introductoria, discusiones guiadas, etcétera Objetivos
Orientar y guiar la atención y el aprendizaje	son aquellos recursos que el profesor o el diseñador utiliza para guiar, orientar y ayudar a mantener la atención de los aprendices durante una sesión, discurso o texto.	Señalizaciones Preguntas insertadas
Mejorar la codificación de la información nueva	Se trata de estrategias que van dirigidas a proporcionar al aprendiz la oportunidad para que realice una codificación ulterior, complementaria o alternativa a la expuesta por el enseñante o, en su caso, por el texto. Nótese que la intención es conseguir que, con el uso de estas estrategias, la información nueva por aprender se enriquezca en calidad proveyéndole de una mayor contextualización o riqueza elaborativa para que los aprendices la asimilen mejor.	Ilustraciones Gráficas Preguntas insertadas
Promover una organización global más adecuada de la información nueva a aprender (mejorar las conexiones internas)	proveen de una mejor organización global de las ideas contenidas en la información nueva por aprender. Proporcionar una adecuada organización a la información que se ha de aprender, como ya hemos visto, mejora su significatividad lógica, en consecuencia, hace más probable el aprendizaje significativo de los alumnos.	Resúmenes Mapas y redes conceptuales Organizadores gráficos (por ejemplo, cuadros sinópticos simples y de doble columna, cuadros C-Q-A) Organizadores textuales
Para potenciar y explicitar el enlace entre conocimientos previos y la información nueva por aprender (mejorar las conexiones externas)	Son aquellas estrategias destinadas a ayudar para crear enlaces adecuados entre los conocimientos previos y la información nueva a aprender, asegurando con ello una mayor significatividad de los aprendizajes logrados. De acuerdo con Mayer (ob. cit.), a este proceso de integración entre lo "previo" y lo "nuevo" se le denomina: construcción de "conexiones externas".	Organizadores previos Analogías Cuadros C-Q-A

Nota: Recuperado de “Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista” de Díaz-Barriga, F y Hernández, G, 2002, p. 145.

2.3 Indicadores de idoneidad didáctica

“La noción de idoneidad didáctica, sus dimensiones, criterios, y un desglose operativo de dicha noción, ha sido introducida [...] como herramienta que permite el paso de una didáctica descriptiva–explicativa a una didáctica normativa, esto es, una didáctica que se orienta hacia la intervención efectiva en el aula” (Godino, 2011, pág. 5). Esta noción puede servir de punto de partida para una teoría de diseño instruccional que tenga en cuenta, las dimensiones epistémicas, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional. La idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se define como “la articulación coherente y sistémica de las seis componentes” (Godino, 2011, pág. 5), que son las dimensiones nombradas anteriormente.

En este trabajo se consideran estrategias de enseñanza que promueven tres tipos de idoneidades

- **Idoneidad afectiva:** Está relacionada con actitudes, emociones y motivaciones que interviene en la resolución de un problema matemático, en la cual también intervienen situaciones afectivas que condicionan en mayor o menor grado la respuesta cognitiva requerida, por tanto, “el logro de unos estados afectivos que interaccionen positivamente con el dominio cognitivo tienen que ser objeto de consideración por parte de las instituciones educativas, y [...] por el profesor” (Godino, 2011, pág. 11). En la **Tabla 4** se muestran los componentes y los indicadores utilizados en la idoneidad afectiva.

Tabla 4
Componentes e indicadores de idoneidad afectiva

COMPONENTES	INDICADORES
Intereses y necesidades	Las tareas tienen interés para los alumnos. Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional.

Actitudes	Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc. Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice
Emociones	Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas. Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.

Fuente: Recuperada de “Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas”, de Godino, J. 2011, XIII conferencia Interamericana de educación matemática, p.11.

- **Idoneidad mediacional:** “Se entiende la idoneidad mediacional como el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje” (Godino, 2011, pág. 13). En la **Tabla 5** muestran los componentes y los indicadores utilizados en la idoneidad mediacional.

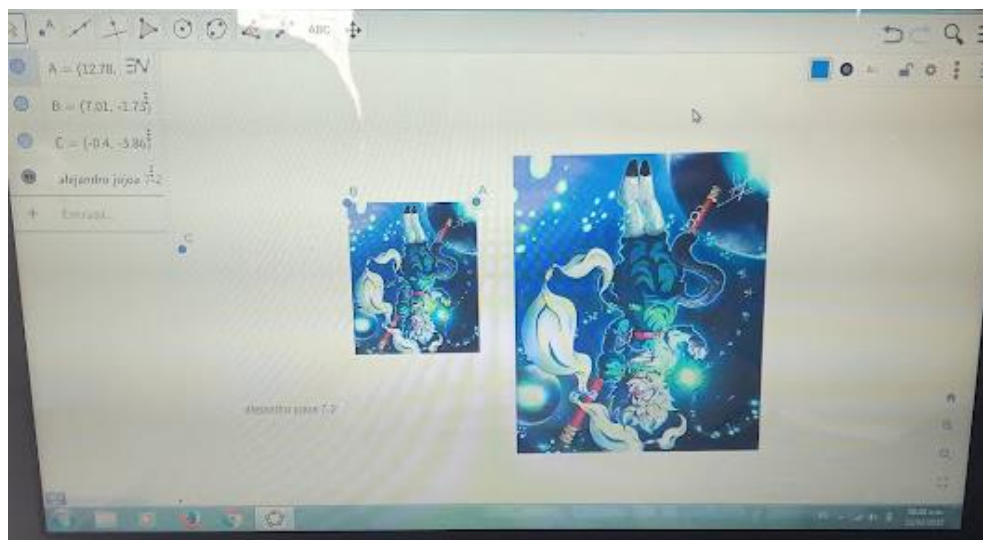
Tabla 5
Componentes e indicadores de idoneidad mediacional

COMPONENTES	INDICADORES
Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores)	Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores). Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido. Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones.
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida. El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora). El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido.
Tiempo (De enseñanza colectiva/tutorización; tiempo de aprendizaje)	El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida. Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema. Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión

Fuente: Recuperada de “Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas”, de Godino, J. 2011, XIII conferencia Interamericana de educación matemática, p.13.

Imagen 2

Ejemplo de la articulación de herramientas mediacionales en un contexto real de aprendizaje.



Nota. Fuente propia. Ejemplo del uso de herramientas mediacionales como el AGD GeoGebra para movilizar la noción de homotecia en un ambiente real de aprendizaje

- **Idoneidad Interaccional:** “Es el grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado, favorecen la autonomía en el aprendizaje y el desarrollo de competencias comunicativas” (Godino, 2011, pág. 11). El aprendizaje es socio-constructivista apoya al estudiante hacer el elemento principal, mientras que el docente propicia un ambiente de espacios y herramientas que estimulen al estudiante a la construcción de conocimientos por sí mismos y realiza la observación, aplicando una evaluación formativa que será una interacción entre estudiantes y estudiantes-profesor con el fin de reflexionar a partir de los aportes y mejorar el

conocimiento, por lo tanto, los estudiantes se convierten en participantes activos en el proceso de enseñanza- aprendizaje. “La negociación explícita, la intervención, la discusión, la cooperación y la evaluación son elementos esenciales en un proceso de aprendizaje constructivo en el que los métodos informales del aprendiz son usados como una plataforma para alcanzar los métodos formales” (Godino, 2011, pág. 12). En la **Tabla 6** se muestran los componentes y los indicadores utilizados en la idoneidad interaccional.

Tabla 6
Componentes e indicadores de idoneidad interaccional

COMPONENTES	INDICADORES
Interacción docente- Alumno	El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.). Reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos (se hacen preguntas y respuestas adecuadas, etc.). Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento. Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos. Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase.
Interacción entre alumnos	Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes. Tratan de convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos. Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión.
Autonomía	Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (plantean cuestiones y presentan soluciones; exploran ejemplos y contraejemplos para investigar y conjeturar; usan una variedad de herramientas para razonar, hacer conexiones, resolver problemas y comunicarlos).
Evaluación formativa	Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos.

Fuente: Recuperada de “Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas”, de Godino, J. 2011, XIII conferencia Interamericana de educación matemática, p.12.

2.4 Ambientes de geometría dinámica en la educación matemática

Para considerar el estudio de la homotecia desde una propuesta mediacional se diseñó una secuencia de enseñanza que moviliza la construcción del objeto matemático con el apoyo de un ambiente de geometría dinámica que se define por el Ministerio de Educación nacional como editor

gráfico que da la posibilidad de dibujar diagramas geométricos en la pantalla del computador. Pero en realidad es más que un simple editor en el que el usuario puede agarrar con el ratón un elemento del diagrama y arrastrarlo en la pantalla: el diagrama se redibuja de manera continúa conservando intactas las relaciones geométricas que hayan sido declaradas en su construcción, así como todas las propiedades geométricas implícitas en ella. Así, la naturaleza de las figuras que se hacen en un entorno de geometría dinámica es diferente a la de los dibujos que hacemos con papel y lápiz. (Ministerio de Educación Nacional, 2004)

Para construir el concepto de homotecia como un aprendizaje significativo sabemos que el estudiante debe desarrollar habilidades visuales y de argumentación entorno a él. Por ello, el trabajo de la geometría dinámica cobra gran sentido en el trabajo complementario entre los procesos de visualización y la elaboración de discursos que favorecen el pensamiento deductivo, pues se evidencian las relaciones de equivalencia o de inferencia entre distintos enunciados y así la deducción adquiere sentido para los alumnos como posibilidad de explicación, de comprensión y de argumentación.

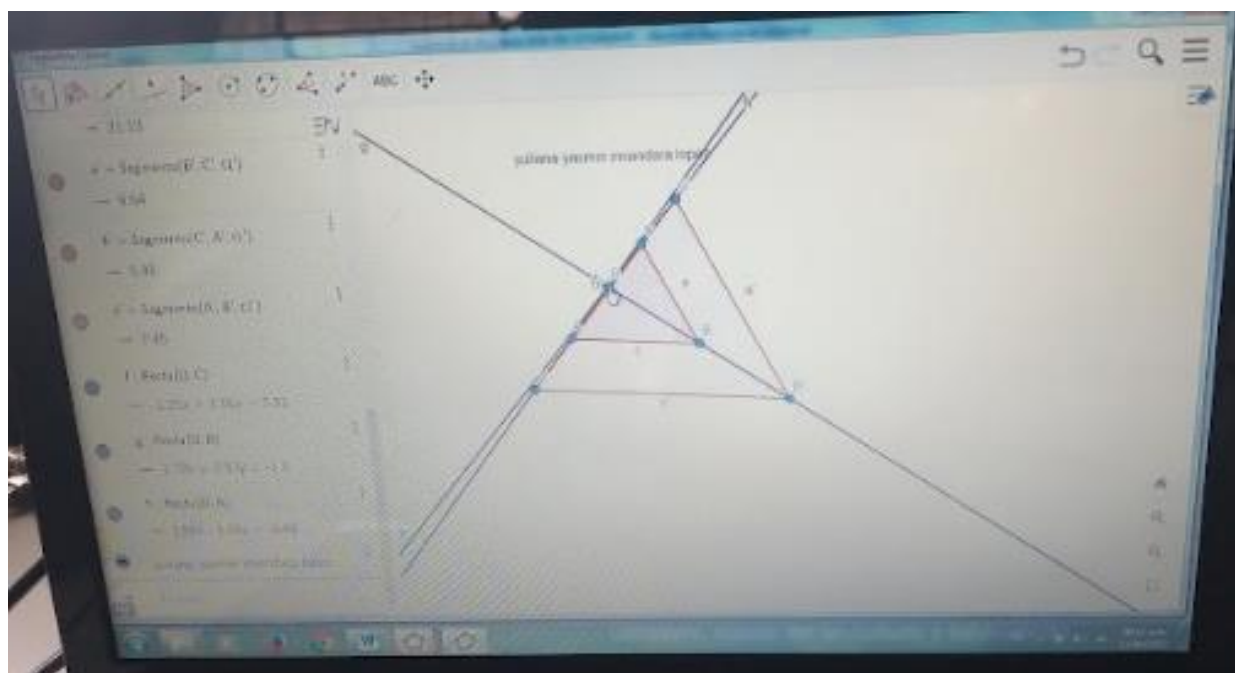
El Ministerio de Educación Nacional afirma que el potencial didáctico de la geometría dinámica va más allá de su poder ilustrativo. Se trata de problematizar la visualización, hacerla operativa, de forma que surja de manera natural la necesidad de explorar, conjeturar, predecir, verificar. (2004, pág. 26)

A partir de lo anterior se plantea la importancia de movilizar conocimientos geométricos con herramientas tecnológicas gracias a la posibilidad que ofrece de manejar dinámicamente los objetos matemáticos en múltiples sistemas de representación dentro de esquemas interactivos, siendo que la tecnología abre espacios para que el estudiante pueda vivir nuevas experiencias

matemáticas en las que él puede manipular directamente los objetos matemáticos dentro de un ambiente de exploración. (Gómez, 1997)

Imagen 3

Ejemplo del uso de Geogebra en un contexto real de aprendizaje



Nota. Fuente propia. En la imagen se presenta el uso de GeoGebra para construir la noción de homotecia.

Sin embargo, se debe tener en cuenta que, la tecnología no es la solución al problema de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. La enseñanza no se puede automatizar y el profesor no se puede reemplazar. No obstante, las nuevas tecnologías abren espacios en los que el estudiante puede vivir experiencias matemáticas difíciles de reproducir con los medios tradicionales como el lápiz y el papel. En estas experiencias matemáticas el estudiante puede realizar actividades de exploración en las que es posible manipular directamente los objetos matemáticos y sus relaciones y en las que él puede construir una visión más amplia y más potente del contenido matemático.

Para que esto suceda es necesaria la participación del profesor. (Cardeno Espinosa, Muñoz Marín, & Ortiz Alzate, 2017)

Por último, se puede concluir que la enseñanza de las matemáticas, mediante el uso de los Objetos Interactivos de Aprendizaje (como los AGD) y la incorporación de la Tecnología en las escuelas, favorece el logro de aprendizajes matemáticos significativos y la motivación de los estudiantes y los docentes participantes, los cuales valoran de manera positiva su aplicación como estrategia de enseñanza aprendizaje de las matemáticas escolares. (Cardeno Espinosa, Muñoz Marín, & Ortiz Alzate, 2017)

CAPÍTULO 3. PROCESO DE DISEÑO Y VALIDACIÓN

En este capítulo se presenta el proceso que se llevó a cabo para diseñar la secuencia de enseñanza aprendizaje y la validación de la misma, primero se indica las ideas de diseño, seguido de los términos que se tuvieron en cuenta para la validación, es decir, quienes fueron los validadores y detalles de estos, que herramientas permitieron llevar a cabo este proceso y por último se evidencia cuáles fueron las oportunidades de mejora identificadas por los validadores junto a su integración en la secuencia de enseñanza aprendizaje.

3.1 Ideas que guiaron el diseño

Las actividades que se presentan en la secuencia de enseñanza se diseñaron en el marco del proyecto de grado titulado “Secuencia de enseñanza para el estudio de la homotecia. Una propuesta semiótica cognitiva y mediacional” con el fin de movilizar la homotecia desde una perspectiva de cambio de registro empleando el ambiente de geometría dinámica Geogebra, con la finalidad de recuperar en el aula de clase conceptos que han venido olvidándose, además de crear estrategias que dinamicen el aula de clase tradicional y lleve a los estudiantes a construir conocimientos de forma dinámica y asertiva.

Además, para el diseño de dichas actividades se consideraron cinco ideas que guiaron el diseño que surgen al contemplar los referentes teóricos que direccionan y dotan de sentido el trabajo, también se tienen en cuenta los DBA, las competencias y los estándares básicos de aprendizaje, como referentes de calidad educativa en Colombia y, por último, algunas consideraciones propias, las cuales aportan elementos innovadores al trabajo a desarrollar.

Idea de diseño 1: Se tiene en cuenta que la visualización no es algo intuitivo para la mayoría de los estudiantes, siendo que, no recurren a la visualización de forma inmediata, al contrario, para ellos es una cuestión compleja, incluso, imposible de considerar (Marmolejo & Vega, 2012, pág. 12). Es importante promover el desarrollo de la visualización desde los primeros ciclos de escolaridad y debe de hacerse de forma adecuada, siendo que, “de no orientarse adecuadamente, puede dificultar aún más el aprendizaje de las matemáticas” (2012, pág. 9)

Idea de diseño 2: Es importante comprender que la homotecia como objeto matemático (operaciones y características geométricas de la homotecia) para articular tareas coherentes y que tengan una fundamentación teórica.

Idea de diseño 3: En Colombia la educación está guiada por los Estándares básicos de competencias y Derechos básicos de aprendizaje por ello es indispensable consideraran aquellos asociados al estudio de la homotecia.

Idea de diseño 4: Se tendrá en cuenta las estrategias de enseñanza con el fin de incluir el rol del docente y el estudiante, en un proceso dinámico-participativo, dialógico, relación teórico-práctico, acercamiento a la realidad comunitaria. Dado que, las estrategias permiten realizar una evaluación formativa en la que el aprendizaje del estudiante es autónomo.

Ideas de diseño 5: Las tareas deben mantener una secuencia lógica y fundamentada por los referentes teóricos y con aspectos innovadores agregados por la diseñadora.

3.2 Fases de diseño

El proceso de diseño de todas las versiones de la secuencia de enseñanza se llevó a cabo siguiendo el método de formación de educadores matemáticos del grupo de investigación GESCAS del programa de licenciatura en matemáticas de la universidad de Nariño, el cual ha sido

validado en los cursos de didáctica de las matemáticas, taller de enseñanza y laboratorios de didáctica de las matemáticas dirigidos por la línea de investigación comunicación, objetivación y transformación de conocimiento matemático asociado a registros semióticos bidimensionales (Grupo GESCAS). En este sentido se presenta en la **Tabla 7** los pasos del diseño su descripción y justificación.

Tabla 7

Fases del proceso de diseño en la secuencia de enseñanza

Fases	Descripción	Justificación
Apropiación y contextualización	<ul style="list-style-type: none"> - Se realizará búsquedas bibliográficas en revistas especializadas y adquisición de los referentes conceptuales que de forma interdisciplinaria se han de contemplar. 	Permiten identificar las dificultades, errores y obstáculos que se perciben en el estudio de la homotecia para guiar, organizar y evaluar el diseño de enseñanza en cuestión.
Diseño	<ul style="list-style-type: none"> - Argumentación conceptual y metodológica las ideas de diseño que guiaran la construcción de la secuencia de enseñanza. - Planificación de los Momentos y de las Tareas que deben contemplar las propuestas de enseñanza, sus propósitos, tiempos y materiales. - Diseño de las Actividades que constituyen cada una de las Tareas de la propuesta de enseñanza. - Elaboración del análisis a priori de los comportamientos esperados en la resolución de cada actividad y descripción de las estrategias de apoyo que debe incluir un educador para alcanzar los propósitos de los Momentos, de las Tareas y de las Actividades expuestas. 	Permite elaborar un análisis a priori de los comportamientos esperados en la resolución de cada actividad y diseñar la secuencia de enseñanza
Evaluación y Rediseño	<ul style="list-style-type: none"> - Evaluación interna: verificar la consistencia entre los propósitos propuestos en la fase de planificación de la secuencia de enseñanza y el diseño de las actividades que la conforman (presentación del grupo 	Se realiza con el fin de validar la secuencia de enseñanza, generando oportunidades de mejora que serán incluidas después de cada fase, además de recomendaciones para

	<p>diseñador en el seminario de jóvenes investigadores en Educación Matemática del Grupo de investigación GESCAS). Inclusión en el diseño de las oportunidades de mejora detectadas.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Evaluación externa: evaluación de la secuencia de enseñanza por profesores en ejercicio, matemáticos y expertos en educación matemática. Inclusión de las oportunidades de mejora detectadas. 	<p>futuras réplicas, adaptaciones y aplicación de la secuencia.</p>
--	--	---

Nota: Esta tabla muestra las fases a seguir en el proceso de validación de una secuencia de enseñanza.

3.3. Proceso de validación

En este apartado se presenta el proceso de validación al cual fue sometida la secuencia de enseñanza con el propósito de dar continuidad y cumplimiento a los objetivos planteados en esta investigación contemplando los siguientes aspectos: la validez del contenido, la cual es garantizada a partir de la selección de estrategias de enseñanza, la relación entre registros de la homotecia, los indicadores de idoneidad, las competencias básicas de aprendizaje y la disparidad de la validez de los ítems a través del juicio de dos expertos en el área de la educación matemática y geometría. El proceso se inicia presentado a los validadores, su selección y las indicaciones dadas, luego se presentan las herramientas necesarias para este proceso. Por último, las oportunidades de mejora sugeridas por los validadores junto a la inclusión de las mismas.

3.3.1 *Los validadores*

El proceso de validación de pares externos de la secuencia de enseñanza aprendizaje titulada, “Secuencia de Enseñanza: Matemáticas detrás del cine “La Homotecia””, fue llevado a cabo por dos (2) validadores, quienes serán llamados validador 1 y validador 2. El validador 1 es director del departamento de matemáticas y estadística y docente tiempo completo del programa

de formación de licenciatura en matemáticas de la universidad de Nariño, su experticia esta en licenciatura en matemáticas y física, especialista en computación para la docencia y magister en modelos de enseñanza problémica. El validador 2 por su parte, es docente de la Institución Educativa Municipal Agustín Agualongo, sede centro, grado séptimo, su experticia está en licenciatura en Matemáticas, especialista en educación matemática y magíster en pedagogía laborando en instituciones educativas de la educación básica y media por más de quince (15) años.

El validador 1 y el validador 2, fueron escogidos como validadores de la secuencia de enseñanza debido a su experiencia como docentes en el área de matemáticas y siendo sabedores que los aportes que ellos harían serian de gran ayuda en las mejoras que se debían aplicar. Para llevar a cabo la validación, se dio un proceso de interacción entre la investigadora y cada uno de los validadores, de la siguiente manera:

Validador 1: el proceso de interacción se dio de forma virtual (llamadas telefónicas, correos electrónicos, mensajes vía WhatsApp, video llamada por la plataforma Zoom), llevado a cabo de la siguiente manera: llamada telefónica, para una primera comunicación con el validador, momento en el cual se solicita su colaboración como validador de la secuencia de enseñanza, la cual es aceptada; seguido se envió un correo electrónico adjuntando la carta de presentación, esta se envió al validador con el fin de hacer formal la solicitud del proceso de validación, en el mismo correo se remitió al validador 1, los anexos de validación como lo fueron el formato de validación para pares externos, la Secuencia de enseñanza (**Anexo 1**) y el guion de validación, los cuales se explicaran detalladamente en el apartado 3.2.2, con la debida explicación para su desarrollo, se continuo con llamadas telefónicas y mensajes vía WhatsApp, para concretar la reunión virtual para la validación de la secuencia, la cual se efectuó por la plataforma Zoom, reunión que duró

aproximadamente 2 horas, donde se identificaron las oportunidades de mejora pertinentes en los objetivos y en las actividades planteados para la elaboración de la secuencia de enseñanza.

Validador 2: el proceso de interacción también se dio de forma virtual (llamadas telefónicas, correos electrónicos, mensajes vía WhatsApp, video llamada por la plataforma Zoom), llevado a cabo de la siguiente manera: la interacción se hizo de manera telefónica, donde la investigadora de la secuencia de enseñanza aprendizaje se presenta ante el validador 2, comentando que era estudiante de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño e iba recomendada por el Rector de la institución, con el fin de recibir la colaboración en el proceso de validación de su trabajo de grado, la contextualización del trabajo de grado, además de entregar físicamente el proyecto aprobado por el comité curricular, a la cual el acepta; luego se envió la carta por medio de correo electrónico, esta se envió al validador con el fin de hacer formal la solicitud del proceso de validación, seguidamente se remitió al correo del validador 2, los anexos de validación como lo fueron la carta, formato de validación para pares externos, la secuencia de enseñanza y el guion de validación, los cuales se explicaran detalladamente en el apartado 3.3.2, con la debida explicación para su desarrollo, se continuo con llamadas telefónicas, mensajes vía WhatsApp y se dio lectura de la secuencia de enseñanza de forma individual. Finalmente, respondió por medio de correo electrónico con las sugerencias y oportunidades de mejora que bajo su experiencia considero necesarias y pertinentes para la mejora de la secuencia de enseñanza.

Lo anterior, permitió que la investigadora, recogiera los comentarios y sugerencias realizados por cada uno de los validadores, los aceptara y aplicara en la secuencia de enseñanza aprendizaje, con el fin de que cada una de las actividades ahí planteadas, bajo la experiencia que cada uno de ellos tiene en el área de matemáticas y en pedagogía, quedará clara y los estudiantes de séptimo con quienes se va a trabajar, puedan entenderlas y desarrollarlas.

3.3.2 *Herramientas para la validación*

En este apartado se presentarán las cuatro herramientas que permitieron llevar a cabo la validación de la secuencia de enseñanza aprendizaje, se indicará cuál es el propósito y qué partes tiene cada herramienta, además, se muestra las tablas o esquemas utilizados que permitieron realizar la validación. En este sentido, se inicia con la carta de presentación enviada a cada validador, la segunda herramienta hace alusión al formato de validación, el cual es un documento donde se presenta la información correspondiente a la secuencia de enseñanza aprendizaje y los pasos que debe seguir el validador para llevar a cabo la validación, la tercera herramienta corresponde a la secuencia de enseñanza como herramienta fundamental para la lectura y análisis de las actividades propuestas por la investigadora, por último, se presenta el guion de validación que permitirá al validador anexar las oportunidades de mejora identificadas.

Cartas de presentación. Estas se enviaron a los dos validadores por correo electrónico con el propósito de invitarlos a participar en el proceso de validación de la secuencia de enseñanza, además, ayudaron a establecer un vínculo de comunicación con cada validador. En este sentido, se inicia con el saludo y dada su experiencia profesional, se solicita la colaboración como especialistas para la validación de las actividades propuestas en la secuencia, se especifica que esta será aplicada a un grupo de estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Municipal Agustín Agualongo del Corregimiento de La Laguna, con el propósito de obtener así el grado académico de Licenciada en matemáticas. Por último, se solicitó a los validadores diligenciar el guion de validación, con la información suministrada en la tabla de valoración de actividades, como se muestra en la **Imagen 4**.

Imagen 4

Carta de presentación a validadores



San Juan de Pasto, 7 de octubre de 2021

Magister

OSCAR FERNANDO COTO AGREDA

Decano Universidad de Nariño

De la manera más comedida, me dirijo a usted extendiendo mi más afectuoso saludo. Por medio de la presente y dada su experiencia profesional, solicito comedidamente su colaboración como especialista para la validación de las actividades propuestas en la "Secuencia de enseñanza para el estudio de la homotecia. Una propuesta semiótica cognitiva y mediacional" remitidas en el Anexo 1, las cuales serán aplicadas a un grupo de estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Municipal Agustín Agualongo del Corregimiento de La Laguna, con el propósito de obtener así el grado académico de Licenciada en matemáticas.

Solicito respetuosamente diligencie el Anexo 2 (formato de validación), con la información suministrada en la tabla de valoración de actividades.

Agradezco de antemano su colaboración deseando éxito en sus labores y quedo atenta su pronta respuesta.

Atentamente,

MARILÍN BOTINA JOJOA
Estudiante Licenciatura en Matemáticas
marilnbi0001@gmail.com

Ciudadela Universitaria Torobajo- Calle 18 No. 50 - 02
Teléfono (032) 7310727- Línea Gratuita 018000957071- e-mail: mgedufmatematica@ufdensr.edu.co
San Juan de Pasto-Nariño-Colombia



Nota. Esta imagen corresponde a un ejemplo de carta de solicitud, la cual fue enviada a los Validadores con el fin de invitarlos a hacer parte del proceso de validación de la secuencia de enseñanza.

Formato de validación de pares externos. Es un documento donde se presenta a groso modo la secuencia de enseñanza para validar y aplicar en un trabajo de investigación a nivel de pregrado que tiene como título “Secuencia de enseñanza para promover el estudio de la homotecia. Una propuesta semiótica cognitiva y mediacional”. El propósito de este formato es presentar información del trabajo y por ende de la secuencia de enseñanza y los pasos a seguir para realizar la validación, en este sentido se dividió el formato en cinco partes; los objetivos del trabajo: objetivo general y objetivos específicos; el cronograma que se está llevando a cabo para el desarrollo del trabajo, validación de la secuencia de enseñanza; la solicitud de validación; la presentación de los anexos que se enviaron junto a la carta como son la secuencia de enseñanza y el guion de validación, por último, los pasos a seguir para la validación. A continuación, se presentará más a detalle cada uno de ellos.

- ***Objetivos del trabajo de investigación:*** Lo primero que encontró el validador en el formato de validación es el objetivo general de la investigación; que consiste en establecer estrategias de enseñanza que favorezcan el estudio de la homotecia desde una perspectiva de cambio de registro y a través del uso del AGD GeoGebra. Para alcanzar el objetivo general se han planteado cuatro objetivos específicos: el primero de estos objetivos permitirá identificar las dificultades que tienen los profesores al promover el estudio de la homotecia y que han sido descritas en revistas especializadas en educación matemática; el segundo objetivo permitirá organizar el estudio de la homotecia desde una perspectiva multi registro apoyados en un ambiente de geometría dinámica, el tercer objetivo se llevará a cabo al realizar la serie de actividades matemáticas que permiten el estudio de la homotecia desde las necesidades de los estudiantes, teniendo en cuenta los derechos de aprendizaje, las competencias ciudadanas, las competencias laborales y los DBA que se consideró pertinente. Finalmente, una vez que

las actividades fueron diseñadas, con el cuarto objetivo se evaluará y validará las estrategias y actividades utilizadas.

- **Cronograma de trabajo:** Seguido de los objetivos el validador encuentra el cronograma de actividades en la Tabla 5 que se pretende cumplir en ocho meses del año dos mil veintiuno (2021) y dos mil veintidós (2022), susceptible de adaptaciones, empezando desde la apropiación conceptual sobre la homotecia de figuras planas hasta la escritura del informe o cartilla final que sustentará el trabajo de grado. En este cronograma presentado en la **Tabla 8** se encuentra inmerso el diseño de tareas, la validación dividida en tres fases y la inclusión de las oportunidades de mejora. Este ayudara al validador a situar los avances que se han alcanzado y cuáles son las actividades que faltan para finalizar esta investigación.

Tabla 8

Cronograma de actividades

Actividades	7/21	08/21	09/21	10/21	11/21	12/21	01/22
Apropiación conceptual sobre la homotecia de figuras planas	X	X					
Caracterización de dificultades errores y obstáculos asociados al aprendizaje y la enseñanza del estudio de la homotecia	X	X					
Discriminación de las operaciones visuales que intervienen en el estudio de la homotecia	X	X	X				
Discriminación de los elementos de control visual y las funciones de control visual que suscitan la consideración de las operaciones visuales que intervienen en el estudio de la homotecia	X	X	X				
Caracterización de estrategias mediacionales que permitan la puesta en correspondencia entre unidades		X	X	X			

significantes del registro figural y unidades significantes del registro algebraico							
Diseño de una propuesta de enseñanza que promueva el estudio de la homotecia: 1. Planificación de las tareas que van a organizar la secuencia de enseñanza aprendizaje 2. Monitoreo que permita el diseño de las actividades que se van a aplicar a los estudiantes y que cumplan los propósitos de las tareas explicitadas 3. Evaluación, se verifica que las actividades cumplan los propósitos	X	X	X	X			
Validación Fase 1: validación interna				X			
Inclusión de las oportunidades de mejorar detectadas en la fase 1.				X	X		
Validación Fase 2: validación externa					X	X	
Inclusión de las oportunidades de mejorar detectadas en la fase 2.					X	X	
Validación Fase 3: Aplicación de la propuesta de enseñanza en un contexto real de enseñanza aprendizaje						X	X
Inclusión de las oportunidades de mejorar detectadas en la fase 3.						X	X
Descripción de los alcances de las ideas de diseño consideradas							X
Escritura del informe final del trabajo de grado.	X	X	X	X	X	X	X

Nota: aquí se expresan las actividades que se realizarán en el trabajo para alcanzar los objetivos específicos reseñados. Las fechas están susceptibles de cambios dependiendo del desarrollo del trabajo.

- **Solicitud de validación:** en esta parte del formato se explica a los validadores que para el desarrollar el cuarto objetivo específico, surge la necesidad de incorporar una validación externa, lo que corresponde al séptimo ítem del cronograma de trabajo, por tanto, se requiere la participación de los validadores, puesto que se considera importante identificar si las actividades secuencias por la diseñadora satisfacen los objetivos planteados en ella y si son adecuadas para promover el aprendizaje de las áreas sombreadas desde una perspectiva visual. Por consiguiente, es importante que los validadores lean, revisen y evalúen las actividades a

implementar y así otorguen su visto bueno como experto en el área de interés correspondiente; docente en ejercicio o investigador; posteriormente se solicita diligenciar un guion de validación con la justificación precisa de su apoyo o refutación, el cual se presenta más adelante.

- **Presentación de los Anexos:** dado que en el correo enviado a los validadores se adjuntan cuatro documentos, el primero fue la carta de presentación, el segundo el formato de validación de pares externos, el tercero corresponde a la secuencia de enseñanza y por último el guion de validación, en consecuencia, en esta parte se explica al validador que encontrará en el tercer y cuarto documento adjunto, los cuales son descritos a detalle en las herramientas siguientes.
- **Pasos a seguir para la validación:** son una serie de siete (7) pasos que permiten guiar y encaminar a los validadores en cuanto a los aspectos que se tendrán en cuenta para la validación, estos son: la lectura de la información del proceso; establecimiento de horarios de trabajo y entrega de materiales; familiarización del proceso de validación; objetivación del proceso de validación; diligenciamiento individual del guion de validación; organización y caracterización de la información reportada, individualmente, en los guiones de validación, mesa de trabajo; y por último, inclusión de las oportunidades de mejora en la secuencia de enseñanza. **Tabla 9** presenta cada paso y su respectiva descripción, la forma como se entregó, el tiempo asignado a cada uno y el propósito de este proceso.

Tabla 9

Pasos seguidos para realizar el proceso de validación de la propuesta de enseñanza.

Pasos	Descripción
-------	-------------

<p>1. Información del proceso, establecimiento de horarios de trabajo y entrega de materiales</p>	<p>Mediante llamada telefónica se hará contacto con un docente experto en educación matemática, un docente en ejercicio y un docente a cargo del grado al que va dirigida la secuencia, ambos conocedores del tema. Se les invitará a participar del proceso de validación de la secuencia de enseñanza que la investigadora diseñó para promover el estudio de la homotecia desde una propuesta semiótica cognitiva y mediacional. Se explicará, a groso modo, el propósito del proceso de validación y el método a seguir. A continuación, se establecerán espacios para el desarrollo del proceso de validación.</p> <p>Finalmente, se entregará una serie de documentos que contextualizará en mayor profundidad el proceso de validación a seguir y las pautas a considerar. Un total de tres documentos serán entregados, a saber: Solicitud de validación, Anexo 1 (Secuencia de enseñanza) y Anexo 2 (Formato de validación).</p>
<p>2. Familiarización del proceso de validación</p>	<p>Se sustentará la secuencia de enseñanza a los validadores por medio de video o reunión por medio de videoconferencia, además, de forma individual cada validador leerá los documentos enviados, identificará aspectos que necesiten una explicación del investigador y establecerá preguntas en torno al proceso de validación a seguir.</p>
<p>3. Objetivación del proceso de validación</p>	<p>Virtualmente se reunirán la investigadora y los validadores. En este paso se pretende responder a las inquietudes que los evaluadores tienen a cerca del proceso de validación, de esta manera, establecer de manera clara y contundente en qué consiste el proceso de validación, cuáles son sus pasos, cuál es el papel que se espera se realice en torno a los documentos entregados. Este paso se realizará de la siguiente manera:</p> <p>Puesta en común, en donde los validadores expresen cuál es el objetivo del proceso de validación que se va a desarrollar, como se va a implementar, cual es el papel que debe desempeñar como validador.</p> <p>Considerando las intervenciones de los validadores, la investigadora establecerá consensos en torno al objetivo del proceso a desarrollar, de los pasos a seguir y del papel a desempeñar de cada uno de los validadores.</p> <p>La investigadora presentará pautas para que los validadores evalúen la guía de enseñanza (Anexo 1) y el formato de validación (Anexo 2). A continuación, presentará en detalle cada uno de estos materiales, y estará presta a escuchar preguntas o inquietudes de los validadores.</p>
<p>4. Diligenciamiento individual del guion de validación</p>	<p>Cada validador diligenciará el guion de validación (Anexo 2), y lo entregará a la investigadora por medio de correo electrónico</p>
<p>5. Organización y caracterización de la información reportada, individualmente, en los guiones de validación</p>	<p>Para llevar un registro adecuado de las evaluaciones, una vez que reciba todos los formatos, la investigadora:</p> <p>Organizará los datos obtenidos a partir de los formatos entregados por los validadores. Para este paso considerará cada formato por separado, realizará un registro de las inquietudes que surjan y de las aclaraciones que considere son necesarias para comprender los puntos de vista expuestos por cada validador.</p> <p>De manera virtual e individual, realizará una entrevista a los validadores. Expondrá su percepción sobre las sugerencias, dando paso a la clarificación de las posibles confusiones y dudas.</p> <p>Construirá una tabla comparativa entre las recomendaciones de todos los validadores. Ésta tabla estará organizada teniendo en cuenta las actividades de la guía de enseñanza y los respectivos criterios de validación.</p> <p>El tiempo para el desarrollo de este proceso es de una semana.</p>

6. Mesa de trabajo	Virtualmente se programará una reunión con todos los validadores en donde la investigadora: Presentará la planeación de las actividades a desarrollar durante la mesa de trabajo. Expondrá la tabla comparativa obtenida al final del paso 5 del presente cuadro. Se abrirá un debate entre los validadores para que discutan sus diferentes puntos de vista y sugerencias ante la presentación de los ítems anteriores. Se realizarán conclusiones que harán parte de las oportunidades de mejora. Tomará registro de los aspectos más relevantes durante la reunión y de las conclusiones finales obtenidas al final del debate.
7. Inclusión de las oportunidades de mejora en la secuencia de enseñanza	En la nueva versión de la secuencia de enseñanza, la investigadora aplicará los cambios obtenidos en el paso 6 de esta tabla, como oportunidades de mejora para la correspondiente aplicación de la secuencia de enseñanza

Nota: fuente propia


Secuencia de enseñanza. la última herramienta entregada a los validadores corresponde a la secuencia de enseñanza en formato Word, con el fin de identificar oportunidades de mejora en torno a: redacción de las consignas, aquí se considera que haya claridad en los enunciados y las instrucciones, que el lenguaje sea pertinente para los estudiantes a quienes va dirigido y que la interpretación no sea ambigua; el orden de las tareas, es decir, si siguen una secuencia lógica y progresiva acorde a los propósitos de estas; el tiempo asignado al desarrollo de las tareas; por último el uso de materiales didácticos. Estas cuestiones deberían ser incluidas y descritas en el lugar donde los validadores consideren necesario, utilizando la herramienta de Word revisar y la opción de comentario, para este proceso se asignó un tiempo de siete días, en el cual los validadores se comunican con la investigadora las veces que consideren pertinente

Entre las oportunidades de mejora que se hicieron su mayoría son de naturaleza estructural, en las cuales se especifica que las tareas deben mantener un mismo orden y los mismos elementos (codificación de la tarea, propósitos, tiempo y materiales, estrategias de enseñanza, consigna, posible solución y guion e instrucciones para el profesor) también, se hicieron correcciones redaccionales considerando los criterios ya mencionados. Se puede resaltar sus bondades, pues permitió organizar de una manera clara y ordenada la secuencia, cada momento, las tareas,

actividades, propósitos, estrategias de enseñanza utilizadas, materiales y tiempo que se emplea. A manera de ejemplo, en la **Imagen 5** se evidencian las oportunidades de mejora que los validadores anexaron en guion de validación, la imagen presenta oportunidades de mejora respecto a la estructura de organización y las consignas para el estudiante, donde sugiere que los grupos de trabajo deben considerarse de menos integrantes debido a la situación de sanitaria que se presentaba en ese momento y .también sugiere una alternativa del uso de GeoGebra en el celular personal dado que en la institución a la que va dirigida la mayoría de estudiantes cuenta con su equipo tecnológico que puede facilitar la realización de las actividades o tener la aplicación de fácil acceso en su celular cuando necesiten utilizarlo en su hogar.

Imagen 5

Ejemplo de oportunidades de mejora



	reconocimiento de los objetivos alcanzados		entender	visibles a los estudiantes	refuerzo
A.1.3.1	A	A	A	A	R
	Cumple con la motivación al conocimiento de geometría	Adecuado	Fácil de entender	Adecuados para la actividad	Se sugiere no hacer grupos de 3 por el distanciamiento.
AdeA.1.3.2	A	A	A	A	A
	Bien, porque permite interactuar con el programa	Adecuado	Sencillo y fácil de entender	Correcto. Computadores	Está bien; pero se les puede sugerir que quienes pueden descarguen geometría en el celular.
A.1.3.3	A	A	A	A	A
	Bien por el espacio para la	Oportuno para la	Bien. instrucciones	Adecuados	Correcta

Nota. Fuente propia

Guion De Validación. Este documento es el que permite al validador presentar las observaciones y oportunidades de mejora de cada una de las actividades de la secuencia de enseñanza, para ello en la **Tabla 10** se describe de los criterios que se deben considerar para evaluar (validar) como son los objetivos, el tiempo, el lenguaje, materiales y organización de cada actividad.

Tabla 10*Detalles de los criterios de valoración*

Criterios de valoración	Descripción
Actividad	Se encuentran nombradas de la siguiente manera A.x.y.z. donde x corresponde al momento que pertenece, y corresponde a la tarea que conforma dicho momento y z hace referencia al número de la actividad dentro de la tarea
Objetivo	El propósito de la tarea es acorde al desarrollo de la misma y al tema de estudio
Tiempo	La duración de cada tarea es coherente con el tiempo estipulado para su desarrollo, es el adecuado para que los estudiantes solucionen sus inquietudes y realicen la tarea asignada, también considerando el uso de materia didáctico
Lenguaje	Los términos y la redacción utilizados para expresar cada una de las tareas son adecuados en la propuesta, las instrucciones son claras y de fácil comprensión; se utilizan elementos de control visual que permiten direccionar el desarrollo de la tarea
Materiales	Los materiales propuestos para el desarrollo de la actividad son apropiados, son variados y fáciles de manejar; entregan herramientas visuales y manipulables mediante las cuales se promueve el desarrollo de habilidades visuales que favorecen el estudio de la homotecia
Organización	Las tareas tienen una buena distribución de espacio, la presentación esta ordenada en relación con los contenidos que se desea enseñar; la secuencia de enseñanza posibilita la interacción del caso con los conceptos matemáticos estudiados, mediante un acercamiento experimental y visual

Los validadores diligenciaron la **Tabla 11** que cuenta con dos filas, en la primera se debe escribir A para indicar que la actividad es adecuada, NA para indicar que no es adecuado y R para indicar que debe aplicarse alguna modificación según el criterio de evaluación de cada columna y la segunda fila debe contener la justificación correspondiente a cada respuesta anterior

Tabla 11*Fragmento del guion de validación*

Actividad	Objetivo	Tiempo	Lenguaje	Materiales	Organización
A.1.1.1	A				
	<i>Justificación</i>				
A.1.1.2					
A.1.1.3					
A.1.1.4					

El diligenciamiento del guion de validación por parte de los validadores se dio de forma individual, con el validador 1 se llevó a cabo en una reunión virtual por medio de la plataforma virtual Zoom, donde se revisó detalladamente la secuencia de enseñanza, el formato de validación y el guion de validación. Los comentarios se hicieron en tiempo real y el validador diligencio el guion de validación con la letra correspondiente al criterio de evaluación de cada actividad y consigna, las oportunidades de mejora se presentan al final del guion de validación como observaciones. Tal como se muestra en la **Imagen 6**

Imagen 6

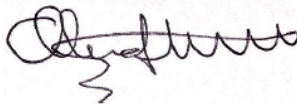
Fragmento del guion de validación diligenciado por el Validador 1

A.2.1.4	A	A	A	A	A
A.3.1.1					
A.3.1.2	A	A	A	A	A
A.3.1.3	A	A	A	A	A

Tabla 1. Tabla de valoración de actividades

Observaciones:

- No es adecuado realizar una actividad de saludo dado que eso es natural en un ambiente de estudio por lo tanto es innecesaria plantearla como actividad
- Las imágenes utilizadas en las actividades pueden ser más llamativas, es decir, escoger imágenes de series o dibujos animados que generen curiosidad y familiarice a los estudiantes con las actividades
- Revisar la redacción en cada una de las actividades, dado que el lenguaje utilizado debe ser el indicado de tal manera que no genere confusiones en su lectura



Firma del validador
 Mag. [REDACTED]
 Docente Universidad de Nariño
 Director Dpto. Matemáticas y Estadística

Por otra parte, con el validador 2 se llevó a cabo el proceso de validación de forma autónoma e individual, dado que él realizo la lectura de la secuencia de enseñanza aprendizaje y anexo sus sugerencias utilizando el formato del guion de validación según las indicaciones enviadas previamente, haciendo la devolución del producto por medio de correo electrónico como

se muestra en la **Imagen 7**. El validador consigno las oportunidades de mejora en el formato según sus criterios.

Imagen 7

Fragmento del guion de validación diligenciado por el validador 2

Actividad	Objetivo	Tiempo	Lenguaje	Materiales	Organización
A.1.1.1	A Crea un ambiente de confianza	A Es el oportuno para saludar	A Sencillo de entender	A	A Adecuada
A.1.1.2	A Excelente para motivar en el tema y la aplicación en contexto	A Adecuado	A Lenguaje adecuado para los estudiantes	A Bien por el apoyo en los videos	A Correcta
A.1.1.3	A A través de la observación y la pregunta reconocen características de las figuras aplicada la homotecia	A Adecuado	A Oportuno para los estudiantes	A Muy bien, porque son concretos para los estudiantes	A
A.1.1.4	A Bien que a través de preguntas saquen conclusiones e identifiquen donde se encuentran homotecias	A Adecuado	A Claro y sencillo	A	A Muy bien por la secuencia.
A.1.2.1	A Muy bien por el	A Adecuado	A Sencillo, fácil de	A Concretos y	A Sirve como

Una vez diligenciado el guion de validación será de suma importancia recolectar los datos obtenidos para implementar las oportunidades de mejora en la secuencia de enseñanza de tal manera que pueda ser aplicada en el ámbito escolar tal como se muestra en el siguiente apartado. Por último, cabe mencionar que la metodología empleada para llevar a cabo el proceso de validación fue preciso y se presentan sugerencias en cuanto al formato del guion de validación dado se considera para un mejor diseño un formato en el cual sea irrelevante indicar las actividades adecuadas y concentrarse en las actividades que presenten oportunidades de mejora.

3.3.3 Oportunidades de mejora y su consideración

En este apartado se presentan las oportunidades de mejora expuestas por parte de los validadores junto a ello la inclusión de las mismas en el diseño de la secuencia de enseñanza. Estas oportunidades de mejora son clasificadas considerando cinco aspectos:

- *Codificación:* la cual hace referencia a la claridad de referencia y uso en la nomenclatura, etiquetas o códigos de cada una de las tareas.
- *Redacción:* referido a escritura y/o corrección de consignas, párrafos, títulos etc. es decir todo el aspecto de escritura.
- *Matemática:* referido al contenido matemático; objetivos, definiciones, teoremas, conceptos, etc. dentro de cada actividad.
- *Mediacional:* más específico en cuanto a la interacción docente estudiante, donde el docente debe reemplazar los verbos en tercera persona y utilizar verbos en primera persona del singular, para que así el docente deje ver que es el estudiante el responsable del desarrollo de la actividad, así mismo se valora la interacción entre docente – estudiante, estudiante – estudiante.
- *Estructural:* se trata de la estructura de la secuencia de enseñanza, la cual debe tener fácil acceso para el lector, por tanto, se acordó seguir una estructura para todas las tareas donde, en la primera fila se representa el nombre de la tarea y su respectiva la codificación, en la segunda fila los objetivos, estrategias de enseñanza, materiales y tiempo, seguido el desarrollo de la tarea, el cual se divide en tres partes: la consigna y las imágenes, las cuales están dirigidas a los estudiantes; la posible solución de la tarea para las cuales aplique y las instrucciones, donde se colocan las actividades que permiten el desarrollo de la tarea.

En consecuencia, a lo anterior, se obtuvieron un total de cinco oportunidades de mejora organizadas en la **Tabla 12** la cual se divide en cuatro columnas la primera corresponde a la actividad previa de correcciones, seguido de la oportunidad de mejora identificada por el validador, luego la naturaleza de la oportunidad de mejora, es decir, de redacción, matemática, estructural y mediacional y, la actividad corregida.

Tabla 12

Inclusión de las oportunidades de mejora

OPORTUNIDADES DE MEJORA IDENTIFICADAS POR LOS VALIDADORES															
Redaccional															
Oportunidad de mejora	Actividades														
Revisar la redacción en la Tarea 3.1. dado que el lenguaje utilizado debe ser el indicado para el docente de tal manera que no genere confusiones en quien debe diligenciar la tabla	<p>Tarea 3.1. Antes de incluir la oportunidad de mejora</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Parte 3.1.3.1 Como docente lleno la siguiente tabla para ubicar las oportunidades de mejora de la secuencia de enseñanza</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>¿Lo logramos?</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Puedo trazar un centro de homotecia en configuraciones que son bastante complejas figurativamente.</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Puedo distinguir los puntos homólogos</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Entiendo la expresión simbólica del enunciado, que indica el sentido de la transformación.</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Entiendo cuál es la correspondencia y la articulación entre las unidades numéricas y los elementos figurativos no es fácilmente transmisible a los alumnos.</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> </div> <p>Tarea 3.1. Incluida la oportunidad de mejora</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Parte 3.1.3.1 Como docente lleno la siguiente tabla para ubicar las oportunidades de mejora de la secuencia de enseñanza</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>¿Lo logramos?</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>La totalidad de los alumnos puede trazar un centro de homotecia en configuraciones que son bastante complejas figurativamente.</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> </div>		¿Lo logramos?	Puedo trazar un centro de homotecia en configuraciones que son bastante complejas figurativamente.		Puedo distinguir los puntos homólogos		Entiendo la expresión simbólica del enunciado, que indica el sentido de la transformación.		Entiendo cuál es la correspondencia y la articulación entre las unidades numéricas y los elementos figurativos no es fácilmente transmisible a los alumnos.			¿Lo logramos?	La totalidad de los alumnos puede trazar un centro de homotecia en configuraciones que son bastante complejas figurativamente.	
	¿Lo logramos?														
Puedo trazar un centro de homotecia en configuraciones que son bastante complejas figurativamente.															
Puedo distinguir los puntos homólogos															
Entiendo la expresión simbólica del enunciado, que indica el sentido de la transformación.															
Entiendo cuál es la correspondencia y la articulación entre las unidades numéricas y los elementos figurativos no es fácilmente transmisible a los alumnos.															
	¿Lo logramos?														
La totalidad de los alumnos puede trazar un centro de homotecia en configuraciones que son bastante complejas figurativamente.															

Casi todos los alumnos pueden distinguir los puntos homólogos	
La mayoría de los alumnos no tienen en cuenta la expresión simbólica del enunciado, que indica el sentido de la transformación.	
La correspondencia y la articulación entre las unidades numéricas y los elementos figurativos no es fácilmente transmisible a los alumnos.	

Matemática

Oportunidad de mejora

Actividades

Las imágenes utilizadas en las actividades pueden ser más llamativas, es decir, escoger imágenes de series o dibujos animados que generen curiosidad y familiarice a los estudiantes con las actividades

Tarea 2.1. Antes de incluir la oportunidad de mejora

Parte 2.1.2.3. Respondo las siguientes preguntas en mi cuaderno con respecto a la **Figura 1**

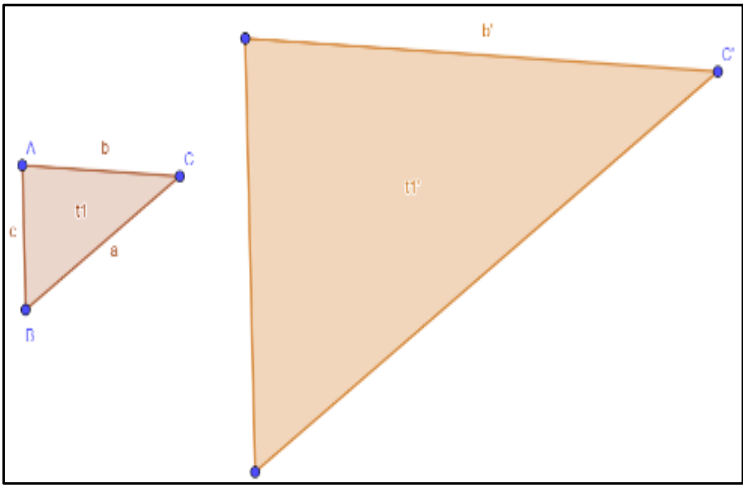
¿Qué diferencia existe entre la figura objeto t_1 y la figura imagen t_1' ?

Con ayuda de la regla, trazar segmentos que junten cada par de puntos homólogos de la *¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.*

¿Los segmentos trazados anteriormente se cruzan en algún punto?

Si extendemos los segmentos a rectas. ¿Qué sucede?

Figura 1.
Triángulos homotéticos



Nota. Fuente propia, realizado en GeoGebra

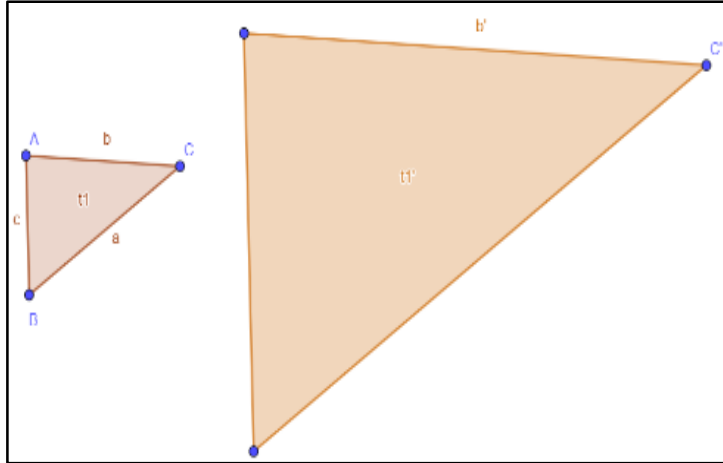
Tarea 2.1. Incluida la oportunidad de mejora

Parte 2.1.2.3. Realizo las siguientes indicaciones sobre la **figura 1** y **figura 2**

- Marcó los puntos y lados homólogos según corresponda
- Con ayuda de la regla, trazar segmentos que junten cada par de puntos homólogos
- ¿Los segmentos trazados anteriormente se cruzan en algún punto?

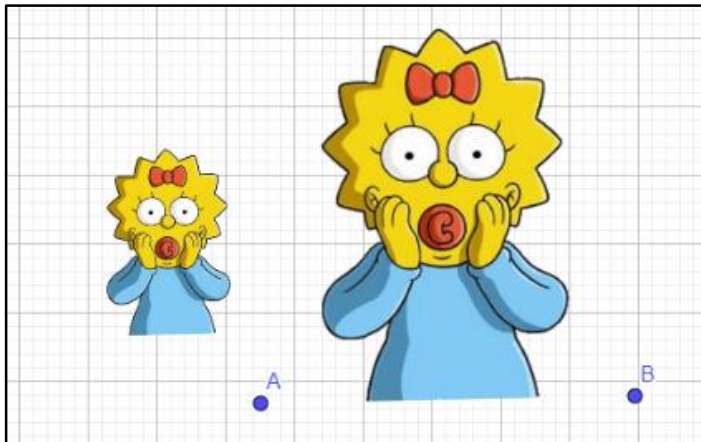
- d. Si extendemos los segmentos a rectas. ¿Qué sucede? ¿Se cortan en algún punto?

Figura 1.
Triángulos homotéticos



Nota. Fuente propia, realizado en GeoGebra

Figura 2.
figuras homotéticas



Nota. Fuente propia, realizado en GeoGebra

Mediacional

Oportunidad de mejora

Actividades

<p>No es adecuado realizar una actividad de saludo dado que eso es natural en un ambiente de estudio por lo tanto es innecesaria plantearla como actividad</p>	<p>Tarea1.1. Antes de incluir la oportunidad de mejora</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Parte 1.1.1.1 Saludar a los estudiantes. Buenos días estudiantes</p> <p>Nota: En caso de ser la primera vez con los estudiantes presentarse y pedir que ellos se presenten para conocerse e interactuar con sus compañeros y nuevo docente.</p> </div> <p>Tarea1.1. Incluida la oportunidad de mejora</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Parte 1.1.1.1 Saludo.</p> </div>
<p>Estructurales</p>	
<p>Oportunidades de mejora</p>	<p>Actividades</p>
<p>Se sugiere no hacer grupos de 3 por el distanciamiento.</p>	<p>Tarea 1.3. Antes de incluir la oportunidad de mejora</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Parte 1.3.1.1 Formar grupos de máximo 3 estudiantes</p> </div> <p>Tarea 1.3. Incluida la oportunidad de mejora</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Parte 1.3.1.1 Según las indicaciones sanitarias realizar grupo o citar a los estudiantes por grupos para que cada una cuente con un computador diferente</p> </div>

CAPÍTULO 4. SECUENCIA DE ENSEÑANZA “LA HOMOTECIA”

En este capítulo se presenta la secuencia de enseñanza donde se describe aspectos tales como la codificación de las tareas y actividades, la caracterización de cada momento; las consignas, el tiempo e instrucciones de cada actividad, sirviendo como guía docente para llevar a cabo las sesiones de clase y desarrollar las tareas aquí expuestas. Cabe aclarar que la secuencia de enseñanza es susceptible de adaptaciones a partir del contexto y necesidades del docente y estudiante.

4.1. Codificación de las tareas y actividades

La secuencia de enseñanza se presenta en formato tabla donde se encuentra la descripción de cada momento y por cada tarea se establece sus propósitos, estrategias de enseñanza utilizadas, tiempo y materiales, además de las actividades necesarias para el desarrollo de cada tarea como se muestra en la **Tabla 13**

Tabla 13

Ejemplo de la estructura de los momentos que componen la secuencia de enseñanza

Momento 1: <i>(Nombre del momento)</i> Contextualización: <i>(Objetivos que se pretenden movilizar en este momento)</i>		
Tarea 1.1 <i>Nombre de la tarea aludiendo a un grupo de actividades que se aplican en el aula con un propósito determinado y acorde al momento de la propuesta de enseñanza. Considerar las ideas de diseño para definir y organizar las tareas</i> Propósito: <i>Cuál es el propósito que se espera alcanzar con la aplicación de la tarea: pensando en los estudiantes /Indicadores de idoneidad (Afectivo, Mediacional e Interaccional) / Competencias)</i>	Estrategias de enseñanza <i>Tipos de estrategias de enseñanza que se movilizan en el desarrollo de la Tarea</i>	Tiempo y materiales <i>Se establece el tiempo y recursos necesarios para el desarrollo de cada tarea. Teniendo en cuenta que el tiempo total de aplicación de la propuesta es de cuatro semanas</i>

En este sentido, se entenderá como tarea el trabajo general que se propone en el desarrollo de las consignas y los pasos o procedimientos que permiten completar la tarea se entiende como actividad. A continuación, se describe la codificación para las tareas y actividades.

Para las tareas:

Tarea. Momento al que pertenece. Número de la tarea

Ejemplo: Tarea 1.1 Traduce tarea uno del momento uno.

Para las actividades:

Actividad. Momento al que pertenece. Tarea a la que pertenecer. Número que le corresponde

Ejemplo: Actividad.1.1.1. Traduce actividad uno de la tarea uno del momento uno.

4.2. Caracterización de la secuencia de enseñanza

Con la secuencia de enseñanza se busca promover el estudio de la homotecia desde una propuesta semiótica cognitiva y mediacional, va dirigida a 20 estudiantes de grado séptimo de básica secundaria de la institución educativa municipal Agustín Agualongo ubicada en el corregimiento de La Laguna de Pasto Nariño. La secuencia de enseñanza consta de diecisiete actividades inmersas en seis tareas repartidas en tres momentos, como se muestra en la **Tabla 14** Estructura de la secuencia de enseñanza **Tabla 14**

Tabla 14

Estructura de la secuencia de enseñanza

Momento 1. Preparación y conocimientos previos	Tarea 1.1	Actividad 1.1.1 Actividad 1.1.2 Actividad 1.1.3
	Tarea 1.2	Actividad 1.2.1
	Tarea 1.3	Actividad 1.3.1 Actividad 1.3.2

		Actividad 1.3.3
	Tarea 1.4	Actividad 1.4.1 Actividad 1.4.2 Actividad 1.4.3
Momento 2. Construcción de la noción de Homotecia	Tarea 2.1	Actividad 2.1.1 Actividad 2.1.2 Actividad 2.1.3 Actividad 2.1.4
Momento 3. Valoración de conocimientos adquiridos	Tarea 3.1	Actividad 3.1.1 Actividad 3.1.2 Actividad 3.1.3

Cada actividad está ligada a una tarea en la que se expone el objetivo educativo a alcanzar, el tiempo de aplicación, los materiales que serán utilizados y las estrategias de enseñanza.

4.2.1. *Momento 1: Conocimientos previos para sumergirse en la homotecia.*

El primer momento de la secuencia de enseñanza tiene la finalidad de preparar en relación de qué y cómo va a aprender el estudiante; esencialmente se trata de incidir en la activación o la generación de conocimientos y experiencias previas pertinentes Estrategias de pre-construcción o desarrollo. También ubica al estudiante en el contexto conceptual apropiado y la generación de expectativas adecuadas, para ello se diseñó cuatro tareas (Tarea 1.1, Tarea 1.2, Tarea 1.3, Tarea 1.4) presentadas a continuación con su respectiva caracterización en la **Tabla 15**

Tabla 15

Caracterización de las Tareas que conforman el Momento 1

Tarea 1.1 Contextualización cotidiana de la aparición de la homotecia	Propósito: Saludar y contextualizar sobre el tema a abordar de forma dinámica de tal manera que llame la atención de los estudiantes, dando ejemplos de la homotecia en la vida real, con videos e historias que hablen acerca del uso de la homotecia sin definirla
REFERENTES CONCEPTUALES MOVILIZADOS	
<p><i>Competencias básicas de aprendizaje</i> Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte. (Ministerio de Educación Nacional, 2006)</p> <p><i>Competencias ciudadanas y laborales</i> La competencia ciudadana - <i>comunicativa</i> como “aquellas habilidades necesarias para establecer un diálogo constructivo con las otras personas” (Ministerio de Educación Nacional, 2020, pág. 13)</p>	

La competencia laboral - *interpersonal* como “las habilidades necesarias para adaptarse a los ambientes laborales y para saber interactuar coordinadamente con otros, como la comunicación, trabajo en equipo, liderazgo, manejo de conflictos, capacidad de adaptación y proactividad” (Ministerio de Educación Nacional, 2020, pág. 10).

Estrategias de enseñanza

Situaciones que activan o generan información previa (Actividad focal introductoria, discusiones guiadas)
Enunciados que establecen condiciones, representaciones visuales, preguntas insertadas, Analogías (Díaz Barriga & Hernández, 2002)

Indicadores de idoneidad didáctica

- Componentes e indicadores de idoneidad epistémica (matemática)

Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige

- Componentes e indicadores de idoneidad cognitiva

Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones.

- Componentes e indicadores de idoneidad afectiva

Las tareas tienen interés para los alumnos

Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional

Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas

Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.

- Componentes e indicadores de idoneidad interaccional

El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.) (Godino, 2011)

Imagen 8

Fragmento de la Tarea 1.1

Parte 1.1.2.3 Terminada la historia el docente propone una socialización a través de preguntas relacionadas con el tamaño de las imágenes y algunas características que se evidencian
Es necesario que para esta pregunta el docente permita que los estudiantes contesten lo que crean correcto

Actividad 1.1.3 Concluir con los estudiantes

Parte 1.1.3.1 Leer la conclusión

- Las matemáticas son un lenguaje que nos permite entender el comportamiento de la naturaleza y del mundo que nos rodea, muchas veces pensamos que las matemáticas solo están ahí para hacer cuentas, sin embargo, los acontecimientos más importantes del hombre están empapados de lenguaje matemático, como por ejemplo hoy descubrimos que la homotecia ha estado acompañándonos en el cine y las películas que miramos durante mucho tiempo.

Parte 1.1.3.2 Responder las siguientes preguntas con los estudiantes

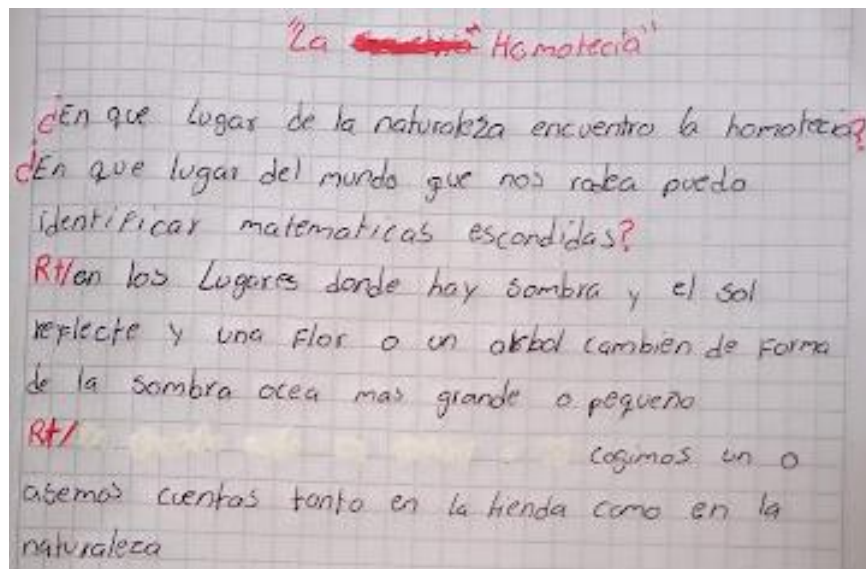
- ¿En qué lugar de la naturaleza encuentro la homotecia?
- ¿En qué otro lugar del mundo que nos rodea puedo identificar matemáticas escondidas?
- ¿Qué preguntas me generaron las anteriores actividades?

Parte 1.1.3.3 Anexar las respuestas de los estudiantes en un documento y compartirlas para ser escritas por los estudiantes en sus cuadernos

Nota. La Tarea 1.1 se encuentra completa en el Anexo 1. Fuente propia

Imagen 9

Ejemplo de apropiación del concepto de homotecia por medio de contextualización con el entorno



Nota. Fuente propia

Tarea 1.2

Presentó los objetivos de la secuencia de enseñanza a los estudiantes

Propósito: Exponer a los estudiantes cuáles son las expectativas que se espera alcanzar al desarrollar esta secuencia de enseñanza, se presentará los objetivos de la secuencia de enseñanza a los estudiantes, en una cartelera de tal forma que sea visible para todos y a lo largo del desarrollo de la secuencia se ira chuleando los objetivos alcanzados, con el fin de que el estudiante este enterado del proceso de aprendizaje y las expectativas que se espera alcanzar al desarrollar esta secuencia de enseñanza

REFERENTES CONCEPTUALES MOVILIZADOS

Competencias ciudadanas y laborales

La competencia laboral – *organizacional* como “las habilidades necesarias para la gestión de la información, gestión y manejo de recursos” (Ministerio de Educación Nacional, 2020, pág. 10)

Estrategias de enseñanza

Objetivos, enunciados que establecen condiciones, carteleras en un lugar visible que exponga los propósitos de las actividades (Díaz Barriga & Hernández, 2002)

Indicadores de idoneidad didáctica

- Componentes e indicadores de idoneidad afectiva

Las tareas tienen interés para los alumnos

Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas

Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.

- Componentes e indicadores de idoneidad interaccional

El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.) (Godino, 2011)





Imagen 10

Fragmento de la Tarea 1.2

Actividad 1.2.1

Leer los objetivos que alcanzarán los estudiantes al final de esta secuencia de enseñanza. Con ayuda de los estudiantes escoger un lugar y pegar los objetivos en un lugar visible, además, marcar los objetivos que se hayan alcanzado

¿Qué aprenderé?

-  *Identificare situaciones cotidianas donde la homotecia este presente*
-  *Utilizare el géometra para resolver problemas donde intervienen la homotecia*
-  *Reconoceré la existencia de la operación geométrica homotecia y describiré sus características y propiedades*
-  *Identificare relaciones de homotecia entre las formas que configuran diseños geométricos*

Nota. La Tarea 1.2 se encuentra completa en el Anexo 1. Fuente propia

Tarea 1.3

Enseño las características y uso de GeoGebra

Propósito: Introducir al estudiante en el uso de Ambientes de geometría dinámica, presentando así a GeoGebra y poner a su disposición las herramientas que posee este programa, partiendo desde la instalación del programa hasta mostrar su interfaz. de tal manera que permita movilizar el concepto de homotecia

REFERENTES CONCEPTUALES MOVILIZADOS

Competencias ciudadanas y laborales

La competencia laboral – *personal* la cual “se refieren a los comportamientos y actitudes esperados en los ambientes productivos, como la orientación ética, dominio personal, inteligencia emocional y adaptación al cambio.”

La competencia laboral – *tecnológica* la cual “permiten a los jóvenes identificar, transformar e innovar procedimientos, métodos y artefactos, y usar herramientas informáticas al alcance. También hacen posible el manejo de tecnologías y la elaboración de modelos tecnológicos”

La competencia laboral – *interpersonal* la cual “Comprenden aquellos procesos de pensamiento que el estudiante debe usar con un fin determinado, como toma de decisiones, creatividad, solución de problemas, atención, memoria y concentración” (Ministerio de Educación Nacional, 2020, pág. 10)

Estrategias de enseñanza

Enunciados que establecen condiciones, objetivos, representaciones visuales, ilustraciones, organizadores gráficos, preguntas intercaladas, señalizaciones. (Díaz Barriga & Hernández, 2002)

Indicadores de idoneidad didáctica

- Componentes e indicadores de idoneidad cognitiva

Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones.

Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes.

- Componentes e indicadores de idoneidad afectiva

Las tareas tienen interés para los alumnos.

Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas.

Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.

- Componentes e indicadores de idoneidad interaccional

El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.)

Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase.

Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes.

- Componentes e indicadores de idoneidad mediacional

Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido.


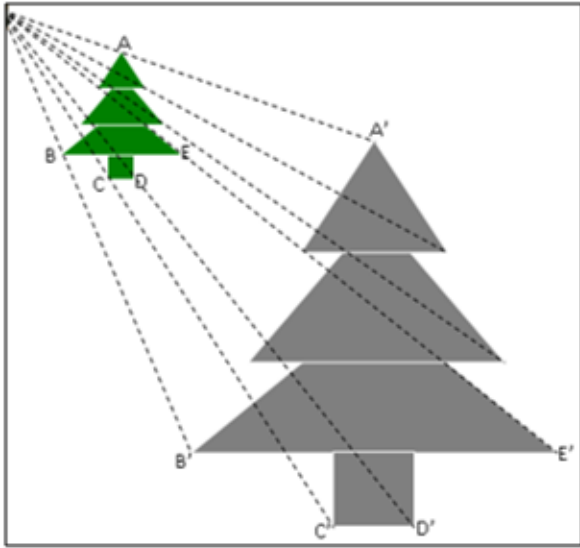
Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones. (Godino, 2011)

Imagen 11

Fragmento de la Tarea 1.3

Reto de construcción

Utilizo las herramientas de GeoGebra para realizar la siguiente construcción



Parte 1.3.2.2 Compartir el modo de solución de la Actividad 1.3.2, presentando las construcciones que cada uno realizó con los compañeros con su respectiva descripción

Parte 1.3.2.3 Discutir el modo de solución de cada grupo y hacer un cuadro comparativo de las estrategias que cada uno uso para realizar la construcción

Actividad 1.3.3 Concluir con los estudiantes
Permitir que los estudiantes anoten las siguientes preguntas y en una lluvia de ideas recoger sus respuestas

¿Qué herramienta de GeoGebra me pareció más interesante?

¿Para qué sirve GeoGebra

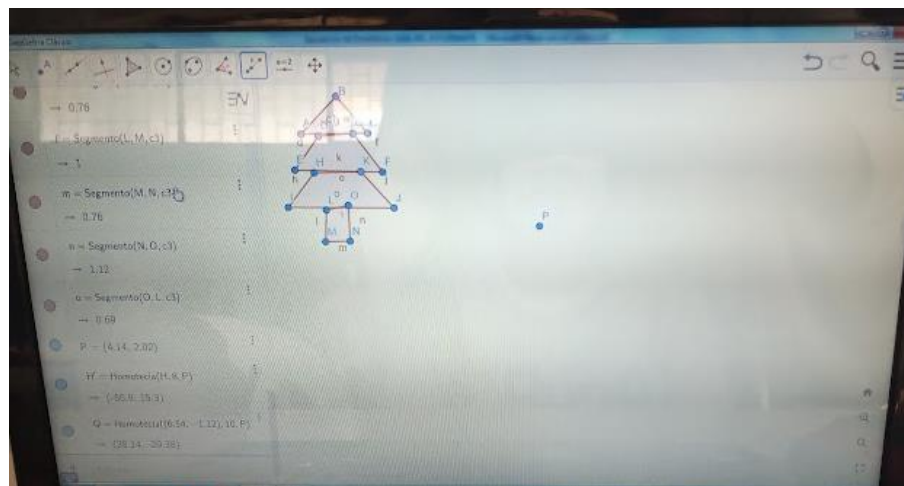
¿De qué manera puedo usar GeoGebra para ver una Homotecia?

¿Qué dificultades me genera trabajar con GeoGebra?

Nota. La Tarea 1.3 se encuentra completa en el Anexo 1. Fuente propia

Imagen 12

Ejemplo de construcción en GeoGebra como experimentación de estudiantes.



Nota. Fuente propia.

Tarea 1.4

Valoración de conocimientos previos

Propósito: Activar conocimientos previos, evaluar el desempeño de los estudiantes frente a algunas nociones preliminares y en relación con la noción de homotecia. El estudiante debe contar con nociones previas relacionadas con: magnitud, medida, cantidad, longitud, cociente, proporcionalidad, vértice, ángulo, segmento.

REFERENTES CONCEPTUALES MOVILIZADOS

Competencias básicas de aprendizaje

Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones. (Ministerio de Educación Nacional, 2006, pág. 82)

Competencias ciudadanas y laborales

La competencia ciudadana – *convivencia y paz* “comprendo que las intenciones de la gente, muchas veces, son mejores de lo que yo inicialmente pensaba; también veo que hay situaciones en las que alguien puede hacerme daño sin intención.” (Ministerio de Educación Nacional, 2020, pág. 20)

Estrategias de enseñanza

Enunciados que establecen condiciones y forma de evaluación del estudiante, representaciones visuales, organizadores previos, ilustraciones, organizadores gráficos, preguntas intercaladas, señalizaciones, valoración de conocimientos previos (Díaz Barriga & Hernández, 2002)

Indicadores de idoneidad didáctica

- Componentes e indicadores de idoneidad epistémica (matemática)

Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige

- Componentes e indicadores de idoneidad cognitiva

Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones.

- Componentes e indicadores de idoneidad afectiva

Las tareas tienen interés para los alumnos

Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional

Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas

Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.

- Componentes e indicadores de idoneidad interaccional

El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.) (Godino, 2011)

Imagen 13

Fragmento de la Tarea 1.4

Ejercita el concepto teórico sobre razones y proporciones a los estudiantes, para ello realizar grupos de dos estudiantes para realizar la siguiente actividad.

En binas resuelvo las siguientes situaciones en mi cuaderno

- ¿Alguna vez has intentado resolver un problema mientras estás en una tienda? Estudia esta situación. Mariana fue a la tienda a comprar pollo para la cena. Se asombró con los precios y tuvo que sacar algunas cuentas mientras compraba. En la tienda, los 3 cuartos de pollo costaban \$22.500. Si Salome tiene \$30000 ¿cuántos cuartos puede comprar? La mejor manera de resolver este problema es utilizar una proporción.
- Marco empezó a trabajar y gana \$25000 por cada 2 horas de trabajo. ¿Cuánto ganará Marco si trabajó durante ocho horas?

Uno cada situación con la razón que corresponda

- a. En una sala de cine entra cada dos minutos tres personas
- b. En una sala de cine se proyectan dos películas cada cuatro horas
- c. en la puerta de la estación del metro ingresan cada un minuto, doce personas
- d. cada dos minutos pasa un carro de metro
- e. en el paradero de la calle un bus pasa cada siete minutos



___ 2:1 ___ 2:3 ___ 1:7 ___ 2:4 ___ 1:12

Actividad 1.4.3 Conclusiones

Parte 1.4.3.1 Los estudiantes deben copiar en sus cuadernos después de la fecha actual la actividad 1.4.1. correspondiente a la parte teórica

Parte 1.4.3.2 Entregar a los estudiantes un documento para pegar en el cuaderno donde se encuentre las participaciones citadas de cada estudiante a lo largo de esta tarea

Parte 1.4.3.3 Jugar para aprender (Opcional)

Enviar el siguiente link a los estudiantes y permitir que ellos interactúen con el juego

<https://www.geogebra.org/m/cxkknmry>

Nota. La Tarea 1.4 se encuentra completa en el Anexo 1. Fuente propia

Nota. Fuente propia. Articulación de las actividades del momento 1 de la secuencia de enseñanza y los referentes conceptuales y curriculares asumido

4.2.2. Momento 2: Construcción de la noción de homotecia.

El segundo momento de la secuencia de enseñanza tiene la finalidad de apoyar los contenidos curriculares durante el proceso mismo de enseñanza-aprendizaje, el fin principal de este momento es construir la noción de homotecia desde la articulación del registro de representación gráfica y simbólica o algebraica con ayuda de GeoGebra, sin dejar de lado las competencias ciudadanas y laborales, para ello se diseñó una tarea (Tarea 2.1) presentada a

continuación con su respectiva caracterización en la **Tabla 16**. Las estrategias que intervienen en este momento se categorizan como estrategias de construcción o desarrollo del objeto matemático.

Tabla 16

Caracterización de las Tareas que conforman el Momento 2

<p>Tarea 2.1 Construcción del concepto de homotecia desde el cambio de registro con ayuda de GeoGebra</p>	<p>Propósito: Construir la noción de homotecia desde el cambio de registro con ayuda de GeoGebra</p>
<p>REFERENTES CONCEPTUALES MOVILIZADOS</p>	
<p><i>Competencias básicas de aprendizaje</i> Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte. (Ministerio de Educación Nacional, 2006)</p> <p><i>Competencias ciudadanas y laborales</i> La competencia ciudadana - <i>comunicativa</i> como “aquellas habilidades necesarias para establecer un diálogo constructivo con las otras personas” (Ministerio de Educación Nacional, 2020, pág. 13) La competencia laboral – <i>interpersonal</i> como “las habilidades necesarias para adaptarse a los ambientes laborales y para saber interactuar coordinadamente con otros, como la comunicación, trabajo en equipo, liderazgo, manejo de conflictos, capacidad de adaptación y proactividad” La competencia laboral – <i>tecnológicas</i> “Permiten a los jóvenes identificar, transformar e innovar procedimientos, métodos y artefactos, y usar herramientas informáticas al alcance. También hacen posible el manejo de tecnologías y la elaboración de modelos tecnológicos” La competencia laboral – <i>intelectual</i> “comprenden aquellos procesos de pensamiento que el estudiante debe usar con un fin determinado, como toma de decisiones, creatividad, solución de problemas, atención, memoria y concentración.” (Ministerio de Educación Nacional, 2020, pág. 10)</p> <p><i>Estrategias de enseñanza</i> Enunciados que establecen condiciones, representaciones visuales, organizadores previos, ilustraciones, organizadores gráficos, preguntas intercaladas, señalizaciones, organizadores textuales (Díaz Barriga & Hernández, 2002)</p> <p><i>Indicadores de idoneidad didáctica</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - Componentes e indicadores de <i>idoneidad epistémica</i> (matemática) <p>Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige. Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre los mismos.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Componentes e indicadores de <i>idoneidad cognitiva</i> <p>Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Componentes e indicadores de <i>idoneidad afectiva</i> <p>Las tareas tienen interés para los alumnos Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Componentes e indicadores de <i>idoneidad interaccional</i> <p>El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.) (Godino, 2011)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Componentes e indicadores de <i>idoneidad mediacional</i> 	

Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido
Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones (Godino, 2011)

Imagen 14

Fragmento de la Tarea 2.1

Actividad 2.1.1

Al finalizar esta actividad el estudiante debe comprender la diferencia que existe entre representaciones, dado que es importante para nuestro estudio que se discrimine entre la representación figural y la representación algebraica

Parte 2.1.1.1

Permitir que el estudiante lleve de forma organizada el cuaderno con el orden presentado a continuación:

Fecha: DD/MM/AAAA

Título: Representaciones algebraicas

Subtítulo: Representación Algebraica o Simbólica

Contenido: Explicar a los estudiantes en que consiste la representación por escritura simbólica o algebraica para después no tener inconvenientes con respecto a la notación y permitir que tomen la siguiente información en sus apuntes

Representación Algebraica de algunos objetos matemáticos

En la vida cotidiana experimentamos a diario que algunos objetos reciben varios nombres representando lo mismo, como por ejemplo el dinero; en Colombia le decimos pesos, en Venezuela bolívares, en Ecuador dólares. ¿Conocen otra forma de llamar al dinero?

Ejemplos

Suma de dos cantidades = $a + b$

Cuadrado de un número = a^2

Multiplicación de una constante por un número = $K \cdot a$

Parte 2.1.1.2

Explicar al estudiante en que consiste las representaciones gráficas de un objeto con figuras

Primero anotar la fecha

Subtítulo: Representaciones algebraicas

Contenido:

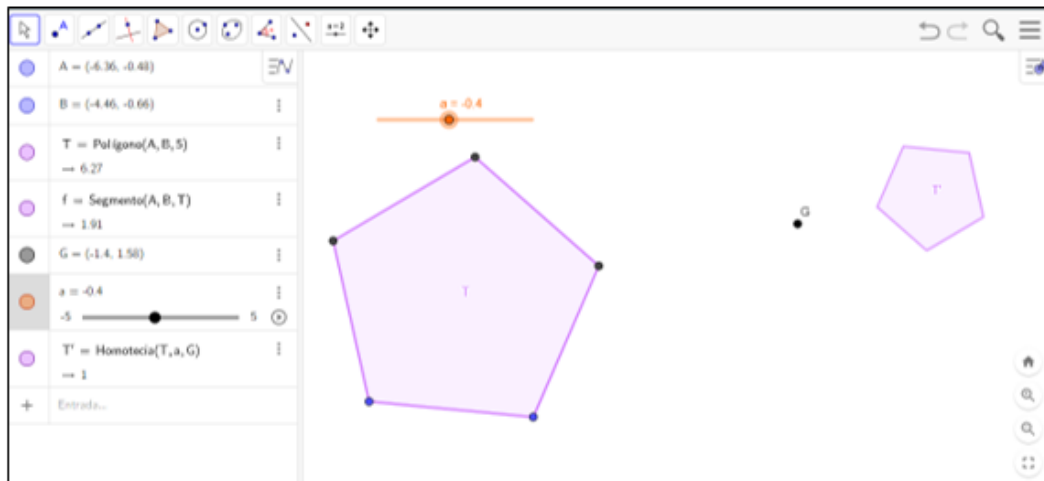
Nota. Fuente propia. La Tarea 2.1 se presenta completa en el **Anexo I**.

Imagen 15

Fragmento de la Tarea 2.1

Parte 2.1.4.1. Realizo la siguiente construcción

1. Creo un polígono regular y lo nombro T
2. Creo un punto en el espacio llamado G
3. Creo un deslizador nombrado a
4. Con la herramienta homotecia, marco el polígono T, a continuación, marco G y por ultimo digito el nombre del deslizador a (Poner)



Parte 2.1.4.2. Permitir que el estudiante interactúe con el software y la anterior construcción y responda las siguientes preguntas en su cuaderno

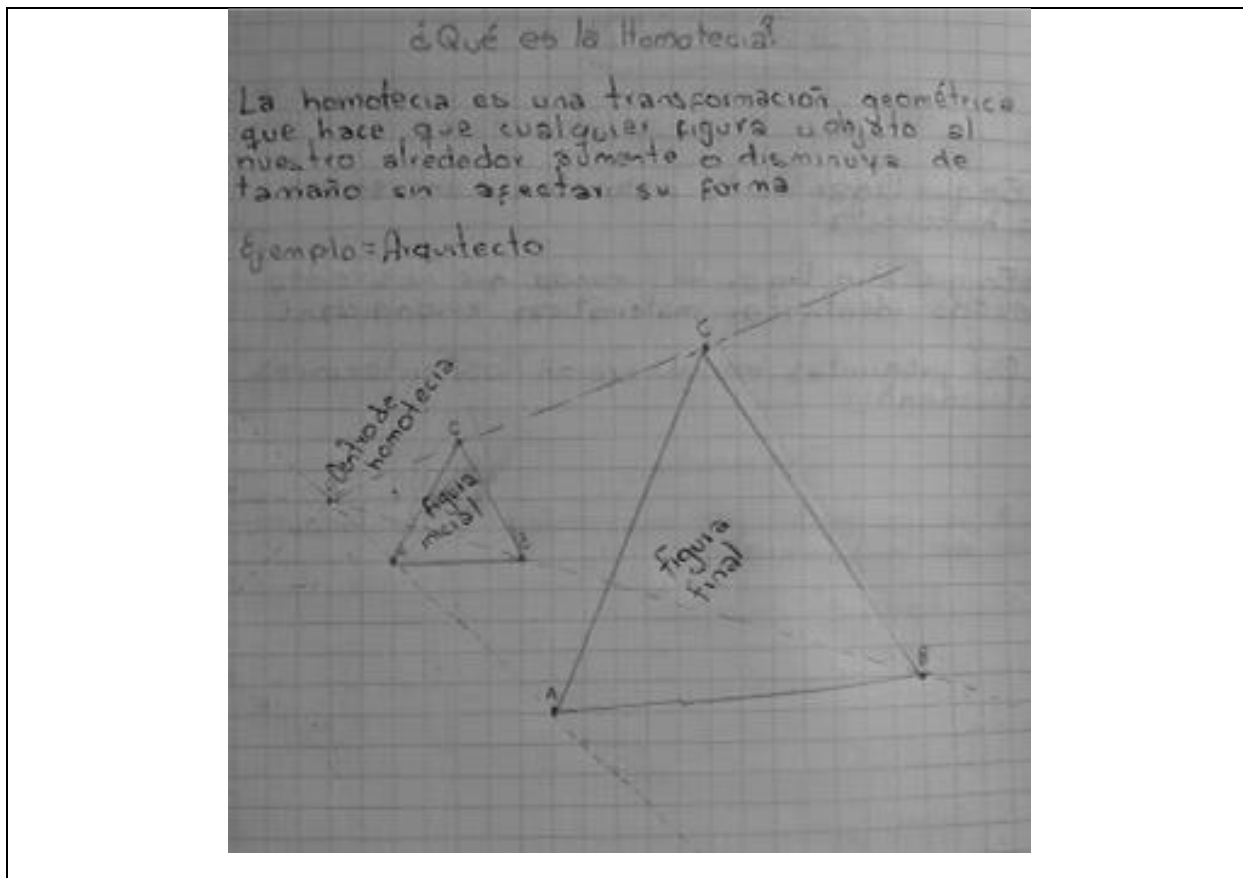
- ❖ ¿Cuál es la diferencia entre las configuraciones homotéticas de la relación positiva o negativa?
- ❖ Analizar la posición del centro con relación a la figura objeto y la figura imagen
- ❖ Identificar si las figuras están en la misma posición o posición inversa
- ❖ Identifico cuando la longitud de los elementos de la imagen es más grande que las longitudes de los elementos del objeto
- ❖ ¿Cuándo la longitud de los elementos del objeto es más grande que las longitudes de los elementos de la imagen?
- ❖ ¿Cuándo el tamaño de la figura imagen es más grande que el tamaño de la figura objeto?
- ❖ ¿Cuándo el tamaño de la figura objeto es más grande que el tamaño de la figura imagen?

Parte 2.1.4.3 Concluir con los estudiantes

Colectivamente y con ayuda de las anteriores repuestas diligenciar la siguiente tabla y anexarla en el cuaderno del estudiante

Imagen 16

Ejemplo de la aplicación de la Tarea 2.1 en un contexto de aprendizaje real.



Nota. Fuente propia. Articulación de las actividades del momento 2 de la secuencia de enseñanza y los referentes conceptuales y curriculares asumido

4.2.3. *Momento 3: Valoración de conocimientos adquiridos.*

En este momento se valorará el aprendizaje alcanzado e incluso se permitirá que ellos valoren su propio aprendizaje, por ello se genera espacios de retroalimentación. Además, este momento es clave para caracterizar las dificultades de implementar geometría dinámica y los obstáculos y dificultades que puede generar la misma en el aula de clase, para ello se diseñó una Tarea (Tarea 3.1) la cual incluya estrategias de post construcción o post desarrollo para dar cumplimiento al objetivo del presente momento. La caracterización de la Tarea que conforma este momento se encuentra en la tabla **Tabla 17**

Tabla 17

Caracterización de las Tareas que componen el Momento 3

<p>Tarea 3.1 Sondeo de conocimientos</p>	<p>Propósito: Valorar los alcances de la secuencia de enseñanza, identificar las debilidades y virtudes de acuerdo a los conocimientos alcanzados por los estudiantes. Se evaluará los apuntes, participación en clase tanto individual como grupal, la relación armónica en el aula de clase, conocimientos adquiridos al final de cada momento con actividades específicas</p>
<p>REFERENTES CONCEPTUALES MOVILIZADOS</p>	
<p><i>Competencias básicas de aprendizaje</i> Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte. (Ministerio de Educación Nacional, 2006)</p> <p><i>Competencias ciudadanas y laborales</i> La competencia ciudadana - <i>comunicativa</i> como “aquellas habilidades necesarias para establecer un diálogo constructivo con las otras personas” (Ministerio de Educación Nacional, 2020, pág. 13) La competencia laboral – <i>interpersonal</i> como “las habilidades necesarias para adaptarse a los ambientes laborales y para saber interactuar coordinadamente con otros, como la comunicación, trabajo en equipo, liderazgo, manejo de conflictos, capacidad de adaptación y proactividad” La competencia laboral – <i>tecnológicas</i> “Permiten a los jóvenes identificar, transformar e innovar procedimientos, métodos y artefactos, y usar herramientas informáticas al alcance. También hacen posible el manejo de tecnologías y la elaboración de modelos tecnológicos” La competencia laboral – <i>intelectual</i> “comprenden aquellos procesos de pensamiento que el estudiante debe usar con un fin determinado, como toma de decisiones, creatividad, solución de problemas, atención, memoria y concentración.” (Ministerio de Educación Nacional, 2020, pág. 10)</p> <p><i>Estrategias de enseñanza</i> Enunciados que establecen condiciones y formas de evaluación de estudiante, representaciones visuales, organizadores previos, ilustraciones, organizadores gráficos, preguntas intercaladas, señalizaciones, organizadores textuales, resúmenes finales (Díaz Barriga & Hernández, 2002)</p> <p><i>Indicadores de idoneidad didáctica</i> - Componentes e indicadores de <i>idoneidad epistémica</i> (matemática) Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige. Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre los mismos. - Componentes e indicadores de <i>idoneidad cognitiva</i> Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones. - Componentes e indicadores de <i>idoneidad afectiva</i> Las tareas tienen interés para los alumnos Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc. - Componentes e indicadores de <i>idoneidad interaccional</i> El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.) (Godino, 2011) - Componentes e indicadores de <i>idoneidad mediacional</i></p> <p>Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido</p>	

Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones (Godino, 2011)

Imagen 17

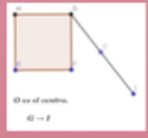
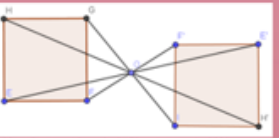
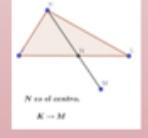
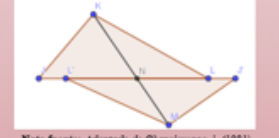
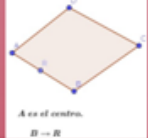
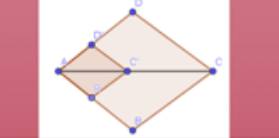
Fragmento de la Tarea 3.1

Actividad 3.1.1 Permitir que los estudiantes diligencien el siguiente formato

Marco con una X cómo me senti al realizar cada actividad donde 1 representa el más bajo y 5 el más alto

	1	2	3	4	5
Al leer los enunciados sabia porque y para qué debía tratar de resolver la actividad					
La actividad me pedía que usara conocimientos que ya tenia					
El tema de las actividades me pareció interesante y me genero curiosidad					
Las actividades me permitieron reconocer mis errores al realizarlas					
Las actividades me parecieron un reto y me senti motivado a realizarlas					
Las actividades me permitieron interactuar con mis compañeros					

Actividad 3.1.2
Parte 3.1.2.1 Leer la siguiente información

Figura inicial (el objeto)	Figura de llegada (la imagen)	Justificación
 <p>D es el centro. D → F</p>	 <p>Nota fuente: Adaptado de Charalampoi, I. (1991).</p>	<p>Menor dificultad:</p> <ul style="list-style-type: none"> Las figuras están separadas Ningún trazo de homotecia se confunde
 <p>N es el centro. K → M</p>	 <p>Nota fuente: Adaptado de Charalampoi, I. (1991).</p>	<p>Dificultad media:</p> <ul style="list-style-type: none"> Dos trazos se confunden Los lados homólogos se confunden
 <p>A es el centro. D → E</p>	 <p>Nota fuente: Adaptado de Charalampoi, I. (1991).</p>	<p>Mayor dificultad:</p> <ul style="list-style-type: none"> Dos lados homólogos se confunden Solo un trazo homologo es evidente La imagen esta incluida en el objeto

Parte 3.1.2.2
 Presentar a los estudiantes los tres puntos de la imagen siguiente para clasificar según el nivel de complejidad en qué se encuentran los estudiantes

Nota. Fuente propia. La Tarea 3.1 se presenta completa en el Anexo I.

Imagen 18

Fragmento de la Tarea 3.1

Dado el centro y un punto homólogo constrúyo la figura de llegada del objeto propuesto para cada figura inicial y la clasifíco en un orden de dificultad.

Punto 1
A es el centro.
 $B \rightarrow R$

Punto 2
O es el centro.
 $G \rightarrow I$

Punto 3
N es el centro.
 $K \rightarrow M$

Actividad 3.1.3

Parte 3.1.3.1 Comprobar que el alumno hace, encuentra, construye, organiza y sistematiza la información que pueda ser transmitida a otros

Parte 3.1.3.2 Como docente lleno la siguiente tabla para ubicar las oportunidades de mejora de la secuencia de enseñanza

	¿Lo logramos?
La totalidad de los alumnos puede trazar un centro de homotecia en configuraciones que son bastante complejas figurativamente.	
Casi todos los alumnos pueden distinguir los puntos homólogos	
La mayoría de los alumnos no tienen en cuenta la expresión simbólica del enunciado, que indica el sentido de la transformación.	
La correspondencia y la articulación entre las unidades numéricas y los elementos figurativos no es fácilmente transmisible a los alumnos.	

“Que ningún niño se quede atrás”

Nota. Fuente propia. La Tarea 3.1 se presenta completa en el **Anexo 1**.

Nota. Fuente propia. Articulación de las actividades del momento 3 de la secuencia de enseñanza y los referentes conceptuales y curriculares asumido

CONCLUSIONES

En este trabajo se propone una secuencia de enseñanza para promover el estudio de la homotecia desde la articulación del registro figural con el registro numérico o el registro simbólico con GeoGebra en la educación básica. Esto con el fin de crear estrategias que permitan la construcción del concepto matemático y así suprimir el vacío existente en la construcción de la homotecia como transformación geométrica. Para lograr lo anterior, se identificó, los DBA y las competencias matemáticas que favorecen o se promueven a través del estudio de la homotecia; las unidades significantes que moviliza el cambio de registro de la homotecia (Charalambos, 1991); las fortalezas de trabajar en el aula de clase con AGD y estrategias de enseñanza que intervienen en el estudio de la homotecia. lo anterior, aportó a las ideas que guiaron el diseño de las tareas que componen la secuencia de enseñanza.

El trabajo realizado hizo posible una secuencia de enseñanza enfocada al estudio de la homotecia; ahora bien, fueron tres postulados los considerados para su diseño:

- Es importante comprender la homotecia como objeto matemático (operaciones y características geométricas de la homotecia) para articular tareas coherentes, que tengan una fundamentación teórica; además, se debe tener en cuenta que la construcción de la noción de homotecia requiere la articulación del registro figural con el registro numérico o el registro simbólico (Charalambos, 1991), tomando conciencia de la coyuntura entre las diferentes características de una relación numérica y las características correspondientes a los diferentes tipos de parejas de figuras homotéticas.

- Las tareas deben mantener una secuencia lógica y fundamentada por los referentes teóricos y con aspectos innovadores agregados por la diseñadora, tales como: la implementación

de GeoGebra, siendo que algunos aspectos del potencial de la geometría dinámica radican en la articulación entre los procesos de visualización y de producción de enunciados geométricos; la importancia de las construcciones geométricas dinámicas para generar comprensión geométrica; la contribución a generar una dinámica de exploración, sistematización y validación de enunciados geométricos; y, el potencial en la modelación y simulación de fenómenos de otros campos científicos y otras áreas de las matemáticas.

- Para promover un aprendizaje significativo y autónomo es necesario implementar las estrategias de enseñanza, incluyendo el rol del docente y el estudiante, en un proceso dinámico participativo, dialógico, teórico-práctico, con un acercamiento a la realidad comunitaria y una evaluación formativa.

En cuanto al proceso de validación de la secuencia de enseñanza, se realizó en dos fases: la primera fue una validación interna, la cual consistió en verificar la consistencia entre los propósitos propuestos en la fase de planificación de la secuencia de enseñanza y el diseño de las actividades que la conforman (presentación del grupo diseñador en el seminario de jóvenes investigadores en Educación Matemática del Grupo de investigación GESCAS), todo esto hizo parte del proceso de diseño y las oportunidades de mejora fueron incluidas y tenidas en cuenta para obtener la versión de secuencia de enseñanza que fue considerada en la fase de validación, llamada validación externa, la que se ejecutó con la colaboración de dos validadores, profesores en ejercicio y expertos en educación matemática. Este proceso aportó oportunidades de mejora que fueron incluidas después de cada fase, además de recomendaciones para futuras réplicas, adaptaciones y aplicación de la secuencia. Con esto se concluye el proceso de validación del que se obtuvo una secuencia validada.

Todo lo anterior, permite establecer cuatro conclusiones generales a saber:

- El estudio tradicional de la homotecia evidencia dificultades asociadas a la enseñanza, siendo que la homotecia es dejada de lado en el aula de clases y en dado caso que se aborde, se lo hace de forma superficial.
- A lo largo de la educación matemática es evidente el rechazo por parte de los estudiantes hacia esta ciencia, esto, debido a las dificultades y obstáculos que encuentran en el camino de construir conceptos matemáticos para seguidamente apropiarse de ellos; así, al diseñar esta secuencia de enseñanza, que moviliza la tecnología como herramienta de apoyo y motivación para desarrollar el concepto de homotecia, se brinda la oportunidad de integrar en el aula de clase tradicional herramientas mediacionales que permitan transformar el salón en un ambiente armonioso que hable el mismo lenguaje de la sociedad actual.
- Esta secuencia aporta elementos de reflexión para la enseñanza de la homotecia y, por ende, una oportunidad para los docentes de la región de asumir la enseñanza de la homotecia desde una perspectiva distinta, dado que, permite innovar en sus métodos de enseñanza, donde la articulación de registros de representación con ayuda de un ambiente de geometría dinámico promueve una comunicación más fluida entre el educando y el educador.
- Las actividades diseñadas presentan un alto grado de idoneidad e incluyen estrategias de enseñanza, que hacen de la secuencia apta de usar, permitiéndoles a los docentes generar espacios de enseñanza–aprendizaje comfortable, fuera de la rutina e innovadores en las aulas de clase. Resaltando la importancia de que los docentes deben estar a la vanguardia de las investigaciones y aportes de la ciencia, promoviendo estrategias validadas en su entorno educativo.

Incluso, este trabajo, aporta una metodología de diseño y validación de secuencias de enseñanza que puede ser asumida como objeto de reflexión, puesto que el trabajar de esta manera

permite que los futuros educadores en matemáticas, o también llamados profesores en formación, comprendan la importancia de planear y diseñar estrategias y/o secuencias de enseñanza para así mitigar las dificultades que los estudiantes puedan presentar.

Por otra parte, posibilita tener herramientas para el estudio de la noción de homotecia; asimismo, les ayuda a desarrollar competencias y habilidades necesarias para enfrentarse a un ámbito laboral. Por tanto, este trabajo contribuye al progreso de la región, en el sentido de brindar instrumentos bases útiles para el diseño y validación de secuencias de enseñanza, en particular en el estudio de la homotecia desde una propuesta semiótico cognitiva y mediacional, todo esto gracias a que los profesores pueden adaptar la secuencia a aquí presente a cualquier contexto real de enseñanza.

Para terminar, se concluye que esta secuencia, después de pasar por el proceso de validación, se considera apta para su aplicación en ambientes reales de enseñanza y aprendizaje, donde se plantean algunas cuestiones a considerar: primero, queda abierto en análisis de la practicidad de esta secuencia de enseñanza en un ambiente real de aprendizaje, es por eso que este trabajo servirá de base para futuros trabajos e investigaciones aportando, así, a la investigación, en el ámbito de la educación matemáticas, dentro de la región; segundo, es importante discutir cuáles son las virtudes y dificultades que subyacen al uso de la geometría dinámica dentro de un ambiente de aprendizaje real; y, tercero, el uso de un ambiente de geometría dinámica excluye poblaciones vulnerables que no cuenten con herramientas tecnológicas que permitan dinamizar los elementos de control visual de la homotecia, por ende, es necesario diseñar estrategias que permitan llegar a estas poblaciones con el fin de eliminar las brechas existentes en la calidad de la educación para cada niño y niña del país.

BIBLIOGRAFÍA

- Acuerdo No. 073. (2021). [Universidad de Nariño]. *Por el cual se aprueba la realización de un Proyecto de Grado y se designa su Asesor. 21 de julio de 2021.*
- Acuerdo No. 091. (2017). [Universidad de Nariño]. *Por el cual se modifica parcialmente el Acuerdo No. 163 de junio 20 de 2006, en lo referente a Trabajo de Grado de estudiantes del Programa de Licenciatura en Matemáticas. 12 de diciembre de 2017.*
- Battaglino, A., & Monica, F. (2013). Homotecia. Contextualización para un aprendizaje significativo. *Educación Matemática en Contexto (Etnomatemática)*, 1-5.
- Cardeño Espinosa, J., Muñoz Marín, L. G., & Ortiz Alzate, H. D. (2017). La incidencia de los objetos de aprendizaje interactivos en el aprendizaje de las matemáticas básicas. *Trilogía Ciencia Tecnología Sociedad*, 63-84.
- Charalambos, L. (1991). ANALYSE ET RÉALISATION D'UNE EXPÉRIENCE D'ENSEIGNEMENT DE L'HOMOTHÉTIE [Análisis y realización de una experiencia de enseñanza de la homotecia]. *Recherche en Didactique des Mathématiques*.
- D'Alessio Torres, V. J. (2021). Homotecia. *Lifeder*.
- Díaz Barriga, F., & Hernández, G. (2002). Estrategias de enseñanza para la promoción de aprendizajes significativos. En F. Díaz, & G. Hernández, *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista* (2° ed., págs. 137-226). Mexico, D. F.: McGraw-Hill interamericana.
- Duval. (2015). *semiosis y pensamiento Humano*. (M. Vega, Trad.) Cali: Universidad del Valle instituto de educación y pedagogía (Original en francés).
- Godino, J. (2011). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME)*. Recife (Brasil): Universidad de Granada.
- Godino, J. (2011). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME)* (págs. 5-15). Recife (Brasil): Universidad de Granada.
- Gómez, P. (1997). Tecnología y educación matemática. *Informática Educativa*, 93-111.
- Marmolejo, G., & Vega, M. (2012). La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje. *Educación Matemática*, 24(3), 7-32.
- Ministerio de Educación General. (2022). *Guía de orientación Saber 11*. Bogotá: Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (Icfes).
- Ministerio de Educación Nacional. (2004). *Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales*. Bogotá: LTDA.

- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje* (Vol. 2). Bogotá: Ministerio de educación nacional.
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje* (Vol. 2). Bogotá: Ministerio de educación nacional.
- Ministerio de Educación Nacional. (2020). *Guía No. 21 Competencias laborales*. Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (2020). *Guía No. 6 Estándares Básicos de Competencias Ciudadanas*. Colombia: Espantapájaros Taller.
- Ortiz, J., & Angulo, J. J. (2010). La homotecia, un tema casi olvidado en la enseñanza de la educación matemática en Buenaventura: una propuesta desde el punto de vista algebraico. *Memoria 11° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, 692- 703.

ANEXOS

Anexo 1

Secuencia de enseñanza, "La homotecia"

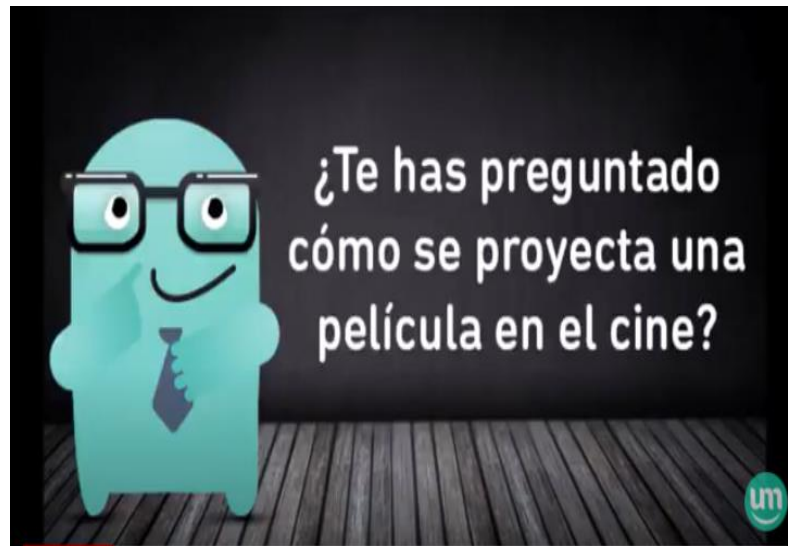
<p>Momento 1: Conocimientos previos para sumergirse en la homotecia. (Estrategias de pre-construcción o pre-desarrollo)</p> <p>Contextualización: En este momento se pretende que el estudiante se prepare y alerte en relación con qué y cómo va a aprender; esencialmente se trata de incidir en la activación o la generación de conocimientos y experiencias previas pertinentes. También ubica al estudiante en el contexto conceptual apropiado y generación de expectativas adecuadas.</p>		
<p>Tarea 1.1 Contextualización cotidiana de la aparición de la homotecia</p> <p>Propósito: Saludar y contextualizar sobre el tema a abordar de forma dinámica de tal manera que llame la atención de los estudiantes</p>	<p>Estrategias de enseñanza</p> <ul style="list-style-type: none"> -Enunciados que establecen condiciones -Representaciones visuales -Preguntas intercaladas 	<p>Tiempo y materiales</p> <p>45'</p> <p>Tablero, Guías didácticas, papel, lapiceros, Borrador, Video beam, Computador</p>
<p><i>Este documento es una guía para el docente, aquí encontrará las consignas que necesita para llevar a cabo las sesiones de clase y las actividades que debe desarrollar con los estudiantes para promover la noción de Homotecia</i></p>		
<p>Actividad 1.1.1</p> <p>Parte 1.1.1.1 Saludar y pedir a los estudiantes que saquen su cuaderno de matemáticas para anotar en la esquina superior derecha la fecha actual (DD-MM-AA), nombre del docente, nombre del estudiante y como título: La Homotecia</p> <p>Parte 1.1.1.2 Contextualizar y generar interés a los estudiantes; “A Continuación, vamos a conocer que es la homotecia y como está relacionada con todo lo que nos rodea en la vida diaria sin darnos cuenta, de hoy en adelante recordaremos que la homotecia está inmersa en nuestro mundo de la forma menos esperada y maravillosa”</p> <p>Parte 1.1.1.3 Ver con los estudiantes el siguiente video</p> <div style="border: 1px solid blue; padding: 5px;"> <p>Te has preguntado cómo se proyecta una película en el cine, a continuación descubriremos cómo funciona Homotecia en la vida real</p> </div> <p>Parte 1.1.1.4 leer las siguientes preguntas con los estudiantes y pedir que las anoten en su cuaderno después del título, sin contestarlas en este momento</p>		

Anoto las siguientes preguntas en mi cuaderno

1. ¿Qué entiendo por transformación geométrica según lo visto en el video?
2. ¿En que se visualiza la homotecia en la vida cotidiana?
3. ¿Cuál de los problemas matemáticos planteados en el segundo video me gusto más?

Parte 1.1.1.5 Invitar a los estudiantes a ver el video y pedir que contesten las preguntas de la Parte anterior en su cuaderno

Conozcamos un poco sobre las homotecias en la vida real [hm1.02 Homotecias y semejanzas](#)(Video 2)(Observar el video en los siguientes minutos 3- 6, 17-24)

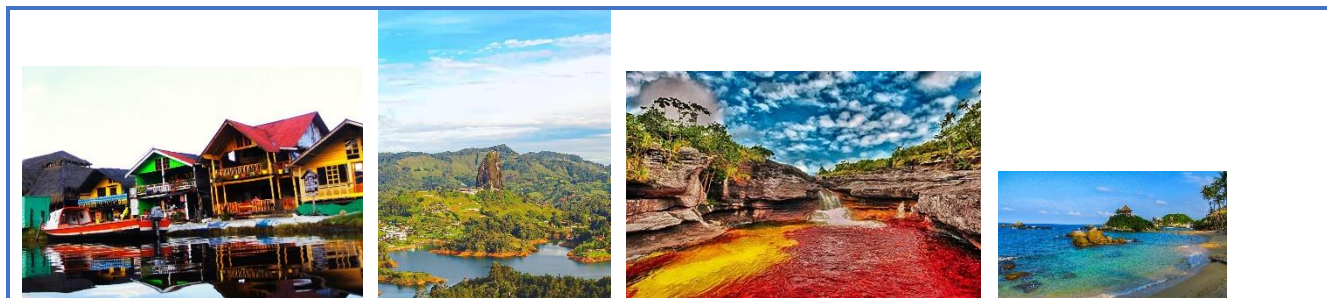


Actividad 1.1.2

Parte 1.1.2.1 Llamar la atención de los estudiantes y leer la siguiente historia a los estudiantes. En cada una de las fotografías se deben hacer algunos acercamientos y se entabla una conversación en la que se evidencia la relación entre la foto original y los acercamientos que se presentan, esto para dar una inducción a la homotecia, claro está sin nombrar su nombre sino solamente algunas características

Presto atención a la lectura.

“Una joven llega a su casa con maletas, ya que viene de un viaje que hizo por Colombia, en el momento de llegar trae algunas cosas para sus familiares. Estos se muestran muy agradecidos, pero su hermano en el momento de agradecerle por su obsequio, le dice que quiere ver muchas fotos de su viaje, a lo cual la joven le contesta que de inmediato le tiene que mostrar algunos de los sitios más bonitos que visitó. Al momento de conectar su celular al computador empiezan a salir las fotos del Parque Nacional Natural Tayrona, La laguna de la cocha, Caño cristales, laguna de Guatape, entre otros.



Parte 1.1.2.2 Preguntar a los estudiantes al hacer zoom en cada una de las fotos ¿Qué sucede con el tamaño de estas? ¿Cuál es la forma de las fotos? ¿La forma de la foto cambia al hacer zoom?

Parte 1.1.2.3 Terminada la historia el docente propone una socialización a través de preguntas relacionadas con el tamaño de las imágenes y algunas características que se evidencian
Es necesario que para esta pregunta el docente permita que los estudiantes contesten lo que crean correcto

Actividad 1.1.3 Concluir con los estudiantes

Parte 1.1.3.1 Leer la conclusión

- Las matemáticas son un lenguaje que nos permite entender el comportamiento de la naturaleza y del mundo que nos rodea, muchas veces pensamos que las matemáticas solo están ahí para hacer cuentas, sin embargo, los acontecimientos más importantes del hombre están empapados de lenguaje matemático, como por ejemplo hoy descubrimos que la homotecia ha estado acompañándonos en el cine y las películas que miramos durante mucho tiempo.

Parte 1.1.3.2 Responder las siguientes preguntas con los estudiantes

¿En qué lugar de la naturaleza encuentro la homotecia?

¿En qué otro lugar del mundo que nos rodea puedo identificar matemáticas escondidas?





¿Qué preguntas me generaron las anteriores actividades?

Parte 1.1.3.3 Anexar las respuestas de los estudiantes en un documento y compartirlas para ser escritas por los estudiantes en sus cuadernos

Tarea 1.2 Presentó los objetivos de la secuencia de enseñanza a los estudiantes

Estrategias de enseñanza
-Objetivos

Tiempo y materiales
60'

<p>Propósito: Exponer a los estudiantes cuáles son las expectativas que se espera alcanzar al desarrollar esta secuencia de enseñanza</p>	<ul style="list-style-type: none"> -Enunciados que establecen condiciones -Representaciones visuales -Cartelera en un lugar visible que exponga los propósitos de las actividades -Organizadores previos 	<p>Tablero, Guías didácticas, papel, Computadores, lapiceros, regla, borrador</p>
<p>Actividad 1.2.1 Leer los objetivos que alcanzarán los estudiantes al final de esta secuencia de enseñanza. Con ayuda de los estudiantes escoger un lugar y pegar los objetivos en un lugar visible, además, marcar los objetivos que se hayan alcanzado</p> <div style="border: 2px solid #8B4513; border-radius: 15px; padding: 10px; background-color: #FFF9C4; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p style="text-align: center; color: #000080; font-weight: bold; font-size: 1.2em;">¿Qué aprenderé?</p> <ul style="list-style-type: none">  <i>Identificare situaciones cotidianas donde la homotecia este presente</i>  <i>Utilizare el geómetra para resolver problemas donde intervienen la homotecia</i>  <i>Reconoceré la existencia de la operación geométrica homotecia y describiré sus características y propiedades</i>  <i>Identificare relaciones de homotecia entre las formas que configuran diseños geométricos</i> </div>		
<p>Tarea 1.3 Enseño las características y uso de GeoGebra Propósito: Introducir al estudiante en el uso de Ambientes de geometría dinámica, presentando así a GeoGebra y poner a su disposición las herramientas que posee este programa, partiendo desde la instalación del programa hasta mostrar su interfaz. de tal manera que permita movilizar el concepto de homotecia</p>	<p>Estrategias de enseñanza</p> <ul style="list-style-type: none"> -Enunciados que establecen condiciones -Representaciones visuales - Organizadores previos - Ilustraciones - Organizadores gráficos - Preguntas intercaladas - Señalizaciones - Organizadores textuales 	<p>Tiempo y materiales 60' Tablero, Guías didácticas, papel, AGD GeoGebra, Computadores, lapiceros, regla, borrador</p>

Actividad 1.3.1

Instrucciones a seguir para desarrollar esta actividad

- Situar a los estudiantes en el aula de informática donde los computadores cuentan con el programa GeoGebra y de ser necesario contar con los equipos de celular de los estudiantes e instalar GeoGebra en sus celulares.
- Para desarrollar esta actividad es necesario que en el aula de informática se cuente con por lo menos un computador para dos estudiantes
- El docente deberá motivar al estudiante diciendo “Este día vamos a descubrir una curiosa herramienta tecnológica en el aula de informática, esta herramienta nos permite dejar de lado el lápiz y el papel para realizar figuras geométricas con mayor facilidad” “Vamos a sumergirnos en el mundo de la tecnología”
- Formar grupos de máximo 3 estudiantes según rija las condiciones de bioseguridad
- Presentar el siguiente material informativo en fotocopias para que se lean y se pegue en el cuaderno de matemáticas a continuación de la última nota tomada por los estudiantes
- Cuando todos los estudiantes tengan su documento fotocopiado y pegado en el cuaderno se procederá a leer el documento de la siguiente manera:
 - Cuatro estudiantes ayudaran con la lectura del documento, se pedirá que el primero de la lista empieza la lectura, luego el último de la lista continuará seguido del segundo de la lista y finaliza la lectura el penúltimo de la lista.
 - Los demás estudiantes seguirán con atención la lectura porque en cada cambio de estudiante lector se hará una pregunta para saber si van entendiendo.

Introducción a GeoGebra



- ¿Qué es geometría?

GeoGebra es un software de matemáticas para todo nivel educativo. Reúne dinámicamente geometría, álgebra, estadística y cálculo en registros gráficos, de análisis y de organización en hojas de cálculo.

- ¿Cómo obtener GeoGebra?

GeoGebra es una herramienta gratuita, desarrollada por muchas personas voluntarias con el fin de potenciar la comprensión de conceptos matemáticos. Podemos obtener cualquiera de las versiones de GeoGebra en www.geogebra.org/download, en esta guía utilizaremos GeoGebra Clásico 5, pero tú puedes explorar las otras versiones, cada una tiene unas cualidades y características que las hace diferentes.

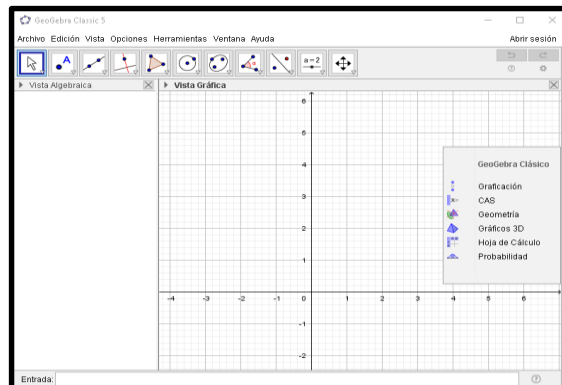
- ¿Cómo usar GeoGebra?

Podrás encontrar GeoGebra Clásico 5 instalado en tu equipo o buscarlo en google y al abrir el programa se verá como en la *figura 1*, Esta ventana se puede dividir en secciones cada una con sus funciones y características específicas.

- ➔ Vista gráfica: Esta sección es con la que más interactuamos, en ella podemos ver las figuras geométricas, las curvas y las gráficas de las funciones. Por defecto, aparecen unos ejes de coordenadas. Si pone el ratón en el interior de esta zona y hace clic con el botón derecho,

accede a un menú que le permite sacar y poner los ejes y hacer visible o invisible una cuadrícula o parrilla

- Vista algebraica: En este apartado veremos las coordenadas de los puntos, las ecuaciones de rectas y curvas, la expresión algebraica de las funciones y otros valores que GeoGebra facilita.
- Línea de entrada: en la parte inferior hay una casilla donde se pueden escribir las expresiones algebraicas de las funciones que desee representar, y también los comandos, que puede elegir de un desplegable de la derecha.
- Herramientas y menús: en la parte superior de la pantalla tenemos los menús y las herramientas. Las herramientas se encuentran en varios grupos. Si tenemos que utilizar alguna de las herramientas que es visible, basta pinchar encima. Pero si necesitamos una herramienta que en ese momento no es visible, hay que hacer clic sobre uno de los triángulos pequeños y se desplegarán las herramientas del grupo.



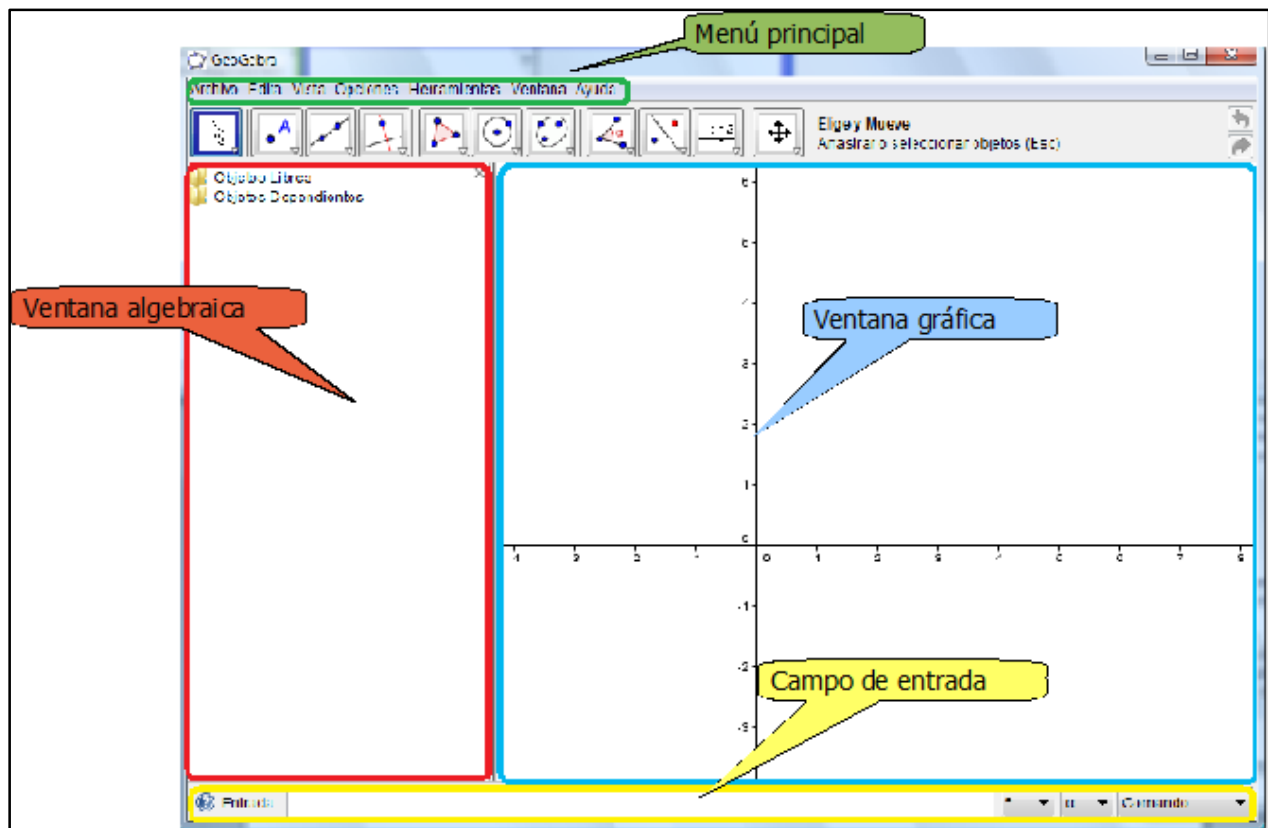


Figura 1. Ventana inicial de GeoGebra

Esta es información básica de GeoGebra, si tienes alguna duda puedes consultar con el docente o en el siguiente link <http://www.pinae.es/wp-content/uploads/2018/10/Iniciaci%C3%B3n-al-geogebra-5-.pdf> donde encontraras información detallada de funcionalidades de GeoGebra.

Actividad 1.3.2

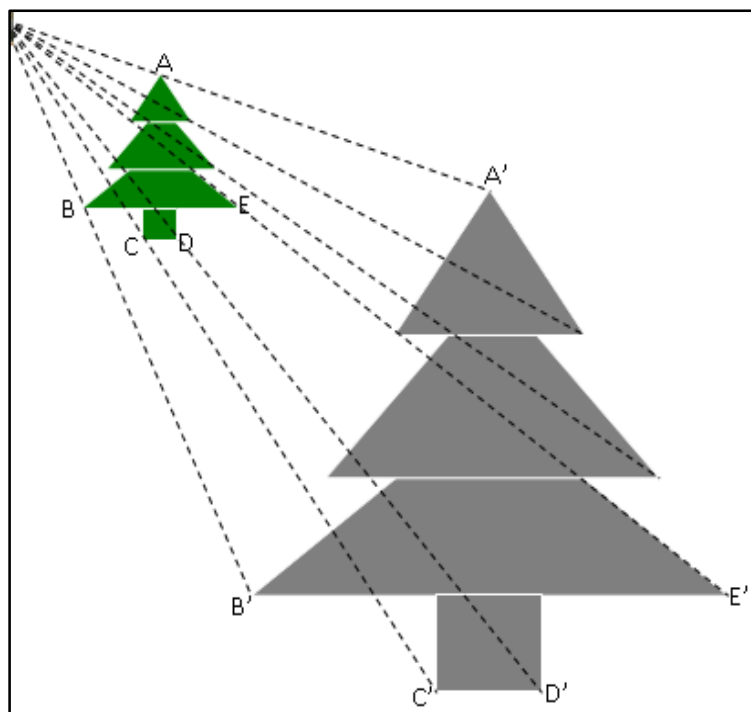
Parte 1.3.2.1

Experimentación

- Permitir que los estudiantes realicen esta actividad sin intervención del docente dado que tiene la finalidad de que experimenten por cuenta propia en GeoGebra y descubran las herramientas siendo recursivos y curiosos
- Realizar equipo de trabajo de máximo 3 estudiantes
- Presentar con el video beam la tarea de manera que todos tengan alcance a la imagen que deben construir

Reto de construcción

Utilizo las herramientas de GeoGebra para realizar la siguiente construcción



Parte 1.3.2.2 Compartir el modo de solución de la Actividad 1.3.2, presentando las construcciones que cada uno realizó con los compañeros con su respectiva descripción

Parte 1.3.2.3 Discutir el modo de solución de cada grupo y hacer un cuadro comparativo de las estrategias que cada uno usó para realizar la construcción

Actividad 1.3.3 Concluir con los estudiantes

Permitir que los estudiantes anoten las siguientes preguntas y en una lluvia de ideas recoger sus respuestas

- ¿Qué herramienta de GeoGebra me pareció más interesante?
- ¿Para qué sirve GeoGebra
- ¿De qué manera puedo usar GeoGebra para ver una Homotecia?
- ¿Qué dificultades me genera trabajar con GeoGebra?

Tarea 1.4 Valoración de conocimientos previos

Estrategias de enseñanza

Tiempo y materiales
60'

<p>Propósito: Activar conocimientos previos, evaluar el desempeño de los estudiantes frente a algunas nociones preliminares y en relación con la noción de homotecia. El estudiante debe contar con nociones previas relacionadas con: magnitud, medida, cantidad, longitud, cociente, proporcionalidad, vértice, ángulo, segmento.</p>	<ul style="list-style-type: none"> -Enunciados que establecen condiciones y forma de evaluación del estudiante -Representaciones visuales -Organizadores previos -Ilustraciones -Organizadores gráficos -Preguntas intercaladas -Señalizaciones -Organizadores textuales 	<p>Tablero, Guías didácticas, papel, lapiceros, regla, borrador.</p>
--	--	--

Tomar apuntes de las participaciones y argumentación de cada estudiante a lo largo de esta tarea “Aporte, nombre, día”, para después compartir con ellos sus propias conclusiones. de tal manera que se motive al estudiante a participar en clase

Actividad 1.4.1

Explicar y recordar el concepto teórico sobre razones a los estudiantes

Parte 1.4.1.1 Recordar y explicar el concepto de razón entre dos cantidades

Razones entre dos cantidades

Una razón entre dos cantidades de A y B es el cociente indicado entre A y B, es decir $\frac{AA}{BB}$ (A y B son las cantidades que se quieren comparar)

en la razón $\frac{A}{B}$ **A:** se llama **antecedente**
B: se llama **consecuente**

Por ejemplo,
La razón entre 15 y 5 es:

$$\frac{15}{5} = 3 \text{ lo que significa que 15 es 3 veces 5}$$

La razón entre 5 y 15 es:

$$\frac{5}{15} = \frac{1}{3} \text{ lo que significa que 5 es } \frac{1}{3} \text{ parte de 15.}$$

Parte 1.4.1.2 Explicar y recordar la parte conceptual sobre proporciones a los estudiantes

Una proporción es la igualdad de dos razones.
se representa $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ y se lee “A es a B como C es a D”

Donde A y D se llaman extremos de la proporción y B y C se llaman medios de la proporción.

Ejemplo: dada la proporción $\frac{4}{12} = \frac{12}{15}$ podemos concluir que 4 y 15 son los extremos de la proporción y 5 y 12 los medios de la proporción

El cociente que forma las razones es el mismo y lo llamamos razón o constante de proporcionalidad

$$\frac{4}{5} = 0,8 \text{ y } \frac{12}{15} = 0,8 \text{ entonces } 0,8 \text{ razón o constante de proporcionalidad en la proporción } \frac{4}{5} = \frac{12}{15}$$

Actividad 1.4.2

Ejercita el concepto teórico sobre razones y proporciones a los estudiantes, para ello realizar grupos de dos estudiantes para realizar la siguiente actividad.

En binas resuelvo las siguientes situaciones en mi cuaderno

- ¿Alguna vez has intentado resolver un problema mientras estás en una tienda? Estudia esta situación. Mariana fue a la tienda a comprar pollo para la cena. Se asombró con los precios y tuvo que sacar algunas cuentas mientras compraba. En la tienda, los 3 cuartos de pollo costaban \$22.500. Si Salome tiene \$30000 ¿cuántos cuartos puede comprar? La mejor manera de resolver este problema es utilizar una proporción.
- Marco empezó a trabajar y gana \$25000 por cada 2 horas de trabajo. ¿Cuánto ganará Marco si trabajó durante ocho horas?

Uno cada situación con la razón que corresponda

- En una sala de cine entra cada dos minutos tres personas
- En una sala de cine se proyectan dos películas cada cuatro horas
- en la puerta de la estación del metro ingresan cada un minuto, doce personas
- cada dos minutos pasa un carro de metro
- en el paradero de la calle un bus pasa cada siete minutos



___ 2:1 ___ 2:3 ___ 1:7 ___ 2:4 ___ 1:12

Actividad 1.4.3 Conclusiones

Parte 1.4.3.1 Los estudiantes deben copiar en sus cuadernos después de la fecha actual la actividad 1.4.1. correspondiente a la parte teórica

Parte 1.4.3.2 Entregar a los estudiantes un documento para pegar en el cuaderno donde se encuentre las participaciones citadas de cada estudiante a lo largo de esta tarea

Parte 1.4.3.3 Jugar para aprender (Opcional)

Enviar el siguiente link a los estudiantes y permitir que ellos interactúen con el juego

<https://www.geogebra.org/m/cxkkmry>

Momento 2. Construcción de la noción de Homotecia (Estrategias de desarrollo o construcción)
Contextualización: En este momento se pretende apoyar los contenidos curriculares durante el proceso mismo de enseñanza-aprendizaje, el fin principal de este momento es construir la noción de homotecia desde la articulación de los registro de representación gráfica y simbólica o algebraica con ayuda de GeoGebra, sin dejar de lado funciones para que el estudiante mejore la atención e igualmente detecte la información principal, logre una mejor codificación y conceptualización de los contenidos de aprendizaje, y organice, estructure e interrelacione las ideas importantes. Movilizando en su desarrollo no solo competencias matemáticas, si no también competencias ciudadanas y laborales

<p>Tarea 2.1. Construcción del concepto de homotecia desde el cambio de registro con ayuda de GeoGebra Propósito: Construir la noción de homotecia desde el cambio de registro con ayuda de GeoGebra</p>	<p>Estrategias de enseñanza -Enunciados que establecen condiciones -Representaciones visuales -Organizadores previos -Ilustraciones -Organizadores gráficos -Preguntas intercaladas -Señalizaciones -Organizadores textuales</p>	<p>Tiempo y materiales 60' Tablero, Guías didácticas, papel, AGD GeoGebra, Computadores, lapiceros, regla, transportador, compás, borrador</p>
---	---	---

Actividad 2.1.1

Al finalizar esta actividad el estudiante debe comprender la diferencia que existe entre representaciones, dado que es importante para nuestro estudio que se discrimine entre la representación figural y la representación algebraica

Parte 2.1.1.1

Permitir que el estudiante lleve de forma organizada el cuaderno con el orden presentado a continuación:

Fecha: DD/MM/AAAA

Título: Representaciones algebraicas

Subtítulo: Representación Algebraica o Simbólica

Contenido: Explicar a los estudiantes en que consiste la representación por escritura simbólica o algebraica para después no tener inconvenientes con respecto a la notación y permitir que tomen la siguiente información en sus apuntes

Representación Algebraica de algunos objetos matemáticos

En la vida cotidiana experimentamos a diario que algunos objetos reciben varios nombres representando lo mismo, como por ejemplo el dinero; en Colombia le decimos pesos, en Venezuela bolívares, en Ecuador dólares, ¿Conocen otra forma de llamar al dinero?

Ejemplos

Suma de dos cantidades = $a + b$

Cuadrado de un número = a^2

Multiplicación de una constante por un número = $K \cdot a$

Parte 2.1.1.2

Explicar al estudiante en que consiste las representaciones gráficas de un objeto con figuras

Primero anotar la fecha

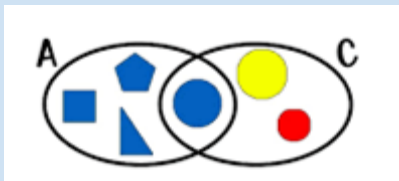
Subtítulo: Representaciones algebraicas

Contenido:

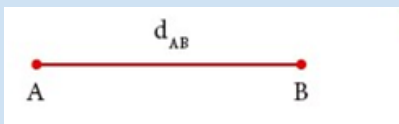
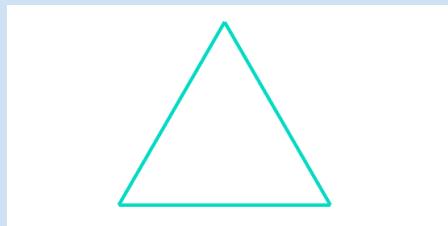
Representación Figural

La figura es un ente ideal, pero su nombre se aplica a su representación gráfica geométrica. El dibujo geométrico sirve para pensar, analizar, ejemplificar conceptos.

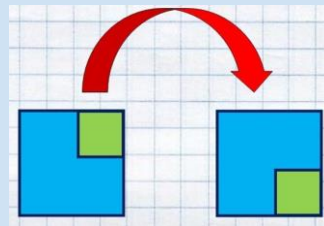
Conjunto



Triángulo



Distancia de dos puntos



Rotación como transformación geométrica

Actividad 2.1.2

Parte 2.1.2.1 Explicar a los estudiantes en qué consiste los puntos homólogos en dos figuras

Puntos Homólogos

Cuando tenemos dos figuras semejantes, aunque sus tamaños sean diferentes al lado que ocupa el mismo lugar en otra u otras figuras los llamamos lados homólogos, es decir, a los lados que ocupan el mismo lugar en otra figura. Lo mismo podemos referirnos a puntos.

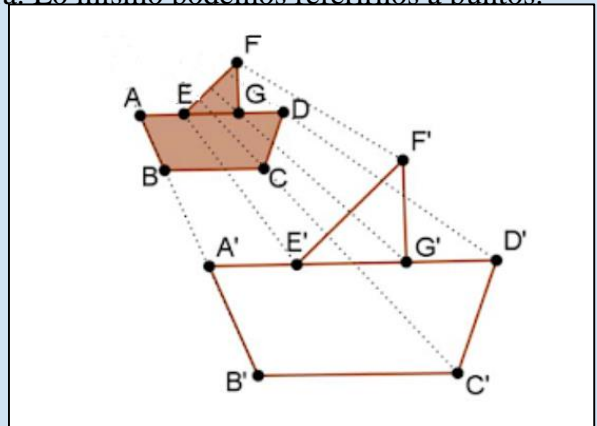
Además, la figura inicial se designa como

figura objeto y la figura transformada

o final será llamada *figura imagen*

Por ejemplo:

En la figura podemos observar que los vértices del barco rosado se corresponden con los vértices de otro barco a estos puntos que ocupan el mismo lugar les llamamos puntos homólogos



Parte 2.1.2.2 Copiar la definición de punto homólogo en el cuaderno

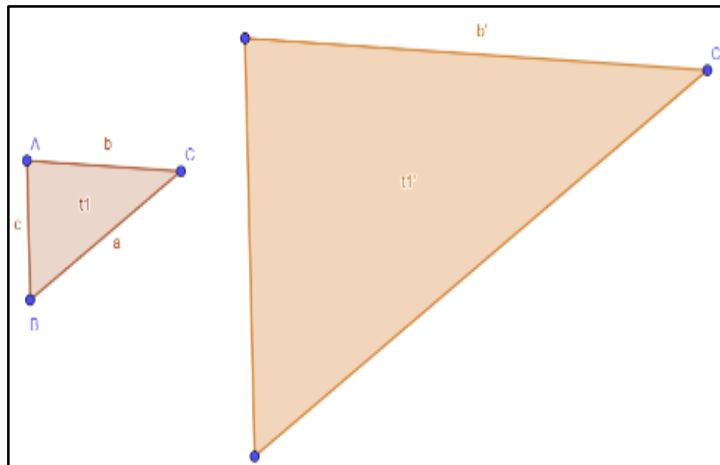
Parte 2.1.2.3 Permitir que los estudiantes realicen esta actividad en Geogebra

Actividad en clase

Realizo las siguientes indicaciones sobre la **figura 1** y **figura 2**

- e. Marcó los puntos y lados homólogos según corresponda
- f. Con ayuda de recta o segmentos juntar cada par de puntos homólogos
- g. ¿Los segmentos trazados anteriormente se cruzan en algún punto?
- h. Si extendemos los segmentos a rectas. ¿Qué sucede? ¿Se cortan en algún punto?

Figura 1.

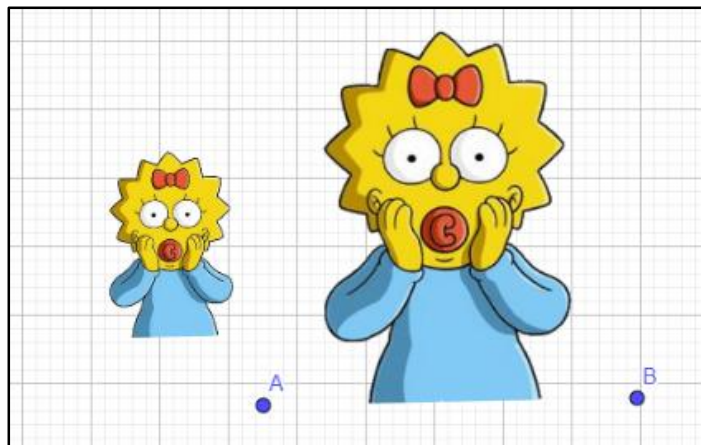


Triángulos homotéticos

Nota. Fuente propia, realizado en GeoGebra

Figura 2.

figuras homotéticas



Nota. Fuente propia, realizado en GeoGebra

Actividad 2.1.3

En esta actividad se explicará al estudiante todo el concepto de homotecia, por primera vez se dará un concepto formal, se hablará de algunas propiedades y se profundizará en las siguientes actividades

Parte 2.1.3.1 Trabajar en clase con el siguiente material para enseñar que es la homotecia

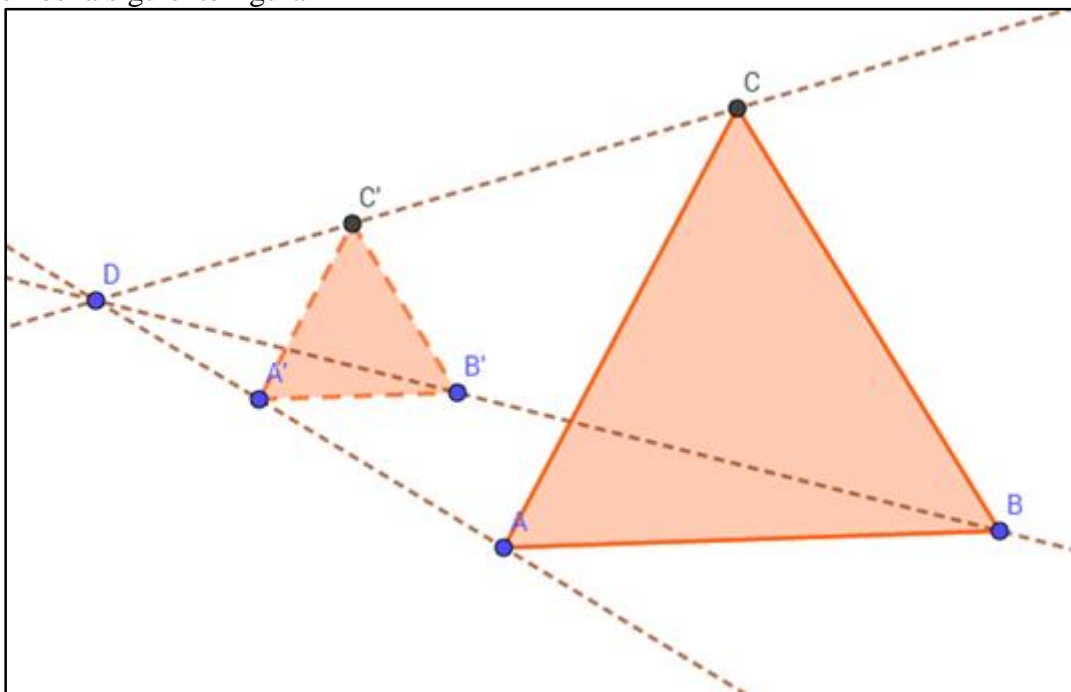
¿Qué es la homotecia?

La homotecia es una transformación geométrica que hace que cualquier figura u objeto a nuestro alrededor aumente o disminuya de tamaño sin afectar su forma.

Demos ejemplos de homotecias en la vida real

- Las maquetas que realizan los arquitectos e ingenieros para luego plasmarlas en la vida real representa homotecias
- Permitir que dos o tres alumnos propongan ejemplos de homotecia, y copiar con nombre el aporte de cada uno

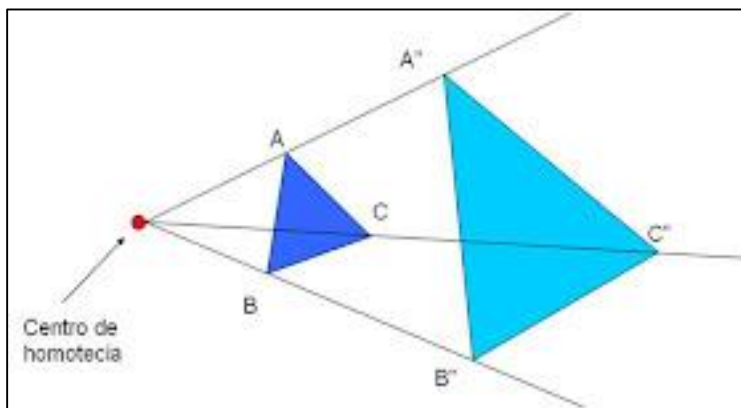
Las figuras geométricas también se pueden transformar por medio de la homotecia observemos la siguiente figura



Parte 2.1.3.2 Trabajar en clase con el siguiente material para construir el centro de homotecia

¿Cuál es el centro de una Homotecia?

En geometría, un centro de homotecia (también llamado centro de semejanza o centro homotético) es un punto desde el cual se pueden ver al menos dos figuras geoméricamente semejantes



Actividad 2.1.4

Parte 2.1.4.1. Realizo la siguiente construcción

1. Creo un polígono regular y lo nombro T
2. Creo un punto en el espacio llamado G
3. Creo un deslizador nombrado a
4. Con la herramienta homotecia, marco el polígono T, a continuación, marco G y por ultimo digito el nombre del deslizador a (*Poner*)

Parte 2.1.4.2. Permitir que el estudiante interactúe con el software y la anterior construcción y responda las siguientes preguntas en su cuaderno

- ❖ ¿Cuál es la diferencia entre las configuraciones homotéticas de la relación positiva o negativa?
- ❖ Analizar la posición del centro con relación a la figura objeto y la figura imagen
- ❖ Identificar si las figuras están en la misma posición o posición inversa

- ❖ Identifico cuando la longitud de los elementos de la imagen es más grande que las longitudes de los elementos del objeto
- ❖ ¿Cuándo la longitud de los elementos del objeto es más grande que las longitudes de los elementos de la imagen?
- ❖ ¿Cuándo el tamaño de la figura imagen es más grande que el tamaño de la figura objeto?
- ❖ ¿Cuándo el tamaño de la figura objeto es más grande que el tamaño de la figura imagen?

Parte 2.1.4.3 Concluir con los estudiantes

Colectivamente y con ayuda de las anteriores repuestas diligenciar la siguiente tabla y anexarla en el cuaderno del estudiante

Elemento figurativo.	Valores.	Expresiones numéricas correspondientes.	
Posición relativa entre las dos figuras.	Misma posición.		Signo (+) o ningún signo
	posición inversa.		
Posición del centro en relación a las dos figuras.	Las dos figuras en el mismo lado del centro.		
	El centro entre las dos figuras.		
La longitud de los elementos (lados) de las dos figuras.	La longitud de los elementos de la imagen es más grande que las longitudes de los elementos del objeto.		
	La longitud de los elementos de la imagen es más grande que las longitudes de los elementos del objeto.		
Talla visual de las dos figuras.	-El tamaño de la figura imagen es más grande que el tamaño de la figura objeto.		
	- El tamaño de la figura objeto es más grande que el tamaño de la figura imagen.		

Momento 3: Valoración de conocimientos adquiridos (Estrategias de post construcción o post desarrollo)

Contextualización: En este momento se valorará el aprendizaje alcanzado e incluso se permitirá que ellos valoren su propio aprendizaje, por ello se genera espacios de retroalimentación. Además, este momento es clave para caracterizar las dificultades de implementar geometría dinámica y los obstáculos y dificultades que puede generar la misma en el aula de clase.

<p>Tarea 3.1. Sondeo de conocimientos Propósito Valorar los alcances de la secuencia de enseñanza, identificar las debilidades y virtudes de acuerdo a los conocimientos alcanzados por los estudiantes. Se evaluará los apuntes, participación en clase tanto individual como grupal, la relación armónica en el aula de clase, conocimientos adquiridos al final de cada momento con actividades específicas</p>	<p>Estrategias de enseñanza -Enunciados que establecen condiciones y forma de evaluación del estudiante -Representaciones visuales -Ilustraciones -Organizadores gráficos -Preguntas intercaladas -Señalizaciones -Organizadores textuales -Resúmenes finales</p>	<p>Tiempo y materiales 60' Tablero, Guías didácticas, papel, AGD GeoGebra, Computadores, lapiceros, regla, transportador, compás, borrador</p>
---	--	---

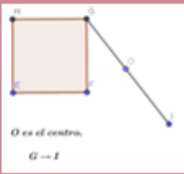
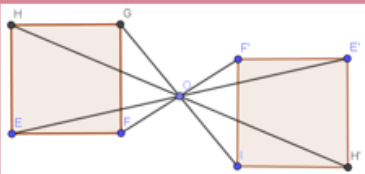
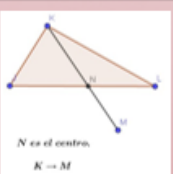
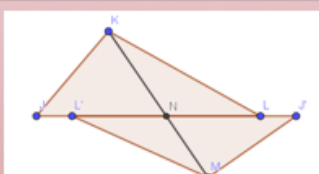
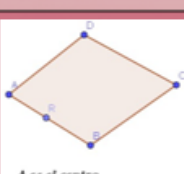
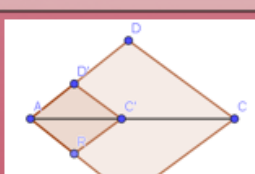
Actividad 3.1.1 Permitir que los estudiantes diligencien el siguiente formato

Marco con una X cómo me sentí al realizar cada actividad donde 1 representa el más bajo y 5 el más alto

	1	2	3	4	5
Al leer los enunciados sabía porque y para qué debía tratar de resolver la actividad					
La actividad me pedía que usara conocimientos que ya tenía					
El tema de las actividades me pareció interesante y me genero curiosidad					
Las actividades me permitieron reconocer mis errores al realizarlas					
Las actividades me parecieron un reto y me sentí motivado a realizarlas					
Las actividades me permitieron interactuar con mis compañeros					

Actividad 3.1.2

Parte 3.1.2.1 Leer la siguiente información

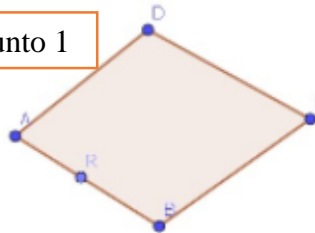
Figura inicial (el objeto)	Figura de llegada (la imagen)	Justificación
 <p>O es el centro. $G \rightarrow I$</p>	 <p>Nota fuente: Adaptado de Charalampos, I. (1991).</p>	<p>Menor dificultad:</p> <ul style="list-style-type: none"> Las figuras están separadas Ningún trazo de homotecia se confunde
 <p>N es el centro. $K \rightarrow M$</p>	 <p>Nota fuente: Adaptado de Charalampos, I. (1991).</p>	<p>Dificultad media:</p> <ul style="list-style-type: none"> Dos trazos se confunden Los lados homólogos se confunden
 <p>A es el centro. $B \rightarrow R$</p>	 <p>Nota fuente: Adaptado de Charalampos, I. (1991).</p>	<p>Mayor dificultad:</p> <ul style="list-style-type: none"> Dos lados homólogos se confunden Solo un trazo homologo es evidente La imagen esta incluida en el objeto

Parte 3.1.2.2

Presentar a los estudiantes los tres puntos de la imagen siguiente para clasificar según el nivel de complejidad en qué se encuentran los estudiantes

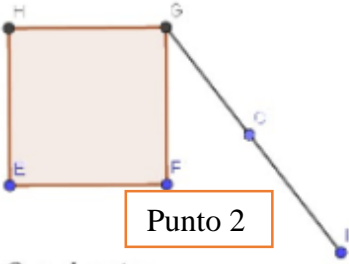
Dado el centro y un punto homólogo constrúyo la figura de llegada del objeto propuesto para cada figura inicial y la clasifíco en un orden de dificultad.

Punto 1



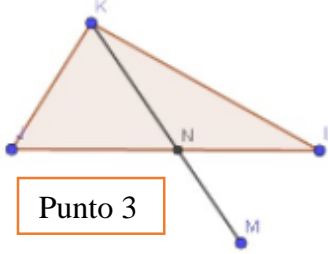
A es el centro.
 $B \rightarrow R$

Punto 2



O es el centro.
 $G \rightarrow I$

Punto 3



N es el centro.
 $K \rightarrow M$

Actividad 3.1.3

Parte 3.1.3.1 Comprobar que el alumno hace, encuentra, construye, organiza y sistematiza la información que pueda ser transmitida a otros

Parte 3.1.3.2 Como docente lleno la siguiente tabla para ubicar las oportunidades de mejora de la secuencia de enseñanza

	¿Lo logramos?
La totalidad de los alumnos puede trazar un centro de homotecia en configuraciones que son bastante complejas figurativamente.	
Casi todos los alumnos pueden distinguir los puntos homólogos	
La mayoría de los alumnos no tienen en cuenta la expresión simbólica del enunciado, que indica el sentido de la transformación.	
La correspondencia y la articulación entre las unidades numéricas y los elementos figurativos no es fácilmente transmisible a los alumnos.	

“Que ningún niño se quede atrás”