

LA MODELACIÓN MATEMÁTICA: UN APORTE AL APRENDIZAJE DE LAS
ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS LINEALES DE PRIMER ORDEN EN
INGENIERÍA

IRENE MARÍA ESTHER ERAZO ESTRADA
DAVID ALEJANDRO ESCOBAR JIMÉNEZ

UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SAN JUAN DE PASTO

2015

LA MODELACIÓN MATEMÁTICA: UN APORTE AL APRENDIZAJE DE LAS
ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS LINEALES DE PRIMER ORDEN EN
INGENIERÍA

Por

IRENE MARÍA ESTHER ERAZO ESTRADA
DAVID ALEJANDRO ESCOBAR JIMÉNEZ

Director

MARIA JANETH BRAVO MONTENEGRO
Especialista en Educación Matemática

Codirector

JHONY ALEXANDER VILLA OCHOA
Doctor en Educación Matemática

UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SAN JUAN DE PASTO

2015

Nota de Responsabilidad:

Las ideas y conclusiones aportadas en el siguiente trabajo son responsabilidad exclusiva de los autores.

Artículo 1ro del Acuerdo No. 324 de octubre 11 de 1966 emanado del Honorable Consejo Directivo de la Universidad de Nariño.

NOTA DE ACEPTACIÓN:

Director

María Janeth Bravo

Codirector

Jhony Alexander Villa

Jurado

Edinsson Fernández M

Jurado

Erdulfo Ortega P

San Juan de Pasto, mayo de 2015.

Agradecimientos

A nuestras familias por su apoyo incondicional, amor y comprensión durante esta etapa universitaria.

A la Institución Educativa por brindar el espacio para adquirir conocimientos y desarrollar este trabajo.

A los directores de la investigación María Janeth Bravo y Jhony Alexander Villa por su apoyo, orientación, colaboración y dedicación.

Al docente Omar Laso por su colaboración y disposición de tiempo y espacio para el desarrollo de este estudio.

Al Magister Edinsson Fernandez y Magister Erdulfo Ortega, jurados de esta investigación, agradecidos por el tiempo invertido y sus aportes que fueron de gran importancia para cumplir con los requerimientos y finalizar este trabajo.

Al doctor Freddy Villalobos y magister Christian Zambrano del programa de psicología por su orientación y disposición.

Al Magister Luis Narvárez y al Magister Luis Felipe Martínez, por su colaboración

A Guillermo Ricaurte director del programa de ingeniería civil, a Edgardo Javier Revelo director del programa de ingeniería electrónica y a Manuel Bolaños director del programa de ingeniería de sistemas por sus aportes y colaboración.

A los ingenieros Oscar Revelo y Gustavo Córdoba docentes de la Universidad de Nariño por sus comentarios.

A nuestros amigos por su amistad incondicional y hacer de nuestros días en la universidad, una etapa inolvidable.

A los estudiantes de ingeniería semestre B del 2014 que cursaban la materia de Ecuaciones Diferenciales por su interés, compromiso y dedicación.

Este trabajo está dedicado a:

Mis padres y hermanos como reconocimiento a su calidez y apoyo.

Irene Erazo

Dedico mi trabajo a mis padres: María Jiménez y Jorge Escobar, quienes estuvieron conmigo en todo el transcurso de mi carrera brindándome su apoyo incondicional, sus sabios consejos, amistad, comprensión, confianza, amor, esfuerzo y sacrificio para que hoy en día esté aquí en este lugar cumpliendo una de tantas metas, a ustedes por siempre mi corazón y agradecimiento.

A mis hermanos: Leidy y Diego por estar junto a mí siempre llenando mi vida de alegrías, momentos inolvidables y formar parte fundamental de mi vida.

A mi compañera y mi gran amiga Irene, ya que entre risas, bromas, enojos juntos hemos luchado para sacar adelante este trabajo con esfuerzo y dedicación, por sus consejos, paciencia y apoyo en momentos de dificultad y hacer de esta experiencia una de las más especiales.

A mis compañeros, amigos por su colaboración y por formar parte de esta gran aventura donde compartimos y pasamos por situaciones inolvidables que siempre quedaran en mis recuerdos.

A todos ellos que me brindaron su apoyo les dedico este trabajo.

Mil gracias.

David Alejandro Escobar

RESUMEN

La actividad matemática al interior de las aulas escolares es una realidad compleja que implica fuertes procesos de reflexión e investigación, es así cómo dentro de la Educación Matemática se han consolidado dominios de investigación que abordan diferentes estrategias para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, uno de estos dominios se reconoce a nivel internacional como la Mathematical modelling and application cuyo objeto de estudio está vinculado con las relaciones entre las matemáticas escolares y la “realidad” en los diferentes niveles escolares (Blum et al, 2007; Rodríguez et al, 2012). Para el caso de la formación de los ingenieros, la modelación matemática es una de las actividades que, junto con la interpretación y la comunicación deben estar presentes en el desarrollo de las capacidades que los ingenieros han de tener presente en su futuro desempeño profesional (Rendón-Mesa y Esteban, 2013). En esta investigación se presenta un estudio, en el cual se analizó algunos aspectos de la modelación matemática que ayuda a la vinculación de conocimientos matemáticos con fenómenos propios de la ingeniería. El estudio se desarrolló con estudiantes de diferentes ingenierías, quienes participaban del curso de ecuaciones diferenciales en la Universidad de Nariño.

Palabras Clave: modelación matemática, ingeniería, vinculación, motivaciones, habilidades, fenómenos físicos, ecuaciones diferenciales.

ABSTRACT

The Mathematical activity into the classroom is a complex reality that implies strong processes of reflection and research. Thus, in the Mathematical Education some research domains have been consolidated dealing with different strategies for the teaching and learning of mathematics. One of these domains is internationally recognized as the Mathematical modeling and Application, whose object of study is linked to the relationship between school mathematics and the "reality" in different grade levels (Blum et al, 2007; Rodriguez et al, 2012). In the case of the training of engineers, the Mathematical modeling is an activity which, along with the interpretation and communication, must be present in the development of capabilities that engineers have to keep in mind in their professional future (Rendón -Mesa and Esteban, 2013). In this research, some aspects of mathematical modeling that help to bond mathematical knowledge with engineering phenomena are analyzed through a detailed study. This was conducted with students from different engineering programs, who had participated in the Differential Equations course at the University of Nariño.

Keywords: mathematical modeling, engineering, bonding, motivation, skills, physical phenomena, differential equations.

Tabla de contenido

INTRODUCCIÓN.	199
1. ASPECTOS GENERALES.	23
1.1 Antecedentes.	23
1.2 Justificación.	28
1.3 Problema de Investigación.	33
1.4 Objetivos.	35
1.4.1 <i>Objetivo General.</i>	35
1.4.2 <i>Objetivos Específicos.</i>	35
2. ALGUNOS ASPECTOS DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA.	36
2.1 Marco Teórico.	36
2.1.1 <i>La Modelación en la Enseñanza de las Matemáticas: Algunas Perspectivas.</i>	36
2.1.2 <i>Modelación Matemática.</i>	42
2.2 La Modelación en el Aprendizaje de las Matemáticas.	46
2.3 Modelación Matemática en Ingeniería.	51
3. ASPECTOS METODOLÓGICOS.	55
3.1 Diseño de la Investigación.	58
3.2 Diseño de los Instrumentos de Análisis.	59
3.2.1 <i>Diseño de la Escala tipo Likert.</i>	59
3.2.2 <i>Diseño de la Rúbrica.</i>	63
3.2.3 <i>Diseño de Entrevistas.</i>	665
3.2.4 <i>Tratamiento de la Información.</i>	66
4. ANÁLISIS Y RESULTADOS.	68

4.1 Análisis de las Categorías relacionadas con la Motivación que tuvieron los Estudiantes para elegir el Fenómeno a Modelar.	68
4.1.1 Razones por la que el joven estudia el fenómeno escogido.	69
4.1.2 Efectividad de la motivación por el estudio en la actividad docente.	778
4.1.3 Interés hacia la carrera.	80
4.1.4 Valoración del sujeto respecto a la influencia que recibe hacia la elección del problema.	85
4.2 Análisis de las Categorías relacionadas con las Habilidades de la Modelación Matemática.	90
4.2.1 Comprender qué es un modelo y cuál es su relación con un sistema o fenómeno dado.	91
4.2.1.1 Estructurar el campo o situación que va a modelarse.	91
4.2.1.2 Traducir la realidad a una estructura matemática..	94
4.2.1.3 Interpretar los modelos matemáticos en terminos reales.	101
4.2.2 Determinar las ventajas y limitaciones de utilizar un determinado modelo.	109
4.2.3 Proponer o utilizar modelos para obtener información, hacer inferencias o predicciones.	112
4.2.3.1 Trabajar con un modelo matemático.	113
4.2.3.2 Reflexionar, analizar y ofrecer la critica de un modelo y sus resultados.	119
4.2.3.3 Comunicar acerca de un modelo y sus resultado.	125
CONCLUSIONES.	128
RECOMENDACIONES.	128
BIBLIOGRAFÍA.	132
ANEXOS.	136

Índice de Tablas

Tabla 1 Clasificación de artículos de acuerdo a la Modelación Matemática en Ingeniería y en la Educación Matemática.	23
Tabla 2 Perspectivas de la Modelación Matemática (Agudelo, 2013).	388
Tabla 3 Categorías que conforman la escala final “Motivaciones que inducen a la elección de un tema de modelación matemática”.	61
Tabla 4 Categorías complemento de la escala” Motivaciones que inducen a la elección de un tema de modelación matemática”. . .	63
Tabla 5 Categorías específicas que comprenden la rúbrica “Habilidades logradas con el desarrollo del proyecto de modelación”.	65
Tabla 6 Estadística de los ítems que conforman la categoría razones por las cuales estudia el joven el fenómeno escogido.	70
Tabla 7 Estadística de los ítems que conforman la categoría: Efectividad de la motivación por el estudio.	76
Tabla 8 Estadística de los ítems que conforman la categoría Interés hacia la carrera.	80
Tabla 9 Estadística de los ítems que conforman la categoría, valoración del sujeto respecto a la influencia que reciben los estudiantes hacia la elección del problema.	86

Tabla de Gráficas

Gráfica 1 Razones por las que estudia el joven el fenómeno escogido.	69
Gráfica 2 Efectividad de la motivación por el estudio.	788
Gráfica 3 Influencia que tuvo el interés hacia la carrera para escoger el fenómeno a modelar.	81
Gráfica 4 Influencia que recibieron los estudiantes hacia la elección del problema.	86
Gráfica 5 Logro de la competencia estructurar el campo o situación que va a modelarse.	91
Gráfica 6 Logro de la competencia traducir la realidad a una estructura matemática.	94
Gráfica 7 Logro de la competencia interpretar los modelos matemáticos en términos reales.	101
Gráfica 8 Logro de la competencia trabajar con un modelo matemático.	113
Gráfica 9 Logro de la competencia reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados.	120
Gráfica 10 Logro de la competencia comunicar acerca de un modelo y sus resultados. ..	125

Índice de Figuras

Figura 1	Proceso de modelación propuesto por Blum y Borromeo-Ferri (2009, p.2).	42
Figura 2	Argumento de lo que representa la ecuación diferencial para el grupo uno.	95
Figura 3	Argumento de lo que representa la ecuación diferencial para el grupo dos.	96
Figura 4	Argumento de lo que representa la ecuación diferencial para el grupo tres.	96
Figura 5	Argumento complemento de lo que representa la ecuación diferencial para el grupo tres.	97
Figura 6	Argumento de lo que representa la ecuación diferencial para el grupo cuatro. Error!	
Bookmark not defined.8		
Figura 7	Argumento complemento de lo que representa la ecuación diferencial grupo cuatro.	Error! Bookmark not defined.9
Figura 8	Argumento de lo que representa la ecuación diferencial para el grupo cinco. ...	100
Figura 9	Método empleado por el grupo uno, para resolver la ecuación diferencial.	114
Figura 10	Método empleado por el grupo dos, para resolver la ecuación diferencial.	115
Figura 11	Método empleado por el grupo cuatro, para resolver la ecuación diferencial.	117
Figura 12	Método empleado por el grupo cinco, para resolver la ecuación diferencial. ..	118
Figura 13	Gráficas de resultados obtenidos a partir del modelo.	118

Figura 14 Datos que muestran los censos del municipio de la Unión Nariño.	120
Figura 15 Datos complemento de los censos del municipio de la Unión Nariño.	121
Figura 16 Fotografías, parte experimental del grupo tres.	122
Figura 17 Fotografías, exposiciones de los grupos.	126

Índice Anexos

Anexo A. Puntajes de los jueces respecto a la Pertinencia de los ítems que tienen que ver con la motivación.	1366
Anexo B. Puntajes de los jueces respecto a la Unidimensionalidad de los ítems que tienen que ver con la motivación.	1388
Anexo C. Puntajes de los jueces respecto a la Claridad de los ítems que tienen que ver con la motivación.	140
Anexo D. Puntajes de los jueces respecto a la Repitencia de los ítems que tienen que ver con la motivación.	142
Anexo E. Puntajes de los jueces respecto al Signo de ítems que tienen que ver con la motivación.	144
Anexo F. Puntaje final de los jueces respecto a la los ítems que tienen que ver con la motivación.	146
Anexo G. Escala tipo likert final.	149
Anexo H. Tabla rúbrica.	151
Anexo I. Número total de respuestas por parte de los estudiantes de ingeniería hacia las preguntas que permiten analizar las motivaciones.	Error! Bookmark not defined.
Anexo J. Número total de respuestas hacia los ítems que conformar la tabla rúbrica.	156
Anexo K. Modelo de entrevistas dirigidas a estudiantes.	157

Anexo L. Contenido programático: Ingeniería civil.	158
Anexo M. Contenido programático: Ingeniería electrónica.	160
Anexo N. Contenido programático: Ingeniería de sistemas.	162
Anexo O. Libros de Ecuaciones Diferenciales.	165
Anexo P. Puntaje final de los jueces respecto a las categorías que compone la tabla rúbrica	166

INTRODUCCIÓN

La matemática es una actividad que se viene desarrollando y practicando desde la antigüedad, ha sido empleada con diversos objetivos, por su relación con otras ciencias, Guzmán (1994) la considera una ciencia dinámica y cambiante, esto sugiere que, efectivamente, la matemática no puede ser una realidad de abordaje sencillo. Es por ello, que en la Educación Matemática se señala a la modelación y sus aplicaciones como uno de los principios metodológicos, donde se busca que el aprendizaje de esta ciencia, no se realice explorando las construcciones matemáticas en sí mismas, en las diferentes formas en que se vienen dando a lo largo de los siglos, sino en continuo contacto con las situaciones del mundo real que les dieron y les siguen dando su motivación y vitalidad.

Desde este aspecto la modelación matemática es una herramienta importante en la Educación Matemática, ya que acerca a los estudiantes a situaciones del mundo real, con el fin de explicar y solucionar problemas de fragmentos de esa realidad y los vínculos con el conocimiento matemático Villa-Ochoa (2013b). la modelación también es importante debido al creciente uso de las matemáticas en la tecnología, la ciencia y aspectos diversos de la vida diaria, por lo tanto es significativo realizar estudios e innovaciones en el campo de las estrategias didácticas que tiene su génesis en la relación entre los problemas que se enseñan en la escuela y el mundo real (Rodríguez, Rendón & Quiroz, 2012), estos estudios han acarreado numerosas investigaciones, como se pueden verificar tanto en la literatura especializada, redes y asociaciones ASOCOLME (Asociación Colombiana de Matemática Educativa), RECOMEM (Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática), CIAEM (Comité Interamericano de Educación Matemática), MaCoCiencias, Congreso Internacional de Formación y Modelación en Ciencias Básicas), a nivel nacional e internacional.

Basados en lo anterior, el presente trabajo se realizó con el objetivo de identificar aspectos que ayudan a la vinculación de las matemáticas con fenómenos reales propios de la ingeniería a través de proyectos de modelación matemática, puesto que diferentes estudios como Aravena, Caamaño & Giménez (2008) y Rodríguez et al. (2012), muestran la eficacia de incorporar este

tipo de trabajos en el aula, tanto para apoyar el aprendizaje de conceptos, como para el desarrollo de habilidades matemáticas.

Esta investigación se desarrolló con estudiantes de Ingeniería de la Universidad de Nariño, en particular con los que cursaban la materia de Ecuaciones Diferenciales. Se trabajaron las ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de primer orden, puesto que tienen numerosas aplicaciones a la ciencia y a la ingeniería, se tiene en cuenta a los estudiantes mencionados ya que los alumnos de estas carreras necesitan saber modelar para resolver problemas que se les presente en su campo de trabajo (Camarena, 2010), por consiguiente resolver las ecuaciones resultantes y formular predicciones respecto al comportamiento de las soluciones, de otro modo, en la formulación de este estudio se realizó una revisión de los planes de estudio en los que se encontró que las ecuaciones diferenciales constituyen una parte de los programas de cálculo en las carreras de ingeniería en Colombia.

Medina (2013) afirma que las ecuaciones diferenciales permiten la comprensión de la naturaleza, sus fenómenos y constituyen una herramienta esencial para matemáticos, físicos, ingenieros y demás técnicos y científicos, pues, sucede con frecuencia que las leyes físicas que gobiernan los fenómenos de la naturaleza se expresan habitualmente en forma de ecuaciones diferenciales, por lo que éstas, en sí, constituyen una expresión cuantitativa de dichas leyes. Partiendo de esto, el presente trabajo contiene la siguiente organización:

En aspectos generales se abordan los Antecedentes, la Justificación, el Problema de Investigación y los Objetivos. En el primer aspecto se hace un breve recuento de investigaciones previas relacionadas con la modelación matemática, que han contribuido de alguna forma al desarrollo de este trabajo de grado, se hizo una clasificación de los artículos de acuerdo a la modelación matemática en los cursos de ingeniería y la modelación en la enseñanza de las matemáticas.

En cuanto a la Justificación, se da a conocer el valor de este trabajo, ya que en los últimos cuarenta años la modelación matemática ha tomado una gran acogida como elemento que aporta al aprendizaje de conceptos matemáticos. Se muestran tres razones fundamentales por las que

se realizó la investigación con estudiantes de ingeniería: la primera porque uno de los propósitos que debe lograr un ingeniero egresado es modelar fenómenos inherentes a su campo, como segunda razón se elige la ingeniería porque es una de las profesiones que impulsan el desarrollo del país y por último, porque es necesario que el futuro ingeniero trabaje con la modelación matemática, ya que en las pruebas Saber Pro se evalúa este aspecto, puesto que las consideran fundamentales para los futuros egresados, una base para el aprendizaje futuro, propicia la participación productiva en la sociedad y la realización de las actividades personales. En el marco de estas pruebas se encontró que se busca evaluar habilidades relacionadas con la competencia para solucionar problemas lo cual está estrechamente relacionado con la modelación.

Por otro lado, en el Problema de Investigación, se citan algunos trabajos que han estudiado el problema que se está presentando en los estudiantes, ya que la no integración de conocimientos en este caso matemáticos se ha convertido en una de las causas principales que conllevan al fracaso en esta materia y por consiguiente crea en los estudiantes desmotivación para su estudio. Esto dio origen a dos preguntas de investigación, en las que se buscó la forma de analizar las motivaciones que tuvieron los estudiantes de ingeniería para elegir el fenómeno a estudiar y las habilidades de modelación que les ayudaron a vincular los conocimientos.

En cuanto a los objetivos, se planteó un objetivo general el cual responde a las preguntas de investigación, y dos objetivos específicos, donde se analizó las habilidades y las motivaciones que ayudaron a la vinculación del concepto matemático con los fenómenos de la ingeniería, lo cual dio cumplimiento al objetivo general.

Posteriormente se tiene algunos aspectos de la modelación matemática donde se aborda el Marco Teórico, La Modelación en el Aprendizaje de las Matemáticas y La Modelación en Ingeniería. En el Marco Teórico, se muestra la teoría en la cual se fundamenta esta investigación, teniendo en cuenta el planteamiento del problema. Para lo anterior se considera la modelación matemática donde se involucra su concepto, el concepto de modelo, la modelación como competencia y sus diferentes perspectivas, por otro lado se hace énfasis en los proyectos de modelación matemática, la realidad y por último el contexto.

En seguida se encuentra la Modelación en el Aprendizaje de las Matemáticas donde se muestran algunas investigaciones, que resaltan por un lado, la importancia de la modelación en el aprendizaje de las matemáticas y por otro se cita ciertos trabajos que se han desarrollado alrededor de este aspecto.

En la Modelación en Ingeniería, se muestra la importancia que tiene la modelación en este campo y las diferentes dificultades que se presentan en torno a ello, además se cita ciertos trabajos que se han desarrollado alrededor de estos dos aspectos.

En aspectos metodológicos se presenta el diseño de la investigación y de los instrumentos utilizados en el desarrollo de esta investigación, además se muestra cómo fue llevada a cabo la validación mediante jueces expertos en el tema.

En análisis de resultados, se abordan: análisis de las motivaciones que tienen los estudiantes para elegir el fenómeno a estudiar y análisis de las habilidades de la modelación. En el primero se considera los respectivos análisis y resultados que se realizó, con el objetivo de identificar los motivos que tuvieron para elegir el fenómeno que trabajaron en su proyecto.

En cuanto al análisis de las habilidades de la modelación, se muestran los respectivos análisis y resultados de los estudiantes con relación a las habilidades que desarrollaron durante la puesta en escena del proyecto de modelación.

En recomendaciones se muestra algunas líneas de investigación pendientes para futuros estudios relacionados con la modelación matemática con proyectos en ingeniería.

Para finalizar, en conclusiones, se validan los objetivos y las preguntas de investigación que se plantearon, además se resumen las conclusiones más importantes alcanzadas en este trabajo de grado.

1. ASPECTOS GENERALES

1.1 Antecedentes

Hoy en día la problemática mencionada anteriormente se ve reflejada en muchas universidades, involucra de manera directa, tanto a profesores como a estudiantes de diferentes carreras, entre ellas, la ingeniería. Se buscó trabajos similares relacionados con esta investigación, tanto en repositorios virtuales como físicos, se citaron artículos que han contribuido de alguna forma al desarrollo de este trabajo de grado, puesto que son investigaciones previas que se han realizado respecto al tema que se está trabajando.

Se realizó una clasificación de los artículos de acuerdo a la modelación matemática en los cursos de ingeniería y la modelación en la enseñanza de las matemáticas, teniendo como resultado la siguiente tabla.

Tabla 1. Clasificación de artículos de acuerdo a la Modelación Matemática en Ingeniería y la Educación Matemática.

MODELACIÓN MATEMÁTICA	
CURSOS DE INGENIERÍA	ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS
<ul style="list-style-type: none">• La modelación matemática en la formación del ingeniero.• La modelación matemática en ingeniería.• La modelación en matemática educativa: una práctica para el trabajo de aula en ingeniería.• Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros.	<ul style="list-style-type: none">• Modelación matemática a través de Proyectos.• Las competencias de modelación matemática para el aprendizaje del cálculo del volumen con apoyo en las Webquest.

A continuación se da un resumen de cada uno de los documentos mencionados anteriormente, (Ver Tabla 1), empezando por los artículos relacionados con la ingeniería.

En primer lugar se tiene la conferencia realizada por Camarena (2010) titulada “La modelación matemática en la formación del ingeniero”. En su artículo, Camarena expresa que la matemática representa una dificultad para los estudiantes de ingeniería, en particular un elemento que afecta, es la desvinculación entre las materias de matemáticas y las otras de la carrera, además de la dificultad que tiene el egresado al momento de modelar, puesto que en su carrera no se ha enfrentado a ello.

Por otra parte esta conferencia muestra una estrategia para integrar en los cursos de matemáticas, fundamentada en la teoría Matemática en el Contexto de las Ciencias, esta teoría educativa reflexiona acerca de la vinculación que debe existir entre la matemática y las ciencias que la requieren, y las competencias laborales y profesionales, para ello la teoría considera nueve etapas que se deben seguir en la incorporación, éstas están relacionadas con el proceso de modelación que se debe desarrollar en el curso, mostrando con ello que la modelación matemática forma parte de la estrategia didáctica de la Matemática en contexto.

Por otra parte se tiene un trabajo de Rendón-Mesa & Esteban (2013) titulado “La Modelación matemática en ingeniería” donde afirma que la Modelación Matemática en la formación de un ingeniero se ha reconocido como un aspecto fundamental, puesto que se considera un área del conocimiento que prepara al estudiantes a desempeñarse tanto académicamente como laboralmente, es así como la modelación matemática para el futuro ingeniero es una herramienta mediante la cual, éste construye una realidad a través de conocimientos matemáticos, constituyéndose en un componente relevante que le permite solucionar problemas de la vida real, además de que pueda responder a los requerimientos de hoy en día, de tener un saber específico y aplicarlo a un contexto, generando así una articulación entre el saber matemático y el saber propio de la ingeniería para que pueda responder a las exigencias actuales de su campo laboral.

La investigación de Rendón-Mesa & Esteban se llevó a cabo con ingeniería de diseño y se realizó en tres fases, la de *exploración* donde los estudiantes indagaron sobre problemas de la vida real; de *investigación guiada*, en la cual se vincula conceptos matemáticos y de diseño para definir el modelo, por último la fase de *síntesis* donde se construye y valida el modelo; éstas fases sirvieron de apoyo para la realización de este trabajo de grado.

Así mismo se tiene en cuenta la tesis de maestría de Córdoba (2011) titulada “La modelación en matemática educativa: una práctica para el trabajo de aula en ingeniería”, como referente fundamental para trabajar la modelación en ingeniería, puesto que mira a la modelación como un proceso básico en el ingeniero, que permite enriquecer o resignificar un conocimiento matemático, en este caso el de las ecuaciones diferenciales de primer orden. También se muestra que un concepto matemático va a estar evolucionando en el ejercicio de la práctica y otros usos.

En la investigación de Córdoba se crea las condiciones para generar un proceso de resignificación donde se asume el ejercicio de las prácticas (sociales) como el escenario propio para construir conocimiento, para ello se toma a la modelación matemática como la práctica que servirá para poner en uso el conocimiento matemático. El trabajo de campo se basó en la puesta en escena de una secuencia didáctica en la que estudiantes realizan una actividad experimental para construir un modelo matemático del fenómeno de enfriamiento de Newton por medio de la modelación matemática.

Para finalizar los artículos relacionados con la modelación matemática en ingeniería se tiene en cuenta el artículo de Brito, Alemán, Fraga, Para & Arias (2011) titulado “Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros”, en él se menciona que existe una enorme brecha entre las habilidades matemáticas que requiere el ingeniero, vinculadas fundamentalmente a las actividades de modelar, interpretar, comunicarse en un lenguaje preciso y las habilidades que se forman en los cursos de Matemática, que ponen su mayor énfasis en la actividad de resolver ejercicios de cálculo. Para dar paso a la solución de esta problemática se plantea a la modelación matemática como una estrategia metodológica, que ayuda a desarrollar en los estudiantes unas capacidades y habilidades, necesarias para la solución de posibles problemas matemáticos utilizados en ingeniería. Esta clasificación depende de la teoría o

técnica básica utilizada en su elaboración, la naturaleza de los procesos que la componen y la estructura matemática.

En el anterior artículo, la modelación matemática se sistematiza en siete pasos: definición del problema y sus objetivos, definición de la teoría que gobierna el problema, descripción de la situación física en términos matemáticos, solución matemática del modelo, comparación del modelo con la situación real, estudio de las limitaciones del modelo y por último la aplicación del modelo e interpretación de los resultados que ofrece, los cuales están explicados ordenadamente con un problema ilustrativo.

Por otra parte en este apartado se considera el trabajo de Aravena et al. (2008) titulado “Modelos matemáticos a través de proyectos”, aquí se analiza la producción matemática de un grupo de estudiantes de secundaria cuando se enfrentan al trabajo de proyectos basados en el proceso de modelación de situaciones reales, puestas en escena en el aula de clase para tratar el contenido matemático, estos proyectos son una estrategia metodológica que ayuda a desarrollar habilidades, capacidades y la formación de pensamiento globalizado, es decir el proceso de búsqueda de relaciones que pueden establecerse en torno a un tema matemático, además de elevar aprendizajes matemáticos ésta metodología favorece el empleo creativo de la información, puesto que permite relacionar el conocimiento matemático y su campo de aplicación a otras áreas de trabajo, favoreciendo a los estudiantes a que adquieran una visión integrada de la matemática; reconozcan, comprendan y valoren la utilidad de los conceptos y procesos para resolver problemas del medio, y de su contexto.

Otra parte importante, la cual se muestra en esta investigación, es la de proponer la creación de equipos de trabajo, donde es imprescindible la interacción de estudiantes para la construcción de sus propios conocimientos.

Finalmente se tiene los trabajos realizados por Rodríguez et al. (2012) titulada “Las competencias de modelación matemática para el aprendizaje del cálculo de volumen con apoyo en las Webquest”, en este trabajo se muestra la modelación matemática como una innovación en el campo de las estrategias didácticas que tiene su génesis en la relación entre los problemas

que se enseñan en la escuela y el mundo real, para fines del trabajo se muestran las competencias de modelación matemática que establece el Informe *Programme for International Student Assessment* (PISA), las cuales son: estructurar el campo o situación que va a modelarse; traducir la realidad a una estructura matemática; interpretar los modelos matemáticos en términos reales; trabajar con un modelo matemático; reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados; comunicar acerca de un modelo y de sus resultados.

La anterior investigación asume una metodología cualitativa, estudia la modelación matemática en un grupo de sexto grado de educación primaria con el trabajo del cálculo de volumen de diversos prismas, obteniendo como resultado la identificación de algunas competencias de modelación que desarrollaron los estudiantes.

Teniendo en cuenta los aportes de los diferentes autores, en esta investigación se hizo los análisis respectivos con el grupo de ingeniería que se ha mencionado, corroborando la desvinculación de conocimientos que se presenta con las matemáticas y los fenómenos propios de las diferentes ingenierías, además se hizo un análisis al desarrollo de habilidades que favorece la modelación con el fin de ver el aporte que tiene este campo al aprendizaje de conceptos matemáticos.

1.2 Justificación

El aprendizaje de las matemáticas requiere la realización de actividades que le ayuden al estudiante a reforzar y construir los conocimientos, en este sentido se aborda la modelación matemática como una herramienta que contribuye en la comprensión de un concepto matemático. En particular para la formación de un ingeniero la matemática constituye un lenguaje de modelación, es decir, es el soporte simbólico con la ayuda del cual se expresan las leyes que rigen el objeto de su trabajo (Brito et al., 2011). Para el ingeniero, la modelación, también es vista como una herramienta que permite reforzar los conocimientos matemáticos, donde se resalta la importancia del contexto, visto como un elemento que aporta a la articulación del conocimiento.

La elección de hacer este estudio se dio fundamentalmente por tres razones: en primer lugar, porque unos de los propósitos en un ingeniero egresado de la Universidad de Nariño es modelar, esto lo constatan los directores encargados de los departamentos de ingeniería civil, electrónica y de sistemas, quienes resaltan la importancia que tiene la modelación en cada uno de sus campos, entendida como el proceso integral de diseño y cálculos que involucra a su vez una serie de componentes que deben ser abordados con modelos matemáticos y respondan al funcionamiento y leyes propias del campo de la ingeniería, siendo la modelación matemática y la comprensión de diferentes leyes físicas, el sustento fundamental de temas que debe abordar el ingeniero. Para ello los ingenieros encargados de los departamentos de ingeniería de la Universidad de Nariño mencionan.

El Director del Departamento de Ingeniería Electrónica resalta que en el diseño de un sistema electrónico necesariamente se debe modelar para realizar su estudio, además menciona que el curso de ecuaciones diferenciales es una base para el ingeniero electrónico donde todos los circuitos electrónicos se modelan.

Javier Revelo: “...para el análisis y diseño de un circuito de un sistema electrónico donde se utiliza elementos almacenadores de energía se obliga a modelarlo con ecuaciones diferenciales, esta es una de las aplicaciones directas”, además agrega “...en el curso de

ecuaciones diferenciales hacen ejemplos, todo teoría, el profesor lo hace muy genérico, en el curso de Análisis de Sistemas Dinámicos nosotros si ya utilizamos sistemitas que son propios de electrónica, y ahí ya se hace laboratorio. ”

El Director del Departamento de Ingeniería de Sistemas menciona que dentro de esta ingeniería se da importancia a este aspecto, cuentan con el ingeniero docente Oscar Revelo que maneja la línea de modelación, el cual menciona que dentro de la ingeniería se maneja un curso llamado Optimización de Sistemas que próximamente va a cambiar el nombre a Modelamiento Matemático.

Oscar Revelo: “...*el modelamiento matemático en la ingeniería de sistemas prácticamente se cae por su propio peso, como ustedes saben todo fenómeno de la naturaleza es susceptible de ser modelado matemáticamente y muchos de sus sistemas que se tratan acá se modelan matemáticamente, ese es uno de sus requisitos, esta ingeniería junto con la ingeniería industrial son unas de las ingenierías que más requieren del modelamiento matemático, sin decir que las otras no...*”

El Director de Departamento de Ingeniería Civil menciona que la modelación actualmente se la trabaja en ingeniería, para ello sugiere los comentarios del ingeniero Gustavo Córdoba, docente investigador de la Universidad de Nariño, que se encuentra más familiarizado con este tema, quien menciona la importancia que tiene la modelación para predecir los fenómenos físicos y prevenir desastres dentro de este campo, hace una distinción entre modelo matemático y modelo experimental, el matemático hace referencia a las diferentes ecuaciones que modelan el fenómeno donde utilizan una forma digital para tratar de verlo y el experimental es un análogo de lo que está sucediendo en la realidad.

Gustavo Córdoba: “...*usar ecuaciones que describan de mejor manera ese fenómeno físico y poder predecir el comportamiento, tengo eso, ya me lleva a una serie de ecuaciones más complejas que me lleva a un modelo matemático del comportamiento del fenómeno real, que es una aproximación a la vez, de ahí vine el nombre de modelamiento de un fenómeno físico y puedo llegar a simularlo.*”

En segundo lugar, se ha elegido la ingeniería porque esta es una de las profesiones que impulsan el desarrollo de un país (Ulloa, 2008). Avaro (citado por Cordero, 2013) menciona que la diferencia en el nivel de desarrollo de las sociedades contemporáneas, ha dejado de explicarse sólo a través de la posesión de recursos naturales o de la capacidad de su infraestructura física. Actualmente se le da importancia a un sistema en el cual el conocimiento es la verdadera esencia de la competitividad y el motor del desarrollo a largo plazo. La economía del conocimiento demanda nuevas competencias vinculadas con las necesidades de la sociedad, involucra la capacidad de aprendizaje de las instituciones nacionales, el sector productivo y académico, así como la generación de redes interinstitucionales para la solución de problemas y el uso intensivo del conocimiento en el espacio social.

Es importante enfatizar en la construcción del conocimiento matemático puesto que trae consigo gran beneficio para el estudiante y para la humanidad en lo que tiene que ver con el desarrollo de la sociedad, como se menciona anteriormente. Además se ha encontrado que la modelación matemática ha permitido desarrollar capacidades de tipo cognitivas, metacognitivas y de formación transversal que ayudan a comprender el rol de la matemática en una sociedad moderna, “en una sociedad en la que los ciudadanos van a ser enfrentados a resolver problemas, hacer estimaciones, tomar decisiones, para ello el modelaje favorece la comprensión de los conceptos y métodos matemáticos y permite una visión global de la matemática” (Aravena & Caamaño, 2007, p.9).

Por otra parte el trabajo del ingeniero se basa en tener una fundamentación fuerte en las ciencias básicas, donde es primordial la modelación, porque permite integrar estas ciencias con las específicas, pasando a representaciones matemáticas, fenómenos naturales y artificiales. Al respecto, Brito et al. (2011), afirman que: “las habilidades matemáticas que requiere el ingeniero, están vinculadas fundamentalmente a las actividades de modelar, interpretar, comunicarse en un lenguaje preciso” (p.1). En particular la modelación matemática es importante para el campo de la ingeniería ya que una de las actividades del estudiante de ingeniería tiene que ver con la solución de problemas de la vida real que surgen en diferentes áreas del conocimiento y diferentes contextos, así es necesario, que el proceso de formación de los futuros profesionales integre los saberes con el contexto como lo reitera Camarena (2010),

cuando en su actividad profesional y laboral los egresados tienen que resolver un problema de la industria, la modelación matemática es necesaria, en el sentido que ayuda a integrar conceptos de las diferentes áreas de conocimiento.

En tercer lugar es necesario que el futuro ingeniero trabaje con la modelación matemática, puesto que en las pruebas Saber Pro se evalúa este aspecto. En el marco de estas pruebas se encontró que se busca evaluar la habilidad de comprender, comparar, utilizar o proponer modelos que permiten describir, explicar y predecir fenómenos o sistemas (ICFES, 2013), habilidad que según la Asociación Colombiana de Facultades de ingeniería (ACOFI) pertenece al pensamiento científico, pensamiento contenido en las competencias específicas (ACOFI, 2013).

Actualmente es preciso que se dé importancia a la construcción del conocimiento, no solo por lo mencionado, sino para la búsqueda de estrategias que minimicen el bajo rendimiento académico de los estudiantes, puesto que en los resultados obtenidos en las pruebas PISA 2014 para América Latina y en particular para Colombia, muestran una deficiencia en la habilidad para resolver problemas de la vida real (Saiz, 2014), para ello se necesita reflexionar acerca de lo que está pasando en la educación y poder dar solución a este problema, que se vive actualmente.

Para superar obstáculos, dificultades y alcanzar el desarrollo de habilidades matemáticas, se plantean dos propuestas importantes para incorporar en el aula, estas son: el trabajo con la modelación de situaciones matemáticas y el trabajo con proyectos, la presente investigación está encaminada a incluir estas dos propuestas, puesto que según afirma Aravena et al. (2008) propicia la adquisición de competencias y capacidades para desenvolverse satisfactoriamente en el mundo actual; de igual manera, coloca a disposición de los estudiantes un conjunto de recursos que les permite entender en forma más amplia la aplicabilidad de los conceptos y procesos matemáticos. Por lo tanto ésta investigación se centra en la modelación a través de proyectos, en los cuales se prepara a los estudiantes para hacer una mejor inserción en la sociedad y ejercer una ciudadanía responsable donde se necesita participar de los desarrollos de una sociedad que cada vez requiere de mayores competencias en este campo, además ayuda a

la toma de decisiones, abordar diferentes problemas y encontrarles solución. En este trabajo se dió el papel protagónico a los estudiantes puesto que se identificó aspectos que ayudan a la vinculación de las matemáticas con fenómenos reales propios de la ingeniería a través de proyectos de modelación matemática. Dentro de esos aspectos se consideró el análisis de las motivaciones que tiene los estudiantes para elegir el fenómeno a estudiar y las habilidades de la modelación que se ponen en juego a través de proyectos basados en la modelación de fenómenos.

1.3 Problema de Investigación

Es común observar en los estudiantes, que pese a trabajar los conceptos matemáticos, se presenta dificultad al momento de llevarlos a la práctica o articularlos con otros saberes; ésta idea la apoya: Camarena (2011), al mencionar, que los estudiantes al momento de hacer uso de las matemáticas con otras áreas, las estructuras cognitivas están desvinculadas. En diferentes investigaciones se ha encontrado que una de las dificultades principales en la enseñanza de las matemáticas es la no integración de conocimientos, para el caso de los conocimientos matemáticos se tiene que los alumnos no reconocen lo que están aprendiendo, con qué objetivo, cómo se integra el contenido con otras áreas o cómo se integra el contenido matemático con la realidad, siendo esto según Aravena & Caamaño (2007) una de las principales causas que conlleva al fracaso en matemáticas, por otra parte se ha encontrado que los alumnos no encuentran sentido a estudiar esta ciencia, porque no ven de manera inmediata su aplicación, esto proporciona en el estudiante una desmotivación al estudio de la matemática y por consiguiente una formación de futuros profesionales de poca calidad puesto que se está en un mundo donde las matemáticas son un soporte fundamental para los desarrollos en las diferentes ciencias, es decir, según afirma Aravena & Caamaño (2007) un mundo cada vez más matematizado.

La anterior problemática se vive particularmente dentro de las ingenierías, como lo afirma Camarena (2010), no hay una integración entre las ciencias básicas y las ciencias específicas de la misma, por otra parte se menciona que existe una enorme brecha entre las habilidades matemáticas que requiere el ingeniero, vinculadas fundamentalmente a las actividades de modelar, interpretar, comunicarse en un lenguaje preciso y las habilidades que se forman en los cursos de Matemática (Brito et al., 2011), lo que conlleva a que los ingenieros en su actividad profesional y laboral presenten dificultades a la hora de trasladar un problema a términos matemáticos para darle solución.

En la problemática presentada, hay una preocupación por el saber del estudiante, mas no por el uso del conocimiento matemático, hasta el momento, es posible que no haya la suficiente preocupación ante esta problemática, tal como lo afirma Cordero (2013) “seguramente nunca

nos hemos preocupado por tratar de explicar ¿cómo usan las gráficas nuestros alumnos? Nos preocupamos por entender qué saben, pero no nos preocupamos en saber cómo usan ese conocimiento” (p.2). En este sentido la investigación se llevó a cabo con estudiantes de ingeniería que cursaban la materia de ecuaciones diferenciales de la universidad de Nariño, se trabajó con la modelación a través de proyectos puesto que Camarena (2010) en su investigación, afirma que la modelación es una de las partes fundamentales que permite integrar los cursos de matemática enseñada en los primeros semestres de ingeniería con los cursos superiores, además permite el desarrollo de habilidades como las mencionadas por Rodríguez et al. (2012), las cuales están relacionadas de manera directa a la solución de la problemática planteada.

Por lo anterior se buscó dar respuesta a la primera pregunta de investigación.

¿Qué habilidades de la modelación matemática se desarrollan a través de proyectos fundamentados en la modelación de fenómenos propios de la ingeniería?

Por otro lado, se tiene que las motivaciones que incidieron en la elección del fenómeno a modelar influyeron en el proceso de modelación, como lo menciona Villa-Ochoa (2013b) “la motivación de los sujetos por algún tema se asume como hecho fundamental para que el modelador se muestre proclive al desafío de desarrollar modelación matemática a partir de tal asunto” (p.1). En este sentido se trató de dar respuesta a la segunda pregunta de investigación.

¿Qué motivaciones influyeron para la elección del fenómeno a modelar, en los estudiantes de ingeniería?

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General

Identificar aspectos de la modelación que ayudan a la vinculación de las matemáticas con fenómenos reales propios de la ingeniería a través de proyectos de modelación matemática.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Analizar las motivaciones que tienen los estudiantes para elegir el fenómeno a estudiar.
- Indagar las habilidades de la modelación que se ponen en juego a través de proyectos basados en la modelación de fenómenos.

2. ALGUNOS ASPECTOS DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

2.1 Marco Teórico

A continuación, se presenta el aporte de diferentes autores fuente para la investigación. Se inicia mostrando algunos conceptos de modelación matemática en Educación Matemática, para luego enfocar la modelación como metodología de enseñanza y aprendizaje.

2.1.1 La Modelación en la Enseñanza de las Matemáticas: Algunas Perspectivas.

Actualmente la modelación ha cobrado gran interés para el área de las matemáticas, la Educación Matemática y las Aplicaciones, desde la literatura se encuentra muchos autores que desarrollan estudios relacionados con este tema. En estos trabajos se ha encontrado que hay distintas maneras de definir la modelación matemática, a continuación se muestran algunas de ellas.

- Blomhoj (2004) define a la modelación matemática como una práctica de enseñanza que coloca la relación entre el mundo real y la matemática en el centro de la enseñanza y el aprendizaje, resalta lo relevante que es para cualquier nivel de enseñanza.
- Biembengut & Hein, (2004) define la modelación matemática como un método de enseñanza de las matemáticas en todos los niveles de escolaridad, ya que permite al alumno no solamente aprender las matemáticas aplicadas a otras áreas del conocimiento sino mejorar la capacidad para leer , interpretar, formular y solucionar situaciones problema.
- Cordero (2013) menciona que la modelación es el uso del conocimiento matemático en una situación específica, en donde se debate entre la función y la forma, de ese conocimiento, de acorde con lo que organizan los participantes, además agrega que por un lado, es un medio que soporta el desarrollo del razonamiento y de la argumentación

y por el otro es una práctica que trasciende y se resignifica, que transforma al objeto en cuestión.

- Villa-Ochoa (2013b) afirma que la modelación, al interior de la Educación Matemática, puede observarse como un proceso que se relaciona con las dinámicas que se tejen con las matemáticas en el ámbito escolar. En medio de dicho proceso, el profesor de matemáticas cumple un papel fundamental, en el cual se debe establecer “vínculos” entre las matemáticas y los contextos socioculturales en los cuales se desenvuelve.
- Rodríguez et al. (2012) y Castillo & Vergara (2013) consideran a la modelación matemática como una competencia, que permite el desarrollo de habilidades.

Teniendo en cuenta que la modelación matemática desde algunos autores es una competencia y lo que se buscó en este trabajo es analizar algunas habilidades de la modelación matemática, desde estos autores se define el concepto de competencia, como sigue:

- Koslova (2014) define competencia como la aptitud demostrada individualmente para utilizar el saber práctico, la capacidad profesional, las cualificaciones o los conocimientos teóricos para afrontar situaciones y requisitos profesionales tanto habituales como cambiantes.
- Blomhoj (2004) quien precisa la competencia en modelación matemática como la capacidad de llevar a cabo en forma autónoma y consiente todos los aspectos de un proceso de modelación en un contexto dado.

Por la diversidad de trabajos en este campo y lo significativa que puede llegar a ser la modelación en la enseñanza y aprendizaje de conocimientos matemáticos, ésta ha sido clasificada según Agudelo (2013) en diferentes perspectivas como se muestran en la tabla siguiente.

Tabla 2 Perspectivas de la Modelación Matemática (Agudelo, 2013).

PERSPECTIVA	INTERÉS	PRETENSIÓN
REALISTA	Resolver problemas reales que tengan sentido práctico para los alumnos, estos pueden ser reales, de fantasía o formales.	Desarrollar herramientas para comprender el mundo en el que viven y entender cuáles son los componentes de los modelos matemáticos.
CONTEXTUAL	Resolver problemas reales pero preocupándose por la relación trídica: <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> <pre> graph TD A[Sujeto que resuelve problemas reales] <--> B[Proceso de solución de problemas reales] A <--> C[Contexto en el que el modelo se crea] B <--> C </pre> </div>	Comprender la naturaleza del proceso de modelación y las distintas restricciones que sobre éste ejerce el medio en el que surge la necesidad de modelación.
COGNITIVA	Psicológico (Analizar los procesos mentales que tienen lugar durante la modelación)	Brindar oportunidades para discutir el papel de las matemáticas en la sociedad y la naturaleza de los modelos matemáticos.

<p style="text-align: center;">TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO (TAD)</p>	<p>Analizar y describir las condiciones y restricciones que permiten el desarrollo de procesos de estudio que comienzan a partir de problemas relevantes ya sean con temas extra y/o intra-matemáticos dado que la actividad matemática no se restringe a la consideración de problemas aplicados.</p>	<p>Considerar la actividad matemática en sí misma como una actividad de modelación ya que la modelación no es un aspecto más de las matemáticas.</p>
<p style="text-align: center;">MODELOS Y MODELACIÓN</p>	<p>Enfatizar en la construcción de sistemas conceptuales o modelos por parte de los alumnos preparándolos en la solución del tipo de problemas a los que normalmente se enfrentan fuera de la escuela. En esta perspectiva la búsqueda de patrones es preponderante.</p>	<p>Desarrollar en los estudiantes formas flexibles y creativas de pensar que les permitan abordar las situaciones que se les presenten. El aprendizaje debe llevarse a cabo en un ambiente que favorezca y promueva procesos de cuestionamiento y reflexión, que a su vez conduzcan a la comprensión de los fenómenos a través del uso de</p>

		recursos matemáticos.
MIXTA	<p>Pedagógico.</p> <p>Lograr un aprendizaje significativo utilizando la teoría de desarrollo conceptual del ámbito de la Educación Matemática (Teoría APOE)</p>	<p>Promover procesos de aprendizaje de los estudiantes introduciendo conceptos nuevos y desarrollando sus estructuras conceptuales a través de la introducción de problemas reales que posibiliten la emergencia de ideas matemáticas.</p>
EDUCATIVA	<p>Pedagógico</p>	<p>DIDÁCTICA: La modelación se utiliza para estructurar y promover el proceso de aprendizaje de los alumnos.</p> <p>CONCEPTUAL: La modelación es clave para</p>

		introducir nuevos conceptos y para desarrollarlos.
--	--	--

Para Villa-Ochoa (2013a) la modelación matemática se puede concebir e implementar principalmente de cuatro maneras, describiendo algunas situaciones que, pueden sustentarse desde algunas perspectivas de la modelación matemática en la literatura internacional como: modelando situaciones idealizadas, una modelación matemática dirigida, enunciados verbales o *Word Problems*, algunas relaciones entre matemáticas y cultura. En su documento el autor no se limitó a orientarse por una de ellas, si no que presenta una descripción de cada una y muestran sus posibilidades y limitaciones en el aula de clase.

Los enunciados verbales presentan diversas limitaciones frente a la capacidad para relacionar aspectos del contexto en el cual se desempeñan los estudiantes y la modelación dirigida puede limitar la creatividad de los estudiantes para detectar ciertos aspectos que intervienen en la situación u otras situaciones y del que podrían derivarse otras acciones matemáticas en torno al mismo contexto, además es conveniente que la modelación matemática ofrezca libertad a los estudiantes. (Villa-Ochoa, 2013a, p. 5)

Es así como desde una perspectiva global sobre la teoría de enseñanza y aprendizaje de la modelación, se identifica tendencias con relación a la modelación como:

- a) la modelación entendida como proceso, en la que se traduce un fenómeno real a términos matemáticos
- b) la modelación como una metodología de enseñanza y aprendizaje que permite al alumno aprender las matemáticas aplicadas a otras áreas del conocimiento
- c) la modelación matemática como una competencia, que permite el desarrollo de habilidades.

Desde este punto de vista, en este trabajo, la modelación se asumió como una metodología de enseñanza y aprendizaje que utiliza el proceso de modelación, realizándolo de forma consiente y autónoma, el cual se muestra a continuación.

2.1.2 Modelación Matemática.

La experiencia con modelación matemática llevó a Blum y Borromeo-Ferri (2009) a proponer una serie de etapas a desarrollar en el proceso de modelación, éste se muestra a continuación.

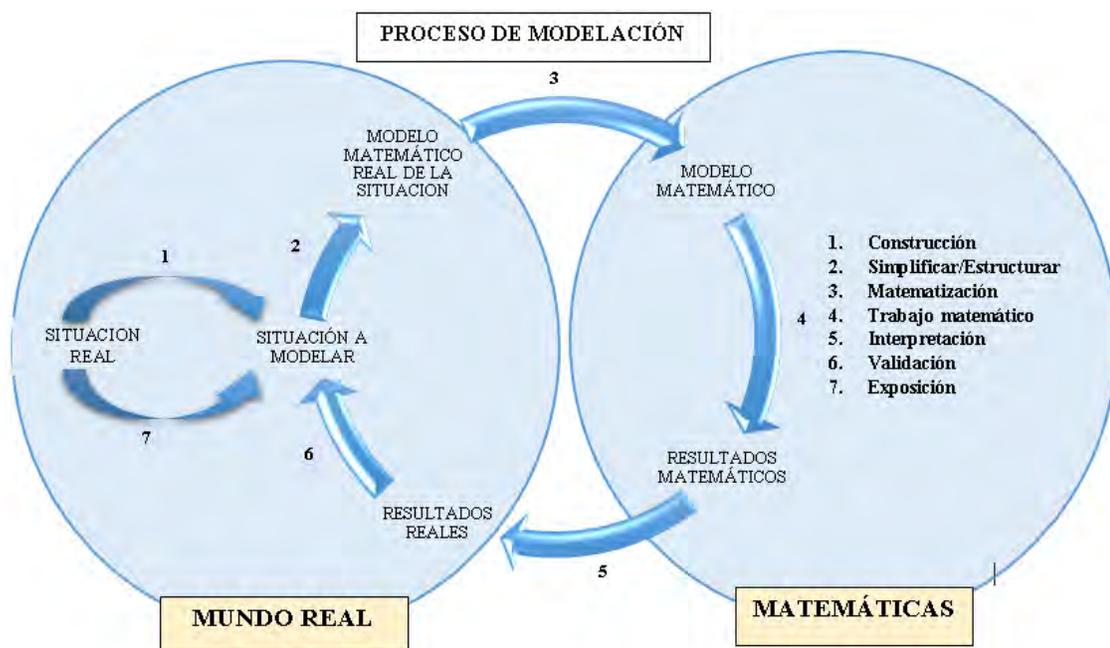


Figura 1 Proceso de modelación propuesto por Blum y Borromeo-Ferri (2009, p.2)

Para la construcción del modelo se inicia con la identificación de un problema o una situación en contexto, esta construcción se formula por etapas como: la experimentación, la abstracción, simplificación y la interpretación, posteriormente se da paso a la creación del modelo, al cual se le da solución con el fin de realizar análisis que sean necesarios; tales como: análisis de los resultados, verificación y validación del modelo a la luz del problema, revisión de la coherencia entre las conclusiones del modelo resultante y el fenómeno mismo; en este último se debe

validar el modelo, si éste no permite dar solución al problema planteado, se debe ajustar los datos y las variables para empezar nuevamente el ciclo de modelación, éste termina cuando el modelo encontrado cumple lo requerido. (Bustamante, 2012).

Agudelo (2013) menciona que “la modelación como metodología de enseñanza y aprendizaje se vale de situaciones que motiven a los estudiantes para que después de ser abordadas desde diferentes etapas didácticas, conduzcan a obtener modelos matemáticos que las validen y solucionen”. Es por ello que la delimitación del fenómeno que motive en el contexto de la modelación, es significativo en el éxito del proceso.

Por ello, en este apartado se precisan los conceptos de modelo, realidad y contexto, ya que al igual que la modelación matemática abarcan diferentes posturas.

- Blomhoj (2004) define un modelo matemático como una relación entre ciertos objetos matemáticos y sus conexiones por un lado, y por el otro, una situación o fenómeno de naturaleza no matemática
- Camarena (2010) afirma que un modelo matemático es aquella relación matemática que describe objetos o problemas de la ingeniería.

Para el desarrollo de la investigación se tuvo en cuenta la definición de modelo según lo expuesto por Biembengut & Hein (2004), quien menciona que se entiende un modelo matemático como el conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que representa de alguna manera el fenómeno en cuestión, en particular para un ingeniero es una herramienta que tiene diferentes objetivos como los mencionados por Romo (2009): dar una idea de algo, explicar un comportamiento y predecir sucesos.

Por otra parte, se requiere resaltar la importancia del termino realidad para este estudio, puesto que un ingeniero, como se lo ha mencionado anteriormente tiene que resolver problemas de la realidad, además para llevar a cabo la modelación matemática se considera un fenómeno real o artificial, en este caso fenómeno real, tal como lo afirma Cordero (2011) que un aspecto

importante en las actividades de la modelación lo constituye el concepto de realidad, ya que desde cualquier perspectiva se asume como base para la identificación y selección de fenómenos, situaciones o problemas que han de ser considerados para el trabajo en la clase de matemáticas. Cuando se habla de realidad las opiniones también son muy diversas, se tienen los siguientes conceptos.

Blum y Borromeo-Ferri, citados por Córdoba (2011) mencionan que la realidad se define como “el resto del mundo” desde este punto de vista la realidad incluye a la sociedad, la cotidianidad, la naturaleza, y las disciplinas científicas.

Para la investigación se tuvo en cuenta a Villa-Ochoa (2013b), donde asume la realidad en la modelación matemática como un sistema en el que se implican fenómenos y contextos, los cuales son observados y pueden ser estudiados o analizados matemáticamente por el modelador.

En la modelación el contexto es relevante puesto que los problemas de la vida real surgen en diferentes áreas del conocimiento y en diferentes contextos, por lo que se considera las siguientes definiciones

Pérez (2012) denomina contexto al conjunto de circunstancias y enunciados que envuelven a los objetos matemáticos, al ser presentado al estudiante, ya sean de forma material, generalmente involucradas con el entorno, o representaciones en forma simbólica que han de representar situaciones y entornos que se pueden relacionar con el problema propuesto (entorno social, personal, eventos, entre otros).

En Castro & Castro (2000) se señalan tres contextos (en el aula) en los que se puede realizar la modelación. El primero se refiere a resolver problemas en los cuales las operaciones matemáticas surgen como generalización de acciones reales. En el segundo contexto, el estudiante toma un problema de la vida real, lo organiza, estructura, a continuación determina la matemática relevante necesaria y, finalmente, resuelve el problema, es decir, el estudiante aplica a una situación real conceptos matemáticos de los que disponía previamente. En el tercer

contexto, el punto de partida es un problema de la vida real para el que se introducen y desarrollan nuevos conceptos matemáticos.

Para este estudio se tuvo en cuenta el segundo contexto definido por Castro & Castro (2000), por tal motivo es importante trabajar con la modelación matemática a través de proyectos, como una estrategia que ayuda al desarrollo de habilidades necesarias en la actualidad, la cual utiliza el proceso de modelación dando paso a un modelo matemático, lo cual según afirma Biembengut y Hein (2004) lleva al alumno aplicar conocimientos matemáticos a otras áreas, mejorar la capacidad para leer, interpretar, formular y solucionar situaciones problemas.

Dentro del aula de clase se presentan dificultades que impiden desarrollar un proceso de modelación de forma ideal, sin ningún inconveniente, referente a esto se menciona que:

“Existen múltiples factores en el aula de clase que limitan un desarrollo más amplio de la modelación matemática (cantidades amplias de estudiantes, currículos rígidos, poco tiempo, etc.). Sin embargo aparecen los proyectos de modelación, como una manera de emanciparse de ese tipo de condicionamientos impuestos por las realidades escolares” (Villa-Ochoa, 2013, p.5)

Los proyectos de modelación, consiste en un ambiente (Castilla & Vergara, 2013) en el que se crean las condiciones para que los estudiantes puedan elaborar y estructurar ideas, renovar tareas, desarrollar el ingenio, curiosidad y agilidad, para asociar ideas; hacer adaptaciones a la realidad, propiciar fluidez verbal y generar la independencia del pensamiento, de tal forma que digan lo que piensan con convicción, argumenten y expongan sus ideas (Aravena et al, 2008), además la participación y las diferentes interacciones que se establecen en los grupos de trabajo que pueden ser interpersonales e intrapersonales son parte clave de los proyectos, puesto que ayudan a la construcción de su propio conocimiento (Castilla & Vergara, 2013).

El trabajo con proyectos tiene como punto de partida, la selección de una situación real que esté acorde con la temática de estudio y se la pueda formular en términos matemáticos, en este caso una ecuación diferencial. Posteriormente se resuelve el problema a través del proceso de modelación (Aravena et al , 2008).

2.2 La Modelación en el Aprendizaje de las Matemáticas

La modelación matemática ha causado gran interés por expertos en educación matemática a nivel mundial, tiene gran acogida en las investigaciones por parte de las comunidades interesadas en mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, se reconoce que la modelación matemática debe estar presente en el currículo de los diferentes niveles educativos.

Actualmente a nivel universitario se encuentran objetivos donde se plantea que el estudiante deberá modelar problemas de su área de estudio y de otras especificidades, ya que en su desempeño como profesional se encontrará con problemas de este estilo, deberá abordarlos y darle solución. Aunque en algunas ocasiones en sus planes de estudio pasan por alto el acatamiento de la modelación matemática o si lo hacen solo se aproximan tratando de modelar teóricamente problemas que se presentan en los libros de texto, sin tener en cuenta la práctica de tipo experimental, donde el estudiante tiene un acercamiento con el fenómeno a modelar, en este caso se presenta una confusión ya que el docente tiene la idea de que modelar es tomar un problema práctico y encontrarle solución, para nada hace un acercamiento del estudiante con lo experimental, saltándose uno de los pasos que se debe cumplir para modelar matemáticamente, por lo cual la modelación que se hace en este caso es más de carácter teórico.

Para el caso de la modelación en los currículos Camarena (2011) menciona que ésta es uno de los temas que aparecen en el currículo oculto de los estudios universitarios, ya que se supone que el egresado debe saber modelar y en muchos planes y programas de estudio para nada se hace alusión al término “modelación matemática”; en otros currículos, dentro de los objetivos de los programas de estudio, se dice que el alumno deberá saber modelar problemas de otras áreas del conocimiento y en muy pocos currículos viene este término incluido en el temario de las asignaturas.

La modelación matemática es abordada por diferentes redes, grupos, asociaciones, congresos a nivel nacional e internacional resaltando la importancia de ella en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas como son:

- ICTMA (International Community on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications).
- RELME (Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa).
- Red MaCoCiencias (La Red Internacional de Investigación en Matemática en el Contexto de las Ciencias).
- CIAEM (Conferencia Interamericana de Educación Matemática).
- RECOMEM (Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática).

Así mismo al hacer algunas revisiones a libros de texto de matemáticas para ingeniería (Ver anexo 15), es común encontrar temas relacionados con la modelación por ejemplo en la obtención de un modelo a partir de fenómenos relacionados con la física, biología, química, economía, etc. Por otra parte se encontró que al analizar el currículo de la Universidad de Nariño, en carreras como las ingenierías se encontró que en la asignatura de Ecuaciones Diferencial se menciona a la modelación, sobre todo en la parte de aplicaciones (Ver Anexo 12, 13, 14).

A continuación se mencionan algunos argumentos que justifican la integración de la modelación a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Brito (2011, p. 137) menciona que las principales ventajas de trabajar con la modelación matemática son las siguientes:

- Propicia en el alumno una mejor comprensión de los contenidos desarrollados e incrementa el grado de interés del alumno por las matemáticas, debido a la aproximación con el área afín y su aplicación. Permite una mayor seguridad en el profesor para la conducción de la clase, pues puede determinar un tiempo para enseñar el contenido matemático, presentar ejemplos análogos y retornar al modelo director, resolviéndolo y evaluándolo.
- Favorece que el alumno: actúe/haga y no sólo reciba sin comprender el significado de lo que está estudiando: Que investigue, lo que es una actividad poco común a pesar de ser parte del currículo: que cree conocimiento y sentido crítico, principalmente en la

formulación y validación del modelo; que interactúe y se entere de los trabajos de los demás grupos y compañeros.

- Permite al profesor: estar más atento a las dificultades del alumno. Tomar conocimiento de los trabajos de manera gradual, en especial en el momento en el que orienta a los alumnos, y modificar sus criterios e instrumentos de evaluación.
- Posibilita que los futuros profesionales enfrenten problemas relacionados con su especialidad que potencien una visión de manera crítica, con el propósito de transformar la realidad circundante en aras de su mejoramiento, reforzando el desarrollo de uno de los modos de actuación de los profesionales de hoy en día que es la investigación.
- Potencia la integración de las diferentes estrategias curriculares en la enseñanza de las matemáticas, por cuanto el estudiante necesita del uso de las TIC, el dominio de otro idioma, de la formación medioambiental, de la formación económica, entre otros aspectos, para resolver problemas vinculados con la investigación y obtener soluciones adecuadas.
- Permite que el estudiante enfrente tareas que se le pueden presentar en su futura actividad como profesional.

Además afirma que al trabajar con la modelación matemática se espera desarrollar en el estudiante los siguientes aspectos:

- Integración de las matemáticas con otras áreas del conocimiento;
- Interés por las matemáticas frente a su aplicabilidad;
- Mejoría de la aprehensión de los conceptos matemáticos;
- Capacidad para leer, interpretar, formular y resolver situaciones-problema;
- Estimular la creatividad en la formulación y resolución de problemas;
- Habilidad en el uso de la tecnología (calculadora gráfica y computadoras).
- Capacidad para actuar en grupo;
- Orientación para la realización de la investigación;
- Capacidad para la redacción de esa investigación.

Blomhøj (2004) afirma que la modelación se justifica como un elemento de la enseñanza de la matemática, puesto que:

- Tiende puentes entre la experiencia vivida de los estudiantes y la matemática.
- Favorece el desarrollo de competencias tecnológicas para analizar, establecer y criticar modelos matemáticos.
- Favorece el desarrollo de competencias expertas y seculares.
- Produce motivación en los estudiantes a la hora de trabajar con situaciones relevantes y reales.
- Se crea un soporte para la construcción de significados a través de los contextos construidos.

Además según el anterior autor, la modelación matemática ayuda a los estudiantes a que establezcan raíces cognitivas, para así construir conceptos matemáticos; además de ello, desarrollar competencias como el análisis, la crítica del proceso de modelación y el posible uso de algún modelo en particular.

En uno de los trabajos de Rodríguez, et al. (2012), se llevó a cabo un estudio sobre el desarrollo de competencias de modelación, se estableció la importancia de la práctica de la modelación y su utilidad en el desarrollo de competencias: “El trabajo con la modelación matemática permite evidenciar algunas ventajas para el aprendizaje”, además menciona que las diversas actividades que los alumnos resolvieron basadas en modelación, llevaron al desarrollo de las seis competencias de modelación matemática mencionadas en este artículo.

Biembengut & Hein (2004) menciona que la modelación matemática es defendida en diversos países como método de enseñanza ya que permite al alumno no solamente aprender las matemáticas de manera aplicada a las otras áreas del conocimiento, sino también mejorar la capacidad para leer, interpretar, formular y solucionar situaciones problema.

Por otra parte se tiene a Córdoba (2011) quien menciona los siguientes beneficios de la modelación.

- Utilizar herramientas específicas (gráficas, tablas numéricas) y formas particulares para describir los hechos construyendo diversas versiones de éstos
- Construir argumentos a través de conjeturas y confirmaciones, basadas en la inducción como práctica
- Argumentar y validar versiones utilizando una coordinación de múltiples herramientas
- Desarrollar formas de predicción.
- Elaborar descripciones y explicaciones de nuevas experiencias utilizando conocimientos que tiene, derivados de otros contextos y frente a otras experiencias

Villa-Ochoa (2010) afirma que tanto Bassanezi (2002) como Blum y Borromeo-Ferri (2009) se encuentra argumentos que defienden el uso de la modelación; particularmente, estos dos últimos investigadores señalan que la modelación permite preparar a los estudiantes para ejercer una ciudadanía responsable y para participar de los desarrollos de una sociedad que cada vez requiere de mayores competencias en modelación. Así mismo menciona que estos investigadores agregan de manera general que la modelación permite:

- Ayudar a los estudiantes a comprender mejor los contextos en los cuales se desenvuelven.
- Apoyar el aprendizaje de las matemáticas (motivación, la comprensión, entre otros)
- Promover el desarrollo de algunas competencias y actitudes adecuadas hacia las matemáticas.
- Contribuir a una visión adecuada de las matemáticas.

Para complementar se tiene que Bassanezi (2002) citado por Cruz (2010), concibe la modelación como una abstracción de la realidad que permite generalizar y predecir. Este autor al igual que otros ha abordado el proceso de modelación como una estrategia didáctica con éxito, ya que, según lo menciona Cruz (2010) este tipo de actividades didácticas, aumenta la motivación en los estudiantes y además construyen conceptos matemáticos de una forma más comprensiva.

2.3 Modelación Matemática en Ingeniería

En Ingeniería además de los numerosos cálculos avanzados para diseños, es de importancia tratar de estudiar fenómenos físicos, por lo cual es necesario realizar una abstracción para poder estudiar el comportamiento y naturaleza de éste con el fin de describir, explicar o tratar de dar soluciones alternativas a los diferentes problemas que se generan en torno a estos. Por lo anterior es necesario hacer uso de conocimientos que nos brinda el campo de las matemáticas, herramientas teóricas que ayuda a comprender y explicar de una forma más adecuada y ordenada el comportamiento de un fenómeno, una de estas es la modelación matemática, que hace uso de modelos matemáticos los cuales son un elemento clave en la formación del ingeniero puesto que es un instrumento que le resulta de mucha utilidad a la hora de dar solución a determinados problemas, además de que le permite establecer la conexión entre las matemáticas y la realidad propia del contexto cotidiano, permitiendo al ingeniero un mejor desempeño académico y profesional dentro de la sociedad (Rendón, 2013). Por otra parte hay argumentos esenciales para defender la incorporación de la matemática en el currículo de los futuros ingenieros es que “ella constituye un modelo para variadas aplicaciones” y este proceso de modelación matemática debe enseñarse y practicarse desde los primeros niveles de estudio en las carreras de ingeniería (Cruz, 2010).

En el campo de la ingeniería se presenta una realidad que tiene que ver con la desvinculación de conocimientos de matemáticas, con las materias propias de ingeniería, esta realidad ha sido analizada en diferentes investigaciones, Brito (2011) menciona que se presenta una enorme brecha entre las habilidades matemáticas que requiere el ingeniero, vinculadas fundamentalmente a las actividades de modelar, interpretar, comunicarse en un lenguaje preciso, etc., y las habilidades que se forman en los cursos de matemática, que ponen su mayor énfasis en la actividad de resolver ejercicios de cálculo, lo anterior que se dificulta a los estudiantes integrar los cursos de matemáticas con las demás asignaturas de la carrera de ingeniería.

En torno a esta dificultad se ha tomado a la modelación matemática como estrategia que ayuda a minimizar la dificultad, sin embargo, al momento de dictar un curso se deja a un lado

este hecho, a pesar de que en los currículos mencionan que se debe trabajar con modelación, o si lo hacen, pero en la mayoría de los casos no lo realizan correctamente, se tiende a hacer una modelación teórica, es decir no interviene todo el proceso que involucra la modelación matemática sino que se realizan algunos de los pasos, olvidando uno esencial que es la experimentación.

Camarena (2010), afirma que la modelación matemática es uno de los temas que aparece en el currículo oculto de los programas académicos de estudios universitarios, en otros currículos, dentro de los objetivos de los programas de estudio, se dice que el alumno deberá saber modelar problemas de otras áreas del conocimiento y en muy pocos currículos viene este término incluido en el temario de las asignaturas. De hecho, en la mayoría de los casos no existe ninguna asignatura de la ingeniería que se aboque a elaborar modelos matemáticos. Además, se presenta otra situación para no realizar modelación matemática, resulta que los profesores de matemáticas sienten que este punto le compete a los profesores de los cursos propios de la ingeniería, mientras que estos últimos presuponen que los maestros de matemáticas son quienes deben enseñar al estudiante a modelar fenómenos o problemas de la ingeniería (Camarena 1990).

La anterior problemática influye de manera directa al ingeniero, tanto en su actividad laboral como en lo profesional, en el momento en que los egresados tratan de resolver un problema de la industria, se hace necesaria la modelación matemática y es donde se observa dificultades, ya que estos no han sido preparados para ello durante sus estudios universitarios (Camarena, 2010), además que el ingeniero recibió sus cursos de matemáticas por un lado y los cursos propios de ingeniería por otro de tal forma que en el momento de hacer uso de las dos áreas de conocimiento las estructuras cognitivas están desvinculadas, por lo anterior se quiere que los ingenieros realicen una articulación de conocimientos, es decir, tal como lo menciona Pérez (2007) la conexión conceptual entre los diversos saberes que conlleven a la comprensión de las matemáticas como un conjunto de saberes interconectados, que buscan propósitos específicos, como un gran cuerpo unificado de conocimientos, con el fin de que permita al estudiante y al profesional resolver diversos problemas de la vida cotidiana, que requiere de una alta habilidad

para articular elementos abstractos con una secuencia muy específica y así lograr la solución requerida.

Si bien lo anteriormente nombrado hace referencia a la práctica de la modelación en ingeniería, en la actualidad esta situación se presenta no solo en este campo si no en otras áreas de conocimiento, en otros programas académicos de educación superior donde es beneficioso la puesta en escena de la modelación, es por esto que este tema va adquiriendo una gran importancia en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Algunas experiencias hechas en cursos dictados en ingeniería como en otros campos, donde se hace uso del proceso de modelación, mostraron que este proceso puede ser más eficiente que el de trabajar simplemente con el método tradicional teoría-aplicación, donde los problemas propuestos por el profesor son casi siempre artificiales o son problemas propuestos al final de los capítulos de los libros de texto para procurar justificar la teoría recién enseñada (Rodney, Bassanezi & Biembengut, 1997), en general mediante la solución de ejercicios y problemas de cálculo analítico. Actualmente hay rechazo respecto a este método de enseñanza mecanicistas que sólo posibilita los problemas de cálculo analítico, situación que aún persiste en nuestras clases (García, 2004), lo que se busca es el desarrollo intelectual y el desarrollo de habilidades.

Este método de enseñanza tradicional es de carácter teórico y no hay una relación directa con la modelación como una herramienta necesaria para el quehacer profesional de un ingeniero, ya que para ellos es importante tener una fundamentación fuerte en el desarrollo de cierto tipo de habilidades de modelación, necesarias para su buen desempeño. El desarrollo de habilidades de modelación es un proceso largo que requiere de un sistema educativo, que proporcione elementos para que los estudiantes amplíen sus potencialidades de manera tal que le permitan pensar crítica e independientemente, es importante que se contemplen acciones en este sentido, con un concepto amplio de la modelación, para que en el nivel universitario o en el campo laboral puedan modelar situaciones que se les presenten.

Según García (2004) uno de los principales objetivos de la matemática en la educación superior, más específicamente en ingeniería es la de servir de instrumento de modelación a las

más variadas situaciones, pero para el logro de este objetivo se presentan dificultades en lo que respecta al desarrollo de habilidades en modelación como lo son las siguientes:

1. El concepto de modelo que tienen algunos profesores se limita a los modelos complejos que se ejercitan en los cursos o temas más avanzados como son los de ecuaciones diferenciales. Consecuentemente, se pierden oportunidades de desarrollar habilidades de modelación desde las primeras materias de Matemática.
2. No se dispone de un presupuesto de tiempo adecuado para el desarrollo de habilidades de modelación desde las primeras materias de Matemáticas, y por lo tanto, no hay sistematicidad en esta dirección.
3. Se dedica mucho tiempo al desarrollo de habilidades técnicas en los salones de clases, lo cual puede reducirse haciendo un buen uso de la computación.

Es por ello que la modelación es una parte esencial que debe implementarse en los cursos de matemáticas en ingeniería puesto que permite a los estudiantes desarrollar habilidades en modelación para estar mejor preparados frente a los posibles problemas que se le presenten en su quehacer laboral, además de poder desenvolverse de forma idónea dentro de una comunidad profesional y poder responder de forma satisfactoria desde su inicio como estudiante hasta el momento de estar dentro de la sociedad como futuro profesional.

3. ASPECTOS METODOLÓGICOS

La metodología a tratar admite un acercamiento al sujeto investigado, permite analizar los motivos que tienen los estudiantes para delimitar el fenómeno, teniendo en cuenta el contexto en que se llevó a cabo la investigación. Esta metodología empleada permitió el análisis de las habilidades de la modelación que se ponen en juego a través de proyectos basados en la modelación del fenómeno elegido por los sujetos a investigar, por medio de instrumentos que llevaron a cumplir con los objetivos planteados anteriormente, es por ello que este trabajo de grado se realizó bajo una metodología mixta, tanto cuantitativa como cualitativa.

Por el lado cuantitativo porque “Usa la recolección de datos para probar hipótesis, con base en la medición numérica y el análisis estadístico, para establecer patrones de comportamiento y probar teorías” (Hernández, Fernández & Baptista, 2010). Para este enfoque se recolectó información por medio de una encuesta denominada “Motivaciones que inducen a la elección de un tema de modelación matemática” y por medio de una rúbrica¹ denominada “Habilidades logradas con el desarrollo del proyecto de modelación”.

Por otro lado se consideró el aspecto cualitativo:

Que estudia la realidad en su contexto natural, tal y como sucede, intentando sacar sentido de, o interpretar los fenómenos de acuerdo con los significados que tienen para las personas implicadas. La investigación cualitativa implica la utilización y recogida de una gran variedad de materiales, entrevista, experiencia personal, historias de vida, observaciones, textos históricos, imágenes, sonidos – que describen la rutina y las situaciones problemáticas y los significados en la vida de las personas. (Rodríguez, Gil & García, 1996, p.1).

¹ Tabla rúbrica: la rúbrica es un instrumento de evaluación auténtica del desempeño de los estudiantes, guías precisas que valoran los aprendizajes y productos realizados, en las tablas que se presentan se desglosan los niveles de desempeño de los estudiantes en un aspecto determinado

Para hacer los respectivos análisis de este enfoque se recolectó información por medio de la entrevista y el diario de campo, realizado a los trece estudiantes de las diferentes ingenierías que cursaban la materia de ecuaciones diferenciales.

Con el fin de interpretar el contenido, se estableció unas categorías que se consolidaron tras haber revisado el material referente a la teoría de la conducta motivacional y las habilidades que se adquieren por medio de la modelación matemática. Para el desarrollo y cumplimiento de este estudio se tiene en cuenta lo siguiente:

Para lograr el primer objetivo se considera la entrevista puesto que permite expresar de una forma más amplia lo que llevó a los estudiantes a la elección del fenómeno, se complementó con la encuesta. Estos instrumentos son recomendados por Lewis (2003), quien menciona que los intereses de una persona, sus preferencias por ciertas clases de actividades y objetos pueden obtenerse de varias formas. Este autor afirma que el método más directo, es el simple hecho de preguntar a una persona ¿Qué le interesa? aunque este hecho tiene sus obstáculos, no obstante, menciona que los intereses expresados son mejores indicadores que la información menos directa.

Se utilizó una rúbrica y el diario de campo para cumplir el segundo objetivo basándose en el estudio realizado por Rodríguez et al. (2012), titulado “las competencias de modelación matemática para el aprendizaje del cálculo del volumen con apoyo de las Webquest.”, donde muestra la eficacia de estos dos instrumentos para hacer el análisis correspondiente, además se utilizó registros de audio y video de las entrevistas y de la socialización realizadas a cada grupo de trabajo, con el fin de complementar los respectivos análisis y se transcribieron para fundamentar los resultados obtenidos en la encuesta.

Posteriormente se realizó una codificación cualitativa en donde se consideró dos segmentos de contenido, se los analizó y comparó, si son distintos en términos de significado y concepto, de cada uno induce una categoría, si son similares, induce una categoría común con el fin de organizar, analizar, interpretar la información obtenida, mirar la evolución y el desarrollo de

habilidades que ha experimentado el grupo de trabajo con la implementación de la modelación a través de proyectos.

El trabajo de campo con los estudiantes se desarrolló a partir de las siguientes etapas, las cuales se fundamentan en un proyecto de investigación de Aravena et al. (2008), titulado “Modelos Matemáticos a través de proyectos”.

Etapa 1. Corresponde a la formación de los grupos, búsqueda y selección del tema de trabajo que sea de interés para el grupo, además en esta etapa respondieron a un cuestionario y a una entrevista que tiene que ver con los motivos que los llevó a delimitar el fenómeno.

Etapa 2. Esta etapa se divide a su vez en dos partes, a saber:

Proceso de Modelación

Para esta etapa se tuvo en cuenta el proceso de modelación descrito por Blum & Borromeo-Ferri (2009). Con el fin de identificar durante el proceso de modelación las habilidades que desarrollaron los estudiantes, haciendo uso de los instrumentos de análisis tales como: diario de campo y tabla rúbrica.

Socialización

El trabajo de proyectos finalizó con una sustentación, en la que los estudiantes expusieron los puntos que desarrollaron en el informe: (1) antecedentes que justifiquen la realización del proyecto; (2) justificación del problema y descripción de los objetivos; (3) metodología utilizada; (4) resultados y análisis; (5) conclusiones y proyecciones. El objetivo de esta etapa fue que los estudiantes comuniquen oralmente el proceso.

3.1 Diseño de la Investigación

El presente estudio se realizó con estudiantes de ingeniería de la universidad de Nariño que se encontraban cursando la asignatura de Ecuaciones Diferenciales, los cuales corresponden a diferentes ingenierías como: civil, electrónica y de sistemas, la recolección de datos se hizo en el aula tomando el rol del investigador como observador participante.

Para la realización de la práctica se considera trece alumnos y se forman cinco grupos, los cuales se agrupan libremente de acuerdo a su propio interés, se puede apreciar que los equipos de trabajo se forman con estudiantes que pertenecen a su mismo campo de investigación, es decir que estaban integrados por estudiantes de la misma carrera. En principio se realizó una encuesta, y una entrevista con el propósito de cumplir con la identificación de las motivaciones que tuvieron para escoger el fenómeno a modelar, esta encuesta fue validada por personas expertas en el tema, posteriormente durante el desarrollo del proyecto se les hizo entrevistas, material que fue recolectado en el diario de campo y para finalizar se aplicó la rúbrica con el fin de analizar las habilidades alcanzadas durante el desarrollo del proyecto.

3.2 Diseño de los Instrumentos de Análisis

3.2.1 Diseño de la Escala tipo Likert.

Con el propósito de dar cumplimiento al objetivo de identificar las motivaciones que tuvieron los estudiantes de ingeniería para escoger el fenómeno a modelar, se aplicó una escala tipo Likert, además se tuvo en cuenta la entrevista puesto que permite expresar de una forma más amplia los motivos que llevó a los estudiantes a la elección del fenómeno.

El nombre asignado a la escala tipo Likert es “Motivaciones que inducen a la elección de un tema de modelación matemática” para elaborar los ítems se tuvo en cuenta el artículo denominado “Motivaciones para el estudio en universitarios” (Tous & Medinas, 2007), donde aplica una escala tipo Likert que busca estudiar las motivaciones que tiene los universitarios y las variables que influyen, lo cual fue de gran utilidad para la elaboración del instrumento que se menciona en este apartado.

Adicionalmente se construyeron ítems orientados a recolectar información de las categorías de análisis, diseñadas para el estudio de las motivaciones que tuvieron los estudiantes de ingeniería, estas categorías son: razones por las que estudia el joven el fenómeno, que a su vez se divide en cuatro subcategorías; estudio, contacto familiar, colectivismo, realización, la segunda categoría es la efectividad de la motivación por el estudio, la tercera se denomina interés hacia la carrera, y la última valoración del sujeto de la influencia que recibe hacia la elección del problema, las definiciones correspondientes a cada categoría y subcategoría se encontraran en el capítulo que corresponde al análisis de resultados .

Una vez realizada la escala fue necesario validar este instrumento, mediante jueces expertos en el tema, para ello se consideró dos profesionales en el área de la psicología y dos en el área de matemáticas, para tal fin se tuvo en cuenta los siguientes criterios de evaluación.

- **Pertinencia:** califica al ítem en cuanto a su correspondencia con la categoría a la cual pertenece.

- **Unidimensionalidad:** El ítem debe estar dirigido a indagar un único aspecto.
- **Claridad:** El ítem debe estar redactado de tal manera que sea fácil de comprender.
- **Repitencia:** Analiza si el ítem se repite muchas veces.
- **Signo:** Define si el ítem expresa el aspecto positivo o negativo de la categoría.

En el anexo 6 se puede apreciar la calificación por parte de los jueces, se hizo modificaciones a dos ítems que tuvieron un puntaje entre 3,5 - 4 para que tuvieran mayor claridad e indaguen un solo aspecto, se quitaron tres que tenían puntajes cercanos a tres, estos tuvieron bajos puntajes en cuanto a indagar un solo aspecto y la claridad que tenían, se aceptan los ítems que obtuvieron una calificación promedio mayor de cuatro.

Los jueces que participaron en la validación del instrumento son el Dr. Freddy Hernán Villalobos, Docente y Director Grupo de Investigación Psicología y Salud (Universidad de Nariño), Psicólogo (Universidad de Nariño), Especialista en Estadística (Universidad Nacional de Colombia), Doctor en Psicología Clínica y de la Salud (Universidad Granada); el Mg. Christian Alexander Zambrano coordinador de los Laboratorios y Semillero de Investigación de Psicología (Universidad de Nariño), Psicólogo (Universidad de Nariño) Magister en Educación desde la Diversidad (Universidad de Manizales); Luis Javier Narváez, Docente (Universidad Mariana), Licenciado en Física y Matemáticas, Especialista en Computación para la Docencia y Magíster en Docencia Universitaria; Luis Felipe Martínez Patiño Especialista en Didáctica de la Matemáticas (Universidad Mariana) Magister en Pedagogías Activas y Desarrollo Humano (Universidad de Manizales).

A continuación en la Tabla 3 y la Tabla 4 ilustran las categorías, subcategorías y los ítems que la comprenden, la escala tipo Likert final se muestra en el anexo 7.

Tabla 3 Categorías que conforman la escala final “Motivaciones que inducen a la elección de un tema de modelación matemática”.

CATEGORIAS	SUBCATEGORIAS	ÍTEMS QUE LA COMPRENDEM
Interés hacia la carrera		<ul style="list-style-type: none"> • Porque me interesa la matemática • Porque se relaciona con las materias de mi carrera • Porque se aplica en mi carrera
Razones por las que estudia el joven el fenómeno escogido	Estudio	<ul style="list-style-type: none"> • Porque domino el tema • Porque es un deber • Porque quiero ver la relación de la matemática con otras ciencias • Para aprobar la materia • Para fortalecer mis conocimientos • Para aprender acerca del fenómeno
	Colectivismo	<ul style="list-style-type: none"> • Para ser útil al grupo • Para ayudar al grupo a que avance en el desarrollo del proyecto • Porque quiero aportar a la solución de problemas de la comunidad • Para enseñar a los compañeros • Porque me gusta trabar en grupo • Porque me mantiene relacionado con los demás • Porque quiero trabajar solo

		<ul style="list-style-type: none"> • Porque la imparte un buen profesor
	Contacto familiar	<ul style="list-style-type: none"> • Porque un miembro de mi familia conoce del tema • Porque un miembro de mi familia me lo ha aconsejado • Porque en mi casa hemos tenido que resolver problemas de este tipo
	Realización	<ul style="list-style-type: none"> • Deseo conocer más • Realizar algo novedoso • Porque quiero resolver el problema • Para ser reconocido por los demás
Efectividad de la motivación por el estudio en la actividad docente		<ul style="list-style-type: none"> • Porque el profesor me recomendó • Porque lo encontré en un medio de información (internet, libro, revista, etc.) • Por cumplir con las tareas asignadas por el profesor

Tabla 4 Categorías complemento de la escala” Motivaciones que inducen a la elección de un tema de modelación matemática”.

Categoría	Estima la influencia ejercida en el fenómeno a estudiar por parte de:	Positiva	Negativa	Ambivalente (ambas)	Ninguna
Valoración del sujeto respecto a la influencia que recibe hacia la elección del problema	Profesor				
	Compañeros				
	Familia				
	Medios de información.				
	Investigador				

3.2.2 Diseño de la Rúbrica.

Con el propósito de dar cumplimiento al segundo objetivo de indagar las habilidades de la modelación que se ponen en juego a través de proyectos basados en la modelación de fenómenos se aplica la rúbrica, además con el fin de complementar el análisis se utiliza el diario de campo.

El nombre asignado a la rúbrica es “Habilidades logradas con el desarrollo del proyecto modelación”, para elaborar las categorías se tuvo en cuenta el artículo “Módulo de Pensamiento Científico matemáticas y Estadística Saber Pro 2013-2” donde evalúa el pensamiento científico que desarrollan los estudiantes a lo largo de sus carreras universitarias, en particular, la competencia de comprender, comparar, utilizar o proponer modelos que permiten describir, explicar y predecir fenómenos o sistemas, establecida para la carrera de ingeniería. Para la elaboración de las categorías específicas se tuvo como base el artículo denominado “las competencias de modelación matemática para el aprendizaje del cálculo de volumen con apoyo en las Webquest” donde buscan identificar las competencias de modelación, que se logran desarrollar en el trabajo con alumnos, al calcular el volumen de un prisma, lo cual fue de gran

utilidad para establecer estas categorías y hacer el análisis de las mismas, para complementar el análisis de las categorías específicas se consideró el artículo “Papel de la Modelación Matemática en la formación de los ingenieros”, contribuyó a establecer los pasos a seguir en el proceso de modelación y relacionar estos pasos con las categorías específicas mencionadas.

Una vez realizada la Rúbrica fue necesario validar este instrumento, mediante jueces expertos en el tema, para ello se consideró dos profesionales en el área de Educación matemática, para ello se tuvo en cuenta los criterios que se utilizó en la escala tipo likert.

- **Pertinencia**
- **Unidimensionalidad**
- **Claridad**
- **Repitencia**
- **Signo**

En el anexo 16 se puede apreciar la calificación por parte de los jueces, se aceptan los ítems que obtuvieron una calificación promedio mayor de cuatro. Los jueces que participaron en la validación del instrumento son: Luis Javier Narváez, Docente (Universidad Mariana), Licenciado en Física y Matemáticas, Especialista en Computación para la Docencia y Magíster en Docencia Universitaria; Luis Felipe Martínez Patiño Especialista en Didáctica de la Matemáticas (Universidad Mariana) Magister en Pedagogías Activas y Desarrollo Humano (Universidad de Manizales).

A continuación en la Tabla 5 ilustra las categorías, categorías específicas y los pasos que la comprenden. La rúbrica final se muestra en el anexo 8.

Tabla 5 Categorías específicas que comprenden la rúbrica “Habilidades logradas con el desarrollo del proyecto de modelación”.

CATEGORÍAS	CATEGORÍAS ESPECÍFICAS	PASOS
Comprender qué es un modelo y cuál es su relación con un sistema o fenómeno dado.	Estructurar el campo o situación que va a modelarse	<ul style="list-style-type: none"> Definición del problema y sus objetivos Definición de la teoría que gobierna el problema
	Traducir la realidad a una estructura matemática	<ul style="list-style-type: none"> Descripción de la situación física en términos matemáticos
	Interpretar los modelos matemáticos en términos reales	<ul style="list-style-type: none"> Aplicación del modelo e interpretación de los resultados que ofrece. Comparación del modelo con la situación real.
Determinar las ventajas y limitaciones de utilizar un determinado modelo.		<ul style="list-style-type: none"> Estudio de las limitaciones del modelo.
Proponer o utilizar modelos para obtener información,	Trabajar con un modelo matemático	<ul style="list-style-type: none"> Solución matemática del modelo.
	Reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados	<ul style="list-style-type: none"> Comparación del modelo con la situación real.

hacer inferencias o predicciones.	Comunicar acerca de un modelo y sus resultados	<ul style="list-style-type: none"> • socialización
--	--	---

3.2.3 Diseño de Entrevistas.

Esta técnica se utilizó a manera de diálogo, con el hecho de preguntarle directamente a la persona, lo que les permitió a los estudiantes expresarse libremente, comunicar sus pensamientos en un lenguaje cotidiano, mostrando que sus intereses expresados tenían argumentos lo cual complementó la información obtenida.

Las preguntas se encaminaron a indagar las motivaciones que tuvieron los estudiantes al momento de elegir el fenómeno y argumentar aspectos relevantes de la escala tipo Likert, como los ítems que obtuvieron los más bajos y altos puntajes, también se encaminaban a indagar las habilidades de modelación que lograban desarrollar, donde se justificó los procesos de modelación que se alcanzaron durante el proyecto. Esta técnica, dio el carácter cualitativo a la investigación, complementando el carácter cuantitativo.

Las entrevistas “Motivaciones que inducen a la elección de un tema de modelación matemática” y la rúbrica “Habilidades logradas con el desarrollo del proyecto de modelación” se aplicó a diez de los trece estudiantes de las diferentes ingenierías que se encontraban cursando la materia de ecuaciones diferenciales, puesto que los tres faltantes tuvieron diversos problemas académicos como: cancelación de materia, cruce de horario y suplantación.

3.2.4 Tratamiento de la Información.

La escala tipo Likert permitió realizar un análisis cuantitativo con los datos, ya que a las opciones de respuesta se le asignaron valores como se muestran a continuación:

- Totalmente de acuerdo (TA) = 5
- De acuerdo (A) = 4

- Indiferente (I) = 3
- En desacuerdo (D) = 2
- Totalmente en desacuerdo (TD) = 1

De igual manera la rúbrica admitió hacer un estudio cuantitativo, se asignó los siguientes valores.

- Excelente = 5
- Satisfactorio = 4
- Aceptable = 3
- Insuficiente = 2
- Deficiente = 1

Lo anterior permitió hacer un estudio detallado de los datos, utilizando elementos estadísticos como el promedio que muestra el nivel de aceptación o rechazo de cada categoría o subcategoría. También se utilizó las medianas que permiten ver cuáles son y que tan significativas pueden ser las tendencias de respuesta por ítem que componen la categoría o subcategoría. Lo anterior admitió realizar las gráficas que dan mayor claridad a las deducciones obtenidas, permitiendo hacer un análisis más detallado de los resultados.

4. ANÁLISIS Y RESULTADOS

Es importante ver como la modelación matemática es defendida por diferentes autores que ven en ella la posibilidad de crear puentes entre las matemáticas y la realidad de cada persona, además se menciona que ésta ayuda a desarrollar la motivación en cada estudiante, pero no se ha encontrado investigaciones que hayan estudiado las motivaciones que se presentan al momento de trabajar con la modelación matemática, es por ello que uno de los objetivos que se planteó tiene que ver con este aspecto, pues se realizó un análisis de las diferentes motivaciones que tuvo cada estudiantes para delimitar el fenómeno a tratar. Por otro lado los autores mencionan que la modelación matemática favorece el desarrollo de competencias, lo cual se relación con la investigación puesto que se identificaron algunas competencias que se desarrollaron durante el trabajo con proyectos. A continuación se muestran los respectivos análisis y resultados a los objetivos que se planteó.

4.1 Análisis de las Categorías relacionadas con la Motivación que tuvieron los Estudiantes para elegir el Fenómeno a Modelar

En este capítulo se da a conocer el análisis de los resultados a través de los cuestionarios aplicados a los estudiantes de las diferentes ingenierías. Para corroborar esta información se anexan los análisis de las entrevistas a cada grupo de trabajo, examinando los ítems que más resaltan ya sean aspectos negativos o positivos.

Los elementos estadísticos utilizados para examinar la información son el promedio y la mediana, como se indicó en el capítulo dos. Para analizar cada gráfica se sumaron los porcentajes obtenidos por cada elección: TA (totalmente de acuerdo) y A (de acuerdo) las cuales son opciones de respuesta favorables y D (desacuerdo) y TD (totalmente en desacuerdo) son opciones de respuesta desfavorables.

Análisis de los datos obtenidos de la encuesta dirigida a estudiantes “intereses hacia el fenómeno escogido”, el objetivo de esta encuesta fue indagar sobre los motivos que tienen los estudiantes para elegir el fenómeno a modelar. Para ello se dividió la encuesta en cuatro

categorías: razones por la que estudia el joven el fenómeno escogido, efectividad de la motivación por el estudio en la actividad docente, interés hacia la carrera y valoración del sujeto respecto a la influencia que recibe hacia la elección del problema. La primera categoría a su vez se divide en tres subcategoría a saber: estudio, colectivismo, contacto familiar y realización.

4.1.1 Razones por la que el joven estudia el fenómeno escogido.

Esta categoría indaga los motivos por los que estudia el joven, el proceso de adquisición de conocimientos y su interés por los contenidos de la especialidad o hacia aspectos vinculados a la satisfacción de sus necesidades personales y/o sociales.

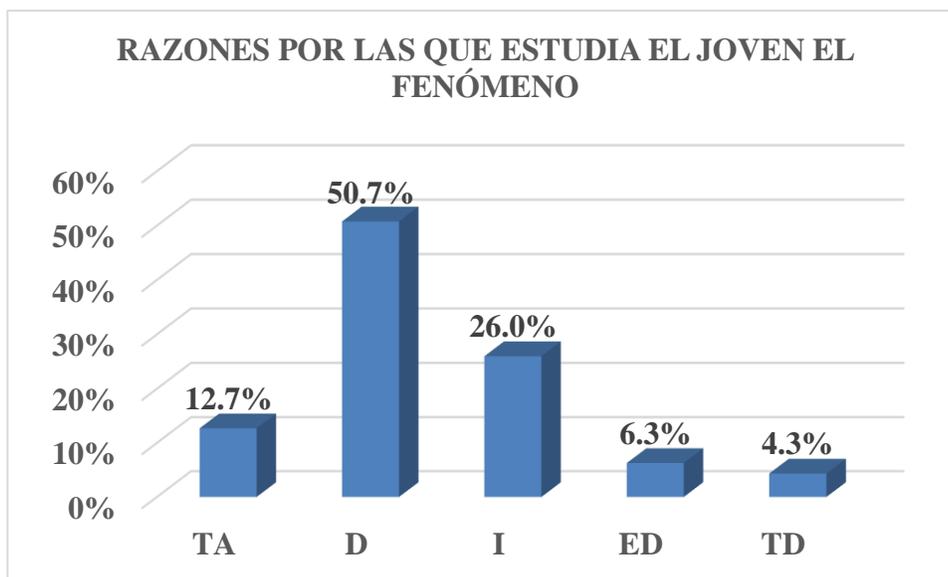
Se ha dividido en cuatro subcategorías que son las siguientes:

- **Estudio:** Cuando se alega que se estudia porque es su deber como estudiante, para cumplir con las exigencias del docente o porque manifiesta el gusto por el estudio.
- **Colectivismo:** Aquí se incluyen los deseos respecto a la delimitación del fenómeno para el grupo, incluido el sujeto.
- **Contacto familiar:** El sujeto expresa que recibe influencia de algún familiar para la delimitación del fenómeno.
- **Realización:** El motivo o la razón es su crecimiento intelectual, darle solución a un problema que le brinde solides en sus conocimientos.

Tabla 6 Estadística de los ítems que conforman la categoría razones por las cuales estudia el joven el fenómeno escogido.

SUBCA.	PREGUNTA	PROMEDIO	MEDIANA
Estudio	Porque domino el tema	3,9	4
	Porque es un deber	3,2	3
	Porque quiero ver la relación de las matemáticas con otras ciencias	4,1	4
	Para aprobar la materia	3,7	4
	Para fortalecer mis conocimientos	4,1	4
	Para aprender acerca del fenómeno	4	4
Colectivismo	Para ser útil al grupo	3,5	4
	Para ayudar al grupo a que avance en el desarrollo del proyecto	3,7	4
	Porque quiero aportar a la solución de problemas de la comunidad	2,8	3
	Para enseñar a los compañeros	3,4	3
	Porque me gusta trabar en grupo	3,5	3
	Porque me mantiene relacionado con los demás	3,1	3
	Porque la imparte un buen profesor	3,6	3
	Porque quiero trabajar solo	1,6	1,5
Contacto familiar	Porque un miembro de mi familia conoce del tema	1,4	1
	Porque en mi casa hemos tenido que resolver problemas de ese tipo	1,9	1,5
	Porque un miembro de mi familia me lo ha aconsejado	1,6	1,5
Realización	Deseo conocer más	4,2	4
	Porque quiero resolver el problema	4	4
	Realizar algo novedoso	3,5	3,5
	Para ser reconocido ante los demás	2,2	2

Gráfica 1 Razones por las que estudia el joven el fenómeno escogido.



En la gráfica 1 se muestra que alrededor de 64,0 % de los estudiantes tienen una actitud favorable en torno a las razones que tienen para elegir el fenómeno que van a modelar, ya sea por “realización” en cuanto al deseo de conocer más o por resolver el problema y por razones de su “estudio” ya sea para fortalecer, aprender, conocer o relacionar sus conocimientos con otras ciencias que ellos conocen. Este porcentaje se lo puede confirmar con los promedios y las medianas, (Ver Tabla 6), ya que en los seis ítems, más del 50% de las respuestas de la población están en el rango de “de acuerdo” y “totalmente de acuerdo”, además se debe tener en cuenta los seis ítems cuya mediana y promedio son bajos, como se muestran en la tabla anterior. Los motivos por los cuales no eligieron el fenómeno a modelar los estudiantes se encuentran en el rango de “desacuerdo” y “totalmente en desacuerdo” con un 32,0% aproximadamente, principalmente por razones de tipo “familiar”, es decir que los aspectos familiares no influyeron en la elección.

A continuación se detalla las opiniones de los estudiantes que consideran cuales fueron los intereses más importantes para elegir el fenómeno a modelar, también se muestran los desintereses, por los cuales no los motivó a hacer su elección. Estas entrevistas realizadas a cada uno de los grupos de trabajo permiten profundizar y entender mejor los valores estadísticos ya manifestados.

Grupo uno, conformado por Andrés y Juan, estudiantes de ingeniería de sistemas opinan al respecto:

Entrevistador: *¿Se interesaron en el fenómeno porque quieren ver la relación de las matemáticas y las otras ciencias?*

Andrés: *Sí, yo señale esa porque a mí me interesa, o sea yo pienso que las matemáticas van muy aparte de las ingenierías, sobre todo en los últimos niveles, pues uno mira todo eso, como unas ecuaciones inalcanzables, como algo que no se va a poder aplicar, entonces uno quiere saber dónde es que va hacer esto parte de mi carrera, donde es que lo voy a poder llegar aplicar, entonces por eso fue.*

Entrevistador: *¿Escogen el proyecto de modelación porque desean conocer más?*

Andrés: *Sí, entender la parte teórica de las matemáticas, la parte de ecuaciones sería interesante, lo que dice mi compañero, ver algo útil de las matemáticas en nuestro campo, porque en ingeniería de sistemas es algo poco lo que aplica las matemáticas.*

Juan: *Más que todo, lo que me he venido dando cuenta que la resolución de ecuaciones diferenciales aplicadas a nuestro campo, es cuando uno hace programas que resuelva ecuaciones diferenciales, o sea esa es como la aplicación en nuestro campo que más se le puede dar porque es lo que yo estaba buscando en internet y todo eso decía solucionar tal ecuación y mostraba tal algoritmo como se debe hacer y nosotros pues debemos implementar el algoritmo y pasarlo a un lenguaje de programación.*

Grupo dos, conformado por Marcela y Leandro estudiantes de ingeniería civil comentan:

Entrevistador: *¿El interés por la matemática tuvo que ver en la elección del fenómeno?*

Marcela: *Sí, pues nuestra carrera es matemáticas.*

Leandro: *Claro, se mira bastante lo que es matemático.*

Entrevistador: *¿Por qué les interesan las matemáticas?*

Marcela: *Es aplicable.*

Leandro: *O sea, si en la carrera se mira, digamos una ecuación pero realmente no se mira detalladamente.*

Entrevistador: *¿Escogen el fenómeno porque quieren ver la relación de las matemáticas con otras ciencias?*

Leandro: *Sí, es interesante saber eh, cómo funciona un ejercicio matemático con un caso real digamos.*

Entrevistador: *¿Por qué quieren fortalecer sus conocimientos?*

Marcela: *Porque así podemos comprender mejor y rendir más en el análisis, en nuestros estudios.*

Grupo tres, conformado por Hemir y Jhonny estudiantes de ingeniería civil, que mencionan lo siguiente:

Entrevistador: *¿Cómo vez la relación de las matemáticas con tu ciencia?*

Hemir: *Pues las matemáticas van de la mano con mi carrera, en todas las materias vemos matemáticas así sean aplicadas, sin embargo no vemos su origen, pero influyen mucho. Es a diario, son pocas las materias que uno ve teóricas.*

Entrevistador: *¿Qué quieren aprender acerca del fenómeno que han escogido?*

Henry: *Nosotros escogimos un fenómeno que es el vaciado de tanques, de pronto el trabajo que se genera al vaciarse un tanque, con nuestra carrera tenemos que ver mucho, sin embargo uno de los temas, las aguas que vemos en ingeniería civil tiene que ver mucho con las instalaciones hidrosanitarias en las viviendas, por esa razón queremos enterarnos. Tenemos tanques en la casa pero no nos damos cuenta que es lo que ocurre, solamente los usamos y ya, entonces es importante me parece ahora saber qué es lo que pasa ahí dentro.*

Grupo cuatro, conformado por Ángela Paz, David Noguera, Fabio Rubio estudiantes de ingeniería electrónica aportaron lo siguiente:

Entrevistador: *¿Cuál es la relación de las matemáticas con tu ciencia?*

Ángela: *La relación que tiene las matemáticas es mucha, completamente, o sea la base para nuestras carreras son las matemáticas sin ellas nos podríamos darle sentido a nada de lo que hacemos y de cierta forma nosotros tenemos como esa visión de que siempre tenemos que mirar en números la cantidad, las cosas. No podemos cualificar ese tipo de aspectos, no podemos decir que un circuito está bien si matemáticamente no lo da o no podemos decir que algo es eficiente si la eficiencia da menos del 40%. Pues es todo, para nosotros es todo, las matemáticas es el parámetro que nos permite decir si algo está funcionando bien o no.*

Fabio: *Existe cierta relación porque en si las matemáticas es. O sea trata de explicar todos los fenómenos que actúan en el mundo o en todo el universo practicante; entonces en nuestra carrera se ha dicho por ejemplo que un circuito se puede representarse en una ecuación y también una ecuación puede representar un circuito y así pues tienen hartas relaciones por que mediante las matemáticas se puede hacer el análisis circuital.*

Entrevistador: *¿Qué quieren aprender acerca del fenómeno que escogieron?*

Ángela: *La verdad nosotros escogimos la carga y la descarga de un condensador, es un dispositivo básico que nosotros utilizamos en los circuitos que permite regular de cierta forma un voltaje, para que no pase directo. Es ahí donde nosotros lo relacionamos directamente como con un circuito, al tanque de los de ingeniería civil; lo que permite almacenar energía en caso de que por ejemplo, cuando nosotros hagamos un circuito lo desconectamos él hace de que los dispositivos, reciban energía, la misma energía de la fuente pero en un tiempo transitorio, o sea que no sea un cambio brusco de energía o de voltaje.*

Mario: *O sea yo quisiera aprender la cuantificación del fenómeno, o sea pues llevarlo a números para realmente entender; pues a través del análisis matemático lo que de verdad pasa al momento de cargar y descargar el condensador.*

Grupo cinco, conformado por Johana y Daniela estudiantes de ingeniería civil que opinaron lo siguiente:

Entrevistador: *¿Qué les pareció más llamativo del fenómeno?*

Daniela: *En general lo que mi compañera dijo hace un rato que va muy ligado a la ingeniería civil entonces, nos va a servir en un futuro no muy lejano.*

En la gráfica 1 se puede ver que menos del 11% de los estudiantes, tienen una actitud desfavorable hacia los intereses para escoger el fenómeno a modelar, puesto que no recibieron influencia familiar. Esto se debe a que en ningún momento tuvieron influencias de un miembro de la familia, ya sea porque se encuentran solos en la ciudad, son los únicos que saben del tema o por el simple hecho de que no ven necesario comunicar o pedir su ayuda a pesar de que saben del tema. Además la elección no se realizó porque fue aconsejado por un miembro de la familia, porque alguien de ellos trabaja temas relacionados con el fenómeno elegido o por solucionar problemas de ese tipo que hayan tenido que resolver en casa, más que todo se limita a elegir el fenómeno por otros aspectos alejados de estos. Sobresalen en los comentarios de los estudiante que para su delimitación del fenómeno influyo asignaturas que estaban cursando, sin embargo

reconocen la importancia, utilidad y la aplicación de las matemáticas para dar solución a problemas de la vida real.

En cuanto a lo anterior se tiene las siguientes opiniones de algunos estudiantes que pueden complementar lo nombrado.

Entrevistador: *¿Escogen el fenómeno porque un miembro de su familia conoce del tema?*

Andrés: *No, mi familia nada, el único que estudia ingeniería soy yo, o sea que soy el único que conoce del tema.*

Juan: *En mi familia son muchos ingenieros pero ellos a la vez son enfocados en la parte práctica si, o sea nada que ver con las materias en sí, así como la parte académica, sino como la solución de los problemas que se presentan en la realidad.*

Entrevistador: *¿Alguien de su familia tuvo que ver con la elección del fenómeno?*

Marcela: *No, están lejos, porque uno no charla, la mayoría de estudiantes vivimos solos, entonces uno como que nos les comunica esos temas.*

Entrevistador: *¿Lo que los motivó a elegir su fenómeno es porque quieren reconocimiento?*

Marcela: *No, más que todo lo hicimos por aprender más, por conocimiento.*

Conclusión:

Los estudiantes de las diferentes ingenierías tienen intereses a la hora de seleccionar el fenómeno a modelar encaminados principalmente por que encuentran en éste, la conexión de las matemáticas con las otras asignaturas, en sus diferentes campos profesionales donde la matemática se convierte en una herramienta vital para dar solución a los diferentes problemas que se les presente. Es imprescindible la importancia de la matemática en sus carreras como se

mencionó en los diferentes argumentos dados por los estudiantes, para poder expresar en términos numéricos fenómenos reales y poder encontrar relaciones que ayuden a la comprensión, análisis y entendimiento de determinados aspectos de estas realidades por medio de las matemáticas, además que en los diferentes ítems de la categoría se ve una aceptación favorable en cuanto a los motivos de la elección del fenómeno en relación a aspectos académicos y principalmente de estudio, porque la matemática es una base para su carrera, permitiendo aprender, comprender temas matemáticos, además de la aplicación que tiene en su campo.

Por otra parte es notorio que por el lado del colectivismo no se ve una mayor atención por parte de los estudiantes puesto que no les interesa este tema, no ven influencia directa, simplemente les es indiferente estos aspectos y se limitan a realizar el proyecto de modelación sin prestar cuidado a la ayuda que le puede brindar al grupo de trabajo.

También se puede observar que el tema familiar no tuvo influencia en las motivaciones para la elección del fenómeno debido a que sus parientes no se encuentran junto a ellos, o porque generalmente no ven la necesidad de comunicar el trabajo que deben realizar, así ellos trabajen en el tema que han elegido, es decir son más independientes en el aspecto académico puesto que solo gira en torno al grupo de trabajo por el simple hecho de mirar la materia juntos.

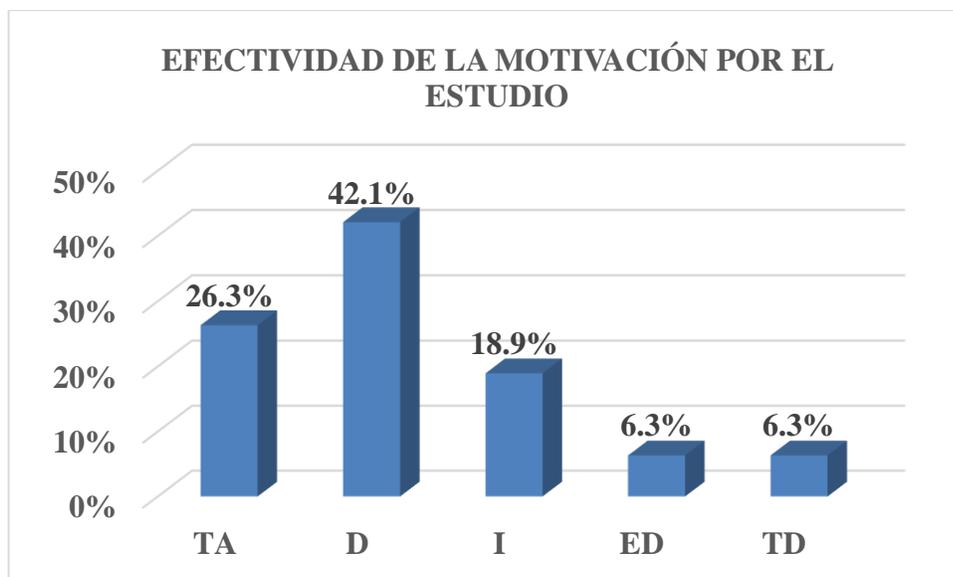
4.1.2 Efectividad de la motivación por el estudio.

Esta categoría examina si el estudiante se encamina a ser autodidacta, busca información en varias fuentes bibliográficas de forma independiente, participa en actividades científicas estudiantiles o de lo contrario se limita a responder a las exigencias mínimas de la actividad docente.

Tabla 7 Estadística de los ítems que conforman la categoría: Efectividad de la motivación por el estudio.

PREGUNTA	PROMEDIO	MEDIANA
Porque el profesor me recomendó el tema	2,5	2,5
Porque lo encontré en un medio de información (internet, libro, revista, etc.)	3,4	4
Por cumplir las tareas asignadas por el profesor	3,6	4

Gráfica 2 Efectividad de la motivación por el estudio.



La gráfica 2 muestra la efectividad de la motivación por el estudio, cuya estadística descriptiva brinda un interés favorable a toda la categoría con un 69,0% aproximadamente ya sea porque eligieron el fenómeno para modelar, la encontraron en un medio de información o porque es un deber de ellos hacer el proyecto de modelación, este porcentaje se puede corroborar con los promedios y las medianas de respuestas (Ver Tabla 7), ya que los dos ítems más del 67,0% de los estudiantes tienden a estar en el rango de “de acuerdo”, además se puede observar (Ver Tabla 7) que hay una decisión desfavorable en el ítem uno, puesto que su mediana y promedio está en el rango de “desacuerdo”, es decir no tuvo influencias el profesor en la toma de decisiones principalmente la mayoría de estudiantes escogieron el tema porque ya lo habían

tratado o por motivos individuales basados en su carrera y las asignaturas que se encontraban cursando o ya las habían cursado.

Enseguida se dará a conocer algunos argumentos de estudiantes que justifiquen y permiten profundizar y analizar más a fondo lo nombrado anteriormente.

Entrevistador: *¿El profesor tuvo alguna influencia para escoger el fenómeno a modelar?*

Andrés: *Mm no.*

Entrevistador: *¿Quién influyo?*

Andrés: *Principalmente porque yo sabía de esto y además pude investigar en internet.*

Jhonny estudiante de ingeniería civil opina:

Entrevistador: *¿De quién recibieron influencia para escoger el fenómeno?*

Jhonny: *Como últimamente hemos visto la rama de las aguas estamos más empapados en es., Porque hemos visto los últimos semestres hemos estado viendo aguas, eso puede ser una razón y la otra es que también que el profesor nos dijo que era un tema viable.*

Daniela estudiante de ingeniería civil argumenta:

Entrevistador: *¿Quiénes influyeron en la decisión de tomar el fenómeno?*

Daniela: *Pues personas no, lo investigamos en internet. Solo internet entonces ya lo encontramos y desarrollamos el tema.*

Conclusión:

La predisposición de los alumnos hacia las motivaciones en la elección del problema de modelación es indiferente, muy pocos de ellos lo encontraron en fuentes de información, y como se observó, el más utilizado fue la internet como se verificó en argumentos anteriores, dados por los estudiantes, estos temas fueron buscados y seleccionados de acuerdo a la conveniencia de cada estudiante en relación con las asignaturas que ya han cursado o en ese momento lo estaban haciendo. Por otra parte el interés de realizar el proyecto de modelación fue en gran medida como una especie de tarea que aportó y fue de gran beneficio para ellos, ya que permitió conocer más de temas relacionado con la matemática aplicada que posteriormente podría ser de utilidad en su futura carrera o labor profesional.

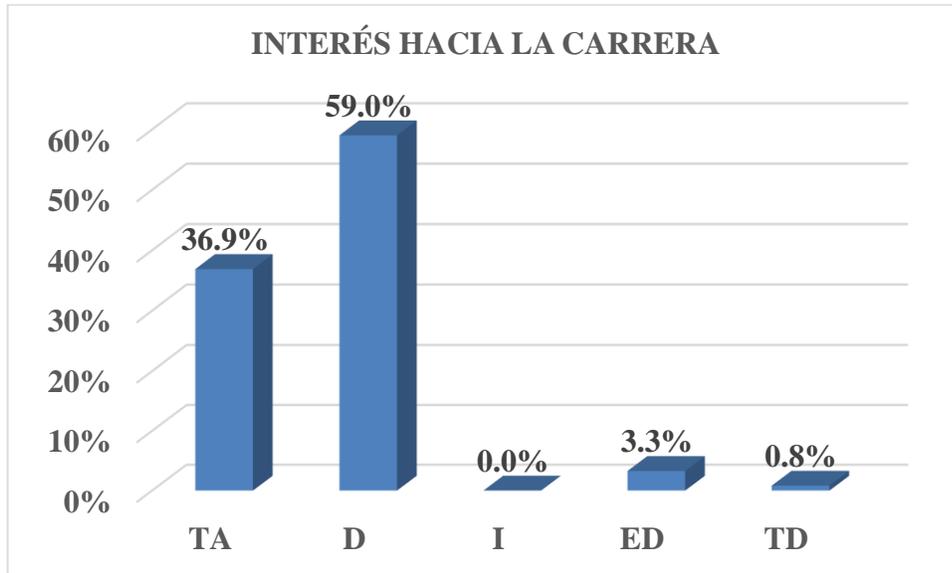
4.1.3 Interés hacia la carrera.

Esta categoría analiza la orientación y gusto hacia las asignaturas de la profesión y/o hacia otras asignaturas.

Tabla 8 Estadística de los ítems que conforman la categoría Interés hacia la carrera.

PREGUNTA	PROMEDIO	MEDIANA
Porque se aplica en mi carrera	4,2	4,5
Porque me interesa la matemática	3,6	4
Porque se relaciona con las materias de mi carrera	4,4	4

Gráfica 3 Influencia que tuvo el interés hacia la carrera para escoger el fenómeno a modelar.



En la gráfica 3 se muestra que aproximadamente el 95 % de los estudiantes aceptan que al momento de escoger el fenómeno para modelar estuvieron influenciados por el interés que tienen hacia su carrera, en el sentido que se aplica y se relaciona con su futura profesión. Este porcentaje se ratifica con la tabla de promedios y medianas (Ver Tabla 8), puesto que en los tres ítems que expresan las motivaciones que tuvieron los estudiantes para la elección del fenómeno en referencia al interés hacia la carrera, más del 66% de la población está en el rango de “de acuerdo” y “totalmente de acuerdo”.

A continuación se muestran algunas consideraciones de los estudiantes respecto a si el interés por su carrera los motivó en la elección del fenómeno a modelar.

Entrevistador: *¿El fenómeno que escogieron se relaciona con las materias de su carrera?*

Leandro: *Sí, porque el problema que planteamos es para un diseño de un acueducto para una población, entonces necesitamos ver cuanta población va a ver en cierto año a futuro, con eso, sabiendo la población a futuro pues, o sea podemos diseñar el acueducto, las tuberías, que caudal vamos a utilizar.*

Entrevistador: *¿Quién influyo en la elección?*

Marcela: *Tal vez la materia que estamos viendo ahora, acueductos, entonces escogimos el tema por eso porque es un tema reciente que estamos viendo, además lo vimos fácil porque estamos tratando este semestre, entonces por eso escogimos.*

Entrevistador: *¿Por qué escogieron el fenómeno q ustedes van a modelar?*

Daniela: *Por qué está relacionado con la carrera que las dos estudiamos y pues porque lo investigamos un poco y era pues sencillo de manejar.*

Entrevistador: *¿Eligen el fenómeno porque se aplica a su carrera?*

Juan: *Obviamente sí, claro es una aplicación a nuestra carrera, a lo que nosotros estamos viendo, parte de lo que es esto, ver la matemática desde el campo de la ingeniería de sistemas.*

Entrevistador: *¿el interés por la matemática tuvo que ver en la elección del fenómeno?*

Marcela: *Sí, pues nuestra carrera es matemáticas, entonces...*

Leandro: *Claro, se mira bastante lo que es matemático.*

Entrevistador: *¿Por qué les interesan las matemáticas?*

Marcela: *Es aplicable.*

Leandro: *o sea, si en la carrera se mira digamos una ecuación, pero realmente no se mira detalladamente.*

Entrevistador: *¿Por qué te interesan las matemáticas?*

Hemir: *Ahora lo último que hemos visto en las clases es que se pueden aplicar las matemáticas a la vida cotidiana, entonces en nuestra carrera ingeniería civil eso es lo que vemos a diario, vemos las cosas pero no sabemos el porqué de ellas, por esta razón me interesa las matemáticas.*

Ángela: *La verdad el interés por las matemáticas ha comenzado desde el colegio, tal vez los docentes que nos apoyaron en esa etapa de la secundaria permitieron que nos enfocáramos más en eso, en números, pero los números no tanto como contables, si no como ingenieros, si me doy a entender, la parte de la ingeniería es un amplio campo que nos permite evolucionar y darle sentido a cada cosa, o sea dejar de pensar en esa superficialidad en la que nos encontrábamos para darle el porqué de las cosas, entonces la matemática nos permiten eso, cuantizar o cuantificar todo lo que nosotros vemos y todo lo que nos rodea..*

Entrevistador: *¿Por qué te interesan las matemáticas?*

Jhonny: *Interés de las matemáticas es más que todo porque a veces no tenemos conocimiento de que las matemáticas influían demasiado en ciertas cosas, a veces uno tiene desconocimiento de eso, por ejemplo el tema que nosotros vamos a realizar, o sea son cosas que uno tiene en casa y uno a veces no piensan que las matemáticas interviene tanto en eso, por eso me llama mucho la atención descubrir esa parte de ellas, en este curso nos venimos a darnos cuenta de eso.*

Sin embargo en la gráfica 3 se muestra que el 5% de los estudiantes encuestados opinan que el interés por la carrera no los motivó en la elección del fenómeno, manifiestan desinterés por el estudio de ellas, declaran que no la aplican en su carrera, además que miran las matemáticas por un lado y los fenómenos propios de la ingeniera por otro. Esto se debe a que algunos de ellos no miran la matemática como una ciencia aplicada, por otra parte en los comentarios de los anteriores estudiantes consideran a la matemática interesante destacando su relación y aplicación en la carrera que estudian.

Para lo anterior se tiene los siguientes comentarios por parte de los estudiantes de las diferentes ingenierías.

Entrevistador: *¿Tuvo que ver el interés por las matemáticas en la elección del fenómeno?*

Andrés: *No*

Juan: *No, porque aplicativamente en la parte de ingeniería de sistemas uno no es tanto la parte matemática de ver esas variaciones sino solamente tomar las medidas y tomar aplicar un software que nos ayude a automatizar esto, es más mecánico en el software que hacerlo.*

Entrevistador: *¿Ustedes consideran que el tema que han escogido lo aplicaran en su carrera?*

Henry: *Es probable que no, nosotros iremos técnicamente a hacer lo que debemos hacer, pero no nos vamos a fijar puntualmente en eso de la ecuación para el vaciado de tanques como tal, vamos a ser las cosas técnicamente habladas. El montaje de ellos y ya. No creo que lo veamos mucho a fondo.*

Entrevistador: *¿Crees que lo que están haciendo lo van a aplicar en su carrera posteriormente?*

Ángela: *La verdad lo hemos mirado desde segundo semestre, pero nosotros, no sé, nos explican lo básico. Esto funciona así, tiene tantos tiempos transitorios, ustedes manéjenlos y aplíquenlos como ustedes puedan, pero a la hora de resolver una ecuación diferencial para ver ese fenómeno nunca.*

Conclusión.

Los estudiantes de las diferentes ingenierías están de acuerdo de que su interés por la carrera los motivó a hacer la elección del fenómeno que trabajaron, esto lo manifestaron al mencionar que hay relación y aplicación de las matemáticas a las diferentes ingenierías, lo que despierta su interés por el estudio de esta ciencia. Se ven motivados a escoger el fenómeno porque está relacionado con las asignaturas propias de la ingeniería que están cursando o han cursado, se puede apreciar cuando los estudiantes escogieron el fenómeno de acuerdo a su campo de estudio, para los estudiantes de ingeniería civil, los temas estuvieron relacionados con la

deflexión de vigas, vaciado de tanque y el diseño de acueductos teniendo en cuenta la población a futuro, los estudiantes de ingeniería electrónica escogieron fenómenos que tenían que ver con las cargas y descargas, los de ingeniería de sistemas eligieron el fenómeno relacionado con la temperatura que tiene un servidor.

Además se ven motivados a elegir el fenómeno por la aplicación que tiene en su carrera y en la vida cotidiana, manifiestan la importancia que tiene para ellos las matemáticas, consideran que están relacionadas con todo, les permite ver el porqué de las cosas, las pueden aplicar a la vida cotidiana, lo que despierta su interés y deseen conocer más de esta ciencia con relación a la ingeniería

Por otra parte algunos estudiantes manifiestan que las matemáticas no despiertan su interés ya que no miran su relación y aplicación con la carrera de ingeniería, ven las matemáticas aparte de su quehacer profesional, por un lado están las materias básicas (asignaturas de matemáticas) y por otro las específicas (asignaturas de ingeniería), se puede apreciar, que de esta forma vienen trabajando desde los primeros semestres, nunca tomaron una ecuación diferencial para analizar algún fenómeno real, aunque es importante mencionar que se rescata el actual curso (ecuaciones diferenciales) porque están mirando algunas de las aplicaciones que tienen las matemáticas en la vida cotidiana.

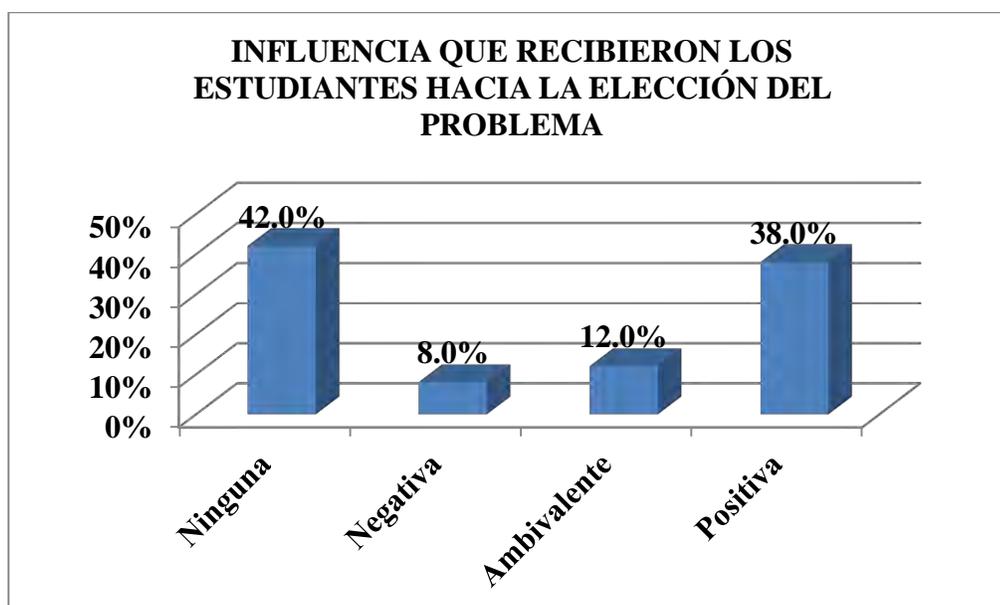
4.1.4 Valoración del sujeto respecto a la influencia que recibe hacia la elección del problema.

Esta categoría se centra en analizar si la valoración es positiva, negativa o ambivalente con respecto a la influencia ejercida por cada uno de los actores considerados posteriormente. La influencia ejercida puede ser valorada como positiva cuando el sujeto considera que resulta favorable y/o negativa cuando ocurre lo contrario, ambivalente cuando se produce una valoración que abarca ambas direcciones.

Tabla 9 Estadística de los ítems que conforman la categoría, valoración del sujeto respecto a la influencia que reciben los estudiantes hacia la elección del problema.

	Ninguna	Negativa	Ambivalente	Positiva
Investigador	4	0	1	5
Compañero	3	1	1	5
Familia	8	1	1	0
Medio de información	3	0	3	4
Profesor	3	2	0	5

Gráfica 4 Influencia que recibieron los estudiantes hacia la elección del problema.



En la gráfica 4 se puede observar que el 42% de los estudiantes de las diferentes ingenierías afirman que la valoración del sujeto respecto a la influencia que reciben los estudiantes, hacia la elección del problema, fue de “ninguna”, es decir que la mayor parte de los futuros ingenieros no tuvieron influencia por parte del investigador, compañero, profesor, familia, o algún medio de información, en la elección del fenómeno que trabajaron. Se puede apreciar (Ven Tabla 6) que la familia fue la población que menos influyó en la elección con un porcentaje del 80 %, al parecer los estudiantes no acostumbran a comentar su quehacer académico con su familia, además mencionaron que no tienen cerca a sus familiares lo que les impide comunicarles este tipo de aspectos.

A continuación se muestran algunos argumentos de los estudiantes frente a si recibieron alguna influencia de alguna persona para la elección del fenómeno.

Entrevistador: *¿Escogen el fenómeno a modelar porque un miembro de su familia conoce del tema?*

Juan: *No, mi familia nada, el único que estudia ingeniería soy yo, o sea que soy el único que conoce del tema.*

Andrés: *En mi familia son mucho ingenieros pero ellos a la ves son enfocados en la parte práctica sí, o sea nada que ver con las materias en sí, así como la parte académica, sino como la solución de los problemas que se presentan en la realidad.*

Entrevistador: *¿El profesor tuvo alguna influencia para elegir el fenómeno?*

Juan: *Mm no.*

Entrevistador: *¿Quién influyo?*

Juan: *Principalmente porque yo sabía de esto y además pude investigar en internet.*

Entrevistador: *¿Alguien de su familia tuvo que ver con la elección del fenómeno?*

Marcela: *No, están lejos, porque uno no charla, la mayoría de estudiantes vivimos solos, entonces uno como que no les comunica esos temas, no.*

Sin embargo en la gráfica 4 se muestra que un porcentaje significativo del 38% considera que ha recibido influencia positiva en cuanto a la elección del fenómeno que estudiaron, igualmente se puede observar (Ver Tabla 9) que las persona que tuvieron mayor influencia, según los resultados fue el profesor, compañero e investigador, con un porcentaje del 50% los tres, sin embargo los estudiantes mencionaron que los medios de información como el internet

también les ayudo a la delimitación, pues les sirvió para conocer a profundidad el fenómeno, definir su problema y obtener información del tema que querían estudiar, es decir fue un complemento para investigar el fenómeno que deseaban abordar.

Se muestran algunos comentarios donde mencionan que tuvieron de alguna forma influencia en la elección del fenómeno.

Entrevistador: *¿Quién influyo en la elección del fenómeno?*

Andrés: *Mm a mí me dio la idea Él (señala a Juan, compañero de grupo) y yo también he mirado esa materia y me pareció algo como atractivo, como donde en realidad se puede aplicar estos temas.*

Entrevistador: *¿De quién recibieron influencia para escoger el fenómeno?*

Jhonny: *Como últimamente hemos visto la rama de las aguas estamos más empapados en eso, porque hemos visto los últimos semestres hemos estado viendo aguas. Eso puede ser una razón y la otra es que también que el profesor nos dijo que era un tema viable.*

Henry: *La verdad es que nosotros hemos visto últimamente las aguas y las conexiones domiciliarias, aparte de eso el profesor nos dijo muchachos háganle, que no es un tema fácil pero que se puede conseguir. Se puede buscar en libros y se puede afianzar mucho, no se preocupen que ustedes pueden salir adelante con ese tema, así que fue motivante.*

Entrevistador: *¿Los motivó a escoger el fenómeno porque la imparte un buen profesor?*

Marcela: *Sí claro porque el no solo nos ha dado lo teórico sino en algunas clases nos ha mostrado la aplicabilidad que tiene, eso nos incentiva a investigar más.*

Entrevistador: *¿Quién influyo en la elección del fenómeno?*

Leandro: *Hahn, de ustedes que algo mencionaron sobre el crecimiento de población.*

Conclusión.

La mayoría de estudiantes de ingeniería civil, sistemas y electrónica consideran que la influencia para delimitar el fenómeno no tuvo que ver con el profesor, compañero, investigador, la familia o algún medio de información, ellos mencionan otros tipos de intereses como los que ya se han mostrado. El aspecto que marco menor influencia fue la familia, puesto que se encuentra fuera de la institución, los estudiantes la consideran un tema aparte que no tiene nada que ver con lo académico, a pesar de que algunos parientes conozcan el campo que quieren abordar o sean ingenieros, los estudiantes reconocen que no les comunican estos aspectos puesto que un profesional de ingeniería está encaminado a lo práctico y lo teórico no es de su interés.

Sin embargo, algunos estudiantes afirman que si obtuvieron influencia por alguna persona o algún medio de información, ya que después de elegir el fenómeno lo consultaron con el profesor y el investigador con el fin de obtener un visto bueno y poder abordar el tema elegido, al igual que el internet le fue de gran ayuda, puesto que les permitió obtener información del fenómeno elegido y complementar su proyecto.

4.2 Análisis de las Categorías relacionadas con las Habilidades de la Modelación Matemática.

En este capítulo se da a conocer el análisis de los resultados obtenidos para dar cumplimiento al segundo objetivo, el cual tiene que ver con indagar las habilidades de la modelación que se ponen en juego a través de proyectos basados en la modelación de fenómenos, se resalta los aspectos negativos y positivos que se observaron en el desarrollo de la investigación.

Para analizar cada gráfica se tuvo en cuenta los porcentajes obtenidos por cada opción: excelente y satisfactorio, las cuales son opciones de respuestas favorables, aceptable, insuficiente y deficiente son opciones de respuesta desfavorables.

Para hacer el análisis se consideró tres categorías, la primera es comprender qué es un modelo y cuál es su relación con un sistema o fenómeno dado, la segunda categoría es determinar las ventajas y limitaciones de utilizar un determinado modelo y la tercera categoría es proponer o utilizar modelos para obtener información, hacer inferencias o predicciones. Cada categoría está compuesta de algunas categorías específicas, la primera se compone de las diferentes competencias de modelación que se mencionan en Rodríguez et al, (2012).

Para hacer el análisis de los datos se consideró la rúbrica que estudia las seis categorías específicas y para complementar esta información se tuvo en cuenta el diario de campo, mostrando los aspectos más relevantes que se obtuvieron en el desarrollo del proyecto.

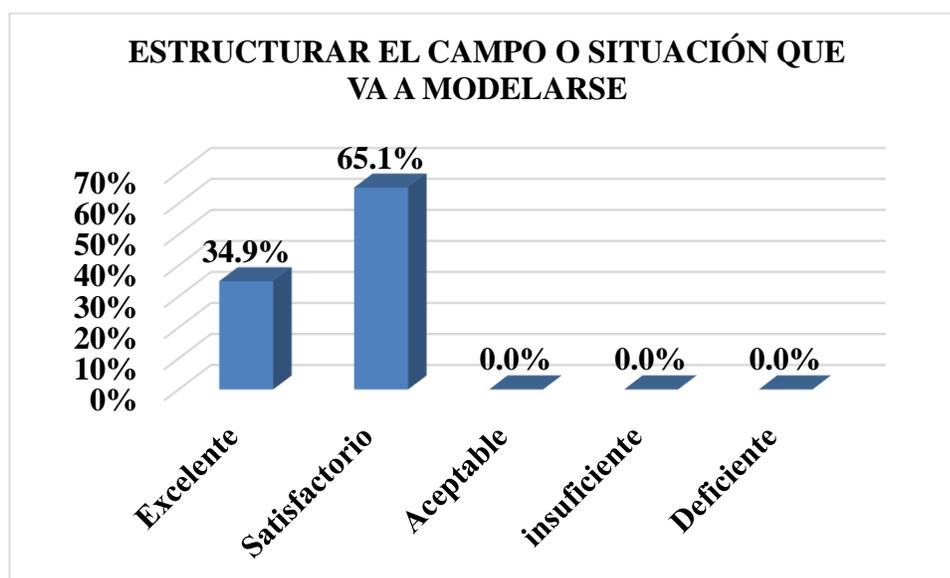
4.2.1 Comprender qué es un modelo y cuál es su relación con un sistema o fenómeno dado.

Comprende tres categorías específicas, a continuación se realiza el análisis respectivo.

4.2.1.1 Estructurar el campo o situación que va a modelarse.

Esta categoría indaga la habilidad para comprender la definición del problema, sus objetivos y definición de la teoría que gobierna el problema.

Gráfica 5 Logro de la competencia estructurar el campo o situación que va a modelarse.



La gráfica 5 muestra que los estudiantes estructuraron la situación a modelarse, con una totalidad del 100% los jóvenes tienden a estar en el rango de “satisfactorio”, es decir que todos lograron alcanzar esta competencia, durante el desarrollo del proyecto de modelación, los estudiantes definieron el problema, sus objetivos y establecieron la teoría que gobierna el problema.

Posteriormente se da a conocer algunos argumentos de estudiantes que justifican y permiten analizar lo mencionado anteriormente.

En cuanto a la definición del problema y sus objetivos el grupo uno planteó lo siguiente:

Diseñar una planta de potabilización o un acueducto, para el municipio de la unión. Para ello uno de los datos básicos es la determinación del caudal necesario para la población futura, el cual depende del número de habitantes y la producción industrial que tendrá la localidad al fin del periodo de diseño. Por lo cual el objetivo es determinar el número de habitantes a futuro en el municipio de la unión.

El grupo dos menciona:

El vaciado de un tanque unifamiliar se presenta continuamente en nuestras vidas, en cualquier parte donde del medio, cuando se rompe, lo cual es algo muy cotidiano. Por ello el objetivo es determinar el tiempo que se demora en descargar el agua de un tanque de reserva unifamiliar.

El grupo tres:

Un condensador permite el almacenamiento de energía y posteriormente previene una descarga eléctrica, ésta previene que cuando haya cambios bruscos de voltaje no se dañe el circuito eléctrico, solo se daña o incide todo ese voltaje en el banco de condensadores, para estar atentos a una emergencia el objetivo es determinar el tiempo máximo en que demora un condensador en cargarse y descargarse.

El grupo cuatro:

Mantener un control ambiental de la temperatura en un data center para que éste no se dañe, para ello el objetivo es analizar la rapidez con la que cambia la temperatura de un servidor en un data center.

Por otra parte en cuanto a la definición de la teoría que gobierna el problema, los grupos presentaron lo siguiente:

Grupo uno:

Modelo de Malthus: el crecimiento de una población se puede considerar como un proceso continuo, cuya velocidad de aumento es proporcional a la población ya existente.

Grupo dos:

Ley de Torricelli: estudia el flujo de un líquido contenido en un recipiente, a través de un pequeño orificio, bajo la acción de la gravedad.

Grupo tres:

Ley de OHM: establece que la diferencia potencial V que aparece entre los extremos de un conductor determinado es proporcional a la intensidad de la corriente I que circula por el citado conductor. Ohm completo la ley introduciendo la noción de resistencia eléctrica R ; que es el factor de proporcionalidad que aparece en la relación entre V e I .

Grupo cuatro: este grupo tiene en cuenta dos leyes.

Ley de Enfriamiento y Calentamiento de Newton: la razón con la que cambia la temperatura de un objeto es proporcional a la diferencia de su temperatura y la temperatura del medio que las rodea (temperatura ambiente).

Ley de Arrhenius: la vida de un componente o material se reduce a la mitad por cada $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ de aumento en la temperatura; aplicado inversamente: por cada $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ de disminución de temperatura, la vida útil de un semiconductor se duplicará.

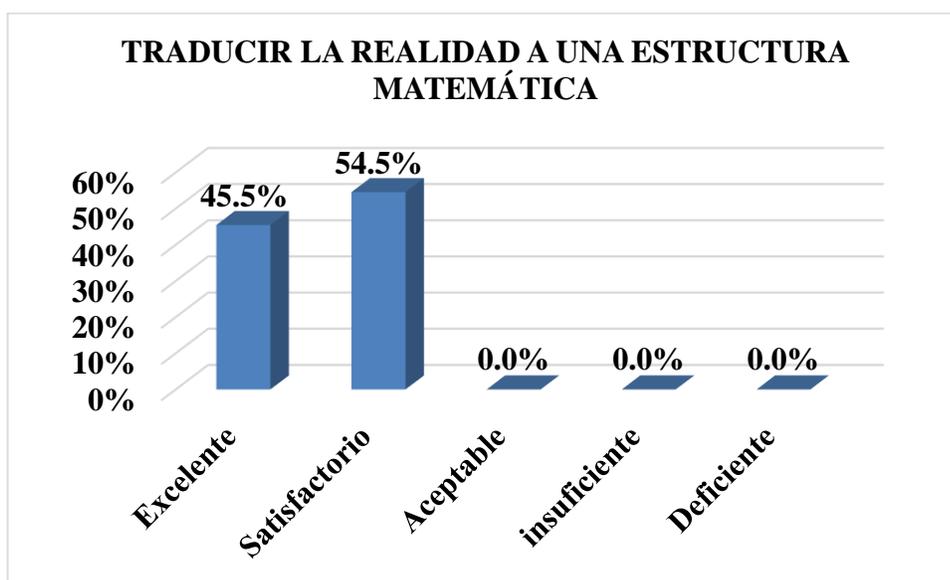
Lo anterior da a conocer que los estudiantes de ingeniería definieron el problema, sus objetivos y concretaron la teoría que gobierna el problema, lo cual muestra que se logró desarrollar la categoría específica de estructura el campo o situación a modelar. Los estudiantes manifestaron dificultad al momento de plantear el problema, ya que se observó influencia de

los ejercicios típicos que muestran en los libros, no tenían en cuenta la realidad, una vez definido el problema tuvieron dificultad al momento de definir la teoría matemática, fue necesario recurrir a medios de información como internet y libros.

4.2.1.2 Traducir la realidad a una estructura matemática.

Esta categoría está relacionada con la descripción de la situación física en términos matemáticos.

Gráfica 6 Logro de la competencia traducir la realidad a una estructura matemática.



En la gráfica 6 se puede ver que el 100% de los estudiantes presentan satisfacción hacia el logro de la competencia “traducir la realidad a una estructura matemática” puesto que durante el proceso de realización del proyecto se observó que los estudiantes respondían y entendían de manera satisfactoria el cómo se relacionaba la ecuación diferencial, que utilizaban para modelar el fenómeno real con cada una de las variables y expresiones. A continuación se presenta argumentos realizados por los estudiantes para verificar lo mencionado.

Grupo uno argumenta lo siguiente:

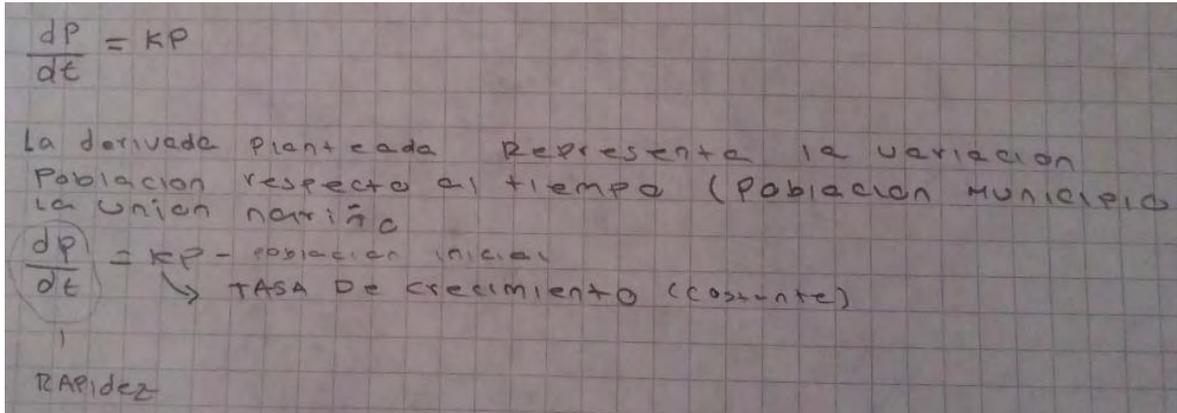


Figura 2 Argumento de lo que representa la ecuación diferencial para el grupo uno.

Grupo dos presenta lo siguiente:

Con respecto a la ecuación diferencial utilizada los estudiantes escribieron lo siguiente en el proyecto final realizado por ellos:

Variación del volumen:

$$\frac{dv}{dt} = TE - TS$$

$$TE = 0 \text{ y } TS = k \cdot a \cdot v$$

K= Constante propia del orificio

a= Área del orificio

v=Velocidad con la que sale el liquido

$v = \sqrt{2gy} \Rightarrow$ por conservación de la energía de Torricelli.

$$\frac{dv}{dt} = 0 - TS = k \cdot a \cdot v = -k \cdot a \cdot \sqrt{2gy}$$

$$dv = A(y)dy \Rightarrow \text{reemplazando}$$

$$A(y) \frac{dv}{dt} = -k * a * \sqrt{2gy}$$

Ecuación diferencial para solucionar cualquier problema de vaciado de tanques.

La ecuación anterior depende de $\frac{dv}{dt}$.

Posteriormente en forma escrita argumentaron lo que para ellos representa la derivada de la siguiente manera:

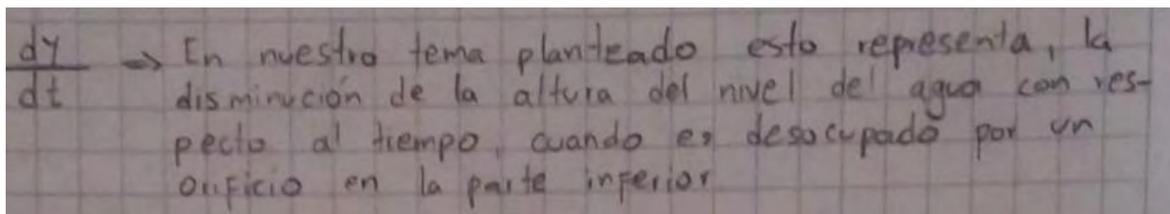


Figura 3 Argumento de lo que representa la ecuación diferencial para el grupo dos.

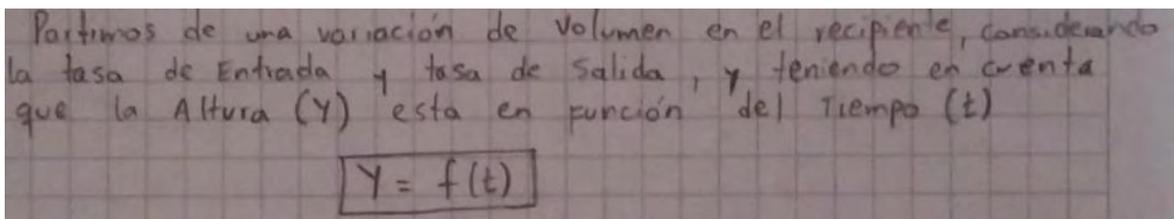


Figura 4 Argumento de lo que representa la ecuación diferencial para el grupo tres.

Además durante la socialización argumentaron lo siguiente:

Johny: Vamos a obtener una variación de volumen, nos dice esto que vamos a obtener un diferencial de volumen que depende de tiempo, este diferencial de volumen va a ser igual a una tasa de entrada menos una tasa de salida.

Hemir: se quiere saber en cuanto tiempo se desocupa el recipiente en una altura dada y con un orificio por donde sale el agua. Significa que la altura va a ser Y que va a ser en función del tiempo.

Grupo tres:

Los estudiantes utilizaron dos ecuaciones diferenciales, la primera, que indica la carga de un condensador, presentaron lo siguiente:

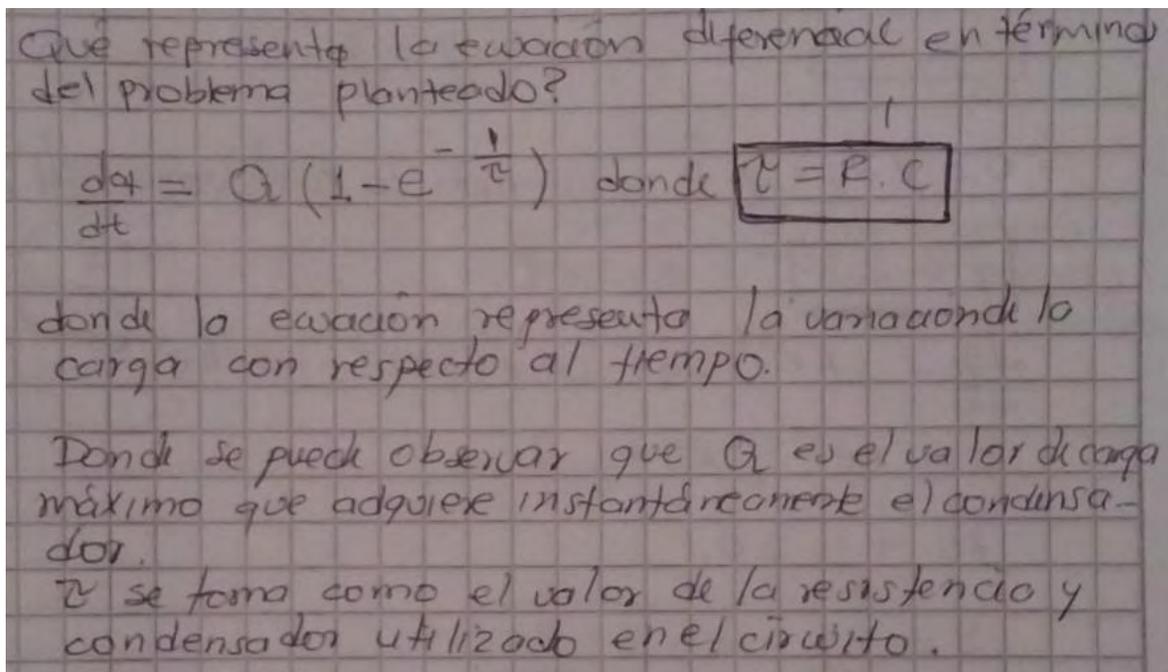


Figura 5 Argumento complemento de lo que representa la ecuación diferencial para el grupo tres.

Además en el trabajo realizado explicaron de una manera más uniforme y clara el significado de la ecuación diferencial, así muestran lo siguiente:

La intensidad disminuye exponencialmente con el tiempo, hasta que se hace cero cuando el condensador adquiere la carga máxima.

La cantidad RC que aparece en el denominador de t se denomina constante de tiempo de circuito. Este representa el tiempo que tomara a la corriente para decrecer hasta $1/e$ de su valor inicial.

Al situar el interruptor S en la posición 1, la carga del condensador no adquiere instantáneamente su valor máximo Q , sino que va aumentando en una proporción que depende de la capacidad C , del propio condensador y de la resistencia, conectada en serie con él.

Por tanto la cantidad de carga que tendrá ese condensador en función del tiempo transitorio del circuito será:

$$q = Q(1 - e^{-\frac{t}{R.C}})$$

En cuanto a la segunda ecuación diferencial que se presentó para modelar la descarga de un condensador muestran lo siguiente.

Descarga de un condensador

Una vez que se tiene cargado el condensador, situamos el interruptor S en la posición 2, de forma que el condensador se desconecta de la batería. En esta situación el condensador va perdiendo paulatinamente su carga y su expresión de cálculo es:

$$q = Q \cdot e^{-\frac{t}{R.C}}$$

Siendo Q , la carga máxima que tenía al principio, antes de desconectarlo de la batería por medio del interruptor.

Grupo cuatro:

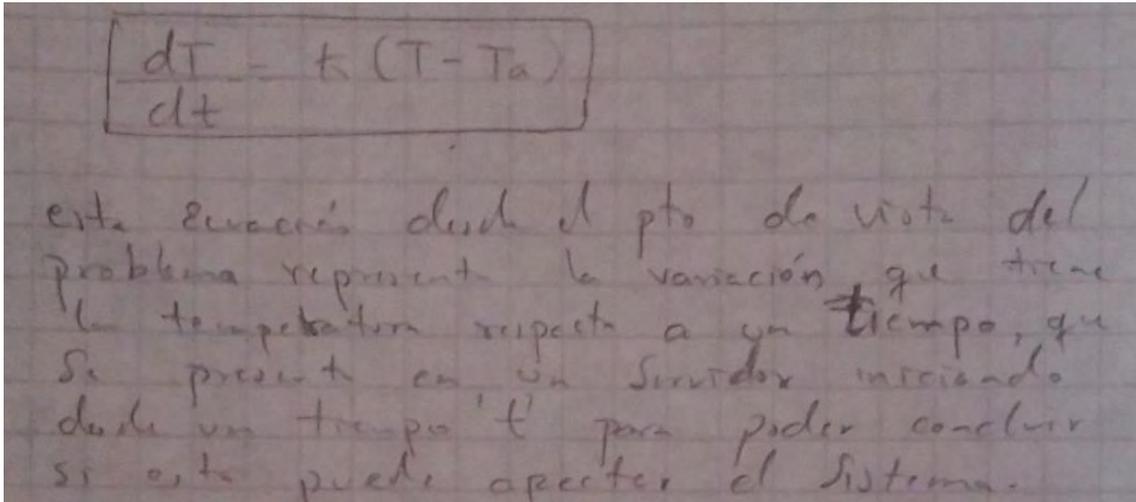


Figura 6 Argumento de lo que representa la ecuación diferencial para el grupo cuatro.

Donde cada variable de la ecuación diferencial según el trabajo escrito que mostraron representa:

$\frac{dT}{dt}$ = Representa la rapidez del enfriamiento o calentamiento.

T = Es la temperatura instantanea del cuerpo.

K = Es una constante que define el ritmo de enfriamiento o calentamiento .

Tmedio = Es la temperatura ambiente .

Además, en cuanto a lo que representa la derivada, agregaron lo siguiente:

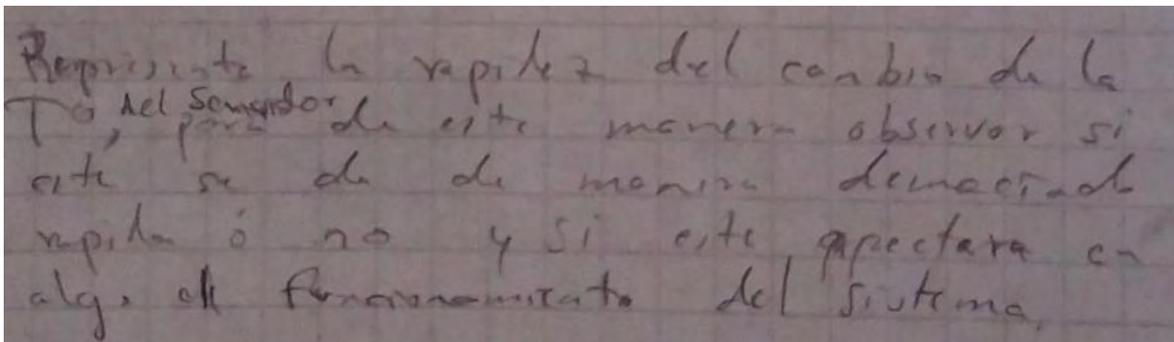


Figura 7 Argumento complemento de lo que representa la ecuación diferencial para el grupo cuatro.

Grupo cinco:

A continuación se muestran algunas explicaciones de lo que representa para este grupo en términos reales el modelo matemático

La ED es:

$$EI y'' = \frac{wx^2}{2} - \frac{wLx}{2}$$

donde,

E = Módulo de elasticidad de Young (depende del material)
 I = Momento de inercia.
 w = Peso
 L = longitud de la viga.

La ecuación diferencial representa la deformación que sufrirá la viga hasta llegar al punto máximo de deflexión.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \text{Variación de la deflexión inicial a la deflexión final.}$$

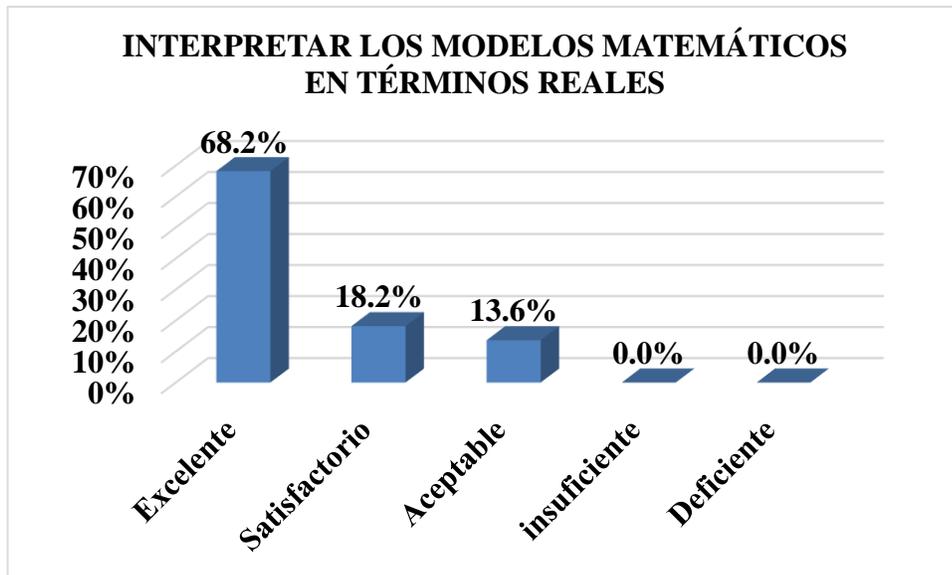
Figura 8 Argumento de lo que representa la ecuación diferencial para el grupo cinco.

Los grupos de trabajo durante el desarrollo del proyecto, fijaron claramente la teoría que giraba en torno al problema que escogieron, con la finalidad de dar solución a éste. Como se puede dar cuenta con anterioridad se trata de comprender y entender el significado que quiere expresar cada término, inmerso en cada uno de los modelos matemáticos utilizados, comprender y entender el significado de cada ecuación diferencial y como ésta puede dar solución a sus problemas planteados, mediante el uso de datos reales tomados de su contexto.

4.2.1.3 Interpretar los modelos matemáticos en términos reales.

Esta categoría se refiere a la aplicación del modelo e interpretación de los resultados que ofrece, y comparación del modelo con la situación real, para el análisis de esta categoría se estudia los dos ítems mencionados.

Gráfica 7 Logro de la competencia interpretar los modelos matemáticos en términos reales.



En la gráfica 7 se puede observar que alrededor del 86,4 % de los estudiantes, durante el proceso de realización del proyecto de modelación presentaron un nivel favorable en cuanto al desarrollo de esta competencia específica, los estudiantes trabajaron con problemas reales de su contexto, todos los grupos eligieron fenómenos que se aplicaban en su campo de estudio, tomaron datos reales los cuales usaron para verificar el modelo utilizado y llegar a realizar los análisis requeridos, cerca del 14% tuvieron un nivel aceptable puesto que algunos llegaron a los resultados pero no con mucha claridad. En los argumentos presentados a continuación, se puede apreciar lo realizado en este apartado por cada uno de los grupos.

Grupo uno:

Este grupo de trabajo utilizó datos obtenidos de DANE para calcular la población futura del municipio de la unión Nariño. Tomaron las condiciones iniciales de $P_0 = 2796$ para $t_0 = 0$ (1951), $P_1 = 10348$ para un $t_1 = 42$ (1993 – 1951) . Reemplazando en la ecuación diferencial obtienen

$$P_{(t)} = P_0 e^{kt}$$

$$P_{(t)} = 2796 e^{kt}$$

Con la anterior ecuación y el valor usando la condición inicial P_1 calculan el valor de k

$$k = \frac{\ln P_1 - \ln P_0}{t_1}$$

$$k = \frac{\ln 10348 - \ln 2796}{42}$$

$$k = 0,031$$

Así tienen que la ecuación que describe la variación de la población en cualquier tiempo t es:

$$P_{(t)} = 2796 e^{0,031t}$$

Se necesita saber cuál va a ser la población futura dentro de 20 años por lo que utilizaron la anterior ecuación obteniendo como resultado.

$$P_{(20)} = 5197,56$$

Grupo dos:

Los datos que utilizaron para obtener resultados son:

Altura designada por la letra H, diámetro designado por la letra D, radio designado con la letra R y la constante propia del orificio de salida designada por K.

Luego H= 52 cm; D=46cm, por lo tanto el radio será R= 23cm y K=1

La ecuación que modela el fenómeno real es:

$$t_{(vaciado)} = -H^{\frac{1}{2}} * \frac{2\left(-\frac{\pi \cdot R^2}{H^2 \cdot K \cdot a \cdot \sqrt{2g}}\right)}{5}$$

$$t_{(vaciado)} = -52^{\frac{1}{2}} * \frac{2\left(-\frac{\pi \cdot 23^2}{52^2 * 1 * 5,067 * \sqrt{19,62}}\right)}{5}$$

$$t_{(vaciado)} = 213,7seg$$

Solución teórica =213,7seg = 3,56 min

Así el tiempo en que se demora en vaciar el tanque anteriormente nombrado con sus especificaciones es de 3,56 minutos.

Grupo tres:

Para la realización del proyecto utilizaron los siguientes datos reales:

Carga máxima del condensador (Q)

$$Q = C.U = 20.10^{-6}(2.10^{-3}) = 4mC$$

Además R.C tiene un valor de:

$$R.C = (0,5.10^6)(20.10^{-6}) = 10s$$

Ecuación que modela la carga de un condensador:

$$q = Q.(1 - e^{-\frac{t}{R.C}})$$

Ecuación que modela la descarga de un condensador:

$$q = Q.e^{-\frac{t}{R.C}}$$

A lo cual una integrante de este grupo concluye:

Ángela: la carga y la descarga del condensador son proporcionales a 5 taos, ahí es donde se determina que 5R.C es igual al tiempo total en el que se carga y descarga este condensador.

Grupo cuatro:

Los estudiantes trabajaron con los siguientes datos reales:

Temperatura inicial: T=22°C en t=0

Y en t=4 min la temperatura Final: T=24°C

Temperatura ambiente: Ta=20°C

Al remplazar en la ecuación diferencial que modela el fenómeno real resulta:

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_a)$$

$$\frac{dT}{dt} = k(T - 20)$$

$$\frac{dT}{T - 20} = k dt$$

$$\int \frac{dT}{(T - 20)} = k \int dt$$

$$\ln(T - 20) = kt + C$$

$$e^{\ln(T-20)} = e^{kt+C}$$

$$T - 20 = e^{kt} * e^C$$

$$T = 20 + C e^{kt}$$

suponiendo (t = 0) tenemos

$$T = 20 + C e^{k(0)}$$

$$T = 20 + C$$

sustituyendo T = 22 se tiene

$$22 = 20 + C$$

despejando C tenemos

$$C = 22 - 20$$

$$C = 2$$

Para encontrar el valor de k se procede a realizar:

$$T = 20 + 2e^{k(4)}$$

$$T = 20 + 2e^{4k}$$

reemplazando T = 24 queda

$$24 = 20 + 2e^{4k}$$

$$2e^{4k} = 24 - 20$$

$$2e^{4k} = 4$$

$$e^{4k} = \frac{4}{2}$$

aplicando ln a ambos lados tenemos:

$$\ln(2) = \ln(e^{4k})$$

portanto

$$0,69 = 4k$$

despejando k tenemos

$$k = \frac{0,69}{4}$$

$$k = 0,173$$

Así la ecuación diferencial que modela el fenómeno real es: $28 = 20 + 2e^{0,173t}$

Dado que la temperatura del data center no debe sobrepasar los 28 °C se procede a reemplazar este valor en el modelo matemático para ver en cuanto tiempo éste alcanza la temperatura

$$28 = 20 + 2e^{0,173t}$$

$$2e^{0,173t} = 8$$

$$e^{0,173t} = 4$$

aplicando ln se tiene

$$\ln(e^{0,173t}) = \ln(4)$$

despejando t obtenemos:

$$t = \frac{1,386}{0,173}$$

$$t = 8,013 \text{ min}$$

Luego el tiempo máximo de uso del data center es de 8,013 minutos ya que después de este tiempo, si se sigue su uso, éste podría sufrir daños.

Grupo cinco:

Datos que utilizaron:

Una viga horizontal, simplemente apoyada, de longitud 6m que se dobla hacia abajo por su propio peso, el cual es 20 kg/m.

Donde:

Peso: $W=20\text{kg/m}$

Longitud: $L=3\text{m}$

Elasticidad: $E=8,9 \times 10^{10} \text{N/m}^2$

Inercia: $I=0,016\text{m}^4$

La ecuación diferencial que modela la máxima deflexión de la viga es:

$$EIy'' = \frac{Wx^2}{2} - \frac{WLx}{2}$$

Y su solución es:

$$Y = \frac{5WL^4}{384EI}$$

Luego reemplazando se obtiene:

$$Y = \frac{5 * 20 * 3^4}{384 * 8,9 \times 10^{10} * 0,016}$$

$$Y = 1,4813 * 10^{-8}$$

Así la máxima deflexión que sufrirá la viga será de $1,4813 * 10^{-8} \frac{\text{kg.m}}{\text{N}}$

Lo anterior demuestra que la mayoría de los grupos de trabajo de ingeniería, en los diferentes temas elegidos, llegaron al modelo que describe su fenómeno real, con el fin de hacer los análisis respectivos y responder su objetivo planteado, para ello los estudiantes de las diferentes ingenierías usaron datos reales, que obtuvieron a través de una investigación previa. Pese a que la mayoría de los estudiantes, trabajaron satisfactoriamente, durante todo el desarrollo del proyecto, algunos grupos presentaron dificultades como en el planteamiento de su objetivo general y en los resultados que expresaban al problema planteado, ya que los mostraban sin expresar su significado, lo cual se evidencia en algunos de los documentos presentados al final del proyecto de modelación.

De lo anterior se puede concluir que la mayoría de los estudiantes de ingeniería desarrollaron las competencias específicas: estructurar el campo o situación que va a modelarse, traducir la realidad a una estructura matemática, interpretar los modelos matemáticos en términos reales. Por todo lo anterior se evidencia el desarrollo de la competencia general: comprender qué es un modelo y cuál es su relación con un sistema o fenómeno dado.

4.2.2 Determinar las ventajas y limitaciones de utilizar un determinado modelo.

Para el estudio de esta categoría se enfocó en las diferentes ventajas y desventajas que tuvieron los estudiantes de cada uno de los equipos de trabajo durante el proceso de desarrollo de los proyectos de cada grupo. Para este análisis se reescriben argumentos realizados por los estudiantes tanto en forma oral como escrita.

Grupo uno, haciendo referencia al modelo obtenido menciona.

Ventajas:

- Son muy útiles en la medida que se tengan los datos suficientes para calcular la población futura.
- Son de gran utilidad en obtener un dato de referencia para calcular el caudal necesario para abastecer el municipio de la unión Nariño.

Desventajas:

- El método utilizado no ofrece el 100% de efectividad a la hora de proyectar la población, todo depende de la experiencia del ingeniero y la capacidad para analizar todos los datos, que el sitio de diseño disponga tales como: cantidad de zonas urbanizables (donde la ciudad pueda expandirse), condición económica, acueducto o alcantarillado previo, población flotante (turistas).
- No siempre se puede obtener datos confiables de la empresa para la cual vas a desarrollar el proyecto y los datos presentes en el DANE.

Grupo dos:

Ventajas:

- Jhonny: *Las ecuaciones diferenciales están inmensas en cualquier lado. Si uno pone de su parte a la mayoría de problemas donde podamos analizar se puede sacar una ecuación diferencial.*
- Jhonny: *Es una noticia grata no pensábamos que en nuestro trabajo y con nuestro estudio podamos llegar a modelar, es primera vez que hacemos esto.*

Desventajas:

- Hemir: *El problema de los datos que no son iguales con los reales, es que hay muchos datos, en la plataforma para que quede, toco ponerle un taquito, de pronto la base, uno no es preciso con el metro.*
- Hemir: *Pero también en un laboratorio de hidráulica se dice que hay que hacerle un ajuste a ese tiempo siempre, porque es un flujo no permanente pero eso sería con otra fórmula.*

Grupo tres:

Ventajas:

- Ángela: *El conocimiento se adquirió.*
- Ángela: *La aplicación de dos materias que nosotros las mirábamos totalmente distintas, ecuaciones diferenciales y circuitos.*
- Ángela: *Se facilitó a la hora de implementar circuitos que se han trabajado en la carrera, dado que la mayoría de los circuitos electrónicos de la actualidad poseen condensadores es importante saber cómo oscila su carga y descarga dependiendo de los demás componentes del circuito, es ahí donde son de gran ayuda los modelos matemáticos.*

Desventajas:

- Falta de precisión en la medición del tiempo y del voltaje en la parte experimental.
- Repetir la experiencia con más resistencias.
- *Ángela: inconvenientes teóricos, a la hora del planteamiento del problemas, a la hora de definir de manera clara lo que queríamos realizar, ya que al principio había muchas ideas.*

Grupo cuatro:

Ventajas:

- Después de realizar todo este proceso se puede ver que el uso de las ecuaciones diferenciales ayudan a mejorar la comprensión de un problema, ya que con ellas se obtiene resultados comprobables en la vida real.
- Este estudio nos muestran principalmente si un cambio de temperatura puede causar o no daño en un servidor y en cuanto tiempo éste se puede dar.

Desventajas

- Los datos no pueden ser obtenidos de manera real por tal motivo se tiene que trabajar con suposiciones

Grupo cinco:

Ventajas:

- Es de gran importancia realizar estos aspectos matemáticos teóricos para prevenir futuros accidentes, fallas estructurales en el edificio.

Desventajas:

- *Johana: Encontramos muchas dificultades a la hora de realizar el experimento en la parte real. Es difícil conseguir una viga ya hecha y con disponibilidad.*

Lo anterior demuestra que en su mayoría la realización del proyecto de modelación fue beneficioso para sus diferentes carreras profesionales, en el sentido de que miran a la modelación matemática como una parte fundamental y de gran utilidad en su profesión, fue algo novedoso para ellos el haber trabajado con el proyecto, mencionan que pudieron mejorar sus conocimientos, ver la aplicabilidad que tiene las ecuaciones diferenciales en su carrera, relacionar las materias propias de la ingeniería con los cursos de matemáticas, comprender y solucionar problemas de la vida real y tratar de hacer predicciones para aportar a la sociedad.

Cabe resaltar que los estudiantes de ingeniería mencionan que es la primera vez que se enfrentan a este tipo de actividades, lo cual hace evidente que tanto en las materias de matemáticas como las materias propias de la ingeniería no abordan este aspecto de la modelación, y que por su propia experiencia deben tratarse pues hay argumentos donde se muestran grandes beneficios como los que ya se han mencionado.

Las limitaciones que se presentan en algunos grupos de trabajo son más que todo experimentales ya que se dificultó ser precisos en la toma de datos reales de los fenómenos, ya que encontraban diferentes variables que modificaban los resultados, además fue complejo obtener los objetos, las maquinarias, el montaje específico para calcular datos y ver si están en concordancia con los datos teóricos obtenidos, pero se utilizó datos de otros proyectos para hacer la respectivas verificaciones a los modelos.

Con lo mostrado anteriormente, los estudiantes reconocieron las ventajas y limitaciones que encontraron al trabajar con el proyecto de modelación, lo cual evidencia el logro de la competencia: determinar las ventajas y limitaciones de usar un modelo matemático.

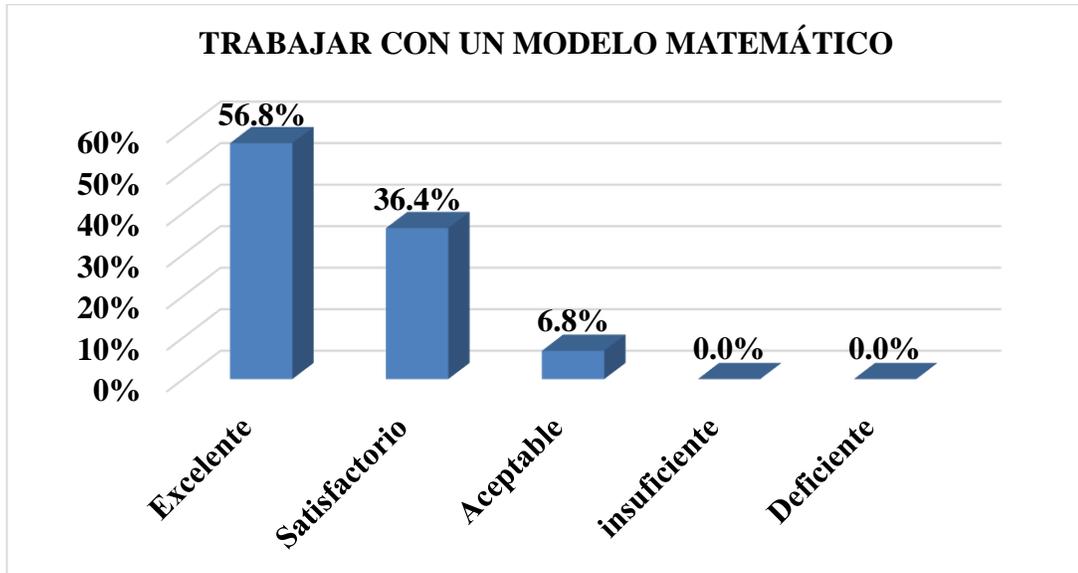
4.2.3 Proponer o utilizar modelos matemáticos para obtener información, hacer inferencias o predicciones.

Ésta comprende tres categorías específicas, por ello se hace el análisis a cada categoría que la conforman.

4.2.3.1 Trabajar con un modelo matemático

Esta categoría comprende la solución matemática del modelo, en seguida se muestran los resultados gráficos del logro de la categoría específica mencionada.

Gráfica 8 Logro de la competencia trabajar con un modelo matemático.



En la gráfica 8 se puede apreciar que alrededor del 94% de los estudiantes, tienen un nivel alto en cuanto al logro de la competencia trabajo con un modelo matemático. Los estudiantes después de obtener la ecuación diferencial dieron solución a ésta, utilizando un método conocido, además se procede a tabular y graficar algunos datos de la solución encontrada, lo cual se puede apreciar en los siguientes resultados mostrados y sustentados por los estudiantes de ingeniería.

El grupo uno después de obtener la ecuación diferencial presenta lo siguiente:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a)$$

por separación de variables.

$$\frac{dT}{T - T_a} = -k dt$$

integrando

$$\int \left(\frac{dT}{T - T_a} \right) = -k \int dt$$

$$\ln(T - T_a) = -k * T + C$$

Despejando T queda:

$$T(t) = T_a + C e^{-k*t}$$

A lo mostrado anteriormente un integrante del grupo uno justifica cual fue el método empleado y escribe lo siguiente

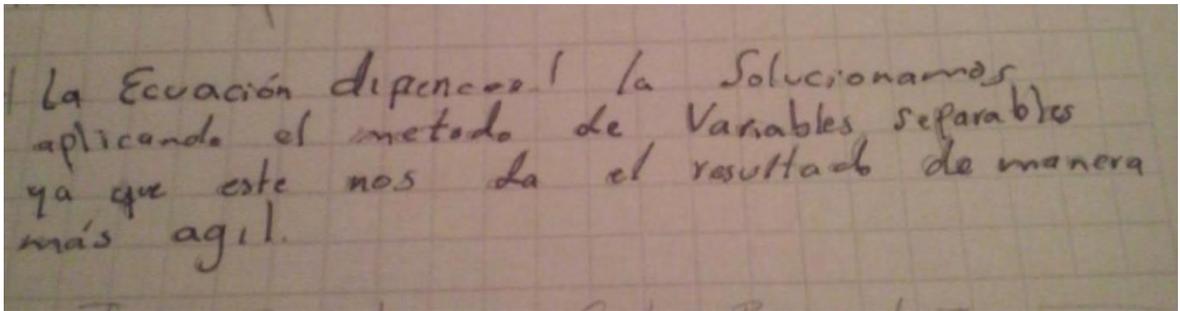


Figura 9 Método empleado por el grupo uno, para resolver la ecuación diferencial.

-> Ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = kP \\ P(0) = P_0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} k = \text{constante proporcionalidad} \\ \text{o tasa crecimiento} \\ \text{E D primer orden} \end{array}$$

=> resolviendo nos queda por variables separables

$$\int \frac{dP}{P} = \int k dt \Rightarrow \ln P = kt + \bar{C}$$

=> exponenciando => $P = e^{kt + \bar{C}} \Rightarrow P = e^{kt} \cdot e^{\bar{C}}$

=> $P(t) = C e^{kt} \Rightarrow$ reemplazando $P(0) = P_0$

=> $P_0 = C e^{k(0)} \Rightarrow P_0 = C$

=> $P(t) = P_0 e^{kt}$ solución particular del PVI

=> para determinar k es necesario conocer los datos de las series históricas y se determina así,

$$k = \frac{\ln P_1 - \ln P_0}{t_1}$$

Figura 10 Método empleado por el grupo dos, para resolver la ecuación diferencial.

El grupo tres no es diferente a los anteriores, utilizó el método de variables separables. Muestran lo siguiente:

$$\frac{\pi \cdot R^2 \cdot y^2}{H^2} \cdot \frac{dy}{dt} = -k \cdot a \cdot \sqrt{2gy}$$

Ecuación no es lineal, se resuelve por separación de variables

$$\left(-\frac{\pi \cdot R^2}{H^2 \cdot k \cdot a \cdot \sqrt{2g}} \right) \cdot y^{\frac{3}{2}} dy = dt$$

Renombramos $\Rightarrow B = \left(-\frac{\pi.R^2}{H^2.k.a.\sqrt{2g}} \right)$

Entonces:

$$\int B.y^{\frac{3}{2}}dy = \int dt$$

Entonces:

$$\frac{2}{5}B.y^{\frac{5}{2}} = t + c \Rightarrow \text{cuando } y(0) = H$$

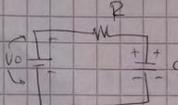
$$C = \frac{2}{5}B.H^{\frac{5}{2}} \Rightarrow \text{Reemplazando C y despejando t}$$

$$t_{\text{vaciado}} = -H^{\frac{1}{2}}.\frac{2B}{5}$$

Reemplazando B en la anterior ecuación:

$$t_{(\text{vaciado})} = -H^{\frac{1}{2}}.\frac{2\left(-\frac{\pi.R^2}{H^2.K.a.\sqrt{2g}}\right)}{5}$$

Grupo cuatro presenta lo siguiente:

$q = Q(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
 Lo resolvimos por el método de ~~separación de variables~~ ecuación diferencial homogénea de primer orden.

 $V_0 = Ri + \frac{q}{C}$
 $V_0 = R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$
 $0 = R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$ utilizando la sustitución de:
 $q = ke^{st}$ K, I, S, E, C
 $\frac{dq}{dt} = ske^{st} \Rightarrow 0 = R(ske^{st}) + \frac{ke^{st}}{C}$
 $0 = ke^{st} [Rs + \frac{1}{C}]$
 $Rs + \frac{1}{C} = 0$
 $S = -\frac{1}{RC} \Rightarrow \tau = RC$

Se toma como el valor condensador utilizado.
 $iR + \frac{q}{C} - V_0 = 0$
 $R \frac{dq}{dt} = V_0 - \frac{q}{C}$
 $\int \frac{dq}{C V_0 - q} = \int \frac{1}{RC} dt$
 $q = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$
 $i = \frac{dq}{dt} = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$
 $q = Q(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

$q = V_0 C + ke^{-t/\tau}$
 Si $t=0 \Rightarrow q(0) = V_0 C + k = 0$
 $k = -V_0 C$
 Reemplazando
 $q(t) = V_0 C - V_0 C e^{-t/\tau}$
 $q(t) = V_0 C [1 - e^{-t/\tau}]$
 $\frac{q(t)}{C} = V(t) = V_0 [1 - e^{-t/\tau}]$ Expresión de la carga del capacitor

Solución homogénea
 $q_h = ke^{-t/\tau}$
 Encontrando la solución particular.
 $q_f = k' \Rightarrow \frac{dq_f}{dt} = 0$
 $V_0 = \frac{k'}{C} \Rightarrow q_f = V_0 C$
 Sumando las dos respuestas
 $q = q_h + q_f = ke^{-t/\tau} + V_0 C$

Figura 11 Método empleado por el grupo cuatro, para resolver la ecuación diferencial.

El grupo cinco obtiene una ecuación diferencial de segundo grado, para darle solución realizaron lo siguiente.

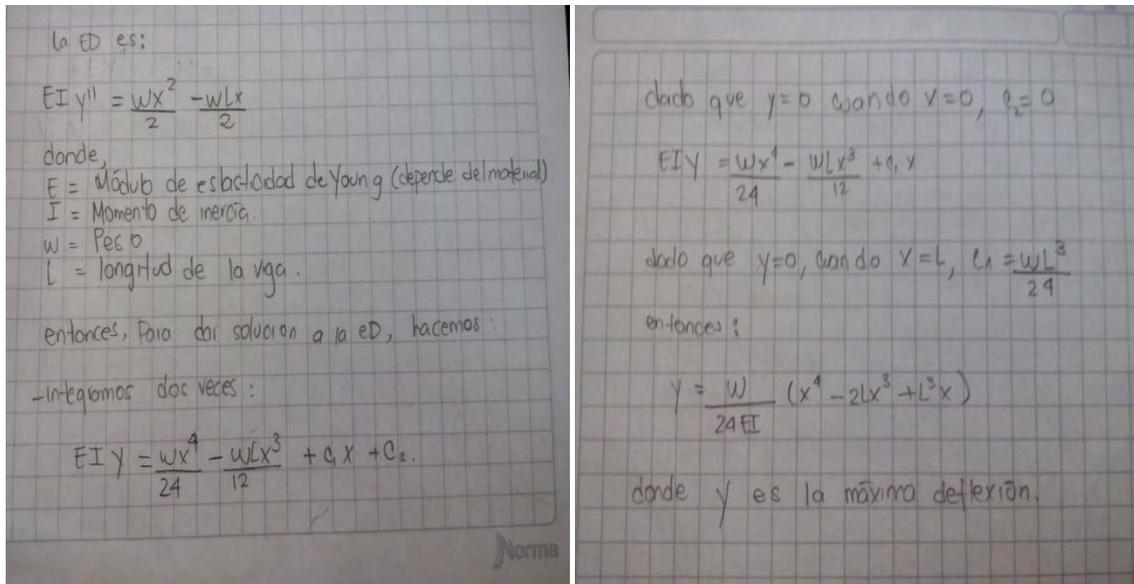


Figura 12 Método empleado por el grupo cinco, para resolver la ecuación diferencial.

Por otra parte los grupos hicieron gráficas que mostraban los datos obtenidos a partir del modelo, lo cual les ayudo a hacer el análisis de los resultados, a continuación se muestran algunas de las gráficas de los grupos dos, cuatro y cinco respectivamente.



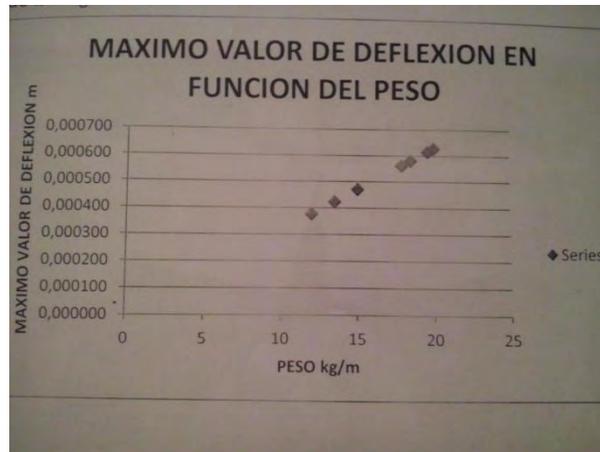


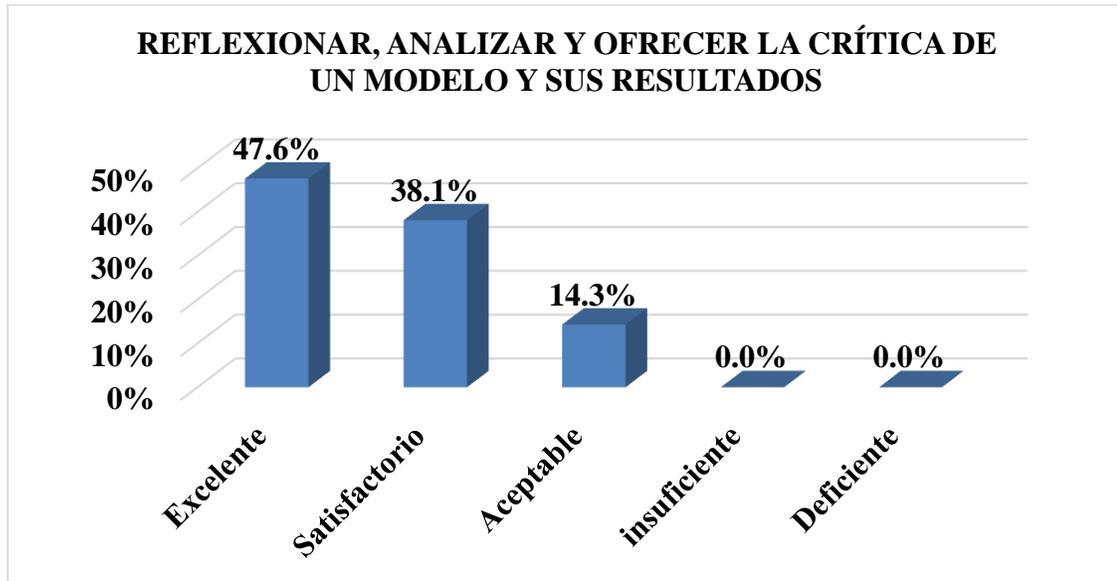
Figura 13 Gráficas de resultados obtenidos a partir del modelo.

Los resultados anteriores muestran que la mayor parte de los estudiantes de ingeniería lograron dar solución matemática al modelo planteado, por lo cual se evidencia el trabajo con un modelo matemático, se observa que la mayoría de los estudiantes utilizaron el método de separación de variables, justificando que es el método más ágil para resolver este tipo de ecuaciones, se observó que no hubo inconvenientes al momento de hacer los logaritmos puesto que ésta es una situación conocida para los estudiantes, desde el punto de vista teórico, puesto que ya habían abordado este tipo de temas en la materia de ecuaciones diferenciales que se encontraban cursando durante el desarrollo del proyecto de modelación.

4.2.3.2 Reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados.

Esta categoría hace referencia a la comparación del modelo con la situación real o verificación del modelo.

Gráfica 9 Logro de la competencia reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados.



La gráfica 9 muestra que un porcentaje de 85% aproximadamente están en un rango de satisfacción en cuanto al logro de la competencia reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados, para ello los estudiantes tuvieron que ver si las respuestas que da el modelo son correctas, lo cual se logra con la verificación de ellas con la realidad, la verificación se realiza comparando los resultados, si la comparación del modelo y la realidad física no es la adecuada, entonces se consideró las causas y se realizó las modificaciones que fueron necesarias. Un porcentaje aproximadamente del 15 % muestra que el logro de la competencia fue escaso, lo cual se justificará a continuación ya que se presentaron inconvenientes a la hora de la comparación de los datos con la realidad.

Los estudiantes de las diferentes ingenierías muestran lo siguiente en cuanto a la verificación del modelo.

El grupo dos tiene en cuenta los censos del municipio de la Unión Nariño, para ello se tiene lo siguiente:

Censos del municipio de la Unión Nariño

AÑO	POBLACIÓN (Hab)	Otra Población	Población Inmigrante Corregimientos	Población Flotante
1951	2796	9998	1050	630
1964	3875	11072	1163	698
1973	5630	10473	1100	660
1985	7300	12837	1348	809
1993	10348	20940	2199	1320

Figura 14 Datos que muestran los censos del municipio de la Unión Nariño.

Además tienen en cuenta la ecuación obtenida $P(t) = 2796e^{0,031t}$ que describe la variación de la población en cualquier tiempo en el municipio de la unión, y con ello hacen los cálculos respectivos, que les permite obtener la siguiente:

Año	1951	1964	1973	1985	1993	2000	2005
Tiempo (años)	0	13	22	34	42	49	54
Poblacion (Hab)	2796	4184	5531	8023	10280	12772	14913
		3875	5630	7300	10348		
Año	2010	2014	2020	2025	2030	2034	2040
Tiempo (años)	59	63	69	74	79	83	89
Poblacion (Hab)	17413	19712	23740	27721	32369	36641	44133

7 con esto se puede

Figura 15 Datos complemento de los censos del municipio de la Unión Nariño.

Con la ecuación encontraron la población para algunos años, lo que les permitió hacer la comparación con los censos tomados por el DANE, según lo encontrado los datos se aproximan y se puede concluir la verificación del modelo matemático para encontrar el número de habitantes del municipio de la Unión Nariño.

El grupo tres realiza esta etapa en el laboratorio de la Universidad de Nariño, según los datos teóricos el tiempo que debe tardar un tanque unifamiliar es de 213,7 segundos es decir 3,56 minutos.

Datos:

H=52cm; D=46cm => R=23cm; k=1

$$t_{(vaciado)} = -H^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{2\left(-\frac{\pi \cdot R^2}{H^2 \cdot K \cdot a \cdot \sqrt{2g}}\right)}{5}$$

$$t_{(vaciado)} = -52^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{2\left(-\frac{\pi \cdot 23^2}{52^2 * 1 * 5,067 * \sqrt{19,62}}\right)}{5}$$

$$t_{(vaciado)} = 213,7seg$$

El tiempo obtenido con la experimentación del vaciado en el laboratorio se tiene que fue de 3,26 minutos, lo cual es muy próximo al valor teórico encontrado, con lo cual se concluye la verificación del modelo matemático.



Figura 16 Fotografías, parte experimental del grupo tres.

Es importante ver que en el desarrollo de esta categoría específica, algunos de los estudiantes tuvieron ciertos problemas, puesto que no contaban con los recursos necesarios para hacer las comparaciones, por ello el grupo uno que estaba formado por estudiantes de ingeniería electrónica trabajó con la temperatura de un servidor, tomó datos de un proyecto realizado en la universidad UTP para hacer la comparación, a continuación se muestra como desarrollaron este aspecto.

Tomaron medidas en dos días, el primer día cada 4 minutos y el segundo día cada minuto, además consideraron la temperatura ambiente de 20 °C y se obtuvo lo siguiente:

T inicial = 22°C

T= 4min

T final= 24°C

T eval= 28°C

Ta= 20°C

Trabajaron con estos datos, además consideran que una temperatura por encima de la recomendada es de T= 28, a lo cual obtuvieron un tiempo de 8,013 minutos, es decir: éste es el tiempo que se requiere dejar pasar para que haya un daño en un servidor, el cual tiene las condiciones mostradas anteriormente. Este grupo manifiesta que no le fue posible tomar datos reales para la comparación, pues es complicado tener acceso a un servidor.

El grupo cinco, formado por estudiantes de ingeniería civil, que trabajó con la deflexión de vigas, intento hacer una simulación de una viga en el laboratorio de la universidad de Nariño, puesto que es difícil hacerlo con una igual a la del problema planteado, la estudiante menciona:

Daniela: Dado que es difícil hacer el experimento con una viga igual a la del problema real ya que varía en dimensión y en peso, tenemos que relacionar sus módulos de elasticidad, diciendo que el módulo depende del peso de la viga, puesto que si el peso es mayor, el módulo de elasticidad también lo será más resistente, siempre y cuando cumpla con las normas de construcción.

El grupo cinco en la teoría obtuvo que el valor de deflexión de la viga es de $2,8 \times 10^{-6}$ metros.

$$y = \frac{5 * \frac{6,7kg}{m} * 1m^4}{384 * 2,1 * 10^{\frac{6kg}{m^2}} * 0,0161m^2}$$

$$y = 2,6 * 10^{-6}m$$

Para la parte experimental el grupo cinco acudió a los laboratorios de concretos de la Universidad de Nariño en donde tuvieron la facilidad de los materiales, como la probeta de viga a escala hecha en concreto reforzado, con la cual se realizó el trabajo y se obtuvo lo siguiente.

Longitud de la viga = 1m (0,3m) (0,3m).

Peso de la viga = 6,7 kg/m

El trabajo de deformar la viga, lo realiza una máquina, la cual aplica fuerza sobre ella hasta que la viga se deforma.

El valor que arroja esta máquina es de $2,8 \times 10^{-6}$

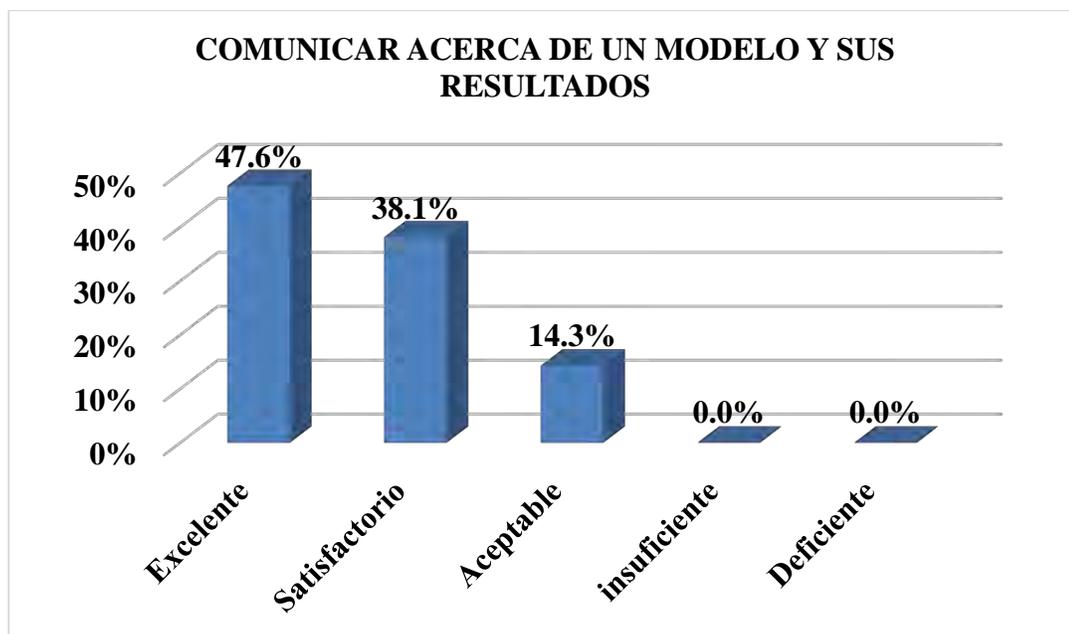
Se puede ver que los dos valores son muy próximos, por lo que se puede concluir que se ha tenido éxito en la comprobación del modelo obtenido.

Con lo anterior se evidencia que la mayor parte de los estudiantes de ingeniería lograron alcanzar la competencia específica de reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados, hicieron comparaciones de su modelo con la realidad y los resultados fueron satisfactorios, puesto que eran muy próximos, se hizo las modificaciones necesarias con el fin de desarrollar el problema y poder trabajar con una ecuación diferencial, que la hayan tratado en sus cursos anteriormente vistos, cabe resaltar la motivación que se observa en los estudiantes al momento de hacer estas comparaciones y la dedicación que mostraron, aunque algunos grupos se les presento dificultades, no fue un obstáculo para dejar de trabajar, buscaron algunas soluciones, continuaron y lograron terminar su proyecto.

4.2.3.3 Comunicar acerca de un modelo y sus resultados.

Esta categoría corresponde a la socialización, en esta etapa el estudiante sustenta el trabajo realizado.

Gráfica 10 Logro de la competencia comunicar acerca de un modelo y sus resultados.



La gráfica 10 muestra que aproximadamente el 86% de los estudiantes comunicaron el modelo y sus resultados, sustentaron el trabajo y dieron a conocer los resultados obtenidos. Se puede observar en las siguientes fotografías que muestran el momento de la presentación, en ella se expone un resumen de su problema y objetivos planteados, la teoría matemática que les permitió dar solución a su problema, el modelo matemático, gráficas, comentan acerca de la experimentación que hicieron y finalmente las conclusiones.



Figura 17 Fotografías, exposiciones de los grupos.

Con lo anterior se concluye que los estudiantes lograron la competencia de comunicar un modelo matemático y sus resultados, ellos expresaron lo que realizaron durante el desarrollo del proyecto y los resultados que obtuvieron, fue de gran satisfacción ver la motivación y dedicación que manifestaron, también fue de gran agrado servir de apoyo para que lograran resolver algunas dudas y alcanzar lo propuesto durante el presente trabajo, como conclusión la mayoría de los estudiantes se muestran motivados por que este proyecto les permitió vincular en su trabajo lo teórico como la ecuación diferencial con lo práctico como los fenómenos que eligieron, algo que difícilmente lo han podido hacer durante la carrera, puesto que miran las materias de matemáticas en los primeros semestres y las de ingeniería después.

Por todo lo anterior se puede concluir que la mayor parte de los estudiantes de ingeniería desarrollaron las competencias específicas: trabajo con un modelo matemático, reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados. Así se evidencia el desarrollo de la competencia general: proponer o utilizar modelos matemáticos para obtener información, hacer inferencias o predicciones.

CONCLUSIONES

La modelación de fenómenos propios de la ingeniería a través del trabajo con proyectos de modelación permitió generar en los estudiantes interés por el desarrollo de la investigación, lo cual fue de gran beneficio para la vinculación de los cursos específicos de las ingenierías con los cursos de matemáticas, en particular con el de ecuaciones diferenciales. A continuación se presentan las conclusiones que surgieron del trabajo realizado.

En cuanto a los objetivos específicos planteados se pueden verificar el cumplimiento de los dos. Para el primer objetivo, que fue analizar las motivaciones que tuvieron los estudiantes para elegir el fenómeno a estudiar en el proyecto de modelación, se obtuvo lo siguiente.

En cuanto a la subcategoría relacionada con los intereses que tuvieron los estudiantes por el estudio se presentaron los siguientes motivos: porque dominaban el tema, porque quieren ver la relación de las matemáticas con otras ciencias, para fortalecer los conocimientos y para aprender acerca del fenómeno. También se obtuvo diferentes motivaciones inspiradas en su carrera, para lo cual se encontró que fueron: porque se aplica y se relaciona con las asignaturas de su carrera.

En cuanto a las motivaciones relacionadas con el colectivismo y el contacto familiar, se obtuvo que les fueron indiferentes estos aspectos, sin embargo, el motivo que más resalta en el primero es ayudar al grupo a que avance en el desarrollo del proyecto y en el segundo por el lado de la familia no se obtuvo ítems que resalten, pues en ese sentido los estudiantes mostraban poca comunicación del aspecto académico con sus parientes.

Por otro lado, las motivaciones que tienen que ver con la realización del estudiante fueron: el deseo de conocer más y el deseo de querer resolver el problema, asimismo los estudiantes resaltan la influencia que tuvieron por parte del profesor, los compañeros y los investigadores para hacer la elección del fenómeno a modelar.

Para dar cumplimiento al segundo objetivo, se obtuvo que los estudiantes de ingeniería lograron desarrollar las siguientes habilidades:

Para evidenciar la habilidad comprender que es un modelo y cuál es su relación con un sistema o fenómeno dado, los estudiantes de ingeniería, durante el desarrollo del proyecto de modelación de los diferentes fenómenos, lograron: estructurar el campo o situación que va a modelarse, traducir la realidad a una estructura matemática e interpretar los modelos matemáticos en términos reales.

En la habilidad proponer o utilizar modelos para obtener información, hacer inferencias o predicciones, los estudiantes lograron trabajar con un modelo matemático, reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados, comunicar acerca de un modelo y sus deducciones, dando cumplimiento así a el logro de esta habilidad.

Determinar las ventajas y limitaciones de usar determinado modelo, para el desarrollo de esta habilidad los estudiantes de ingeniería comunicaron de forma oral y escrita las diferentes ventajas y dificultades que se presentaron durante el desarrollo del proyecto de modelación. Considerando a la modelación matemática parte fundamental y de gran utilidad en su profesión, mencionan que fue algo novedoso para ellos el haber trabajado con el proyecto, pues les permitió mejorar sus conocimientos, mirar la aplicación y relación de las materias propias de las ingeniería con los cursos de matemáticas, además de lograr solucionar un problema de la vida real y hacer algunas predicciones. Dentro de las limitaciones que se encontraron fueron de tipo experimental, sin embargo, los estudiantes mostraron persistencia y lograron cumplir sus objetivos, lo cual evidencia el cumplimiento de esta habilidad.

Lo anterior muestra que la modelación apoya en el desarrollo de los requerimientos de un ingeniero egresado, algunos de los cuales se evalúan en las pruebas Saber Pro, además del beneficio que se tuvo aportando a la vinculación de las matemáticas con fenómenos reales, en este caso con fenómenos de la ingeniería, por otro lado se da certeza del problema que tienen los estudiantes al ver las matemáticas aisladas de las materias propias de su carrera, lo cual se logró disminuir al trabajar con proyectos basados en la modelación de fenómenos, así se evidencia el logro de el objetivo general identificar aspectos que ayudan a la vinculación de las matemáticas con fenómenos reales propios de la ingeniería a través de proyectos de modelación matemática.

Además, es importante ver que los estudiantes de ingeniería mostraron agrado por la realización del proyecto de modelación, pues miraron ésta como una parte importante, de gran utilidad a la hora de ejercer su trabajo y además lo miraron como algo novedoso. Manifestaron no haber tenido esa experiencia antes, puesto que las asignaturas de matemáticas las miraron por un lado y las de ingeniería por otro. Lo anterior permite un espacio de reflexión, de cómo abordar un concepto matemático en el aula, además de percibir la relación existente entre la matemática y sus otras áreas de estudio.

Por otra parte cabe resaltar la importancia que le dan los docentes, que estuvieron relacionados con el proyecto a la modelación, ya que argumentaron su importancia y estuvieron dispuestos a colaborar y generar las condiciones necesarias para que la investigación se desarrolle sin ningún inconveniente, por otra parte se tiene la disposición de los estudiantes que cursaban la asignatura de ecuaciones diferenciales quienes se mostraron críticos ante sus compañeros y trabajaron con interés a pesar de no estudiar la misma carrera.

Por último, teniendo en cuenta a los docentes ingenieros entrevistados se observó que la modelación a la que ellos se refieren es de carácter teórico, es decir la miran como la aplicación de una determinada fórmula matemática, en la cual se reemplaza unos datos iniciales para obtener resultados, es decir, carece de uno de los pasos importantes que tiene el proceso de modelación conocido como la experimentación. Todo esto da cabida para que los docentes reflexionen sobre las deficiencias que tiene los estudiantes y puedan aportar de algún modo a disminuir estas dificultades.

RECOMENDACIONES

Teniendo en cuenta la importancia de la modelación matemática en todos los niveles educativos se recomienda los siguientes aspectos:

- Desarrollar investigaciones en todos los niveles de educación, basadas en proyectos de modelación que se basen en la solución de problemas de la vida, donde se profundizaría el aspecto experimental de la modelación.
- Desarrollar investigaciones basadas en la modelación con los docentes, con el propósito de que experimenten lo aportante que puede llegar a ser este tipo de trabajos al desarrollo de habilidades y puedan adoptar una medida necesaria para abordar la modelación en sus clases y no dejarla como un aspecto que solo se menciona de manera escrita en el currículo.
- Desarrollar trabajos con estudiantes que no tengan experiencia en trabajar la modelación con proyectos y los que si la tengan con el fin de establecer diferencias que trae las ventajas y desventajas del trabajo con proyectos.

BIBLIOGRAFÍA

- Agudelo, Y. (2013). La Modelación: una posibilidad para desarrollar la estimación de cantidades continuas en la magnitud volumen en estudiantes de grado 9°. (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma de Manizales. Manizales.
- Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería. (2013). *Generalidades de las especificaciones para los módulos de competencias específicas de la prueba Saber Pro, para el área de ingeniería*. Recuperado de http://www.acofi.edu.co/wp-content/uploads/2013/12/Presentacion_ACD_FINAL.pdf
- Aravena, M. & Giménez, J. (2002). Evaluación de procesos de modelización polinómica mediante proyectos. *Revista UNO. Didáctica de las Matemáticas*, 31, 44-56.
- Aravena, M. Caamaño, C. & Giménez, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*. 11, 49-92.
- Aravena, M. & Caamaño, C. (2007). Modelización matemática con estudiantes de secundaria de la comuna de Talca-Chile. *Estudios Pedagógicos XXXIII*. 2. 7-25.
- Blum, W. & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can it be Taught and learnt?. *Journal of mathematical modelling and Application*. 1 (1), 45 – 58.
- Blomhoj, M. (2004). Mathematical modelling. A theory for practice. En Clarke, B.; Clarke, D. Emanuelsson, G.; Johnansson, B.; Lambdin, D.; Lester, F. Walby, A. & Walby, K. (Eds.). *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics*. (pp. 145-159). Suecia.
- Brito, M. Alemán, I. Fraga, E. Para, P. & Arias, R. (2011). Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. *Ingeniería mecánica*.14, 129-139.
- Biembengut, M. & Hein, N. (2004). Modelación Matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Red de revistas de América Latina y el Caribe*. 16, 105-125.
- Bustamante, C. (2012). *Hacia la construcción de modelos algebraicos multiplicativos en el grado sexto* (tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia. Medellín.
- Camarena, P. (2006). La matemática en el contexto de las ciencias en los retos educativos del siglo XXI. *Redalyc*, 9 (46), 15-25.

- Camarena, P. (Junio, 2011). Matemáticas en el contexto de las ciencias y la educación. CIAEM. En A. Ruiz (Presidencia), *XXIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Recife, Brasil.
- Camarena, P. (2010). La modelación matemática en la formación del ingeniero. Instituto politécnico Nacional. México. Recuperado de <http://www.m2real.org/spip.php?article152&lang=fr>.
- Castilla, E & Vergara, E. (Septiembre, 2013). Desarrollo de la competencia de “modelación matemática” a través del aprendizaje por proyectos en el contexto de la física experimental. En J, Saavedra (presidencia), *innovación en investigación y educación en ingeniería: factores claves para la competitividad global*. Conferencia llevada a cabo en el XIII Foro Mundial de Educación en Ingeniería, Cartagena, Colombia.
- Castro, E. & Castro E. (2000). Representaciones y modelización. En L. Rico (Coordinador), *La educación matemática en la enseñanza secundaria*, Barcelona, España.
- Córdoba, P. (2011). *La modelación en matemática educativa: una práctica para el trabajo de aula en ingeniería* (Tesis de maestría). Instituto Politécnico Nacional. México.
- Cordero, F. (2013). *Matemática y el Cotidiano*. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México. 10 febrero de 2014, Recuperado de http://www.proyectosmatedu.cinvestav.mx/diplomado/mi_cuenta/data/pdfcordero/vi_d5/MATEMATICAS&COTIDIANO,%20ENE.2013..pdf
- Cruz, C. (2010) La enseñanza de la modelación matemática en ingeniería. *Revista de la Facultad de Ingeniería U.C.V*, 25(3), 39-46.
- García, G. (2004). *La modelación matemática en el proceso de enseñanza- aprendizaje del calculo diferencial*, (Tesis de maestria), Universidad Autonoma de Nuevo Leon, San Nicolas de los Garza.
- Guzmán, M. (1994). Tendencias innovadoras en la Enseñanza de las Matemáticas. *Revista de ciencia de la Educación*. 21(17), 19-26.
- Hernández, R. Fernández. C &. Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. México: Mc Graw Hill.
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2013). *Módulo de Pensamiento científico Matemáticas y Estadística SABER PRO 2013*. 18 noviembre del 2013,

- Recuperado de
file:///C:/Users/IRENE/Desktop/modelacion%20matematica%20en%20educacion/articulos%20competencias%20%20modelacion/Pensamiento%20cientifico%20Matematicas%20y%20Estadistica%202013%202.pdf
- Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. (ZDM) *The International Journal on Mathematics Education*, 38(3), 302-310.
- Koslova, I. (2014). *De la búsqueda a la consulta: Resolución de problemas léxicos en producción textual en lengua extranjera*. Barcelona: Frank & Timme GmbH
- Lewis, A. (2003). Intereses vocacionales. En A. Lewis (Ed.). *Test psicológicos y evaluación*. (pp. 263-293). México, D.F.: Pearson.
- Medina, L. (2013). Aplicaciones de las ecuaciones diferenciales. 15 de agosto del 2014, Recuperado de <http://es.scribd.com/doc/175269567/Aplicaciones-de-Las-Ecuaciones-Diferenciales>
- Moreno, M. (2006). De la evaluación a la formación de competencias genéricas: aproximación a un modelo. *Revista Brasileira de orientação profissional*. 7(2), 33-48.
- Rendón-Mesa & Esteban. (Noviembre, 2013). La modelación matemática en ingeniería de diseño. En S. González (Presidencia), *I congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe*, Santo Domingo, República Dominicana.
- Rodríguez, G., Gil, J. & García, E. (1996). *Metodología de la Investigación Cualitativa*. España: Aljible.
- Rodríguez, R., Rendón, M. & Quiroz, S. (2012). Las Competencias de Modelación Matemática para el aprendizaje del cálculo de volumen con apoyo en las webquest. Memorias de la XIV Escuela de Invierno de Matemática Educativa, Monterrey, México. 13 de mayo del 2014, Recuperado de www.virtualeduca.info/ponencias2011/165/Ponencia%20CompetenciasModelacion_SamanthaQuiroz.docx
- Ulloa, G. (2008, 1 de mayo). ¿Qué pasa con la ingeniería en Colombia? [Eduteka]. 25 de julio de 2014, Recuperado de <http://www.eduteka.org/IngenieriaColombia.php>
- Universidad de Nariño. (2010). *Proyecto Educativo del Programa*. 28 de junio del 2014, Recuperado de <http://pregrado.udenar.edu.co/?p=176>.

- Pérez, I. (2007). *Articulación de saberes matemáticos y modelos conceptuales*, (tesis de maestría), universidad autónoma del estado de Hidalgo, Pachuca.
- Pérez, I. (2012, 5 de Septiembre). Características y clasificación de los contextos utilizados en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas [web log post]. Recuperado de: <http://aulamagica.wordpress.com/2012/09/05/caracteristicas-y-clasificacion-de-los-contextos-utilizados-en-la-ensenanza-y-aprendizaje-de-la-matematica/>
- Rodney, C. Bassanezi, M & Biembengut, S. (1997). Modelación matemática: una forma antigua de investigación un nuevo método de enseñanza. *Revista de didáctica de las matemáticas*, 32, 13-25.
- Romo, A. (2009). *La formation mathématique des futurs ingénieurs*. (Tesis de doctorado no publicada). Université Paris Diderot, Paris, Francia.
- Saiz, E. (2014, 01 de abril). Ciencias sociales hoy [web log post]. 9 de abril de 2014, Recuperado de: <https://aquevedo.wordpress.com/tag/finlandia/>
- Tous, C. & Medinas, M. (2007). Motivaciones para el estudio en universitarios. *Publicaciones de la Universidad de Murcia*, 21(23), 17-24.
- Villa-Ochoa, J. (2013a). Miradas y Actuaciones sobre la Modelación Matemática en el aula de clase. *Conferencia Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática*. Santa María, Rio Grande do Sul.
- Villa-Ochoa, J. (2013b) Contextos, Intereses y Sentido de Realidad en la Modelación Matemática. Una experiencia con el profesor de matemáticas, *Conferencia Nacional sobre Modelagem na Educação matemática*. Santa María. Rio Grande do Sul
- Villa-Ochoa, J. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Revista Virtual Universidad Católica Del Norte*. 21, 1-21.
- Villa-Ochoa, J. (2010). Modelación Matemática en el Currículo. Elementos para la discusión. En: G. García (Coordinador). *Memorias del Noveno Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, (pp. 167-171). Bogotá, Colombia.

ANEXOS

Anexo A. Puntajes de los jueces respecto a la Pertinencia de los ítems que tienen que ver con la motivación.

No.	PREGUNTAS	PERTINENCIA				
		F.V	C.Z	J.N	F.M	PRO
1	Porque domino el tema	1	5	5	4	3,8
2	Porque es un deber	5	5	5	5	5,0
3	Porque no me gusta la matemática	5	5	5	3	4,5
4	Porque me interesa la matemática	1	5	5	5	4,0
5	Porque quiero ver la relación de las matemáticas con otras ciencias	3	5	5	5	4,5
6	Para aprobar la materia	5	3	5	5	4,5
7	Para fortalecer mis conocimientos	1	5	4	5	3,8
8	Para aprender	3	3	5	3	3,5
9	Para ser útil al grupo	5	3	4	5	4,3
10	Para ayudar al grupo a que avance	5	3	4	4	4,0
11	Porque quiero aportar a la solución de problemas de la comunidad	5	5	5	5	5,0
12	Para enseñar a los compañeros	5	5	3	0	3,3
13	Porque me gusta trabar en grupo	5	5	5	5	5,0
14	Porque me mantiene relacionado con los demás	5	3	5	5	4,5
15	Porque la imparte un buen profesor	5	5	4	5	4,8
16	Porque quiero trabajar solo	5	5	4	5	4,8
17	Porque un miembro de mi familia conoce del tema	5	5	4	5	4,8

18	Porque en mi casa hemos tenido que resolver problemas de ese tipo	5	5	4	5	4,8
19	Porque un miembro de mi familia me lo ha aconsejado	1	5	4	5	3,8
20	Deseo conocer más	5	3	5	5	4,5
21	Porque quiero resolver el problema	5	3	5	5	4,5
22	Realizar algo novedoso	5	5	5	5	5,0
23	Para ser reconocido ante los demás	5	5	4	5	4,8
24	Porque me gusta la matemática	3	3	5	0	2,8
25	Porque se aplica en mi carrera	5	5	4	5	4,8
26	Porque se relaciona con las materias de mi carrera	5	5	5	5	5,0
27	Porque el profesor me recomendó el tema	5	5	4	5	4,8
28	Porque lo encontré en un medio de información (internet, libro, revista, etc.)	1	5	3	5	3,5
29	Porque tocaba elegir un fenómeno	3	1	4	5	3,3
30	Por cumplir	1	3	3	5	3,0

Anexo B. Puntajes de los jueces respecto a la Unidimensionalidad de los ítems que tienen que ver con la motivación.

No.	PREGUNTAS	UNIDIMENCINALIDAD				
		F.V	C.Z	J.N	F.M	PRO
1	Porque domino el tema	1	5	5	4	3,8
2	Porque es un deber	5	5	3	5	4,5
3	Porque no me gusta la matemática	5	5	5	3	4,5
4	Porque me interesa la matemática	1	5	5	5	4,0
5	Porque quiero ver la relación de las matemáticas con otras ciencias	1	5	5	5	4,0
6	Para aprobar la materia	5	3	5	5	4,5
7	Para fortalecer mis conocimientos	1	5	4	5	3,8
8	Para aprender	1	3	5	3	3,0
9	Para ser útil al grupo	5	3	5	5	4,5
10	Para ayudar al grupo a que avance	5	3	4	4	4,0
11	Porque quiero aportar a la solución de problemas de la comunidad	5	5	4	5	4,8
12	Para enseñar a los compañeros	5	5	4	0	3,5
13	Porque me gusta trabar en grupo	5	5	5	5	5,0
14	Porque me mantiene relacionado con los demás	5	3	4	5	4,3
15	Porque la imparte un buen profeso	5	5	4	5	4,8
16	Porue quiero trabajar solo	5	5	4	5	4,8
17	Porque un miembro de mi familia conoce del tema	5	5	4	5	4,8
18	Porque en mi casa hemos tenido que resolver problemas de ese tipo	5	5	4	5	4,8
19	Porque un miembro de mi familia me lo ha aconsejado	5	5	4	5	4,8

20	Deseo conocer más	5	3	5	5	4,5
21	Porque quiero resolver el problema	5	3	5	5	4,5
22	Realizar algo novedoso	5	5	5	5	5,0
23	Para ser reconocido ante los demás	5	5	4	5	4,8
24	Porque me gusta la matemática	3	3	5	0	2,8
25	Porque se aplica en mi carrera	5	5	5	5	5,0
26	Porque se relaciona con las materias de mi carrera	5	5	5	5	5,0
27	Porque el profesor me recomendó el tema	5	5	4	5	4,8
28	Porque lo encontré en un medio de información (internet, libro, revista, etc.)	1	5	3	5	3,5
29	Porque tocaba elegir un fenómeno	1	1	3	5	2,5
30	Por cumplir	1	3	3	5	3,0

Anexo C. Puntajes de los jueces respecto a la Claridad de los ítems que tienen que ver con la motivación

No.	PREGUNTAS	CLARIDAD				
		F.V	C.Z	J.N	F.M	PRO
1	Porque domino el tema	5	5	4	5	4,8
2	Porque es un deber	5	5	4	5	4,8
3	Porque no me gusta la matemática	1	5	5	3	3,5
4	Porque me interesa la matemática	5	5	5	5	5,0
5	Porque quiero ver la relación de las matemáticas con otras ciencias	5	5	5	5	5,0
6	Para aprobar la materia	5	3	5	5	4,5
7	Para fortalecer mis conocimientos	5	5	4	5	4,8
8	Para aprender	5	3	5	5	4,5
9	Para ser útil al grupo	5	1	4	5	3,8
10	Para ayudar al grupo a que avance	5	1	4	4	3,5
11	Porque quiero aportar a la solución de problemas de la comunidad	5	5	4	5	4,8
12	Para enseñar a los compañeros	5	5	4	0	3,5
13	Porque me gusta trabar en grupo	5	5	5	5	5,0
14	Porque me mantiene relacionado con los demás	5	3	4	5	4,3
15	Porque la imparte un buen profesor	5	5	4	3	4,3
16	Porque quiero trabajar solo	5	5	4	5	4,8
17	Porque un miembro de mi familia conoce del tema	5	5	4	5	4,8
18	Porque en mi casa hemos tenido que resolver problemas de ese tipo	5	5	4	5	4,8
19	Porque un miembro de mi familia me lo ha aconsejado	5	5	4	5	4,8

20	Deseo conocer más	5	3	5	5	4,5
21	Porque quiero resolver el problema	5	3	5	3	4,0
22	Realizar algo novedoso	5	5	5	5	5,0
23	Para ser reconocido ante los demás	5	5	4	5	4,8
24	Porque me gusta la matemática	5	2	5	0	3,0
25	Porque se aplica en mi carrera	5	5	5	5	5,0
26	Porque se relaciona con las materias de mi carrera	5	5	5	5	5,0
27	Porque el profesor me recomendó el tema	5	5	4	5	4,8
28	Porque lo encontré en un medio de información (internet, libro, revista, etc.)	5	5	4	5	4,8
29	Porque tocaba elegir un fenómeno	2	1	3	5	2,8
30	Por cumplir	5	2	3	5	3,8

Anexo D. Puntajes de los jueces respecto a la Repitencia de los ítems que tienen que ver con la motivación.

No.	PREGUNTAS	REPITENCIA				
		F.V	C.Z	J.N	F.M	PRO
1	Porque domino el tema	5	5	4	5	4,8
2	Porque es un deber	5	5	5	5	5,0
3	Porque no me gusta la matemática	1	5	4	3	3,3
4	Porque me interesa la matemática	3	5	4	5	4,3
5	Porque quiero ver la relación de las matemáticas con otras ciencias	4	5	4	5	4,5
6	Para aprobar la materia	5	1	5	5	4,0
7	Para fortalecer mis conocimientos	5	5	4	5	4,8
8	Para aprender	5	2	4	3	3,5
9	Para ser útil al grupo	5	3	4	5	4,3
10	Para ayudar al grupo a que avance	5	3	4	4	4,0
11	Porque quiero aportar a la solución de problemas de la comunidad	5	5	4	5	4,8
12	Para enseñar a los compañeros	5	5	4	0	3,5
13	Porque me gusta trabar en grupo	5	5	4	5	4,8
14	Porque me mantiene relacionado con los demás	5	1	4	5	3,8
15	Porque la imparte un buen profesor	5	5	4	5	4,8
16	Porque quiero trabajar solo	5	5	5	5	5,0
17	Porque un miembro de mi familia conoce del tema	5	5	4	5	4,8
18	Porque en mi casa hemos tenido que resolver problemas de ese tipo	5	5	4	5	4,8
19	Porque un miembro de mi familia me lo ha aconsejado	5	5	4	5	4,8
20	Deseo conocer más	5	1	4	5	3,8

21	Porque quiero resolver el problema	5	1	4	5	3,8
22	Realizar algo novedoso	5	5	5	5	5,0
23	Para ser reconocido ante los demás	5	5	4	5	4,8
24	Porque me gusta la matemática	4	1	4	2	2,8
25	Porque se aplica en mi carrera	5	5	5	5	5,0
26	Porque se relaciona con las materias de mi carrera	5	5	5	5	5,0
27	Porque el profesor me recomendó el tema	5	5	4	5	4,8
28	Porque lo encontré en un medio de información (internet, libro, revista, etc.)	5	5	5	5	5,0
29	Porque tocaba elegir un fenómeno	5	1	5	5	4,0
30	Por cumplir	3	1	4	5	3,3

Anexo E. Puntajes de los jueces respecto al Signo de los ítems que tienen que ver con la motivación.

No.	PREGUNTAS	SIGNO			
		C.Z	J.N	F.M	PRO
1	Porque domino el tema	5	5	5	5,0
2	Porque es un deber	5	5	5	5,0
3	Porque no me gusta la matemática	5	4	3	4,0
4	Porque me interesa la matemática	5	5	5	5,0
5	Porque quiero ver la relación de las matemáticas con otras ciencias	5	5	5	5,0
6	Para aprobar la materia	3	5	5	4,3
7	Para fortalecer mis conocimientos	5	5	5	5,0
8	Para aprender	3	5	3	3,7
9	Para ser útil al grupo	3	5	5	4,3
10	Para ayudar al grupo a que avance	3	5	4	4,0
11	Porque quiero aportar a la solución de problemas de la comunidad	5	5	5	5,0
12	Para enseñar a los compañeros	5	5	0	3,3
13	Porque me gusta trabajar en grupo	5	5	5	5,0
14	Porque me mantiene relacionado con los demás	3	5	5	4,3
15	Porque la imparte un buen profesor	5	5	5	5,0
16	Porque quiero trabajar solo	5	5	5	5,0
17	Porque un miembro de mi familia conoce del tema	5	5	5	5,0
18	Porque en mi casa hemos tenido que resolver problemas de ese tipo	5	5	5	5,0
19	Porque un miembro de mi familia me lo ha aconsejado	5	5	5	5,0
20	Deseo conocer más	3	4	5	4,0
21	Porque quiero resolver el problema	3	4	5	4,0
22	Realizar algo novedoso	5	4	5	4,7

23	Para ser reconocido ante los demás	5	4	5	4,7
24	Porque me gusta la matemática	3	4	0	2,3
25	Porque se aplica en mi carrera	5	5	5	5,0
26	Porque se relaciona con las materias de mi carrera	5	5	5	5,0
27	Porque el profesor me recomendó el tema	5	5	5	5,0
28	Porque lo encontré en un medio de información (internet, libro, revista, etc.)	5	4	5	4,7
29	Porque tocaba elegir un fenómeno	1	4	5	3,3
30	Por cumplir	3	4	5	4,0

Anexo F. Puntaje final de los jueces respecto a la los ítems que tienen que ver con la motivación.

No.	PREGUNTAS	PERTINENCIA	UNIDIMENSIONALIDAD	CLARIDAD	PERTINENCIA	SIGNO	PROMEDIO
		PRO	PRO	PRO	PRO	PRO	<i>P.FIN</i>
1	Porque domino el tema	3,8	3,8	4,8	4,8	5,0	4,4
2	Porque es un deber	5,0	4,5	4,8	5,0	5,0	4,9
3	Porque no me gusta la matemática	4,5	4,5	3,5	3,3	4,0	4,0
4	Porque me interesa la matemática	4,0	4,0	5,0	4,3	5,0	4,5
5	Porque quiero ver la relación de las matemáticas con otras ciencias	4,5	4,0	5,0	4,5	5,0	4,6
6	Para aprobar la materia	4,5	4,5	4,5	4,0	4,3	4,4
7	Para fortalecer mis conocimientos	3,8	3,8	4,8	4,8	5,0	4,4
8	Para aprender	3,5	3,0	4,5	3,5	3,7	3,6
9	Para ser útil al grupo	4,3	4,5	3,8	4,3	4,3	4,2

10	Para ayudar al grupo a que avance	4,0	4,0	3,5	4,0	4,0	3,9
11	Porque quiero aportar a la solución de problemas de la comunidad	5,0	4,8	4,8	4,8	5,0	4,9
12	Para enseñar a los compañeros	3,3	3,5	3,5	3,5	3,3	3,4
13	Porque me gusta trabar en grupo	5,0	5,0	5,0	4,8	5,0	5,0
14	Porque me mantiene relacionado con los demás	4,5	4,3	4,3	3,8	4,3	4,2
15	Porque la imparte un buen profesor	4,8	4,8	4,3	4,8	5,0	4,7
16	Porque quiero trabajar solo	4,8	4,8	4,8	5,0	5,0	4,9
17	Porque un miembro de mi familia conoce del tema	4,8	4,8	4,8	4,8	5,0	4,8
18	Porque en mi casa hemos tenido que resolver problemas de ese tipo	4,8	4,8	4,8	4,8	5,0	4,8
19	Porque un miembro de mi familia me lo ha aconsejado	3,8	4,8	4,8	4,8	5,0	4,6
20	Deseo conocer más	4,5	4,5	4,5	3,8	4,0	4,3
21	Porque quiero resolver el problema	4,5	4,5	4,0	3,8	4,0	4,2
22	Realizar algo novedoso	5,0	5,0	5,0	5,0	4,7	4,9
23	Para ser reconocido ante los demás	4,8	4,8	4,8	4,8	4,7	4,7
24	Porque me gusta la matemática	2,8	2,8	3,0	2,8	2,3	2,7

25	Porque se aplica en mi carrera	48	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0
26	Porque se relaciona con las materias de mi carrera	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0
27	Porque el profesor me recomendó el tema	4,8	4,8	4,8	4,8	5,0	4,8
28	Porque lo encontré en un medio de información (internet, libro, revista, etc.)	3,5	3,5	4,8	5,0	4,7	4,3
29	Porque tocaba elegir un fenómeno	3,3	2,5	2,8	4,0	3,3	3,2
30	Por cumplir	3,0	3,0	3,8	3,3	4,0	3,4

Anexo G. Escala tipo likert final

Por favor valore en qué medida los siguientes motivos son causa para la delimitación del fenómeno elegido para el proyecto de modelación. Tenga en cuenta lo siguiente.

TA: Totalmente de acuerdo

A: De acuerdo

I: Indiferente

D: En desacuerdo

TD: Totalmente en desacuerdo

N°	Escogí el fenómeno para el proyecto de modelación...	TA	D	I	D	T.D
1	Porque domino el tema					
2	Para fortalecer mis conocimientos					
3	Porque es un deber					
4	Porque un miembro de mi familia me lo ha aconsejado.					
5	Porque me interesa la matemática					
6	Porque quiero ver la relación de las matemáticas con otras ciencias					
7	Para aprobar la materia					
8	Para aprender					
9	Para ser útil al grupo					
10	Para ayudar al grupo a que avance					
11	Porque quiero aportar a la solución de problemas de la comunidad					
12	Para enseñar a los compañeros					
13	Porque me gusta trabajar en grupo					

14	Porque me mantiene relacionado con los demás					
15	Porque la imparte un buen profesor					
16	Porque quiero trabajar solo					
17	Porque un miembro de mi familia conoce del tema					
18	Porque en mi casa hemos tenido que resolver problemas de este tipo					
19	Porque deseo conocer más					
20	Porque quiero resolver el problema					
21	Realizar algo novedoso					
22	Para ser reconocido ante los demás					
23	Porque no me gusta la matemática					
24	Porque se relaciona con las materias de mi carrera					
25	Porque se aplica en mi carrera					
26	Porque el profesor me recomendó el tema					
27	Porque lo encontré en un medio de información (internet, libro, revista, etc.)					
28	Por cumplir					
29	Porque tocaba elegir un fenómeno					
30	Porque me gusta la matemática					

Estima la influencia ejercida en el fenómeno a estudiar por parte de:	Positiva	Negativa	Ambivalente (ambas)	Ninguna
Profesor				
Compañeros				
Familia				
Medios de información.				
Investigador				

Habilidades logradas con el desarrollo del proyecto de modelación.

Se pide al estudiante valore la habilidad alcanzada durante el desarrollo del proyecto de modelación de acuerdo a la siguiente escala de comprensión:

- Excelente: Se evidencia el logro total de la habilidad. Incluye todos los elementos requeridos en la actividad
- Satisfactorio: Se evidencia el logro del problema. Incluye un alto porcentaje de los elementos requeridos en la actividad
- Aceptable: Se evidencia el logro parcial de la habilidad. Incluye algunos elementos requeridos en la actividad
- Insuficiente: Las evidencias indican poca el logro de la habilidad. No incluye los elementos requeridos en la actividad
- Deficiente: No se logró las actividades planteadas.

Se debe tener en cuenta las tareas desarrolladas para alcanzar cada habilidad indicada. A continuación se muestran las actividades para lograr cada una.

Estructurar el campo o situación que va a modelarse: comprende la definición del problema y sus objetivos, definición de la teoría que gobierna el problema.

Traducir la realidad a una estructura matemática: comprende la descripción de la situación física en términos matemáticos

Interpretar los modelos matemáticos en términos reales: entiende la aplicación del modelo e interpretación de los resultados que ofrece, y comparación del modelo con la situación real.

Trabajar con un modelo matemático: comprende la solución matemática del modelo.

Reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados: entiende la comparación del modelo con la situación real.

Comunicar acerca de un modelo y sus resultados: corresponde a la socialización

Con el desarrollo del proyecto he logrado...	Excelente	Satisfactorio	Aceptable	Insuficiente	Deficiente
Estructurar el campo o situación que va a modelarse					
Traducir la realidad a una estructura matemática					
Interpretar los modelos matemáticos en términos reales					
Trabajar con un modelo matemático					
Reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados					
Comunicar acerca de un modelo y sus resultados					

Anexo I. Número total de respuestas por parte de los estudiantes de ingeniería hacia las preguntas que permiten analizar las motivaciones.

SUBCATEGORIAS	PREGUNTAS	Totalmente de Acuerdo	De acuerdo	Indiferencia	En Desacuerdo	Totalmente en	Total
		<i>Escogí el fenómeno para el proyecto de modelación....</i>					
ESTUDIO	Porque domino el tema	0	9	1	0	0	10
	Porque es un deber	0	3	6	1	0	10
	Porque quiero ver la relación de las matemáticas con otras ciencias	4	3	3	0	0	10
	Para aprobar la materia	3	4	1	1	1	10
	Para fortalecer mis conocimientos	2	7	1	0	0	10
	Para aprender acerca del fenómeno	0	0	0	0	0	10
COLECTIVISMO	Para ser útil al grupo	0	7	2	0	1	10
	Para ayudar al grupo a que avance en el desarrollo del proyecto	1	5	4	0	0	10
	Porque quiero aportar a la solución de problemas de la comunidad	0	3	3	3	1	10
	Para enseñar a los compañeros	0	4	6	0	0	10

	Porque me gusta trabar en grupo	1	3	6	0	0	10
	Porque me mantiene relacionado con los demás	0	3	5	2	0	10
	Porque la imparte un buen profesor	2	2	6	0	0	10
	Porque quiero trabajar solo	0	0	1	4	5	10
CONTACTO FAMILIAR	Porque un miembro de mi familia conoce del tema	0	0	1	2	7	10
	Porque en mi casa hemos tenido que resolver problemas de ese tipo	0	2	0	3	5	10
	Porque un miembro de mi familia me lo ha aconsejado	0	0	2	2	6	10
REALIZACIÓN	Deseo conocer más	2	8	0	0	0	10
	Porque quiero resolver el problema	2	6	2	0	0	10
	Realizar algo novedoso	0	5	5	0	0	10
	Para ser reconocido ante los demás	0	1	3	3	3	10
INTERÉS HACIA LA CARRERA	Porque se aplica en mi carrera	5	4	0	0	1	10
	Porque me interesa la matemática	0	8	0	2	0	10
	Porque se relaciona con las materias de mi carrera	4	6	0	0	0	10
EFECTIVIDAD DE	Porque el profesor me recomendó el tema	1	1	3	2	3	10

	Porque lo encontré en un medio de información (internet, libro, revista, etc.)	3	3	1	1	1	10
	Por cumplir las tareas asignadas por el profesor	1	6	2	0	1	10

ESTIMA LA INFLUENCIA EJERCIDA EN EL FENÓMENO A ESTUDIAR POR PARTE DE:		Ninguna	Negativa	Ambivalente	Positiva
	Investigador	4	0	1	5
	Compañero	3	1	1	5
	Familia	8	1	1	0
	Medio de Información	3	0	3	4
	Profesor	3	2	0	5

Anexo J. Número total de respuestas hacia los ítems que conformar la tabla rúbrica.

CON EL DESARROLLO DEL PROYECTO HE LOGRADO...	EXCELENTE	SATISFACTORIO	ACEPTABLE	INSUFICIENTE	DEFICIENTE
Estructurar el campo o situación que va a modelarse	3	7	0	0	0
Traducir la realidad a una estructura matemática	4	6	0	0	0
Interpretar los modelos matemáticos en términos reales	6	2	2	0	0
Trabajar con un modelo matemático	5	4	1	0	0
Reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados	4	4	2	0	0
Comunicar acerca de un modelo y sus resultados	4	4	2	0	0

Anexo K. Modelo de entrevistas dirigidas a estudiantes

1. ¿Escogieron el fenómeno a modelar porque dominaban el tema?
2. ¿Eligieron ese problema porque lo miraron como un deber?
3. ¿Eligieron los fenómenos a modelar para aprobar la materia?
4. ¿Eligieron los fenómenos a modelar para fortalecer sus conocimientos?
5. ¿Eligieron los fenómenos a modelar para aprender acerca del fenómeno?
6. ¿Escogieron el fenómeno para ser útil al grupo?
7. ¿Escogieron porque les gusta trabajar en equipo?
8. ¿Escogen el fenómeno porque un miembro de su familia conoce del tema?
9. ¿Escogen el proyecto de modelación porque desean conocer más?
10. ¿Eligen el fenómeno porque se aplica a su carrera?
11. ¿El profesor tuvo alguna influencia en la elección del fenómeno a modelar?
12. ¿Escogen el fenómeno a modelar porque dominaron el tema?
13. ¿El interés por la matemática tuvo que ver en la elección del fenómeno?
14. ¿Escogen el fenómeno porque quieren ver la relación de las matemáticas con otras ciencias?
15. ¿Escogen el fenómeno porque los mantiene relacionado con los demás?
16. ¿El motivo para escoger el fenómeno fue porque la imparte un buen profesor?
17. ¿Alguien de su familia tuvo que ver con la elección del fenómeno?
18. ¿Lo que los motivó a elegir su fenómeno es porque quieren reconocimiento?
19. ¿El fenómeno que escogieron se relaciona con las materias de su carrera?
20. ¿Quién influyó en la elección?
21. ¿Qué quieren aprender acerca del fenómeno que han escogido?
22. ¿Les parece algo novedoso trabajar con proyectos de modelación?
23. ¿Que desean conocer más del tema escogido?
24. ¿Ustedes consideran que el tema que han escogido lo aplicarían en su carrera?
25. ¿Que los motivó para escoger el fenómeno?
26. ¿Por qué escogieron el fenómeno que ustedes van a modelar?

Anexo L. Contenido programático: Ingeniería civil

 Universidad de Nariño	FACULTAD DE INGENIERÍA DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL CONTENIDO PROGRAMATICO	Código: FDI-FOA-FR-01
		Página 1 de 4
		Versión: 1
		Vigente a Partir de 2013-05-22

1. IDENTIFICACIÓN DE LA ASIGNATURA.

DESCRIPCIÓN	INTENSIDAD HORARIA SEMANAL
Nombre: ECUACIONES DIFERENCIALES	Teóricas: 4
Código:	Laboratorio o práctica: 0
Área: Ciencias Básicas	Créditos 3
	INTENSIDAD HORARIA SEMESTRAL
Subárea: Matemáticas	Teóricas: 72
Semestre: V	Laboratorio o práctica: 0
Prerrequisitos: Cálculo de Varias Variables y Vectorial	Total: 72
Correquisitos:	

Aprobado mediante Acuerdo No. 010 de febrero 17 de 2014, emanado por el Consejo Académico de la Universidad de Nariño

2. INTRODUCCIÓN.

El curso de Ecuaciones Diferenciales, procura ofrecer a los estudiantes de Ingeniería, los fundamentos teóricos básicos de esta disciplina. De igual manera establece un puente entre las Matemáticas puras y las aplicadas, de manera que el estudiante observe y se percate de la aplicabilidad y los alcances de esta rama de las Matemáticas en los diversos campos de la Ingeniería.

3. JUSTIFICACIÓN CURRICULAR.

El campo de acción de la ingeniería requiere que los profesionales de estas disciplinas conozcan las técnicas de resolución de las ecuaciones diferenciales ordinarias y que interpreten las soluciones obtenidas. Por otra parte, los ingenieros deben estar en capacidad de formular y resolver problemas específicos que involucren ecuaciones diferenciales ordinarias, y de esta manera modelar matemáticamente su comportamiento y posterior solución.

4. OBJETIVO GENERAL DE LA ASIGNATURA.

Identificar la importancia de las Ecuaciones Diferenciales en planteamiento y solución de

 Universidad de Nariño	FACULTAD DE INGENIERÍA DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL CONTENIDO PROGRAMATICO	Código: FDI-FOA-FR-01
		Página 2 de 4
		Versión: 1
		Vigente a Partir de 2013-05-22

modelos matemáticos, así como su relación con otras ciencias, así como capacitar al estudiante para utilizar correctamente los conceptos y las técnicas básicos que permitan la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias.

5. CONTENIDO PROGRAMÁTICO.

UNIDAD No. 1 CONCEPTOS BÁSICOS SOBRE ECUACIONES DIFERENCIALES	
OBJETIVOS ESPECÍFICOS DE LA UNIDAD:	
Reconocer la clase, el orden, el grado de una ecuación diferencial	
Aprender el concepto de solución y condiciones iniciales de una ecuación diferencial	
TEMA	
1.	Conceptos básicos: definición, orden, solución, solución general, solución particular, curva integral, campo direccional. Condiciones iniciales.
2.	Métodos de análisis de una Ecuación Diferencial.
3.	Introducción a la modelación Matemática

UNIDAD No. 2 ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN	
OBJETIVOS ESPECÍFICOS DE LA UNIDAD:	
Identificar el tipo de ecuación diferencial de primer orden.	
Resolver analíticamente ecuaciones de primer orden	
TEMA	
1.	Ecuaciones con variables separables. Sustituciones.
2.	Ecuaciones Homogéneas y reducibles a ellas.
3.	Ecuaciones Diferenciales Exactas y Factor integrante
4.	Ecuaciones Lineales y reducibles a ellas
5.	Ecuaciones diferenciales No resueltas respecto de la derivada. Ecuación de Lagrange. Soluciones singulares.
6.	El teorema de existencia y unicidad
7.	Problemas de Aplicación.

UNIDAD No. 3 ECUACIONES LINEALES DE SEGUNDO ORDEN	
OBJETIVOS ESPECÍFICOS DE LA UNIDAD:	
Resolver analíticamente una ecuación diferencial de segundo orden	
Plantear y resolver problemas de aplicación propios de la Ingeniería que involucren las	

Anexo M. Contenido programático: Ingeniería electrónica

	FORMACIÓN ACADÉMICA FACULTAD DE INGENIERÍA PROGRAMA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA PROGRAMACIÓN TEMÁTICA ASIGNATURA	Código: FOA-FR-07
		Página: 1 de 2
		Versión: 4
		Vigente a partir de: 2011-01-18

1. IDENTIFICACIÓN DE LA ASIGNATURA:

NOMBRE DEL DOCENTE: Miller Cerón Gómez		IDENTIFICACIÓN No. 12747936			
Correo Electrónico: millercgomez@gmail.com					
NOMBRE DE LA ASIGNATURA O CURSO: Ecuaciones Diferenciales					
Código de Asignatura: 230					
Semestre(s) a los cuales se ofrece: IV					
Intensidad Horaria Semanal ó Número de Créditos: IV	Teórica: 4	Práctica:	Adicionales: 8	Horas Totales: 72	
METODOLOGÍA DE CLASE: (Marque con una X la Opción u Opciones que Usted emplea principalmente en la Metodología)					
Clase Magistral: X	Taller: X	Seminario:	Práctica:	Investigación:	Laboratorio: Proyectos:
Fecha Última Actualización del programa temático: 31-01-2011		Revisión realizada por: Saulo Mosquera			

2. JUSTIFICACIÓN :

El campo de acción de la ingeniería requiere que los profesionales de estas disciplinas conozcan las técnicas de resolución de las ecuaciones diferenciales ordinarias y que interpreten las soluciones obtenidas. Por otra parte, los ingenieros deben estar en capacidad de formular y resolver problemas específicos que involucren ecuaciones diferenciales ordinarias, y de esta manera modelar matemáticamente su comportamiento.

3. OBJETIVOS:

3.1 Objetivo General:

Al finalizar el curso el estudiante estará capacitado para resolver analíticamente problemas en los cuales se plantean ecuaciones diferenciales ordinarias relacionadas con la Ingeniería.

3.2 Objetivos Específicos:

- Identificar la importancia de las Ecuaciones Diferenciales en planteamiento y solución de modelos matemáticos, así como su relación con otras ciencias.
- Capacitar al estudiante para utilizar correctamente los conceptos y las técnicas básicas que permitan la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias.

4. METODOLOGÍA:

El contenido del curso se desarrollará fundamentalmente a través exposiciones por parte del profesor, incentivando la participación activa de los alumnos y orientadas a la comprensión de los diferentes temas de la asignatura en forma integradora. Adicionalmente, se incorporan ejemplos motivadores de aplicación.

5. CRITERIOS DE EVALUACIÓN:

La evaluación se basará en exámenes parciales donde se evaluará la capacidad de expresarse clara y correctamente mediante el lenguaje matemático para definir conceptos, justificar propiedades o resolver problemas y en la participación activa en las sesiones académicas y en los trabajos desarrollados por los

 Universidad de Nariño	FORMACIÓN ACADÉMICA	Código: FOA-FR-07
	FACULTAD DE INGENIERÍA PROGRAMA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA	Página: 2 de 2
	PROGRAMACIÓN TEMÁTICA ASIGNATURA	Versión: 4
		Vigente a partir de: 2011-01-18

estudiantes durante el curso.

6. CONTENIDO DE LA ASIGNATURA

Tema ó Capitulo
<ul style="list-style-type: none"> • Definiciones básicas: Ecuación Diferencial, clasificación, orden, concepto de solución, clasificación de la solución, condiciones iniciales • Teorema de existencia y unicidad. Aspectos geométricos. Problema de valor inicial. Isoclinas. Ecuaciones con variables separables. Sustituciones. Ecuaciones Homogéneas y reducibles a ellas. Ecuaciones Diferenciales Exactas y Factor integrante. Ecuaciones Lineales y reducibles a ellas. Ecuaciones diferenciales No resueltas respecto de la derivada. Ecuación de Lagrange. Soluciones singulares. Problemas de Aplicación. • Ecuaciones lineales de segundo orden homogéneas. Independencia lineal. Reducción del orden. Método de los coeficientes indeterminados. Método de variación de parámetros. Problemas de aplicación. • Teoría general de las ecuaciones de orden superior. Solución, clasificación de la solución. Condiciones iniciales. Problemas de valor inicial. Reducción del orden. Ecuaciones lineales de orden superior. Método de coeficientes indeterminados. Método de Variación de parámetros. Problemas de Aplicación. • Transformada de Laplace. Definición, propiedades. Inversa de la Transformada de Laplace. La función de Heaviside. La función Delta de Dirac. Solución de ecuaciones diferenciales usando Transformada de Laplace. • Series de potencias. Propiedades básicas. Funciones analíticas. Propiedades. Determinación de los coeficientes de la serie solución de una ecuación diferencial. Solución alrededor de puntos ordinarios y regulares. La ecuación diferencial de Bessel y Legendre. Propiedades.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS
<ul style="list-style-type: none"> • EDWARDS y PENNEY. Ecuaciones diferenciales elementales. Tercera edición. Prentice-Hall Hispanoamérica. México, 1994. • SPIEGEL, M. Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones. Fondo Educativo Interamericano. México, 1984. • ZILL, Dennis. Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones de Modelado. Thomson. México 2002.

Anexo N. Contenido programático: Ingeniería de sistemas

PROYECTO POR ASIGNATURA	
MATEMÁTICAS ESPECIALES	
UNIVERSIDAD DE NARIÑO FACULTAD DE INGENIERIA DEPARTAMENTO DE SISTEMAS	
PROGRAMA DE INGENIERIA DE SISTEMAS	
1. IDENTIFICACIÓN DE LA ASIGNATURA	
<i>Horas semanales</i>	
Nombre: MATEMÁTICAS ESPECIALES	Teoría:
Código: 0124	Práctica:
Área: BÁSICAS DE INGENIERÍA	Teoría/Práctica:
Semestre: V	Total:
Requisitos	
CALCULO III	Créditos:
2. INTRODUCCIÓN	
<p>Es indispensable que el estudiante tenga conocimiento de las estructuras básicas ofrecidas por las 4 asignaturas de Cálculo. Ellos deben conocer la teoría elemental de los conjuntos, las relaciones sobre los conjuntos y las operaciones elementales en los cuerpos de los números reales y complejos, en los anillos de los polinomios, la teoría elemental de las matrices, la teoría de los sistemas de ecuaciones lineales y los elementos del cálculo.</p>	
3. JUSTIFICACIÓN CURRICULAR	
<p>Con las materias Cálculo 1, 2, y 3 del ciclo básico el estudiante adquiere el conocimiento general indispensable en cualquiera carrera de ingeniería. La asignatura Matemáticas Especiales cierra el ciclo de estudio básico en matemáticas con los capítulos específicos, más importantes en la carrera de Ingeniería. Para este nuevo requerimiento se necesita que el estudiante conozca las estructuras algebraicas fundamentales como los semigrupos, grupos, anillos, cuerpos y espacios vectoriales. Basado en estas estructuras se puede dar el álgebra lineal con el enfoque estructural de manera más profunda. Las transformaciones integrales y los conocimientos de las matemáticas finitas también deben integrar el estudiante en el esquema algebraico que es la faceta más innovadora de la evolución de la Ingeniería de los últimos tiempos.</p>	
4. OBJETIVO GENERAL DE LA ASIGNATURA	
<p>➤ Analizar y utilizar los diferentes métodos generales en la solución explícita de una Ecuación diferencial ordinaria y aplicarla en la solución de problemas prácticos de la Ingeniería.</p>	
5. CONTENIDO PROGRAMÁTICO DE LA ASIGNATURA	

TEMA	Horas		
	Teóricas	Prácticas	Independientes
<p><i>Unidad 1. CONCEPTOS GENERALES</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Origen y definición de las ecuaciones diferenciales ➤ Clasificación, orden y grado de una ecuación diferencial ➤ Solución general, solución particular y condiciones iniciales. ➤ Método de isoclinas. 	8	2	10
<p><i>Unidad 2. ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Ecuaciones diferenciales de variables separables. ➤ Ecuaciones diferenciales homogéneas. ➤ Ecuaciones diferenciales reducibles, separables y homogéneas ➤ Ecuaciones diferenciales exactas. ➤ Factores integrantes. ➤ Trayectorias octogonales e isogonales. ➤ Solución singular 	14	4	20
<p><i>Unidad 3. ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ <i>Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden.</i> ➤ Sistema de Ecuaciones diferenciales. ➤ Ecuaciones diferenciales lineales de orden superior. ➤ Ecuación diferencial de Bernoulli. ➤ Ecuación diferencial de Reati. ➤ Ecuación diferencial de Lagranje. 	10	2	16
<p><i>Unidad 4. ECUACIONES DIFERENCIALES DE ORDEN SUPERIOR</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ <i>Reducción del orden.</i> ➤ Ecuaciones de la forma $F(x, y, y', \dots, y^{(n)})=0$. ➤ Ecuaciones homogéneas. ➤ Ecuaciones homogéneas generales ➤ Ecuaciones lineales de orden n. ➤ Ecuaciones diferenciales lineales homogéneas y no homogéneas de orden n. ➤ Independencia lineal de las funciones. ➤ Determinante de Wronsky. ➤ Solución de operadores. ➤ Ecuación característica. ➤ Ecuación característica con raíces múltiples. ➤ Ecuación característica con raíces complejas. ➤ Método de los coeficientes indeterminados. 	12	4	20
<p><i>Unidad 5. INTEGRACIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES MEDIANTE SERIES</i></p>	8	2	14

<ul style="list-style-type: none"> ➤ Solución por medio de series de potencia para las ecuaciones de primer y segundo orden. ➤ Ecuación de Bessel – Legendre – Hermite (Método de Frobenius). 				
---	--	--	--	--

6. PRERREQUISITOS ASIGNATURA

- Tener buenas bases de cálculo diferencial e integral
- Tener la habilidad para abstraer problemas matemáticos y resolverlos

7. EVALUACIÓN DE ENTRADA

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Tener buenas bases de cálculo diferencial e integral

PROPÓSITO INICIAL	CRITERIO DE EVALUACIÓN	RESULTADO	ÉNFASIS
Determinar el nivel de conocimiento que tienen los estudiantes en la aplicación y solución de problemas que involucren diferenciales e integrales complejas.	Aplicar un cuestionario con problemas de cálculo diferencial e integral compleja tipo ECAES.	Se espera que los estudiantes puedan resolver como mínimo el 90% del examen.	Alto

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Tener la habilidad para abstraer problemas matemáticos y resolverlos

PROPÓSITO INICIAL	CRITERIO DE EVALUACIÓN	RESULTADO	ÉNFASIS
Determinar el grado de habilidad que tienen los estudiantes para abstraer problemas matemáticos relacionados con Ingeniería.	Realizar una prueba con problemas de ingeniería que sean resueltos mediante modelos matemáticos.	Se espera que los estudiantes puedan tener una habilidad del 100% en la prueba.	Medio

8. DISEÑO INSTRUCCIONAL POR UNIDAD

Unidad No.2	ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN	Tiempo Probable: 38 Horas
PROPÓSITO TERMINAL:		
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Resolver las ecuaciones diferenciales de primer orden, mediante los métodos conocidos 		
OBJETIVO INSTRUCCIONAL		
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Comprender, resolver y aplicar las Ecuaciones diferenciales de variables separables. ➤ Comprender, resolver y aplicar las Ecuaciones diferenciales homogéneas. ➤ Comprender, resolver y aplicar las Ecuaciones diferenciales reducibles, separables y homogéneas ➤ Comprender, resolver y aplicar las Ecuaciones diferenciales exactas. ➤ Comprender, resolver y aplicar los Factores integrantes. ➤ Comprender, resolver y aplicar las Trayectorias octogonales e isogonales. ➤ Comprender, resolver y aplicar la Solución singular 		

Anexo O. libros de Ecuaciones Diferenciales

1. EDWARDS y PENNEY. Ecuaciones diferenciales elementales. Tercera edición. Prentice-Hall Hispanoamérica. México, 1994.
2. SPIEGEL, M. Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones. Fondo Educativo Interamericano. México, 1984.
3. ZILL, Dennis. Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones de Modelado. Thomson. México 2002.
4. KISELIOV y Otros. PROBLEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES. Mir.
5. AYRES, Frank Jr. ECUACIONES DIFERENCIALES. McGraw Hill.

Anexo: 16 Puntaje final de los jueces respecto a las categorías que compone la tabla rúbrica

Con el desarrollo del proyecto he logrado..	PERTENENCIA		UNIDIMENSIONALIDAD		CLARIDAD		PERTINENCIA		SIGNO		PROMEDIO
	J.N	F.M	J.N	F.M	J.N	F.M	J.N	F.M	J.N	F.M	
Estructurar el campo o situación que va a modelarse	5	5	4	5	4	5	4	5	4	5	4,6
Traducir la realidad a una estructura matemática	5	5	4	5	5	5	4	5	4	5	4,7
Interpretar los modelos matemáticos en términos reales	5	5	4	5	4	5	4	4	4	5	4,5
Trabajar con un modelo matemático	5	5	5	5	5	4	4	5	4	5	4,7
Reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados	5	5	4	5	4	5	4	5	4	5	4,6
Comunicar acerca de un modelo y sus resultados	5	4	5	4	5	4	5	5	5	4	4,6