

**LA DE-CONSTRUCCIÓN DIMENSIONAL DE FORMAS UN ELEMENTO PARA
FAVORECER LA INCLUSIÓN A TRAVÉS DE LA DISCRIMINACIÓN DE
PUNTOS NOTABLES. EL CASO DE LAS FIGURAS TRIANGULARES.**

DIANA YASMIN BUESAQUILLO CARPIO

ROSA ELIZABETH MONTILLA JOJOA

UNIVERSIDAD DE NARIÑO

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

SAN JUAN DE PASTO

2021

**LA DE-CONSTRUCCIÓN DIMENSIONAL DE FORMAS UN ELEMENTO PARA
FAVORECER LA INCLUSIÓN A TRAVÉS DE LA DISCRIMINACIÓN DE
PUNTOS NOTABLES. EL CASO DE LAS FIGURAS TRIANGULARES.**

DIANA YASMIN BUESAQUILLO CARPIO

ROSA ELIZABETH MONTILLA JOJOA

**Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de
Licenciadas en Matemáticas**

Asesor:

GUSTAVO ADOLFO MARMOLEJO AVENIA

Doctor en Educación Matemática

UNIVERSIDAD DE NARIÑO

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

SAN JUAN DE PASTO

2021

NOTA DE RESPONSABILIDAD

Las ideas y conclusiones aportadas en este Trabajo de Grado son Responsabilidad de los autores.

Artículo 1 del Acuerdo No. 324 de octubre 11 de 1966, emanado por el Honorable Consejo Directivo de la Universidad de Nariño.

Nota de aceptación

Gustavo Adolfo Marmolejo A.

Asesor de Trabajo de Grado

Jurado 1: OSCAR NARVAEZ

Jurado 2: MYRIAM TULCAN

San Juan de Pasto, 16 de Diciembre del 2021

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos de manera especial y sincera al Dr. Gustavo Adolfo Marmolejo Avenía. Sin usted y sus virtudes, su paciencia y constancia en este trabajo. Usted formó parte importante de esta historia con sus aportes profesionales que lo caracterizan. Gracias por sus orientaciones.

Agradecemos a todos nuestro profesores que nos supieron formar en este proceso. Sus palabras fueron sabias, sus conocimientos rigurosos y precisos. Su semilla de conocimientos, germinó en el alma y el espíritu. Gracias por su paciencia, por compartir sus conocimientos de manera profesional e invaluable, por su dedicación perseverancia y tolerancia.

Agradecimientos a nuestros compañeros y amigos, por su apoyo y constancia, al estar en las horas más difíciles.

Agradecimientos al grupo de investigaciones y a la vicerrectoría de investigaciones y postgrados de la Universidad de Nariño por ser parte de este proyecto.

A todas las personas que nos han apoyado y han hecho que el trabajo se realice con éxito en especial a aquellos que nos abrieron las puertas y compartieron sus conocimientos.

DEDICATORIA

Principalmente le agradezco a Dios por permitirme hacer posible este triunfo, por darme vida, salud y sabiduría a lo largo de este camino, lleno de aprendizajes y experiencias que me llenan de alegría. Le doy gracias a mis padres, abuelo, hermanos y amigos. Ustedes han sido siempre el motor que impulsa mis sueños y esperanzas, quienes estuvieron siempre a mi lado en los días y noches más difíciles durante mis horas de estudio. Siempre han sido mis mejores guías de vida. Hoy cuando concluyo mis estudios, les dedico a ustedes este logro.

Diana Buesaquillo

Infinitas gracias a DIOS, por permitirme culminar este trabajo, que es el resultado de años de esfuerzo, gracias por brindarme la compañía más importante y motivación en mi vida, para mi madre con todo el amor y a quienes han hecho parte de este proceso.

Rosa Montilla

RESUMEN¹

Esta investigación considera la participación como un proceso idóneo para la inclusión y expone un instrumento metodológico, que permite caracterizar cómo un grupo de educadores matemáticos en formación pretenden promover la inclusión participativa de un estudiante con dificultades específicas de aprendizaje, al diseñar una secuencia de enseñanza aprendizaje que suscita el estudio del ortocentro desde una perspectiva visual. El instrumento metodológico es de carácter cualitativo con un enfoque de estudio de caso, se contempló tres fases en su diseño: Consideración de categorías visuales, consideración de categorías de inclusión y valoración del instrumento. Cinco categorías de análisis lo conforman: *posición del ortocentro en relación a la superficie del triángulo, cambio dimensional, tipos de tareas, estrategias de enseñanza inclusiva visual-participativa e indicadores de idoneidad visual-participativa*. En conclusión este trabajo permitió caracterizar cómo los educadores matemáticos en formación promueven la inclusión participativa de un estudiante con dificultades específicas de aprendizaje, desarrollando procesos de visualización en el estudio de la geometría, para aportar elementos importantes que generen reflexión sobre el accionar en la atención a la diversidad y la búsqueda de métodos de enseñanza innovadores y flexibles.

Palabras clave: Inclusión participativa, dificultades específicas de aprendizaje, Visualización.

¹ Esta investigación hace parte de un proyecto de investigación titulado: *La de-construcción dimensional de formas un elemento para favorecer la inclusión a través de la discriminación de puntos notables. el caso de las figuras triangulares*, el cual es financiada por la Vicerrectoría de Investigación, Postgrados y Relaciones Internacionales de la universidad de Nariño, registrado con código 2227 y aprobado mediante Acuerdo No. 248, de 06/11/2020. El proceso de diseño y validación del instrumento metodológico reportado en la presente memoria así como su escritura y divulgación fue un trabajo conjunto de las investigadoras principales Rosa Elizabeth Montilla y Diana Yasmin Buesaquillo, y del asesor Gustavo Adolfo Marmolejo Avenía. Los resultados de esta investigación fueron presentados en el congreso internacional 1st STEAM EDUCATION CONGRESS, llevado a cabo los días 10 y 11 de junio de 2021, en la universidad Francisco de Paula Santander.

SUMMARY²

This research considers Participation as an ideal process for inclusion and presents a methodological instrument that allows characterizing how a group of mathematics educators in training intends to achieve the participatory inclusion of a student with specific learning difficulties, when designing a teaching-learning sequence that elicits the study of the orthocenter from a visual perspective. The methodological instrument is qualitative in nature with a case study approach, three phases were contemplated in its design: Consideration of visual categories, Consideration of inclusion categories and Evaluation of the instrument. Five categories of analysis compose it: *position of the orthocenter in relation to the surface of the triangle, dimensional change, types of tasks, visual-participatory inclusive didactic strategies and indicators of visual-participatory suitability*. In conclusion, this work allowed to characterize how mathematical educators in training promote the participatory inclusion of a student with specific learning difficulties, developing visualization processes in the study of geometry, to contribute important elements that generate reflection on action in the attention to diversity and the search for innovative and flexible teaching methods.

Keywords: Participatory inclusion, Specific learning difficulties, Visualization.

² This research is part of a research project titled: *The dimensional deconstruction of forms an element to favor inclusion through the discrimination of notable points. the case of triangular figures*, which is funded by the Vice-Rector's Office for Research, Postgraduate Studies and International Relations of the University of Nariño, registered with code 2227 and approved by Agreement No. 248, of 11/06/2020. The process of design and validation of the methodological instrument reported in this report, as well as its writing and dissemination, was a joint work of the principal investigators Rosa Elizabeth Montilla and Diana Yasmin Buesaquillo, and the advisor Gustavo Adolfo Marmolejo Avenía. The results of this research were presented at the 1st STEAM EDUCATION CONGRESS international congress, held on June 10 and 11, 2021, at the Francisco de Paula Santander University.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	12
1. PROPÓSITO.....	15
2. MARCO TEÓRICO.....	16
2.1 Educación inclusiva.....	16
2.2 Dificultades específicas de aprendizaje.....	19
2.3 Deconstrucción dimensional.....	22
2.4 Ortocentro de las figuras triangulares.....	25
3. MÉTODOS Y MATERIALES.....	27
3.1 Naturaleza de la investigación.....	27
3.2 Población.....	27
3.3 Trabajo de campo.....	27
3.4 Proceso de constitución y validación del instrumento metodológico.....	30
3.4.1 Consideración de las categorías visuales.....	31
3.4.2 Consideración de las categorías de inclusión.....	32
3.4.3 Validación del instrumento metodológico.....	34
4. INSTRUMENTO METODOLÓGICO: CATEGORÍAS Y DESCRIPTORES.....	36
4.1 Posición del ortocentro en relación a la superficie del triángulo.....	37
4.2 Tipos de tareas.....	39
4.3 Cambio dimensional.....	42
4.4 Estrategias de enseñanza inclusiva visual-participativa.....	45
4.5 Indicadores de idoneidad inclusiva visual-participativa.....	50
5. EJEMPLO DE CODIFICACIÓN DE UNA UNIDAD DE ANÁLISIS.....	52
CONCLUSIONES.....	55
BIBLIOGRAFÍA.....	57
ANEXO.....	62

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Descomposición en unidades figurales por deconstrucción dimensional de una forma.....	23
Figura 2. Ortocentro en el interior del contorno de un triángulo acutángulo	37
Figura 3. Ubicación del ortocentro en el exterior de un triángulo obtusángulo	38
Figura 4. Coincidencia del ortocentro con un vértice en un triángulo rectángulo	39

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Ortocentro	26
Tabla 2. Estructura de la secuencia de enseñanza-aprendizaje.....	28
Tabla 3. Categorías, sub-categorías y descriptores del instrumento metodológico.....	36
Tabla 4. Ejemplo de una tarea de Discriminación Visual	40
Tabla 5. Ejemplo de una Tarea de restauración.....	41
Tabla 6. Formas en que aparece el descriptor cambio dimensional neutro	43
Tabla 7. Formas en que aparece el descriptor cambio dimensional Diminutivo.....	44
Tabla 8. Formas en que aparece el descriptor cambio dimensional aumentativo	45
Tabla 9. Descriptores de estrategias de enseñanza que favorecen el habla en un estudiante con DEA a través de la participación	47
Tabla 10. Descriptores de estrategias de enseñanza que favorecen la escucha en un estudiante con DEA a través de la participación	48
Tabla 11. Descriptores de estrategias de enseñanza que favorecen la afectividad en un estudiante con DEA a través de la participación.	49
Tabla 12. Ejemplo de codificación de una unidad de análisis.....	52

INTRODUCCIÓN

La educación inclusiva significa atender con calidad y equidad a las necesidades comunes y específicas que presentan los estudiantes. Para lograrlo es necesario contar con estrategias organizativas que ofrezcan respuestas eficaces para abordar la diversidad (Correa et al, 2010), razón por la cual, es necesario que los establecimientos educativos inviten a la comunidad a trabajar en conjunto para poner en marcha estrategias pedagógicas, emocionales y sociales bajo una perspectiva de diversidad y de atención a la diferencia.

Los principales participantes de este proceso, son los educadores que deben estar dispuestos a formarse y ser partícipes de una educación inclusiva, para realizar procesos de caracterización centrados en las dificultades y fortalezas de los estudiantes con riesgo de ser excluidos. La inclusión alude a diferentes procesos, exige la identificación y la disminución de barreras que impiden la participación y el libre desarrollo de todos los miembros de la comunidad educativa.

Por ello los educadores matemáticos en formación (en adelante EMF) centraron su atención en promover la inclusión participativa, con el objeto de diseñar un instrumento metodológico que permita promover la inclusión a nivel participativo de un estudiante con dificultades específicas de aprendizaje (en adelante DEA). Las DEA se refiere a un grupo de trastornos que se manifiestan como dificultades significativas en la adquisición y uso de la lectura, escritura, cálculo, razonamiento matemático. Puesto que la lectura, la escritura y el cálculo son los instrumentos mediadores en los que se basan todos los aprendizajes, sus déficits influyen negativamente en el rendimiento escolar e inevitablemente propician el deterioro de la percepción que el niño o la niña tienen de sí mismos y aparecen así los problemas de tipo social y emocional que suelen acompañar a los trastornos de aprendizaje. Aunque los trastornos específicos en el aprendizaje, no constituyen

una discapacidad, pueden confundirse (MEN, 2017) y en consecuencia se dificulta realizar los adecuados apoyos y ajustes razonables en el estudiante.

Para promover la inclusión participativa del estudiante con DEA, los EMF diseñaron y aplicaron una secuencia de enseñanza aprendizaje (en adelante SEA) que propicia la enseñanza del ortocentro, desde una perspectiva visual, que privilegia la deconstrucción dimensional de formas, permitiendo que el estudiante visualice las unidades figurales elementales, logrando pasar de una discriminación de unidades visuales de dimensión dos a unidades visuales de dimensión uno y cero de las figuras (Marmolejo y Gonzales, 2013), además de favorecer la comprensión eficaz de toda enunciación de las propiedades geométricas (Duval, 2016).

Con el fin de que la SEA favorezca la enseñanza e inclusión del estudiante con DEA, fue necesario proponer estrategias de enseñanza inclusivas visual-participativas, consideradas como ajustes razonables. Los ajustes razonables son “las acciones, adaptaciones, estrategias, apoyos, recursos o modificaciones necesarias y adecuadas del sistema educativo y la gestión escolar, basadas en necesidades específicas de cada estudiante” (Decreto 1421, 2017, p. 5). Estos apoyos, facilitan la labor del maestro, potencian los logros y avances de todos los estudiantes, cabe aclarar que, los apoyos o ayudas que un estudiante precise en un momento determinado pueden variar según quién los proporcione, cuánto duren, con qué intensidad se ofrezcan y la función que cumplan (MEN, 2017).

En cuanto a los métodos y materiales de esta investigación: son de carácter cualitativo con un enfoque en estudio de caso; la población se constituyó por un grupo de doce EMF pertenecientes al programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño (Colombia); el trabajo de campo se realizó de forma grupal; el proceso de diseño y validación de las categorías de análisis

se extrajeron por método mixto, es decir algunos elementos de ciertas categorías fueron extraídos de investigaciones previas, los demás fueron considerados directamente del accionar de los EMF.

El instrumento metodológico por su parte define y ejemplifica cinco categorías: *posición del ortocentro en relación a la superficie del triángulo, cambio dimensional, tipo de tareas, estrategias de enseñanza inclusiva visual-participativa e indicadores de idoneidad visual-participativa*. Las tres primeras hacen referencia a la actividad cognitiva de visualización, las restantes permiten valorar la inclusión visual-participativa del estudiante con DEA. Finalmente, para ejemplificar el instrumento metodológico se describe la codificación de una unidad de análisis.

A pesar que la educación inclusiva representa un gran reto para el sistema educativo colombiano, se logra visualizar rutas de trabajo que promuevan una verdadera inclusión en las aulas de clase. La invitación es que en los programas y procesos de formación de profesores de educación matemática, se reflexione sobre la necesidad de cambio de métodos repetitivos por métodos centrados en la indagación, la manipulación de recursos didácticos que permitan deducir propiedades y relaciones; el planteamiento de situaciones que despierten el interés en los estudiantes y principalmente que concienticen al maestro en la atención a la diversidad (Castro & Torres, 2017).

1. PROPÓSITO

El propósito de esta investigación es presentar un instrumento metodológico que permita determinar cómo un grupo de EMF intentan promover la inclusión a nivel participativo (inclusión participativa) de un estudiante con DEA a través de la enseñanza del ortocentro desde un enfoque visual que privilegia la deconstrucción dimensional de formas.

2. MARCO TEÓRICO

En este apartado se exponen algunos referentes que dan sentido a la investigación. En primera instancia, se explica en qué consiste la educación inclusiva. Posteriormente, se expone el concepto de las DEA y seguidamente, el concepto de deconstrucción dimensional. Finalmente, se presentan el punto notable denominado ortocentro de las figuras triangulares.

2.1 Educación inclusiva

La educación inclusiva significa “un proceso permanente que reconoce, valora y responde de manera pertinente a la diversidad de características, intereses, posibilidades y expectativas de las niñas, niños, adolescentes, jóvenes y adultos, cuyo objetivo es promover su desarrollo, aprendizaje y participación, con pares de su misma edad, en un ambiente de aprendizaje común, sin discriminación o exclusión alguna, y que garantiza, en el marco de los derechos humanos, los apoyos y los ajustes razonables requeridos en su proceso educativo, a través de prácticas, políticas y culturas que eliminan las barreras existentes en el entorno educativo” (Decreto 1421, 2017, p. 5). Desde la UNESCO y OEI (2017), se define la educación inclusiva como el proceso de fortalecimiento de la capacidad del sistema educativo para llegar a todos los estudiantes.

La educación inclusiva se encuentra fundamentada en un marco legal internacional y nacional, que la constituyen en compromiso de ley. Desde la política internacional, su base principal se encuentra en el respeto a los derechos humanos y la participación en condición de igualdad de todas las personas, lo cual ha sido promulgado en la Declaración Universal de Derechos Humanos (1948) que hace énfasis en el derecho a la educación sin discriminación alguna, siendo consecuente con el principio de equidad. De igual forma en la Convención sobre los Derechos del Niño (Naciones Unidas, 1989) se acuerda la aplicación de los derechos a todos los niños y niñas sin

excepción alguna, constituyéndose en obligación del Estado protegerlos de cualquier tipo de discriminación. Posteriormente se avanza hacia la Declaración Mundial sobre Educación para Todos realizada en Jomtien, Tailandia (1990), en la que se plantea que "cada persona -niño, joven o adulto- deberá estar en condiciones de aprovechar las oportunidades educativas ofrecidas para satisfacer sus necesidades básicas de aprendizaje, en esta Declaración, se establecen normas y principios para el acceso a la educación de todos. Además un tema central de los derechos Humanos es la educación de calidad para todos, entendida como un derecho fundamental que los Estados tienen la obligación de respetar, promover y proteger, garantizando la igualdad de oportunidades en el acceso al conocimiento de toda la población. Bajo este marco normativo, cada país desde sus entidades gubernamentales genera políticas para hacer efectivo el derecho a la educación para todos (Manjarrez & Hernández, 2015).

En Colombia la educación inclusiva se encuentra fundamentada principalmente: en el decreto 1421 de 2017 por el cual se reglamenta en el marco de la educación inclusiva la atención educativa a la población con discapacidad y tiene como objetivo reglamentar la prestación del servicio educativo para la población con discapacidad, en los aspectos de acceso, permanencia y calidad, para que los estudiantes puedan transitar por la educación desde preescolar hasta educación superior. En este sentido la atención educativa a la población con discapacidad se enmarca en los principios de la educación inclusiva y se fundamenta en los derechos de las personas con discapacidad (ley 1346 de 2009 (Julio 31) Por medio de la cual se aprueba la Convención sobre los Derechos de las personas con Discapacidad). De esta manera, una educación inclusiva debe garantizar tres procesos fundamentales: "Las tres PPP de la inclusión": Presencia: todos tienen derecho a acceder a la información, espacios, procesos y en general a la educación inclusiva; Participación: ser reconocidos escuchados y brindar apoyos para tomar decisiones en los aspectos

claves que le competen; Progreso: todos con iguales oportunidades para aprender y avanzar en relación con sí mismo, a su ritmo (MEN, 2018).

La inclusión nos está invitando a: transformar las instituciones, transformar los proyectos educativos institucionales, transformar los planes de área, transformar las prácticas educativas, transformar nuestros propios imaginarios sociales y dentro del aula de clases la inclusión nos invita a romper las barreras del silencio, del miedo a lo desconocido; a reflexionar sobre nuestra práctica docente y sobre la puesta en marcha de un currículo, a acompañar ese currículo con nuevas formas de guiar el aprendizaje, a incluir otras maneras de evaluar como las rúbricas o escalas; o a llegar a la persona para transformarla y liberarla y principalmente invita a todos los miembros de la comunidad educativa a implicarse en procesos de reflexión que permita analizar las barreras a la presencia, la participación y los resultados de aprendizaje para ir disminuyéndolas e incluso eliminarlas. En sí se busca transformar una escuela que atienda a todos, presenten o no necesidades, en lugar de que quienes presentan necesidades se acomoden a los requerimientos de las instituciones educativas (Castro & Torres, 2017).

A partir de lo anterior, varios países se han acogido a estas propuestas que tienen como objetivo propender por el derecho a la educación, veamos por ejemplo algunos países: en Inglaterra las escuelas inglesas se establecen con una pedagogía desarrollada con el objetivo de responder a las necesidades de cada uno. Por ello, la prioridad del sistema escolar inglés es ofrecer seguridad, éxito y, sobre todo, bienestar a sus escolares; en Portugal el funcionamiento es bastante singular. En efecto, todavía existen escuelas especializadas, pero tienen una función muy distinta: desde 1991, estas escuelas se han convertido en centros de recursos, es decir, servicios de apoyo pedagógicos para escuelas ordinarias. En cuanto a las enseñanzas, tratan de establecer un plan educativo individual en colaboración con los padres de cada niño con necesidades específicas; en

Suecia, el apoyo a las personas con discapacidad está especialmente presente y desarrollado. Por otra parte, Suecia se propone ser inclusiva y establecer una política social basada en la no discriminación, la normalización y la solidaridad; Italia está comprometida con la inclusión y pionera en lo que se refiere a la inclusión escolar. En efecto, Italia desea más que nada suprimir toda forma de marginación, y así suprimió sus clases especializadas a finales del decenio de 1970. La acogida y la escolarización de las personas con discapacidad es innovadora; el personal escolar es especializado; el aprendizaje se ajusta para adaptarse a todos; en Bélgica, las personas con discapacidad tienen acceso a los servicios de ayuda a la integración, pero también a la Agencia Valona para la Integración de las Personas con Discapacidad. Sin embargo, más que nada, todos los niños con necesidades especiales pueden ser incluidos en la enseñanza ordinaria. En las escuelas belgas, los profesores ordinarios y especializados se codean en la medida de lo posible y colaboran con personal médico-social. Los profesores adaptan su pedagogía y aprenden a observar a los alumnos como individuos y por tanto, a adaptarse a cada uno. Así, varios países están adoptando enfoques positivos e innovadores para la transición hacia la educación inclusiva.

2.2 Dificultades específicas de aprendizaje

“DEA es un término específico que se refiere a un grupo de trastornos que se manifiestan como dificultades significativas en la adquisición y uso de la lectura, escritura, cálculo, razonamiento matemático y aquellas otras tareas en las cuales estén implicadas las funciones psicológicas afectadas. Las DEA pueden darse a lo largo de la vida, si bien mayoritariamente se presentan antes de la adolescencia y en el curso de procesos educativos intencionales de enseñanza y aprendizaje, formales e informales, escolares y no escolares, en los que interfieren o impiden el logro del aprendizaje que es el objetivo fundamental de dichos procesos. Estos trastornos son intrínsecos al

alumno que, no obstante, presenta un coeficiente intelectual medio, debidos presumiblemente a una alteración o disfunción neurológica que provoca retrasos en el desarrollo de funciones psicológicas (procesos perceptivos y psicolingüísticos, memoria de trabajo, estrategias de aprendizaje y metacognición) directamente implicados en el aprendizaje. Aunque las Dificultades Específicas de Aprendizaje pueden ocurrir conjuntamente con otros trastornos (por ejemplo deficiencia sensorial, discapacidad intelectual, trastornos emocionales graves, trastornos por déficit de atención con hiperactividad) o con influencias extrínsecas (por ejemplo diferencias culturales, deficiencias educativas, instrucción inapropiada o insuficiente), no son el resultado de estos trastornos o influencias” (Romero et al, 2005, p.42).

En el DSM-5³ las DEA aparecen agrupadas bajo la denominación de Trastorno Específico de Aprendizaje, en él, se encuentran los últimos avances científicos que reflejan otros síntomas asociados como lo son: lectura de palabras imprecisa o lenta y con esfuerzo, y dificultades en comprender el significado de lo que lee.

Los trastornos, alteraciones o dificultades en el aprendizaje no constituyen una discapacidad, puesto que solo se hacen evidentes cuando el niño o el adolescente debe enfrentarse al dominio de un cierto tipo de conocimiento que no puede adquirir (MEN, 2017).

Según Páez (2013), las dificultades específicas del aprendizaje se refieren a ciertos trastornos que pueden tener alguna mínima relación neurológica en cuanto a: capacidad de memoria, la actividad motora, la atención, la percepción y el estado emotivo y la capacidad de abstracción. En cuanto se refiere a la memoria, se puede encontrar que el niño tiene dificultad para almacenar información básica en su memoria a largo plazo. Esta incapacidad o dificultad le impide por

³ DSM-5: es la marca registrada de la Asociación Americana de Psiquiatría, es la Guía de consulta de los Criterios Diagnósticos.

ejemplo retener las tablas de multiplicar, diferencias notables entre sonidos, letras, números y palabras. Le impide mecanizar secuencias en la solución de problemas, visualizar letras, números o formas. Esta dificultad en la memorización se manifiesta en el aprendizaje de la lectura, la correcta escritura, la exactitud del cálculo y la comprensión de textos leídos o escuchados.

La actividad neuromotora del niño puede estar afectada por exceso o por defecto. Cuando un niño manifiesta abundante o exagerada actividad, en algunos casos, se puede deber a alguna disfunción cerebral mínima y se conoce como hiperactividad: el niño no puede estar un par de segundos quieto y a veces habla mucho. La hiperactividad le impide al niño la suficiente dedicación a una sola actividad a la vez y por ende un aprendizaje lento. El caso contrario puede ocurrir, que el niño manifiesta una quietud anormal que parece pereza, abulia. Esto hace que sea de un aprendizaje lento, y de un desempeño desesperadamente lento. También el niño puede presentar falta de coordinación en los movimientos gruesos que hacen que su desempeño sea lento y torpe en la marcha, el salto, la carrera, el agarre, el ensamble y el dibujo de letras, números y formas. Otra forma de dificultad neuro – motora es la repetición innecesaria de un movimiento, de una sílaba o de una palabra.

En cuanto a la atención también se presentan ciertos trastornos como son la atención difusa que no se centra en lo esencial o que se concentra en pequeños detalles a veces irrelevantes y no en lo necesario. También puede ser una atención débil, que ante el menor estímulo se interrumpe. Una atención deficiente puede ser causa de omisión y de confusión en lectura, escritura, cálculo y comprensión de lectura. Las dificultades en la percepción se presentan en la capacidad para distinguir formas, figuras, percibir la primacía del fondo o figura según el caso; también una pobre orientación en el espacio y diferenciar arriba – abajo, delante – atrás, encima – debajo, izquierda – derecha, esto es, la direccionalidad y lateralidad. Estas dificultades se manifiestan a su vez en la

confusión de sonidos como cri por chi; la confusión de letras como b con d, g con p, la rotación de símbolos y letras como F, por 4, 7.

A veces las dificultades anteriores van acompañadas de trastornos en la capacidad de simbolización o abstracción que se manifiesta en confusión al expresarse oralmente, dificultad para seguir instrucciones, codificar o decodificar símbolos, falta de vocabulario para expresar ideas, dificultad para entender los significados de una palabra en diferentes contextos, inversión o transformación de palabras o letras. Además de las dificultades específicas descritas, el niño puede presentar desmotivación, nerviosismo y agresividad que tocan con el terreno de su emotividad, esto es, con su esfera afectiva y su núcleo socio – familiar.

2.3 Deconstrucción dimensional

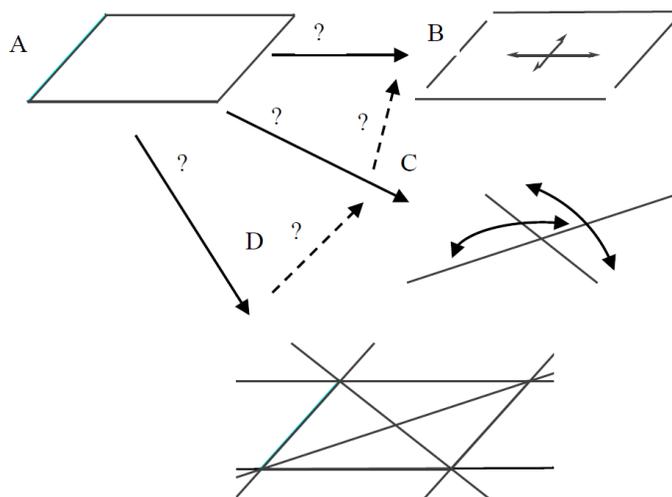
Duval (2016) plantea que ver las figuras consiste en descomponer cualquier forma distinguida, es decir, reconocida como una forma en su organización visual en la que se identifica la dimensión en la que se encuentra. Distingue así dos maneras de descomponer una figura en unidades figurales: la descomposición heurística por división mereológica de las formas reconocidas y la descomposición por deconstrucción dimensional de las formas.

Esta investigación se enfoca en la segunda forma de descomponer una figura, la descomposición por deconstrucción dimensional de las formas. La manera matemática de ver las figuras consiste en descomponer cualquier forma distinguida, es decir, reconocida como una forma $nD/2D$, en unidades figurales de un número de dimensiones inferior al de esta forma. Por ejemplo, la figura de un cubo o de una pirámide ($3D/2D$) se descompone en una configuración de cuadrados, de triángulos, etc. (unidades figurales $2D/2D$), y los polígonos se descomponen a su vez en segmentos de recta (unidades figurales $1D/2D$). Las rectas o los segmentos se pueden descomponer

en “puntos” (unidades 0D/2D). Nótese que con los puntos salimos de toda visualización. En efecto, los puntos solo son visibles cuando aparecen como la intersección de unidades 1D/2D (trazos secantes o trazos que forman esquina —“vértices”, “ángulos”, etc.). Dicho de otra forma, la marca de un punto sobre un trazo o fuera de él (por ejemplo para fijar los extremos de un segmento o su punto medio) corresponde a una codificación simbólica. ¡Es además a esta codificación simbólica a la que se le asocian generalmente letras!.

“Por ejemplo, la sola enunciación de las propiedades características de un paralelogramo implica que se deconstruya dimensionalmente una figura simple 2D/2D en una configuración de unidades figurales 1D o 0D/2D, pues las propiedades de un objeto 2D/2D (por ejemplo, el paralelogramo representado en la Figura 1) son relaciones entre objetos representados por unidades figurales 1D/2D (las configuraciones B y C de la Figura 1) o 0D/2D” (Duval, 2016, p.30-31).

Figura 1. Descomposición en unidades figurales por deconstrucción dimensional de una forma



FUENTE: Duval, R. (2016)

La deconstrucción dimensional de las formas es un cambio repentino de mirada que va en contra de todos los procesos de organización y de reconocimiento perceptivo de las formas. Ese no es el caso de la descomposición del tipo rompecabezas: en esta, por el contrario, se moviliza ese proceso tratando de superar las limitaciones o las restricciones inmediatas.

La primera ley de la organización y del reconocimiento perceptivo de las formas es la prioridad inmediata y estable de las unidades figurales 2D sobre las unidades figurales 1D. Eso quiere decir no solamente que primero se ve un paralelogramo antes de ver cuatro lados, sino también que todos los trazados que se perciben de entrada como formando el contorno de la superficie, permanecen, de cierta manera, inseparables de este reconocimiento visual elemental. Los lados de un polígono siguen siendo los bordes no separables de la superficie que delimitan. Esto hace inconcebible e invisible el proceso de deconstrucción dimensional de las formas. Incluso las actividades de construcción de figuras, en las que esta es impuesta de facto por los instrumentos, permanecen prácticamente sin efecto sobre el funcionamiento cognitivo que impone la primacía visual de las formas 2D sobre las formas 1D o las unidades 0D.

La razón es que en las actividades de construcción de figuras, la atención se centra precisamente en la reconstrucción de unidades figurales 2D a partir de unidades figurales 1D producidas automáticamente por el instrumento. Por eso la deconstrucción dimensional, es decir, el paso de las superficies a las líneas (que no son visualmente bordes), representa una revolución cognitiva con respecto a los otros tipos de visualización. Es aún más difícil de realizar que el paso de los sólidos a las figuras planas que se puede obtener con un plano de intersección.

2.4 Ortocentro de las figuras triangulares

El tópico matemático objeto de atención en la presente investigación fue el estudio del punto notable denominado ortocentro en figuras triangulares. Su selección obedece a que las figuras bidimensionales permiten la exploración de los elementos geométricos que las constituyen.

Las figuras bidimensionales como son los triángulos imponen, la organización y reconocimiento perceptivo de las formas, una prioridad en la discriminación de unidades 2D sobre unidades 1D y 0D (Duval, 2004), como por ejemplo, la discriminación de sus alturas (1D) y a su vez del ortocentro (0D), constituyéndose en la ocasión propicia para promover la enseñanza de la geometría desde un enfoque visual, permitiendo la comprensión de propiedades geométricas que se apoyen sobre una visualización no icónica⁴ y que requieran el reflejo óptico de la deconstrucción dimensional de las formas, debido a que, los estudiantes en los primeros ciclos de enseñanza, se fundamentan en los funcionamientos cognitivos propios de la visualización icónica⁵ (Duval 2016).

En lo que sigue se define y se representa el punto notable ortocentro en diferentes triángulos.

Un triángulo, en geometría, es un polígono determinado por tres rectas que se cortan dos a dos en tres puntos no colineales. Los puntos de intersección de las rectas son los vértices y los segmentos de recta determinados son los lados del triángulo. Dos lados contiguos forman uno de los ángulos interiores del triángulo. En los triángulos se puede denotar un grupo de rectas y puntos muy importantes. Entre las rectas notables más conocidas de un triángulo se pueden nombrar las

⁴ Visualización no icónica: La figura es una configuración, una secuencia de operaciones que permite reconocer propiedades geométricas.

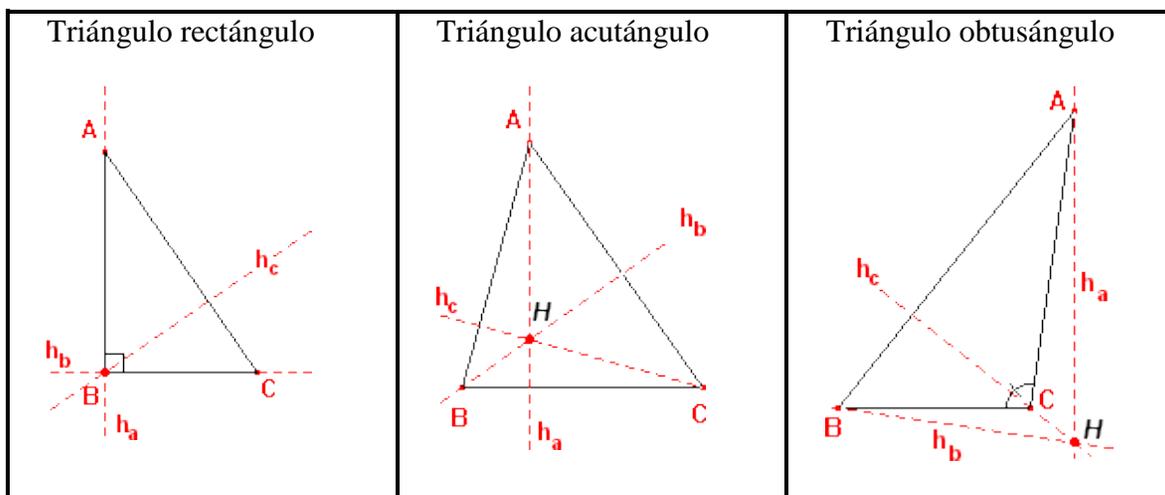
⁵ Visualización icónica: toda figura tiende a ser una representación estable o no modificable, porque es imagen por representación de un objeto.

mediatrices, las medianas, las alturas y las bisectrices; cada una de estas rectas notables determinan cierto punto notable: circuncentro, incentro, baricentro y ortocentro respectivamente.

Ortocentro: la altura de un triángulo es la recta perpendicular trazada desde un vértice de un triángulo hasta su lado opuesto o a su prolongación, por consiguiente cada triángulo tiene tres alturas, que se cortan en un punto llamado ortocentro.

Observemos que: el ortocentro de un triángulo rectángulo es el vértice correspondiente al ángulo recto; el ortocentro de un triángulo acutángulo está en el interior del triángulo y el ortocentro de un triángulo obtusángulo está en el exterior del triángulo (ver Tabla 1).

Tabla 1. Ortocentro



FUENTE: Barreto, B. D. (2008)

La importancia de reflejar la enseñanza del ortocentro, se basa en la discriminación de las propiedades involucradas en su estudio, como el identificar el trazo y definición de alturas. Su aprendizaje permite resolver problemas, que durante el tiempo de escolaridad constituyen un requisito importante dentro de la geometría, como por ejemplo, identificar los elementos de un triángulo, tipos de triángulos, encontrar áreas, rectas perpendiculares, entre otros elementos.

3. MÉTODOS Y MATERIALES

En este apartado se describen los elementos que caracterizan la metodología de esta investigación, se compone de cuatro momentos; el primero, especifica la naturaleza del estudio realizado; el segundo, presenta la población; el tercero expone el trabajo de campo y finalmente en el cuarto momento se describe el proceso de diseño y validación del instrumento metodológico.

3.1 Naturaleza de la investigación

Esta es una investigación de carácter cualitativo con un enfoque de estudio de caso: se busca comprender los fenómenos analizados en una población determinada explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con su contexto (Hernández, Fernández & Baptista, 2014).

3.2 Población

El caso analizado consistió en un grupo de doce EMF del programa de Licenciatura en Matemáticas de la universidad de Nariño (Colombia), los cuales tomaban un curso electivo (semestre 8) encaminado a promover estrategias de enseñanza que favorecieran la inclusión en el aula a través del estudio de objetos geométricos desde un enfoque cognitivo de la educación matemática.

3.3 Trabajo de campo

De forma grupal se diseñó una SEA (ver anexo) compuesta por ocho actividades agrupadas en cuatro momentos de aplicación. El propósito de cada momento de aplicación y de cada actividad se reseña en la Tabla 2.

Tabla 2. Estructura de la secuencia de enseñanza-aprendizaje

<p><i>Momento 1:</i> discriminar el punto de intersección de las alturas de un triángulo acutángulo.</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Actividad 1.1:</i> discriminar las alturas en un triángulo acutángulo. • <i>Actividad 1.2:</i> discriminar el ortocentro de un triángulo acutángulo. <p><i>Momento 2:</i> Establecer el punto de intersección de las alturas de un triángulo obtusángulo</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Actividad 2.1:</i> discriminar las alturas de un triángulo obtusángulo. • <i>Actividad 2.2:</i> discriminar el ortocentro de un triángulo obtusángulo. <p><i>Momento 3:</i> Ubicar el punto de intersección de las alturas de un triángulo rectángulo</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Actividad 3.1:</i> discriminar las alturas de un triángulo rectángulo. • <i>Actividad 3.2:</i> discriminar el ortocentro de un triángulo rectángulo. <p><i>Momento 4:</i> Verificar los conocimientos sobre las alturas y el ortocentro.</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Actividad 4.1:</i> distinguir la ubicación del ortocentro. • <i>Actividad 4.2:</i> discriminar (reconocer- identificar), el procedimiento de encontrar el ortocentro.
--

FUENTE: propia

Para proyectar la aplicación de la SEA se seleccionó una institución educativa donde se desarrollan proyectos para brindar apoyo a estudiantes pertenecientes al programa de educación inclusiva: Institución Educativa Municipal (IEM) Francisco de la Villota (Institución ubicada en zona rural del municipio de Pasto, Colombia). El grado tercero de educación básica del sistema educativo colombiano fue el nivel educativo considerado para la aplicación de la SEA (31 estudiantes con edades entre ocho y nueve años; uno con DEA). Posteriormente, con el objeto de

incluir elementos que facilitarían la inclusión del estudiante con DEA a través de la aplicación de la SEA, se solicitó al grupo de EMF organizarse en binas para redactar consignas y diseñar estrategias que lo permitieran.

Para cumplir con esta tarea, los EMF, primero, buscaron en google cuáles eran las particularidades que caracterizan el comportamiento de un estudiante con DEA. Seguidamente, se familiarizaron con el informe de valoración psicopedagógico del estudiante, el cual había sido redactado por la gestora de inclusión de la Institución educativa. Esto permitió asumir la participación en clase como una de las fuentes de dificultad del estudiante con DEA. Fue sobre esta cuestión que los EMF centraron su atención.

Una vez que cada grupo de trabajo redactó sus actividades de la SEA y diseñó sus estrategias se procedió a darlas a conocer al resto de los EMF. De esta forma, unas y otras fueron discutidas, en el proceso, se identificaron sus fortalezas y debilidades. Finalmente, en consenso, se decidió cuáles actividades y estrategias serían consideradas en la aplicación de la SEA. También fue objeto de discusión y consenso la redacción de indicadores que permitieran valorar el grado de inclusión participativo a suscitar en el estudiante con DEA.

En este sentido, como unidades de análisis se asumieron tanto las consignas de las actividades propuestas en la SEA, como las estrategias e indicadores de valoración propuestos en consenso, para promover y evaluar la inclusión participativa del estudiante con DEA. Como instrumentos de recolección de datos se consideró registros de campo y entrevistas semi-estructuradas.

Si bien el proceso de aplicación de la SEA no es objeto de análisis en el presente informe es importante señalar cómo fue desarrollado. La SEA fue aplicada por una integrante de una de las binas de trabajo (seleccionada al azar: EMF1). Su ejecución se llevó a cabo en el lugar de residencia del estudiante, debido a que, por la situación de pandemia (COVID 19) no se pudo llevar

acabo en la IEM (Francisco de la Villota). EMF1 propició un ambiente dinámico que permitió una buena relación con el estudiante. De esta forma se generó espacios de confianza, en los cuales el estudiante mostró interés, entusiasmo y sostuvo una buena comunicación. La aplicación de la SEA se hizo en tres sesiones de clase (dos horas cada una). En la primera sesión, se contextualizó los conocimientos geométricos básicos para asegurar un normal desarrollo de las actividades planteadas (punto, segmento, clasificación de las líneas rectas, puntos de intersección, ángulos y el reconocimiento de figuras geométricas). En la segunda sesión, se aplicó los dos primeros momentos con sus respectivas actividades, con el fin de que el estudiante identifique el ortocentro, como la intersección de las alturas de los triángulos acutángulo y obtusángulo respectivamente.

Finalmente, en la tercera sesión de clase, se consideró los dos últimos momentos. El tercer momento, enfocado en distinguir el ortocentro de un triángulo rectángulo y el cuarto momento, en el que el estudiante debía identificar las alturas y su punto de intersección en cada tipo de triángulo. En particular, este último momento permitió fomentar la institucionalización del saber, verificar los conocimientos aprendidos y establecer conclusiones. Se discutió los procesos de resolución considerados (los cuales fueron consignados por el estudiante en hojas de trabajo entregadas por la EMF1).

3.4 Proceso de constitución y validación del instrumento metodológico

Para la determinación de las categorías de análisis que se expone en los párrafos posteriores se consideró un método mixto: algunos elementos de ciertas categorías fueron extraídos de investigaciones previas, los demás fueron considerados directamente del accionar de los EMF que aplicaron la SEA (Marmolejo, 2021; Marmolejo & Mosquera, 2021). Un total de cinco categorías de análisis fueron consideradas: *posición del ortocentro en relación a la superficie del triángulo, cambio dimensional, tipo de tareas, estrategias de enseñanza inclusiva visual-participativa e*

indicadores de idoneidad visual-participativa. Las tres primeras aluden al papel que desempeñó la visualización en el diseño de los momentos y las actividades propuestas en la SEA, las dos categorías restantes, por su parte, contemplan tanto las estrategias de enseñanza que buscan favorecer la inclusión participativa como la valoración del efecto de su aplicación.

Para la constitución del instrumento metodológico se contempló tres fases: consideración de categorías visuales, consideración de categorías de inclusión y validación del instrumento metodológico. Las dos primeras vinculadas a la discriminación de las categorías de análisis que conforman el instrumento metodológico; la tercera asociada al proceso de validación externa. En lo que sigue se describen cada una de las fases reseñadas.

3.4.1 Consideración de las categorías visuales

Esta primera fase del instrumento metodológico, consistió en la apropiación conceptual de la teoría semiótica cognitiva de Duval (2004, 2016) por parte de los EMF, centrando la atención, en los procesos de visualización por deconstrucción dimensional de las formas para el reconocimiento de las unidades figurales elementales, principalmente en el estudio del ortocentro de las figuras triangulares. Así mismo, se consideraron investigaciones que resaltan la deconstrucción dimensional de las formas como el tipo de visualización a fortalecer, para facilitar la aprehensión operatoria de las figuras (Gempeler y Duval, 2010; Marmolejo y Vega 2012; Marmolejo y González 2013; Marmolejo, 2018; Hoyos, 2015 y Bustamante y Córdoba, 2020).

Dado lo anterior, se buscó articularlo al estudio del ortocentro, mediante la utilización del AGD Cabri II Plus, lo cual permitió, en primera instancia, analizar la ubicación del ortocentro en los tipos de triángulos considerados, así como la naturaleza y ubicación del punto de corte de las alturas trazadas. Esto llevó a identificar tres variables visuales: la posición del ortocentro es externa

o interna a la superficie del triángulo o se ubica en su contorno. De esta manera, se determinó la primera categoría de análisis y sus descriptores.

Para fomentar la deconstrucción dimensional de formas en el estudio del ortocentro, los EMF diseñaron en conjunto una serie de actividades, de las cuales tras varias revisiones se seleccionaron las más adecuadas. Así, se seleccionó 8 actividades divididas en 4 momentos, como se reseñó anteriormente en la SEA. Seguidamente se procedió a hacer un análisis de las consignas (unidades de análisis) que conforman cada actividad, en una tabla se recopiló cada una de ellas, donde por cada consigna se tuvo en cuenta las dimensiones involucradas, el paso dimensional y los elementos del triángulo. De este modo se detectaron 15 cambios dimensionales de 57 unidades de análisis, permitiendo agruparse en tres descriptores a saber: *neutro*, *diminutivo* y *aumentativo*. Esto llevó a determinar la siguiente categoría de análisis denominada: Cambio dimensional: dos sub-categorías la componen: cambio dimensional movilizado y unidades significantes consideradas. Mientras que la primera sub-categoría alude al cambio de focalización de una unidad figural a otra, la segunda, contempla los elementos del triángulo involucrados en el cambio dimensional.

Todo el proceso anterior también permitió identificar dos tipos de tareas, teniendo en cuenta las figuras y la caracterización de cada actividad, por un lado, aquellas donde se solicitaba el reconocimiento, la discriminación o la modificación de configuraciones geométricas, por otro lado, aquellas donde se precisaba procesos de restauración de figuras. Con esto se logró determinar la siguiente categoría de análisis sobre los *tipos de tareas*, logrando distinguir dos descriptores: *tareas de discriminación visual* y *tareas de restauración*.

3.4.2 Consideración de las categorías de inclusión

En esta fase, se consideró la apropiación de referentes que el MEN establece para promover la inclusión en las instituciones educativas colombianas, en los cuales la inclusión significa atender

con calidad y equidad a las necesidades comunes y específicas que presentan los estudiantes, garantizando tres procesos fundamentales: “Las tres PPP de la inclusión”: Presencia; Participación y Progreso (Decreto 1421 de 2017 y la Ley 1346 de 2009). Según esto, los EFM dan prioridad al proceso de participación, puesto que, dentro del aula es primordial para eliminar la exclusión y promover que el estudiante sea reconocido, escuchado y se le brinde apoyo.

Seguidamente, se decidió en conjunto con los EMF trabajar el caso del estudiante con DEA, el cual presentaba, dificultad en la adquisición y manejo de la lectura, la escritura y las matemáticas además de no establecer relaciones socio afectivas, falta de atención y concentración, bajo tono y velocidad en su lenguaje y dificultad en la memoria auditiva sobre todo cuando debe seguir una serie de instrucciones. Asimismo, por parte de las gestoras de inclusión de la IEM se obtuvo el informe de valoración psicopedagógico del estudiante con DEA, que evidenció estas dificultades. Con esto se agrupó las dificultades de acuerdo a tres descriptores: *habla, escucha y afectividad*.

Posteriormente, con el objeto de incluir elementos que faciliten la inclusión del estudiante con DEA a través de la aplicación de la SEA y que además, contribuyeran a superar sus dificultades, los EMF redactaron consignas y diseñaron estrategias de acuerdo a los tres descriptores. Con esto se determinó dos categorías de análisis asociadas a la forma cómo se intentó promover la inclusión participativa del estudiante con DEA: *estrategias de enseñanza inclusiva visual-participativa e indicadores de idoneidad visual-participativa*.

En cuanto a la primera categoría, se evidenció tres tipos de estrategias de enseñanza aplicadas por los EMF para favorecer la inclusión del estudiante con DEA, con respecto a los tres descriptores. En el *habla*, se evidenció tres estrategias de enseñanza inclusivas: *la lectura interactiva y dialógica, la utilización de palabras nuevas* (Millán, 2013) y *narrar* (Vernon & Alvarado, 2014), las cuales son tomadas de autores que proponen una serie de reflexiones,

alternativas, sugerencias específicas y actividades para que los educadores atiendan los aspectos poco valorados de la enseñanza del lenguaje y que son adecuadas al caso en estudio; en *la escucha* se evidenció tres estrategias de enseñanza inclusivas: *observación, asociación visual* (Martínez & Real, 2008) y *repetición* (Delgado, 2015), estas estrategias son extraídas del accionar de los EMF y de experiencias con estudiantes, enfocadas en mejorar la actitud, recuperar energía, fortalecer los procesos de atención y memoria entre otras cosas, mediante actividades en diferentes contextos y situaciones; en cuanto a la *afectividad* se evidenció cuatro estrategias: *información personal, atención emocional, pausas activas* (Castro & Osorio, 2019) y *mostrar empatía*. Cada una de estas estrategias se derivan de la observación directa en el aula de clase por parte de EMF1 y la tercer estrategia en mención se extrae de investigaciones previas adecuándose al caso.

Para la segunda categoría, Los EMF ven conveniente, realizar una valoración a las estrategias de enseñanza inclusivas, para observar el grado de inclusión de las mismas. En este sentido, se tomó de ejemplo la teoría de Godino (2013), la cual se define como la articulación coherente y sistémica de las seis componentes siguientes: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica. La cual es una herramienta que sirve de pauta o guía para el diseño y valoración de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. De este modo, se propone la idoneidad inclusiva visual-participativa, para valorar y reflexionar sobre indicadores empíricos que la sustenta, lo cual, dio lugar a proponer cuatro indicadores de idoneidad inclusivos que valoren las acciones que permiten la inclusión en el aula (se describen más adelante).

3.4.3 Validación del instrumento metodológico

Para validar el instrumento metodológico y establecer su grado de confiabilidad se adoptó el proceso seguido en Marmolejo y Mosquera (2021) y Marmolejo (2021). En este sentido, se solicitó a tres pares externos (validadores) evaluar la definición, pertinencia, coherencia, cohesión y forma

de aplicación de las categorías de análisis reseñadas, así como sus descriptores. Cada uno de los pares externos eran investigadores especializados en el campo de la educación matemática, todos habían realizado investigaciones sobre visualización, inclusión y formación docente.

El proceso de validación se realizó en cinco fases. En la primera, los validadores fueron informados sobre el problema analizado y la forma como se había desarrollado la investigación, también, se les presentó las categorías de análisis propuestas y sus descriptores. Tanto de forma escrita como de forma virtual, las categorías, sub-categorías y descriptores de análisis fueron ejemplificados. Una vez hecho lo anterior, se procedió a explicar cuál era el papel que debían realizar los validadores en cuanto a la validación y al establecimiento del grado de confiabilidad del instrumento metodológico. En una segunda fase, los investigadores se reunieron de forma virtual con los validadores. En esta ocasión, los validadores describieron y justificaron una serie de oportunidades de mejora al instrumento, en su mayoría relacionadas con falencias gramaticales y de pertinencia de los ejemplos propuestos. En cuanto, al número, nombre y tipo de categorías como de sub-categorías y descriptores no se identificaron oportunidades de mejora. Ya en una tercera fase, los investigadores incluyeron la totalidad de oportunidades de mejora aludidas. Posteriormente, en una cuarta fase, la nueva versión del instrumento metodológico fue entregada a los validadores junto a una unidad de análisis, seleccionada al azar. En esta ocasión, se solicitó a los validadores, en conjunto, codificar la unidad de análisis. Los investigadores procedieron de forma similar. En una última fase, las codificaciones resultantes fueron puestas en comparación, un 90% de coincidencia se identificó. Todo el proceso anterior permitió afirmar que el instrumento metodológico era consistente y válido.

4. INSTRUMENTO METODOLÓGICO: CATEGORÍAS Y DESCRIPTORES

En lo que sigue se definen y se ejemplifican las cinco categorías de análisis que conforman el instrumento metodológico reseñada en el apartado previo. Como se aludió previamente, las tres primeras aluden a la actividad cognitiva de visualización, la cuarta a las estrategias de enseñanza contempladas para favorecer la inclusión visual-participativa del estudiante con DEA, y la última categoría para evaluar el efecto de tales estrategias. En la tabla 3 se presentan, sintética y esquemáticamente, las categorías de análisis, así como los elementos que les caracterizan.

Tabla 3. Categorías, sub-categorías y descriptores del instrumento metodológico

Categoría	Sub-categoría	Descriptor
Posición del ortocentro en relación a la superficie del triángulo	No aplica	<ul style="list-style-type: none"> ➤ <i>Interno a la figura</i> ➤ <i>Externo a la figura</i> ➤ <i>En el contorno de la figura</i>
Cambio dimensional	<i>Cambio dimensional movilizado</i>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ <i>Diminutivo</i> ➤ <i>Aumentativo</i>
	<i>Unidades significantes consideradas</i>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ <i>Neutro</i>
Tipos de tareas	No aplica	<ul style="list-style-type: none"> ➤ <i>Discriminación</i> ➤ <i>Restauración</i>
Estrategias de enseñanza inclusiva visual-participativa	<i>Estrategias inclusivas visual-habla</i>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ <i>La lectura interactiva y dialógica (Millán, 2013)</i> ➤ <i>La utilización de palabras nuevas (Millán, 2013)</i> ➤ <i>Narrar (Vernon & Alvarado, 2014)</i>
	<i>Estrategias inclusivas visual-escucha</i>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ <i>Observación</i>

Categoría	Sub-categoría	Descriptor
		<ul style="list-style-type: none"> ➤ <i>Asociación Visual</i> (Martínez & Real, 2008) ➤ <i>Repetición</i> (Delgado, 2015)
	<i>Estrategias inclusivas visual-afectivas</i>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ <i>Información personal</i> ➤ <i>Atención emocional</i> ➤ <i>Pausas Activas</i> (Castro & Osorio, 2019) ➤ <i>Mostrar empatía</i>
Indicadores de idoneidad inclusiva visual-participativa	No aplica	<ul style="list-style-type: none"> ➤ <i>Habla</i> ➤ <i>Escucha</i> ➤ <i>Afectividad</i>

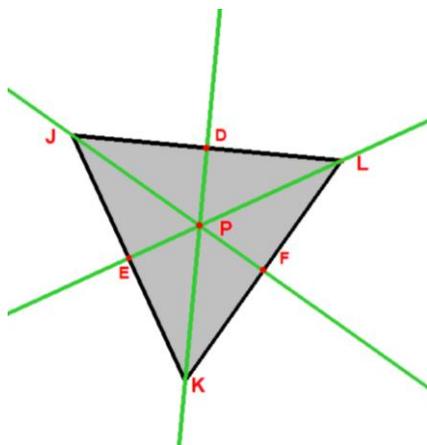
FUENTE: propia

4.1 Posición del ortocentro en relación a la superficie del triángulo

Un elemento significativo de la representación del ortocentro de un triángulo, es su posición con relación a la superficie del triángulo. En este sentido, la investigación permitió identificar visualmente tres posiciones del ortocentro con relación a la superficie del triángulo.

- ✓ ***Interno a la figura:*** el ortocentro está ubicado en el interior del contorno del triángulo. Esta característica visual está presente en los triángulos acutángulos. A manera de ejemplo se representa en la Figura 2 el triángulo acutángulo JKL con alturas \overline{LE} , \overline{KD} y \overline{JF} . El ortocentro es representado por el punto P y está sumergido en la superficie del triángulo.

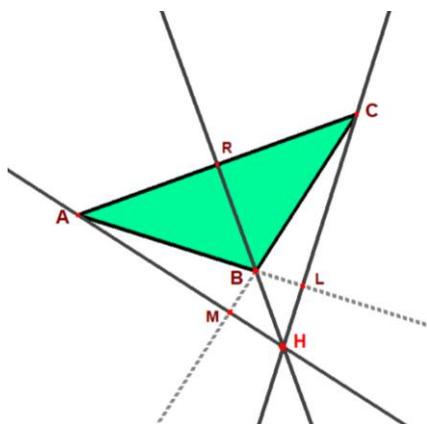
Figura 2. Ortocentro en el interior del contorno de un triángulo acutángulo



FUENTE: propia

- ✓ **Externo a la figura:** el ortocentro está ubicado fuera del contorno del triángulo. Esta característica visual está presente en triángulos obtusángulos. En la Figura 3 se ejemplifica esta variable visual. La atención recae en un triángulo obtusángulo ABC. Las alturas en el triángulo ABC son \overline{BR} , \overline{AM} y \overline{CL} . En este caso, para trazar las alturas \overline{AM} y \overline{CL} se precisa, respectivamente, la proyección de los lados \overline{BC} y \overline{AB} . El ortocentro está representado por el punto H.

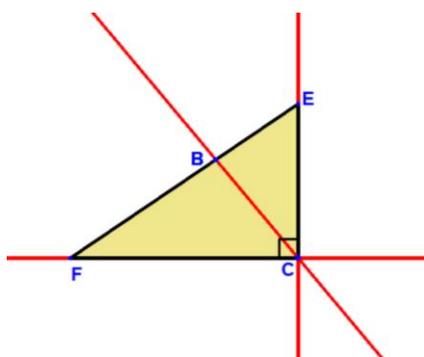
Figura 3. Ubicación del ortocentro en el exterior de un triángulo obtusángulo



FUENTE: propia

- ✓ **En el contorno de la figura:** en este caso el ortocentro coincide con uno de los puntos que constituyen el contorno de la superficie del triángulo. Puntualmente, en uno de los vértices del triángulo, dónde se encuentra el ángulo recto. La variable visual contorno está presente en los triángulos rectángulos, como ejemplo se representa en la Figura 4 el triángulo rectángulo EFC. Las alturas en el triángulo EFC son \overline{EC} , \overline{FC} y \overline{BC} y el punto de intersección de las alturas del triángulo coincide con el vértice C .

Figura 4. Coincidencia del ortocentro con un vértice en un triángulo rectángulo



FUENTE: propia

4.2 Tipos de tareas

Esta categoría alude a las acciones que los estudiantes deben realizar en las consignas utilizadas para promover la comprensión o seguimiento de las actividades propuestas en la SEA. Se considera la información propuesta o solicitada tanto en los enunciados en lengua natural como en las figuras propuestas. Mientras que, en el primer caso, se explicitan afirmaciones, premisas y cuestiones a realizar o comprender; en el segundo caso, se suscita la aplicación de acciones visuales que permitan discriminar elementos o formas de proceder que favorezcan el estudio del ortocentro. La investigación evidenció dos tipos de tareas:

- ✓ **Tareas de discriminación visual:** suscitan la consideración de acciones visuales que permitan distinguir unidades constitutivas figurales (Duval, 2017) y relaciones entre ellas, variables visuales o cambios dimensionales pertinentes al estudio del ortocentro.

A manera de ejemplo, en la Tabla 4 se expone una consigna junto con una figura, que permiten identificar este tipo de tareas, puesto que, en ella se requiere visualizar dos triángulos RPQ y HFT dado que, una parte de la superficie del triángulo RPQ está contenida en el triángulo HFT. Esta acción permite distinguir los lados correspondientes a cada triángulo y discriminar el paso dimensional lado-triángulo (1D, 2D), además se requiere visualizar los trazos de las alturas y vértices de los triángulos, logrando discriminar las unidades constitutivas (triángulo, lados, vértices, punto de intersección y alturas).

Tabla 4. Ejemplo de una tarea de Discriminación Visual

Actividad 1.2: discriminación del ortocentro de un triángulo acutángulo.

Consigna: ¿A que triángulo pertenecen las alturas trazadas? ¿porqué?

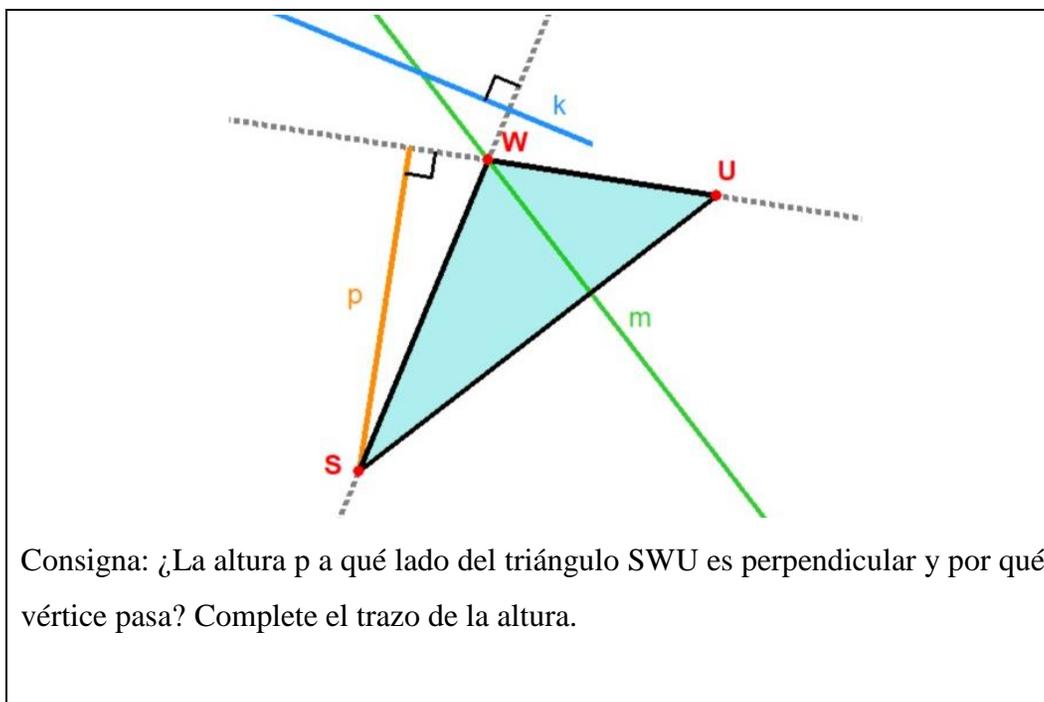
FUENTE: propia

- ✓ **Tareas de restauración:** caracterizadas por incluir acciones sobre figuras deterioradas. Duval (2003) señala que las figuras deterioradas pueden ser representaciones icónicas (una figura representando una casa) o no icónicas (objetos básicos en la enseñanza de la Geometría: triángulos, rectángulos...) o bien representaciones ensambladas de diversas formas (Marmolejo, Prada & Insuasty, 2020). Las tareas de restauración obligan a realizar operaciones como observar una figura fuera de su marco de referencia, prolongar la recta soporte de los segmentos, reorganizar una figura dada y discriminar en una figura, otra, u otras configuraciones (Marmolejo, Prada & Insuasty, 2020). En dichos casos, es necesario con ayuda de un instrumento prolongar los segmentos fragmentarios ya trazados para hacer “aparecer” los puntos de intersección ausentes, y luego recurrir a ellos para discriminar nuevas rectas (Duval, 2016).

A manera de ejemplo, en la Tabla 5 se expone una consigna junto con una figura. La consigna permite, observar la altura p y buscar el lado perpendicular del triángulo, reconociendo las prolongaciones de sus lados. Esta acción permite visualizar que el trazo de la altura p no está completo, lo que lleva al estudiante a completar el trazo para hacer aparecer el punto de intersección de las tres alturas. Por lo tanto, es necesario que el estudiante, primero focalice la atención en los lados y vértices del triángulo y seguidamente con ayuda de una regla, complete los trazos faltantes.

Tabla 5. Ejemplo de una Tarea de restauración

<p>Actividad 2.2: discriminación del ortocentro de un triángulo obtusángulo.</p>



FUENTE: propia

4.3 Cambio dimensional

El cambio dimensional en la forma de ver las figuras bidimensionales es una operación básica para el desarrollo y comprensión de tareas matemáticas (Marmolejo, 2018). Plantea el acto de descomponer una figura (dimensión 2) en unidades figurales de dimensión inferior a la de la figura (dimensiones 0 y 1). En este orden de ideas, se asume que una figura representa una situación geométrica sólo en la medida en que la significación de ciertas unidades figurales y de algunas de sus relaciones estén explícitamente fijadas inicialmente (Duval, 2017).

Lo anterior impone una forma de visualización espontánea: la visualización sobre las figuras tiende a privilegiar la discriminación de unidades bidimensionales sobre las unidades de 1 o 0 dimensión. Es decir, que sobre una figura se reconoce, en primera instancia, una forma de esa misma dimensión (triángulos, cuadrados, pentágonos, etc.), y sólo, en segundo lugar, se pasa a discriminar, entre otros, tanto sus lados, diagonales, alturas, medianas y bisectrices, como los

vértices y los puntos notables (circuncentro, baricentro, ortocentro, incentro, etc.) (Marmolejo, 2018).

Para determinar los cambios dimensionales promovidos en la investigación se consideró dos sub-categorías: Unidad constituyente y Paso dimensional. Mientras que la primera alude a las unidades constituyentes (Duval, 2017) del triángulo, la segunda contempla el cambio de focalización aplicada al pasar de focalizar la atención de una unidad significativa del triángulo a otra. La articulación de estas dos sub-categorías permitió identificar tres cambios dimensionales: *neutro*, *diminutivo* y *aumentativo*. En lo que sigue se definen estos descriptores y se establecen las variedades de formas en las cuales aparecen:

- ✓ ***Cambio dimensional neutro***: se presenta cuando la resolución o comprensión de la tarea propuesta requiere aplicar un paso dimensional que suscite paso de focalización de una unidad figural a otra, ambas de igual dimensión. La investigación evidenció que el cambio dimensional neutro aparece de cinco formas distintas (ver Tabla 6).

Tabla 6. Formas en que aparece el descriptor cambio dimensional neutro

Cambio dimensional neutro	Características	
	Unidades significantes	Paso dimensional
Neutro-Bidimensional	(Plano, triángulo)	(2D, 2D)
Neutro-unidimensional (altura-lado)	(altura, lado)	(1D,1D)
Neutro-unidimensional (lado)	(lado, lado)	(1D, 1D)
Neutro-Unidimensional (altura)	(altura, altura)	(1D, 1D)

Neutro-cero dimensional	(ortocentro, vértice)	(0D, 0D)
-------------------------	-----------------------	----------

FUENTE: propia

- ✓ **Cambio dimensional diminutivo:** se presenta cuando la exploración de la tarea requiere la aplicación de un paso dimensional que suscite pasar de focalizar la atención en una unidad figural de dimensión n a otra unidad figural de dimensión inferior. El cambio dimensional diminutivo aparece de cinco formas distintas (ver Tabla 7).

Tabla 7. Formas en que aparece el descriptor cambio dimensional Diminutivo

Cambio dimensional diminutivo	Características	
	Unidades significantes	Paso dimensional
Diminutivo-unidimensional, cero dimensional (altura, vértice)	(altura, vértice)	(1D, 0D)
Diminutivo-unidimensional, cero dimensional (alturas, Ortocentro)	(alturas, Ortocentro)	(1D, 0D)
Diminutivo-Bidimensional, cero dimensional (triángulo, ortocentro)	(triángulo, ortocentro)	(2D, 0D)
Diminutivo-Bidimensional, unidimensional (triángulo, alturas)	(triángulo, alturas)	(2D, 1D)
Diminutivo-Bidimensional, cero dimensional (triángulo, vértice)	(triángulo, vértice)	(2D, 0D)

FUENTE: propia

- ✓ **Cambio dimensional aumentativo:** aparece cuando la comprensión o resolución de la tarea requiere aplicar un paso dimensional que favorezca pasar de focalizar la atención de una unidad

figural de dimensión n a otra unidad figural de dimensión superior. Este cambio dimensional también aparece de cinco formas distintas (ver Tabla 8)

Tabla 8. Formas en que aparece el descriptor cambio dimensional aumentativo

Cambio dimensional aumentativo	Características	
	Unidades significantes	Paso dimensional
Aumentativo-unidimensional, bidimensional (altura, ángulo)	(altura, ángulo)	(1D, 2D)
Aumentativo-unidimensional, bidimensional (lado, triángulo)	(lado, triángulo)	(1D, 2D)
Aumentativo-unidimensional, bidimensional (alturas, triángulo)	(alturas, triángulo)	(1D, 2D)
Aumentativo-unidimensional, cero dimensional (vértice, lado)	(vértice, lado)	(0D, 1D)
Aumentativo-unidimensional, cero dimensional (vértice, altura)	(vértice, altura)	(0D, 1D)

FUENTE: propia

4.4 Estrategias de enseñanza inclusiva visual-participativa

“Las estrategias de enseñanza son medios o recursos para prestar ayuda pedagógica con el objeto de promover el aprendizaje” (Díaz-Barriga & Hernández, 2010, p.141). El establecimiento de estrategias de enseñanza debe de tener en cuenta cinco aspectos: las características generales de los aprendices; el tipo de dominio del conocimiento en general y del contenido curricular; la intencionalidad a lograr; las actividades cognitivas y pedagógicas a realizar; la vigilancia constante

del proceso y progreso de enseñanza; y la determinación del contexto intersubjetivo creado con los alumnos (Díaz-Barriga & Hernández, 2010).

Los aspectos que consideró la investigación, para el diseño de las estrategias de enseñanza inclusiva visual-participativa fueron: las características generales del estudiante con DEA; la intencionalidad a lograr y las actividades cognitivas y pedagógicas a realizar. En este sentido, la presente categoría de análisis considera tres subcategorías de enseñanza inclusiva visual-participativa, destinadas a favorecer la participación a través de la explicitación de acciones que movilizan la discriminación de variables visuales y de cambios dimensionales asociados al estudio del ortocentro. Los aspectos que se tuvieron en cuenta para estas subcategorías fueron, el habla, la escucha y la afectividad, los dos primeros pretenden el reconocimiento, la escucha y la toma de decisiones, el tercer aspecto brinda un ambiente afectivo y de confianza que favorecen la autoestima, la motivación y la empatía del estudiante con DEA. A continuación, se definen las tres subcategorías:

- ✓ ***Estrategias inclusivas visual-habla:*** se consideran como herramientas que debe usar el docente durante el proceso de enseñanza aprendizaje, pues constituyen una ayuda importante para lograr el desarrollo de la expresión oral en los estudiantes. El habla es una habilidad básica para el desarrollo del individuo que consiste en comunicarse con claridad, fluidez, coherencia y ser escuchado (Avila, 2019). Una mejor manera de desarrollar esta habilidad es participando en situaciones comunicativas reales donde las clases, dejen de ser aburridas en la enseñanza (Palacios, 2013).

A continuación, en la Tabla 9 se definen las estrategias de enseñanza inclusiva visual-habla consideradas por los EMF, para favorecer el habla del estudiante con DEA:

Tabla 9. Descriptores de estrategias de enseñanza que favorecen el habla en un estudiante con DEA a través de la participación

- *La lectura interactiva y dialógica* (Millán, 2013): promover que el estudiante y el docente mantengan un diálogo o conversación mediante preguntas amplias, comentarios, sugerencias y argumentos. Por ejemplo, hacer que el estudiante justifique sus apreciaciones, formule preguntas y conteste en voz alta, sobre los elementos visuales y los cambios dimensionales involucrados en el estudio del ortocentro.
- *La utilización de palabras nuevas* (Millán, 2013): promover un vocabulario nuevo y rico que fomente el lenguaje en el estudiante. El estudio del ortocentro promueve el aprendizaje significativo de palabras nuevas mediante, la utilización de figuras y objetos geométricos, suscitando así, la visualización de los cambios dimensionales.
- *Narrar* (Vernon & Alvarado, 2014): fomentar que el estudiante realice descripciones detalladas de las figuras presentadas en las actividades, para que organice las palabras de manera personal, debe elegir qué decir, en qué orden decirlo y cómo ligar sus procedimientos, para identificar las variables visuales y cambios dimensionales presentados.

FUENTE: propia

- ✓ ***Estrategias inclusivas visual-escucha:*** son las herramientas que propicia el docente, para fortalecer la habilidad de la escucha de una manera eficaz y atractiva que se verá reflejada en mejores relaciones, mejores desempeños y mayor participación (Casas & Farías, 2017). La escucha es una de las competencias comunicativas decisivas para lograr aprendizajes significativos, formación democrática y construcción de ciudadanía (Largacha, 2007). Esta actividad de escucha en el aula permitiría no solo desarrollar las habilidades comunicativas de

la persona, sino también las habilidades ciudadanas, al ser capaz de aceptar al otro en un ambiente de inclusión (Araque & Quintero, 2018).

A continuación, en la Tabla 10 se definen las estrategias de enseñanza inclusiva visual-escucha consideradas por los EMF, para favorecer la escucha del estudiante con DEA:

Tabla 10. Descriptores de estrategias de enseñanza que favorecen la escucha en un estudiante con DEA a través de la participación

- *Observación:* prestar atención al comportamiento del estudiante en el desarrollo de la clase, manteniendo su atención activa, evitando que se distraiga, para mejorar el desarrollo de las actividades donde las variables visuales y los cambios dimensionales intervienen para suscitar reflexiones sobre el estudio del ortocentro.
- *Asociación Visual* (Martínez & Real, 2008): asociar o relacionar las figuras presentadas en la actividad con otras figuras u objetos, utilizando otros recursos, para transmitir y representar la información como imágenes, gráficos, videos, exigiendo al estudiante: concentración, ritmo de trabajo y persistencia, para lograr discriminar las variables visuales y los cambios dimensionales involucrados en el estudio del ortocentro.
- *Repetición* (Delgado, 2015): fomentar la repetición de la información relevante y significativa de lo tratado en cada actividad tanto gráfico como escrito, puesto que, permite al estudiante optimizar el almacenamiento de la información significativa para discriminar las variables visuales y los cambios dimensionales involucrados en el estudio del ortocentro.

FUENTE: propia

- ✓ ***Estrategias inclusivas visual-afectivas:*** las estrategias afectivas se refieren a las emociones, actitudes, motivaciones, valores y factores que influyen directamente en el proceso de aprendizaje (Rosas, 2007). Permiten buenas relaciones entre iguales, un buen ajuste emocional, y ayudan a la formación integral de cada individuo. Para que así, mediante las experiencias

aceptemos las diferencias de cada persona, aprendamos a amar y ser amados. La misión fundamental de estas estrategias es apoyar el aprendizaje mejorando las condiciones en las que se da, debido a que, son propias de cada uno y se las debe poner en práctica, para no dejarse vencer por elementos como el nerviosismo, el temor a enfrentar a un grupo de individuos, a opinar, a exponer sus dudas, a equivocarse, entre otros (Rosas, 2007).

A continuación, en la Tabla 11 se definen las estrategias de enseñanza inclusiva visual-afectivas consideradas por los EMF, para favorecer la afectividad del estudiante con DEA:

Tabla 11. Descriptores de estrategias de enseñanza que favorecen la afectividad en un estudiante con DEA a través de la participación.

- *Información personal:* preguntar al estudiante, cuáles son sus intereses, preocupaciones y aspiraciones, concernientes al estudio del ortocentro.
- *Atención emocional:* establecer relaciones afectivas, que permitan al docente, fomentar un ambiente de solidaridad y amistad, para observar la actitud del estudiante en su entorno de aprendizaje, frente al estudio del ortocentro desde una perspectiva visual.
- *Pausas Activas* (Castro & Osorio, 2019): Realizar pausas activas dentro del aula, generando cambios en la rutina académica, en tiempos cortos, para mejorar la postura física y mental del estudiante, focalizando así, la atención en las variables visuales y los cambios dimensionales involucrados en el estudio del ortocentro.
- *Mostrar empatía:* capacidad, de ponerse en el lugar de otro. Es importante que el docente exprese, sus opiniones, contenidos, aclaraciones y argumentaciones con respeto y sin menospreciar al estudiante, para reflexionar sobre el papel que desempeñan las variables visuales y los cambios dimensionales involucrados en el desarrollo o comprensión de tareas que suscitan el estudio del ortocentro.

FUENTE: propia

4.5 Indicadores de idoneidad inclusiva visual-participativa

Esta última categoría del instrumento metodológico, se relaciona con la evaluación de la idoneidad didáctica (Godino, 2013), la cual alude a un proceso de instrucción, se define como la articulación coherente y sistémica de las seis componentes siguientes: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica. Las cuales son herramientas que sirven de pauta o guía para el diseño y valoración de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Además, ayudan a los docentes a reflexionar y valorar su práctica en el aula, con la finalidad de favorecer el aprendizaje de los estudiantes. De este modo, se propone la idoneidad inclusiva visual-participativa, para valorar y reflexionar sobre indicadores empíricos que la sustentan.

Teniendo en cuenta que las políticas ministeriales que organizan la enseñanza en Colombia establecen la inclusión como una cuestión determinante (Decreto 1421), es necesario, incluir un nuevo nivel de análisis para determinar si una secuencia de enseñanza-aprendizaje es a nivel inclusivo idónea o no. En este sentido, la presente investigación centra su atención en la idoneidad inclusiva centrada en la participación, mediada a través del desarrollo de conocimiento matemático movilizado desde una perspectiva visual. Así pues, se asume idoneidad inclusiva visual-participativa como un proceso de instrucción y una articulación coherente, de participación del estudiante, al momento de resolver las actividades propuestas en la SEA, con el fin de que adquiera competencias comunicativas, que favorezcan la participación a través de la explicitación de acciones que movilizan la discriminación de variables visuales y de cambios dimensionales asociados al estudio del ortocentro.

En cuanto a los indicadores de idoneidad inclusiva visual-participativa, la investigación evidenció la presencia de tres tipos, acordes a cada una de las estrategias de enseñanza inclusiva visual-participativa descritas en el apartado anterior, a saber:

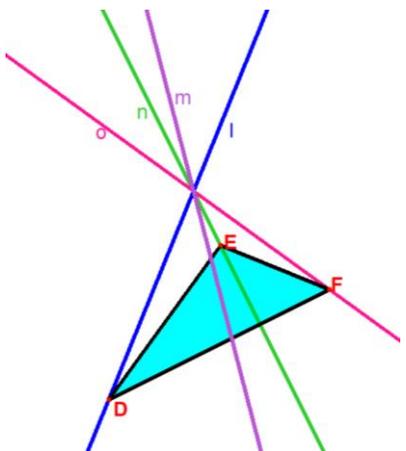
- ✓ **Habla:** el estudiante con DEA describe, explica, justifica y argumenta sus inquietudes, procedimientos y respuestas sobre el papel que desempeñan las variables visuales y los cambios dimensionales involucrados en el desarrollo o comprensión de actividades que suscitan el estudio del ortocentro. Lo hace de forma libre, respetuosa y precisa.
- ✓ **Escucha:** se encontró dos indicadores para este descriptor:
 - El estudiante con DEA se mantiene atento, motivado y evidencia disposición positiva en el desarrollo o comprensión de actividades donde las variables visuales y los cambios dimensionales intervienen para suscitar reflexiones sobre el estudio del ortocentro.
 - El estudiante con DEA reconoce, sistematiza y transforma información asociada al papel que desempeñan las variables visuales y los cambios dimensionales involucrados en el desarrollo o comprensión de las actividades que suscitan el estudio del ortocentro.
- ✓ **Afectividad:** el estudiante con DEA expresa sus emociones y sentimientos de forma libre y espontánea, fortalece su autoestima y evita el rechazo, la fobia o el miedo al participar en el desarrollo o comprensión de actividades donde las variables visuales y los cambios dimensionales intervienen para suscitar reflexiones sobre el estudio del ortocentro.

5. EJEMPLO DE CODIFICACIÓN DE UNA UNIDAD DE ANÁLISIS

Este apartado tiene como fin, ejemplificar cómo el instrumento metodológico definido, puede considerarse para codificar las consignas que los EMF consideran para promover el estudio del ortocentro desde una perspectiva visual, y en el proceso favorecer la inclusión visual-participativa de un estudiante con DEA. En este sentido, se seleccionó de forma arbitraria una de las consignas propuesta al implementar la SEA. Su codificación se expone en la Tabla 12.

Contextualización y descripción de la unidad de análisis: la consigna hace parte de la actividad 4.1. Su propósito es identificar las líneas rectas correspondientes a las alturas del triángulo. Así, la consigna en cuestión solicita discriminar las líneas rectas que son alturas y para su resolución se requiere la definición de altura e identificar el trazo de las mismas.

Tabla 12. Ejemplo de codificación de una unidad de análisis

<p>Consigna: ¿Diga cuáles de las líneas rectas son alturas?</p>  <p>El diagrama muestra un triángulo con vértices etiquetados como D (inferior izquierdo), E (superior) y F (derecho). Desde cada vértice se extiende una línea recta perpendicular al lado opuesto, representando las alturas. Estas alturas se intersecan en un punto central. Además, se muestran otras líneas rectas de colores diferentes (verde, morado, azul, rosa) que sirven como distractores o referencias para la tarea de identificación.</p>
<p>Comentarios: en la codificación de la unidad de análisis, se evidenció la presencia de las cinco categorías de análisis. Las tres primeras salen directamente de la consigna explicitada, las dos restantes, de su aplicación, para tal caso se consideró la forma como EMF1 lo hizo.</p>

Posición del ortocentro en relación a la superficie del triángulo: en el triángulo DEF se debe partir de identificar la posición de ortocentro, que en este caso es externo a la figura, puesto que se trata de un triángulo obtusángulo y sus respectivas alturas se interceptan fuera de la superficie del triángulo.

Cambio dimensional: en el proceso de identificar las alturas del triángulo DEF, se requiere aplicar dos cambios dimensionales neutro y diminutivo, puesto que, se debe aplicar un paso dimensional que suscite un paso de focalización de una unidad figural a otra, primero donde ambas son de igual dimensión y segundo de una dimensión mayor a una de dimensión menor. Esto de acuerdo a los elementos que intervienen en este cambio dimensional, altura – lado y altura – vértice respectivamente.

Tipo de tarea: para dar solución a la consigna, se debe hacer, una exploración visual de las características de cada altura, para poder discriminar cuales líneas rectas corresponden a las alturas del triángulo DEF, es por eso, que se trata de una tarea de discriminación visual.

Estrategia de enseñanza inclusiva visual-participativa: en el transcurso de buscar la solución a la consigna, se utilizaron las siguientes estrategias: narrar, puesto que, EMF1 suscitó que el estudiante con DEA narrara el proceso de identificación de cada altura; asociación visual, dado que el estudiante con DEA para identificar el lado perpendicular a la altura, lo relacionó con la escuadra donde identificó el ángulo recto, además de utilizar sus dedos para formar el ángulo recto y llevarlo a la figura; y atención emocional, porque, se estableció una relación de amistad y solidaridad docente-estudiante, permitiendo al estudiante con DEA expresar sus opiniones así sean equivocadas.

Indicador de idoneidad inclusiva visual-participativa: indicó el grado en que las estrategias de enseñanza inclusivas visual-participativas consideradas por EMF1

favorecieron la inclusión participativa del estudiante con DEA. Según esto en el proceso de solución de la consigna, se evidenció un cumplimiento medio de los indicadores, puesto que no se empleó todas las estrategias reseñadas, lo que permitió identificar que el estudiante con DEA mejoro el habla, la escucha y estableció una relación socio afectiva con el docente de una manera adecuada.

Codificación:

Posición del ortocentro en relación a la superficie del triángulo:

Externo a la figura

Cambio dimensional:

Neutro, diminutivo

Tipo de tarea visual:

Discriminación visual

Estrategias de enseñanza inclusiva visual-participativa

Narrar, Asociación visual, Atención emocional

Indicadores de idoneidad inclusiva visual-participativa

Medio.

FUENTE: propia

CONCLUSIONES

El estudio del ortocentro fue el objeto matemático donde la visualización se dio mediante la deconstrucción dimensional de formas, jugando un papel fundamental que permitió discriminar los cambios dimensional presentes, que en sí, se consideran como una de las operaciones visuales de mayor complejidad en la enseñanza de las matemáticas. De ahí que la visualización es un proceso fundamental que debe desarrollarse desde los primeros ciclos de educación.

Este estudio expone cómo los educadores matemáticos en formación suscitan la inclusión participativa de un estudiante con DEA, desarrollando procesos de visualización en el estudio de la geometría, permitiendo realizar aportes significativos para la educación inclusiva desde un enfoque de participación, proponiendo estrategias de enseñanza e indicadores de inclusión flexibles e innovadores, para aportar elementos importantes que generen reflexión sobre el accionar en la atención a la diversidad.

El desarrollo de este instrumento metodológico y su funcionalidad se enfoca, en desarrollar y proponer estrategias encaminadas a ser factibles no solo al estudiante con DEA, sino que puedan ser adecuadas para estudiantes que presenten otras dificultades o limitaciones en el aprendizaje y dirigido a educadores matemáticos que buscan mejorar la enseñanza, para que el conocimiento sea factible a la diversidad de sus estudiantes.

El reporte presentado en esta investigación constituye una entrada a nuevos caminos para abordar desde diferentes puntos de vista una educación matemática inclusiva, que tenga en cuenta las necesidades específicas de cada estudiante. En este sentido, interrogantes como los que reseñaremos a continuación pueden reorientar y potencializar la investigación sobre la educación matemática y la educación inclusiva:

¿Cómo, para qué y cuales herramientas didácticas utilizar en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas desde un enfoque inclusivo?

¿Cómo favorecer los procesos de enseñanza- aprendizaje de las matemáticas en estudiantes con necesidades educativas especiales?

La respuesta a las cuestiones reseñadas es un camino que hará factible el reflexionar sobre nuevas estrategias y métodos de enseñanza, que permitan a estudiantes y educadores ser garantes de una educación inclusiva.

La invitación para programas de formación de profesores, especialmente de matemáticas es fomentar e iniciar un proceso de educación inclusiva, que prepare docentes con herramientas didácticas y pedagógicas, que atiendan y acojan a la diversidad, puesto que, es un proceso arduo y necesita un constante trabajo, además cabe recalcar que la mayoría de los docentes que se encuentran activos en las aulas de clase, no poseen herramientas necesarias para atender a estudiantes en situación de discapacidad.

BIBLIOGRAFÍA

- Araque, L. C., & Quintero, C. A. (2018). Propuesta metodológica para el reforzamiento de la escucha, a partir de la implementación de juegos tradicionales en la clase de educación física.
- Avila, S. D. P. (2019). Estrategias para el Desarrollo del Lenguaje Oral en los niños de Edad Preescolar.
- Barreto, B. D. (2008). La geometría del triángulo. Recuperado de <http://ficus.pntic.mec.es/dbab0005/triangulos/Geometria/pdf/Global.pdf>
- Bustamante, C. X., & Córdoba, M. (2020). Cómo intervienen las diferentes relaciones que suscitan el área y el perímetro en el desarrollo de la visualización?.
- Casas, A., & Farías, I. (2017). Caminos lúdicos para fortalecer la habilidad de la escucha en estudiantes de grado segundo.
- Castro, A. P., & Osorio, R. S. (2019). Implementación de pausas activas físicas y mentales como estrategia lúdica, para trabajar la atención en los estudiantes de grado segundo del Colegio Taller Psicopedagógico de los Andes.
- Castro, C. C.; Torres, E. (2017). La educación matemática inclusiva: una experiencia en la formación de estudiantes para profesor. *Infancias Imágenes*, 16(2), 295-304.
- Colombia. Ministerio de Educación Nacional (2018). Guía para la implementación del decreto 1421 de 2017. Recuperado de [http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/Guia%20de%20apoyo%20-%20Decreto%201421%20de%202017%2016022018%20\(1\).pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/Guia%20de%20apoyo%20-%20Decreto%201421%20de%202017%2016022018%20(1).pdf)

- Correa, J., Sierra, M. B., & Alzate, G. A. (2015). Formación de docentes participantes en el programa de educación inclusiva con calidad en Colombia. *Revista latinoamericana de educación inclusiva*, 9(1), 43-61.
- Decreto 1421 de 2017 (Ministerio de Educación Nacional). Por el cual se reglamenta en el marco de la educación inclusiva la atención educativa a la población con discapacidad. 29 de agosto de 2017.
- Delgado, M. (2015). Estudio de la eficacia de un programa de entrenamiento en estrategias para mejorar la memoria en personas mayores.
- Díaz-Barriga, F. & Hernández, G. (2010). Estrategias de enseñanza para la promoción de aprendizajes significativos, *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo* 2 Ed, (141-266).
- Díaz, M. T., Gallardo, E., Niño Sánchez-Guisande, C., Niño Sánchez-Guisande, P., Paneque, J., & Rodríguez, R. (2005). Dificultad en el aprendizaje: unificación de criterios diagnósticos: definición, características y tipos.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Universidad del Valle.
- Duval, R. (2016). Las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría. Desarrollo de la visualización, diferenciaciones de los razonamientos, coordinación de sus funcionamientos.
- Erazo, L. G. & Insuasty, E. G & Marmolejo, G. A. (2020). Conversión, lecturabilidad icónica y función de control visual. *Editorial Universidad de Nariño*, vol. 01.
- Gempeler, M. E. A., & Duval, R. (2010). Los cambios de mirada necesarios sobre las figuras. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (27).

- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 111-132.
- Guía de consulta de los criterios diagnósticos del DSM 5. Arlington, VA, Asociación Americana de Psiquiatría, 2013.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). Metodología de la Investigación, Sexta Edición México. *DF, Editores, SA de CV*.
- Hoyos, M. (2015). Diseño de situaciones que permitan el desarrollo del Pensamiento Espacial a través de la actividad cognitiva de Construcción para los estudiantes del grado sexto del colegio Jefferson.
- Largacha, E. E. (Marzo-Mayo de 2007). Escuchar, comprender y mejorar las relaciones. Al tablero (40). Obtenido de <http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-122245.html>
- Manjarrés, D., & Hernández, C. (2015). Hacia una educación inclusiva reto y compromiso de todos en Cundinamarca. *Fundación Saldarriaga y Gobernación de Cundinamarca*. Bogotá DC.
- Marmolejo, G. A. (2018). ¿Cómo promueven el cambio dimensional los libros de texto colombianos en relación con el área de regiones poligonales?. *Eco Matemático*, 9(1), 15–22.
- Marmolejo, G-A. (2021). Función de control visual en el tratamiento del área de superficies planas. Un estudio comparativo de libros de texto colombianos y españoles. En *Conversión, lecturabilidad icónica y función de control visual* (11-142). Editorial Universidad de Nariño
- Marmolejo, G. A., & Vega Restrepo, M. B. (2012). La visualización en las figuras geométricas: Importancia y complejidad de su aprendizaje. *Educación matemática*, 24(3), 7-32.

- Marmolejo, G. A., & González, M. T. (2013). Función de la visualización en la construcción del área de figuras bidimensionales. Una metodología de análisis y su aplicación a un libro de texto. *Revista integración*, 31(1), 87-106.
- Marmolejo, G. A., Prada, R., & Insuasty, E. (2020). La visualización asociada a las figuras geométricas bidimensionales en el estudio de las matemáticas. *Una revisión bibliográfica descriptiva entre 1981 y 2016. Revista ESPACIOS*. ISSN, 798, 1015.
- Marmolejo, G. A & Mosquera, S. (2021). Razonamiento cuantitativo y demanda semiótico-cognitiva en las guías de orientación de las pruebas saber. *Editorial Universidad de Nariño*.
- Martínez, M., & Real, G. R. (2008). Pautas y actividades para trabajar la atención.
- Millán, S. (2013). Fomento del bilingüismo en edades tempranas: propuesta basada en el enfoque CLIL para el segundo ciclo de Educación Infantil.
- Marulanda, E., Jiménez, H., Roa, R., Pinilla, P., & Pinilla, J. (2017). Documento de orientaciones técnicas, administrativas y pedagógicas para la atención educativa a estudiantes con discapacidad en el marco de la educación inclusiva. *Bogotá: Ministerio de Educación*.
- Páez, J. A. P. (2013). Dificultades de aprendizaje. *Cuadernos de Educación y Desarrollo*, 32.
- Palacios, A. (2013). La Expresión Oral En El Desenvolvimiento De Las Áreas Fundamentales De La Educación General Básica De Los Estudiantes De Quinto Año
- Romero Pérez, J. F., Lavigne Cerván, R., Díaz Podadera, M. T., Gallardo Fortes, E., Niño Sánchez-Guisande, C., Niño Sánchez-Guisande, P., ... & Rodríguez Domínguez, R. (2005). Dificultades en el Aprendizaje: Unificación de Criterios Diagnósticos. I. Definición, características y tipos.
- Rosas, E. Z. (2007). Las estrategias socio-afectivas y su efecto motivador en situaciones de aprendizaje de una lengua extranjera. *Paradigma*, 28(2), 181-196.

UNESCO, P. (2017). Guía para asegurar la inclusión y la equidad en la educación.

Vernon, S. A., & Alvarado, M. (2014). Aprender a escuchar, aprender a hablar. La lengua oral en los primeros años de escolaridad.

ANEXO

PROPUESTA DE ENSEÑANZA PARA ESTUDIO DEL ORTOCENTRO EN LAS FIGURAS TRIANGULARES

Las actividades propuestas en esta secuencia de enseñanza-aprendizaje, tienen en cuenta la posición del ortocentro en relación a la superficie del triángulo. También se considera los indicadores y estrategias inclusivas visual-participativas, creados a partir de la caracterización de un estudiante que presenta dificultades específicas de aprendizaje (DEA) con el fin de fomentar una educación inclusiva.

La secuencia moviliza el pensamiento geométrico, para identificar el ortocentro en los diferentes tipos de triángulos, se pretende que el estudiante utilice procesos de visualización y razonamiento en el desarrollo de las actividades, para promover la deconstrucción dimensional. Las actividades que la componen se han planteado de forma sencilla y flexibles de acuerdo a las necesidades de un estudiante de grado tercero, se espera que se sienta motivado en el desarrollo de la secuencia. Sin embargo, esta secuencia puede ser adecuada y aplicada a un grupo de estudiantes de básica primaria y a estudiantes de educación básica media, según los recursos y contexto presentado.

La secuencia de enseñanza-aprendizaje se compone de cuatro momentos: el primer momento denominado “discriminar el punto intersección de las alturas de un triángulo acutángulo”; el segundo “establecer el punto de intersección de las alturas de un triángulo obtusángulo”; el tercer “ubicar el punto intersección de las alturas de un triángulo rectángulo” y el cuarto momento “verificar los conocimientos sobre las alturas y el ortocentros”.

Los conocimientos necesarios para el desarrollo de estos momentos son punto, segmento, línea recta, rectas perpendiculares, punto de intersección y ángulos, el estudiante debe manejar estos conceptos para realizar con satisfacción las actividades que se proponen.

Previamente al desarrollo de esta secuencia el docente contextualiza los conocimientos básicos en geometría: punto, segmento, clasificación de las líneas rectas y el reconocimiento de figuras geométricas. Para la ejecución de las actividades, se utilizan los siguientes materiales: regla, lápiz, colores y hojas.

Propósito investigativo: apreciación visual de formas 0D, 1D y 2D.

Propósito pedagógico: verificar que la ubicación del punto de intersección de las alturas de un triángulo varía según la naturaleza del triángulo considerado.

MOMENTO I: discriminar el punto de intersección de las alturas de un triángulo acutángulo.

ACTIVIDAD 1.1: discriminar las alturas en un triángulo acutángulo.

El profesor dibuja en el tablero el siguiente triángulo acutángulo STU, (ver imagen 1).

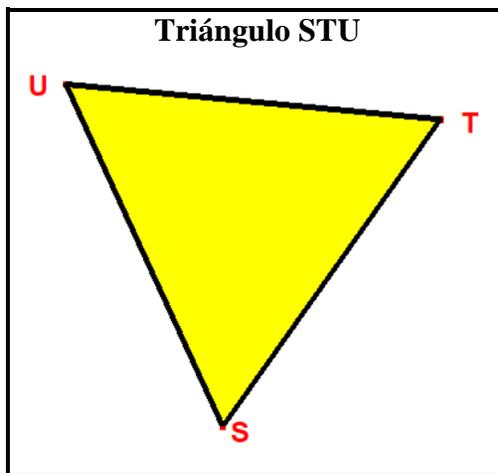


Imagen 1

El profesor afirma; que la altura de un triángulo es aquel segmento que une un vértice del triángulo con su lado opuesto o su prolongación, siendo perpendicular a éste, es decir, en la intersección se forma un ángulo recto (de 90°).

El profesor pregunta: ¿cuántas alturas debe tener un triángulo, si todo triángulo tiene tres lados?

La mayoría de estudiantes dijeron que debería tener tres alturas, su profesor les afirma que efectivamente tiene tres alturas y para el triángulo STU indica cuales son las tres alturas (ver imagen 2).

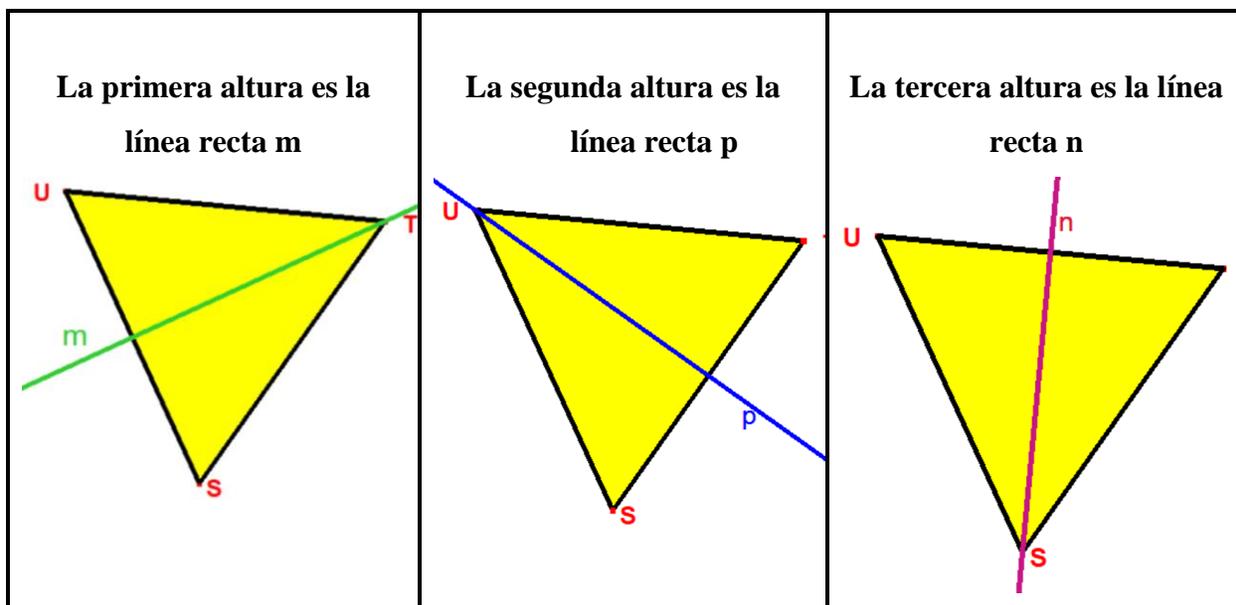


Imagen 2

Luego de observar las alturas correspondientes a cada lado del triángulo STU, responda las siguientes preguntas.

- ¿La altura m a qué lado del triángulo STU es perpendicular y por qué vértice pasa?
- ¿La altura p a qué lado del triángulo STU es perpendicular y por qué vértice pasa?
- ¿La altura n a qué lado del triángulo STU es perpendicular y por qué vértice pasa?

Finalmente, El profesor indica cómo quedan representadas las tres alturas del triángulo STU (ver imagen 3)

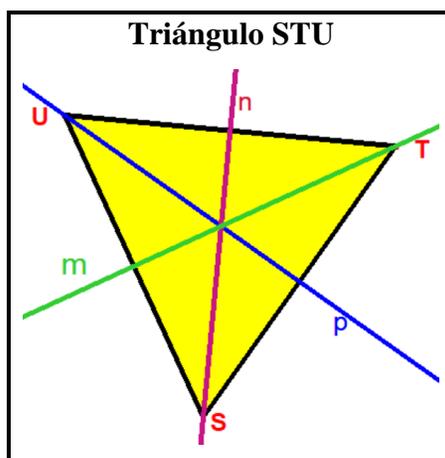


Imagen 3

Responde:

En la imagen 3 señala el punto de intersección de las tres alturas, el cual se llama ortocentro.

El profesor finalmente concluye que en el triángulo STU, la ubicación del ortocentro esta dentro de la superficie del triángulo.

ACTIVIDAD 1.2: discriminar el ortocentro de un triángulo acutángulo.

El profesor en un octavo de cartulina les presenta la siguiente figura (ver imagen 4), en la cual se distinguen dos triángulos, el triángulo RPQ y el triángulo HFT.

En la imagen 4 están representadas las alturas s , h y k que corresponden a un solo triángulo.

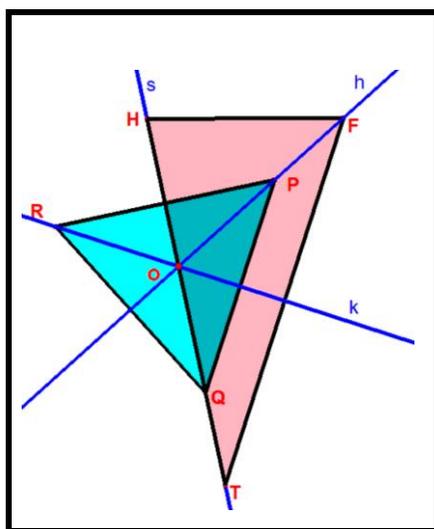


Imagen 4

Teniendo en cuenta la información presentada por mi profesor contesto las siguientes preguntas.

- ¿A que triángulo pertenecen las alturas trazadas? ¿porque?
- Señale el ortocentro en el triángulo escogido.

MOMENTO II: establecer el punto de intersección de las alturas de un triángulo obtusángulo.

ACTIVIDAD 2.1: discriminar las alturas de un triángulo obtusángulo.

El profesor muestra a sus estudiantes el triángulo DEF (ver imagen 1).

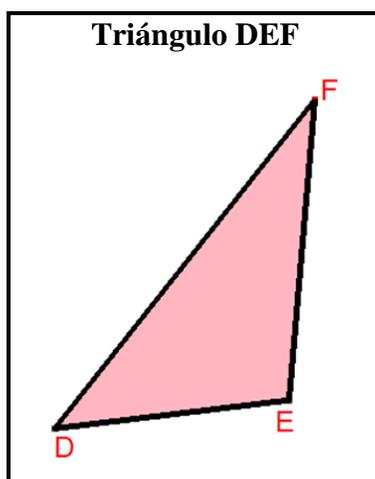


Imagen 1

Luego al triángulo DEF se le trazaron sus tres alturas correspondientes (ver imagen 2).

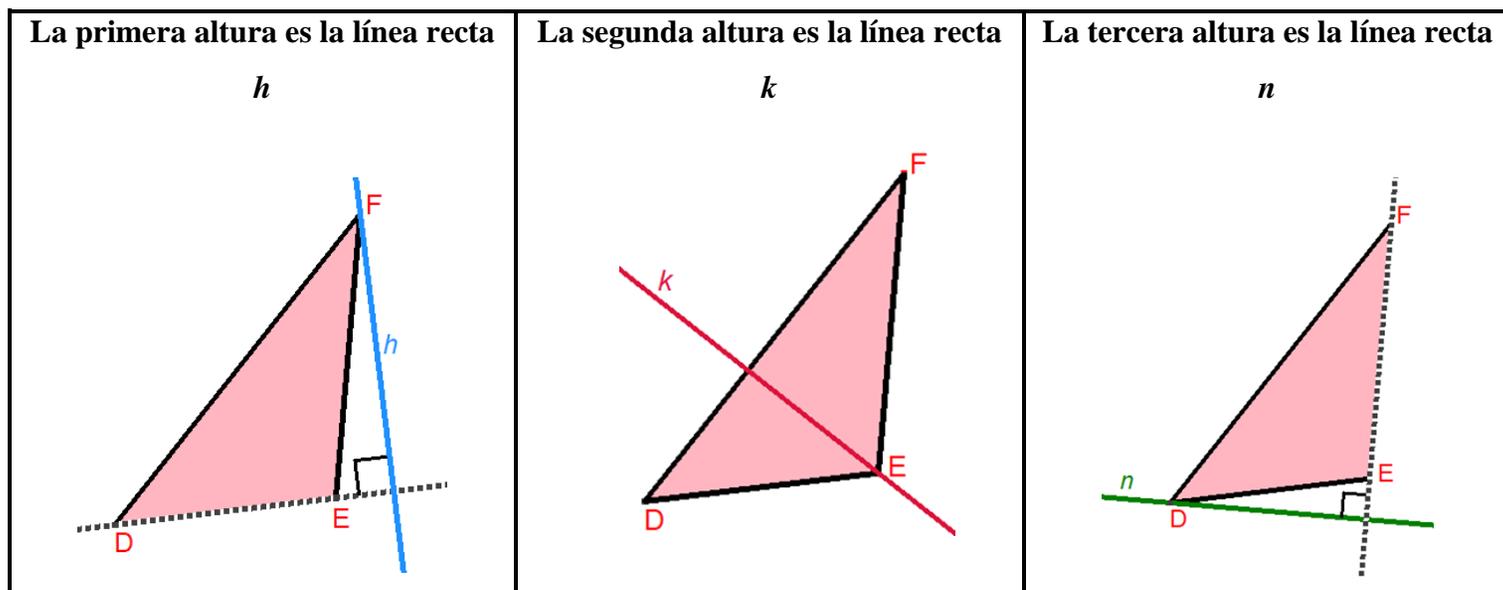


Imagen 2

Con la información dada hasta el momento, responda las siguientes preguntas.

Observar la altura h

1. ¿Por qué se trazó la línea recta punteada que esta sobre el lado DE?
2. Afirmación: La altura h y la línea recta punteada que esta sobre el lado DE son perpendiculares.
 - La afirmación dada es falsa o verdadera ¿Por qué?
3. ¿Por qué es necesario que la altura h pase por el vértice F?
4. Afirmación: La altura h pasa por un vértice y un lado opuesto a dicho vértice.
 - Si La afirmación dada es verdadera, entonces ¿cuál es el vértice y cuál es el lado opuesto a dicho vértice?

Observar la altura k

1. ¿La altura k a qué lado del triángulo es perpendicular? Justifique porque debe ser perpendicular a dicho lado.
2. ¿Porque la altura k bebe pasa por el vértice E?
3. ¿Porque es necesario que la altura K pase por el lado DF y no por el lado EF?

Observar la altura n :

1. ¿Por qué se trazó la línea recta punteada que esta sobre el lado EF?
2. Afirmación: La altura n y la recta punteada que esta sobre el lado EF son perpendiculares.
 - La afirmación dada es falsa o verdadera ¿Por qué?
3. ¿Porque es necesario que la altura n pase por el vértice D?
4. Afirmación: La altura n pasa por un vértice y un lado opuesto a dicho vértice.
 - La afirmación dada es verdadera, entonces ¿cuál es el vértice y cuál es el lado opuesto a dicho vértice?

A continuación, el profesor indica cómo quedan representadas las tres alturas del triángulo DEF (ver imagen 3)

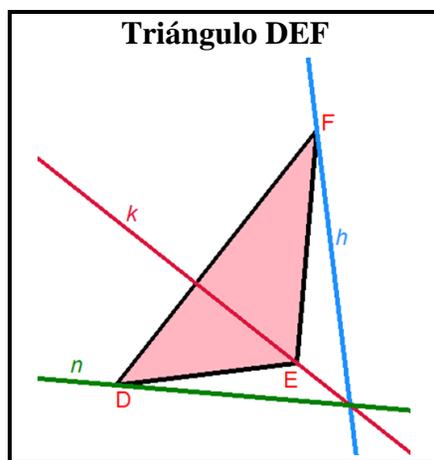


Imagen 3

Responde:

- En la imagen 3 señala el punto de intersección de las tres alturas, el cual se llama ortocentro.

El profesor finalmente concluye que en el triángulo DEF, la ubicación del ortocentro está fuera de la superficie del triángulo.

ACTIVIDAD 2.2: Discriminar el ortocentro de un triángulo obtusángulo.

El profesor dibujó en el tablero el triángulo SUW, al cual se le trazo la altura m, la altura k, y la altura p, los trazos de dos alturas no están completamente trazados (ver imagen 4).

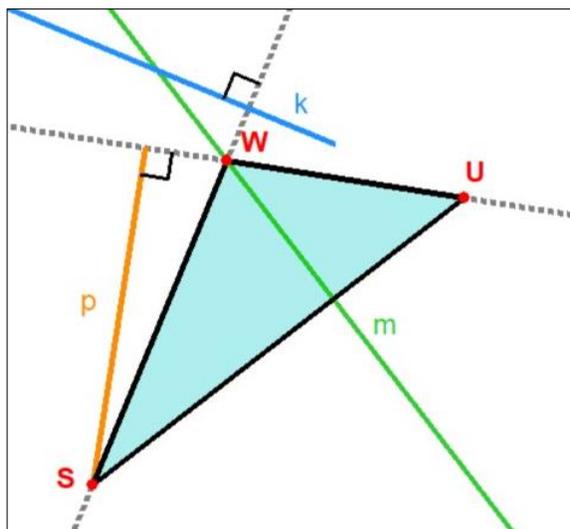


Imagen 4

Según la información anterior y observando cuidadosamente la imagen responda las siguientes preguntas.

- ¿La altura p a qué lado del triángulo SWU es perpendicular y por qué vértice pasa? Complete el trazo de la altura.
- ¿La altura K a qué lado del triángulo SWU es perpendicular y por qué vértice pasa? Complete el trazo de la altura.

Señale el ortocentro de las tres alturas del triángulo SWU.

MOMENTO III: ubicar el punto de intersección de las alturas de un triángulo rectángulo

ACTIVIDAD 3.1: discriminar las alturas de un triángulo rectángulo

El profesor dibuja en el tablero el triángulo rectángulo ABC (ver imagen 1).

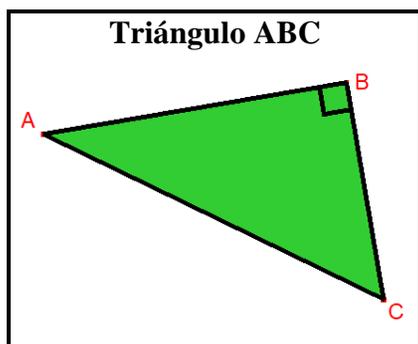


Imagen 1

A continuación, indica cuales son las respectivas alturas del triángulo ABC (ver imagen 2).

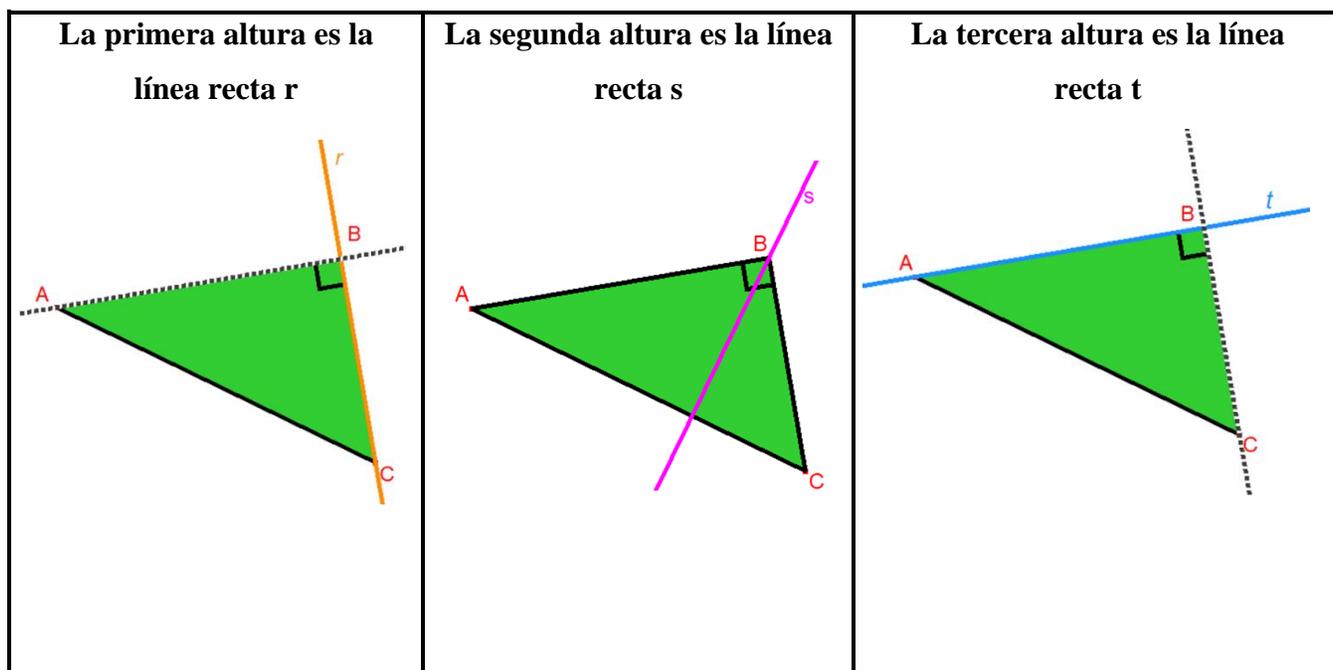


Imagen 2

Luego de observar las alturas correspondientes a cada lado del triángulo ABC, responde las siguientes preguntas.

Observar la altura r:

1. ¿Por qué se utilizó la línea recta punteada que está sobre el lado AB?

2. **Afirmación:** La altura r y la línea recta punteada que esta sobre el lado AB son perpendiculares.
 - La afirmación dada, es falsa o verdadera ¿Por qué?
3. ¿Por qué la altura r esta sobre el lado BC?
4. **Afirmación:** la altura r pasa por dos vértices y sobre un lado del triángulo.
 - La afirmación dada es verdadera, entonces ¿cuál son los vértices y cuál es el lado del triángulo?

Observar la altura s :

1. ¿La altura s a qué lado del triángulo es perpendicular? Justifique porque debe ser perpendicular a dicho lado.
2. ¿Por qué la altura s debe pasar por el vértice B?
3. ¿Por qué la altura s pasa por el lado AC y no por el lado BC?

Observar la altura t :

1. ¿Por qué se utilizó la línea recta punteada que esta sobre el lado BC?
2. **Afirmación:** La altura t y la recta punteada que esta sobre el lado BC son perpendiculares.
 - La afirmación dada es falsa o verdadera ¿Por qué?
3. ¿Por qué la altura t esta sobre el lado AB?
4. **Afirmación:** La altura t pasa por un vértice y un lado opuesto a dicho vértice,
 - La afirmación dada es verdadera, entonces ¿cuál es el vértice y cuál es el lado opuesto a dicho vértice?

Finalmente, El profesor indica cómo quedan representadas las tres alturas del triángulo ABC (ver imagen 3)

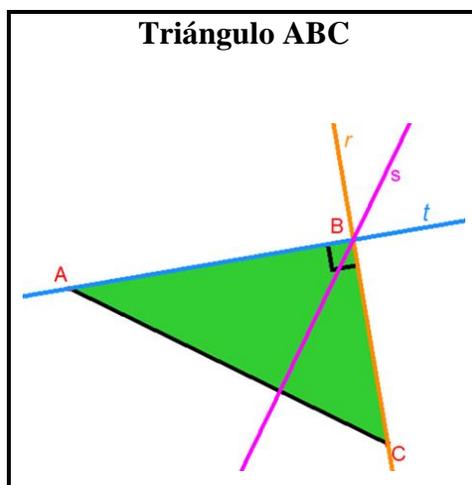


Imagen 3

Responde:

- En la imagen 3 señala el punto de intersección de las tres alturas, el cual se llama ortocentro.

El profesor finalmente concluye que en el triángulo ABC, el ortocentro coincide con el vértice B.

ACTIVIDAD 3.2: discriminar el ortocentro de un triángulo rectángulo

Las líneas rectas x , y , z son alturas correspondientes a un triángulo rectángulo, que tiene marcado su ángulo, y dos de sus lados respectivamente son AB Y BC (ver imagen 4)

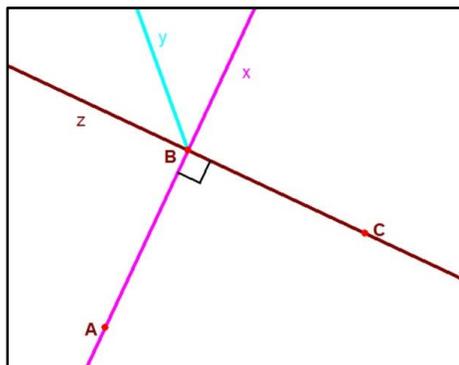


Imagen 4

Con la información dada hasta el momento realice lo siguiente:

- Trace el tercer lado faltante del triángulo y diga cuál es.
- Complete el trazo de la altura y diga a qué lado del triángulo es perpendicular.
- Diga en que vértice se interceptan las tres alturas y señale dicho vértice.

MOMENTO IV: verificar los conocimientos sobre las alturas y ortocentros

ACTIVIDAD 4.1: distinguir la ubicación del ortocentro.

En clase el profesor presento en el tablero los siguientes triángulos: triángulo ABC, triángulo DEF y triángulo GHI. En cada uno de estos triángulos se dibujo varias líneas rectas (ver imagen 1).

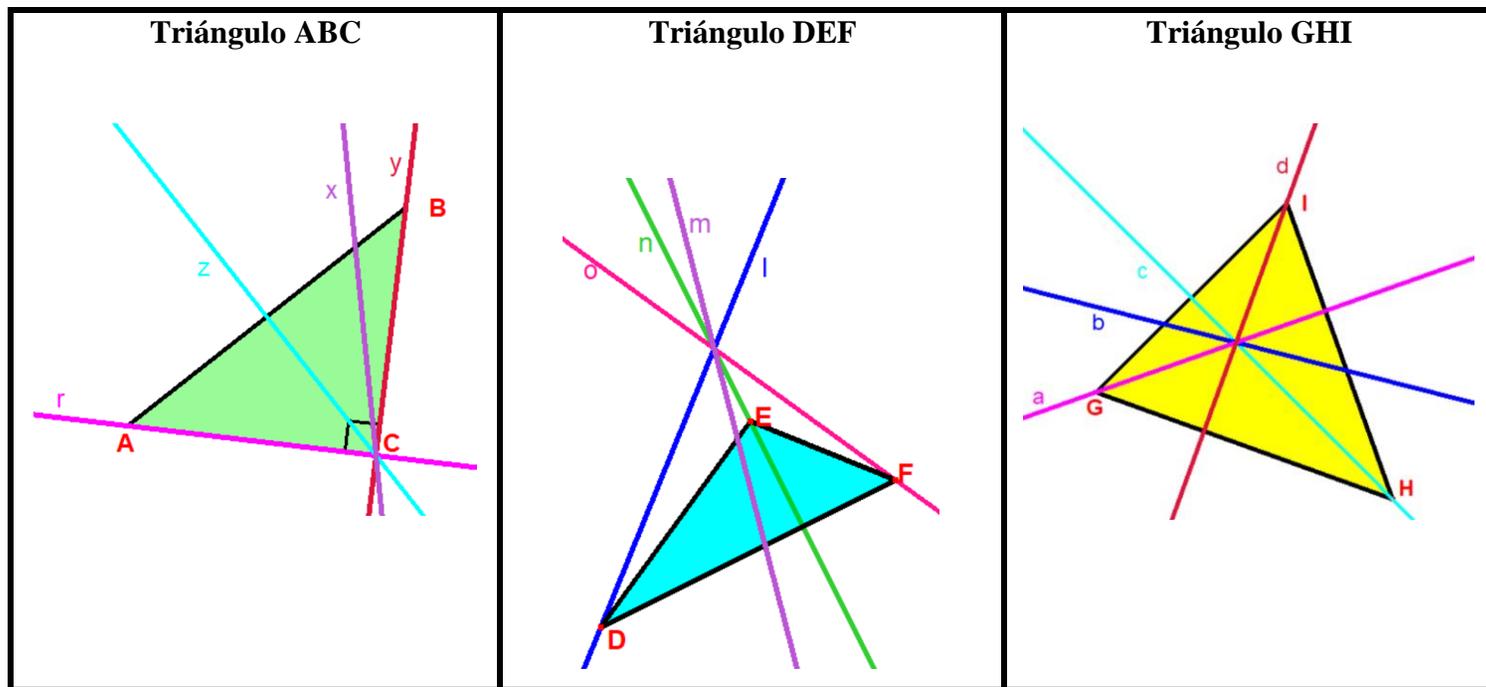


Imagen 1

Teniendo en cuenta la información presentada, contesto las siguientes preguntas.

- **En el triángulo ABC:** ¿Diga cual de las líneas rectas no es altura?
- **En el triángulo DEF:** ¿Diga cuales de las líneas rectas son alturas?
- **En el triángulo GHI:** ¿diga cual de las líneas rectas no es altura?
- Señala el ortocentro en el triángulo ABC
- Señala el ortocentro en el triángulo DEF
- Señala el ortocentro en el triángulo GHI

¿Qué puedes afirmar con respecto a la posición del ortocentro en cada uno de estos triángulos?

ACTIVIDAD 4.2: discriminar (reconocer- identificar), el procedimiento de encontrar el ortocentro.

EL profesor dibujo en el tablero el triángulo PMN y el triángulo ABC, a uno de estos dos triángulos se le trazo las alturas que son las líneas rectas k, s, t (ver imagen 2).

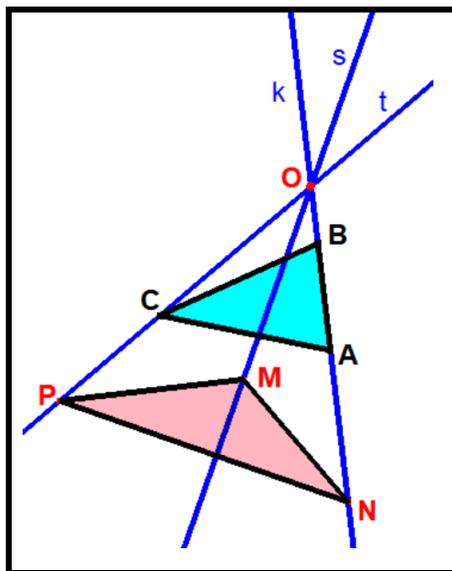


Imagen 2

Luego el profesor solicitó a sus estudiantes responder la siguiente pregunta: ¿a qué triángulo se le trazaron las alturas, al triángulo PMN o al triángulo ABC?

Una vez que los estudiantes dieron su respuesta, la profesora revisó el trabajo realizado por María y Pablo (ver imagen 3)

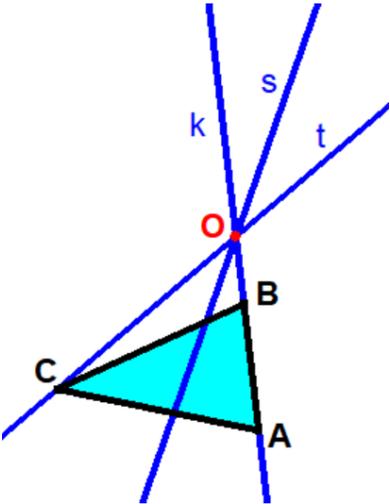
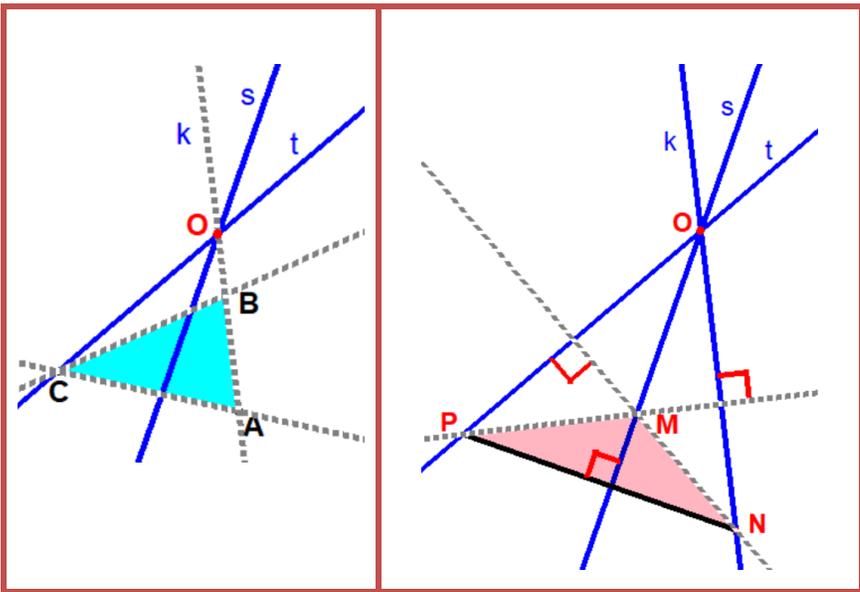
María	Pablo
<p>Responde: Las alturas pertenecen al triángulo ABC, porque el ortocentro está fuera del triángulo y es perpendicular a CA.</p>	<p>Responde: Las alturas son del triángulo PMN, porque realice proyección de los lados de los dos triángulos. Entonces los lados del triángulo PMN son perpendiculares a las tres alturas respectivamente y los lados del triángulo ABC no cumplen con esta condición (ver figura 1).</p>
 <p>The diagram shows a cyan triangle ABC with vertices A, B, and C. Three blue lines representing altitudes are drawn from each vertex: line 'k' from C, line 's' from B, and line 't' from A. These three altitudes intersect at a red point labeled 'O', which is the orthocenter. The orthocenter O is located outside the triangle ABC.</p>	 <p>The right side of the table contains two diagrams. The left diagram shows triangle ABC (cyan) with altitudes k, s, t and orthocenter O. Dashed lines represent the projections of the sides of triangle ABC onto the altitudes of the other triangle. The right diagram shows a pink triangle PMN with vertices P, M, and N. Red right-angle symbols indicate that the sides of triangle PMN are perpendicular to the altitudes k, s, and t. Specifically, side PM is perpendicular to altitude k, side PN is perpendicular to altitude t, and side MN is perpendicular to altitude s.</p>

Imagen 3

¿Con quién estás de acuerdo con María o Pablo? ¿por qué?