

# Masas y mezclas en el sector de quarks del Modelo Estándar

Larry Burbano

17 de octubre de 2025

## 1 Introducción

## 2 El Modelo Estándar

- El lagrangiano del Modelo Estándar
- El lagrangiano de Yukawa
- El lagrangiano de Yukawa para el sector de quarks
- Parámetros físicos descritos en el sector de Yukawa

## 3 Reducción de parámetros de la matriz de masa de Yukawa.

- La descomposición polar
- Descomposición polar en el sector de Yukawa
- Reducción de parámetros por la WBT
- Reducción de parámetros por la WBT

## 4 Mecanismo de los ceros de textura para la reducción de parámetros

## 5 Modelo con cinco ceros de textura

- La matriz de masa en forma general
- Modelo con cinco ceros de textura
- Resultados numéricos con 5 ceros de textura CASO I
- Resultados numéricos con 5 ceros de textura CASO II
- Resultados analíticos con los modelo con 5 ceros de textura

## 6 Conclusiones

# Introducción

Los ceros de textura es un mecanismo teórico que surge de la necesidad de reducir el número de parámetros libres presentes en la matriz de masa del sector de Yukawa con el objetivo de buscar relaciones analíticas entre las entradas de la matriz de mezcla de los quarks (CKM) y sus masas. Optar por este mecanismo también busca dar respuesta a algunas de las limitaciones que actualmente privan al Modelo Estándar de ser una teoría completa.

# El Modelo Estándar

|          | I                                              | II                                           | III                                          |                                           |
|----------|------------------------------------------------|----------------------------------------------|----------------------------------------------|-------------------------------------------|
| masa→    | 3 MeV                                          | 1.24 GeV                                     | 172.5 GeV                                    | 0                                         |
| carga→   | $\frac{2}{3}$                                  | $\frac{2}{3}$                                | $\frac{2}{3}$                                | 0                                         |
| spin→    | $\frac{1}{2}$                                  | $\frac{1}{2}$                                | $\frac{1}{2}$                                | 1                                         |
| nombre→  | <b>u</b><br>up                                 | <b>c</b><br>charm                            | <b>t</b><br>top                              | <b>Y</b><br>photon                        |
| Quarks   | 6 MeV                                          | 95 MeV                                       | 4.2 GeV                                      | 0                                         |
|          | $-\frac{1}{3}$                                 | $-\frac{1}{3}$                               | $-\frac{1}{3}$                               | 0                                         |
|          | $\frac{1}{2}$                                  | $\frac{1}{2}$                                | $\frac{1}{2}$                                | 1                                         |
|          | <b>d</b><br>down                               | <b>s</b><br>strange                          | <b>b</b><br>bottom                           | <b>g</b><br>gluon                         |
| Leptones | <2 eV                                          | <0.19 MeV                                    | <18.2 MeV                                    | 90.2 GeV                                  |
|          | 0                                              | 0                                            | 0                                            | 0                                         |
|          | $\frac{1}{2}$                                  | $\frac{1}{2}$                                | $\frac{1}{2}$                                | 1                                         |
|          | <b><math>\nu_e</math></b><br>electron neutrino | <b><math>\nu_\mu</math></b><br>muon neutrino | <b><math>\nu_\tau</math></b><br>tau neutrino | <b><math>Z^0</math></b><br>fuerza débil   |
|          | 0.511 MeV                                      | 106 MeV                                      | 1.78 GeV                                     | 80.4 GeV                                  |
|          | -1                                             | -1                                           | -1                                           | $\pm 1$                                   |
|          | $\frac{1}{2}$                                  | $\frac{1}{2}$                                | $\frac{1}{2}$                                | 1                                         |
|          | <b>e</b><br>electron                           | <b><math>\mu</math></b><br>muon              | <b><math>\tau</math></b><br>tau              | <b><math>W^\pm</math></b><br>fuerza débil |

# El lagrangiano del Modelo Estándar

$$\mathcal{L}_{M.E} = \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_Y + \mathcal{L}_{Y.M} \quad (1)$$

$\mathcal{L}_f \rightarrow$  Lagrangiano de los campos fermiónico.

$\mathcal{L}_H \rightarrow$  Lagrangiano del sector de Higgs.

$\mathcal{L}_Y \rightarrow$  Lagrangiano de Yukawa.

$\mathcal{L}_{Y.M} \rightarrow$  Lagrangiano de los Yang-Mills.

# El lagrangiano de Yukawa

Este sector es responsable de generar masas para los fermiones (quarks y leptones) mediante su acoplamiento al campo de Higgs. Toma su nombre del tipo de interacción propuesto por Hideki Yukawa.

$$\mathcal{L}_Y = \mathcal{L}_{Yl} + \mathcal{L}_{Yq} \quad (2)$$

$\mathcal{L}_Y^l \rightarrow$  Lagrangiano de Yukawa para el sector leptónico.

$\mathcal{L}_Y^q \rightarrow$  Lagrangiano de Yukawa para el sector de quarks.

# El lagrangiano de Yukawa para el sector de quarks

$$-\mathcal{L}_Y^q = \bar{u}_L^i (\mathcal{M}_u)_{ij} u_R^j + \bar{d}_L^i (\mathcal{M}_d)_{ij} d_R^j. \quad (3)$$

$\mathcal{M}_u$  y  $\mathcal{M}_d$  corresponden a las matrices de masa de los quarks tipo "up" y tipo "down" respectivamente. Estas matrices contienen entre las dos 36 entradas complejas (18 por cada matriz). Dichas matrices son el objeto de nuestro estudio.

# Parámetros físicos descritos en el sector de Yukawa

El lagrangiano debe describir los siguientes parámetros físicos que surgen una vez pasemos del estado de interacción al estado de masa:

- Seis masas para los quarks  $m_u, m_c, m_t, m_d, m_s, m_b$ .
- Tres ángulos de mezcla.
- Una fase para la violación CP .

Por lo tanto, el sector de Yukawa tiene 10 parámetros físicos. De ahí que es necesario reducir los 36 parámetros que inicialmente tenemos.

# Reducción de parámetros de la matriz de masa de Yukawa.

Las matrices de masa de Yukawa son del orden de  $3 \times 3$  con 9 entradas complejas.

$$\mathcal{M}_u = \begin{pmatrix} Z_{u1} & Z_{u2} & Z_{u3} \\ Z_{u4} & Z_{u5} & Z_{u6} \\ Z_{u7} & Z_{u8} & Z_{u9} \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\mathcal{M}_d = \begin{pmatrix} Z_{d1} & Z_{d2} & Z_{d3} \\ Z_{d4} & Z_{d5} & Z_{d6} \\ Z_{d7} & Z_{d8} & Z_{d9} \end{pmatrix} \quad (5)$$

Cada entrada  $Z$  de las matrices es de la forma  $Z = a + ib$ , cada una con su parte real e imaginaria, arrojando un total de 36 parámetros libres.

# La descomposición polar

El teorema de descomposición polar establece que toda matriz cuadrada compleja  $M \in C^{n \times n}$  puede escribirse como el producto de una matriz unitaria y una matriz hermítica.

$$\mathbf{M} = \mathbf{U} \mathbf{H}, \quad (6)$$

donde  $\mathbf{U}$  es una matriz unitaria ( $\mathbf{U} \cdot \mathbf{U}^\dagger = \mathbf{U}^\dagger \cdot \mathbf{U} = \mathbf{1}$ ) y  $\mathbf{H}$  es una matriz hermítica ( $\mathbf{H} = \mathbf{H}^\dagger$ ).

Recordemos que los elementos de la diagonal de una matriz hermítica son Reales.

# Descomposición polar en el sector de Yukawa

En el contexto de las matrices de masa del sector de Yukawa:

$$M_u = H_u U_u , \quad (7)$$

$$M_d = H_d U_d , \quad (8)$$

y redefinir los campos derechos de la forma:

$$u'_R = U_u u_R \quad (9)$$

$$d'_R = U_d d_R . \quad (10)$$

el lagrangiano

$$-\mathcal{L}_Y^q = \bar{u}_L^i (\mathcal{M}_u)_{ij} u_R^j + \bar{d}_L^i (\mathcal{M}_d)_{ij} d_R^j . \quad (11)$$

Ahora tiene matrices de masa hermíticas (reduciendo de 36 a 18 parámetros libres).

# Reducción de parámetros por la WBT

Una característica importante del Modelo Estándar, es que podemos hacer transformaciones unitarias inicialmente arbitrarias sobre el lagrangiano en el estado de interacción y no alterar la física que representa.

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^q &= -\bar{u}_L M_u u_R - \bar{d}_L M_d d_R - \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \bar{u}_L \gamma^\mu d_L + h.c. , \\ \mathcal{L}^q &= - \underbrace{\bar{u}_L U}_{\bar{u}'_L} \underbrace{U^\dagger M_u U}_{M'_u} \underbrace{U^\dagger u_R}_{u'_R} - \underbrace{\bar{d}_L U}_{\bar{d}'_L} \underbrace{U^\dagger M_d U}_{M'_d} \underbrace{U^\dagger d_R}_{d'_R} \\ &= -\bar{u}'_L M'_u u'_R - \bar{d}'_L M'_d d'_R .\end{aligned}$$

Por lo tanto una WBT es una transformación unitaria que tiene la característica de que una vez aplicada no altera ninguno de los 10 parámetros físicos que el lagrangiano debe describir.

# Reducción de parámetros por la WBT

Un ejemplo de una WBT es aplicar una transformación a los campos con una matriz de rotación específicas. Un caso sería

$$u'_L = U_u u_L, \quad (12)$$

$$u'_R = U_u u_R, \quad (13)$$

También se pudiera optar por la siguiente transformación:

$$d'_L = U_d d_L, \quad (14)$$

$$d'_R = U_d d_R. \quad (15)$$

esta WBT nos permite pasar del estado de interacción al estado de masa y vemos que surge la matriz CKM ( $U_u^\dagger U_d$ ) en el sector de las corrientes cargadas. la WBT hacia la base de masas es la que finalmente dice cuáles son los parámetros físicos (masas y CKM) que medimos. No da información sobre estructuras iniciales de las matrices de masa.

# Mecanismo de los ceros de textura para la reducción de parámetros

Escojemos una base adecuada que será el punto de partida para generar cualquier representación viable de las matrices de masa de los quarks

$$M_u \rightarrow D_u = \begin{pmatrix} \lambda_{1u} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{2u} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{3u} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$$M_d \rightarrow V D_d V^\dagger,$$

o también,

$$M_u \rightarrow V^\dagger D_u V,$$

$$M_d \rightarrow D_d = \begin{pmatrix} \lambda_{1d} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{2d} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{3d} \end{pmatrix}. \quad (17)$$

# Mecanismo de los ceros de textura para la reducción de parámetros

Donde los autovalores representan las masas de los quarks y obedecen la jerarquía  $|\lambda_{1u,d}| \ll |\lambda_{2u,d}| \ll |\lambda_{3u,d}|$ .

Escojemos una de las anteriores bases y aplicamos una WBT arbitraria de tal forma que

$$M'_u = W^\dagger D_u W, \quad (18)$$

$$M'_d = W^\dagger V D_d V^\dagger W, \quad (19)$$

Para mantener el determinante diferente de cero la matriz de masa para los quarks up (o down) puede contener máximo tres ceros de textura, generando modelos de cuatro o cinco ceros de textura, que son objeto de nuestra investigación.

# La matriz de masa en forma general

Consideremos el caso más general de una matriz de masa con dos ceros de textura

$$M_q = \begin{pmatrix} 0 & |\xi_q| & 0 \\ |\xi_q| & \gamma_q & |\beta_q| \\ 0 & |\beta_q| & \alpha_q \end{pmatrix}, \quad (20)$$

donde  $q$  puede ser  $u$  o  $d$ .

Para desarrollar este modelo tenemos en cuenta dos casos:

- Matriz con dos ceros de textura en la diagonal  $\gamma_q = 0$
- Matriz con un cero de textura en la diagonal.  $\beta_q = 0$

Podemos usar una WBT para generar permutaciones que nos den todas las posiciones de los ceros en la matriz.

# Condiciones para los parámetros de la matriz de masa

Diagonalizamos la matriz  $M_q$  con ayuda de una WBT

$$U_q^\dagger M_q U_q = \begin{pmatrix} \lambda_{1q} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{2q} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{3q} \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Con ayuda de los invariantes bajo cambio de base  $Tr(M_q)$ ,  $Tr(M_q^2)$ ,  $Det(M_q)$  podemos expresar los parametros de la matriz en términos de los autovalores y  $\alpha_q$

$$\gamma_q = \lambda_{1q} + \lambda_{2q} + \lambda_{3q} - \alpha_q, \quad (22a)$$

$$|\xi_q| = \sqrt{\frac{-\lambda_{1q}\lambda_{2q}\lambda_{3q}}{\alpha_q}}, \quad (22b)$$

$$|\beta_q| = \sqrt{\frac{(\alpha_q - \lambda_{1q})(\alpha_q - \lambda_{2q})(\lambda_{3q} - \alpha_q)}{\alpha_q}}. \quad (22c)$$

# Condiciones para los parámetros de la matriz de masa

Es evidente, que el parámetro  $\alpha_q$  es necesariamente distinto de 0 ( $\alpha_q \neq 0$ ). Además, para asegurar resultados reales un autovalor debe ser negativo, esto implica que  $\alpha_q > 0$ . También, si consideramos la jerarquía de masa, podemos encontrar que  $\alpha_q$  se encuentra en alguno de los siguientes intervalos:

$$\text{si } \lambda_{1q} < 0, \lambda_{2q} > 0, \lambda_{3q} > 0 \rightarrow |\lambda_{2q}| \leq \alpha_q \leq |\lambda_{3q}|, \quad (23)$$

$$\text{si } \lambda_{1q} > 0, \lambda_{2q} < 0, \lambda_{3q} > 0 \rightarrow |\lambda_{1q}| \leq \alpha_q \leq |\lambda_{3q}|, \quad (24)$$

$$\text{si } \lambda_{1q} > 0, \lambda_{2q} > 0, \lambda_{3q} < 0 \rightarrow |\lambda_{1q}| \leq \alpha_q \leq |\lambda_{2q}|. \quad (25)$$

# Matriz unitaria de diagonalización de la matriz de masa

Podemos encontrar en forma analítica la matriz unitaria  $U_q$  que diagonaliza a  $M_q$ ,

$$U_q = \begin{pmatrix} e^{i\theta_1} \frac{|\lambda_{3q}|}{\lambda_{3q}} \sqrt{\frac{\lambda_{2q}\lambda_{3q}(\alpha_q - \lambda_{1q})}{\alpha_q(\lambda_{2q} - \lambda_{1q})(\lambda_{3q} - \lambda_{1q})}} & e^{i\theta_2} \frac{|\lambda_{2q}|}{\lambda_{2q}} \sqrt{\frac{\lambda_{1q}\lambda_{3q}(\lambda_{2q} - \alpha_q)}{\alpha_q(\lambda_{2q} - \lambda_{1q})(\lambda_{3q} - \lambda_{2q})}} & \sqrt{\frac{\lambda_{1q}\lambda_{2q}(\alpha_q - \lambda_{3q})}{\alpha_q(\lambda_{3q} - \lambda_{1q})(\lambda_{3q} - \lambda_{2q})}} \\ -e^{i\theta_1} \frac{|\lambda_{2q}|}{\lambda_{2q}} \sqrt{\frac{\lambda_{1q}(\lambda_{1q} - \alpha_q)}{(\lambda_{2q} - \lambda_{1q})(\lambda_{3q} - \lambda_{1q})}} & e^{i\theta_2} \sqrt{\frac{\lambda_{2q}(\alpha_q - \lambda_{2q})}{(\lambda_{2q} - \lambda_{1q})(\lambda_{3q} - \lambda_{2q})}} & \frac{|\lambda_{3q}|}{\lambda_{3q}} \sqrt{\frac{\lambda_{3q}(\lambda_{3q} - \alpha_q)}{(\lambda_{3q} - \lambda_{1q})(\lambda_{3q} - \lambda_{2q})}} \\ e^{i\theta_1} \frac{|\lambda_{2q}|}{\lambda_{2q}} \sqrt{\frac{\lambda_{1q}(\alpha_q - \lambda_{2q})(\alpha_q - \lambda_{3q})}{\alpha_q(\lambda_{2q} - \lambda_{1q})(\lambda_{3q} - \lambda_{1q})}} & -e^{i\theta_2} \frac{|\lambda_{3q}|}{\lambda_{3q}} \sqrt{\frac{\lambda_{2q}(\alpha_q - \lambda_{1q})(\lambda_{3q} - \alpha_q)}{\alpha_q(\lambda_{2q} - \lambda_{1q})(\lambda_{3q} - \lambda_{2q})}} & \sqrt{\frac{\lambda_{3q}(\alpha_q - \lambda_{1q})(\alpha_q - \lambda_{2q})}{\alpha_q(\lambda_{3q} - \lambda_{1q})(\lambda_{3q} - \lambda_{2q})}} \end{pmatrix},$$

# Modelo con cinco ceros de textura

Para este modelo se pueden encontrar los siguientes casos:

- Modelos con tres ceros con dos de ellos en la diagonal

En este caso  $\gamma_q = 0$

$$\lambda_{1q} > 0, \lambda_{2q} < 0, \lambda_{3q} > 0 \rightarrow |\lambda_{1q}| \leq \alpha_q \leq |\lambda_{3q}|,$$

- Modelo con tres ceros con uno de ellos en la diagonal

En este caso  $|\beta_q| = 0$

se presentan tres casos y seis posibilidades

- $\alpha_q = \lambda_{1q}$  con  $\lambda_{2q} < 0$  o  $\lambda_{3q} < 0$
- $\alpha_q = \lambda_{2q}$  con  $\lambda_{1q} < 0$  o  $\lambda_{2q} < 0$
- $\alpha_q = \lambda_{3q}$  con  $\lambda_{2q} < 0$  o  $\lambda_{1q} < 0$

Los dos ceros se consiguen en la otra matriz ajustando los parámetros libres  $\theta_1$  y  $\theta_2$  de la matriz de diagonalización  $U_q$

# Resultados numéricos con 5 ceros de textura CASO I

| CASO I | TEXTURAS NUMÉRICAS DE CINCO CEROS DE TEXTURA (MeV)                                                                                                                                                                                                                 | Autovalores negativos                                    |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| a      | $M_u = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -85,4679 + 157,016i \\ 0 & 6053,87 & 29579. + 5434,63i \\ -85,4679 - 157,016i & 29579. - 5434,63i & 167190. \end{pmatrix}$ $M_d = \begin{pmatrix} 0 & 14,5259. & 0 \\ 14,5259 & 0 & 442,526 \\ 0 & 442,556 & 2904,18 \end{pmatrix}$ | $\lambda_{1u} < 0$<br><br><br><br><br>$\lambda_{2d} < 0$ |
| b      | $M_u = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 21,0411 - 284,492i \\ 0 & 1690,29 & 18947,5 + 5841,49i \\ 21,0411 + 284,492i & 18947,5 - 5891,49i & 168946. \end{pmatrix}$ $M_d = \begin{pmatrix} 0 & 13,4128 & 0 \\ 13,4128 & 0 & 392,604 \\ 0 & 392,604 & 2857,04 \end{pmatrix}$  | $\lambda_{2u} < 0$<br><br><br><br><br>$\lambda_{2d} < 0$ |

# Resultados numéricos con 5 ceros de textura CASO II

| CASO II | TEXTURAS NUMÉRICAS DE CINCO CEROS DE TEXTURA (MeV)                                                                                                                                                                                   | Autovalores negativos                    |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|
| a       | $M_u = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 431,461 \\ 0 & 957,898 & 7251,27 \\ 431,461 & 7251,27 & 171225 \end{pmatrix}$ $M_d = \begin{pmatrix} 0 & 4,31591 + 14,2586i & 0 \\ 4,31591 - 14,2586i & 64,1289 & 0 \\ 0 & 0 & 2968,58 \end{pmatrix}$ | $\lambda_{1u} < 0$<br>$\lambda_{1d} < 0$ |
| b       | $M_u = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 426,288 \\ 0 & 868,054 & 7335,94 \\ 426,288 & 7335,94 & 172542 \end{pmatrix}$ $M_d = \begin{pmatrix} 0 & -4,1517 - 13,8072i & 0 \\ -4,1517 + 13,8072i & -62,495 & 0 \\ 0 & 0 & 2915,72 \end{pmatrix}$ | $\lambda_{1u} < 0$<br>$\lambda_{2d} < 0$ |

# Resultados analíticos con los modelo con 5 ceros de textura

## Para las matrices del Caso I

De acuerdo a los resultados anteriores podemos expresar las matrices de masa como:

$$M_{lu} = F^\dagger \begin{pmatrix} 0 & 0 & |\xi_u| \\ 0 & \alpha_u & |\beta_u| \\ |\xi_u| & |\beta_u| & \gamma_u \end{pmatrix} F, \quad M_{ld} = \begin{pmatrix} 0 & |\xi_d| & 0 \\ |\xi_d| & 0 & |\beta_d| \\ 0 & |\beta_d| & \gamma_d \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Las fases en la matriz de mezcla “down”, son absorbidas a través de una WBT. La matriz diagonal de fase F:

$$F = \begin{pmatrix} e^{-i\phi_{\xi_u}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_{\beta_u}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (27)$$

# Resultados analíticos con los modelo con 5 ceros de textura

De acuerdo al procedimiento anterior, los parámetros para las matrices de masa toman la forma:

$$\gamma_u = \mp m_u \pm m_c + m_t - \alpha_u , \quad (28)$$

$$|\beta_u| = \sqrt{\frac{(\alpha_u \pm m_u)(\alpha_u \mp m_c)(m_t - \alpha_u)}{\alpha_u}} , \quad (29)$$

$$|\xi_u| = \sqrt{\frac{m_u m_c m_t}{\alpha_u}} , \quad (30)$$

$$\alpha_d = m_d - m_s + m_b , \quad (31)$$

$$|\beta_d| = \sqrt{\frac{(m_b - m_s)(m_d + m_b)(m_s - m_d)}{m_d - m_s + m_b}} , \quad (32)$$

$$|\xi_d| = \sqrt{\frac{m_d m_s m_b}{m_d - m_s + m_b}} , \quad (33)$$

# Resultados analíticos con los modelo con 5 ceros de textura

El parámetro  $\alpha_u$  es libre, y está acotado a las siguientes regiones:

$$m_c \leq \alpha_u \leq m_t, \text{ para } \lambda_{1u} < 0 ,$$

$$m_u \leq \alpha_u \leq m_t, \text{ para } \lambda_{2u} < 0 .$$

# Resultados analíticos con los modelo con 5 ceros de textura

De esta manera, las matrices de diagonalización para las matrices de masa  $M_{lu}$  y  $M_{ld}$  son respectivamente:

$$U_{lu} = \begin{pmatrix} e^{i(\phi_{\xi u} + \theta_{1u})} \sqrt{\frac{m_c m_t (\alpha_u \pm m_u)}{\alpha_u (m_c + m_u) (m_t \pm m_u)}} & \pm e^{i(\phi_{\xi u} + \theta_{2u})} \sqrt{\frac{(\alpha_u \mp m_c) m_t m_u}{\alpha_u (m_t \mp m_c) (m_c + m_u)}} & e^{i(\phi_{\xi u} - \theta_{3u})} \sqrt{\frac{m_c (m_t - \alpha_u) m_u}{\alpha_u (m_t \mp m_c) (m_t \pm m_u)}} \\ \pm e^{i(\phi_{\beta u} + \theta_{1u})} \sqrt{\frac{(\alpha_u \mp m_c) (m_t - \alpha_u) m_u}{\alpha_u (m_c + m_u) (m_t \pm m_u)}} & -e^{i(\phi_{\beta u} + \theta_{2u})} \sqrt{\frac{m_c (m_t - \alpha_u) (\alpha_u \pm m_u)}{\alpha_u (m_t \mp m_c) (m_c + m_u)}} & e^{i(\phi_{\beta u} - \theta_{3u})} \sqrt{\frac{(\alpha_u \mp m_c) m_t (\alpha_u \pm m_u)}{\alpha_u (m_t \mp m_c) (m_t \pm m_u)}} \\ \mp e^{i\theta_{1u}} \sqrt{\frac{m_u (\alpha_u \pm m_u)}{(m_c + m_u) (m_t \pm m_u)}} & e^{i\theta_{2u}} \sqrt{\frac{m_c (\alpha_u \mp m_c)}{(m_t \mp m_c) (m_c + m_u)}} & e^{i\theta_{3u}} \sqrt{\frac{m_t (m_t - \alpha_u)}{(m_t \mp m_c) (m_t \pm m_u)}} \end{pmatrix}, \quad (34)$$

$$U_{ld} = \begin{pmatrix} e^{i\theta_{1d}} \sqrt{\frac{m_d (m_b - m_s) m_s}{(m_b - m_d) (m_d - m_s) (m_b + m_d - m_s)}} & e^{-i\theta_{2d}} \sqrt{\frac{m_b (m_b + m_d) m_d}{(m_d + m_s) (m_b + m_d - m_s) (m_b + m_s)}} & \sqrt{\frac{m_d (m_s - m_d) m_s}{(m_b - m_d) (m_b + m_d - m_s) (m_b + m_s)}} \\ e^{i\theta_{1d}} \sqrt{\frac{m_d (m_b - m_s)}{(m_b - m_d) (m_d + m_s)}} & e^{i\theta_{2d}} \sqrt{\frac{(m_b + m_d) m_s}{(m_d + m_s) (m_b + m_s)}} & \sqrt{\frac{m_b (m_s - m_d)}{(m_b - m_d) (m_b + m_s)}} \\ -e^{i\theta_{1d}} \sqrt{\frac{m_d (m_b + m_d) (m_s - m_d)}{(m_b - m_d) (m_d + m_s) (m_b + m_d - m_s)}} & e^{-i\theta_{2d}} \sqrt{\frac{(m_b - m_s) m_s (m_s - m_d)}{(m_d + m_s) (m_b + m_d - m_s) (m_b + m_s)}} & \sqrt{\frac{m_b (m_b + m_d) (m_b + m_s)}{(m_b - m_d) (m_b + m_d - m_s) (m_b + m_s)}} \end{pmatrix} \quad (35)$$

y la matriz CKM resulta de  $U_{lu}^\dagger U_{ld}$ .

# Resultados analíticos con los modelo con 5 ceros de textura

| CASO I           |                    |                    |
|------------------|--------------------|--------------------|
|                  | $\lambda_{1u} < 0$ | $\lambda_{2u} < 0$ |
|                  | $\lambda_{2d} < 0$ | $\lambda_{2d} < 0$ |
| $\theta_{1u}$    | -1,42318           | -2,84403           |
| $\theta_{2u}$    | 0.670068           | 1.85606            |
| $\theta_{3u}$    | 0.00473665         | -0,00461668        |
| $\theta_{1d}$    | 0.636035           | 1.93013            |
| $\theta_{2d}$    | -2,2845            | -0,976639          |
| $\phi_{\xi u}$   | 2.06927            | -1,49697           |
| $\phi_{\beta u}$ | 0.181706           | 0.301461           |
| $\alpha_u$ (MeV) | 6053.87            | 1690.29            |
| $m_u$ (MeV)      | 1.79188            | 1.2684             |
| $m_c$ (MeV)      | 625.493            | 633.197            |
| $m_t$ (MeV)      | 172620             | 171268             |
| $m_d$ (MeV)      | 2.99323            | 3.14751            |
| $m_s$ (MeV)      | 68.9279            | 56.1169            |
| $m_b$ (MeV)      | 2970.12            | 2910.01            |

Valores numéricos de ajuste de los parámetros para el Caso I.

| CASO | Texturas de cinco ceros analíticas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Predicción para la matriz de mezcla                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| I    | $M_u = P^\dagger \begin{pmatrix} 0 & 0 &  \xi_u  \\ 0 & \alpha_u &  \beta_u  \\  \xi_u  &  \beta_u  & \gamma_u \end{pmatrix} P,$ $M_d = \begin{pmatrix} 0 &  \xi_d  & 0 \\  \xi_d  & 0 &  \beta_d  \\ 0 &  \beta_d  & \alpha_d \end{pmatrix},$ <p>donde <math>P = (e^{-i\phi_{\xi u}}, e^{-i\phi_{\beta u}}, 1)</math>.<br/>Además <math>m_c &lt; \alpha_u \ll m_t</math>.<br/>Con : “-” para el <b>Caso Ia.</b>, <math>\lambda_{1u}, \lambda_{2d} &lt; 0</math>.<br/>Con “+” para el <b>Caso Ib</b>, <math>\lambda_{2u} &lt; 0</math> y <math>\lambda_{2d} &lt; 0</math>.</p> | $ V_{ud}  = \sqrt{\frac{m_s}{m_s + m_d}} + \dots,$ $ V_{cs}  = \sqrt{\frac{m_s}{m_s + m_d} \left(1 - \frac{\alpha_u}{m_t}\right)} + \dots,$ $ V_{tb}  = \sqrt{1 - \frac{\alpha_u}{m_t}} + \dots,$ $ V_{us}  = \sqrt{\frac{m_d}{m_s + m_d}} + \dots,$ $ V_{cd}  = \sqrt{\frac{m_d}{m_s + m_d} \left(1 - \frac{\alpha_u}{m_t}\right)} + \dots,$ $ V_{ts}  = \sqrt{\frac{m_s}{m_s + m_d} \left[ \sqrt{\frac{m_s - m_d}{m_b} \left(1 - \frac{\alpha_u}{m_t}\right)} - e^{i\phi_{\beta u}} \sqrt{\frac{\alpha_u}{m_t} \mp \frac{m_c}{m_t}} \right]} + \dots,$ $ V_{cb}  = \sqrt{\frac{m_s - m_d}{m_b} \left(1 - \frac{\alpha_u}{m_t}\right)} - e^{i\phi_{\beta u}} \sqrt{\frac{\alpha_u}{m_t} \mp \frac{m_c}{m_t}} + \dots,$ $ V_{ub}  = \sqrt{\frac{m_u \alpha_u}{m_c m_t}} - e^{i\phi_{\beta u}} \sqrt{\frac{m_u(m_s - m_d)}{m_b} \left(\frac{1}{m_c} \mp \frac{1}{\alpha_u}\right) \left(1 - \frac{\alpha_u}{m_t}\right)} + \dots,$ $ V_{td}  = \sqrt{\frac{m_d}{m_s + m_d} \left[ \sqrt{\frac{m_s - m_d}{m_b} \left(1 - \frac{\alpha_u}{m_t}\right)} - e^{i\phi_{\beta u}} \sqrt{\frac{\alpha_u}{m_t} \mp \frac{m_c}{m_t}} \right]} + \dots.$ |

Caso I para las matrices de masa de quarks con cinco ceros de textura y sus correspondientes predicciones a primer orden para los elementos de la matriz CKM en términos de las masas de los quarks.

# Resultados analíticos con los modelo con 5 ceros de textura

## Para las matrices del Caso II

De acuerdo a los resultados anteriores podemos expresar las matrices de masa como:

$$M_{Ilu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & |\xi_u| \\ 0 & \alpha_u & |\beta_u| \\ |\xi_u| & |\beta_u| & \gamma_u \end{pmatrix}, \quad M_{Ild} = \begin{pmatrix} 0 & |\xi_d|e^{i\phi_{\xi_d}} & 0 \\ |\xi_d|e^{i\phi_{\xi_d}} & \gamma_d & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_d \end{pmatrix}. \quad (36)$$

La matriz de diagonalización para  $M_{ll_u}$ , tiene la forma  $P_2 U_u$ , donde  $P_2$  es la matriz de permutación y  $U_u$  es unitaria con  $q = u$ . Para  $M_{ll_d}$  la matriz de diagonalización es de la forma  $F_d^\dagger U_d$ , donde la matriz diagonal  $F_d$  que contiene la fase y es de la forma:

$$F = \begin{pmatrix} e^{i\phi_{\xi_d}} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

y  $U_d$  es de la matriz unitaria con  $q = d$ .

# Resultados analíticos con los modelo con 5 ceros de textura

En este caso  $\beta_d = 0$  y en consecuencia se presentan las siguientes situaciones:

$$\begin{aligned} \text{Cuando } \alpha_d = \lambda_{1d} \quad \text{entonces } |\xi_d| &= \sqrt{-\lambda_{2d}\lambda_{3d}} \quad \text{y} \quad \gamma_d = \lambda_{2d} + \lambda_{3d} , \\ \text{Cuando } \alpha_d = \lambda_{2d} \quad \text{entonces } |\xi_d| &= \sqrt{-\lambda_{1d}\lambda_{3d}} \quad \text{y} \quad \gamma_d = \lambda_{1d} + \lambda_{3d} , \\ \text{Cuando } \alpha_d = \lambda_{3d} \quad \text{entonces } |\xi_d| &= \sqrt{-\lambda_{1d}\lambda_{2d}} \quad \text{y} \quad \gamma_d = \lambda_{1d} + \lambda_{2d} . \end{aligned} \quad (37)$$

Debemos tomar en cuenta que para cualquiera de estos casos, uno de los  $\lambda_{id}$  restantes debe ser negativo.

$\alpha_u > 0$  y se encuentra en el intervalo  $m_c \leq \alpha_u \leq m_t$ .

# Resultados analíticos con los modelo con 5 ceros de textura

las matrices de diagonalización para las matrices de masa de los quarks  $M_{lll u}$  y  $M_{lll d}$  tienen la siguiente forma analítica respectiva:

$$U_{lll u} = \begin{pmatrix} e^{i\theta_{1u}} \sqrt{\frac{m_c m_t (\alpha_u + m_u)}{\alpha_u (m_c + m_u) (m_t + m_u)}} & e^{i\theta_{2u}} \sqrt{\frac{m_t m_u (\alpha_u - m_c)}{\alpha_u (m_t - m_c) (m_c + m_u)}} & e^{i\theta_{3u}} \sqrt{\frac{m_c m_u (m_t - \alpha_u)}{\alpha_u (m_t - m_c) (m_t + m_u)}} \\ e^{i\theta_{1u}} \sqrt{\frac{m_u (\alpha_u - m_c) (m_t - \alpha_u)}{\alpha_u (m_c + m_u) (m_t + m_u)}} & -e^{i\theta_{2u}} \sqrt{\frac{m_c (m_t - \alpha_u) (\alpha_u + m_u)}{\alpha_u (m_t - m_c) (m_c + m_u)}} & e^{i\theta_{3u}} \sqrt{\frac{m_t (\alpha_u - m_c) (\alpha_u + m_u)}{\alpha_u (m_t - m_c) (m_t + m_u)}} \\ -e^{i\theta_{1u}} \sqrt{\frac{m_u (\alpha_u + m_u)}{(m_c + m_u) (m_t + m_u)}} & e^{i\theta_{2u}} \sqrt{\frac{m_c (\alpha_u - m_c)}{(m_t - m_c) (m_c + m_u)}} & e^{i\theta_{3u}} \sqrt{\frac{m_t (m_t - \alpha_u)}{(m_t - m_c) (m_t - m_u)}} \end{pmatrix}. \quad (38)$$

$$U_{lll d} = \begin{pmatrix} e^{i(\phi_{\xi d} + \theta_{1d})} \sqrt{\frac{m_s}{m_d + m_s}} & \mp e^{i(\phi_{\xi d} + \theta_{2d})} \sqrt{\frac{m_d}{m_d + m_s}} & 0 \\ \mp e^{i\phi_{\xi d}} \sqrt{\frac{m_d}{m_d + m_s}} & e^{i\theta_{2d}} \sqrt{\frac{m_s}{m_d + m_s}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (39)$$

La matriz CKM se calcula

$$V_{CKM} = U_{lll u}^\dagger U_{lll d}.$$

# Resultados analíticos con los modelo con 5 ceros de textura

Los mejores parámetros de ajuste para el caso II los indicamos a continuación.

|                  | $\lambda_{1u} < 0$<br>$\lambda_{1d} < 0$ | $\lambda_{1u} < 0$<br>$\lambda_{2d} < 0$ |
|------------------|------------------------------------------|------------------------------------------|
| $\theta_{1u}$    | -1,97527                                 | -1,99113                                 |
| $\theta_{2u}$    | 0                                        | 0                                        |
| $\theta_{3u}$    | 0                                        | 0                                        |
| $\theta_{1d}$    | 3.02511                                  | -0,135088                                |
| $\theta_{2d}$    | 3.14753                                  | 3.14844                                  |
| $\phi_{\xi d}$   | 1.27688                                  | -1,86289                                 |
| $\alpha_u$ (MeV) | 957.898                                  | 868.054                                  |
| $m_u$ (MeV)      | 1.59895                                  | 1.64209                                  |
| $m_c$ (MeV)      | 650.157                                  | 555.739                                  |
| $m_t$ (MeV)      | 171534                                   | 172856                                   |
| $m_d$ (MeV)      | 3.29179                                  | 3.1659                                   |
| $m_s$ (MeV)      | 67.4207                                  | 65.6609                                  |
| $m_b$ (MeV)      | 2968.58                                  | 2915.72                                  |

Valores numéricos de ajuste de los parámetros el caso II.

Los términos de la matriz de mezcla CKM teniendo en cuenta la jerarquía de masas se exponen a continuación

| CASO | Texturas analíticas de cinco ceros                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Predicción para la matriz de mezcla                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| II   | $M_u = \begin{pmatrix} 0 & 0 & [\xi_u] \\ 0 & \alpha_u & [\xi_u] \\ [\xi_u] & [\xi_u] & \gamma_u \end{pmatrix},$ $M_d = \begin{pmatrix} 0 & [\xi_d] e^{i\phi_d} & 0 \\ [\xi_d] e^{-i\phi_d} & \alpha_d & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_d \end{pmatrix},$ <p>donde <math>m_t &lt; \alpha_u \ll m_b</math> y <math>:-</math> para <math>\lambda_{1u}</math> y <math>\lambda_{1d} &lt; 0</math><br/> <math>-</math> para <math>\lambda_{1u} &lt; 0</math> y <math>\lambda_{1d} &lt; 0</math></p> | $ V_{ud}  = \sqrt{\frac{m_t}{m_b + m_d}} + \dots$ $ V_{us}  = \sqrt{\frac{m_b}{m_b + m_d} \left(1 - \frac{\alpha_u}{m_t}\right)} + \dots$ $ V_{ub}  = \sqrt{1 - \frac{\alpha_u}{m_t}} + \dots$ $ V_{cd}  = \sqrt{\frac{m_d}{m_b + m_d}} + \dots$ $ V_{cs}  = \sqrt{\frac{m_d}{m_b + m_d} \left(1 - \frac{\alpha_u}{m_t}\right)} + \dots$ $ V_{cb}  = \sqrt{\frac{m_b}{m_b + m_d} \left(\frac{\alpha_u}{m_t} - \frac{m_c}{m_t}\right)} + \dots$ $ V_{td}  = \sqrt{\frac{\alpha_u}{m_t} - \frac{m_c}{m_t}} + \dots$ $ V_{ts}  = \sqrt{\frac{m_b \alpha_u}{m_c m_t}} + \dots$ $ V_{tb}  = \sqrt{\frac{m_d}{m_b + m_d} \left(\frac{\alpha_u}{m_t} - \frac{m_c}{m_t}\right)} \mp e^{i\phi_d} \sqrt{\frac{m_b m_c m_d}{m_b + m_d} \frac{1}{m_t} \left(\frac{1}{\alpha_u} - \frac{1}{m_t}\right)} + \dots$ |

Caso II para las matrices de masa de quarks con cinco ceros de textura y sus correspondientes predicciones a primer orden para los elementos de la matriz CKM en términos de las masas de los quarks.

# Conclusiones

- Al imponer cinco ceros de textura en la matrices de masa de quarks se reducen los parámetros libres.
- La reducción de parámetros libres permite generar predicciones analíticas entre las masas de los quarks y los ángulos de la CKM
- El análisis del sector de quarks con cinco ceros de textura demuestra que es posible reproducir la jerarquía observada de masas y mezclas del modelo estándar con un número reducido de parámetros.
- El modelo de los cinco ceros de textura se convierte en una herramienta útil para explorar las jerarquías de masa, las correlaciones entre sectores del modelo estándar y la posible conexión entre la física del sabor y nuevas simetrías.

# *¡Gracias!*