

Universidad de Nariño
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Física



**OBTENCIÓN DE PARÁMETROS FÍSICOS DE ESTRELLAS
VARIABLES A PARTIR DE SUS CURVAS DE LUZ**

TRABAJO DE GRADO

Para optar el título profesional de:

Físico

Osvan Mauricio Portilla Narvaez

San Juan de Pasto, Colombia

Noviembre 2021

Universidad de Nariño
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Física

**OBTENCIÓN DE PARÁMETROS FÍSICOS DE ESTRELLAS
VARIABLES A PARTIR DE SUS CURVAS DE LUZ**

Osvan Mauricio Portilla Narvaez

TRABAJO DE GRADO

Director:

Alberto Quijano Vodniza

Magíster en astronomía

San Juan de Pasto, Colombia

Noviembre 2021

©2021 - Osvan Mauricio Portilla Narvaez

“Las ideas y conclusiones aportadas en la tesis de grado son responsabilidad exclusiva de los autores”

Artículo 1. del acuerdo No. 324 del 11 de Octubre de 1966, emanado por el Honorable Consejo Directivo de la Universidad de Nariño.

Todos los derechos reservados.

Nota de Aceptación

Alberto Quijano Vodniza

Director

Karla Patricia Reyes Sanchez

Jurado

Leonardo Chaves Velasquez

Jurado

San Juan de Pasto, 16 de Noviembre del 2021

Agradecimientos

Agradezco a mis padres, familiares y amigos quienes me brindaron su apoyo para lograr esta meta.

Agradezco a mi asesor, el profesor Alberto Quijano por sus muy acertadas recomendaciones y por dedicar su tiempo a la revisión de mi trabajo.

Especialmente agradezco a Luisa Andrade por ayudarme y motivarme a continuar adelante, a pesar de las adversidades que tuve durante la realización de mi trabajo de grado.

A mi madre Amparo Narvaez que siempre me apoyó mis decisiones sobre mi carrera universitaria, y en toda mi vida.

Agradezco finalmente a mis profesores y compañeros de la universidad con los que llegué a este punto de mi aprendizaje.

*Dedico este trabajo a mis padres
Amparo Narvaez y Alvaro Portilla.*

OBTENCIÓN DE PARÁMETROS FÍSICOS DE ESTRELLAS VARIABLES A PARTIR DE SUS CURVAS DE LUZ

Resumen

Este proyecto de trabajo de grado corresponde a un estudio de las curvas de luz de estrellas variables, que permita establecer los factores determinantes de los cambios en la brillantez. Básicamente se obtuvieron datos de AAVSO (The American Association of Variable Star Observers) para su posterior análisis. Luego, mediante el análisis de las curvas de luz, se determinó la dinámica estelar y su clasificación.

OBTAINING PHYSICAL PARAMETERS OF VARIABLE STARS FROM THEIR LIGHT CURVES

Abstract

This graduate work project corresponds to a study of the light curves of variable stars, which allows to establish the determining factors of the changes in brightness. Basically data were obtained from AAVSO (The American Association of Variable Star Observers) for further analysis. Then, by analyzing the light curves, the stellar dynamics and their classification were determined.

Índice general

Título	I
Título	II
Aceptación	IV
Agradecimientos	V
Dedicatoria	VI
Resumen	VII
Abstract	VIII
Índice de tablas	XI
Índice de figuras	XII
Glosario	XVI
Introducción	1
Estado de arte	3
1. Estrellas variables	5
1.1. Historia	6
1.2. Física de las estrellas variables	8
1.2.1. Magnitud aparente y magnitud absoluta	8
1.2.2. Masa de las estrellas	9
1.2.3. Espectro de una estrella	9
1.3. Tipos de estrellas variables	10
1.3.1. Estrellas variables rotantes	11
1.3.2. Estrellas variables eclipsantes	14
1.3.3. Estrellas variables pulsantes	18
1.3.4. Estrellas variables eruptivas	25
1.3.5. Estrellas de la pre-secuencia principal	30
1.3.6. Estrellas variables diversas	31
2. Fundamentos teóricos para el estudio de curvas de luz con análisis de Fourier	34
2.1. Medida del brillo de una estrella	36
2.1.1. Fotometría	36
2.1.2. Observaciones visuales	37
2.2. Análisis de curvas de luz con la transformada de Fourier	37
2.2.1. Teorema de Nyquist	42
2.3. Period04 como Herramienta para el análisis de curvas de luz	43
2.3.1. Interfaz de Period04	44

3. Análisis de datos de estrellas variables	49
3.1. Análisis de curvas de luz con Period04	49
3.1.1. Mira - Ómicron Ceti	50
3.1.2. Alf Ori - Betelgeuse	64
3.1.3. CT Ori	67
3.1.4. RS Ori	77
3.1.5. SZ Tau	80
3.1.6. R CrB	83
3.1.7. β Persei (Bet Per) - Algol	86
3.1.8. Bet Lyr	93
3.1.9. Y Sex	107
3.1.10. RS Oph	111
3.2. Resultados generales	115
Conclusiones generales	117
A. Programa en Python para graficar curvas de luz	118
B. Designaciones de tipo de estrella variable en VSX	121
B.1. Eclipsantes	121
B.2. Pulsantes	122
B.3. Eruptivas	126
B.4. Cataclísmicas	127
C. Archivos de datos	130
D. Bandas de observación	132
Bibliografía	134

Índice de tablas

3.1. Estrellas seleccionadas con base en el VSX de AAVSO, disponible en <i>https</i> : <i>//www.aavso.org/vsx/</i>	50
3.2. Frecuencias de Bet Lyr	101
3.3. Comparación de los resultados con los valores del VSX.	115
3.4. Características de las estrellas a partir de los resultados obtenidos.	116

Índice de figuras

1.1.	<i>Modelo esquemático de RS Canum Venaticorum, con el sol dibujado a escala. Abajo: la curva de luz del sistema; se muestran los eclipses primarios y secundarios, al igual que la “onda de distorsión (variación sinusoidal)” que se extiende por toda la curva de luz [33]</i>	13
1.2.	<i>(a) un binario separado, en el que ambas estrellas son más pequeñas que su lóbulo Roche; (b) un sistema en el que una estrella llena su lóbulo Roche pero la otra no; (c) en un sistema de contacto, ambas estrellas está contenidas dentro de una envoltura común de material [15].</i>	15
1.3.	<i>Mínimo primario y secundario de un sistema binario eclipsante [10]</i>	16
1.4.	<i>Gráficas originales del artículo de Henrietta S. Leavitt. En las ordenadas la magnitud aparente de las veinticinco cefeidas estudiadas. En la abscisa sus periodos. En la segunda gráfica el periodo es expresado en logaritmo. La curva superior corresponde al máximo de la curva de luz, y la otra al mínimo.</i>	20
2.1.	<i>Curva de luz. AAVSO, Manual para la Observación Visual de Estrellas Variables.</i>	34
2.2.	<i>Curva de luz de Mira (Ómicron). Manual para la Observación Visual de Estrellas Variables.</i>	35
2.3.	<i>Ventana principal de Period04.</i>	45
2.4.	<i>Ventana Fourier de Period04.</i>	46
2.5.	<i>Ventana Fit de Period04.</i>	48
3.1.	<i>Curva de luz completa en la banda Vis.</i>	51
3.2.	<i>secciones de la figura 3.2.</i>	52
3.3.	<i>Curva de luz para el filtro B.</i>	53
3.4.	<i>Curva de luz para el filtro I.</i>	53
3.5.	<i>Curva de luz para el filtro R.</i>	54
3.6.	<i>Curva de luz para el filtro V.</i>	54
3.7.	<i>Cálculo de la ventana espectral de la estrella Mira para los datos de la banda Vis.</i>	56
3.8.	<i>Espectro de Potencia de la estrella Mira obtenidos a partir de los datos de la banda Vis, en la parte superior de la gráfica se muestra la frecuencia principal del espectro y su amplitud.</i>	56
3.9.	<i>Acercamiento sobre la zona de la frecuencia principal, en el espectro de potencias de la figura 3.8</i>	57

3.10. Ajuste de los datos con la frecuencia encontrada en el análisis de Fourier, este se realizó en la ventana “Fit” de Period04.	58
3.11. Espectro de la estrella Mira para el filtro B, con una frecuencia principal producto del aliasing $f_{alias} = 1.0027 \frac{c}{d}$, la cual se muestra junto con su amplitud en la parte superior de la gráfica.	59
3.12. Espectro de la estrella Mira para el filtro B, para el segundo cálculo de la transformada de Fourier, la frecuencia principal y su amplitud se muestran en la parte superior de la figura.	59
3.13. Ajuste de la estrella Mira para el filtro B, en el que se usó la frecuencia $f = 0.003 \frac{c}{d}$, omitiendo la frecuencia de alias.	60
3.14. Espectro de Mira en I	61
3.15. Espectro de Mira en R	61
3.16. Espectro de Mira en V	62
3.17. Diagrama de fase de la estrella Mira para observaciones visuales, usando la frecuencia encontrada en el módulo “Fourier” de Period04 ($f = 0.003 \frac{c}{d}$).	63
3.18. Curva de luz de Betelgeuse en el filtro azul.	64
3.19. Curva de luz de Betelgeuse en la banda V.	65
3.20. Sección de la curva de luz de Alf Ori en la banda V, de los últimos tres mínimos.	66
3.21. Curva de luz de CT Ori en la banda R	67
3.22. Curva de luz de CT Ori en la banda TG	68
3.23. Curva de luz de CT Ori en la banda V	68
3.24. Curva de luz de CT Ori en la banda Vis.	69
3.25. Espectros de potencia de CT Ori para las observaciones en la banda R.	71
3.26. Espectros de potencia de CT Ori para las observaciones en la banda TG.	72
3.27. Espectros de potencia de CT Ori para las observaciones en la banda V.	73
3.28. Espectros de potencia de CT Ori para las observaciones en la banda Vis.	74
3.29. Ajuste de f_1 y f_3 a los datos del filtro R de la estrella CT Ori.	75
3.30. Ajuste de f_{1-Vis} y f_{2-Vis} a los datos de la banda Vis de la estrella CT Ori	76
3.31. Curva de luz para las observaciones visuales de la estrella RS Ori	77
3.32. Espectro de potencia para las observaciones visuales de la estrella RS Ori, el valor de la frecuencia principal y su amplitud, se muestran en la parte superior de la gráfica	78
3.33. Diagrama de fase para las observaciones visuales de la estrella RS Ori, creado a partir de la frecuencia $f = 0.132 \frac{c}{d}$ encontrada anteriormente. Se muestran los puntos promedio con los cuales se traza la forma promedio de la curva de luz.	79
3.34. Curva de luz para las observaciones visuales de la estrella SZ Tau	80
3.35. Periodograma para las observaciones visuales de la estrella SZ Tau	81

3.36. Diagrama de fase para las observaciones visuales de la estrella SZ Tau, a partir de la frecuencia de 0.3176c/d. Se puede observar la curva de luz promedio, creada a partir del promedio de datos con la misma fase (cruces) .	82
3.37. Curva de luz de R CrB en el filtro B.	83
3.38. Curva de luz de R CrB en la banda I, el recuadro muestra la zona donde se observan pulsaciones.	84
3.39. Curva de luz de R CrB en la banda R.	84
3.40. Curva de luz de R CrB en el filtro V.	85
3.41. Curva de luz de R CrB para observaciones visuales.	86
3.42. Datos de la estrella Bet Per, en las bandas TG y V.	87
3.43. Secciones de la curva de luz en la banda V.	88
3.44. Curva de luz de Bet Per para observaciones visuales.	89
3.45. Zoom sobre la curva de luz de Bet Per para las observaciones visuales.	90
3.46. Espectro de potencia de Bet Per para observaciones visuales, la frecuencia principal y su amplitud se muestran en la parte superior.	91
3.47. Diagramas de fase usando la frecuencia encontrada a partir de las observaciones visuales.	92
3.48. Datos de la estrella Bet Lyr en B.	94
3.49. Datos de la estrella Bet Lyr en R y V.	95
3.50. Datos de la estrella Bet Lyr en Vis.	96
3.51. Espectros de potencia para la banda B.	97
3.52. Espectros de potencia para la banda R.	98
3.53. Espectros de potencia para la banda V.	99
3.54. Espectros de potencia para la banda Vis.	100
3.55. Diagramas de fase de la estrella Bet Lyr.	102
3.56. Diagramas de fase de la estrella Bet Lyr.	103
3.57. Ajuste de las frecuencias f_1 y f_2 a los datos.	105
3.58. Ajuste de las frecuencias f_1 y f_2 a los datos.	106
3.59. Curva de luz de Y Sex.	107
3.60. Espectro para la primera frecuencia.	108
3.61. Espectro para la segunda frecuencia.	109
3.62. Diagrama de fase a partir de f_1	110
3.63. Diagrama de fase a partir de $\frac{f_1}{2}$	110
3.64. Datos de RS Oph en la banda \bar{B}	111
3.65. Datos de RS Oph en la banda I	112
3.66. Datos de RS Oph en la banda R	112
3.67. Datos de RS Oph en la banda V	113
3.68. Datos de RS Oph en la banda Vis	113
3.69. Pico de febrero de 2006 en la banda Vis	114

C.1. <i>Formato de los archivos de datos de AAVSO delimitados con coma.</i>	131
---	-----

Glosario

- Acreción:** fenómeno por el cual materia (normalmente gas) es atraída por un cuerpo debido a la interacción gravitatoria y pasa a incorporarse al mismo, a veces tras un proceso que implica que el material gire alrededor del objeto central y que puede conllevar a la formación de un disco.
- Aliasing:** es el error en la detección de frecuencias de una señal que surge de las limitaciones en el sistema que genera, muestrea o procesa la señal.
- Astrosismología:** es la técnica que estudia las vibraciones que se producen en algunas estrellas para conocer su estructura y dinámica interna.
- BIAS:** cuando la señal de una CCD se digitaliza en un proceso que se conoce como conversión de analógica a digital, se añade intencionadamente un sesgo (bias o offset) al valor digital para evitar que la señal pueda tomar valores negativos en algún punto.
- Binario:** es un sistema estelar compuesto de dos estrellas orbitando alrededor de sus centros de masas.
- Binario espectroscópico:** desdoblamiento de las líneas en el espectro de un sistema binario, las posiciones de estas líneas, en longitud de onda, oscilan a lo largo del tiempo debido a la variación de la velocidad radial de cada componente, debido a su movimiento orbital relativo.

- Carta estelar:** cartas buscadoras con secuencias de estrellas cuya magnitud visual ha sido bien determinada y de magnitud parecida a la estrella a estudiar.
- Celda de convección:** la convección estelar consiste de movimiento de masa de plasma dentro de la estrella, el cual usualmente forma patrones de corriente circulares en donde el plasma caliente asciende y el plasma frío desciende.
- Circunestelar:** ocurriendo o rodeando en las proximidades de una estrella.
- Coeficiente de extinción:** termino para describir la absorción y la dispersión de la radiación electromagnética emitida por objetos astronómicos debido a la atmósfera.
- Corrección de corriente oscura:** una cierta señal puede producirse en los píxeles de las CCD incluso sin la presencia de luz incidente. Se llama corriente oscura y proviene de la energía térmica de la propia CCD. Se minimiza enfriando la cámara. Si aun así está presente, se elimina tomando exposiciones largas con el obturador cerrado, eliminando el BIAS y dividiendo por el tiempo de exposición para obtener la corriente oscura por segundo en cada píxel.
- Cuadro plano:** la CCD se expone a una fuente de luz iluminada uniformemente como el cielo con luz crepuscular o la cara interior de la cúpula del observatorio. Las imágenes obtenidas de este modo se llaman campos planos.
- Efecto Blazhko:** es una variación periódica de la amplitud y de la fase del máximo de emisión en las estrellas variables del tipo RR Lyrae.

Espectro de potencia: representación de la potencia de las componentes espectrales de una señal o de un ruido en función de la frecuencia.

Fuga espectral: es un efecto que se produce en señales de longitud finita o segmentos finitos extraídos de señales infinitas donde parece como si parte de la energía se hubiese "filtrado" desde el espectro original de la señal hacia otras frecuencias.

Límite de Chandrasekhar: es la máxima masa posible de una estrella fría estable sobre la cual colapsa para convertirse en un agujero negro o estrella de neutrones.

Lóbulo de Roche: es el volumen que rodea a cada una de las estrellas en un sistema binario en el cual, se puede considerar que cualquier material que esté "dentro" de este volumen (lóbulos) pertenece a la estrella que se está rodeando.

Magnitud: medida del brillo de un astro, que depende de su luminosidad intrínseca y la distancia a la que se encuentra del observador.

Nova: es una estrella que imprevistamente se ve involucrada en un proceso explosivo y aumenta su luminosidad en varios millares de veces en pocas horas. Por efecto de este fenómeno el observador terrestre ve encenderse una estrella donde no observaba nada, o ve aumentar el brillo de una estrella que antes apenas era perceptible.

Población estelar: clasificación de las estrellas con base a la abundancia de elementos pesados, lo cual se correlaciona con la edad y el tipo de galaxia en las que se encuentran.

Velocidad radial: Velocidad con la que un objeto celeste, normalmente una estrella, se aleja o acerca a la Tierra.

Ventana espectral: son funciones matemáticas que se usan para evitar las discontinuidades al principio y al final de los bloques analizados, que permiten reducir la dispersión espectral.

Introducción

Estudiar la variación en la brillantez de las estrellas nos da cuentas de las propiedades físicas internas o externas de las mismas, como puede ser el acompañamiento de otra estrella en un sistema binario o cambios de tamaño de la estrella. En el universo el número de estrellas es muy grande, dando la posibilidad a descubrir nuevas estrellas variables u observar nuevos comportamientos en variables conocidas. Históricamente la primera estrella variable descubierta fue Ómicron Ceti descrita por primera vez en 1.596 por David Fabricius, caracterizada en su momento como nova. Posteriormente Johannes Holwarda en 1.638 logró determinar el periodo regular de Mira (Ómicron Ceti es más conocida con el nombre de Mira) que es de 11 meses. Su descubrimiento logró cambiar la idea de que las estrellas eran eternas e invariantes como creían los antiguos filósofos [36]. Un tipo de estrellas variables conocido como Cefeidas fueron estudiadas por Henrietta Leavitt, quien descubrió la relación entre los periodos de luminosidad y la luminosidad absoluta, siendo esta correspondencia una de las principales herramientas para medir distancias en el cosmos. Del mismo modo es posible encontrar otros fenómenos interesantes de estrellas como por ejemplo predecir estallidos estelares.

Las estrellas variables deben ser observadas durante el tiempo necesario para poder determinar su comportamiento, sin embargo en astronomía no se tiene garantizado la disponibilidad de instrumentos y condiciones atmosféricas para llevar a cabo un estudio sistemático durante algunos años de una estrella en particular o de un grupo de estrellas variables.

Actualmente, existen bases de datos a las cuales muchos astrónomos envían sus estudios, permitiendo a otros astrónomos analizar el comportamiento de estrellas variables; gracias a esto se logra programar observaciones satelitales en conjunto con telescopios de la tierra de ciertas estrellas con el objeto de contrastar o correlacionar los datos, para finalmente generar modelos teórico-experimentales o también computarizados de la naturaleza estelar. Estas bases de datos son una herramienta fundamental para seleccionar las estrellas y encontrar información de su naturaleza, lo cual fue muy útil en este trabajo de grado.

En consecuencia, el propósito general de este trabajo es hacer una revisión de las causas en la variación de la luminosidad de una estrella y a través de archivos de datos obtener las curvas de luz para su posterior análisis.

Estado de arte

Algunos trabajos relacionados con este trabajo de grado realizados en nuestro observatorio y en otros lugares del mundo se muestran a continuación:

- Vodniza, Alberto Q.; Pereira, M. R.; Lopez, J. P.; Reyes, K.; Chaves, L. Septiembre de 2008. Search of Exoplanets - Phase I [39]. En este proyecto de investigación trabajaron realizando fotometría diferencial de estrellas variables para mejorar las técnicas en el establecimiento de tránsitos estelares, posteriormente aplicaron esta experiencia para trabajar con exoplanetas y observaron el transito de dos exoplanetas.
- Vodniza, A. Q.; Rojas, M.; Reyes, K. Octubre de 2011. Estudio del exoplaneta TrES-3 [40]. En este trabajo, a través del método de transito y curvas de luz, se obtuvieron los parámetros físicos del exoplaneta.
- Tofflemire, Benjamin M.; Mathieu, Robert D.; Ardila, David R.; Akeson, Rachel L.; Ciardi, David R.; Herczeg, Gregory; Johns-Krull, Christopher M.; Vodniza, Alberto. Enero de 2016. Los autores hicieron un estudio sobre acreción y reconexión magnética en la secuencia pre-principal Binaria DQ Tau como se revela a través de la fotometría óptica de alta cadencia [38]. En este trabajo a partir de la curva de luz de un sistema binario, observaron morfologías detalladas de curvas de luz, distinguiendo entre el aumento gradual y la caída en escalas de tiempo de varios días predichas por la teoría de la corriente de acreción y aumento rápido con decaimiento exponencial típico de las erupciones.
- Vodniza, Alberto; Pereira, Mario. Junio de 2018. Estudio del asteroide Florence [41]. Los autores de este trabajo obtuvieron una curva de luz del asteroide comprobando la existencia de sus dos lunas, midieron los parámetros orbitales y su periodo de rotación.
- Ridden-Harper, R.; Tucker, B. E.; Garnavich, P.; Rest, A.; Margheim, S.; Shaya, E. J.; Littlefield, C.; Barensten, G.; Hedges, C.; Gully-Santiago, M. Diciembre de 2019. En

este trabajo se reporta el descubrimiento de una nueva variable cataclísmica de tipo WZ Sagittae en los datos de Kepler / K2 [35]. A partir de la curva de luz un estallido de nova enana tipo WZ Sge, los autores de este trabajo encontraron el periodo orbital del sistema binario y una protuberancia en la curva de luz que parece indicar una sutil fase de reajuste que implica que se trata de un estallido de tipo A inusual.

Capítulo 1

Estrellas variables

Las estrellas variables son aquellas que cambian el brillo. Su variabilidad puede deberse a procesos geométricos como la rotación o eclipse de una estrella compañera o procesos físicos como vibraciones, tormentas solares o explosiones cataclísmicas. En cada caso, las estrellas variables proporcionan información única sobre las propiedades de las estrellas y los procesos que tienen lugar dentro de ellas o a su alrededor.

Todas las estrellas cambian su brillo durante su evolución, de modo que, técnicamente todas las estrellas son variables, sin embargo, estos cambios de luminosidad pueden tener rangos de magnitud y tiempo muy distintos; algunos cortos y otros pueden durar años. Al estudiar el comportamiento de una estrella variable logramos entender cómo se forman, cómo es su funcionamiento durante toda su evolución y cómo terminan sus vidas [30].

Una estrella puede variar su brillo debido a factores externos o internos, en consecuencia, nos permite clasificar dos tipos de estrellas variables, lo que se conoce como: estrellas variables intrínsecas y estrellas variables extrínsecas. A continuación, se explican las características de estos dos grupos.

ESTRELLAS VARIABLES INTRÍNSECAS

Son aquellas estrellas que varían su brillo debido factores propios de la estrella, tales como la expansión y contracción de las capas externas que producen cambios en la temperatura de la estrella. Dado que la temperatura está relacionada muy fuertemente con la luminosidad se producen cambios significativos en la curva de luz de la estrella [30]. Otra forma en que se crean cambios en la brillantez de una estrella es por estallidos superficiales debido al

campo magnético de igual forma como ocurren en el sol¹. Además, variaciones de luminosidad ocurren debido a una nube de polvo y gas que rodean a una estrella joven, donde se producen variaciones irregulares y pueden generar aumentos rápidos en su brillo². Las novas que consisten en un sistema binario compuesto por una estrella normal y una enana blanca, logran producir variaciones significativas, cuando la enana blanca empieza a absorber materia procedente de la otra estrella hasta que se produce una explosión, causando un aumento en el brillo de la estrella [1]. Por último, estrellas jóvenes y muy masivas estallan en forma de supernovas aumentando mucho su brillo en pocos días y posteriormente se observa una disminución lenta del brillo durante algunos años³.

ESTRELLAS VARIABLES EXTRÍNSECAS

Este tipo de estrellas varían su brillo debido a determinantes externos, como un sistema binario donde una estrella eclipsa a otra originando una disminución en su brillo aparente, teniendo en cuenta que el plano de rotación permita observar el eclipse desde la tierra, este tipo de estrellas se conocen como estrellas variables eclipsantes, donde el periodo del eclipse es equivalente al periodo orbital del sistema [30]. Otro tipo de variables extrínsecas son las variables rotantes, las cuales causan cambios en su luminosidad a causa de manchas estelares [1].

1.1. Historia

Desde la prehistoria los seres humanos han observado el cielo y con ello podrían haber notado cambios significativos en algunas estrellas, hay cientos de estas estrellas variables entre las estrellas a simple vista, y los cambios de algunas de ellas son tan sorprendentes que no pudieron escapar de la atención de un ojo cuidadoso. Existen registros de observaciones que

¹M. FERNÁNDEZ, Curvas de luz de estrellas variables, 2002 [30].

²Ibid.

³Ibid.

datan de el año 2000 A.C, los babilonios fueron los primeros en estudiar el cielo a través de las matemáticas pero con un sentido astrológico, esta cultura fue luego absorbida por los griegos donde se empezaron a plantear los primeros modelos cósmicos del universo. Para Aristóteles el mundo estaba compuesto por cuatro elementos (fuego, agua, tierra y aire), pero los objetos más allá de la luna estaban compuestos por un quinto elemento, que era ingenerable e incorruptible, por lo tanto, el único cambio que podían realizar era el movimiento circular; como consecuencia en el modelo del universo de Aristóteles no podrían existir las estrellas variables⁴. El nombre de la estrella Algol proviene del lenguaje árabe y traduce cabeza del demonio, esta se conocía como estrella del demonio, ya que en la antigüedad sus cambios de brillo se atribuían a una acción demoníaca.

Es posible que algunos registros de estrellas variables se hayan perdido en la biblioteca de Alejandría, por eso es más fiable los registros orientales; además de que estos no estaban influenciados por el pensamiento aristotélico, los registros muestran información sobre supernovas, novas, cometas y eclipses. Civilizaciones de otros lugares del mundo tal vez pudieron observar estos mismos fenómenos astronómicos pero no lo hicieron de manera precisa y metódica como los orientales⁵.

En los orígenes de la astronomía moderna, Tycho Brahe registro una supernova o “nueva estrella” midiendo su posición y magnitud con una buena precisión para su época, en su brillo máximo esta estrella rivalizaba con el brillo de Venus. Poco después Johanes Kepler observo también una nova un poco menos brillante, que en su máximo de brillantez se igualaba con Júpiter.

Después de que Galileo inventara el telescopio se ha adquirido muchas herramientas, cada vez más precisas y con mayor alcance las cuales han permitido mejorar el estudio de las estrellas variables. Por una parte William Herschel con el desarrollo de grandes telescopios reflectores junto con la invención de la fotografía significaron un gran avance en el estudio de las variables, ya era posible observar estrellas invisibles al ojo humano, tener el brillo de una estrella registrado en una placa fotográfica donde se puede comprobar y volver a medir, además una fotografía puede guardar la luz de estrellas durante un tiempo, para hacer visi-

⁴Percy, J. R. (2007). Understanding variable stars [33].

⁵Ibid

bles objetos que eran demasiado débiles para ser vistos visualmente con el telescopio. Estas contribuciones técnicas generaron un aumento exponencial de estrellas variables registradas, como resultado, actualmente existen decenas de miles de variables verificadas.

Durante el siglo XX las técnicas y herramientas para el estudio de las estrellas, se perfeccionaron de tal modo que produjeron grandes resultados en la astronomía como por ejemplo:

- “Períodos de 25 estrellas variables en la pequeña nube magallánica” [descubrimiento de la relación de luminosidad del período] por Henrietta S. Leavitt (1912) [24].
- “Cefeidas en nebulosas espirales” de Edwin P. Hubble (1925) [21].
- “Efectos de rotación, absorción interestelar y ciertas constantes dinámicas de la galaxia determinadas a partir de variables cefeidas” por Alfred H. Joy (1939) [22].

Actualmente se han creado telescopios especializados para cada tipo de variables, radiotelescopios para variables frías y para estudiar la materia circundante a las estrellas, astronomía ultravioleta para estrellas calientes y gas a alta temperatura alrededor de sistemas binarios, astronomía de rayos X para el estudio de estrellas de neutrones y agujeros negros en sistemas binarios y la astronomía de rayos gamma para estudiar supernovas.

1.2. Física de las estrellas variables

Toda la información de las estrellas variables llega a nosotros a través de la luz, de forma que midiendo su intensidad, longitud de onda, dirección y su firma espectral, logramos comprender su variabilidad, a través de la combinación de los modelos teóricos y simulaciones con estos datos experimentales.

1.2.1. Magnitud aparente y magnitud absoluta

Es la medida del brillo aparente de un objeto en el cielo, es una escala logarítmica establecida inicialmente por el astrónomo griego Hiparco y actualmente esta definida por:

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log \left(\frac{B_1}{B_2} \right) \quad [33] \quad (1.1)$$

Donde m_1 y m_2 son las magnitudes de dos estrellas y B_1 y B_2 son los brillos físicos.

El brillo aparente de una estrella B disminuye con el cuadrado de la distancia D y en relación con la potencia de salida P de la forma:

$$B = \frac{P}{4\pi D^2} \quad [33] \quad (1.2)$$

La magnitud absoluta M es la magnitud aparente de un objeto si estuviera a una distancia de 10 parsecs. Usando esta definición y reemplazando la ecuación (1.2) en la ecuación (1.1) se obtiene que:

$$M = m + 5 - 5 \log (D) \quad [33] \quad (1.3)$$

donde m es la magnitud aparente de la estrella.

1.2.2. Masa de las estrellas

La masa de una estrella es el factor más importante de la misma, dado que determina su evolución y su futuro. Como caso particular las masas de las estrellas para un sistema binario se deducen a partir de una extensión de la tercera ley de Kepler [33].

$$m_{s1} + m_{s2} = \frac{a^3}{T^2} \quad [33] \quad (1.4)$$

donde m_{s1} y m_{s2} son las masas de las componentes del sistema en unidades solares, a es la longitud del semieje mayor en unidades astronómicas y T es el periodo orbital en años; en estas unidades la constante de proporcionalidad tiene un valor de 1, puesto que al aplicar la tercera ley de Kepler para la tierra y el sol, $a = 1$ UA y $T = 1$ año por tanto dicha constante se omite en la ecuación (1.4).

1.2.3. Espectro de una estrella

Cuando se descubrió las líneas de absorción o los comúnmente denominados espectros; fue posible saber de que material estaba compuesto un objeto a través de la luz que emite, ya

que cada material tiene un espectro fijo o una firma cuántica. Según las leyes de Kirchhoff, cuerpo un sólido, líquido y un gas denso producen un espectro continuo. Lo que conocemos como espectro es la cantidad de energía electromagnética emitida en función de la longitud de onda. Un gas en un estado de alta energía y de poca densidad genera un espectro de emisión característico. Un objeto denso que produzca un espectro de emisión continuo rodeado por un gas de densidad baja producirá un espectro de absorción particular, este es el caso de una estrella debido a que el núcleo denso de la estrella produce el espectro continuo y al atravesar su atmósfera menos densa produce un espectro de absorción que trae consigo la información acerca de la composición de la atmósfera de la estrella.

Este ha sido el método usado para conocer los elementos que componen las estrellas, además una parte muy importante es el corrimiento de las frecuencias explicadas por el efecto Doppler, este fenómeno junto con el espectro de una estrella permiten estudiar el movimiento de las mismas, un claro ejemplo es el espectro de un sistema binario; conocido como binario espectroscópico creado por la órbita mutua de dos estrellas ligadas gravitacionalmente alrededor de un centro de masa. También es posible medir la rotación de una estrella a partir del espectro, debido a un extremo de la estrella se aleja mientras el otro se acerca; como consecuencia las líneas de absorción se amplían por efecto Doppler [33]. Otra aplicación importante del uso conjunto del efecto Doppler y los espectros; es en las estrellas pulsantes, porque las líneas de absorción se mueven de izquierda a derecha debido a la contracción y expansión de la estrella.

1.3. Tipos de estrellas variables

La clasificación es el primer paso para entender las observaciones, un punto de partida para este fin es la curva de luz, al examinar directamente una curva se determina si es periódica, multiperiodica o no periódica, además, se puede estimar la amplitud de sus variaciones de brillo y su forma; con estos parámetros se puede clasificar las estrellas, estos parámetros implican cambios físicos, los cuales son causados por pulsaciones, erupciones, rotación o movimiento orbital. La espectroscopia astronómica permite medir la temperatura de una

estrella y junto con la luminosidad se construye el diagrama H-R (Hertzsprung-Russell), en efecto se descubrió que existe una correlación entre el tipo de curva de luz y la posición en el diagrama H-R, se conoce que la magnitud y el tipo espectral están relacionadas con la luminosidad y la temperatura respectivamente, entonces el tipo de variabilidad puede estar definida por la luminosidad y la temperatura.

Es necesario considerar otras propiedades que influyen en una variable, concretamente su edad, masa, composición química, su estructura interna y externa, incluso la velocidad; características con las cuales se fija el tipo de población (termino introducido por Walter Baade).

En conjunto la curva de luz, la temperatura, la luminosidad y el tipo de población forman la base del sistema de clasificación de estrellas variables, utilizado por el GCVS (General Catalogue of Variable Stars).

1.3.1. Estrellas variables rotantes

En las estrellas ocurren ciertos fenómenos físicos como manchas solares, erupciones y celdas de convección entre otros; estos cambian el brillo de la estrella en secciones de su superficie. Además todas las estrellas giran, por lo tanto, distintas regiones de la estrella al pasar por la línea de visión generan cambios de brillo con un periodo igual al de la rotación de estrella.

Las celdas de convección en estrellas como el Sol son numerosas y pequeñas; los efectos sobre el brillo de la estrella se terminan anulando, pero este efecto en gigantes rojas y estrellas supergigantes es considerable con lo cual se puede explicar variaciones complejas. Sin embargo la principal causa de parches son los campos magnéticos, debido a la alta intensidad de los campos magnéticos en una estrella, se producen movimientos de plasma magnetizado de menor temperatura que la fotosfera, hacia la misma; como resultado de la ley de Stefan-Boltzmann estas regiones no emitirán tanta radiación como la fotosfera y se crea lo que se conoce como mancha solar. Generalmente estas variaciones de brillo serán pequeñas debido a su misma naturaleza mencionada anteriormente, además la cantidad de manchas estelares aparecen y desaparecen periódicamente como es el caso del sol (aproximadamente 11 años, pero no es completamente periódico), este proceso estelar cambiará las amplitudes en la cur-

va de luz.

El periodo de rotación esta relacionado con la velocidad de rotación ecuatorial por:

$$T_{rot} = \frac{2\pi R}{v}$$

relacionando esta ecuación con la rotación del sol y el periodo medido en días, la velocidad medida en Km/s es:

$$v = 50.64 \frac{\frac{R}{R_{\odot}}}{T_{rot}} \quad [33] \quad (1.5)$$

Estrellas FK Comae

Son estrellas parecidas al sol, tienen una gran actividad en la corona de ahí que presenten emisión de rayos X y giran muy rápido, en el GCVS incluye estrellas individuales y también sistemas binarios en este tipo. Los rangos de variación de magnitud están entre 0, 2 y 0, 5.

Estrellas RS Canum Venaticorum

Binarios con períodos orbitales entre uno y 14 días, con el componente más caliente F-G IV-V y con una fuerte emisión de líneas H y K en el espectro fuera del eclipse [33]. Las variaciones fuera del eclipse se deben a irregularidades en su superficie, en la curva de luz se observa una variación sinusoidal; determinada por la rotación de la estrella, al mismo tiempo la amplitud cambia en periodos largos con respecto a la cantidad de manchas solares.

Estas estrellas presentan una gran cantidad de manchas solares; las cuales son causadas por los campos magnéticos creados por su rotación rápida, la alta velocidad de giro es un efecto de la estrella compañera.

Estrellas BY Draconis

En este grupo se clasifican estrellas frías de tipo K y M, son reconocidas por su espectro de emisión y pueden ser un sistema individual o binario, su rotación es relativamente alta; tal vez causada por una estrella compañera, el periodo de estas estrellas va de uno a diez días; mientras que la variación de amplitud está entre 0, 1 y 0, 3.

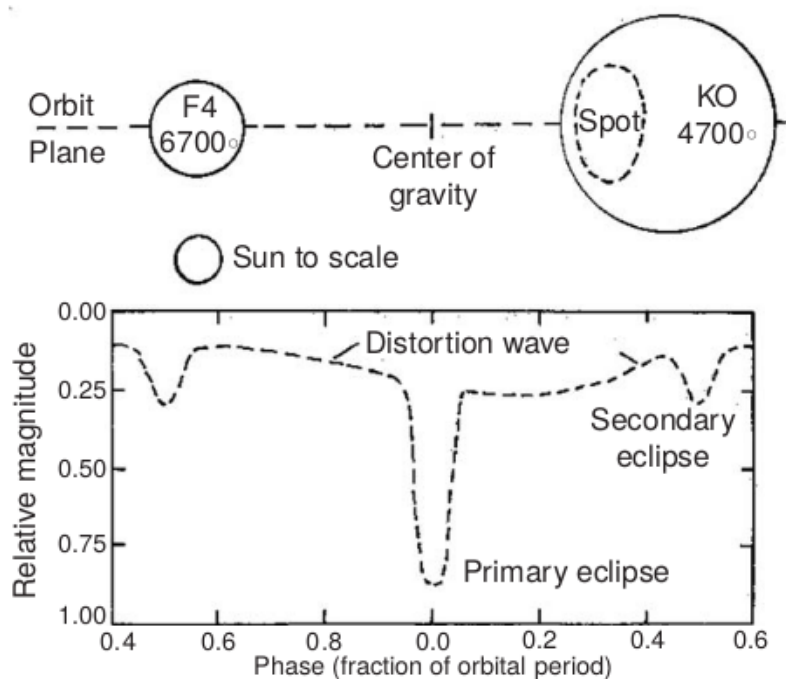


Figura 1.1: *Modelo esquemático de RS Canum Venaticorum, con el sol dibujado a escala. Abajo: la curva de luz del sistema; se muestran los eclipses primarios y secundarios, al igual que la “onda de distorsión (variación sinusoidal)” que se extiende por toda la curva de luz [33]*

Estrellas peculiares A (Ap)

Son estrellas de tipo espectral entre B8 y F2, con abundancia de elementos muy distintos a los del sol, los espectros de estas estrellas varían periódicamente con el tiempo, los periodos normalmente son de 1 a 10 días, incluso de unas pocas semanas, son por lo tanto estrellas variables de espectro. Las amplitudes en V son menores a 0,05, con curvas de luz aproximadamente sinusoidales y puramente periódicas; con el mismo periodo del espectro. Estas estrellas tienen campos magnéticos globales muy fuertes, además, la intensidad aparente del campo magnético cambia periódicamente con el mismo periodo del espectro y la curva de luz.

En 1950, D. W. N. Stibbs y Armin Deutsch [13]. Crearon un modelo exitoso para explicar las estrellas Ap, en el se plantea un campo magnético similar al de la tierra con su respectivo ángulo de inclinación, por lo tanto al girar la estrella; la intensidad y dirección del campo magnético cambian, posiblemente el magnetismo agrupa los elementos peculiares y abundantes en ciertas regiones de la superficie de las estrellas; que al girar la estrella cambiara el brillo y el espectro [33].

En 1970 se demostró que, si las capas externas son estables, ciertos elementos ascenderían a la atmósfera dependiendo de la fuerza ascendente de los fotones, los cuales son absorbidos por dichos átomos, este efecto podría hacer levitar elementos peculiares mencionados anteriormente y el campo magnético de la estrella actúa como estabilizador [33].

Púlsares

Estos objetos emiten pulsos muy regulares, principalmente ondas de radio con periodos cortos de 0.001 a 10 segundos. Son estrellas de neutrones que giran rápidamente con campos magnéticos súper fuertes, el periodo de pulso es el periodo de rotación.

1.3.2. Estrellas variables eclipsantes

Un número considerable de estrellas pertenece a sistemas binarios, sin embargo, no todos ellos son variables de brillo respecto a la tierra. Para que exista tal variación, las dos estrellas deben ser cercanas, puesto que así es más probable que produzcan un eclipse visible desde la tierra y a su vez la interacción física entre ellas es mayor.

En el caso de las variables eclipsantes en las que el plano orbital este alineado con el observador, una estrella eclipsa periódicamente a la otra; en los eclipses el brillo total de las dos estrellas disminuye, de modo que en una curva de luz se observarán dos mínimos de diferente amplitud, cada uno correspondiente a una de las dos estrellas.

La curva de luz proporciona información sobre las masas de ambas estrellas, su brillo y tamaño. Los periodos están dentro del rango de 0.25 a 10 días, la excentricidad de la órbita puede determinarse a partir del tiempo relativo de eclipses primarios y secundarios. Además de los efectos sobre la luminosidad; en los sistemas binarios cercanos ocurren interacciones

que afectan su naturaleza física, las estrellas se ejercen entre si fuerzas de marea, cambiando su forma y si una de las estrellas se expande debido a su evolución, la estrella pequeña absorberá material de su compañera. El cambio de periodo de un sistema binario, esta relacionado con la perdida o intercambio de masa del sistema, también puede ser ocasionado por la interacción de mareas.

La clasificación actual de las variables eclipsantes (y las estrellas binarias en general) se basa en el concepto de superficies lagrangianas y lóbulos de Roche. Como se muestra en la figura 1.2. Otra forma de caracterizar estos sistemas suele ser respecto a los componentes, ya sea por la prescencia de una enana blanca, una estrella de neutrones o un agujero negro.

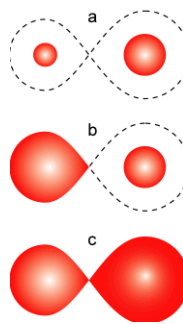


Figura 1.2: (a) un binario separado, en el que ambas estrellas son más pequeñas que su lóbulo Roche; (b) un sistema en el que una estrella llena su lóbulo Roche pero la otra no; (c) en un sistema de contacto, ambas estrellas están contenidas dentro de una envoltura común de material [15].

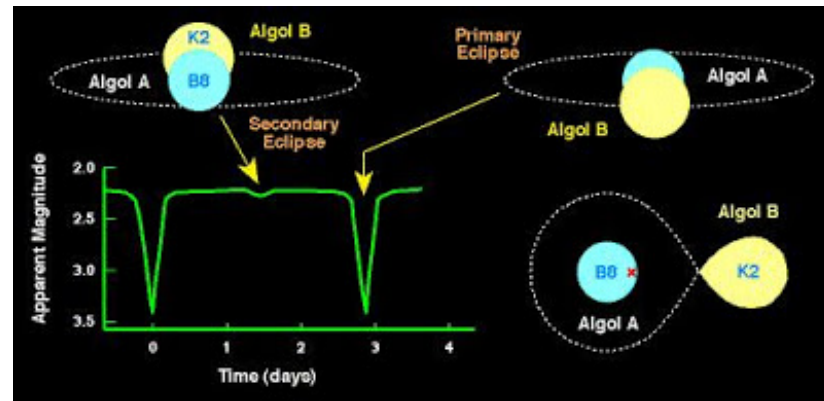


Figura 1.3: *Mínimo primario y secundario de un sistema binario eclipsante [10]*

Estrellas variables elipsoidales

Sistemas binarios cercanos, su variación no está determinada por eclipses, en estos la forma de las estrellas se ve deformada por el campo gravitacional de su compañera, al cambiar la forma de la estrella el brillo dejará de ser uniforme; entonces el brillo combinado del sistema oscilará con un periodo igual al orbital.

El rango de estas variaciones es de unas centésimas de magnitud y su curva de luz tiene la característica de tener dos máximos y dos mínimos.

La distorsión gravitacional está determinada por las masas, radios y la distancia entre las estrellas; un análisis exhaustivo de las curvas de luz proporcionará información de las características mencionadas.

Estrellas Variables eclipsantes separadas

Son sistemas binarios con eclipses donde sus componentes están distanciados significativamente, de modo que su interacción no genera cambios físicos, debido a la distancia entre estrellas, el periodo de rotación es grande. Son conocidos como variables de eclipse simples, en la curva de luz se observa una magnitud constante y las caídas debido a los eclipses.

Sistemas binarios semi-separados

Una de las estrellas llena su lóbulo de Roche, por ello, transfiere masa a su compañera, creando un disco de acreción; como consecuencia la estrella menos evolucionada es más masiva. Este sistema evidencia un cambio de periodo ocasionado por la transferencia de masa.

Si la componente en la cual cae el material, es una enana blanca, una estrella de neutrones o un agujero negro, el sistema puede ser una variable eruptiva.

Estrellas W - Ursae Majoris, binarias de contacto

Sistemas binarios eclipsantes con periodos de menos de un día, sus componentes son elipsoidales en contacto, no es posible definir un intervalo para la duración de los eclipses, las amplitudes de los mínimos primarios y secundarios son aproximadamente iguales, generalmente de 0.1 a 1 magnitud en V y sus estrellas son de tipo F-G o superiores.

Las estrellas son enanas, de este modo tienen separaciones pequeñas y como consecuencia periodos de 0.2 a 1 día. Ciertos sistemas presentan cambios de periodo positivos y negativos, indicando transferencia de masa en ambos sentidos.

Sistemas binarios simbióticos

Algunos tipos de estos sistemas binarios presentan eclipses. Estos se han incluido en el tipo cataclísmicas debido a que comparten características, razón por la cual se denominan simbióticas. El espectro del sistema es uno compuesto por una estrella caliente y otra fría.

Estrellas VV Cephei

Una de las estrellas es una supergigante. Son de periodos largos usualmente años o décadas, debido a que el sistema tendrá separaciones grandes para ajustarse a la supergigante. El sistema VV Cephei tiene una estrella supergigante de tipo M, su mayor emisión esta en el infrarrojo, su compañera de tipo B9 con su máximo en el ultravioleta, ambas componentes parecen ser masivas, la separación es de 25 UA y su periodo de 20.3 años.

Este tipo de estrellas proporcionan una herramienta importante en el estudio de las supergigantes, esto porque durante los eclipses, en los cuales la luz de la estrella B atraviesa capas de la estrella M, generando un espectro a partir del cual se obtiene las propiedades de la atmósfera de la estrella supergigante.

Binarios de rayos X

Los rayos X se pueden producir por la colisión de átomos en gases a temperaturas de 10^6 K o más, solo las estrellas de neutrones recién formadas tienen temperaturas superficiales de 10^6 K. En los sistemas binarios de rayos X con transferencia de masa, la energía que obtiene la corriente de masa a medida que cae hacia la estrella, es suficientemente alta para calentar el gas a millones de grados, cuando esta corriente golpea el disco de acreción o la estrella se puede producir emisión de rayos X. Si el disco de acreción pertenece a la estrella de neutrones producirá pulsos de rayos X.

Puede darse variabilidad óptica debido a eclipses y otros efectos orbitales; también presentarse erupciones en el disco, por consiguiente los binarios de rayos X se catalogan al mismo tiempo como variables eruptivas.

1.3.3. Estrellas variables pulsantes

Las estrellas normalmente se consideran esféricas, sin embargo los procesos internos pueden generar cambios en su forma, derivando en variaciones de brillo originadas por las alteraciones de temperatura, como lo son las pulsaciones. Este tipo de estrellas aumenta o disminuye su tamaño, en modo radial y en modos no radiales.

Existen gran cantidad de modos de pulsación; el más simple es el modo fundamental donde todas las partes de la estrella se expanden y contraen juntas. En el siguiente modo una esfera interna de la estrella permanece en reposo; la parte externa se expande mientras la parte interna se contrae y viceversa, en el siguiente modo hay dos esferas internas en reposo.

Las pulsaciones radiales tienen amplitudes más grandes que las no radiales; a diferencia de las pulsaciones radiales, las pulsaciones no radiales mantienen el volumen de la estrella constante y existen dos tipos, el modo p y el modo g.

Este tipo de variabilidad es la herramienta más potente para medir distancias, gracias a la relación periodo-luminosidad de las cefeidas, también existe un método para medir el radio de este tipo de estrellas.

En las estrellas estables la gravedad es equilibrada por la presión de radiación; si una estrella se contrae, aumenta la presión interna junto con la temperatura y revierten la contracción; si la estrella se expande, la presión y temperatura disminuyen, pero la gravedad detiene la expansión; para mantener las oscilaciones se necesita un mecanismo que contrarreste la fricción; La explicación de este fenómeno se da a través de un efecto termodinámico de la zona de ionización de una estrella; en las capas debajo de la superficie el Helio tiende a estar ionizado al contraerse la estrella se calienta ligeramente causando que pierda su segundo electrón, este proceso requiere energía, la cual es obtenida de la radiación y por tanto esta energía es almacenada en forma de energía de ionización. Al expandirse la estrella se enfriará, los electrones se recombinan con los átomos de Helio y se libera la energía de ionización; de este proceso la estrella obtiene el empuje que mantiene las pulsaciones, es necesaria la presencia de suficiente masa en la zona de ionización para generar las pulsaciones [33].

Cefeidas clásicas

Son estrellas amarillas supergigantes pulsantes con temperaturas de 6000 a 8000 K, sus periodos van de 1 a 100 días o más, los rangos de variación de magnitud son de 0.5 a 1 en V. Otra característica es la variación del espectro a lo largo del ciclo. Son las variables más conocidas e importantes por la relación entre su periodo y su luminosidad; a partir de la curva de luz y la ley de luminosidad del cuadrado inverso, permiten encontrar la distancia; por lo que constituyen la principal herramienta para medir distancias a escala cósmica.

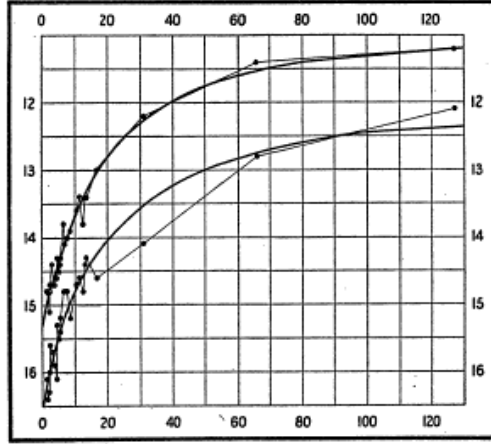


FIG. 1.

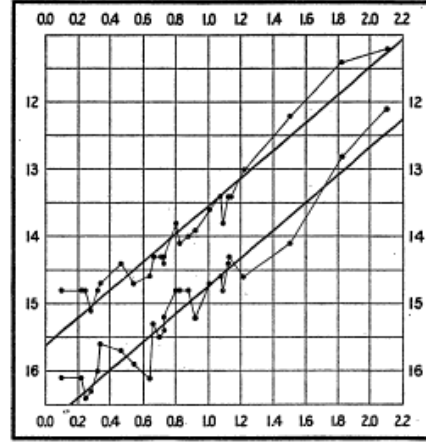


FIG. 2.

Figura 1.4: Gráficas originales del artículo de Henrietta S. Leavitt. En las ordenadas la magnitud aparente de las veinticinco cefeidas estudiadas. En la abscisa sus periodos. En la segunda gráfica el periodo es expresado en logaritmo. La curva superior corresponde al máximo de la curva de luz, y la otra al mínimo.

En 1908, Henrietta Leavitt [24], Notó que en la pequeña nube de magallanes las cefeidas más brillantes tenían periodos más largos, al estar todas aproximadamente a la misma distancia, la luminosidad y el periodo tendrían una correlación. Esta relación entre el periodo y el brillo fue representada gráficamente, como se muestra en la figura 1.4, las estrellas observadas se ajustaban a una relación lineal entre la magnitud aparente y el logaritmo de su periodo de pulsación. Cada línea de la gráfica corresponde al máximo y al mínimo de la curva de luz.

La relación Periodo-Luminosidad para las variables Cefeidas se ha revisado muchas veces desde las primeras medidas de Henrietta Leavitt. Hoy en día, la mejor estimación de la relación es:

$$M = -2.78 \log(T) - 1.35 \quad [34] \quad (1.6)$$

donde M es la magnitud absoluta y T el periodo.

Cefeidas población II (estrellas W Virginis)

Esta clase es parecida en algunos aspectos a las cefeidas clásicas pero son estrellas de baja masa, de 0.5 a 0.6 masas solares, la gran mayoría tienen menor abundancia de metales que el sol. Los periodos van desde 1 hasta 50 días, mayormente entre 10 y 20 días; hay una subclase llamada BL Herculis, con periodos de 1 a 7 días, las cuales se encuentran en una etapa de evolución distinta. Se debe tener en cuenta que las relaciones de periodo - luminosidad son bastante diferentes para la población I y II.

Cefeidas anómalas: comparten características de las W Virginis, pero difieren en otras, habitualmente de $1.5M_{\odot}$, por ello bastante jóvenes con un estado evolutivo muy distinto a las W Virginis.

Variables RV Tauri

Son estrellas supergigantes amarillas pulsantes con curvas de luz caracterizadas por alternar entre mínimos profundos y superficiales, además no son sinusoidales, por lo general no se repiten; el rango varía de un ciclo a otro; los mínimos profundos y poco profundos pueden intercambiarse; el periodo de un mínimo profundo a otro está dentro del intervalo de 30 a 150 días, las amplitudes alcanzan 3 o 4 magnitudes en V; los tipos espectrales de este grupo son de F a G al brillo máximo K a M cuando la luz es mínima, al parecer son estrellas de edad avanzada de masa similar al sol.

Estrellas RR Lyrae

Variables pulsantes con periodos de 0.1 a 1 día con un rango de amplitudes de hasta 1.5 en V, la estrella modelo RR Lyrae, tiene un periodo de 0.567 días y presenta pequeñas variaciones. Los tipos espectrales están entre A5 y F5 con masas de aproximadamente media masa solar; son estrellas que agotaron el Hidrógeno y empezaron a fusionar Helio.

Se divide en dos grupos; tipo a, de periodos moderadamente largos, grandes rangos y curvas asimétricas; tipo b, de periodos más largos, rangos un poco más pequeños y curvas de luz

menos asimétricas; tipo c, con periodos más cortos, rangos pequeños y curvas de luz sinusoidales. El tipo c, pulsa en el primer sobretono (primer modo no fundamental), a y b en el modo fundamental.

Estrellas Delta Scuti

Variabes de tipo A y F, su ubicación en el diagrama H-R esta entre A5 y F2; este tipo de variables tienen periodos cortos y amplitudes pequeñas frecuentemente de periodos de 0.02 a 0.3 días, son multiperiodicas y las amplitudes de centésimas de magnitud complican su estudio, a su vez los periodos no están muy bien definidos, debido a la complejidad de las curvas de luz y por los diferentes modos de pulsación. Son el tipo más común de variables pulsantes brillantes y como la mayoría de pulsantes obedecen a la relación periodo - luminosidad, por ejemplo

$$M_v = -3.725 \log(P_{fundamental}) - 1.969 \quad [33] \quad (1.7)$$

Estrellas SX Phoenicis: presentan periodos pequeños de 0.03 a 0.08 días y amplitudes de décimas de magnitud, pulsan en dos modos con dos periodos diferentes; es factible medir los cambios de periodo puesto que son pequeños y amplitudes “grandes”, sus máximos son generalmente agudos.

Estrellas Gamma Doradus: son estrellas de tipo espectral F0 - F2, con un rango de periodos entre 0.4 y 3 días, y amplitudes de hasta 0.1 en V. Pulsan en múltiples modos, además muestran modos no radiales.

Estrellas A peculiares que oscilan rápidamente (roAp)

Son estrellas de tipo Ap mencionadas en la sección 1.3.1, su temperatura esta entre 7000 y 8500 K distinguidas por sus cortos periodos de pulsación de unos pocos minutos, más exactamente entre 5 y 15 minutos; los periodos son mucho más cortos que los periodos de pulsación radial de bajo orden, puesto que el fuerte campo magnético controla el movimiento de pulsación. Un modelo sugiere que los modos se dan debido a la eliminación de la convección por

el fuerte campo magnético, asimismo explicaría la alineación del eje de pulsación y el eje del campo magnético [7]. Otro aspecto a tener en cuenta, es que la forma de pulsación cambia para el observador con la rotación de la estrella.

Estrellas pulsantes degeneradas

Son enanas blancas que sin energía nuclear y sin sus capas externas se enfrían y por lo tanto disminuye su luminosidad, usualmente de $0.5M_{\odot}$; en cierto momento de su enfriamiento se ubican en el diagrama H-R, en zonas de inestabilidad pulsacional. Dos subtipos de este tipo de variables se describen a continuación.

Estrellas ZZ Ceti: son enanas blancas pulsantes con temperaturas de 10000 K; el mecanismo de pulsación es el mismo que para las cefeidas, pero pulsan en modos no radiales; su estudio es complicado puesto que tienen magnitudes muy débiles, variaciones pequeñas y rápidas, su periodicidad es de 100 a 1000 segundos con amplitudes de hasta 0.3 magnitudes; debido a su alta densidad, ocurren en ellas el interesante fenómeno de corrimiento al rojo gravitacional. Se subdividen en tres grupos, (i) de periodos estables de 100 a 200 segundos, amplitudes de ~ 0.03 y una curva sinusoidal. (ii) periodos menos estables de 300 a 800 S, amplitudes de ~ 0.05 a 0.2 y un comportamiento aproximadamente sinusoidal. (iii) periodos poco estables de 800 a 1000 S, rangos de 0.2 a 0.3 y curvas no sinusoidales.

Estrellas centrales de nebulosas planetarias: algunas estrellas en el centro de nebulosas planetarias son estrellas variables periódicas, las cuales manifiestan variaciones semi-regulares de 3 a 10 horas, probablemente sean pulsantes radiales; sus temperaturas están entre 25000 y 50000 K, con un brillo 10000 veces el del sol.

Estrellas Beta Cephei (Beta Canis Majoris)

Estrellas de tipo espectral B0.5-B2, en ellas las pulsaciones son impulsadas por la opacidad de los átomos de hierro a temperaturas de 100000 a 200000 K; los periodos son de 0.1 a 0.3 días, usualmente con un periodo radial y otros no radiales, algunas de estas son multiperiodi-

cas; sus amplitudes son muy pequeñas y en las pulsaciones la estrella se expande y contrae con velocidades de hasta 200 Km/s. Se ha observado mayores amplitudes en la región del ultravioleta, es decir los cambios de temperatura tienen mayor efecto en el ultravioleta que en la magnitud visual. Las pulsaciones se descubrieron por primera vez en estrellas Beta Cephei, a través de las observaciones de velocidad radial. Existen dos subgrupos de estas estrellas las cuales son:

Estrellas B que no pulsan radialmente: estas estrellas no rotan particularmente rápido, presentan variaciones de brillo muy pequeñas, aproximadamente de centésimas de magnitud en un intervalo de unas pocas horas; con sus múltiples periodos son importantes para la astrosismología.

Estrellas subenanas B (sdB): son de baja masa y se encuentran cerca del final de sus vidas, se encuentran a temperaturas de 20000 a 40000 K; sus periodos son de algunos cientos de segundos con varios modos de pulsación no radiales. Existe otro grupo de subenanas con modos no radiales pero con periodos de una o dos horas, los dos grupos tienen en común átomos de hierro parcialmente ionizados en sus capas profundas.

Gigantes rojas pulsantes (PRGs)

Cuando las estrellas se expanden y enfrían convirtiéndose en gigantes rojas, exhiben pulsaciones inestables; la amplitud es proporcional al tamaño de la estrella y a menor temperatura mayor periodo; hay unas variantes en esta clase de variables, las cuales son: estrellas Mira, de amplitudes superiores a 2.5 magnitudes, mientras que el periodo comprende valores de 80 a 1000 días; tipo SRa de amplitudes menores a 2.5 magnitudes; tipo SRb de periodicidad muy poco expresada; y tipo Lb que son variables lentas e irregulares.

Variables Mira: la mayoría de este tipo tiene periodos entre 150 y 450 días, además su masa va desde $0.6M_{\odot}$ a unas pocas masas solares; las grandes variaciones en la magnitud V es consecuencia de su debilitamiento, a su vez se enfría y emite una parte más pequeña de la

energía total, al mismo tiempo que la estrella se enfría, se forman moléculas de TiO, las cuales absorben luz especialmente en la sección del espectro visible [33]. Como otros tipos de estrellas pulsantes existe una relación periodo - luminosidad.

Variables supergigantes rojas (SRc)

Estrellas masivas y jóvenes de población I, con tipo espectral de M1 a M4; sus temperaturas son de 3000-3500 K, la amplitud en sus curvas de luz es de una a dos magnitudes, poseen una variabilidad semi-regular con periodos de 30 a 1000 días; inicialmente pudieron haber tenido de 15 a $30M_{\odot}$, pero por pérdida de masa sería menor, posiblemente de 5 a $20M_{\odot}$.

1.3.4. Estrellas variables eruptivas

Una estrella variable eruptiva se define por un aumento abrupto de brillo producto de un estallido relativamente rápido y un decaimiento lento de su brillo. Existe varias causas de los aumentos repentinos de la luminosidad, cada tipo de estallido tiene una naturaleza distinta por ello se explica la parte física por separado.

Estrellas llamarada

También conocidas como estrellas UV Ceti, son enanas de tipo K y M, las cuales aumentan de manera aleatoria e impredecible el brillo en unos segundos o minutos, las amplitudes varían hasta varias magnitudes y luego vuelven lentamente a su estado inicial. Las erupciones que presentan estas estrellas son análogas a las del sol, por lo tanto, la estrella de llamarada más cercana es el sol y de hecho este tipo de estrellas son las más numerosas en nuestra galaxia. Una característica de las curvas de luz, es una mayor amplitud en la parte de longitudes de onda corta del espectro, debido a que la emisión se da a altas temperaturas y porque la estrella es menos brillante en longitudes de onda corta; las llamaradas pueden ocurrir en estrellas de tipo G o F, pero estas serían débiles respecto a la luminosidad de la estrella.

Las llamaradas surgen cuando las líneas de campo magnético se cruzan, retuercen, rompen y se reorganizan; esto puede causar una explosión y con ello una repentina liberación de energía

en la superficie de la estrella. El campo magnético es creado por la rotación y convección de la estrella, por esa razón, la rotación relativamente rápida es un parámetro importante para el estudio de este grupo.

Variables cataclísmicas

Sistemas binarios cercanos en los que una de las estrellas de tipo G a M llena su lóbulo de Roche y transfiere masa a su compañera, una enana blanca, si la estrella fuese una estrella de neutrones o un agujero negro pueden darse casos más extremos.

Dentro de esta clase están las novas, novas recurrentes, novas enanas de varios tipos y objetos similares a nova que muestran un comportamiento parecido a una nova antes o después de la explosión, pero no hay evidencia de un estallido.

El trabajo de Robert P. Kraft y otros, definen el siguiente conjunto de propiedades para las estrellas variables cataclísmicas: en su mayoría, los periodos orbitales están entre una y doce horas; el radio de la enana blanca es aproximadamente $0.01 R_{\odot}$ y masa de $0.5 M_{\odot}$; la estrella que llena su lóbulo de Roche tiene una masa entre 0.1 y $1 M_{\odot}$; para que esta estrella llene su lóbulo de Roche es necesario que el periodo sea corto, por lo tanto, el sistema tendrá un disco de acreción alrededor de la enana blanca, la mayor parte de la radiación proviene del disco de acreción, y de un punto caliente creado por el material que choca con el disco [33].

Nova: a medida que cae material con abundancia de hidrógeno en la superficie de la enana blanca, la temperatura aumenta a alrededor de 2×10^7 K y a su vez comprime el material; esto desencadena una reacción termonuclear, por consiguiente su brillo puede aumentar hasta en 15 magnitudes en unos días. Pueden pasar a ser visibles a simple vista, por lo que se observan como una “nueva estrella” de ahí su nombre; en las curvas de luz a partir del máximo, presentan una disminución cada vez más rápida o algunas oscilaciones mientras el brillo baja, y posiblemente el brillo puede recuperarse un poco. Se ha encontrado en una correlación entre la magnitud absoluta en el máximo, con el tiempo en días, necesario para que el brillo disminuya en tres magnitudes (t_3), por ejemplo para novas con caídas suaves y rápidas $M_v = -12.25 + 2.66 \log(t_3)$, por esta razón son un método alternativo para medir distancias

[33]. Por otra parte, expone una variación espectroscópica hacia el azul, la cual es producto de la expulsión de una capa de materia con una velocidad de centenares de Km/s .

Nova Recurrente: son novas que han estallado más de una vez. Los tiempos de recurrencia son de 10 a 100 años. Las amplitudes del estallido son de 4 a 9 magnitudes. Los modelos de explosión de Nova requieren una alta tasa de acreción en una enana blanca masiva para explicar los recurrentes estallidos de nova [5].

Nova enana: variables enanas que repentinamente se iluminan hasta 6 magnitudes, a causa de un estallido producido por inestabilidades térmicas en el disco de acreción; este proceso se presenta en periodos irregulares de unas pocas semanas, estos aumentos de brillo no presentan periodicidad y la variación espectroscópica es parecida a la de las novas; dentro de este grupo están los siguientes tipos:

- Estrellas U Geminorum, con largos intervalos entre los picos de magnitud.
- Estrellas Z Camelopardalis, estas se detienen en el proceso de disminución de su brillo manteniendo dicha magnitud durante muchas semanas.
- Estrellas SU Ursae Majoris, el intervalo entre estallidos es más corto en relación con las estrellas U Geminorum y periodos orbitales más cortos (aproximadamente 100 minutos); la característica más importante es la presencia máximos más brillantes, más largos y una magnitud más luminosos que los regulares, su duración es de alrededor de 20 días y se repiten aproximadamente cada 6 meses.

Objetos similares a nova: estrellas cuyos espectros se parecen a la etapa posterior de una nova; este grupo se puede dividir en varias clases:

- Estrellas UX Ursae Majoris: parecidas espectroscópicamente y fotométricamente a una nova enana pero en un estado de erupción permanente, la emisión es probablemente impulsada por una gran transferencia de masa que a su vez suprime los estallidos de nova enana.

- Estrellss VY Sculptoris: muestran mínimos profundos ocasionales que duran desde semanas a meses pudiendo estar relacionados con la interrupción del intercambio de materia
- Estrellas AM Herculis o polares: caracterizadas por campos magnéticos de millones de Gauss, de ahí que el campo magnético es el que controla completamente la transferencia de masa, por esta razón la materia transferida fluye hacia los polos magnéticos de la enana blanca; estas estrellas son fuentes de rayos X, los cuales se producen cuando la materia es frenada en la parte inferior de la columna de acreción; las curvas de luz presentan estados altos y bajos.
- Polares intermedios: el campo magnético de la enana blanca no es lo suficientemente fuerte para controlar por completo el flujo de materia.
- Polares asincrónicos: son sistemas en los que el periodo de rotación de la enana blanca es ligeramente diferente del periodo orbital.
- Estrellas AE Aquarii: giran tan rapido que el campo magnético giratorio expulsa la corriente de acreción del sistema.
- Estrellas AM Canum Venaticorum: son sistemas que consisten en dos enanas blancas.

Estrellas simbióticas: este tipo de estrellas muestra características de una estrella fría y de un objeto caliente, resultan ser sistemas binarios con un gigante frío (tipo M) y generalmente una enana blanca con un disco de acreción; en este tipo de sistemas pueden presentarse eclipses, la estrella de tipo M puede ser una variable pulsante y puede haber erupciones del disco de acreción como en los casos anteriores.

Supernovas

Es una estrella que en unos días aumenta su brillo de 10 a 20 magnitudes, con un máximo de magnitud absoluta entre -15 y -20 , incluso puede llegar a ser más brillante; existe cierta dificultad para distinguir entre una nova y una supernova a través de las curvas de luz, pero la

diferencia es clara en sus espectros y su magnitud absoluta, además la causa y los resultados del estallido de una supernova son bastante distintos que en las novas; una explosión de supernova es el fin de la evolución de las estrellas masivas, este evento transforma a la estrella en una capa esférica de material, que se expande muy rápido, junto con un núcleo colapsado, dicho material es expulsado a miles de Km/s . Un aspecto importante de las supernovas, es que su magnitud absoluta se puede calibrar, gracias a ello, se usan para medir distancias de las galaxias más lejanas, por ejemplo, las supernovas tipo Ia muestran una luminosidad máxima muy uniforme por eso se usan como candelas estándar.

Las curvas de luz se caracterizan por un aumento rápido, un máximo redondeado y posteriormente una reducción lineal de la magnitud, en efecto, esta linealidad representa en términos de la luminosidad una disminución exponencial. El análisis de los espectros permiten clasificar las supernovas en dos tipos, dependiendo de la abundancia de hidrógeno, dicho de otra manera, el espectro nos dice si la estrella ya había perdido la mayoría de su hidrógeno, al notar la ausencia de la línea $H\alpha$; entonces, se define el tipo I cuando hay una deficiencia de hidrógeno; tipo II para cuando existe abundancia de hidrógeno. Los espectros de tipo I, se subdividen en: tipo Ia si tienen una clara absorción de Si II 6150 Å; tipo Ib si poseen líneas He prominentes, pero no absorción de Si II; tipo Ic cuando no presentan ninguno; las supernovas de tipo II se clasifican a partir de sus curvas de luz: SN II-L si es lineal o SN II-P si es plana [29].

El mecanismo de las supernovas tipo Ia tiene su origen en un sistema equivalente a las novas, pero en estas la enana blanca supera límite de Chandrasekhar, debido a la transferencia de masa, en este punto el carbono sufre una gran reacción termonuclear, dicha explosión destruye la estrella y la gravedad la transforma en una estrella de neutrones. En efecto el mecanismo de las supernovas Ia, al tener un límite fijo de 1.4 masas solares hace que su brillo intrínseco sea constante, razón por la cual son consideradas candelas estándar; los otros tipos de supernovas son el resultado del colapso de una estrella masiva cuando su núcleo se convierte en hierro donde ya es imposible obtener energía de la fusión, entonces la estrella puede convertirse en un agujero negro o en una estrella de neutrones, en el último caso, la resistencia encontrada por el material que cae hacia el centro de la estrella, lo hace rebotar,

expulsándolo a miles de Km/s hacia el espacio [29].

1.3.5. Estrellas de la pre-secuencia principal

Algunos tipos de variabilidad se encuentran fundamentalmente en las estrellas jóvenes; en esta etapa las estrellas están dentro o cerca de las nebulosas de donde nacen estrellas, al estar rodeadas de nubes de gas y polvo serán oscurecidas para algunas longitudes de onda, por lo que se observan a través de ondas de radio e infrarrojo; aunque estas estrellas también pueden tener otros tipos de variabilidad, las variaciones específicas de este tipo son resultado de la formación estelar.

Las estrellas recién formadas aun están rodeadas por material en un disco de acreción, puede que la tasa de acreción no se constante, por lo cual la estrella presenta una variación irregular; además, la estrella gira rápidamente debido a su reciente formación, por tanto, se genera un campo magnético que al mismo tiempo genera actividad estelar y como en casos anteriores si es lo suficientemente intenso, controlará la acumulación de materia, de manera que se producen puntos calientes en la superficie de la estrella; entonces puede darse una variabilidad periódica debido a la rotación.

Estrellas T Tauri

Este grupo de estrellas son las más numerosas de la pre-secuencia principal, están ubicadas en regiones de gas y polvo a lo largo de la vía láctea en las que están naciendo estrellas; este tipo de estrellas están definidas por su espectro, la variabilidad y las particularidades del espectro podrían ser causadas por una alta actividad en la superficie determinada por la rotación y acumulación de materia [33].

Las variaciones de brillo de las estrellas T Tauri clásicas son complicadas e irregulares, las amplitudes pueden ser de 0.01 hasta varias magnitudes; en cuanto al periodo pueden ser días, horas y minutos, comúnmente de 1 a 10 días; estas escalas de tiempo muestran una naturaleza en la rotación de la estrella o también material circunestelar orbitando, al mismo tiempo pueden presentar variaciones en escalas temporales mucho más grandes. Observaciones evidencian variaciones en infrarrojo y ultravioleta, la variabilidad infrarroja parece surgir de las

partes frías del disco de acreción y de las irregularidades de la superficie, mientras que la variabilidad UV puede provenir de los puntos calientes [33].

La estrella prototipo T Tauri, ha variado entre 9.3 y 13.5 en V, presentando pequeñas variaciones periódicas de 2.8 días, seguramente debidas a la rotación; también muestra variaciones de mayor amplitud pero de menor frecuencia y más irregulares [33].

En resumen, la propiedad más fundamental de este grupo es el disco de acreción o residuos del mismo que se formó la estrella, por consiguiente las variaciones de tipo T Tauri son consecuencia de su reciente formación.

Estrellas FU Orionis

Las estrellas de este tipo aumentan su luminosidad de 3 a 6 magnitudes durante varios años. La estrella estándar de este grupo FU Orionis disminuyó ligeramente su brillo en 40 años, otro miembro de este grupo V1057 Cygni bajo dos magnitudes en 5 años, las variaciones de tipo FU Orionis son el resultado de estallidos en estrellas de tipo T Tauri, las inestabilidades térmicas y una alta tasa de acreción muy probablemente en las partes internas del disco, inician una explosión [17].

Estrellas Herbig Ae y Be

Estrellas de la pre-secuencia principal parecidas al tipo T Tauri pero son masivas y más brillantes, este tipo son escasas puesto que pasan rápidamente a la secuencia principal. Son estrellas jóvenes pertenecientes a los tipos espectrales A y B, su masa puede estar entre 2 y 8 masas solares [6].

1.3.6. Estrellas variables diversas

Son estrellas variables que no se clasifican fácilmente, entre ellas tenemos los grupos mencionados a continuación.

Estrellas Be - variables Gamma Cassiopeiae

Estrellas con temperaturas entre 10000 y 30000 K las cuales han mostrado líneas de emisión en sus espectros al menos una vez; estas líneas de emisión surgen en el disco de gas alrededor de la estrella, la rotación rápida es una característica de este grupo, aproximadamente de 500 Km/s , por lo cual, la gravedad en el ecuador será menor, la presión de radiación y posiblemente pulsaciones generarían un disco que se expande en forma espiral desde el ecuador; la estrella estaría perdiendo masa y sus variaciones de brillo serían generadas por el disco; las variaciones tienen periodos entre 0.3 y 2 días. En particular, observaciones de la estrella Be α Eridani sugieren que esta es deformada por su rotación, el diámetro ecuatorial es 1.6 veces el diámetro polar [33].

Estrellas Wolf - Rayet

Pertenecientes a la población I y con una baja presencia de hidrógeno que presentan temperaturas efectivas de 30000 K y superiores; Las características de la estrella Wolf - Rayet sugieren que se trata de una estrella que ha perdido su envoltura exterior de hidrógeno a causa de potentes vientos estelares, pero el núcleo sigue siendo activo y es el de una estrella tipo Of; estas se encuentran por encima de la secuencia principal superior en el diagrama H-R, este grupo de estrellas exhiben una alta tasa de pérdida de masa debido al viento estelar; las variaciones de brillo son pequeñas y muy complejas, dicho de otra manera presentan variaciones de brillo irregulares con una amplitud de hasta 0.1 magnitudes; los periodos son mayores a un día para una gran parte de las variaciones, pero esta variabilidad es bastante irregular; sus magnitudes absolutas están entre -2.2 y -6.7 [14].

Variables hipergigantes

Se ha descubierto que en las estrellas supergigantes cuanto mayor sea la luminosidad mayor será la amplitud de la variabilidad, además que puede estar relacionada con pulsaciones [33]. En las hipergigantes la luminosidad puede ser tan grande que cause cierta inestabilidad en la estrella; por consiguiente la pulsación es capaz de arrojar material al espacio y al darse ab-

sorción desigual en este material expulsado se genera variabilidad fotométrica de la estrella.

Variables azules luminosas: variables extremadamente luminosas donde sus variaciones se dan en intervalos que van desde días hasta años. Una de las estrellas pertenecientes a este grupo es P Cygni, la cual es una hipergigante de tipo B1 y es un modelo de aquellas estrellas con atmósferas en expansión, dicha estrella pierde masa a razón de $5 \times 10^{-6} M_{\odot}$ por año, a causa de que su atmósfera se esta acelerando hacia afuera, esto ultimo debido a la presión de radiación e inestabilidad dinámica. Otra de las estrellas importantes de esta subclase es η Carinae, que en cierta época fue la segunda estrella más brillante del cielo, luego se desvaneció en 10 magnitudes por el polvo a su alrededor. Sin embargo se ha iluminado gradualmente desde aquel mínimo; esta estrella pierde masa muy rápido, de 10^{-2} a $10^{-1} M_{\odot}$ al año. Este tipo de estrellas son masivas y en estado de evolución sumamente avanzado.

ρ Cassiopeiae y las hipergigantes amarillas: ρ Cassiopeiae es una hipergigante amarilla de las más luminosas de la vía láctea y también una de las más grandes; se encuentra en la extensión hacia arriba de la tira de inestabilidad de cefeidas en el diagrama H-R, por lo que puede tener pulsaciones pero en escalas de tiempo más grandes y con más irregularidad [33]. El rango temporal para estas variaciones va desde 300 a 820 días aproximadamente, por otra parte, hay variaciones de más amplitud relacionadas con el aumento de perdida de masa, dichas amplitudes son mayores al promedio y con escalas de tiempo mayores.

Estrellas R Coronae Borealis

Son variables supergigantes amarillas extrañas de baja masa y con una muy diferente composición química; su brillo puede ser constante por unos años o décadas, sin embargo de manera impredecible disminuyen su brillo hasta en 10 magnitudes y posteriormente recuperan lentamente su brillo; son como un tipo de novas inversas.

La propiedad más importante de las estrellas RCB es su composición química, su relación carbono a hidrógeno es 25; en las estrellas normales el hidrógeno es mucho más abundante, la relación carbono a hierro es 35 veces la normal [33].

Capítulo 2

Fundamentos teóricos para el estudio de curvas de luz con análisis de Fourier

La herramienta principal en el estudio de estrellas variables son las curvas de luz. En este tipo de curvas se presenta el brillo aparente (magnitud) en función del tiempo, lo cual permite obtener directamente información acerca de la periodicidad del cambio en el brillo de las estrellas; por ejemplo, el periodo de rotación de un sistema estelar binario eclipsante o la regularidad de erupciones estelares. Es posible determinar la masa y el tamaño de las estrellas realizando un análisis más detallado de la curva de luz, y con un largo periodo de observación de una estrella, se puede observar cambios en el periodo de variabilidad del brillo, lo cual puede ser causado por cambios en su estructura [3].

Por ejemplo, en la figura 2.1 se muestra un modelo de curva de luz:

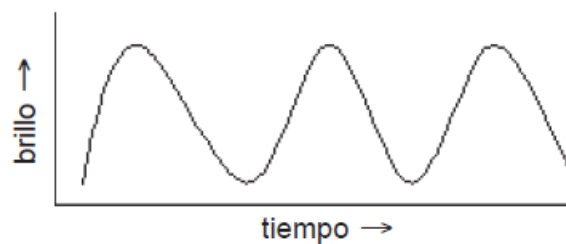


Figura 2.1: *Curva de luz. AAVSO, Manual para la Observación Visual de Estrellas Variables.*

Un ejemplo experimental real se muestra en la figura 2.2:

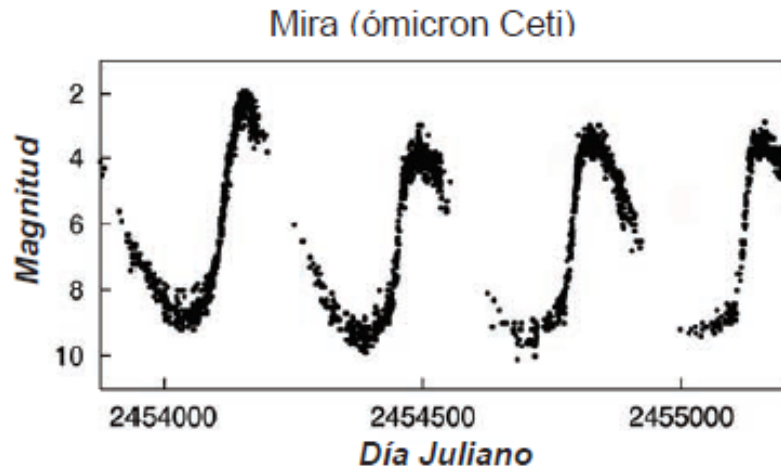


Figura 2.2: Curva de luz de Mira (Ómicron . *Manual para la Observación Visual de Estrellas Variables.*

Desde que se observó la periodicidad de la intensidad luminosa de la estrella Mira; hasta nuestros días, se han descubierto miles de estrellas variables y se conoce cuáles son las posibles causas de dicho efecto. Por consiguiente, se han creado bases de datos para mejorar el estudio estelar, algunas de ellas son la AAVSO [3], La Unión Astronómica Internacional (IAU) y la Sociedad Astronómica de Milwaukee [37] entre otras.

Para determinar que una estrella sea realmente variable, se debe comprobar que su variación de luz sea mucho mayor que el error presente en la medida. Los cambios de brillo no deben diferir de otras medidas; puede que la variabilidad de una estrella sea muy pequeña causando que no cumpla esta condición, como también el ruido puede hacer que se identifique erróneamente a una estrella como variable.

Para determinar el periodo de una estrella a partir de la curva de luz, normalmente se ajustan los datos a una función periódica; pero existen casos donde las estrellas tienen periodos irregulares o también pueden ser multiperiodicas.

Un grupo de estrellas tiene una variabilidad regular si su curva de luz se repite de manera uniforme y con un periodo bien definido; como es el caso de las variables eclipsantes, rotantes y pulsantes, los periodos de estas estrellas no sufren mayor cambio debido a su natu-

raleza, sin embargo, es posible que para un intervalo de tiempo lo suficientemente grande sea posible observar cambios en el periodo que traen consigo información de la evolución estelar.

2.1. Medida del brillo de una estrella

2.1.1. Fotometría

Desde el descubrimiento del efecto fotoeléctrico se han desarrollado cámaras capaces de transformar las señales de luz en corrientes eléctricas, si un haz de fotones incide en ciertos tipos de materiales, los fotones liberarían electrones del material; El número de electrones es proporcional al número de fotones. De modo que es posible ver las estrellas a través de una señal de voltaje transformada en una imagen digital. Mediante este proceso se lleva a cabo una cuenta de los fotones incidentes de una estrella; se mide también una parte del cielo vacío de estrellas, factor que influirá en la determinación de la magnitud instrumental; lo mismo se hace para un grupo de estrellas de las cuales se conoce su magnitud. Para lograr determinar la magnitud estándar de la estrella en estudio, se deben realizar dos procesos con las magnitudes instrumentales y magnitudes estándar de las estrellas de comparación, primero se debe encontrar la magnitud fuera de la atmósfera a través de un ajuste lineal a la ecuación (2.1), además de obtener el coeficiente de extinción.

$$m_{\lambda} = m_{0\lambda} + k_{\lambda}X \quad [16] \quad (2.1)$$

Donde m_{λ} es la magnitud instrumental en el filtro λ , $m_{0\lambda}$ es la magnitud fuera de la atmósfera en el filtro λ , k_{λ} es el coeficiente de extinción para el filtro λ y X es la masa de aire, y esta definido como $X = \sec(z)$ este factor representa la trayectoria que recorre la luz de la estrella en la atmósfera y depende de la distancia azimutal z .

El segundo proceso es la determinación de los coeficientes que permiten transformar las magnitudes fuera de la atmósfera en magnitudes estándar a través de las ecuaciones (2.2).

$$V_{std} - V_{obs} = C_1(B - V)_{std} + C_2 \quad [19] \quad (2.2)$$

$$(B - V)_{std} = C_3(B - V)_{obs} + C_4$$

Para ello se usan las magnitudes estándar conocidas de las estrellas de comparación (V_{std} , B_{std}), las magnitudes fuera de la atmósfera obtenidas de las fotografías (V_{obs} , B_{obs}) y los índices de color ($B - V$); a través de un ajuste lineal se obtienen las constantes C_1 , C_2 , C_3 y C_4 . Los coeficientes de extinción para cada filtro y las constantes de las ecuaciones (2.2) permiten encontrar la magnitud estándar de la estrella estudiada.

Los procesos mencionados anteriormente se conocen como fotometría diferencial, cabe aclarar que previamente a las imágenes se les realiza un procesamiento técnico, en el cual se hace una corrección de corriente oscura, cuadros planos y de BIAS; en un orden específico con sus respectivas operaciones aritméticas entre imágenes, con el fin de eliminar efectos instrumentales que estén presentes en los datos, y que es necesario llevarlo a cabo antes de poder realizar cualquier tipo de medida sobre nuestros datos.

2.1.2. Observaciones visuales

Observadores sin usar una cámara CCD pueden estimar la magnitud aparente de una estrella, esto mediante cartas estelares provistas de estrellas con magnitudes más estables, el observador en cada observación compara la variable con las estrellas a su alrededor, las cuales deben ser de magnitud aproximada a dicha variable y obtiene el valor de la magnitud a partir de la estrella con el brillo más parecido posible.

2.2. Análisis de curvas de luz con la transformada de Fourier

La transformada de Fourier es una operación matemática, en la cual una función definida en el dominio del tiempo se transforma al dominio de las frecuencias, lo cual permite descom-

poner una señal en sus frecuencias fundamentales que para el caso de estrellas variables es una herramienta para identificar cada tipo de variabilidad de una estrella.

La transformada de Fourier de una función $f(t)$ esta definida como:

$$F(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{i2\pi\nu t} dt \quad [26] \quad (2.3)$$

La nueva función en el dominio de las frecuencias es compleja, de manera que es conveniente graficar su amplitud ($|F(\nu)|$) o la amplitud al cuadrado en función de la frecuencia.

En el espectro de potencia, una señal periódica continua (una onda sinusoidal pura de frecuencia ν_0) medido durante un tiempo infinito producirá una gran amplitud en $\nu = \pm\nu_0$ y amplitud cero en otra parte. En este caso ideal, el pico tendrá la forma de la función delta de Dirac [26].

$$\delta(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i2\pi\nu t} dt \quad [9] \quad (2.4)$$

Definiendo a $f(t)$ como la suma de N ondas sinusoidales

$$f(t) = \sum_{k=1}^N A_k e^{i2\pi\nu_k t} \quad [26] \quad (2.5)$$

En este caso la transformada de Fourier será:

$$F(\nu) = \sum_{k=1}^N A_k \delta(\nu - \nu_k) \quad [26] \quad (2.6)$$

Por lo tanto, una función multiperódica producirá funciones δ en $\pm\nu_1, \pm\nu_2, \pm\nu_3, \dots$, sin embargo, en la práctica no es posible observar un fenómeno periódico durante un intervalo de tiempo infinito, además no es posible medir una señal de forma continua, por consiguiente, el proceso se realiza a través de la transformada finita de Fourier discreta de la siguiente manera:

$$F_N(\nu) = \sum_{k=1}^N f(t_k) e^{i2\pi\nu t_k} \quad [26] \quad (2.7)$$

Las dimensiones de la ecuación (2.7) son distintas, porque se ha omitido el factor dt correspondiente a Δt , por tanto el cálculo de $F_N(\nu)$ será diferente de $F(\nu)$; siendo $F_N(\nu)$ una estimación del espectro de potencia usando datos discretos [26].

En el artículo de Deeming (1975) [11], se muestra que en el análisis de Fourier la longitud de los datos y el espaciado tienen importantes efectos limitantes en la precisión con la que se puede realizar el análisis de Fourier, por lo cual, es necesario formular un análisis que no dependa del espaciamiento en el dominio temporal. Como se ha mencionado, un análisis de Fourier es capaz de detectar la presencia de una o más frecuencias en los datos y con cierto cuidado en la normalización determinar su amplitud; en la práctica la determinación exacta de la amplitud no es posible debido a la longitud finita de los datos y al muestreo de datos discreto.

Existen dos tipos de interferencia entre frecuencias, lo cual distingue a $F(\nu)$ de $F_N(\nu)$.

- Interferencia de frecuencias cercanas, la cual es causada por la longitud finita de los datos.
- Interferencia de frecuencias a distancia, llamada aliasing que es un producto del espaciado de datos. Para datos registrados de manera continua el aliasing no existe, mientras que para datos igualmente espaciados, este existe en su forma más extrema, es similar a los distintos órdenes de una rejilla de difracción [11]. El aliasing o frecuencias de alias para nuestro caso específico de observaciones astronómicas, se deben a brechas estacionales en los datos, si hay zonas sin registro de datos en el eje temporal regularmente espaciadas, los espacios pueden ser de un día o un año, puesto que algunas estrellas no son observables en ciertas estaciones del año, como consecuencia, el espectro de potencia muestra picos correspondientes a los periodos de alias, los cuales están igualmente espaciados en frecuencia a ambos lados del pico verdadero; el espaciado de los picos es equivalente a la frecuencia de las brechas en los datos. Existe una relación entre los periodos de alias con los periodos verdaderos, dada por $\frac{1}{P_{alias}} = \frac{1}{P_{verd}} \pm \frac{n}{T}$, donde n es un número entero y T es el espaciado regular de las brechas en los datos.

El efecto de interferencia puede expresarse mediante la afirmación de que, la transformada

de Fourier $F_N(\nu)$ es la convolución de la verdadera transformada de Fourier $F(\nu)$ con una ventana espectral $\delta_N(\nu)$ [11], por lo tanto:

$$F_N(\nu) = F(\nu) * \delta_N(\nu) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} F(\nu - \nu') \delta_N(\nu') d\nu' \quad [11] \quad (2.8)$$

La convolución $h(t)$ de dos funciones $f(t)$ y $g(t)$, esta dada por:

$$h(t) = f(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t - \tau) g(\tau) d\tau$$

La convolución presenta la propiedad de que $\mathcal{F}(f(t) * g(t)) = \mathcal{F}(f(t)) \cdot \mathcal{F}(g(t))$. El teorema de convolución establece que

$$h(t) = f(t)g(t)$$

cuando

$$H(\nu) = F(\nu) * G(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\nu - \nu') G(\nu') d\nu'$$

Donde las letras en mayúsculas representan las transformadas de Fourier de las funciones; el inverso de este teorema también es cierto [18].

La ventana espectral $\delta_N(\nu)$, se puede obtener en función únicamente de ν y los tiempos de observación t_k , suponiendo

$$F_{T,N}(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} w_{T,N}(t) f(t) e^{i2\pi\nu t} dt \quad [11] \quad (2.9)$$

donde

$$w_T(t) = \begin{cases} 1 & ; (-\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}) \\ 0 & ; \text{en otro lugar} \end{cases} \quad (2.10)$$

$$w_N(t) = \sum_{k=1}^N \delta(t - t_k) \quad (2.11)$$

Las funciones $w_{T,N}(t)$ normalmente se conocen como ventanas de datos y son usadas para suavizar las transformaciones resultantes [11].

A partir de la ecuación (2.9) y el teorema de convolución

$$F_{T,N}(\nu) = F(\nu) * W_{T,N}(\nu) \quad (2.12)$$

Donde

$$W_T(\nu) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e^{i2\pi\nu t} dt = T \left(\frac{\text{sen}(\pi\nu T)}{\pi\nu T} \right) = \delta_N(\nu) \quad [11] \quad (2.13)$$

La ultima igualdad se cumple cuando $T \rightarrow \infty$.

$$W_N(\nu) = \sum_{k=1}^N e^{i2\pi\nu t_k} = \delta_N(\nu) \quad [11] \quad (2.14)$$

Además la función δ para el caso discreto se puede escribir de la forma

$$\delta_N(\nu) = \sum_{k=1}^N e^{i2\pi\nu t_k} \quad [9] \quad (2.15)$$

Cuando N tiende a infinito $\delta_N(\nu)$ es similar a la función delta en su propiedad de localización pero no en su normalización, por eso en casos prácticos es más conveniente trabajar con la cantidad $\frac{F_N(\nu)}{N}$ y con una ventana espectral $\gamma_N(\nu) = \frac{\delta_N(\nu)}{N}$ puesto que produce una ventana espectral normalizada $\gamma_N(0) = 1$, entonces:

$$\frac{F_N(\nu)}{N} = \gamma_N(\nu) * F(\nu) \quad (2.16)$$

La ventana espectral se usa para conseguir una buena resolución espectral y evitar la fuga espectral, las funciones ventana reducen la amplitud de las discontinuidades, el método consiste en multiplicar la función por una ventana, esta es mínima en los bordes, con lo cual se logra reducir las transiciones bruscas.

En el caso de un espaciado de datos igual, donde $t_k = t_o + k\Delta t$

$$\gamma_N(\nu) = \frac{1}{N} \sum_k e^{i2\pi\nu t_o} e^{i2\pi\nu k\Delta t} = \frac{\text{sen}(\pi\nu N\Delta t)}{N\text{sen}(\pi\nu\Delta t)} \quad [11] \quad (2.17)$$

Esta función presenta una periodicidad con un periodo de $\frac{1}{\Delta t}$, lo cual, se puede escribir como $\gamma_N(\nu) = \gamma_N(n\Delta t^{-1} + \nu)$; dicha función representa aproximadamente una fila de funciones *sinc* espaciadas Δt^{-1} , para datos igualmente espaciados $\gamma_N(\nu)$ toma su valor máximo en un conjunto de frecuencias $\nu_n = \frac{n}{\Delta t}$.

El comportamiento de las ventanas espectrales para el caso de datos espaciados desigualmente no se puede predecir tan claramente en términos de aliasing completo. El espaciado en el dominio temporal es un factor fundamental en el cálculo de la transformada de Fourier para un conjunto de datos. El software Period04 que se describirá y usará más adelante no usa el algoritmo FFT (transformada rápida de Fourier), puesto que, este algoritmo funciona con datos espaciados igualmente que no es el caso de las observaciones astronómicas.

2.2.1. Teorema de Nyquist

El teorema de Nyquist es un aspecto importante que se debe tener en cuenta en el análisis de Fourier, este teorema es una condición necesaria y suficiente para reconstruir una señal en el dominio temporal, estableciendo que la frecuencia de muestreo debe ser mayor o igual que el doble de la máxima frecuencia presente en la señal.

$$f_s \geq 2f_m$$

Partiendo de la anterior ecuación

$$f_s = \frac{1}{\Delta t} \geq 2f_m$$

Para el caso en que ambos lados sean iguales

$$\frac{1}{2\Delta t} = f_m = f_N \rightarrow \text{frecuencia de Nyquist}$$

El inverso de la frecuencia de muestreo es el periodo de muestreo Δt ; en el dominio de las frecuencias la escogencia de f_s , tiene una implicación en la resolución espectral, ya que el intervalo mínimo donde se puede diferenciar dos frecuencias cercanas es $\Delta f = \frac{f_s}{N}$; por lo

tanto, si se tiene un Δt pequeño, f_s será grande y la resolución en el dominio de las frecuencias disminuirá, es decir, la frecuencia de muestreo y el número de datos afecta de manera importante la información en el espacio de las frecuencias.

El número de puntos afecta el resultado en el espacio de las frecuencias; la amplitud de los espectros y hasta la posición de la frecuencia de la señal cambia, el ancho del pico disminuye conforme se incrementa el número de muestras. Entre menor sea la frecuencia de muestreo menor será la fuga espectral y una amplitud de pico mayor [4]. La fuga espectral es el efecto producido cuando la señal medida no es un número entero de periodos, como resultado, los bordes presentan una especie de discontinuidad, estas discontinuidades se interpretan como componentes de alta frecuencia, el espectro calculado entonces será una versión distorsionada del espectro real, dicho de otra manera, es como si la energía de una frecuencia se fugara a otras frecuencias [31].

2.3. Period04 como Herramienta para el análisis de curvas de luz

Period04 es un paquete de software especialmente dedicado al análisis estadístico de grandes series de datos astronómicos que tengan bandas sin registro de datos, contiene herramientas para extraer las frecuencias de manera individual para conjuntos de datos multiperiodicos. La interfaz gráfica de este programa esta elaborada en JAVA, mientras que, la gestión de datos y los cálculos se implementan en C++ [25].

Para el cálculo de la transformada de Fourier Period04 se basa en un algoritmo DFT (Discrete Fourier Transform), con el uso de la ecuación (2.7), Para ello se usa la ecuación (2.7) separando sus partes real e imaginaria de la forma

$$F_N(\nu_j) = \sum_{k=1}^N f(t_k) \cos(2\pi\nu_j t_k) + i \sum_{k=1}^N f(t_k) \sin(2\pi\nu_j t_k) \quad (2.18)$$

En astronomía $f(t_k)$ representa las magnitudes en los tiempos t_k , es decir los puntos en la curva de luz de una estrella.

Las frecuencias para las cuales se evalúa (2.18) son equidistantes con un paso $\Delta\nu$, de modo que $\nu_j = \nu_o + j\Delta\nu$ [26]. En el caso de frecuencias igualmente espaciadas, es posible disminuir el tiempo de computo escribiendo la j -ésima frecuencia como: $\nu_j = \nu_{j-1} + \Delta\nu$ [23]. Sustituyendo esta ultima relación en la ecuación (2.18) se obtiene

$$\begin{aligned} F_N(\nu_j) = & \sum_{k=1}^N f(t_k) [\cos(2\pi\nu_{j-1}t_k)\cos(2\pi\Delta\nu t_k) - \sin(2\pi\nu_{j-1}t_k)\sin(2\pi\Delta\nu t_k)] \\ & + i \sum_{k=1}^N f(t_k) [\sin(2\pi\nu_{j-1}t_k)\cos(2\pi\Delta\nu t_k) + \cos(2\pi\nu_{j-1}t_k)\sin(2\pi\Delta\nu t_k)] \end{aligned} \quad (2.19)$$

Period04 usa esta ecuación para cálculo de la transformada de Fourier, el algoritmo es descrito en el trabajo de Lenz P. [26].

Period04 usa un algoritmo para estimar la brecha de tiempo promedio entre puntos vecinos mientras ignora las brechas grandes, esto permite hacer una buena estimación de la frecuencia de Nyquist para los datos seleccionados, además este será el valor limite de frecuencia superior en el espectro de potencias; una opción permite seleccionar la velocidad de paso en el eje de frecuencias, pero se debe tener en cuenta que entre menor sea este paso mayor será el tiempo de procesamiento [27].

2.3.1. Interfaz de Period04

En este trabajo se usara la versión de Period04 para Ubuntu. la ventana principal “**Time String**” permite cargar los archivos de datos pulsando en “**import time string**”, también muestra los datos por columnas y la opción “**Display graph**” grafica los datos en el eje temporal, para el caso de este trabajo será la curva de luz; asimismo exhibe información acerca de los datos como son el tiempo inicial y final además de el número total de datos. Su interfaz de inicio se muestra en la figura 2.3.

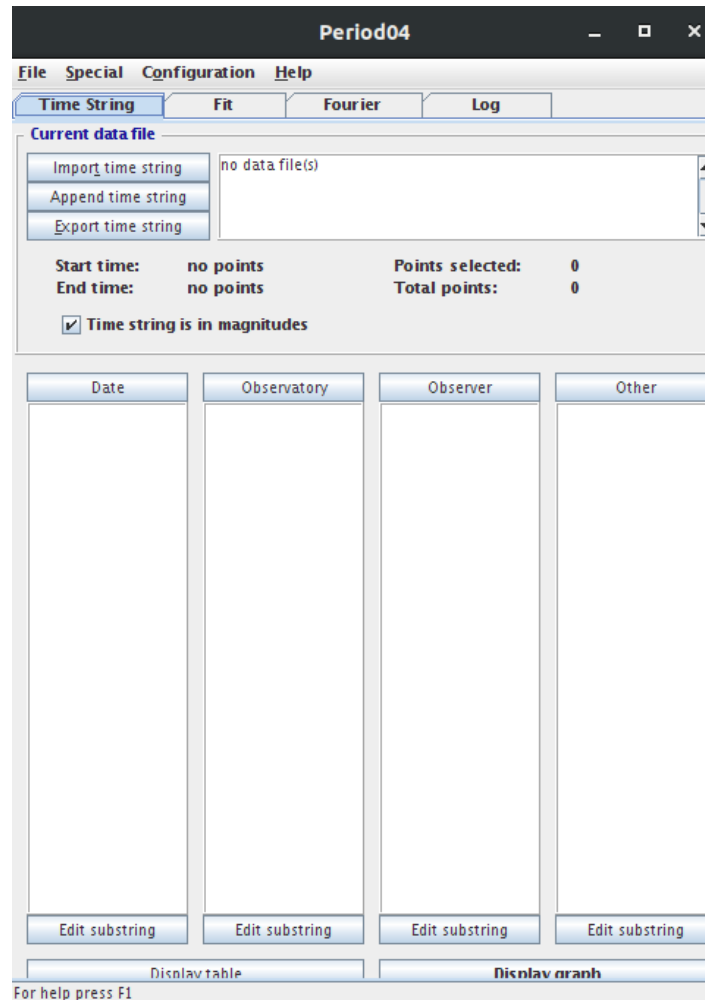


Figura 2.3: Ventana principal de Period04.

En la ventana “**Fourier**”, una vez cargados los datos se muestra el intervalo de frecuencia del espectro de potencias, normalmente desde cero hasta la frecuencia de Nyquist y establecerá una velocidad de paso, estos parámetros pueden ser modificados por el usuario. Basado en estos parámetros la opción “**Calculate**” realiza el análisis de Fourier de la serie de tiempo escogida, luego del proceso se puede seleccionar la frecuencia principal del periodograma y es posible volver a hacer el cálculo excluyendo dicha frecuencia con el objetivo de encontrar más frecuencias en el caso de un contenido multiperiodico presente en los datos, este proceso se ejecuta cambiando la opción “**Original data**” por “**Residuals at original**” y pulsando

nuevamente en “**Calculate**”; al mismo tiempo posibilita hacer un listado de dichas frecuencias; el botón “**Display graph**” permite observar cada cálculo del espectro de potencia. Esta sección se muestra en la figura 2.4.

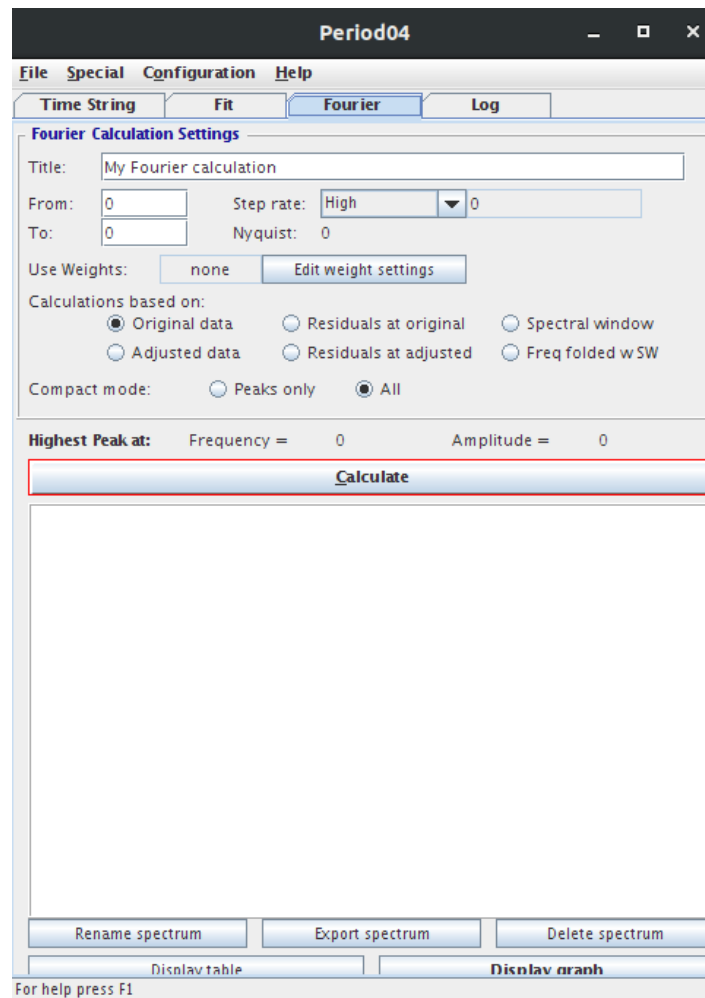


Figura 2.4: Ventana Fourier de Period04.

En la figura 2.4 se observa además una opción “**Spectral window**”, esta permite calcular solo la ventana espectral y es útil para identificar el contenido de frecuencias de alias de los datos. La gráfica de la ventana espectral mostrara picos separados por un intervalo igual al valor de la frecuencia de las brechas en los datos, en el espectro de potencias se observará

esta misma estructura pero centrada en las verdaderas frecuencias.

La ventana **“Fit”** se usa para hacer un ajuste de mínimos cuadrados con las frecuencias encontradas en el análisis de Fourier, el proceso se realiza a través de la opción **“Calculate”**, habiendo seleccionado las frecuencias, el ajuste es posible observarlo en la ventana **“Time String”** haciendo clic nuevamente en **“Display graph”**. El módulo **“Fit”** se muestra en la figura 2.5.

En el módulo **“Fit”** se puede crear un diagrama de fase haciendo clic en la opción **“Phase Diagram”**, esta opción esta debajo del botón **“Improve special”**; El diagrama de fase es una forma de representar una curva de luz definiéndose de la siguiente manera, si se conoce el periodo de una estrella, además dicha estrella presenta una variabilidad individual y aproximadamente periódica, se define una cantidad llamada fase

$$\phi = \frac{t - t_0}{T} \quad [33] \quad (2.20)$$

donde t es el tiempo de medición de la estrella, t_0 un instante arbitrario, generalmente el momento de brillo máximo o mínimo y T el periodo. Si ϕ_i y m_i son la fase y la magnitud de una medida, una gráfica de m_i vs ϕ_i se conoce como diagrama de fase. La gráfica mostrara la forma promedio de la curva de luz, Period04 usa una de las frecuencias calculadas en el módulo **“Fourier”** para determinar ϕ_i de los datos.

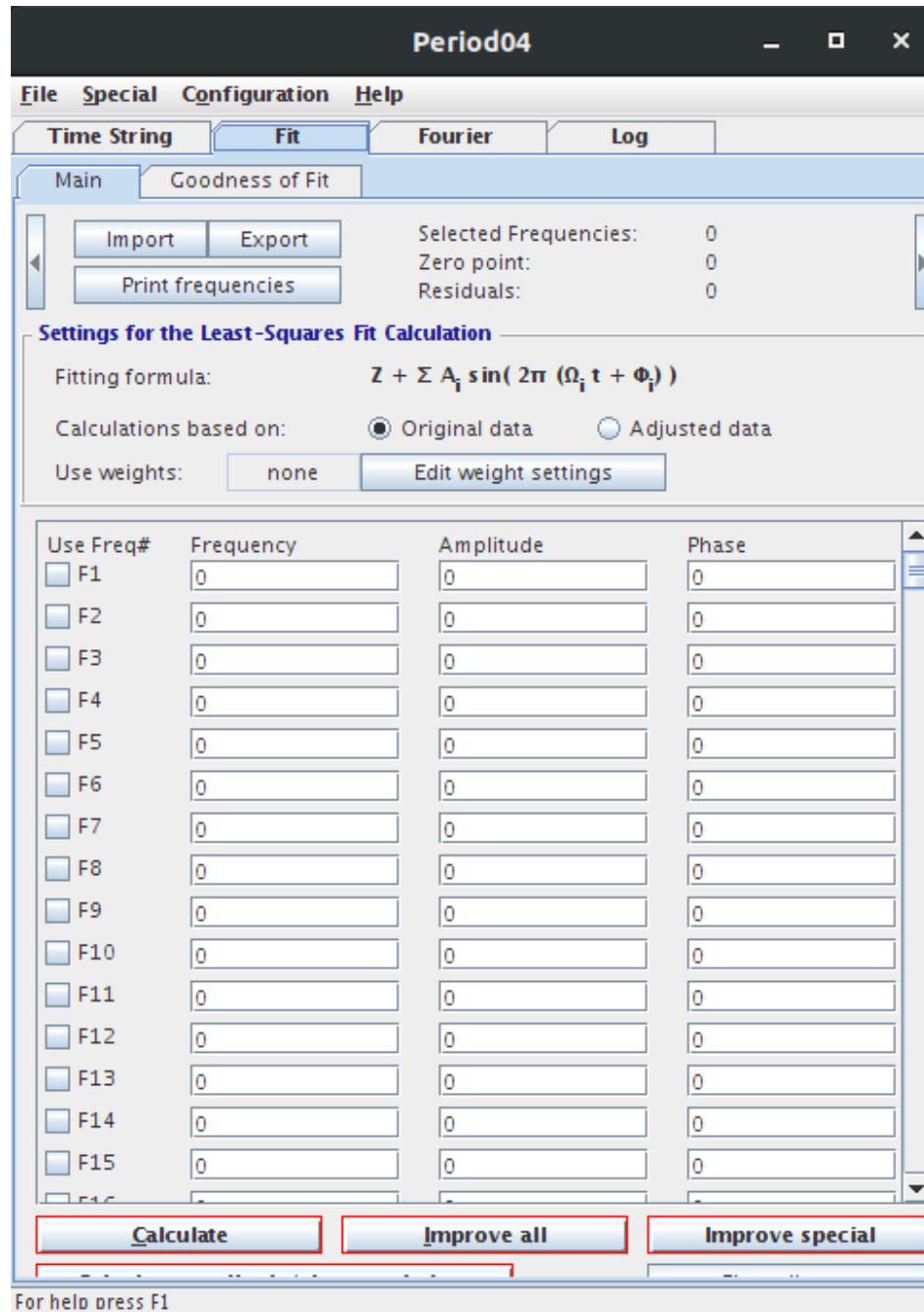


Figura 2.5: Ventana Fit de Period04.

Capítulo 3

Análisis de datos de estrellas variables

Los archivos de datos de estrellas variables fueron descargados del sitio web de AAVSO en la sección “**Submit and Access Data**”, luego en “**Download Photometry**”; las estrellas fueron seleccionadas con base en el **VSX (Variable Star Index)** también de AAVSO. La selección se hizo de tal forma que hubiese distintos tipos de variables y que las estrellas tuvieran un número suficiente de datos para evitar curvas de luz incompletas y que se pueda realizar un buen análisis de Fourier. El manejo de los archivos de datos se describe en el apéndice C.

3.1. Análisis de curvas de luz con Period04

Las estrellas seleccionadas se presentan en la tabla 3.1. La disponibilidad de los datos en el VSX es limitada, la mayoría de estrellas no tienen suficientes datos disponibles para descargar, por ello fue necesario escoger estrellas brillantes y bastante conocidas, puesto que, estas poseen mayores observaciones visuales y es más probable que tengan datos de libre descarga; sin embargo para el caso de las observaciones visuales es posible tener un mayor margen de error en la determinación de la magnitud de una estrella, la falta de precisión impide determinar variaciones pequeñas de luminosidad. Las curvas de luz se realizaron a través de un programa en Python, el cual se encuentra en el apéndice A, este mismo programa para algunas curvas calcula la variación de magnitud simplemente restando el mayor y menor dato presente en el archivo.

Nombre (VSX)	Periodo (días)	Amplitud	Tipo de variable	Tipo Espectral
Mira	331.96	2 - 10.1 V	M	M5e-M9e
Alf Ori	423	0.0 - 1.6 V	SRC	M1-M3.5Iabe
Ct Ori	67.29	10.1 - 11.0 V	RVA	F9
Rs Ori	7.566881	8.01 - 8.88 V	DCEP	F5Ib-G1Ib
Sz Tau	3.14873	6.33 - 6.75 V	DCEPS	F5Ib-F9.5Ib
R CrB		5.71 - 15.2 V	RCB	C0,0(F8pep)
Algol	2.86734	2.09 - 3.30 V	EA/SD	B8V+G8III
Bet Lyr	12.944	3.30 - 4.35 V	DPV/EB	B8II-IIIep
Y Sex	0.41982123	9.81 - 10.23 V	EW/KW	F5/6V
RS Oph	453.6	4.3 - 12.5 V	NR+LB	OB+K4-M4III

Tabla 3.1: Estrellas seleccionadas con base en el VSX de AAVSO, disponible en [https :
//www.aavso.org/vsx/](https://www.aavso.org/vsx/)

3.1.1. Mira - Ómicron Ceti

Curvas de luz

Esta es una estrella muy conocida en el campo de estrellas variables, en AAVSO contiene gran cantidad de observaciones y sus variaciones de brillo son de varias magnitudes, las observaciones visuales no se ven afectadas y contribuyen bastante en la construcción de una buena curva de luz.

Para esta estrella se usarán observaciones en las bandas: B, I, R, V y Vis (observaciones visuales).

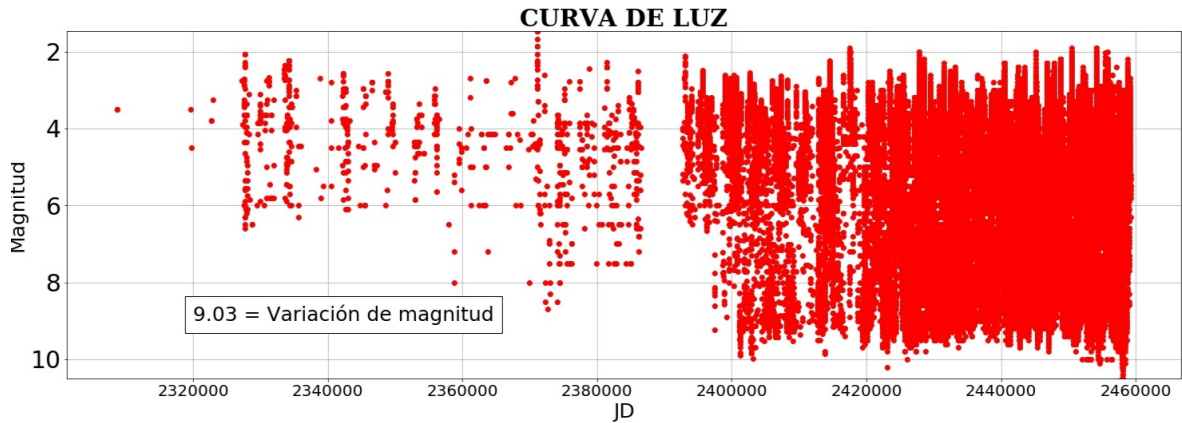


Figura 3.1: *Curva de luz completa en la banda Vis.*

La gráfica 3.1 muestra una gran cantidad de observaciones que abarcan aproximadamente 383 años (≈ 140.000 días) con mucha densidad en los últimos años, por consiguiente, se hizo un acercamiento en dos zonas diferentes para apreciar mejor la forma de la curva de luz, esto se muestra en la figura 3.2. Donde se observa variaciones de aproximadamente 8 magnitudes, bastante parecidas a una función sinusoidal, aunque existen picos de mayor amplitud que otros; además se puede ver brechas sin datos con un periodo de un año, ya que existe una época del año donde la estrella no es visible.

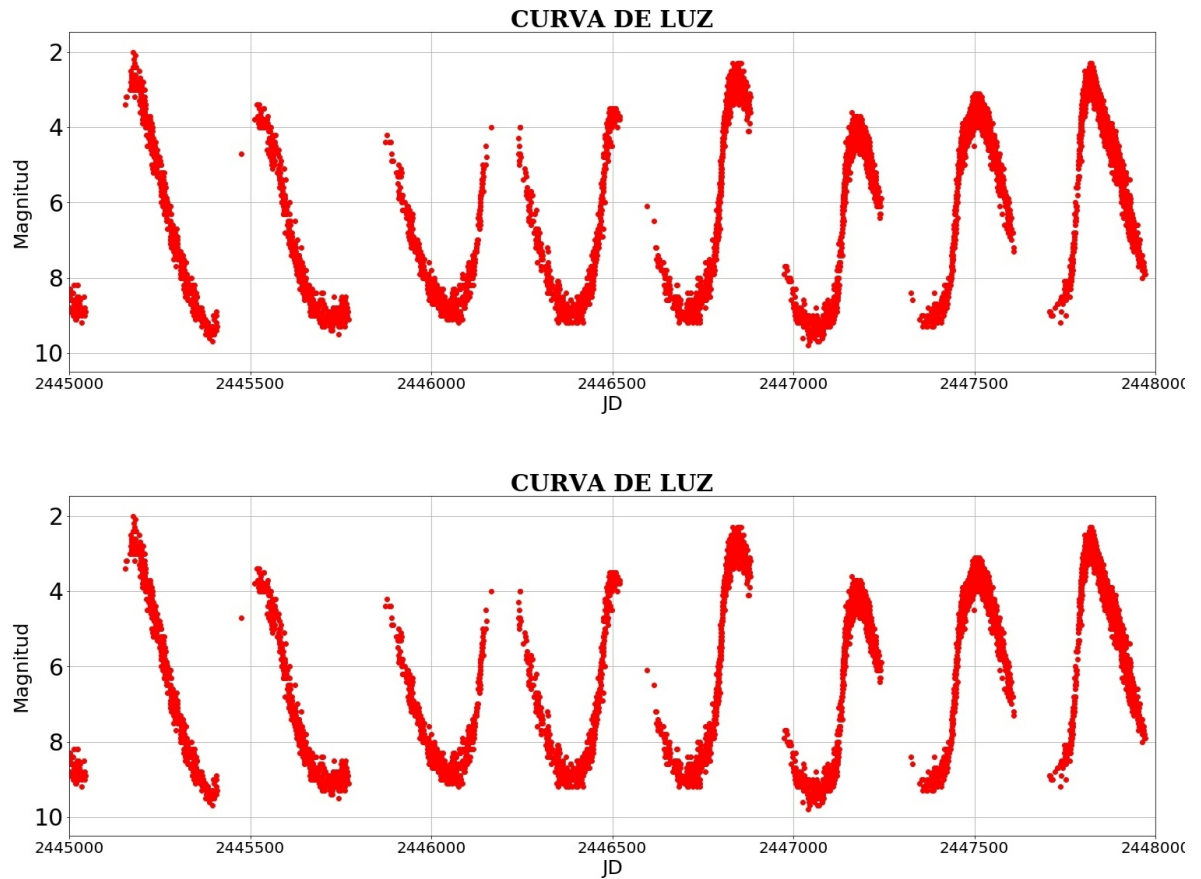
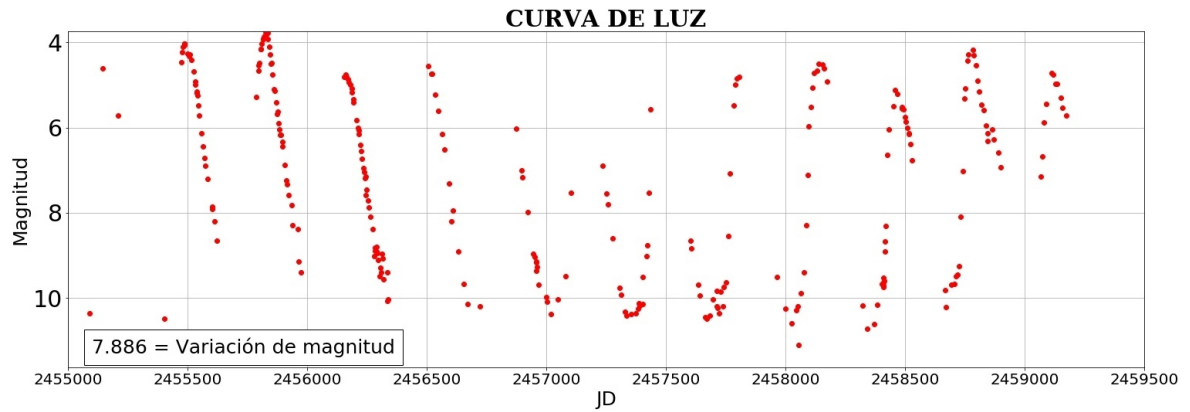
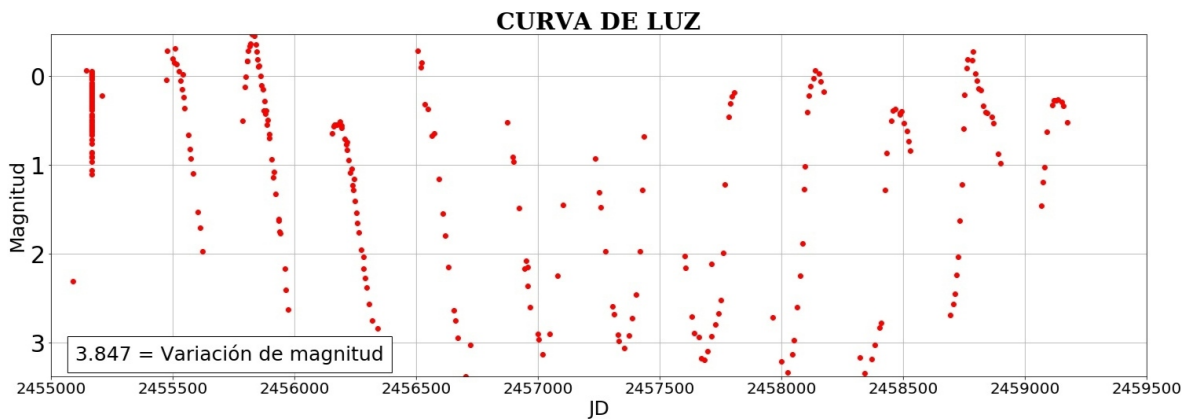


Figura 3.2: secciones de la figura 3.2.

La curva de luz para la banda B se presenta en la figura 3.3, en ella el brillo de la estrella varía en 7.89 magnitudes y también muestra las mismas características que en la banda Vis.

Figura 3.3: *Curva de luz para el filtro B.*

En el filtro I, tenemos la figura 3.4, con una variación de magnitud menor, igual a 3.85 magnitudes; pero la forma de la curva es la misma.

Figura 3.4: *Curva de luz para el filtro I.*

La curva de luz para el filtro R se muestra en la figura 3.5 con una variación máxima de 5.67, con la forma de variaciones de brillo semejantes a las demás bandas.

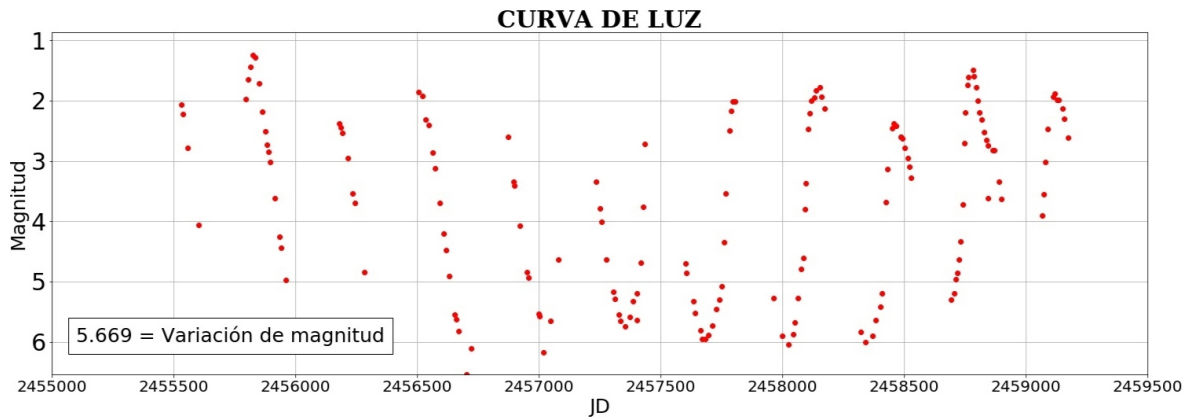


Figura 3.5: Curva de luz para el filtro R.

Para el filtro V se tiene la curva de luz presentada en la figura 3.6, en esta banda la variación de luminosidad es de 7.60, con el mismo tipo de variación bastante uniforme y periódica.

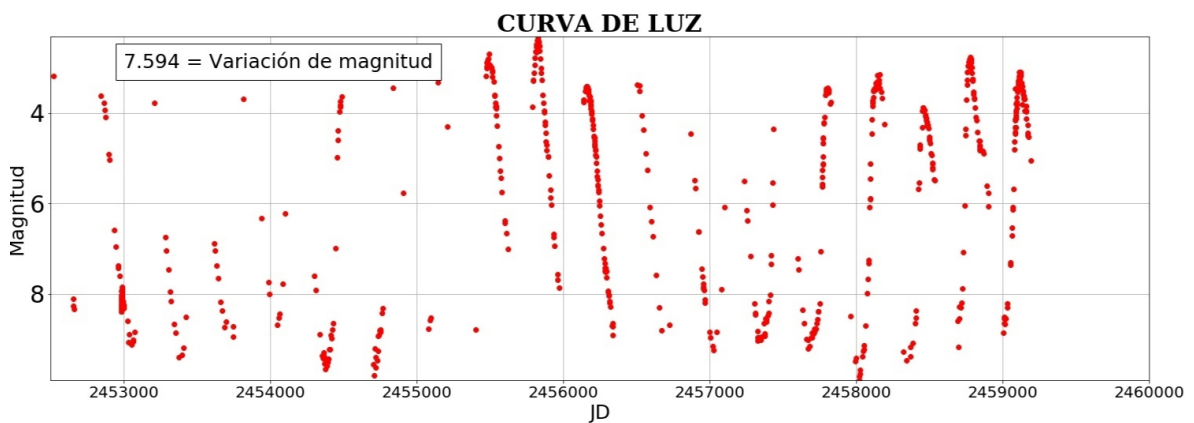


Figura 3.6: Curva de luz para el filtro V.

Una posible apreciación a partir de estas 5 gráficas es que la amplitud de las variaciones es menor cuanto más hacia el rojo esté el filtro.

Análisis de Fourier

Con el software Period04 se realizó el análisis de Fourier con los datos de cada banda y se obtuvieron los periodogramas correspondientes, a la vez se hizo un análisis de la ventana espectral para observar el aliasing esperado. La primer banda en ser evaluada fue las observaciones visuales (Vis) con ello se obtuvo el periodograma que se muestra en la figura 3.8.

Para identificar los periodos debido al aliasing presentes en el espectro se usó la herramienta de Period04 que calcula la ventana espectral de una serie de datos, con lo que se obtuvo la figura 3.7, en la ventana espectral se observa picos separados por $1\frac{c}{d}$ (ciclos por día) como también se ve unos picos separados por un Δf más pequeño; a partir de las coordenadas de cada pico, se encontró que $\Delta f \approx 0.00272\frac{c}{d}$, corresponde a un periodo de 367 días, aproximadamente un año, como se menciona en la sección 2.2. En consecuencia, en el espectro se observará dicho patrón pero centrado en la frecuencia verdadera, cabe aclarar que en la ventana espectral los periodos de aliasing se encuentran centrados respecto a $f = 0$.

El intervalo finito de la toma de datos se denomina ventana de observación; las observaciones se podrían definir matemáticamente en términos de la función escalón; así, el resultado del análisis de Fourier será la transformada de la serie de datos convolucionada con la transformada de la función escalón; la transformada de la función escalón es la función *Sinc*¹, por lo tanto los picos correspondientes a las frecuencias de variación estelar tendrán esa misma forma; los lóbulos laterales de la función *Sinc* pueden combinarse con otras frecuencias o con ruido creando picos que no son reales, fenómeno de aliasing mencionado anteriormente, entonces, la forma característica de la función *Sinc* hace que los picos debidos al aliasing vayan disminuyendo su amplitud conforme se alejen de la frecuencia verdadera [20].

¹ $Sinc(x) = \frac{\sin(x)}{x}$

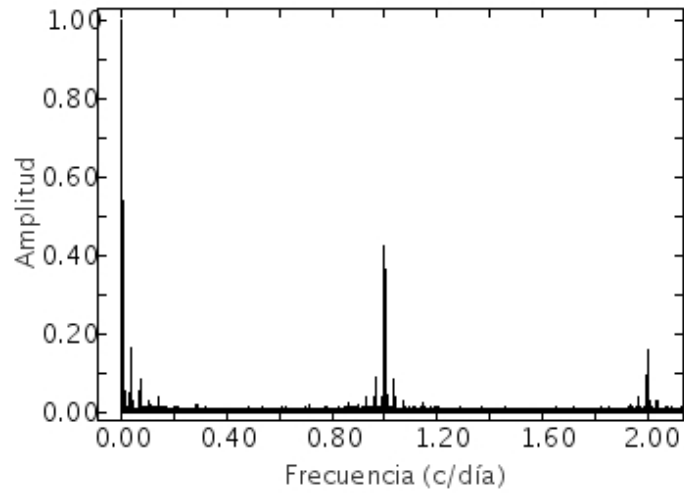


Figura 3.7: Cálculo de la ventana espectral de la estrella Mira para los datos de la banda Vis.

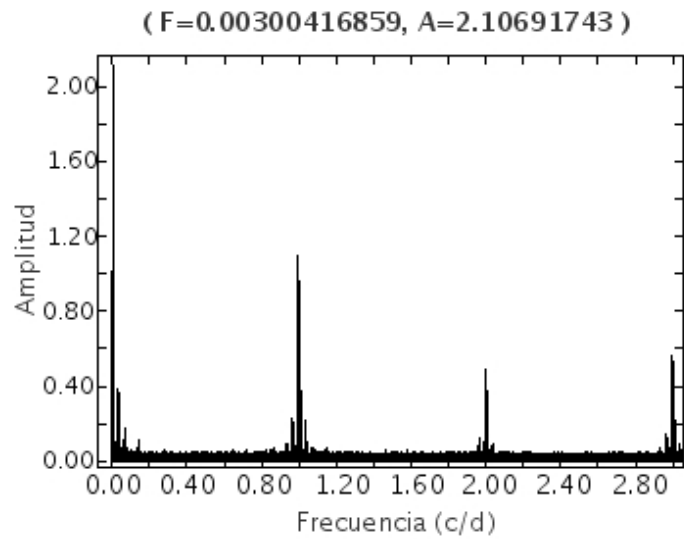


Figura 3.8: Espectro de Potencia de la estrella Mira obtenidos a partir de los datos de la banda Vis, en la parte superior de la gráfica se muestra la frecuencia principal del espectro y su amplitud.

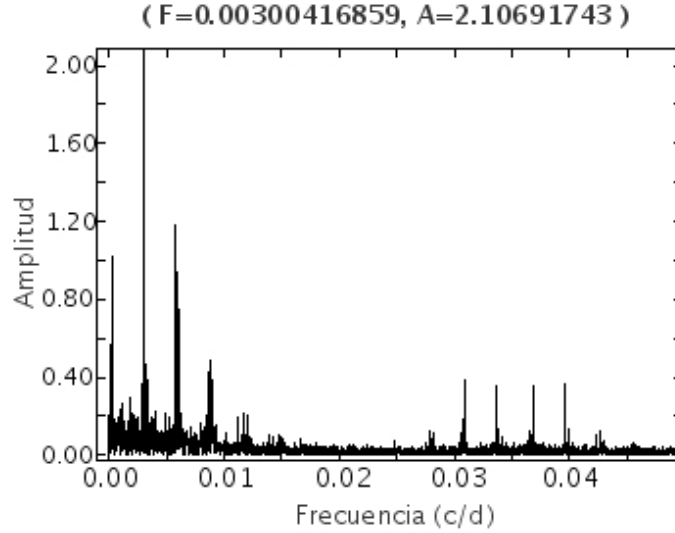


Figura 3.9: Acercamiento sobre la zona de la frecuencia principal, en el espectro de potencias de la figura 3.8

La frecuencia principal encontrada por el programa es $f_p = 0.0030042 \frac{c}{d}$, por lo tanto, el periodo de la estrella Mira es $T = 332.867$ días. En la gráfica 3.8 se observan los periodos de alias separados por aproximadamente 1 día ($\Delta f = 1 \frac{c}{d}$), se comprobó este fenómeno tomando la frecuencia de alias de orden 2, así $f_{alias,n=2} = 2.003263 \frac{c}{d}$, entonces se debe cumplir que $\Delta f_{n=2} = 2\Delta f$, de la gráfica 3.8 se obtiene que $\Delta f_{n=2} = f_{alias,n=2} - f_p = 2.00023 \approx 2\Delta f$. De la figura 3.9 $f_{alias,n=1} = 0.005752 \frac{c}{d}$ de modo que $\Delta f = 0.00275 \frac{c}{d}$, la cual corresponde a un intervalo de aproximadamente un año y concuerda con las características del aliasing que se había mencionado anteriormente. El ajuste con la frecuencia principal se muestra en la figura 3.10.

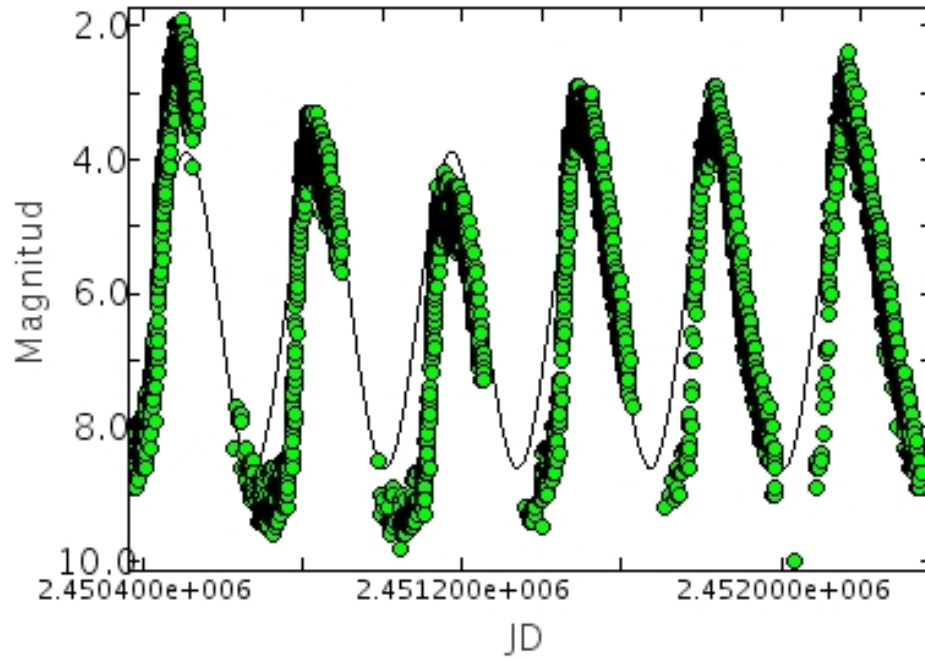


Figura 3.10: Ajuste de los datos con la frecuencia encontrada en el análisis de Fourier, este se realizó en la ventana “Fit” de Period04.

El siguiente filtro al cual se le realizó el análisis fue el filtro B, sin embargo, para este espectro fue necesario usar Period04 para calcular más de una frecuencia, puesto que, la frecuencia principal en ser hallada correspondía a una frecuencia de aliasing como se puede verificar en la figura 3.11. Para encontrar la frecuencia verdadera se realiza el siguiente proceso; después de obtener la primera frecuencia se cambia a la ventana “Fit” y seleccionando la frecuencia obtenida se pulsa en la opción “calculate” para realizar un ajuste de los datos, luego nuevamente en el módulo “Fourier” se calcula nuevamente la transformada de Fourier pero habiendo seleccionado “Residuals at original”, esto produce un nuevo espectro que se muestra en la figura 3.12 mientras elimina la frecuencia calculada anteriormente, en este proceso se obtuvo que el valor de la frecuencia es $f = 0.003 \frac{c}{d}$, por lo tanto el periodo de la estrella Mira obtenido a partir de la banda B es $T = 333.3$ días. También se hizo un análisis del aliasing con la ventana espectral y se obtuvieron resultados similares a los de las

observaciones visuales.

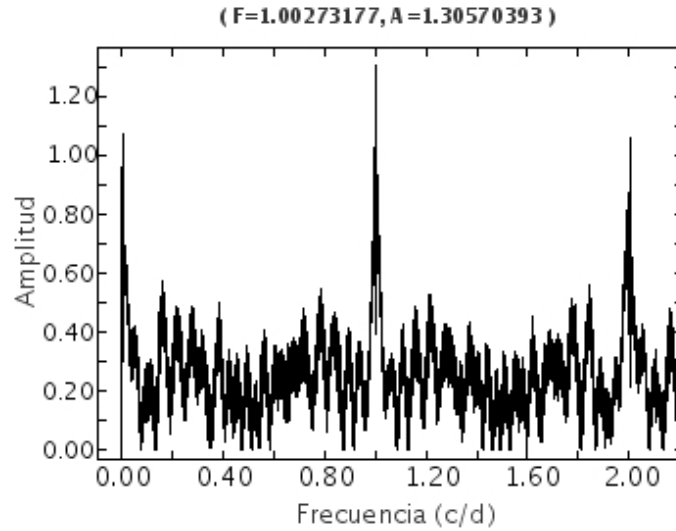


Figura 3.11: Espectro de la estrella Mira para el filtro B, con una frecuencia principal producto del aliasing $f_{alias} = 1.0027 \frac{c}{d}$, la cual se muestra junto con su amplitud en la parte superior de la gráfica.

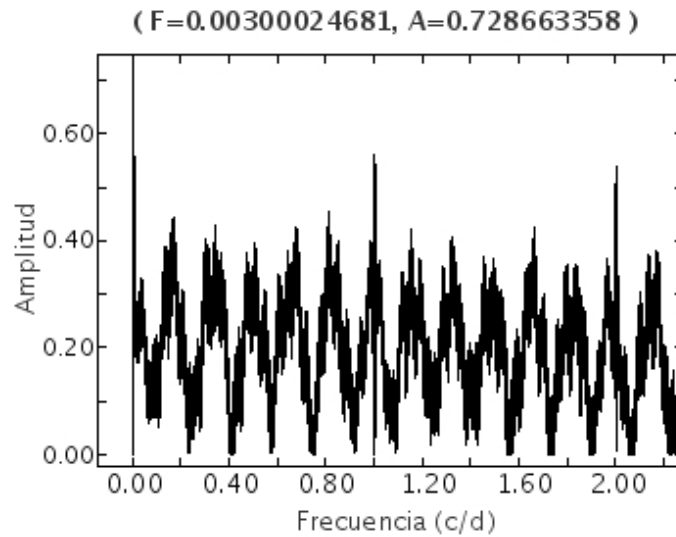


Figura 3.12: Espectro de la estrella Mira para el filtro B, para el segundo cálculo de la transformada de Fourier, la frecuencia principal y su amplitud se muestran en la parte superior de la figura.

Posteriormente se ajustó los datos con la frecuencia obtenida y dicho ajuste se puede observar en la figura 3.13; en ella se demuestra que las frecuencias de alias no contribuyen a un buen ajuste, ya que estas no son frecuencias reales en los datos si no del muestreo.

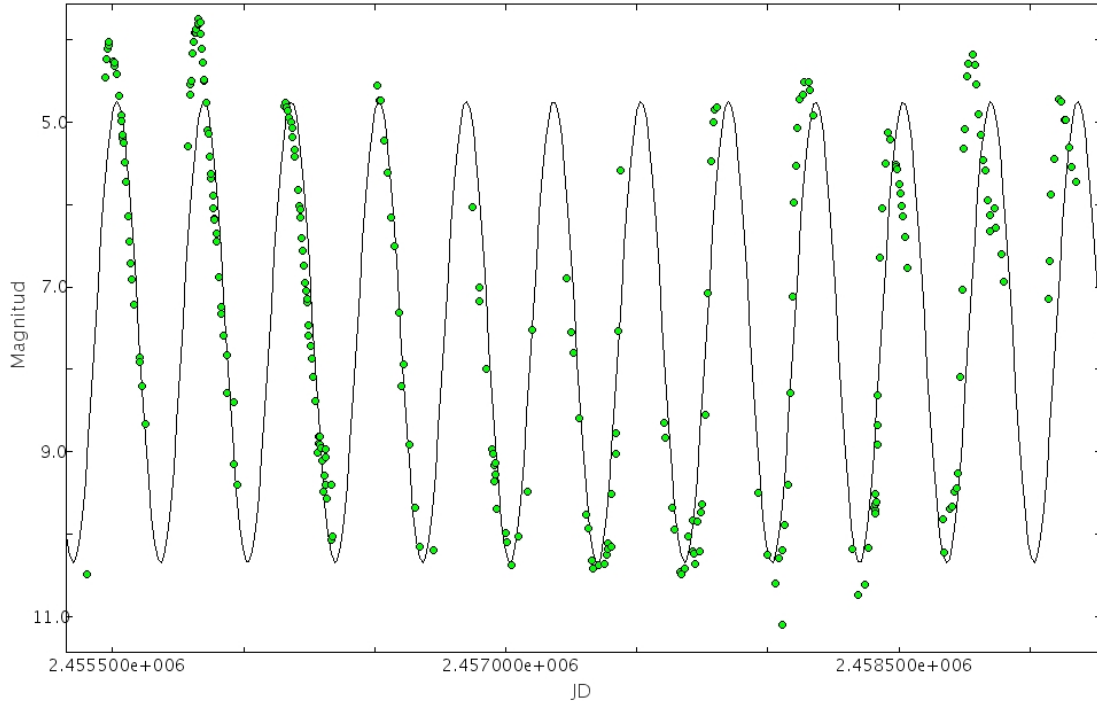
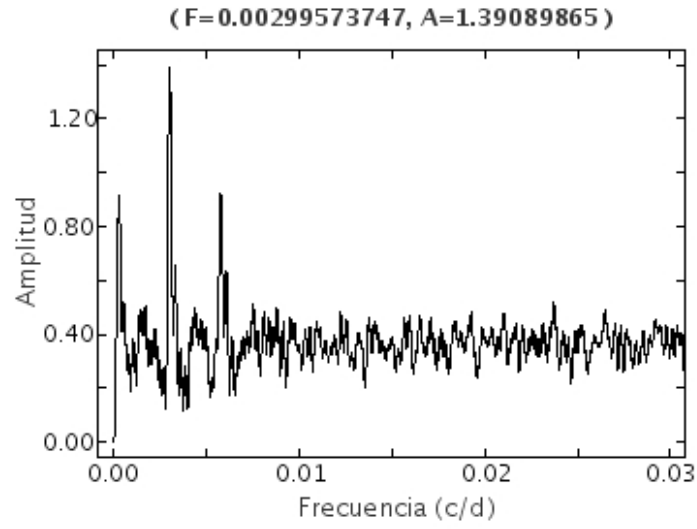
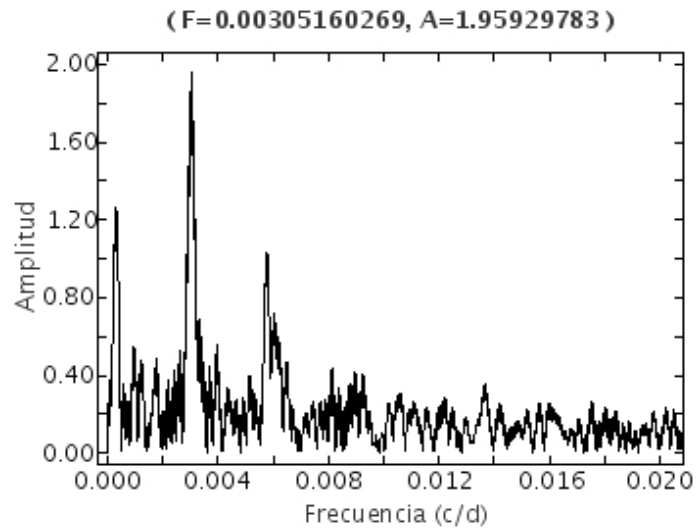


Figura 3.13: Ajuste de la estrella Mira para el filtro B, en el que se usó la frecuencia $f = 0.003 \frac{c}{d}$, omitiendo la frecuencia de alias.

Para las observaciones en la banda I se obtuvo el periodograma de la figura 3.14, en el se observan dos frecuencias de alias a ambos lados, que tienen un periodo de aproximadamente un año. En los datos de la banda R se calculó el espectro de la figura 3.15 y presenta el mismo patrón de aliasing. El espectro para la banda V se muestra en la figura 3.16, en él se exhiben frecuencias de aliasing separadas por $1 \frac{c}{d}$. En estos tres análisis la frecuencia principal encontrada tiene una magnitud de $f = 0.003 \frac{c}{d}$, por lo que el periodo de la estrella según estos datos es 333.3 días.

Figura 3.14: *Espectro de Mira en I*Figura 3.15: *Espectro de Mira en R*

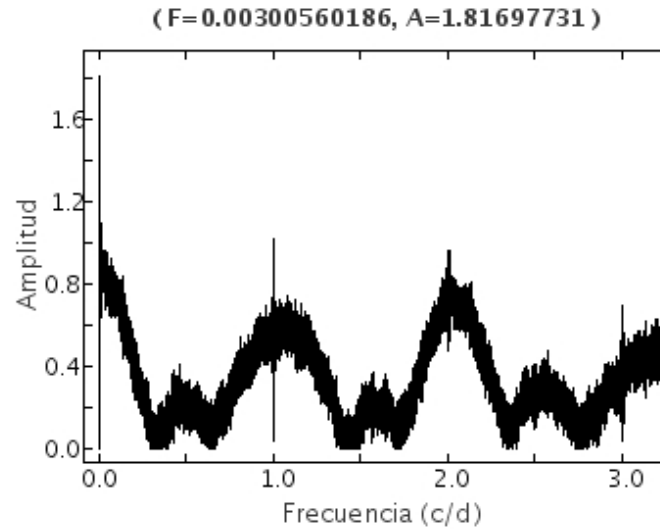
Figura 3.16: *Espectro de Mira en V*

Diagrama de fase

Únicamente se presenta el diagrama de fase para las observaciones visuales, debido a que el conjunto de datos muestra una mejor forma promedio de la curva de luz, este diagrama se muestra en la figura 3.17; de esta gráfica y de la figura 3.10 se observa que los aumentos de brillo suceden con mayor rapidez, mientras que cuando la luminosidad disminuye lo hace más lentamente; la curva que atraviesa la serie de datos en la figura 3.17, es la forma promedio de la curva de luz calculada por el programa.

Las cruces que aparecen en la curva promedio son el valor medio de magnitud dentro de un rango de fase; el programa permite escoger el número de divisiones en la fase y calcula dichos puntos con los cuales se traza la curva de luz promedio.

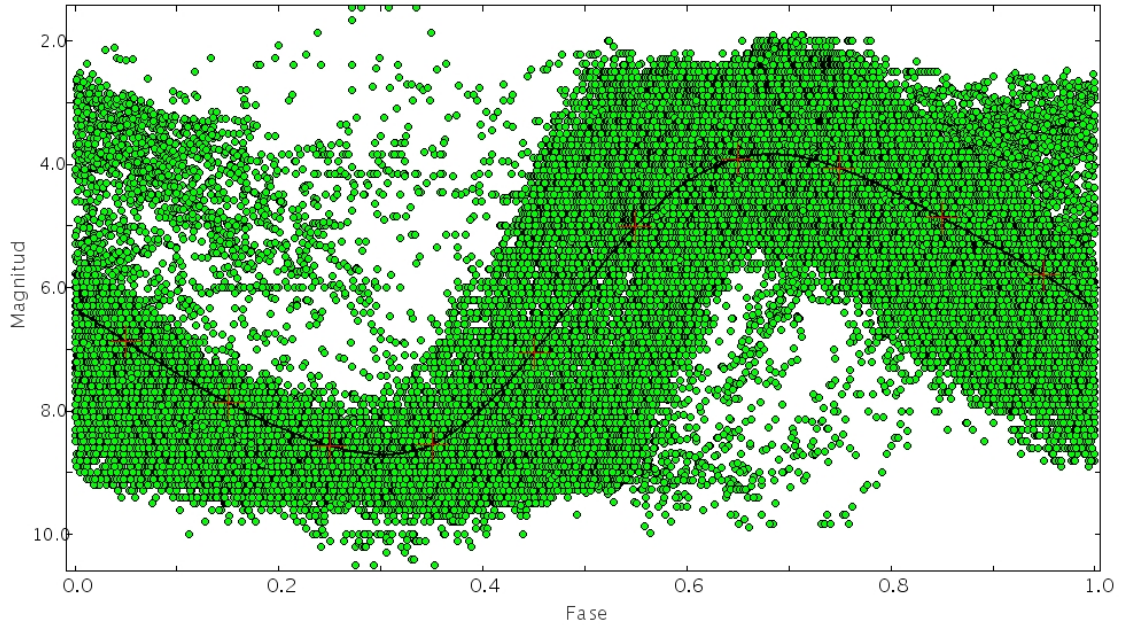


Figura 3.17: Diagrama de fase de la estrella Mira para observaciones visuales, usando la frecuencia encontrada en el módulo “**Fourier**” de Period04 ($f = 0.003 \frac{c}{d}$).

Análisis de resultados

Esta estrella fue seleccionada porque presenta una gran cantidad de datos en múltiples bandas, además es bastante conocida en el campo de estrellas variables. Se podría decir que es una estrella de calibración para el análisis, puesto que fue necesario realizar varias tareas en Period04 para hacer el análisis más completo posible, al mismo tiempo que se observó los efectos de aliasing.

Los periodos de la estrella Mira fueron: $T_{Vis} = 332.867$ días y aproximadamente $T_B = T_V = T_I = T_R \approx 333.3$ días, lo cual es bastante cercano al periodo de la tabla 3.1; de las figuras 3.2 y 3.6 se verifica que la variación de brillo es de aproximadamente 8 magnitudes para el espectro visible como está registrado en la tabla 3.1; se comprobó que las variaciones en la zona infrarroja tienen menor amplitud, puesto que, las ondas luminosas de longitud de onda grande atraviesan con mayor facilidad las capas externas de la estrella.

Estas son las características de una estrella pulsante, obviamente de tipo Ceti, por lo cual esta es una estrella variable gigante roja como se había mencionado en la sección 1.3.3 y de tipo M en el “Variable Star Type Designations in VSX” [32].

3.1.2. Alf Ori - Betelgeuse

Esta estrella fue una de las más brillantes del cielo, pero a principios del año 2020 disminuyó su brillo de forma considerable, después de esto ha recuperado su brillo, esta variación de luminosidad la podemos observar en la figura 3.18, en la que se observa su brillo más bajo alrededor del día juliano 2.458.885, es decir el 5 de febrero de 2020.

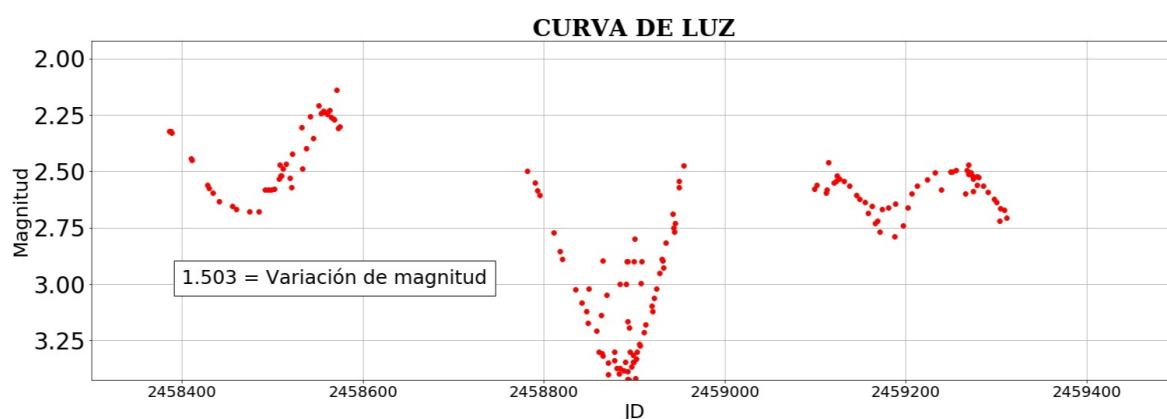


Figura 3.18: *Curva de luz de Betelgeuse en el filtro azul.*

La eventual caída de brillo de Alf-Ori a inicios del año 2020, se evidencia también en la curva de luz para la banda V mostrada en la figura 3.19, al final de esta se ve una disminución de casi una magnitud por debajo de los mínimos regulares.

Al realizar el análisis de Fourier para los datos de cada banda no se obtuvieron espectros de potencia donde predomine una frecuencia principal que se ajuste a las observaciones, puede deberse a la distribución misma de los datos, no obstante, en la gráfica 3.19 se observa disminuciones de brillo cada cierto tiempo pero con cierta irregularidad; para los últimos tres

mínimos de brillo en la curva de luz, se usó la gráfica proporcionada por Period04 y con el puntero se midió a que instante de tiempo correspondía cada uno; se llevó a cabo este procedimiento puesto que en la curva de luz estos últimos mínimos son los que se encuentran mejor definidos; De este modo, se hizo una estimación del periodo entre cada punto y como resultado se obtuvo la gráfica 3.20.

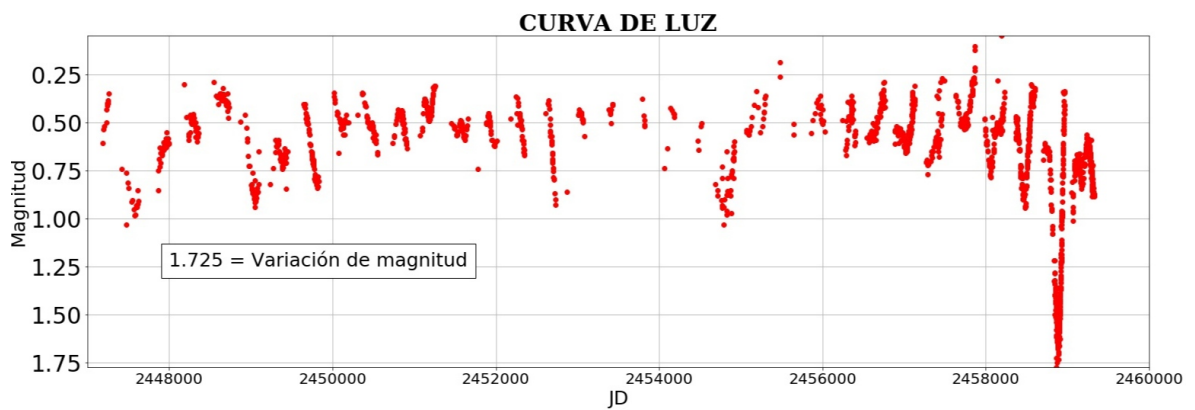


Figura 3.19: Curva de luz de Betelgeuse en la banda V.

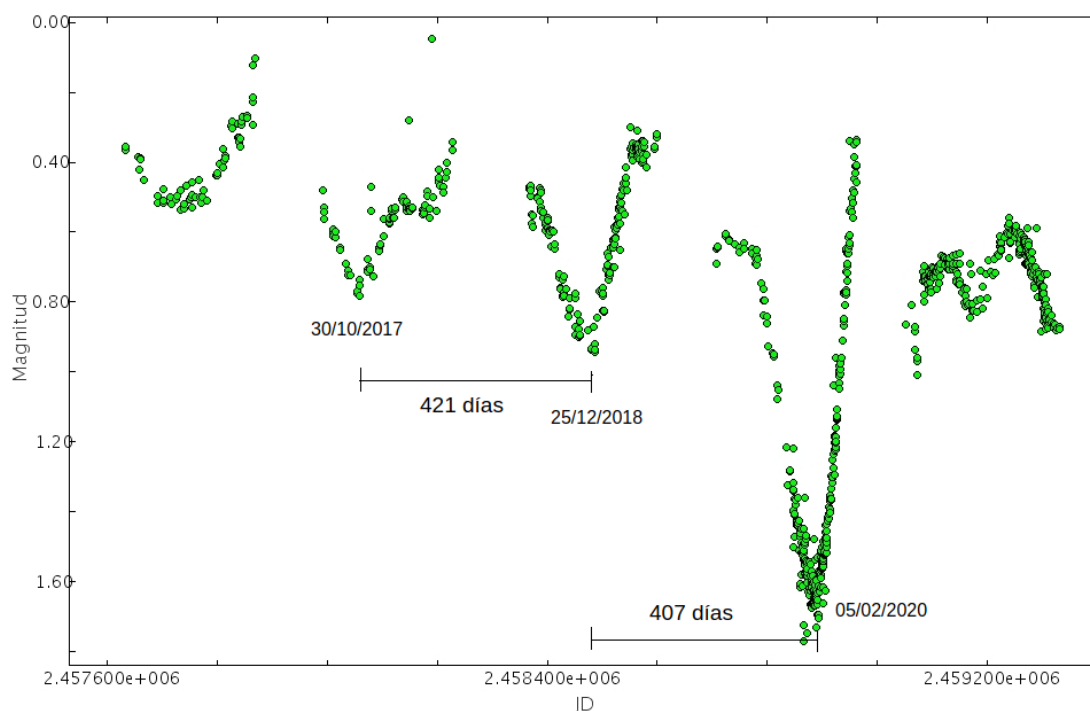


Figura 3.20: Sección de la curva de luz de Alf Ori en la banda V, de los últimos tres mínimos.

La irregularidad en los datos impide que se realice un diagrama de fase en el que sea posible determinar la forma promedio de la curva de luz.

Análisis de resultados

A partir de las curvas de luz de la estrella Alf Ori, en las bandas B y V se evidencia un decremento inusual de magnitud alrededor del 5 de febrero de 2020. Este descenso pudo haber sido ocasionado por una pequeña disminución de la temperatura efectiva, pero en mayor medida por la interposición de polvo circunestelar [28].

Aunque no fue posible establecer una frecuencia en la curva de luz con el análisis de Fourier, manualmente se pudo determinar que el tiempo entre los últimos mínimos en curva de luz de la figura 3.19, es aproximadamente 400 días (figura 3.20), valores cercanos al periodo de la tabla 3.1; en estas gráficas se observa variaciones de magnitud en promedio de 0.5 mag para

el caso de la inusual caída de brillo, es casi una magnitud por debajo de lo esperado. Estas dos características además de que la temperatura de Betelgeuse es de 3600 ± 25 K [28] la clasifican como una estrella pulsante supergigante roja, tipo SRc descrito en la sección 1.3.3. Se observa que la disminución inesperada de brillo a inicios de 2020 coincide con uno de los mínimos usuales de la curva de luz, debido a estar separado por un intervalo de tiempo cercano a los 400 días del anterior mínimo, puede que las pulsaciones y el polvo circunestelar hayan contribuido de manera simultánea a la caída de luminosidad. En el artículo de Andrea K. Dupree et al 2020 [12] llegan a las mismas afirmaciones acerca de la notable disminución de brillo.

3.1.3. CT Ori

Curvas de luz

Para esta estrella variable se usaron datos de las bandas R, TG, V y Vis, que contienen mayor número de datos, a su vez exhibían cierto patrón de variabilidad; el filtro con menor número de datos es el filtro R, sin embargo, se alcanza a apreciar dos mínimos de brillo de diferente amplitud como lo muestra la figura 3.21, además se observa un intervalo de variación de 0.813 magnitudes.

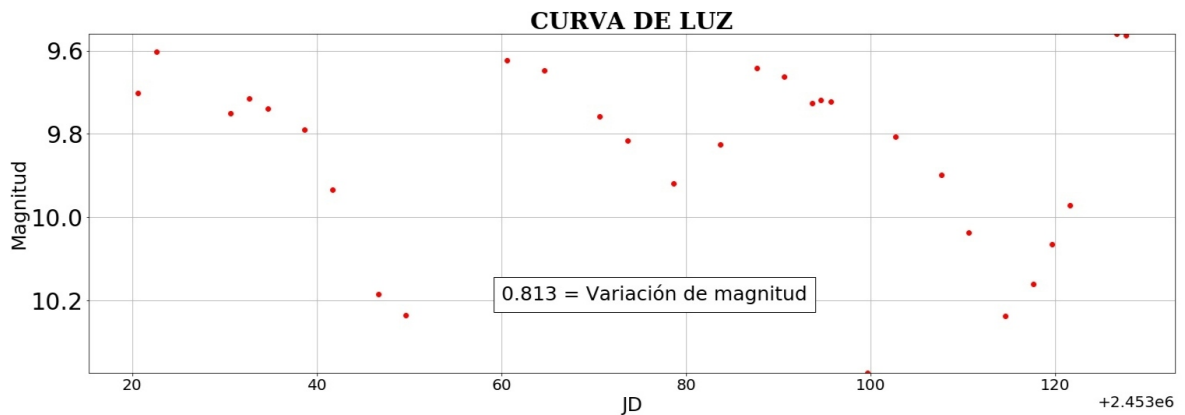


Figura 3.21: Curva de luz de CT Ori en la banda R

La siguiente curva de luz es de la banda TG (ver Apéndice C), en la gráfica 3.22 el rango de variación de brillo es de 0.95 magnitudes, en la curva es complicado notar la forma característica que presenta la gráfica del filtro R.

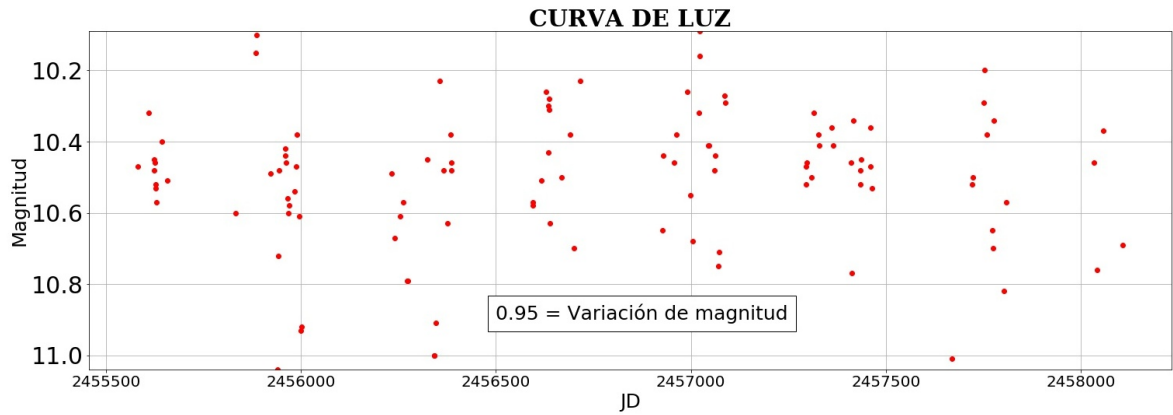


Figura 3.22: Curva de luz de CT Ori en la banda TG

La curva de luz en la banda V, figura 3.23, es similar a la anterior.

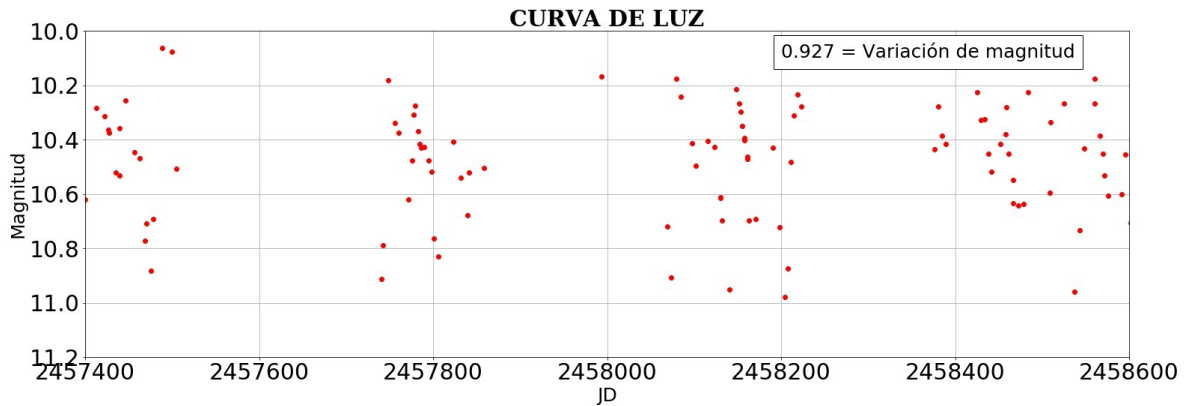
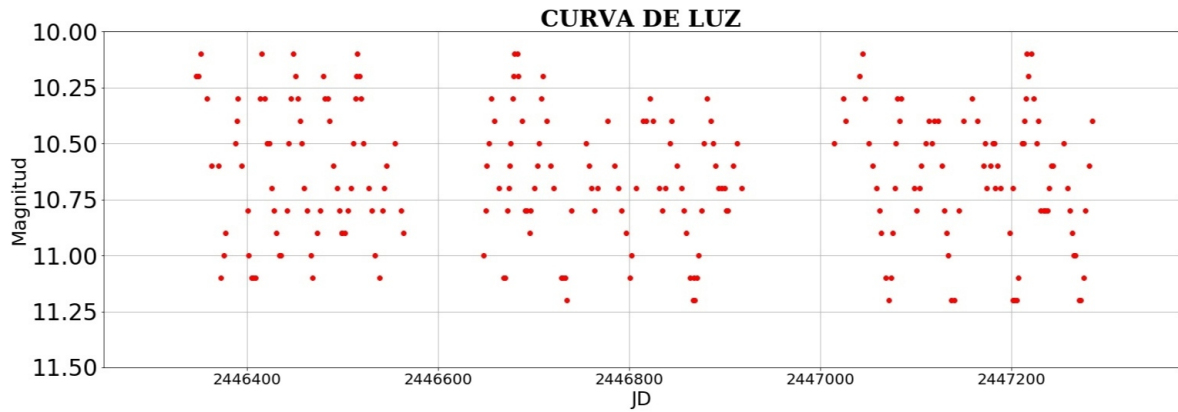
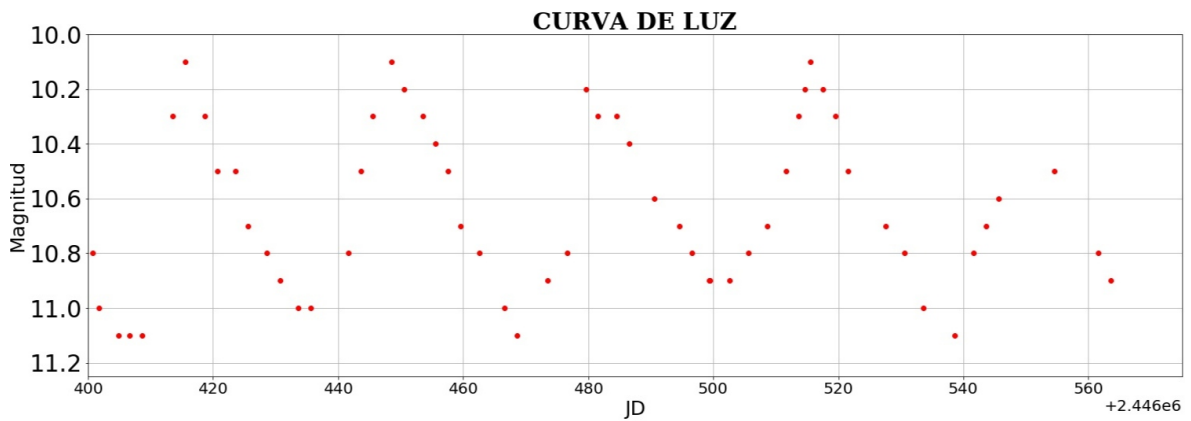


Figura 3.23: Curva de luz de CT Ori en la banda V



(a) Sección de la curva de luz



(b) Zoom sobre el primer grupo de datos, en esta gráfica ya es posible observar la forma característica de la curva de luz.

Figura 3.24: Curva de luz de CT Ori en la banda Vis.

Por último, una sección de la curva de luz para las observaciones visuales (Vis) se muestra en la figura 3.24; la figura 3.24(a), muestra brechas sin datos cada año, dividiendo los datos en tres intervalos, en el grupo de la izquierda se hizo un zoom, con ello se pudo observar mejor la forma de la curva de luz, figura 3.24(b). Como en el filtro R, se observa mínimos de diferente amplitud, uno de mayor amplitud seguido de uno con menor amplitud y así

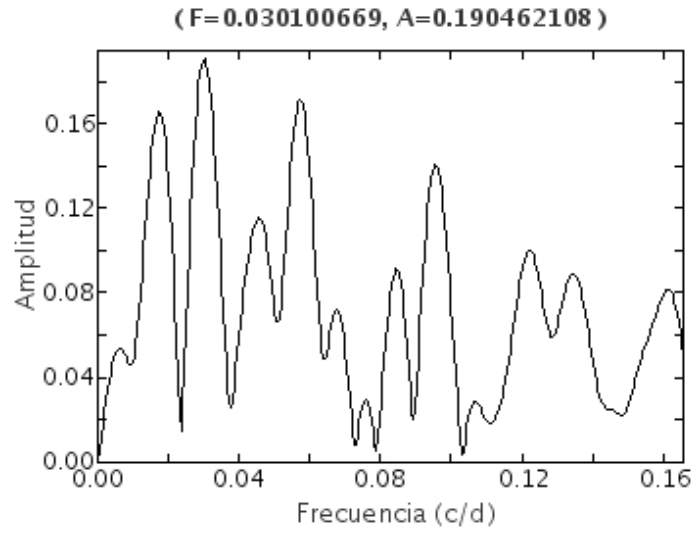
sucesivamente. Al existir dos modos de variabilidad no será posible realizar un diagrama de fase, puesto que este diagrama está definido únicamente para variaciones que contengan una única frecuencia.

Análisis de Fourier

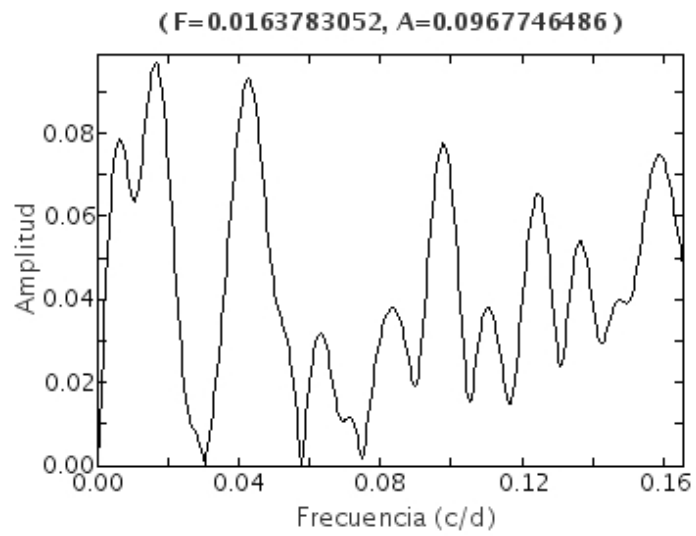
La transformada de Fourier en la banda R contaba con un número muy limitado de datos, aun así, se realizó el proceso para las tres primeras frecuencias y se usaron combinaciones de estas para observar que par de frecuencias se ajustaban mejor a los datos; como resultado, se descartó la frecuencia del segundo cálculo ($0.0575 \frac{c}{d}$), dejando así la primera y la tercera frecuencia. Los periodogramas obtenidos se exponen en la figura 3.25, las frecuencias son $f_1 = 0.0301 \frac{c}{d}$ y $f_3 = 0.0164 \frac{c}{d}$. El ajuste de estas dos frecuencias realizado en el módulo “Fit” se acerca mucho a la distribución de los datos, de este modo se obtuvo el resultado de la figura 3.29.

Los datos en la banda TG generaron un mejor espectro de potencias en los dos primeros análisis de Fourier se obtuvieron frecuencias similares a las del filtro R, las cuales son $f_1 = 0.030 \frac{c}{d}$ y $f_2 = 0.015 \frac{c}{d}$, los espectros a partir de los cuales se determinó las frecuencias se pueden ver en la figura 3.26.

Para las bandas V y Vis, se obtuvieron las frecuencias $f_{1-V} = 0.030 \frac{c}{d}$ y $f_{2-V} = 0.015 \frac{c}{d}$ y $f_{1-Vis} = 0.030 \frac{c}{d}$ y $f_{2-Vis} = 0.015 \frac{c}{d}$, los espectros se muestran en las figuras 3.27 y 3.28 respectivamente.

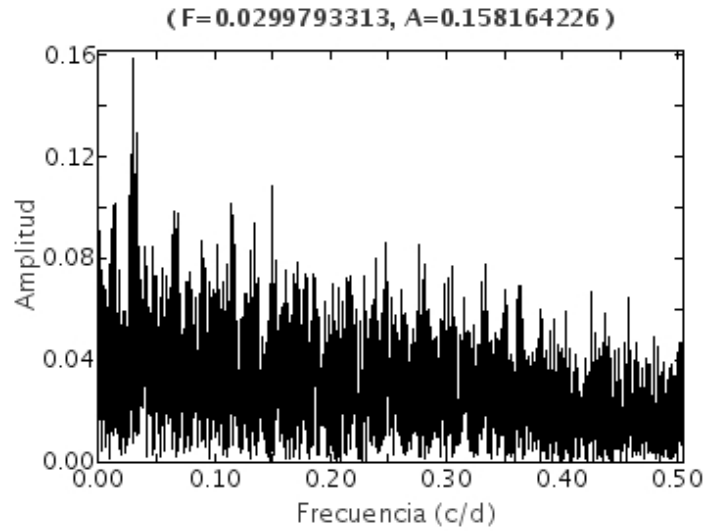


(a) Espectro para la primera frecuencia principal

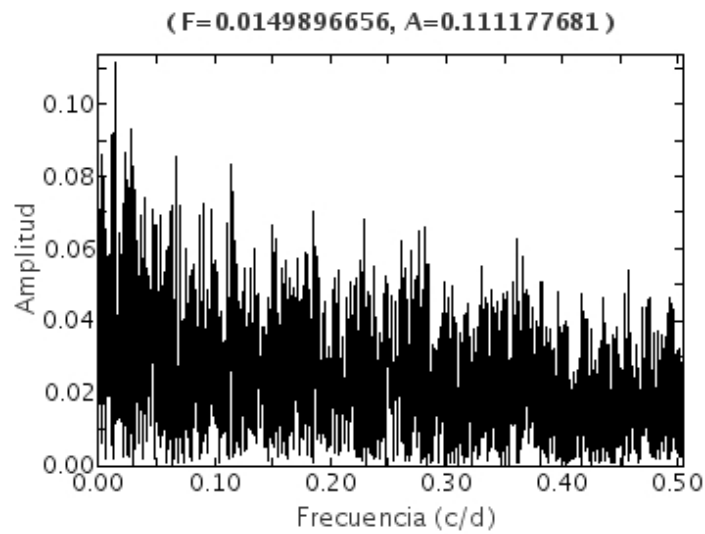


(b) Espectro para la tercera frecuencia.

Figura 3.25: Espectros de potencia de CT Ori para las observaciones en la banda R.

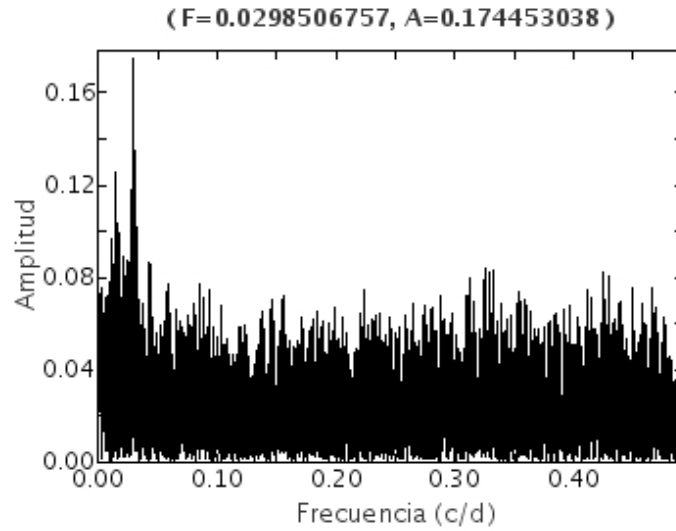


(a) Espectro del primer análisis de Fourier

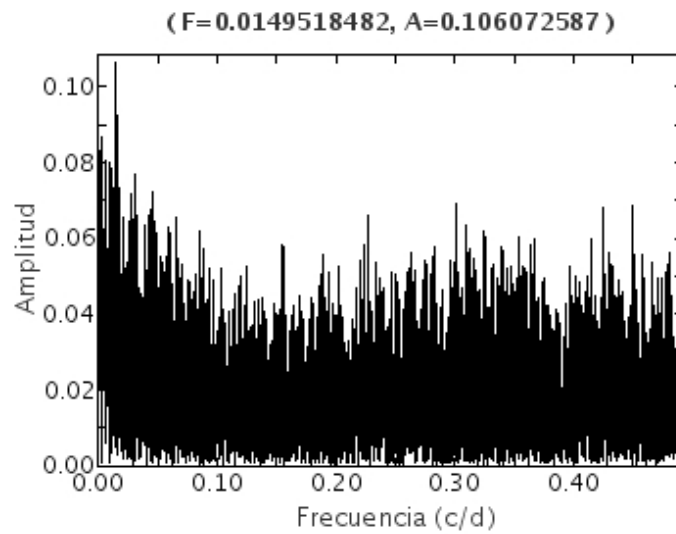


(b) Espectro del segundo análisis de Fourier

Figura 3.26: Espectros de potencia de CT Ori para las observaciones en la banda TG.

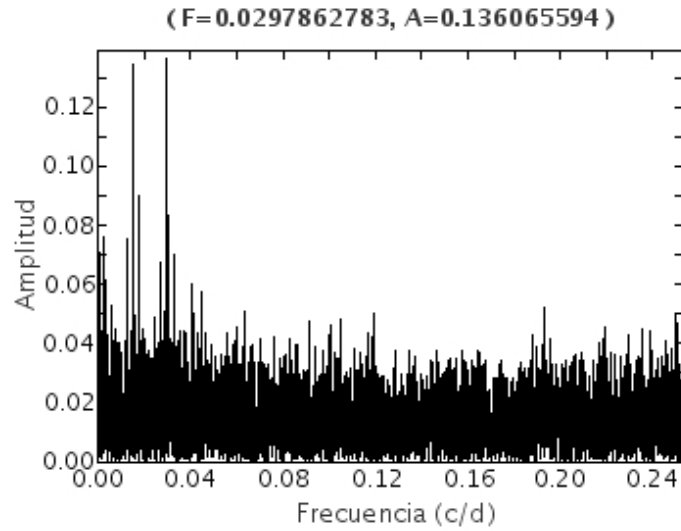


(a) Espectro del primer análisis de Fourier

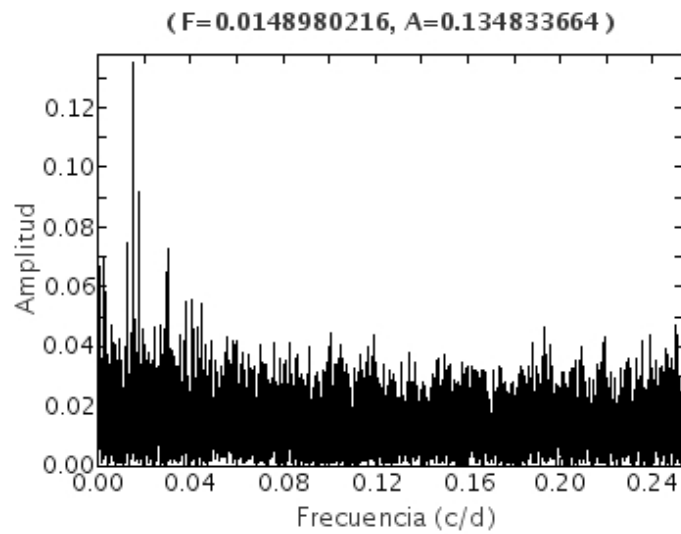


(b) Espectro del segundo análisis de Fourier

Figura 3.27: Espectros de potencia de CT Ori para las observaciones en la banda V.



(a) Espectro del primer análisis de Fourier



(b) Espectro del segundo análisis de Fourier

Figura 3.28: Espectros de potencia de CT Ori para las observaciones en la banda Vis.

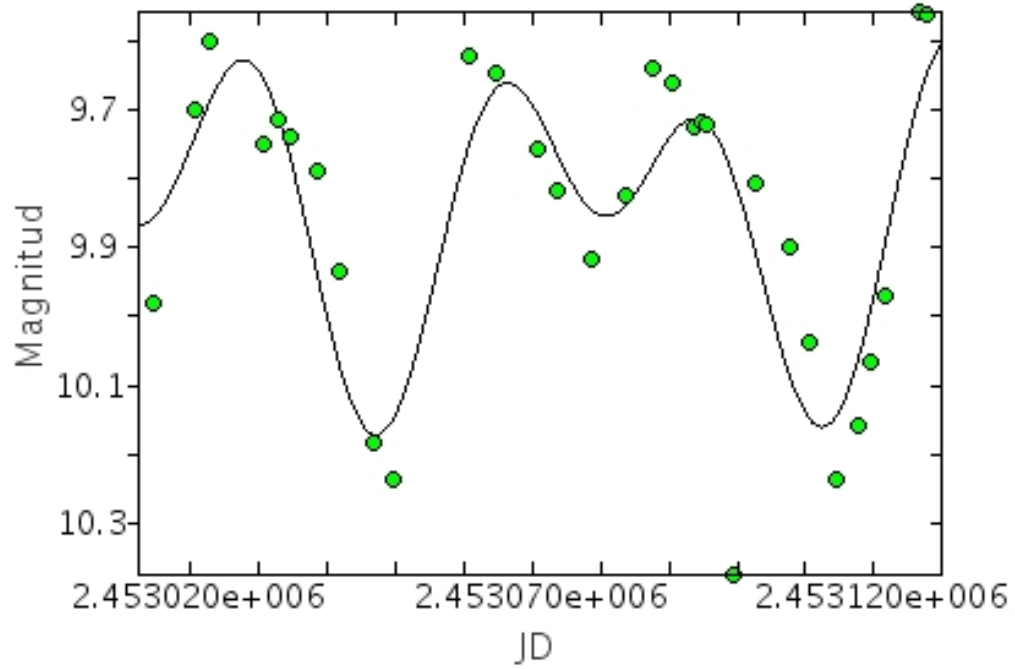


Figura 3.29: Ajuste de f_1 y f_3 a los datos del filtro R de la estrella CT Ori.

Con f_{1-Vis} y f_{2-Vis} , se realizó el ajuste en las observaciones visuales obteniendo la gráfica que se muestra en la figura 3.30; se observa que la curva se ajusta aproximadamente a la posición de los mínimos profundos y superficiales, pero no determina exactamente su amplitud.

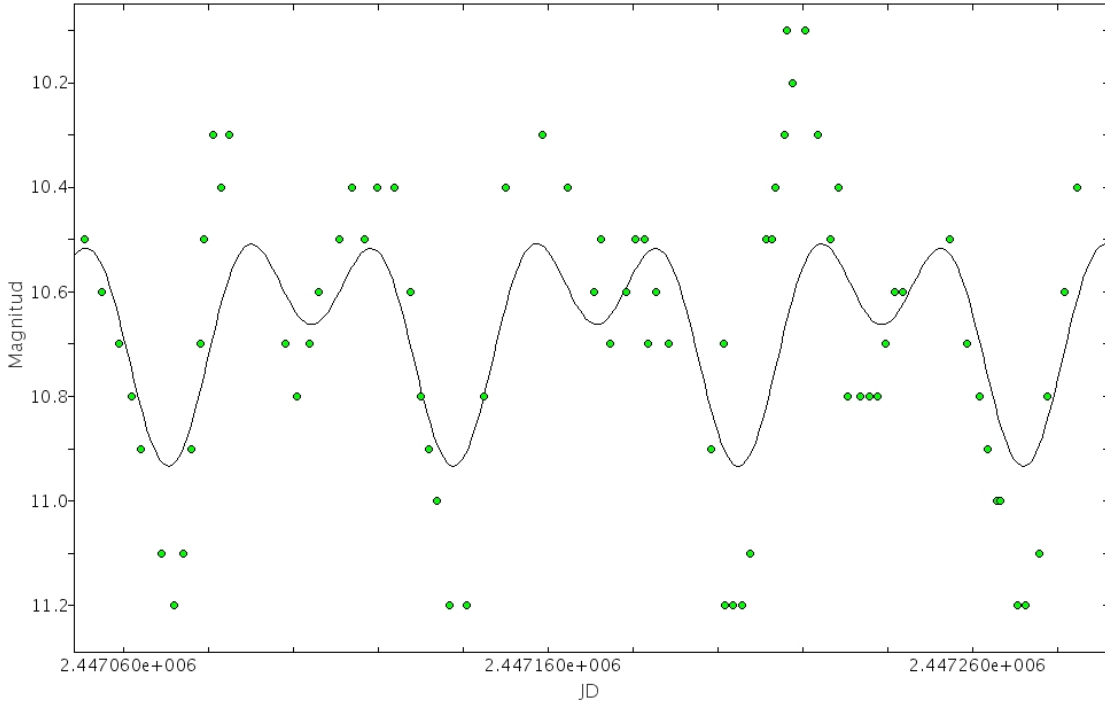


Figura 3.30: Ajuste de f_{1-Vis} y f_{2-Vis} a los datos de la banda Vis de la estrella CT Ori

Análisis de Resultados

Las curvas de luz en Vis y R permitieron observar la forma de dos mínimos de diferente profundidad que se alternan con el paso del tiempo con variaciones de brillo cercanas a una magnitud, el software Period04 encuentra dos frecuencias en los datos, en promedio estas dos frecuencias son $f_1 = 0.030 \frac{c}{d}$ y $f_2 = 0.015 \frac{c}{d}$, que corresponde a los periodos $T_1 = 33.33$ días y $T_2 = 66.22$ días, nótese que la primera frecuencia es el doble de la otra, esto es causado al parecer porque Period04 encuentra la frecuencia entre dos mínimos consecutivos, pero el periodo se define como el tiempo entre dos mínimos profundos o dos mínimos superficiales, es decir, el intervalo donde la forma de la curva de luz se repita; de este modo el periodo hallado a partir de los datos es 66.22 días, este valor es cercano al registrado en la tabla 3.1. La forma de la curva de luz y el periodo encontrado sitúan a CT Ori en el tipo RV tauri

(sección 1.3.3), sin embargo, el rango de variación de magnitud no corresponde exactamente a este tipo de estrellas. Por otra parte, en el VSX existen dos subgrupos de este tipo, RVA y RVB, RVA para estrellas en las que la magnitud media permanece constante y RVB para estrellas en que su magnitud media cambia con el tiempo [32]. En las curvas de luz para CT Ori vemos que el promedio de la magnitud se mantiene bastante uniforme; así CT Ori se clasifica como una estrella tipo RVA, a pesar de no presentar las amplitudes establecidas. A partir del tipo de variable, CT Ori debe ser una estrella supergigante amarilla de masa similar a la del sol.

3.1.4. RS Ori

Curva de luz

En esta estrella se usaron únicamente datos de observaciones visuales, debido a que, era la banda con un número de datos considerable, la curva de luz de la figura 3.31 no muestra claramente el comportamiento de la variabilidad, esto puede deberse a la precisión limitada de la toma de datos; según esta gráfica la variación de magnitud es de 1.7 magnitudes.

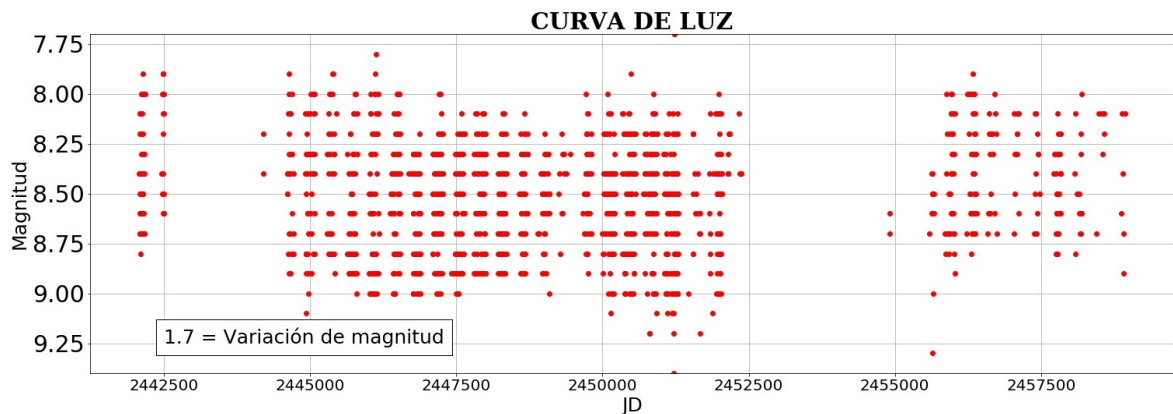


Figura 3.31: Curva de luz para las observaciones visuales de la estrella RS Ori

Análisis de Fourier

Aunque la curva de luz no mostraba mucha información del tipo de variaciones la transformada de Fourier muestra una frecuencia bastante definida, como se puede observar en el espectro de potencias de la figura 3.32; esta frecuencia tiene un valor de $f = 0.132\frac{c}{d}$, por lo tanto el periodo es $T = 7.576$ días.

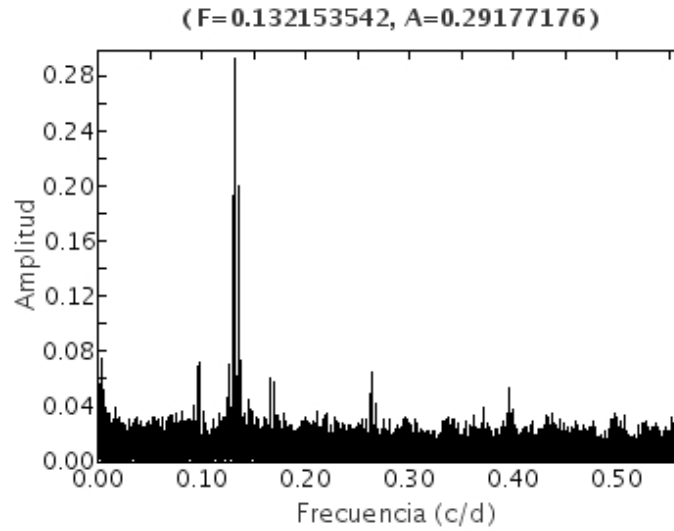


Figura 3.32: *Espectro de potencia para las observaciones visuales de la estrella RS Ori, el valor de la frecuencia principal y su amplitud, se muestran en la parte superior de la gráfica*

Diagrama de fase

Con la frecuencia obtenida a través del análisis de Fourier, se realizó el diagrama de fase, figura 3.33, este diagrama muestra de mejor manera la forma de la curva de luz para RS Ori.

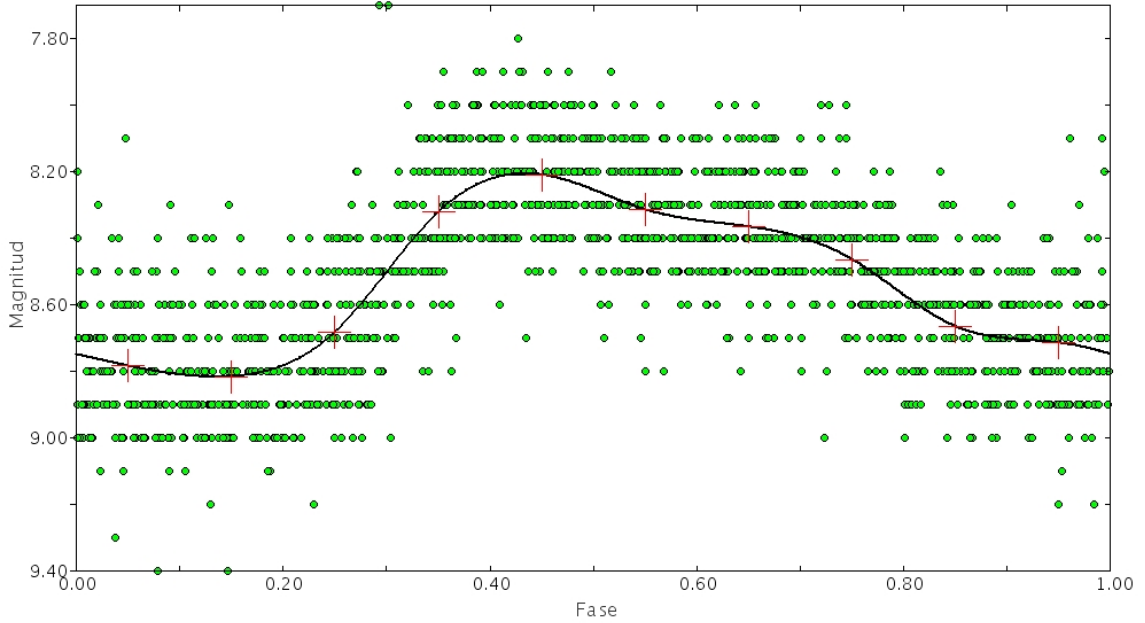


Figura 3.33: Diagrama de fase para las observaciones visuales de la estrella RS Ori, creado a partir de la frecuencia $f = 0.132c/d$ encontrada anteriormente. Se muestran los puntos promedio con los cuales se traza la forma promedio de la curva de luz.

Análisis de resultados

Para esta estrella los resultados fueron un rango de brillo de 1.7 magnitudes en Vis y el periodo de 7.576 días; la forma promedio de la curva de luz que se observa en la figura 3.33, hace notar que es semejante al tipo de estrellas pulsantes, de este tipo de estrellas RS Ori estaría dentro del grupo CEP (cefeidas). Además, es muy parecida a la estrella Del Cep (estrella en la que se basa el tipo DCEP) en cuanto a su variabilidad, por lo cual, RS Ori se encuentra clasificada como tipo DCEP; entonces, se puede inferir que RS Ori es una Estrella joven que ha abandonado la secuencia principal y ha evolucionado hacia la franja de inestabilidad [32].

3.1.5. SZ Tau

Curva de Luz

Los datos de esta estrella estaban limitados a las observaciones visuales, en la curva de luz de la gráfica 3.34, se observa variaciones de luminosidad de hasta una magnitud; la naturaleza de este tipo de observaciones hace que no sea posible distinguir la forma de la curva de luz.

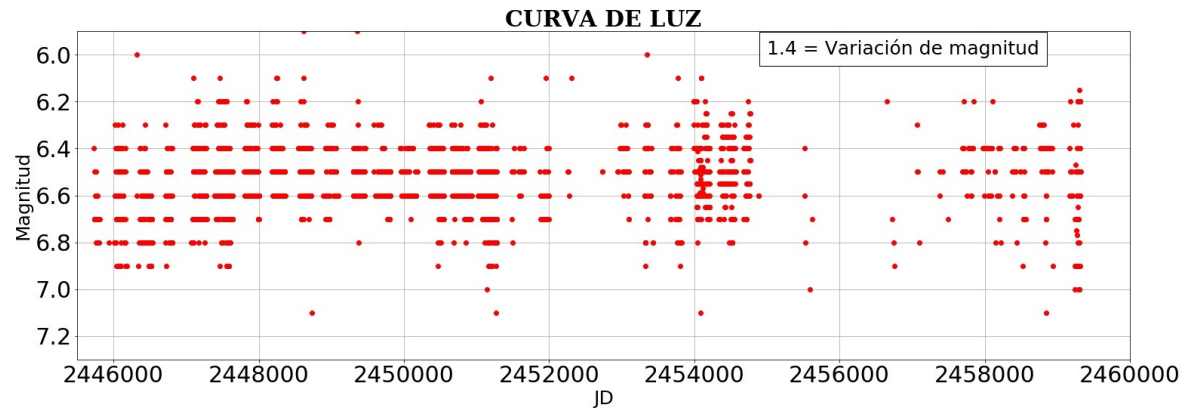


Figura 3.34: Curva de luz para las observaciones visuales de la estrella SZ Tau

Análisis de Fourier

Al realizar la transformada de Fourier se encontró una frecuencia muy definida de un valor $f = 0.3176 \frac{c}{d}$, esto se puede comprobar en la figura 3.35, por lo tanto, el periodo de la estrella con base en los datos es $T = 3.1486$ días.

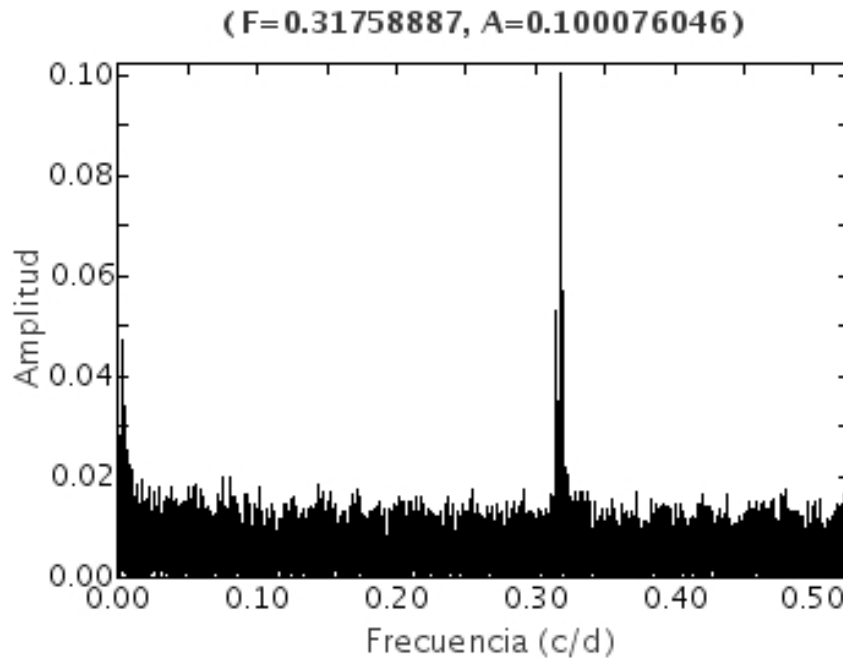


Figura 3.35: *Periodograma para las observaciones visuales de la estrella SZ Tau*

Diagrama de fase

En la figura 3.36 se puede notar cierta forma de la curva de luz, aunque las observaciones no sean muy precisas, se ve que en promedio en la fase 0.5 se presenta el mínimo de brillo y en los extremos los valores máximos.

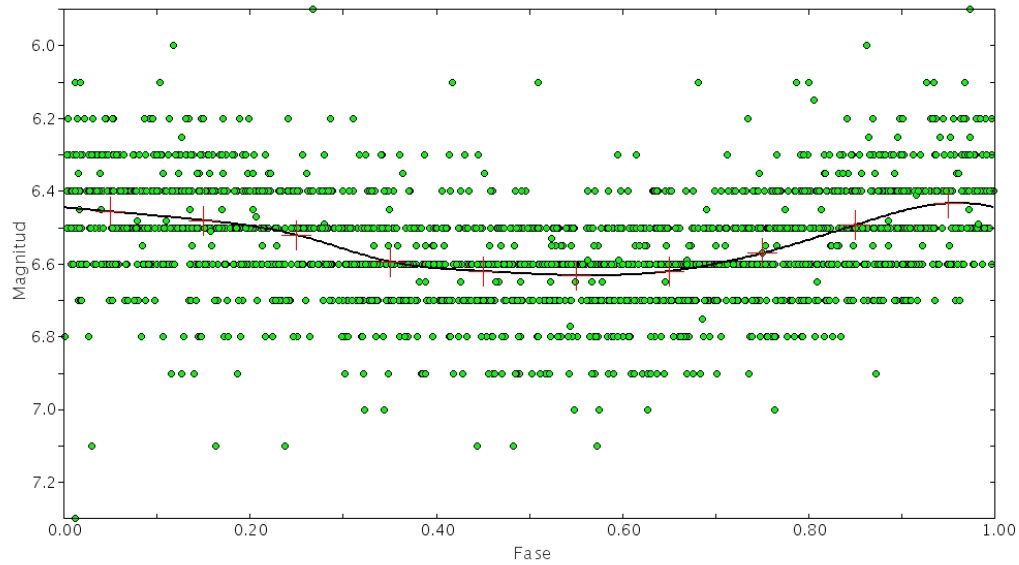


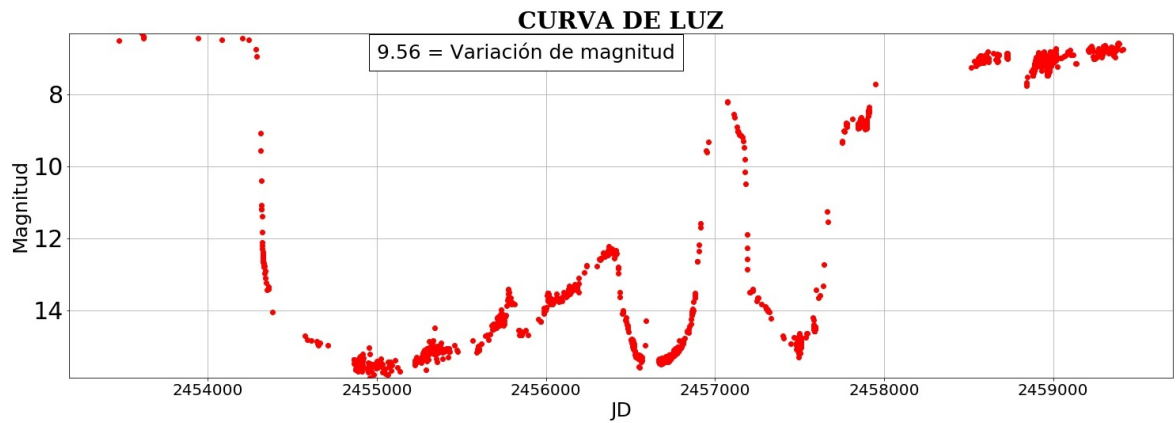
Figura 3.36: Diagrama de fase para las observaciones visuales de la estrella SZ Tau, a partir de la frecuencia de 0.3176c/d . Se puede observar la curva de luz promedio, creada a partir del promedio de datos con la misma fase (cruces)

Análisis de resultados

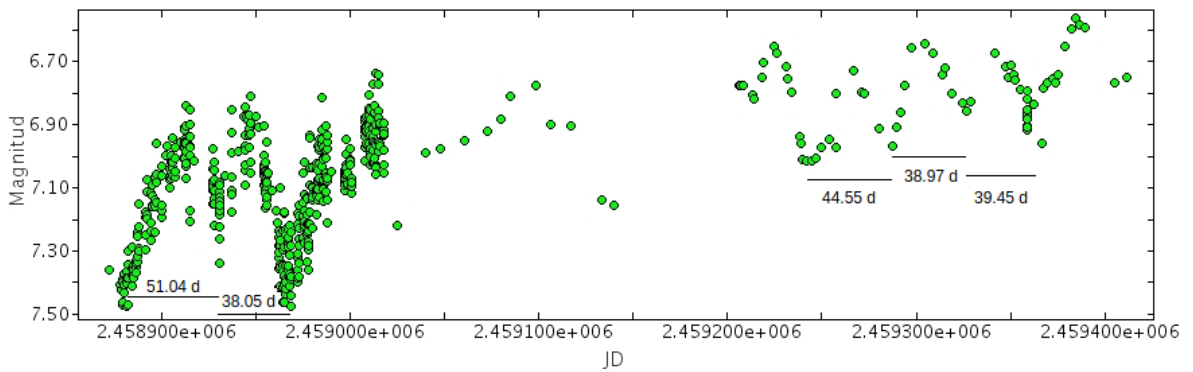
La forma de la curva de luz, además del periodo y la amplitud de las variaciones de brillo, sitúan a esta estrella dentro del grupo de estrellas tipo cefeida (CEP), sin embargo, para clasificarla es necesario conocer más información. Aun así, el periodo encontrado es bastante cercano al de la tabla 3.1 y sus características concuerdan con el tipo de variable DCEPS, el cual es un subgrupo de del tipo CEP.

3.1.6. R CrB

Curvas de luz



(a) Curva completa



(b) Zona de la curva de luz donde se observa pulsaciones.

Figura 3.37: Curva de luz de R CrB en el filtro B.

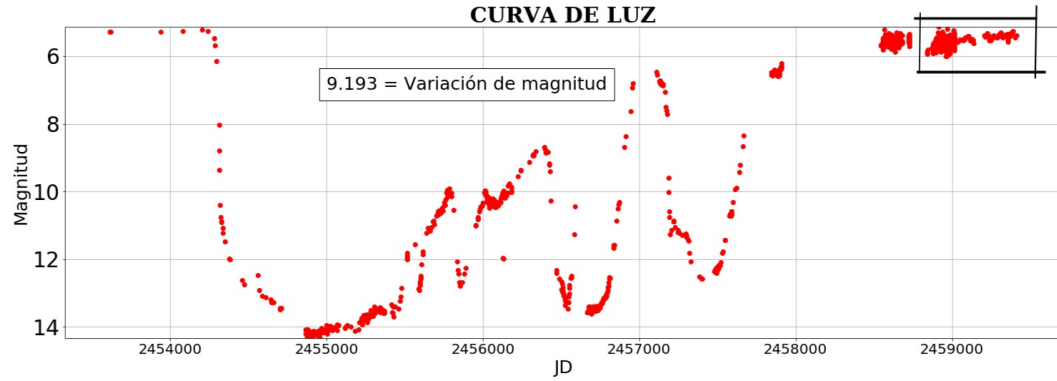


Figura 3.38: *Curva de luz de R CrB en la banda I, el recuadro muestra la zona donde se observan pulsaciones.*

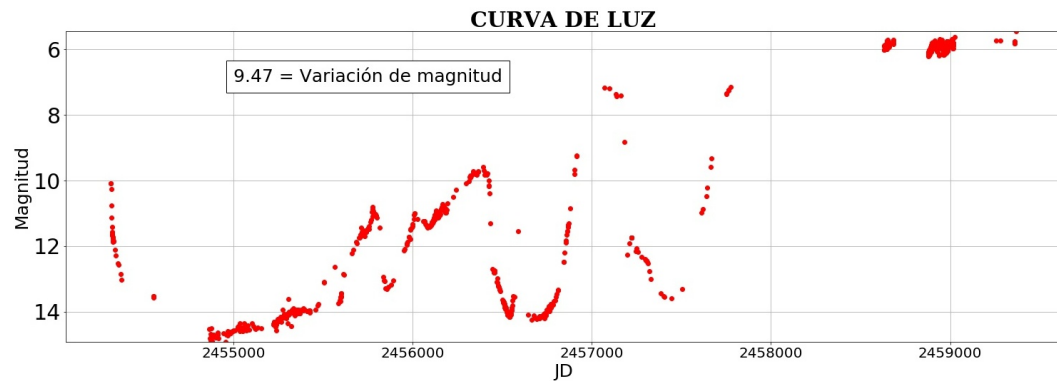
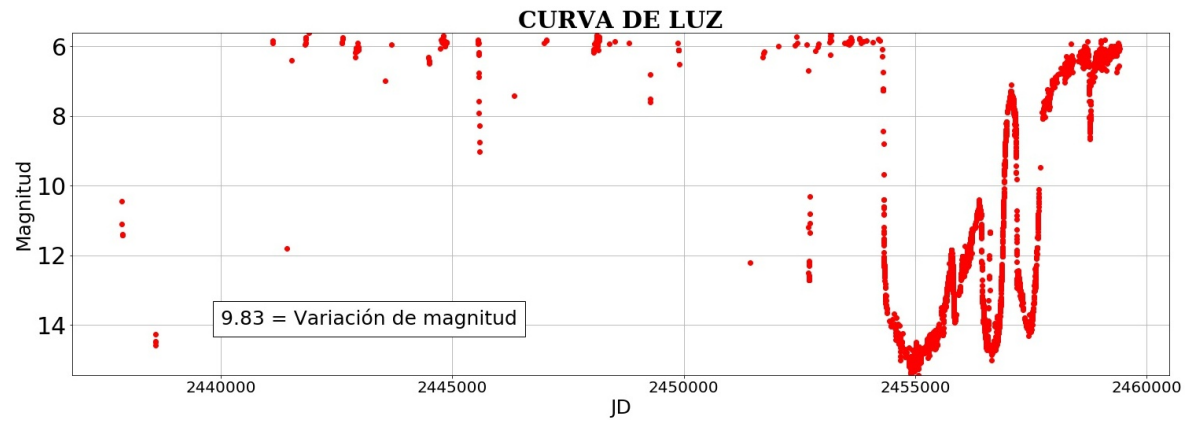
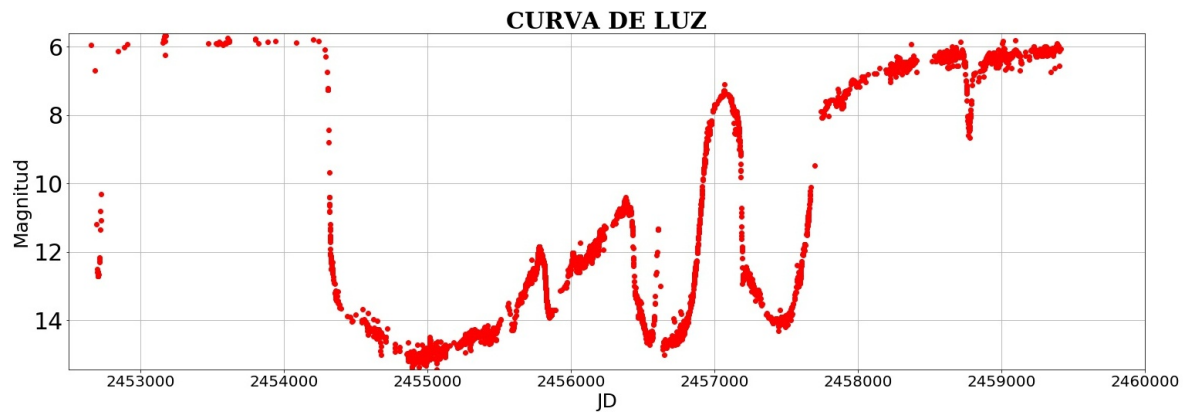


Figura 3.39: *Curva de luz de R CrB en la banda R.*

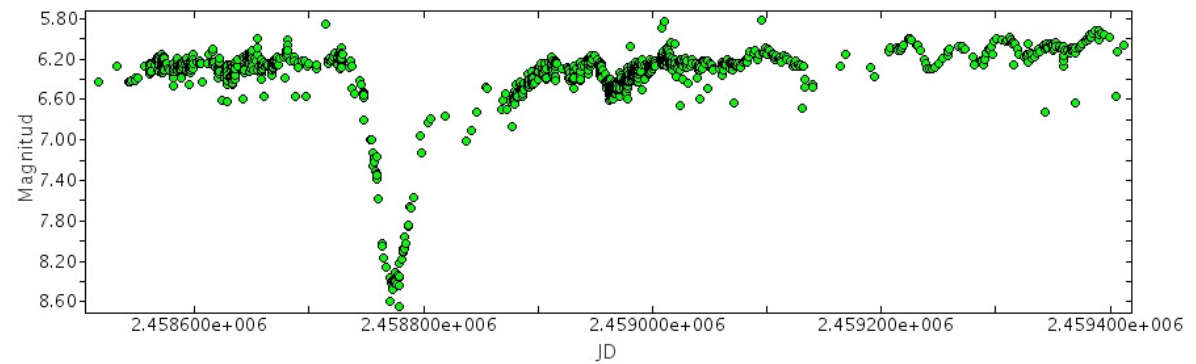
La curva de luz para las observaciones de la banda B, figura 3.37(a), muestran un descenso muy rápido de brillo (aproximadamente 9.5 magnitudes) y luego de ciertas inestabilidades la estrella recupera su brillo promedio; en la parte final de la curva de luz la estrella presenta un tipo de pulsaciones con un rango menor a una magnitud y con un periodo promedio de 42.41 días, figura 3.37(b). Las curvas de luz en las bandas R e I presentan el mismo comportamiento de los datos en el filtro B.



(a) Curva completa



(b) Sección de la curva de luz.



(c) Sección de los datos a partir del día juliano 2.458.500.

Figura 3.40: Curva de luz de R CrB en el filtro V.

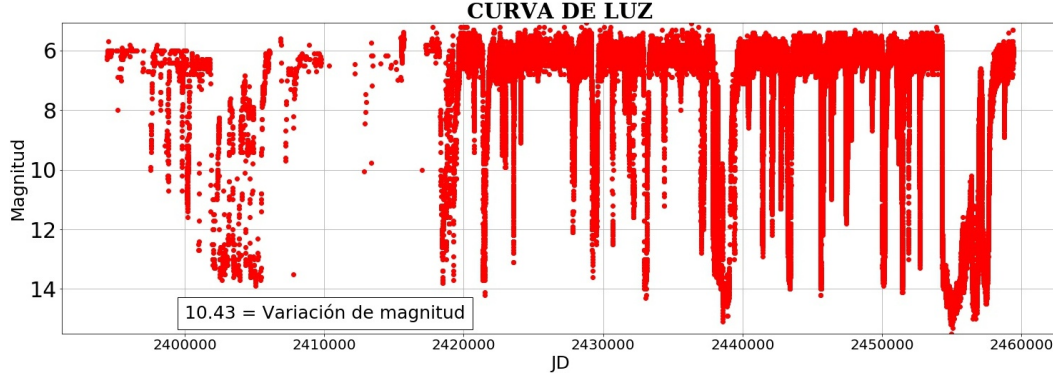


Figura 3.41: *Curva de luz de R CrB para observaciones visuales.*

En la figura 3.40 podemos notar que la estrella ya había presentado dicho comportamiento y más claramente se lo puede observar en la figura 3.41, a su vez, de esta gráfica podemos notar que los declives de varias magnitudes tienen una naturaleza impredecible.

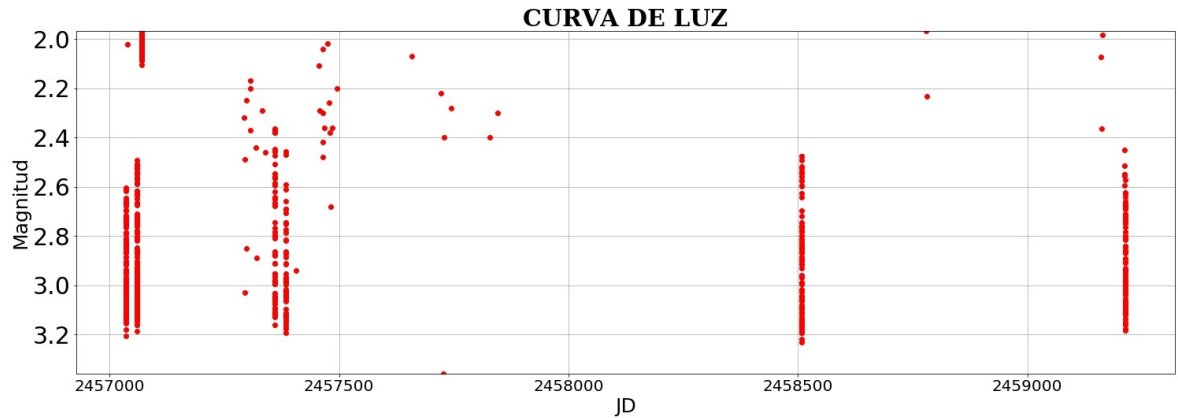
Las caídas aleatorias de luminosidad de hasta 10 magnitudes, además de la presencia de pulsaciones con amplitudes de varias décimas de magnitud con periodos entre 30 y 100 días, caracterizan al grupo de estrellas RCB [32]; de este modo R CrB pertenece a este grupo de estrellas variables y es la estrella referencia para este grupo.

El análisis de Fourier con Period04 fue irrelevante para esta estrella, puesto que, en el espectro de potencias solo era claro el efecto de aliasing y la estrella no presenta variaciones regulares.

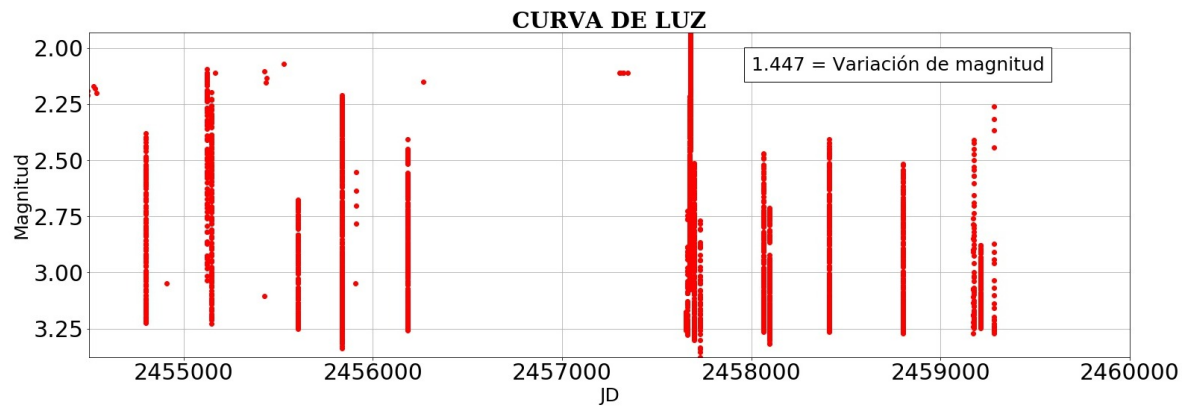
3.1.7. β Persei (Bet Per) - Algol

Curvas de luz

Las curvas de luz en las bandas TG y V contienen datos que en su mayoría coinciden con los intervalos donde desciende el brillo de la estrella, además los descensos de brillo tienen poca duración, por esta razón en las gráficas de la figura 3.42 se ve líneas de datos casi verticales.



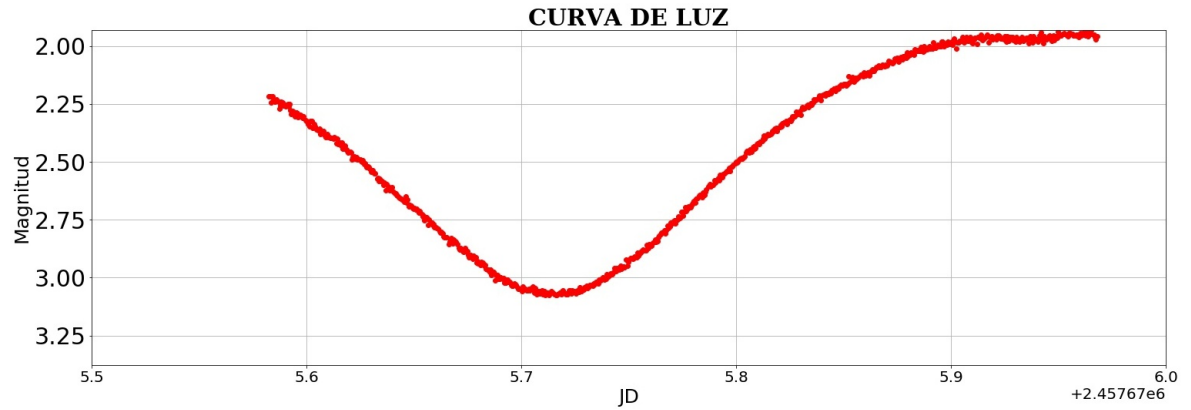
(a) Curva de luz en la banda TG.



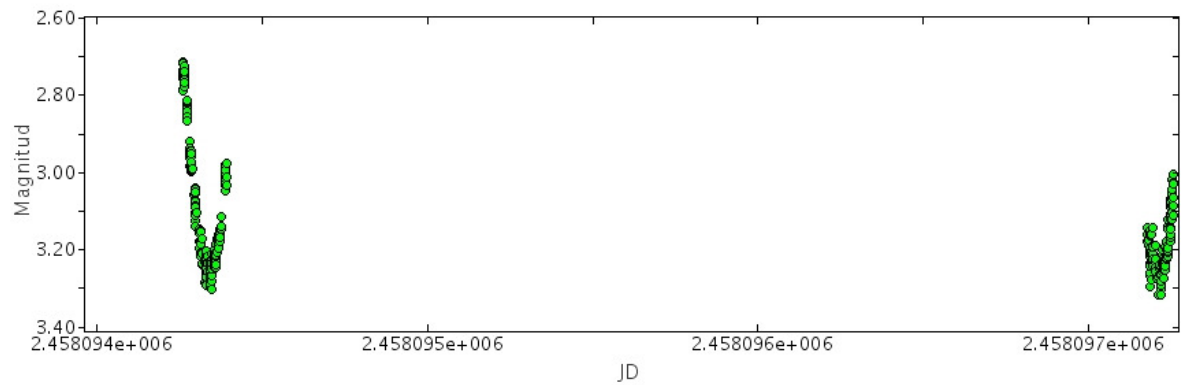
(b) Curva de luz en la banda V.

Figura 3.42: Datos de la estrella Bet Per, en las bandas TG y V.

En la figura 3.43, se observan más de cerca los intervalos donde la luminosidad de la estrella disminuye, asimismo se aprecia que los descensos y ascensos de brillo tienen una duración de una fracción de día.



(a) Disminución de brillo con una duración de solo una fracción de día.



(b) Mínimos consecutivos separados por un intervalo de tiempo de aproximadamente 2.88 días.

Figura 3.43: Secciones de la curva de luz en la banda V.

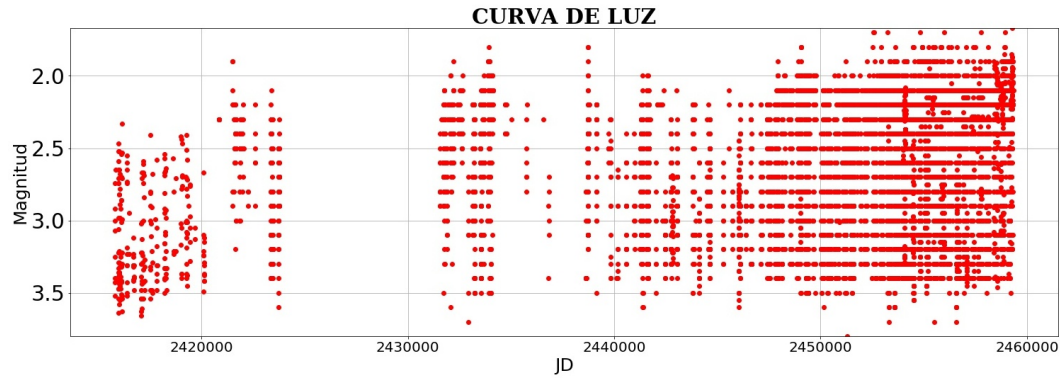
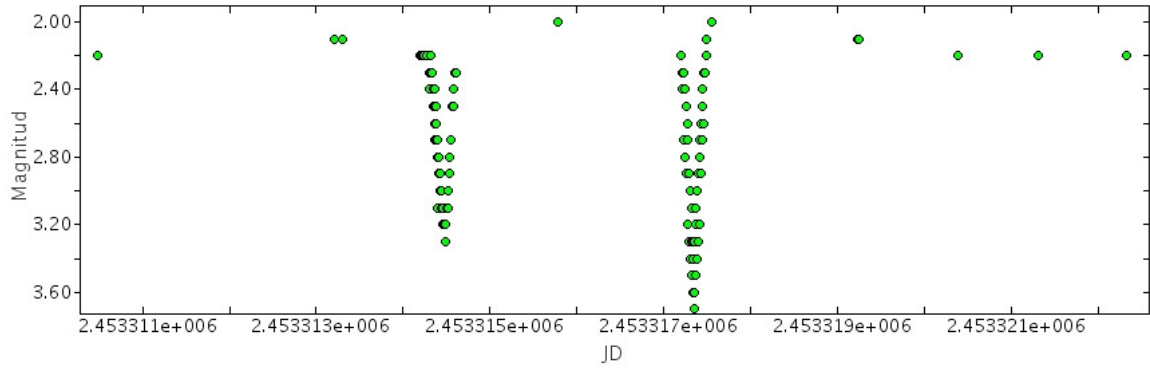


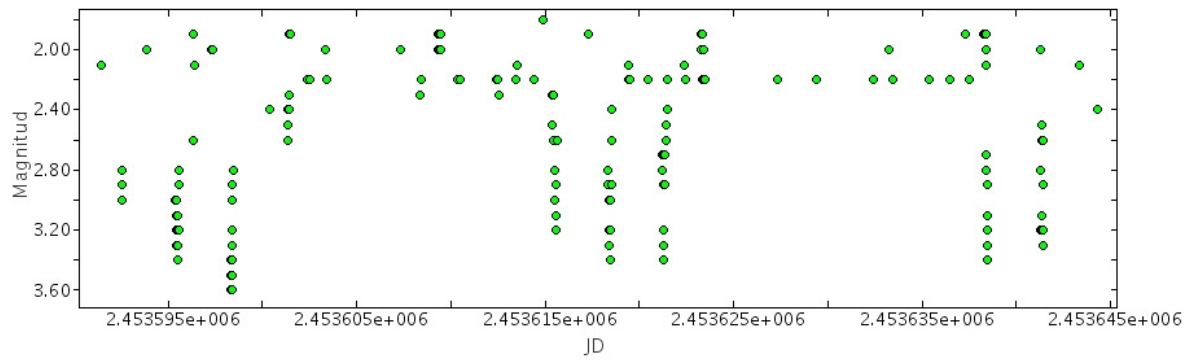
Figura 3.44: *Curva de luz de Bet Per para observaciones visuales.*

El número de datos para las observaciones visuales es bastante mayor, pero se debe tener en cuenta que, para este tipo de curvas de luz la dispersión es mayor; la curva de luz para este tipo de datos se muestra en la figura 3.44.

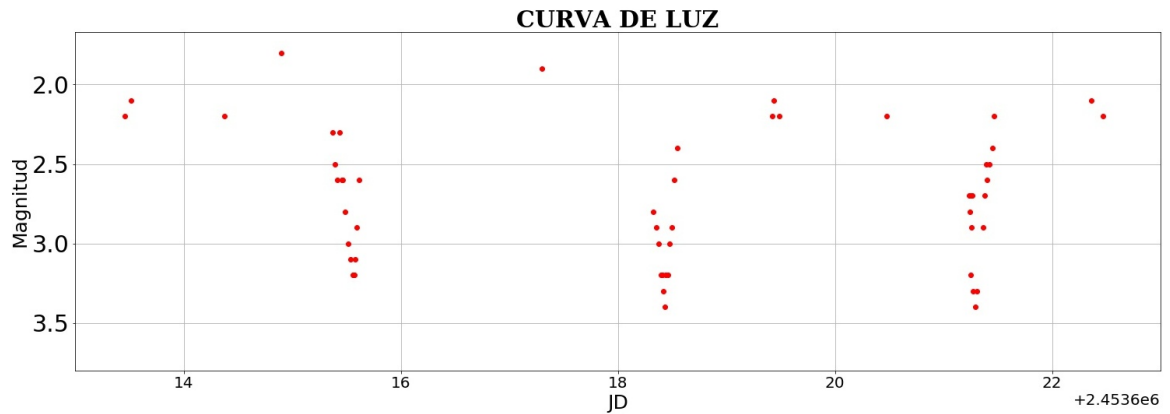
Se realizó un zoom sobre algunas zonas de la curva de luz de la figura 3.44, en los que se observan caídas de brillo con una amplitud entre 1 y 1.5 magnitudes; la gráfica vista más de cerca se observa en la figura 3.45.



(a) Curva de luz en la banda Vis, en el intervalo 2.453.309 a 2.453.321 JD.



(b) Intervalo de la curva de luz en la que se observan varios mínimos de brillo.



(c) Zona central de la figura 3.45(b).

Figura 3.45: Zoom sobre la curva de luz de Bet Per para las observaciones visuales.

Análisis de Fourier

Debido al muestreo de los datos en las bandas TG y V solo fue posible realizar la transformada de Fourier para las observaciones visuales; el espectro de potencias calculado con Period04 se muestra en la figura 3.46; a través del análisis se obtuvo una frecuencia de $f = 0.35 \frac{c}{d}$ que corresponde a un periodo de 2.86 días. De la misma gráfica se observa claramente frecuencias de alias, cuando se midió la separación entre cada pico se encontró que tenía un valor cercano al de la frecuencia principal, este aliasing puede deberse a que la mayoría de datos son registrados en los intervalos donde ocurren los mínimos de brillo.

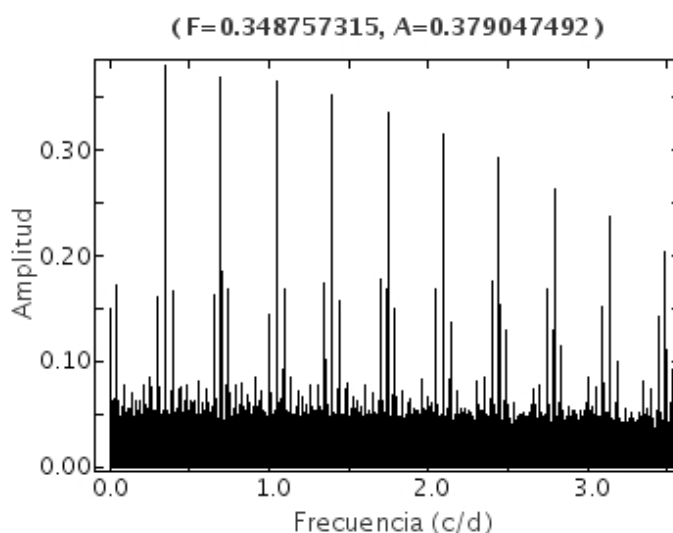
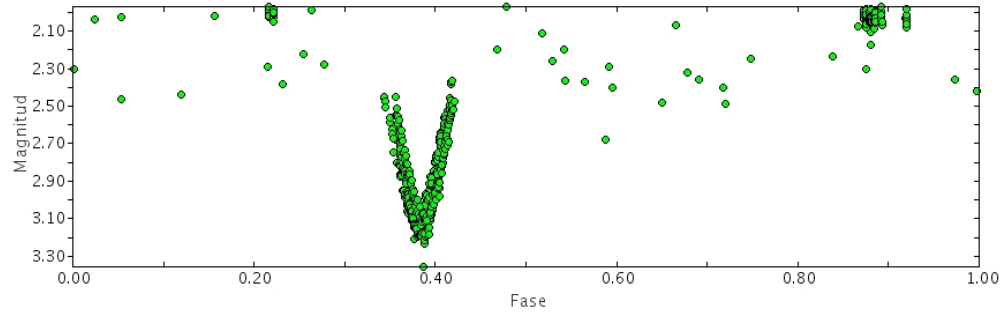


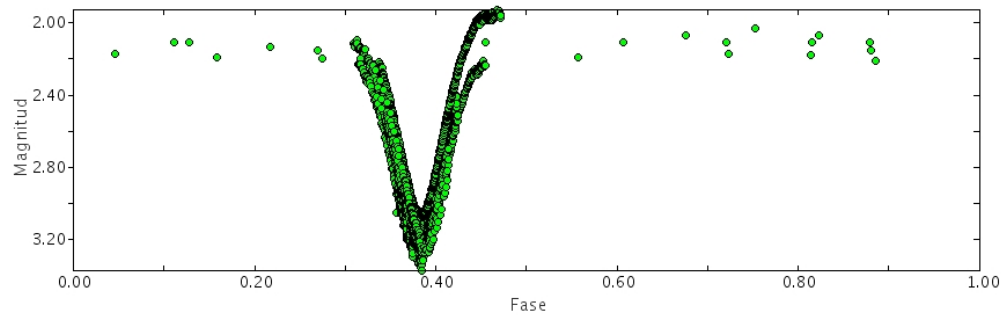
Figura 3.46: Espectro de potencia de Bet Per para observaciones visuales, la frecuencia principal y su amplitud se muestran en la parte superior.

Diagramas de fase

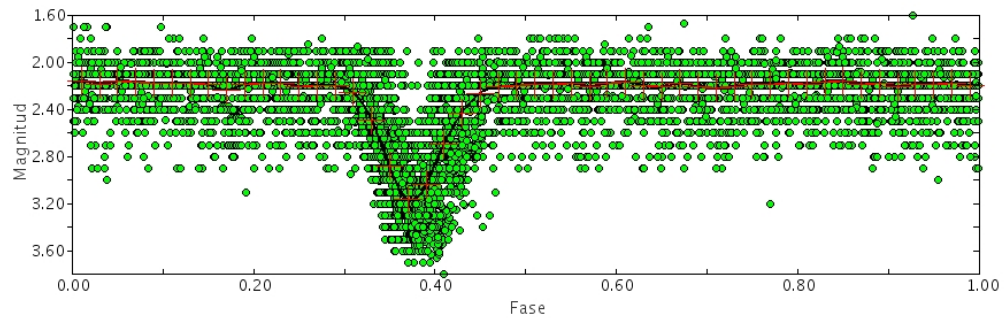
Debido a que se obtuvo un buen espectro de potencias únicamente en las observaciones visuales, se usó dicha frecuencia para realizar los diagramas de fase de las bandas TG y V; de este modo se obtuvieron los diagramas de fase de las figuras 3.47(a), 3.47(b) y 3.47(c); en estas gráficas se observa notoriamente la forma de la curva de luz.



(a) Diagrama de fase en la banda TG.



(b) Diagrama de fase en la banda V.



(c) Diagrama de fase en la banda Vis; se usaron 50 puntos (cruces) para calcular la forma promedio de la curva de luz.

Figura 3.47: Diagramas de fase usando la frecuencia encontrada a partir de las observaciones visuales.

Análisis de resultados

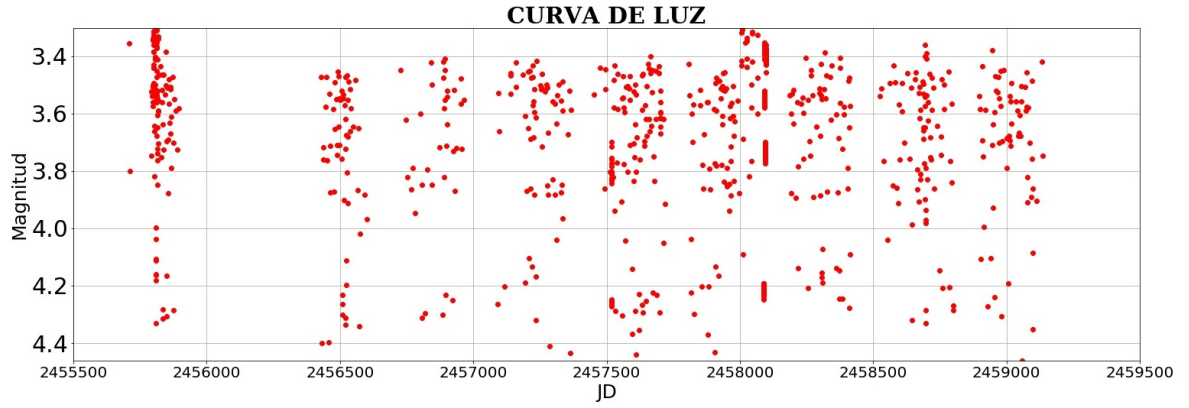
La forma promedio de la curva de luz, en la cual la luminosidad se mantiene constante la mayor parte del tiempo, pero periódicamente presenta disminuciones y luego recupera su brillo, sugiere que es un sistema eclipsante, se encontró que el periodo entre cada eclipse es de 2.86 días, con variaciones de hasta 1.5 magnitudes. Teniendo en cuenta el VSX está estrella pertenece al tipo EA, puesto que no presenta mínimos secundarios.

3.1.8. Bet Lyr

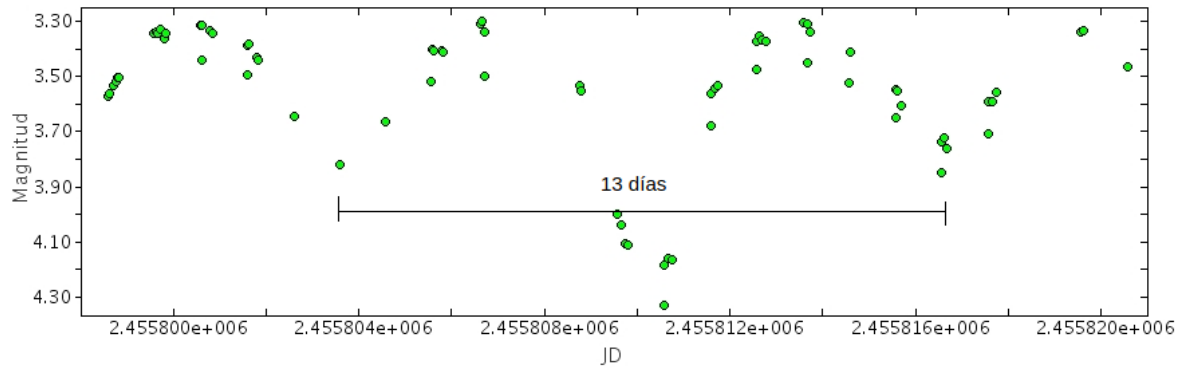
Curvas de luz

Para esta estrella se usaron datos de las bandas B, R, V y Vis, en la banda B figura 3.48(a), se hizo un acercamiento y se observó mínimos consecutivos de diferente amplitud, al medir manualmente con el puntero de Period04 se encontró que el tiempo entre dos mínimos secundarios es aproximadamente 13.006 días, esta medida nos proporciona un valor para la frecuencia de las variaciones de la estrella, de este modo al momento de usar el módulo “Fourier” no se hace un barrido hasta la frecuencia de Nyquist sino hasta un valor mayor al encontrado manualmente con el objetivo de disminuir el tiempo de cálculo.

Los datos de las bandas R y V se muestran las figuras 3.49(a) y 3.49(b) respectivamente. En la curva de luz de las observaciones visuales figura 3.50, también se hizo zoom en algunas zonas para observar mejor la forma de la curva de luz, figuras 3.50(b) y 3.50(c). Se puede notar que las variaciones de magnitud son cercanas a una magnitud para el caso de los mínimos primarios, mientras que para los secundarios es aproximadamente 0.5 magnitudes.

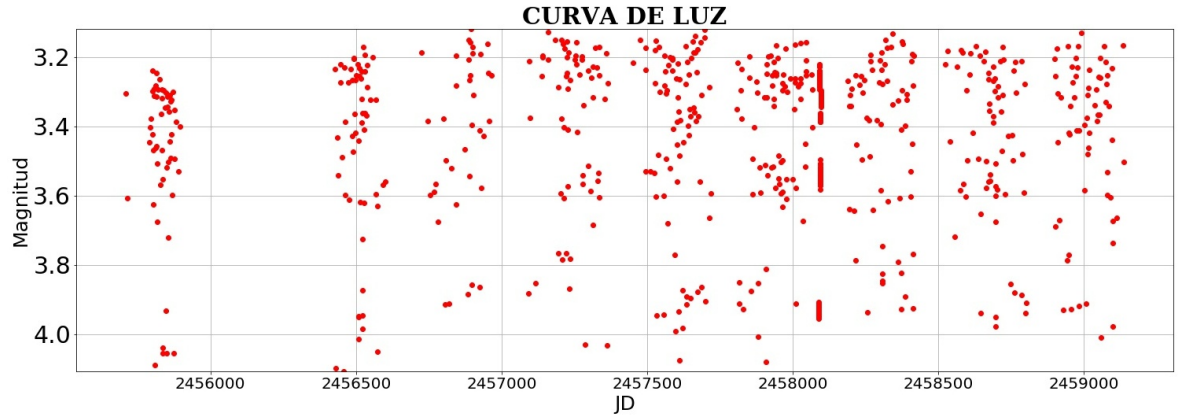


(a) Curva de luz en la banda B.

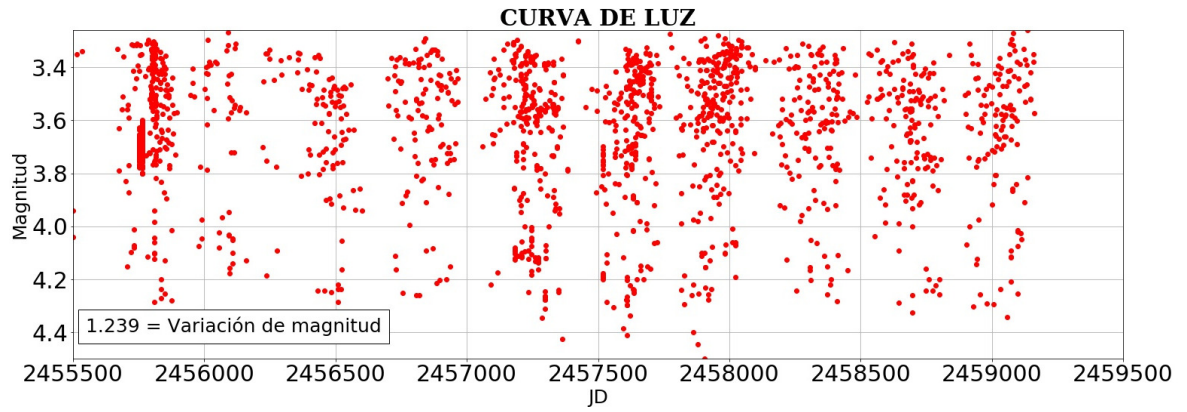


(b) Datos en el intervalo 2455798 - 2455820 JD.

Figura 3.48: Datos de la estrella *Bet Lyr* en B.

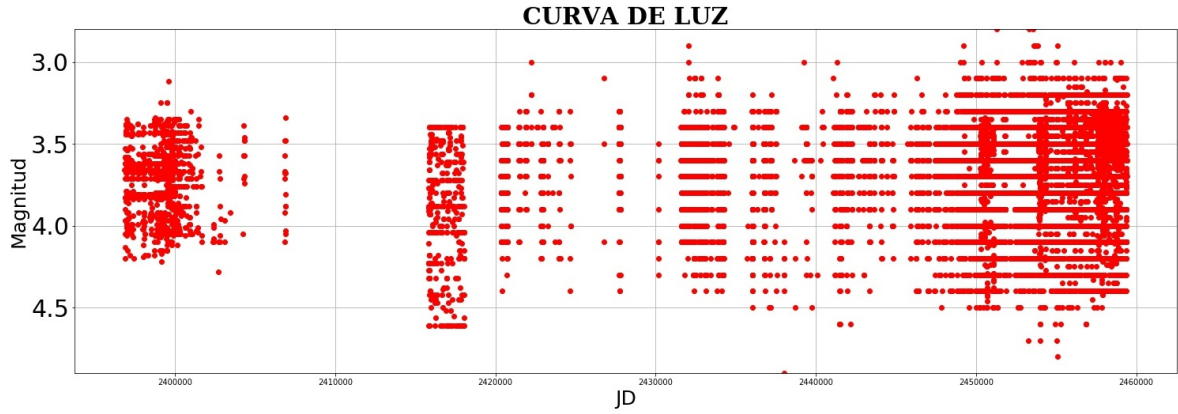


(a) Curva de luz en la banda R.

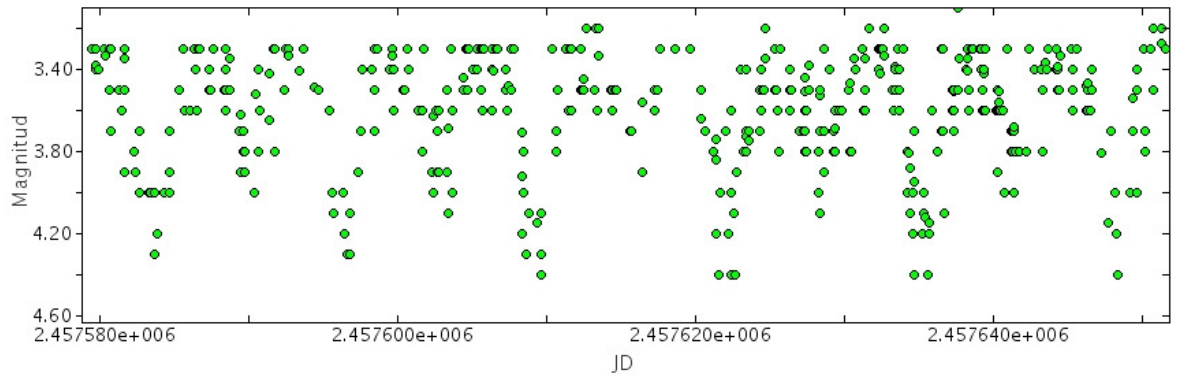


(b) Curva de luz en la banda V.

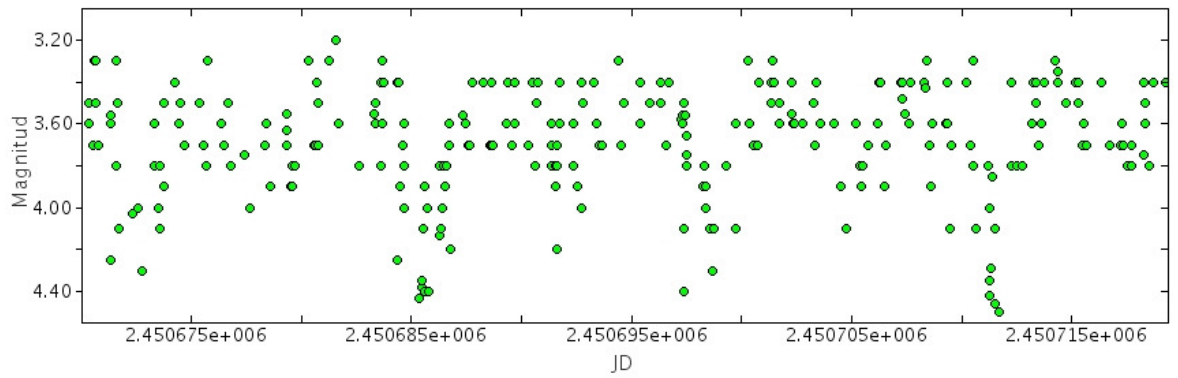
Figura 3.49: Datos de la estrella *Bet Lyr* en R y V.



(a) Curva de luz completa en la banda Vis.

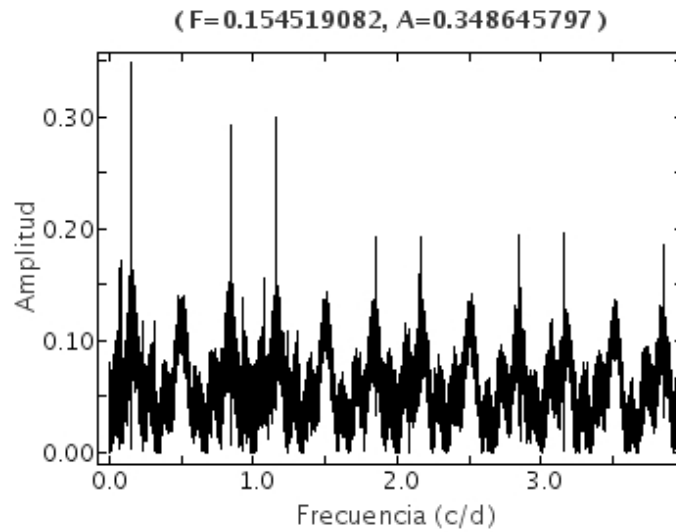


(b) Sección de la curva de luz

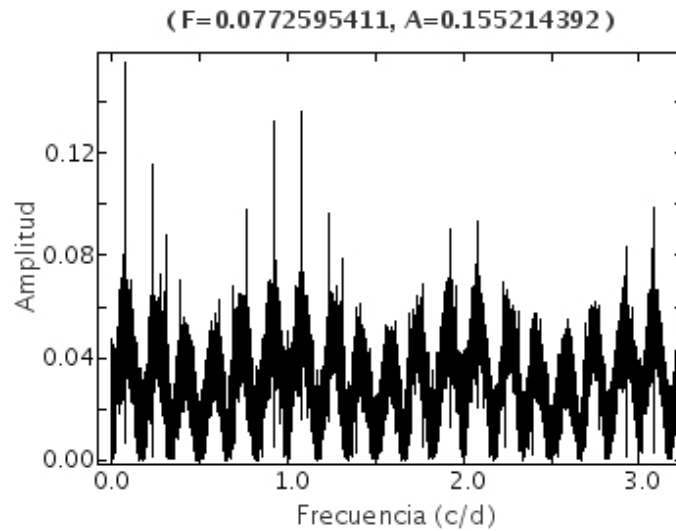


(c) Sección de la curva de luz

Figura 3.50: Datos de la estrella Bet Lyr en Vis.

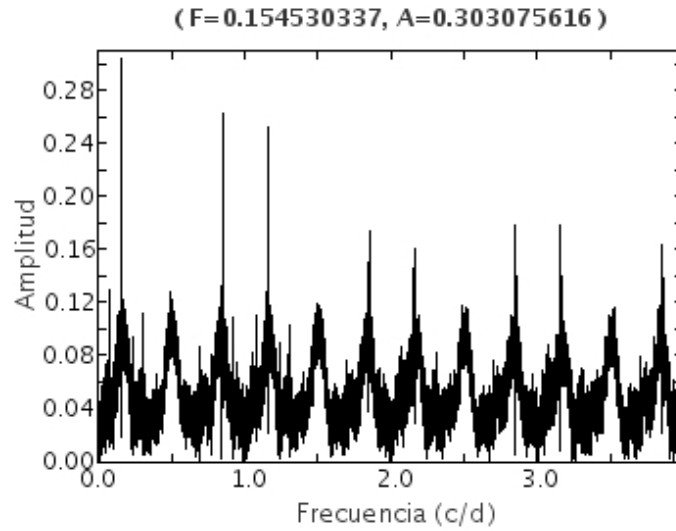
Análisis de Fourier

(a) Cálculo de la primera frecuencia.

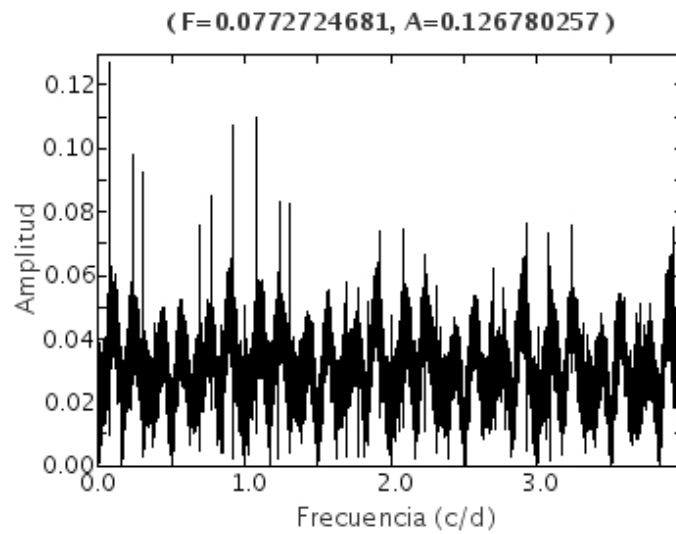


(b) Cálculo de la segunda frecuencia.

Figura 3.51: Espectros de potencia para la banda B.

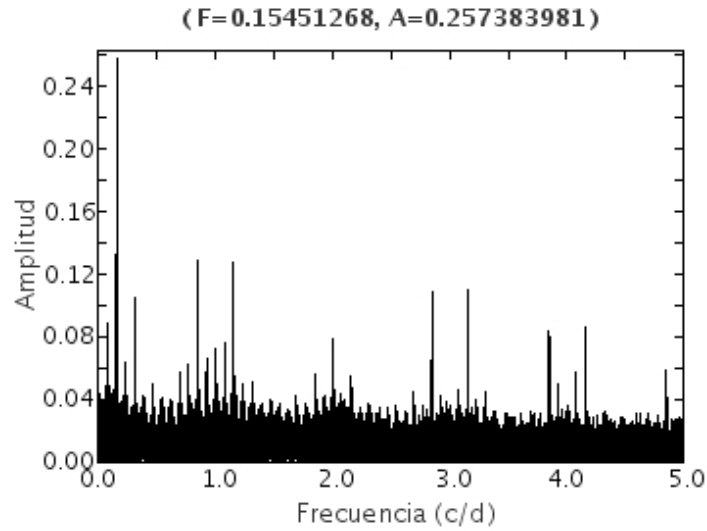


(a) Cálculo de la primera frecuencia.

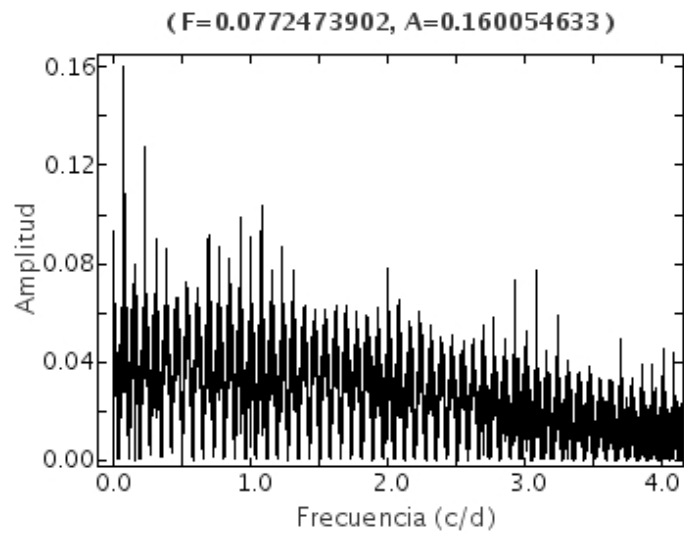


(b) Cálculo de la segunda frecuencia.

Figura 3.52: Espectros de potencia para la banda R.

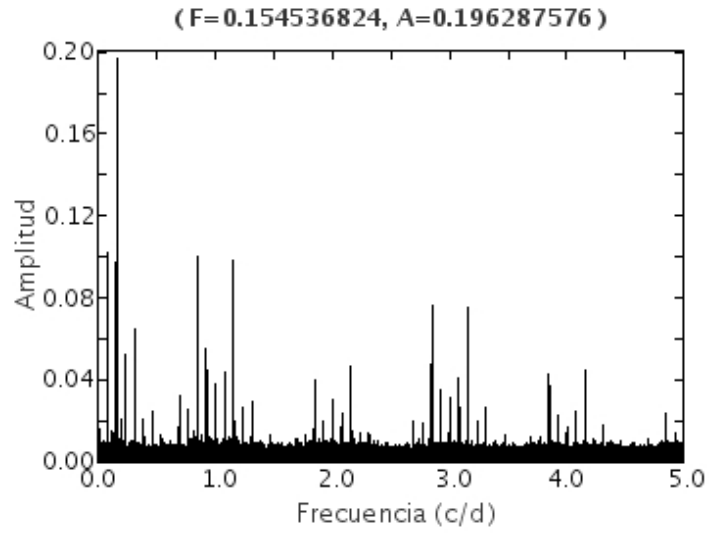


(a) Cálculo de la primera frecuencia.

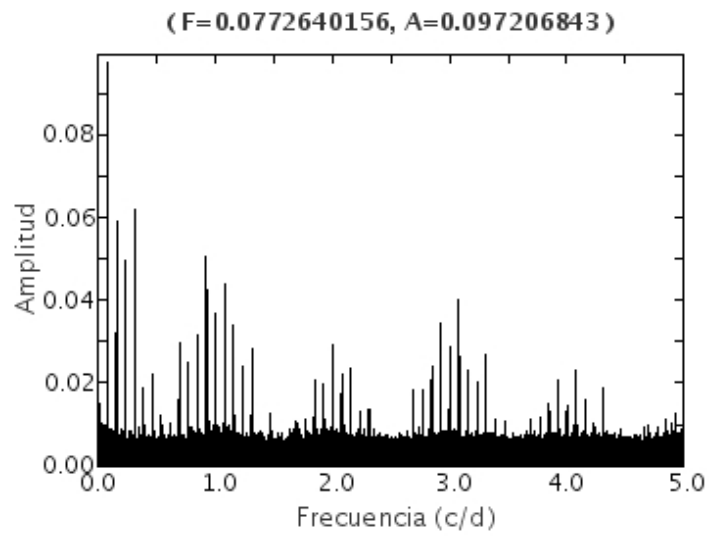


(b) Cálculo de la segunda frecuencia.

Figura 3.53: Espectros de potencia para la banda V.



(a) Cálculo de la primera frecuencia.



(b) Cálculo de la segunda frecuencia.

Figura 3.54: Espectros de potencia para la banda Vis.

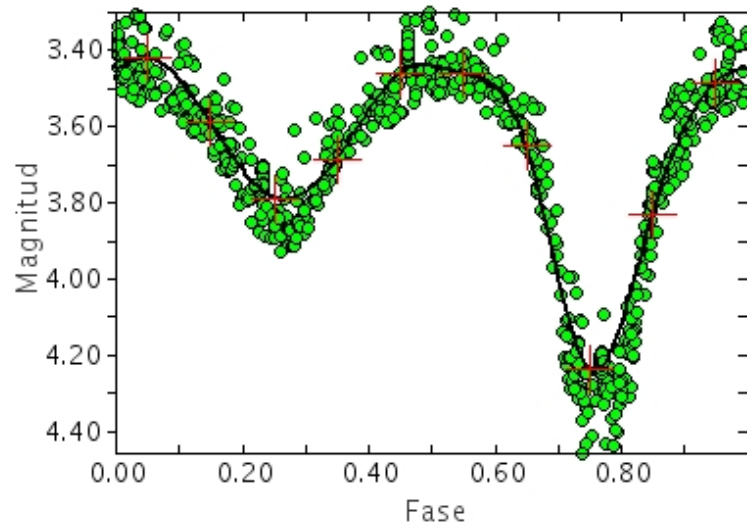
Banda	$f_1 (\frac{c}{d})$	$f_2 (\frac{c}{d})$
B	0.15452	0.07726
R	0.15453	0.07727
V	0.15451	0.07725
Vis	0.15454	0.07726

Tabla 3.2: Frecuencias de Bet Lyr

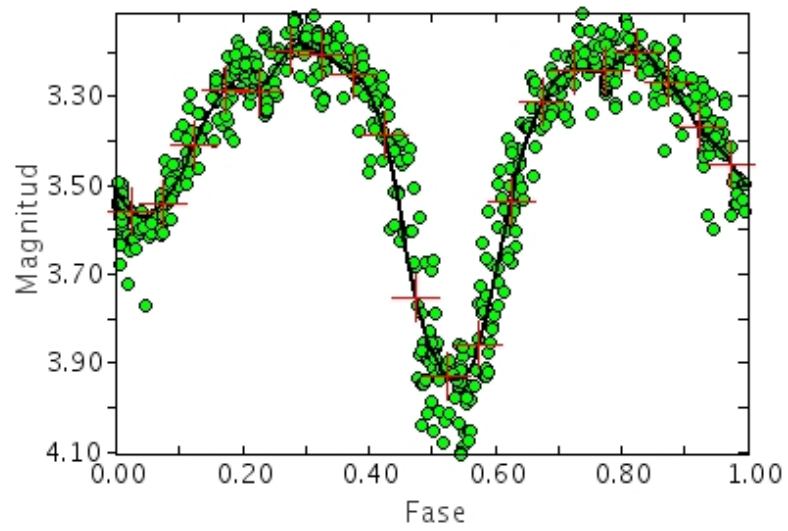
En la transformada de Fourier para cada banda se encontraron dos frecuencias principales, las cuales se muestran en la tabla 3.2. Para el cálculo de la transformada de Fourier con los datos de observaciones visuales, se usó el modo compacto seleccionando la opción “Peaks Only” del módulo “Fourier” con el objetivo de reducir el tiempo de cálculo, debido a que el número de datos era bastante grande.

Diagramas de fase

A partir de las frecuencias de la tabla 3.2, se obtuvo los diagramas de fase de las figuras 3.55 y 3.56, en los diagramas se puede observar más claramente que los datos se ajustan a dos mínimos, uno primario y otro secundario de menor profundidad, además se observa que el primario es de aproximadamente el doble de amplitud que el secundario.

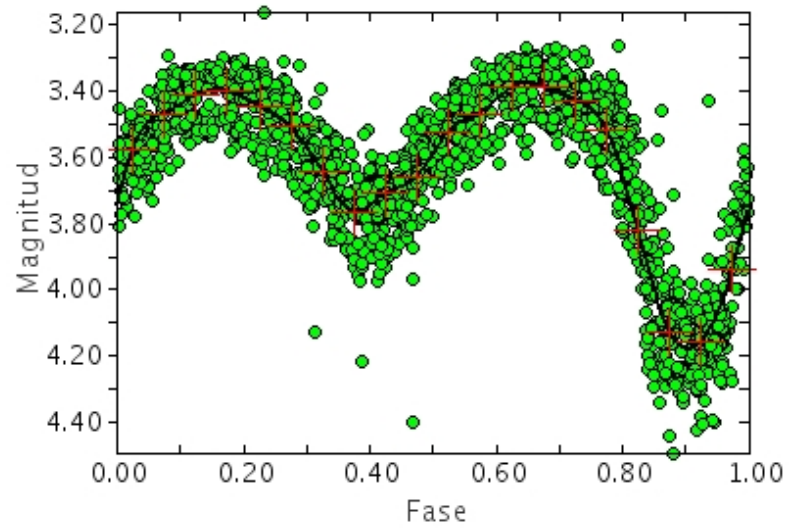


(a) Diagrama de fase en B

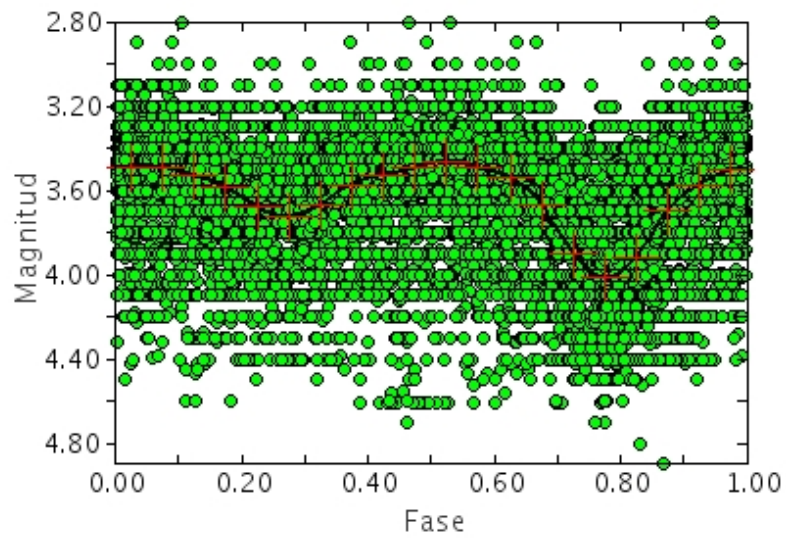


(b) Diagrama de fase en R

Figura 3.55: Diagramas de fase de la estrella Bet Lyr.



(a) Diagrama de fase en V



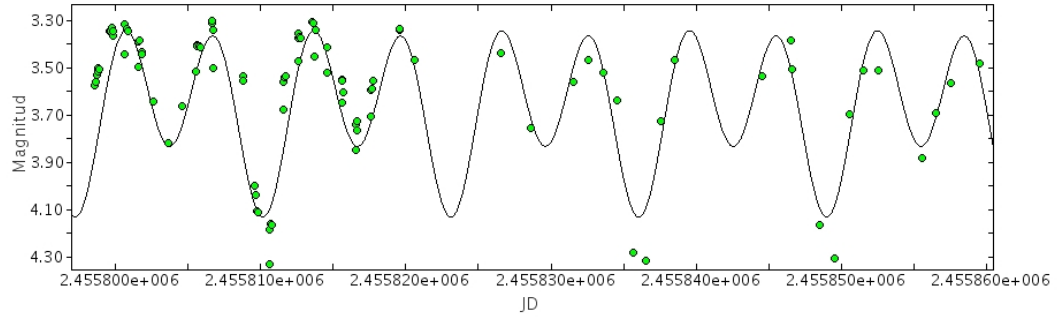
(b) Diagrama de fase en Vis

Figura 3.56: Diagramas de fase de la estrella Bet Lyr.

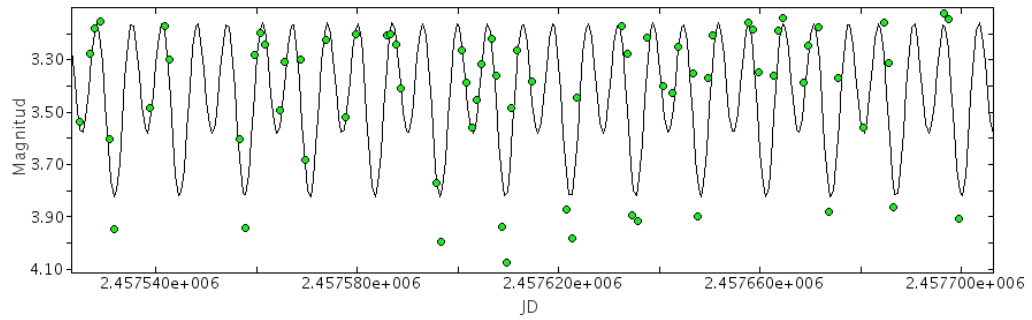
Análisis de resultados

Se hizo un promedio de las frecuencias f_2 de todos los filtros para posteriormente determinar que el periodo de la estrella es 12.94 días, se usó la segunda frecuencia porque es la que corresponde al periodo entre dos mínimos primarios; f_1 da como resultado el periodo entre un mínimo primario y un secundario. La otra característica es que la amplitud es de aproximadamente una magnitud y la amplitud de los mínimos secundarios es cercana a media magnitud. De los diagramas de fase se observa que el brillo no alcanza un valor constante, inmediatamente alcanza su brillo máximo empieza el siguiente mínimo. Estas propiedades clasifican a Bet Lyr como una estrella eclipsante de tipo EB, por tanto, Bet Lyr es un sistema binario con un periodo orbital de 12.94 días con sus componentes elipsoidales.

Por último se hizo un ajuste con las dos frecuencias a los datos, con lo que se obtuvo las gráficas de las figuras 3.57 y 3.58, donde se puede notar que la metodología de las observaciones visuales genera mayor dispersión en los datos y que el valor del periodo es muy cercano al del catálogo de estrellas variables de AAVSO, tabla 3.1.

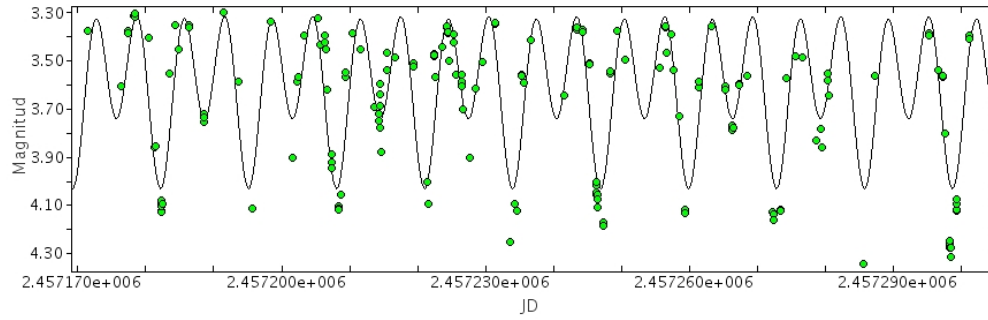


(a) Filtro B.

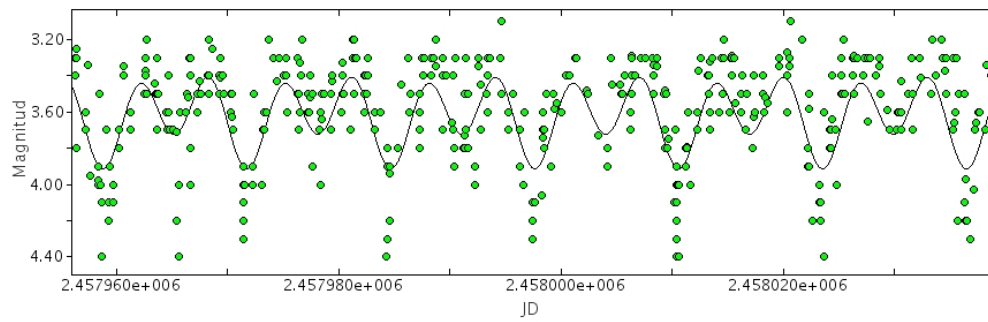


(b) Filtro R.

Figura 3.57: Ajuste de las frecuencias f_1 y f_2 a los datos.



(a) Filtro V.

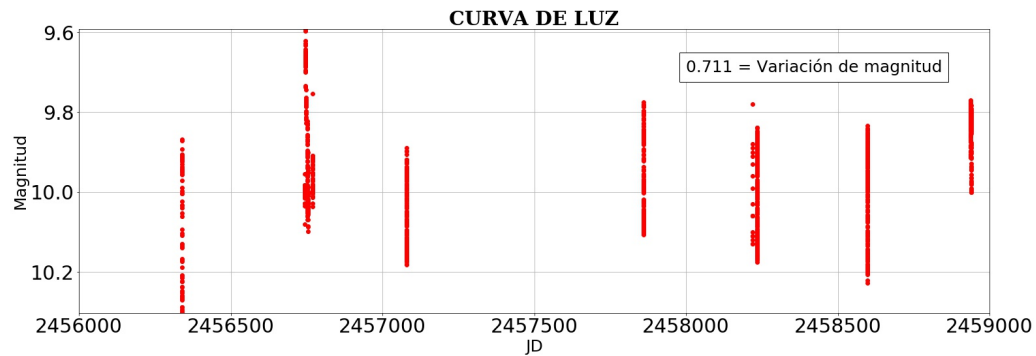


(b) Observaciones visuales.

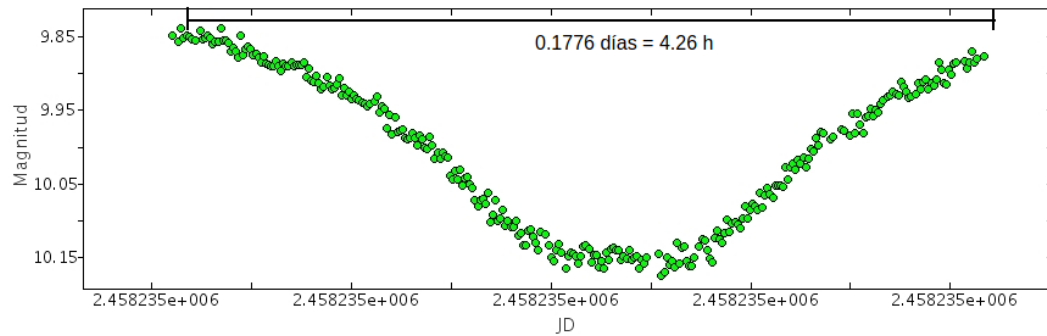
Figura 3.58: Ajuste de las frecuencias f_1 y f_2 a los datos.

3.1.9. Y Sex

Curvas de luz



(a) Datos de Y Sex en V.



(b) Mínimo de brillo en el intervalo 2458234.5-2458234.8 JD.

Figura 3.59: *Curva de luz de Y Sex.*

De esta estrella se tienen datos únicamente de la banda V, sin embargo, estos datos están distribuidos en pequeños tramos de tiempo como se observa en la figura 3.59(a), al observar más de cerca se puede notar caídas de luminosidad que tardan alrededor de 4.26 h, estas disminuciones de brillo tienen una amplitud de aproximadamente 0.3 magnitudes, figura 3.59(b).

Análisis de Fourier

El espectro de potencia de la figura 3.60, muestra una frecuencia principal con un valor de $f_1 = 4.764 \frac{c}{d}$, sin embargo, en el espectro se observa bastante ruido; en un segundo cálculo de la transformada de Fourier se determinó una frecuencia de $2.014 \frac{c}{d}$, figura 3.61, pero usando una herramienta de Period04 para calcular la relación señal ruido (snr) de la segunda frecuencia, se obtuvo un $snr = 1.30494$, el cual está muy por debajo del valor mínimo a partir del cual se considera una frecuencia verdadera ($snr \geq 4$).

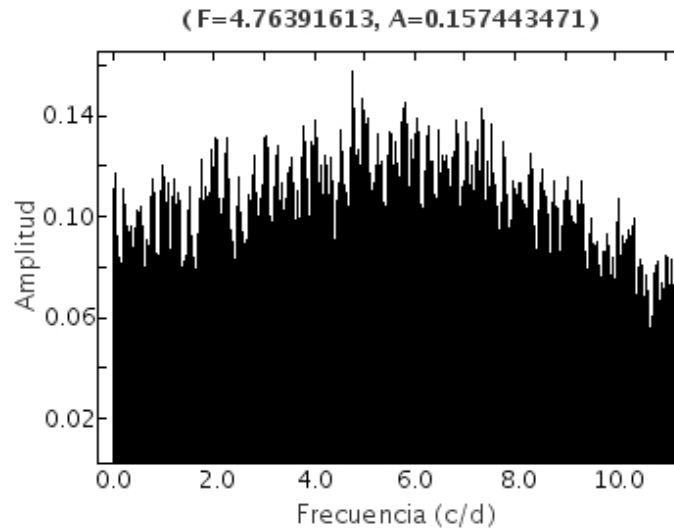


Figura 3.60: Espectro para la primera frecuencia.

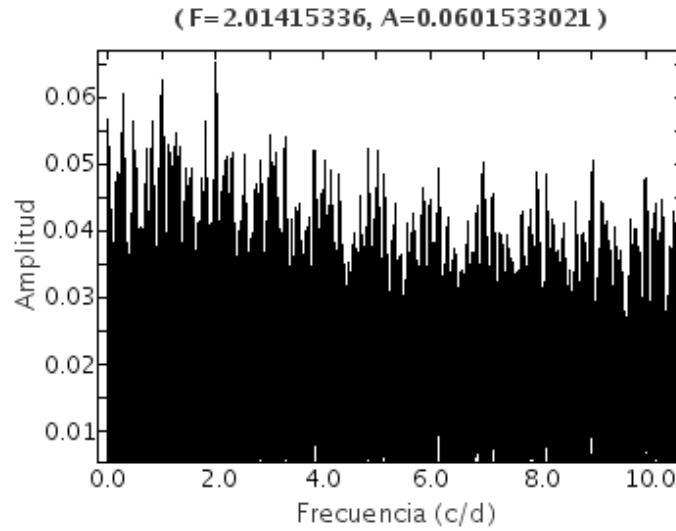


Figura 3.61: *Espectro para la segunda frecuencia.*

Diagrama de fase

El diagrama de fase a partir de la primera frecuencia, figura 3.62; permite ver mejor la distribución de los datos, por otro lado, el periodo para Y Sex de la tabla 3.1 es de 0.41982 días, por lo tanto la frecuencia de la estrella es $2.38197 \frac{c}{d}$, la cual es igual a la mitad de la primera frecuencia hallada con Period04 y un poco cercana a la segunda. Por tanto, se realizó el diagrama de fase con una frecuencia igual a $\frac{f_1}{2}$, el resultado se muestra en la figura 3.63.

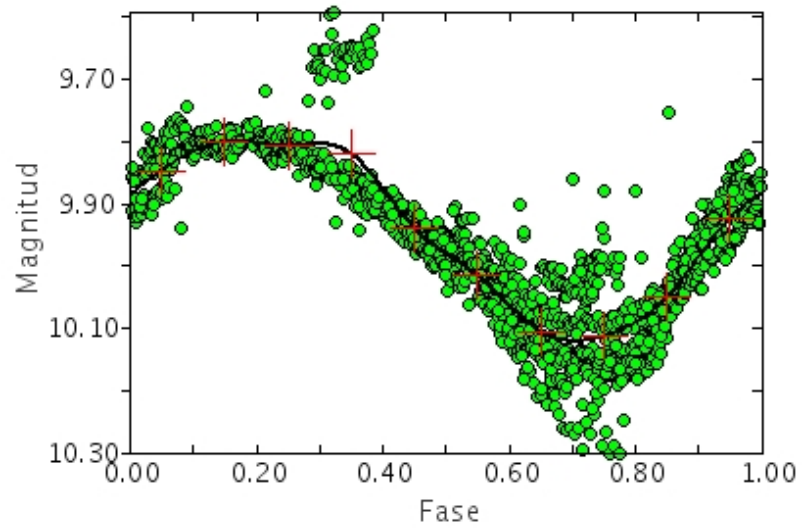


Figura 3.62: Diagrama de fase a partir de f_1 .

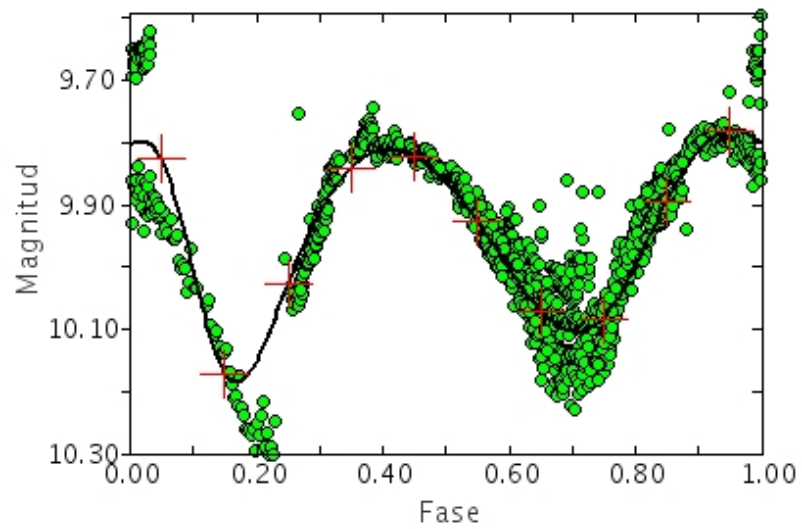


Figura 3.63: Diagrama de fase a partir de $\frac{f_1}{2}$.

Análisis de resultados

Con los diagramas de fase se pudo notar el mismo patrón de frecuencias que en las anteriores estrellas de tipo eclipsante, donde la primera frecuencia encontrada es el doble de la segunda; debido al muestreo de los datos, Period04 falla un poco en la determinación de la segunda frecuencia.

De la figura 3.63 se observa que la diferencia entre mínimos primario y secundario es pequeña, alrededor de 0.1 magnitudes. Considerando el periodo de la estrella como 0.42 días (usando $\frac{f_1}{2}$) y que la variación de magnitud es de 0.3, Y Sex se clasifica como una estrella de tipo EW. De modo que, el periodo orbital de este sistema binario es casi de 6 horas con sus componentes casi en contacto.

3.1.10. RS Oph

Curvas de luz

Para esta estrella se usaron datos de las bandas B, I, R, V y Vis; se observó aumentos muy pronunciados de brillo principalmente en los datos de observaciones visuales; las curvas de luz para cada filtro se muestran a continuación.

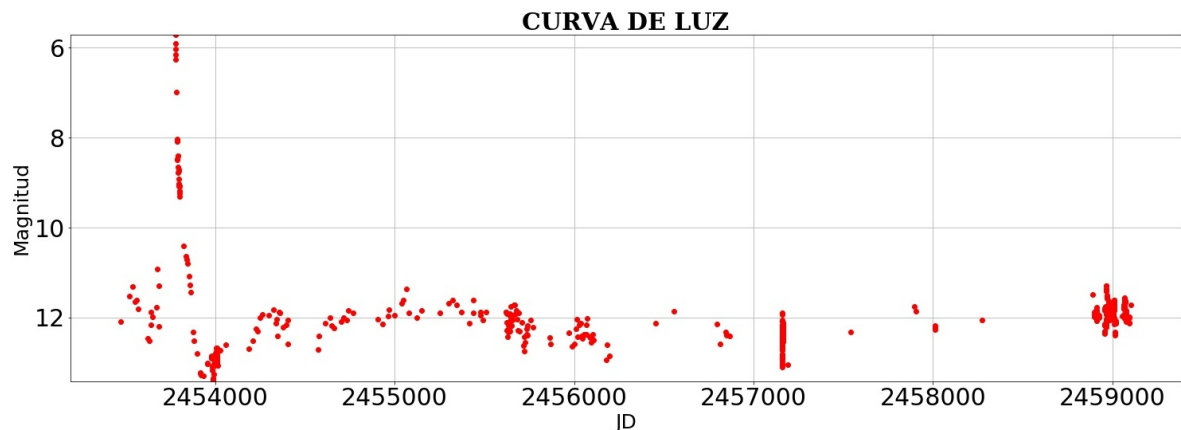


Figura 3.64: Datos de RS Oph en la banda B

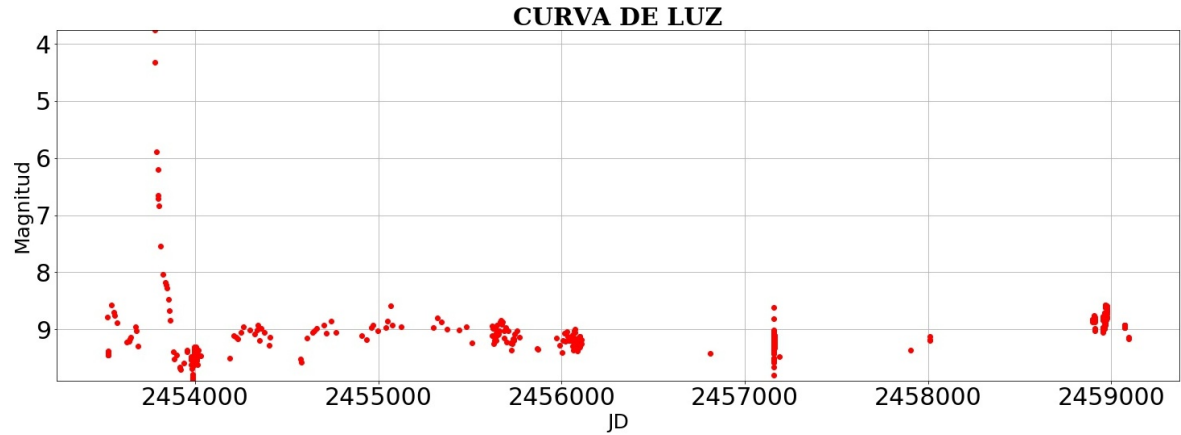


Figura 3.65: Datos de RS Oph en la banda I

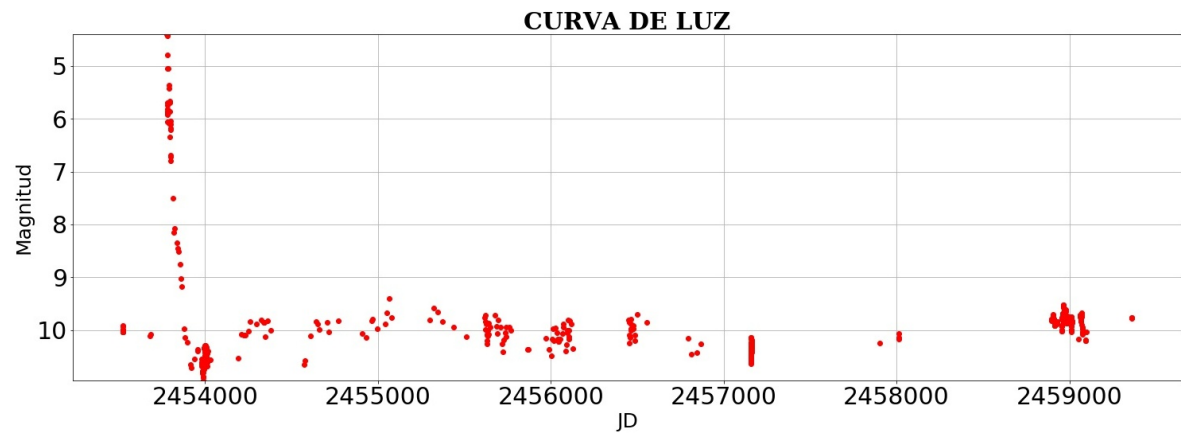


Figura 3.66: Datos de RS Oph en la banda R

En las curvas de luz de las figuras 3.64, 3.65 y 3.66, se observa un pico de brillo de aproximadamente 6 magnitudes en B y un poco más de 5 magnitudes en I y R; en promedio este evento ocurrió el día juliano 2453780, que equivale al 13 de febrero de 2006.

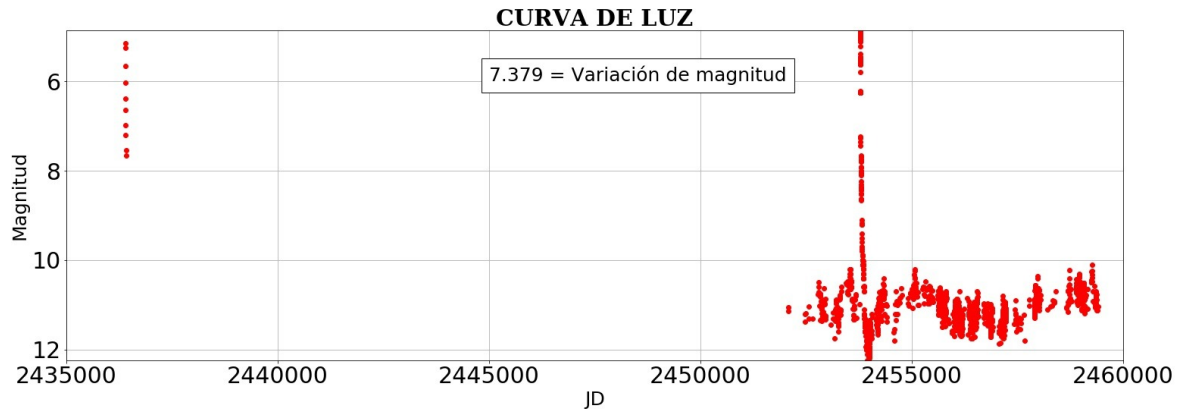


Figura 3.67: Datos de RS Oph en la banda V

Los datos de la banda V, figura 3.67, muestran un pequeño número de datos que corresponden a un pico previo, ocurrido alrededor del 15 de julio de 1958.

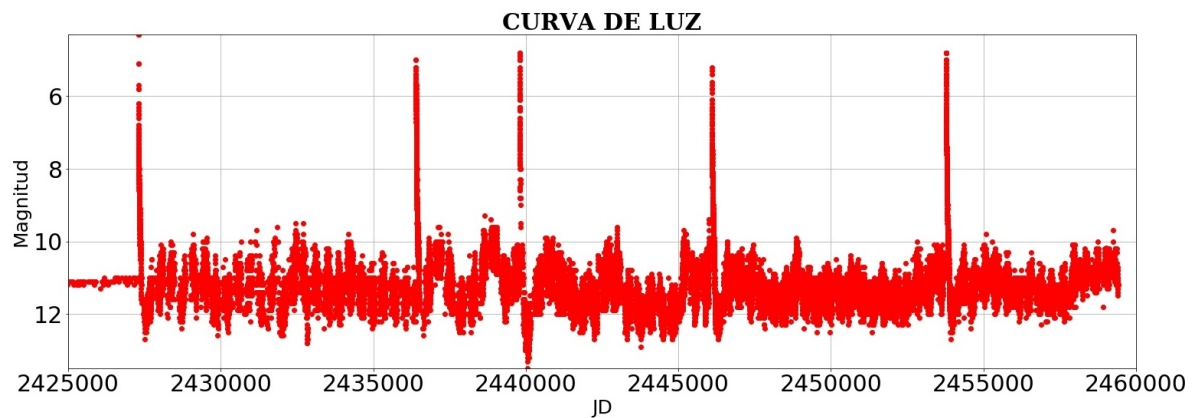


Figura 3.68: Datos de RS Oph en la banda Vis

El amplio intervalo de tiempo de las observaciones visuales permite observar 3 picos de brillo adicionales, figura 3.68, ocurridos alrededor del 12 de agosto de 1933, 26 de octubre de 1967 y 30 de enero de 1985. En la figura 3.69 se puede observar el drástico aumento de luminosidad del año 2006.

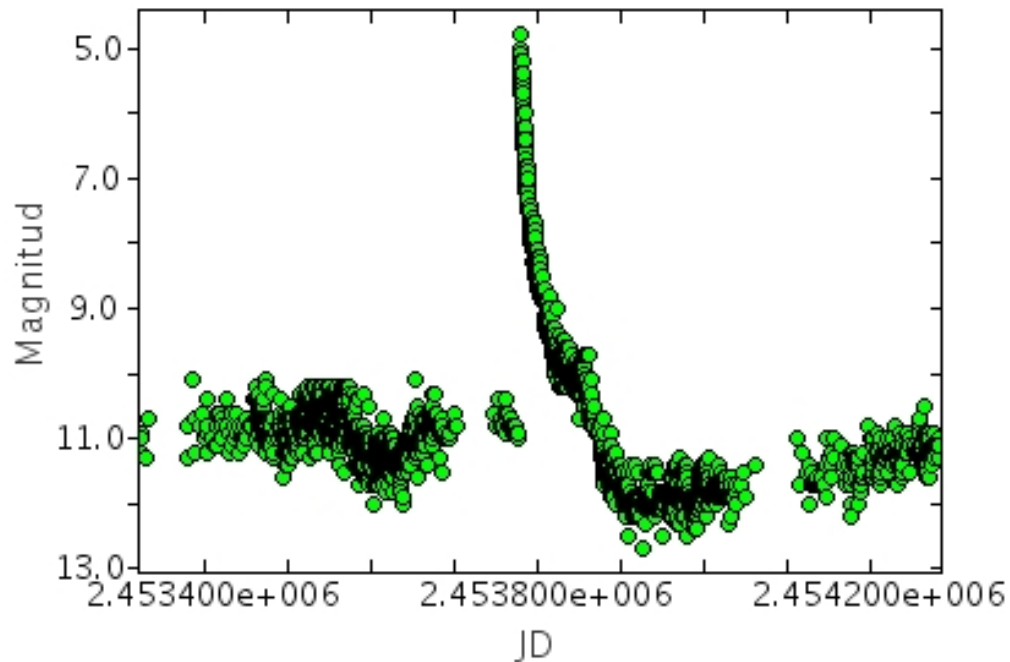


Figura 3.69: *Pico de febrero de 2006 en la banda Vis*

Análisis de resultados

El análisis de Fourier no mostró ninguna frecuencia real presente en los datos, por tanto, esta estrella se clasificará únicamente teniendo en cuenta sus curvas de luz. Los intervalos de tiempo entre los picos de luminosidad son 25, 9, 18 y 21 años, los únicos eventos que causan semejantes aumentos de brillo, sin periodicidad alguna, son los de estrellas variables cataclísmicas, dado que, RS Oph aumenta su luminosidad hasta en 6 magnitudes en solo unos días respecto al promedio, aunque las variaciones de brillo llegan a ser de 7 a 8 magnitudes con respecto al punto máximo y mínimo presente en los datos. En conclusión, esta estrella es de tipo nova, además, esta estrella presenta más de dos estallidos, por lo que se clasifica como nova recurrente (NR). Por lo tanto, RS Oph es un sistema binario donde una de sus componentes es una enana blanca, la cual al absorber materia de su compañera libera grandes cantidades de energía.

3.2. Resultados generales

Estrella	Periodo (T_{VSX}) (días)	Amplitud VSX	Periodo T (días)	Amplitud ΔM	$\frac{\Delta T}{T_{VSX}}$ %	Tipo
Mira	331.96	2 - 10.1 V	333.08	7.59 V	0.34 %	M
Alf Ori	423	0.0 - 1.6 V		1.72 V		SRc
Ct Ori	67.29	10.1 - 11.0 V	66.22	0.93 V	1.6 %	RVA
Rs Ori	7.56688	8.01 - 8.88 V	7.58	1.7 Vis	0.17 %	DCEP
Sz Tau	3.14873	6.33 - 6.75 V	3.15	1.4 Vis	0.04 %	DCEPS
R CrB		5.71 - 15.2 V		9.83 V		RCB
Algol	2.86734	2.09 - 3.30 V	2.86	1.45 V	0.26 %	EA
Bet Lyr	12.944	3.30 - 4.35 V	12.94	1.24 V	0.03 %	EB
Y Sex	0.41982	9.81 - 10.23 V		0.71 V		EW
RS Oph	453.6	4.3 - 12.5 V		7.38 V		NR

Tabla 3.3: Comparación de los resultados con los valores del VSX.

En la tabla 3.3, se resumen los resultados obtenidos a través del análisis de Fourier de los datos, los espacios en blanco en el periodo T corresponden a variables no periódicas (R CrV y RS Oph) o estrellas a las que no fue posible determinar su periodo directamente de un espectro de potencia (Alf Ori y Y Sex). Respecto a las otras seis estrellas los periodos son bastantes cercanos a los del VSX, las amplitudes difieren en décimas de magnitud respecto a las registradas en el VSX, excepto para Sz Tau donde difiere en una magnitud. Las cualidades deducidas a partir de las curvas de luz, conducen al mismo tipo de variable registrado en el VSX.

Estrella	Características físicas
Mira	Estrella pulsante, probablemente una gigante roja, presenta amplitudes de variación menores para longitudes de onda larga debido a que este tipo de radiación atraviesa más fácilmente las capas externas de la estrella y el polvo circunestelar.
Alf Ori	Estrella que presenta variaciones semi-regulares con un periodo cercano a los 400 días, uno de los mínimos de brillo coincidió con la expulsión de material por parte de la estrella (producto de pulsaciones) y generó una caída de brillo de mayor amplitud, debido a la interposición del polvo circunestelar. Por sus características debe ser una estrella supergigante roja.
Ct Ori	Estrella que pulsa radialmente. Sus pulsaciones se caracterizan por la presencia de ondas dobles, en su curva de luz se observa un mínimo primario y otro secundario, este fenómeno es causado por su modo de pulsación; por su tipo de variabilidad esta estrella debe corresponder a una supergigante amarilla de masa similar al sol.
Rs Ori	Estrella joven que ha abandonado la secuencia principal y ha evolucionado hacia la franja de inestabilidad.
Sz Tau	Estrella de tipo cefeida, su curva de luz indica que sus pulsaciones corresponden al primer sobretono (apéndice B).
R CrB	Declives de brillo bastante irregulares, es una supergigante amarilla de baja masa y con una composición química muy diferente (sección 1.3.6); presenta pulsaciones de con un periodo de aproximadamente 40 días, de amplitud menor a una magnitud.
Algol	Sistema binario eclipsante con un periodo orbital de aproximadamente 2.86 días, no se observa la presencia del mínimo secundario, esto indica que la segunda estrella es poco brillante respecto a su compañera.
Bet Lyr	Sistema binario eclipsante con un periodo orbital de 12.94 días aproximadamente y con sus componentes elipsoidales.
Y Sex	Sistema binario con sus componentes casi en contacto, su periodo orbital es de aproximadamente 6 horas.
RS Oph	Estrella de tipo nova recurrente, sus múltiples estallidos son evidencia de un sistema binario, donde una de sus componentes es una enana blanca.

Tabla 3.4: Características de las estrellas a partir de los resultados obtenidos.

Conclusiones generales

- En las 10 estrellas seleccionadas se observó las múltiples causas que generan variaciones de brillantez, dichas causas se exponen detalladamente en el análisis de resultados de cada estrella. Cada forma de variación de brillo traza una forma característica de curva de luz, con lo cual se infiere características físicas de una estrella (tabla 3.4).
- Las curvas de luz de estrellas variables irregulares fueron clasificadas a partir de un análisis cualitativo de dicha gráfica, las cuales fueron Alf Ori, R CrB y RS Oph.
- Los resultados obtenidos en cuanto a la clasificación con Period04 de cada estrella coinciden con los tipos de variables establecidos en la literatura, se obtuvo parámetros similares y formas de curvas de luz que respaldan la naturaleza de las estrellas (tablas 3.3 y 3.4); sin embargo, son necesarios los factores tales como, la población estelar, tipo espectral y ubicación en el diagrama H-R, los cuales son necesarios para hacer una mejor clasificación de una estrella variable; esto puede ser un tema para otro trabajo de grado.
- Para el análisis de series de tiempo astronómicas con la transformada de Fourier discreta no es posible implementar el algoritmo FFT (Fast Fourier Transform) puesto que, este algoritmo solo funciona para datos espaciados uniformemente.
- Se demostró matemáticamente como los parámetros con los que se realiza la transformada discreta de Fourier afectan directamente el resultado en el dominio de las frecuencias, además se observó como la tasa de muestreo debe ser ajustada dependiendo de la rapidez de las variaciones de magnitud de la estrella, tal como afirma el teorema de Nyquist; de igual manera es necesario tener presente la aparición de frecuencias debido al aliasing en el espectro de potencia.

Apéndice A

Programa en Python para graficar curvas de luz

Una vez se modificaban los archivos de datos se realizaron las curvas de luz con un sencillo programa escrito en lenguaje de programación Python, este programa se presenta a continuación.

```
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import pandas as pd
import seaborn as sns
import csv
from numpy import pi

#data=pd.read_csv('ALF-ORI-Vis',header=0)
#Carga el archivo de datos
#x = data['JD']
#ejes cuando en el archivo
#de datos tiene nombre cada columna
#y = data['Magnitude']

data=pd.read_csv('R-CRB-Vis',
                 header=0,delim_whitespace=True)
```

```
#Carga el archivo de datos
x=data.iloc[0:,0]
#crea un vector con los
#valores para cada eje (JD y Magnitud)
y=data.iloc[0:,1]

maxM = max(y, key=float)
minM = min(y, key=float) #Variacion de Magnitud
deltaM = maxM-minM
deltaM2 = round(deltaM, 3)
print ('variacion de magnitud =', deltaM2)

plt.figure(figsize=(25,8))
plt.plot(x,y,'ro')
plt.xlabel('JD', fontsize=25) #Grafica
plt.ylabel('Magnitud', fontsize=25)
plt.grid(True)
#plt.xlim(2420000,2440000)
plt.ylim(max(y),min(y))
#plt.ylim(8,5)

plt.title("CURVA DE LUZ",
          fontdict={'family': 'serif',
                    'color' : 'black',
                    'weight': 'bold',
                    'size' : 30})

plt.text(2400000, 15, '{ } =
          Variacion de magnitud'.format(deltaM2),
```

```
#nota con la variacion de magnitud
    fontsize=25, color='black', bbox
    ={'facecolor ':' white ', 'pad ':10})

matplotlib.rc('xtick', labelsizes=30)
matplotlib.rc('ytick', labelsizes=30)
#tamano de los numeros de los ejes

plt.savefig("R-CRB-Vis2.jpg")
#guarda la grafica en formato jpg
```

Apéndice B

Designaciones de tipo de estrella variable en VSX

A continuación se presentan las designaciones más relevantes que usa AAVSO para estrellas variables.

B.1. Eclipsantes

E

Estos son sistemas binarios con planos orbitales tan cerca de la línea de visión del observador (la inclinación del plano orbital al plano ortogonal a la línea de visión es cercana a los 90 grados) que los componentes se eclipsan periódicamente entre sí. En consecuencia, el observador encuentra cambios en el brillo combinado aparente del sistema con el período coincidente con el del movimiento orbital de los componentes [32].

EA

Sistemas eclipsantes tipo β Persei (Algol). Binarios con componentes esféricos o ligeramente elipsoidales. Es posible especificar, por sus curvas de luz, los momentos del inicio y final de los eclipses. Entre eclipses, la luz permanece casi constante o varía insignificadamente debido a efectos de reflexión, leve elipsoidalidad de los componentes o variaciones físicas. Los mínimos secundarios pueden estar ausentes. Se observa un rango de periodos extremadamente amplio, desde 0.2 hasta ≥ 10000 días. Las amplitudes de luz también son bastante diferentes y pueden alcanzar varias magnitudes [32].

EB

Sistemas eclipsantes tipo β Lyrae. Se trata de sistemas eclipsantes que tienen componentes elipsoidales y curvas de luz para los que es imposible especificar los tiempos exactos de inicio y fin de los eclipses debido a un cambio continuo del brillo aparente combinado del sistema entre eclipses; en todos los casos se observa un mínimo secundario, siendo su profundidad normalmente considerablemente menor que la del mínimo primario; los períodos son principalmente superiores a 0.5 días. Los componentes generalmente pertenecen a tipos espectrales tempranos (B-A). Las amplitudes de luz suelen ser < 2 mag. en V [32].

EW

Variables eclipsantes tipo W Ursae Majoris. Se trata de eclipses con periodos habitualmente inferiores a 1 día, formados por componentes elipsoidales casi en contacto y con curvas de luz para las que es imposible precisar los tiempos exactos de inicio y finalización de los eclipses. Las profundidades de los mínimos primarios y secundarios son casi iguales o difieren de manera insignificante. Las amplitudes de luz suelen ser < 0.8 mag. en V. Los componentes generalmente pertenecen a los tipos espectrales F-G y posteriores [32].

B.2. Pulsantes**BCEP**

Variables del tipo β Cephei (β Cep, β CMa), que son estrellas pulsantes O8-B6 no supergigantes con variaciones de luz y velocidad radial causadas por pulsaciones de bajo orden de presión y modo de gravedad. Los períodos están en el rango de 0.1 a 0.6 días y las amplitudes de luz van de 0.01 a 0.3 mag. en V. Las curvas de luz son similares en forma a las curvas de velocidad radial promedio, pero tienen un retraso de fase en una cuarta parte del período, de modo que el brillo máximo corresponde a la contracción máxima, es decir, al radio estelar mínimo. La mayoría de estas estrellas probablemente muestran pulsaciones radiales, pero

algunas muestran pulsaciones no radiales; La multi-periodicidad es característica de muchas de estas estrellas [32].

CEP

Cefeidas. Variables de pulsaciones radiales de alta luminosidad (clases Ib-II) con períodos en el rango de 1 a 135 días y amplitudes de varias centésimas a 2 mag. en V (en la banda B, las amplitudes son mayores). El tipo espectral a máxima luz es F; como mínimo, los tipos son G-K. Cuanto más largo sea el período de variación de la luz, más tardío será el tipo espectral. El máximo de la velocidad de expansión de la capa superficial casi coincide con el máximo de luz. Hay varios subtipos (consulte DCEP, DCEP (B), DCEPS, DCEPS (B), CWA, CWB y ACEP). Algunas estrellas DCEP y CW a menudo se denominan cefeidas porque a menudo es imposible discriminar entre ellas sobre la base de las curvas de luz para períodos en el rango de 3 a 10 días. Sin embargo, estos son grupos distintos de objetos completamente diferentes en diferentes etapas evolutivas. Una de las diferencias espectrales significativas entre las estrellas W Virginis y las cefeidas es la presencia, durante un cierto intervalo de fase, de emisión de línea de hidrógeno en la primera y de emisión de Ca II H y K en la última.

CW

Variables del tipo W Virginis. Estas son variables pulsantes de la población del componente esférico galáctico (disco antiguo) con períodos de aproximadamente 0,8 a 35 días y amplitudes de 0.3 a 1.2 mag. en V. Obedecen una relación período-luminosidad diferente a la de las variables δ Cep (ver DCEP). Para un valor de período igual, las variables W Vir son más débiles que las estrellas δ Cep en 0.7 a 2 mag. Las curvas de luz de las variables W Vir para algunos intervalos de períodos difieren de las de las variables δ Cep para los períodos correspondientes, ya sea por amplitudes o por la presencia de jorobas en sus ramas descendentes, que a veces se convierten en máximos anchos y planos. Las variables W Vir están presentes en cúmulos globulares y en altas latitudes galácticas. Pueden separarse en los subtipos CWA y CWB.

CWA

Variables de W Virginis con periodos superiores a 8 días. Los de período más largo comienzan a mostrar diferentes mínimos mezclándose con la clase RVA.

CWB

Variables de W Virginis con periodos inferiores a 8 días. También conocidas como variables BL Herculis. Los de período más corto son similares a las estrellas RRAB.

DCEP

Estas son las cefeidas clásicas o variables de tipo δ Cephei. Objetos comparativamente jóvenes que han abandonado la secuencia principal y han evolucionado hacia la franja de inestabilidad del diagrama de Hertzsprung-Russell (H-R), obedecen a la conocida relación periodo-luminosidad de las cefeidas. Las estrellas DCEP están presentes en cúmulos abiertos. Muestran una cierta relación entre las formas de sus curvas de luz y sus períodos.

DCEPS

Estas son variables δ Cep que tienen amplitudes de luz < 0.5 mag. en V (< 0.7 mag. en B) y curvas de luz casi simétricas (M-m aprox. 0.4 a 0.5 períodos); por regla general, sus períodos no superan los 7 días. Son pulsadores de primer sobretono [32].

M

Variables de tipo Ceti (Mira). Estos son gigantes variables de período largo con espectros de emisión de tipo tardío característicos (Me, Ce, Se) y amplitudes de luz de 2.5 a 11 mag. en V. Su periodicidad es bien pronunciada, y los períodos se encuentran en el rango de 80 a 1000 días. Las amplitudes infrarrojas suelen ser menores que las del visible y pueden ser < 2.5 mag. Por ejemplo, en la banda K no suelen superar los 0.9 mag [32].

roAp

Variabes Ap de oscilación rápida. Estas son variables pulsantes que oscilan en modos de presión no radial de alto tono, bajo grado. Los períodos de pulsación están en el rango de 0.003 a 0.015 días (4 a 21 min.), Mientras que las amplitudes de variación de la luz causadas por la pulsación son de aproximadamente 0.01 mag. en V. Las variaciones pulsantes se superponen a las provocadas por la rotación. GCVS tipo ACVO [32].

RR

Las variables del tipo RR Lyrae, que son estrellas A-F gigantes de pulsación radial que tienen amplitudes de 0.2 a 2 mag. en V. Se conocen casos de formas de curvas de luz variables y períodos variables. Si estos cambios son periódicos, se denominan “efecto Blazhko”. La mayoría de estas estrellas pertenecen al componente esférico de la Galaxia; están presentes, a veces en grandes cantidades, en algunos cúmulos globulares, donde se les conoce como estrellas pulsantes de rama horizontal. Al igual que las cefeidas, las velocidades máximas de expansión de las capas superficiales de estas estrellas prácticamente coinciden con la luz máxima.

RRAB

Variabes RR Lyrae con curvas de luz asimétricas (ramas ascendentes empinadas), períodos de 0.3 a 1.2 días y amplitudes de 0.5 a 2 mag. en V. Son pulsadores de modo fundamental.

RRC

Variabes RR Lyrae con curvas de luz casi simétricas, a veces sinusoidales, períodos de 0.2 a 0.5 días y amplitudes no superiores a 0.8 mag. en V. Son pulsadores armónicos.

RRD

Estrellas RR Lyrae de modo doble que pulsan tanto en el modo fundamental como en el primer sobretono con una relación de período de 0.74 y un período fundamental cercano a

0.5 días (o en el primer y segundo sobretonos con una relación de período de 0.80). GCVS clase RR (B) [32].

RV

Variables del tipo RV Tauri. Estas son supergigantes pulsantes radialmente que tienen tipos espectrales F-G a la luz máxima y K-M al mínimo. Las curvas de luz se caracterizan por la presencia de ondas dobles con mínimas alternas primarias y secundarias que pueden variar en profundidad de manera que las mínimas primarias pueden convertirse en secundarias y viceversa. La amplitud de luz completa puede alcanzar 3 a 4 mag. en V. Los períodos entre dos mínimos primarios adyacentes (generalmente llamados períodos formales) se encuentran en el rango de 30 a 150 días (estos son los períodos que aparecen en el Catálogo). Se reconocen dos subtipos, RVA y RVB.

RVA

Variables RV Tauri que no varían en magnitud media.

RVB

Variables de RV Tauri que periódicamente (con periodos de 600 a 1500 días y amplitudes de hasta 2 mag en V) varían en magnitud media [32].

B.3. Eruptivas

RCB

Variables del tipo R Coronae Borealis. Se trata de estrellas de alta luminosidad, deficientes en hidrógeno, ricas en carbono y helio, pertenecientes a los tipos espectrales Bpe-C, que son simultáneamente variables eruptivas y pulsantes. Muestran desvanecimientos no periódicos lentos por 1 a 9 mag. en V que duran desde un mes o más hasta varios cientos de días. Estos eventos muestran un rápido declive y una recuperación lenta y se superponen a pulsaciones

cíclicas con amplitudes de hasta varias décimas de magnitud y períodos en el rango de 30 a 100 días. Estas estrellas pueden ser el resultado de la fusión de una enana blanca de helio y carbón o, menos probable, el resultado de un destello de He final en una estrella post-AGB. Algunos objetos post-AGB, especialmente las estrellas de carbono que muestran desvanecimientos, pueden mostrar propiedades RCB pero no comparten el mismo origen y se han clasificado como estrellas DY Per [32].

UV

Variabiles eruptivas del tipo UV Ceti, estas son estrellas K Ve-M Ve que a veces muestran actividad de llamaradas con amplitudes desde varias décimas de magnitud hasta 6 mag. en V. La amplitud es considerablemente mayor en la región espectral ultravioleta. La luz máxima se alcanza en varios segundos o docenas de segundos después del comienzo de una llamarada; la estrella vuelve a su brillo normal en varios minutos o decenas de minutos [32].

B.4. Cataclísmicas

N

Novae. Sistemas binarios cerrados con periodos orbitales de 0.05 a 230 días. Uno de los componentes de estos sistemas es una estrella enana blanca caliente que de repente, durante un intervalo de tiempo de una a varias docenas o varios cientos de días, aumenta su brillo en 7 a 19 mag. en V, luego regresa gradualmente a su brillo anterior durante varios meses, años o décadas. Pueden presentarse pequeños cambios con una luz mínima. Los componentes fríos pueden ser gigantes, subgigantes o enanos del tipo K-M. Los espectros de las novas cerca de la luz máxima se parecen al principio a los espectros de absorción A-F de las estrellas luminosas. Luego, aparecen en el espectro amplias líneas de emisión (bandas) de hidrógeno (H), helio (He) y otros elementos con componentes de absorción que indican la presencia de una envoltura que se expande rápidamente. A medida que la luz disminuye, el espectro compuesto comienza a mostrar líneas prohibidas características de los espectros de nebulos-

sas de gas excitadas por estrellas calientes. Con luz mínima, los espectros de las novas son generalmente continuos o se asemejan a los espectros de las estrellas Wolf-Rayet. Solo los espectros de los sistemas más masivos muestran rastros de componentes geniales. Algunas novas revelan pulsaciones de componentes calientes con períodos de aproximadamente 100 s. y amplitudes de aproximadamente 0.05 mag. en V después de un arrebato. Algunas novas eventualmente resultan ser sistemas eclipsantes. Según las características de sus variaciones de luz, las novas se subdividen en categorías rápidas (NA), lentas (NB), muy lentas (NC) y recurrentes (NR).

NA

Hace referencia a las novas rápidas que muestran aumentos rápidos de luz y luego, habiendo alcanzado la luz máxima, se desvanecen en 3 mag. en 100 días o menos

NB

Novas lentas que se desvanecen después de la luz máxima en 3 mag. en ≥ 150 días. Aquí no se tiene en cuenta la presencia del conocido “buzamiento” en las curvas de luz de novas similares a T Aur y DQ Her: La tasa de desvanecimiento se estima sobre la base de una curva suave, sus partes antes y después de la “inmersión” es una continuación directa el uno del otro.

NC

Novas con un desarrollo muy lento y que permanecen a la luz máxima durante más de una década, luego se desvanecen muy lentamente. Antes de un estallido, estos objetos pueden mostrar cambios de luz de largo período con amplitudes de 1 a 2 mag. en V; Los componentes geniales de estos sistemas son probablemente gigantes o supergigantes, a veces variables semi-regulares e incluso variables de Mira. Las amplitudes de explosión pueden alcanzar 10 mag. Los espectros de emisión de alta excitación se parecen a los de las nebulosas planetarias, las estrellas Wolf-Rayet y las variables simbióticas (se denominan “novas simbióticas”).

No se excluye la posibilidad de que estos objetos sean nebulosas planetarias en proceso de formación.

NR

Novas recurrentes, que se diferencian de las novas típicas por el hecho de que se han observado dos o más estallidos (en lugar de uno solo) separados por 10 a 80 años [32].

SN

Supernovas. Estrellas que aumentan, como resultado de una explosión final, su brillo en 20 magnitudes y más, luego se desvanecen lentamente. El espectro se caracteriza por la presencia de bandas de emisión muy amplias, siendo sus anchos varias veces mayores que los de las bandas brillantes observadas en los espectros de las novas. Las velocidades de expansión de las envolturas SN están en miles de km/s. Según la forma de la curva de luz y las características espectrales, las supernovas se subdividen en tipos I y II.

SN I

Supernovas de tipo I. Líneas de absorción de Ca II, Si, etc., pero no hay líneas de hidrógeno presentes en los espectros. La envoltura en expansión casi carece de hidrógeno. Durante los 20 a 30 días siguientes a la luz máxima, el brillo disminuye en aproximadamente 0.1 mag por día, luego la tasa de desvanecimiento se ralentiza y alcanza un valor constante de 0.014 / día.

SN 1a

CO enana blanca que acrecienta materia de (o se fusiona con) un compañero hasta que alcanza el límite de Chandrasekhar. Sin hidrógeno. Líneas de silicio y hierro. M_v -19.3. Detonación, sin remanentes [32].

Apéndice C

Archivos de datos

Los archivos de datos tienen un formato particular en el que se registra toda la información de cada una de las observaciones, el formato se muestra en la figura 3.1. Cuando se descargan los datos se puede seleccionar el delimitador, presenta tres opciones separar con “,” (coma), tabulaciones o espacios; sin embargo, los datos vienen en distintos filtros sin orden en un mismo archivo y con columnas de información que para este trabajo pueden resultar irrelevantes, por lo que es necesario editar dichos archivos para separar los datos por banda, quitar algunos símbolos (los símbolos “<” y “>” son usados para expresar que la magnitud de una estrella esta por debajo de la menor estrella de referencia y viceversa) y eliminar algunas columnas, por otra parte se debe editarlos en un formato compatible con Period04. El proceso de modificar los datos se realiza con el software **TOPCAT**, este programa permite manipular y organizar datos en tablas, además permite realizar operaciones matemáticas entre columnas.

Para los archivos de fue necesario ordenarlos por filtro y dejar solamente las columnas de JD (día Juliano), la magnitud y el filtro; guardarlos en formato ASCII puesto que es el que Period04 carga correctamente, los archivos inicialmente se descargaron con “,” como delimitador, por tanto, al momento de cargar los archivos con TOPCAT es necesario seleccionar el formato CSV. Una vez ordenados los datos por banda con las 3 columnas de interés, manualmente con el editor de textos se separo en diferentes archivos los datos para cada filtro. Este proceso se realizó para cada estrella seleccionada.

```

JD,Magnitude,Uncertainty,HQuncertainty,Band,Observer Code,Comment Code(s),Comp Star 1,Comp Star 2,Charts,Comments,Transfomed,Airmass,Validation
Flag,Cmag,Kmag,HJD,Star Name,Observer Affiliation,Measurement Method,Grouping Method,ADS Reference,Digitizer,Credit
2419789.5,1.1,,Vls.,SFE,C,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421597.3,1.0,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421602.4,0.8,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421607.3,0.9,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421612.3,0.8,,Vls.,HDD,M,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421622.3,0.9,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421623.3,0.9,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421624.3,0.9,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421626.3,0.9,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421627.3,0.8,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421627.3,0.1,,Vls.,LY,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421629.3,0.8,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421631.3,0.9,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421634.3,0.9,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421635.3,1.0,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421636.3,0.9,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421637.3,0.9,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421640.3,0.9,,Vls.,HDD,M,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421641.3,0.2,,Vls.,LY,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421650.3,0.9,,Vls.,HDD,M,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421654.4,0.2,,Vls.,LY,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421659.3,1.0,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421661.4,1.0,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421662.3,1.0,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421663.3,1.0,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421664.3,1.0,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421665.3,0.9,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421666.3,0.9,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421667.3,0.9,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421668.3,0.9,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421676.3,0.9,,Vls.,HDD,M,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421679.4,0.9,,Vls.,HDD,M,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,
2421684.3,0.9,,Vls.,HDD,,,,,,V,,,ALF ORI,,STD,,,,

```

Figura C.1: Formato de los archivos de datos de AAVSO delimitados con coma.

Apéndice D

Bandas de observación

La mayoría de las cámaras CCD ofrecen la posibilidad de incorporarles diferentes tipos de filtros entre el telescopio y el sensor. Para que las observaciones sean coherentes con las de otros astrónomos se debe usar filtros estandarizados, además, no será posible utilizar las magnitudes publicadas para las estrellas de comparación, dado que generalmente vienen expresadas en colores estándar. Las designaciones para algunos filtros o bandas según la guía fotométrica de AAVSO [2], son las siguientes:

- **U:** Johnson U.
- **B:** Johnson B.
- **V:** Johnson V.
- **R:** Cousins R (o Rc).
- **I:** Cousins I (o Ic).
- **J:** NIR 1.2 micras.
- **H:** NIR 1.6 micras.
- **K:** NIR 2.2 micras.
- **TG:** filtro verde (o Tri-color verde). Comúnmente llamado “green-channel” (canal verde) en las cámaras DSLR y CCD en color. Estas observaciones usan magnitudes en la banda V para la estrella de comparación.
- **TB:** filtro azul (o Tri-color azul). Comúnmente llamado “blue-channel” (canal azul) en las cámaras DSLR y CCD en color. Estas observaciones usan magnitudes en la banda B para la estrella de comparación.

- **TR:** filtro rojo (o Tri-color rojo). Comúnmente llamado “red-channel” (canal rojo) en las cámaras DSLR y CCD en color. Estas observaciones usan magnitudes en la banda R para la estrella de comparación.
- **CV:** claro (“clear”) o sin filtro (“unfiltered”) usando magnitudes en la banda V para la estrella de comparación (es más habitual que el CR).
- **CR:** claro (“clear”) o sin filtro (“unfiltered”) usando magnitudes en la banda R para la estrella de comparación.

Bibliografía

- [1] AAVSO, Manual para la Observación Visual de Estrellas Variables, Edición Revisada - marzo 2013 - Edición Español - diciembre 2013, Cambridge, Massachusetts, 2013.
- [2] AAVSO, Guía de Fotometría CCD de la AAVSO, Version 1.1, Cambridge, Massachusetts, Febrero de 2015.
- [3] AAVSO (American Association of Variable Star Observers), tomado el 23/09/2019. Data Main. Recuperado de <https://www.aavso.org/main-data>.
- [4] Alvarado Reyes, J. M., & Stern Forgach, C. E. (2010). Un complemento al teorema de Nyquist. Revista mexicana de física E, 56(2), 165-171.
- [5] Anupama. G. 2013. Recurrent Novae: What Do We Know about Them? Binary Paths to Type Ia Supernovae Explosions, Proceedings of the International Astronomical Union, IAU Symposium, Volume 281, p. 154-161. recuperado de <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2013IAUS..281..154A/abstract>.
- [6] Astropedia. Estrella Herbig Ae/Be. tomado el 15/05/20. Recuperado de https://astronomia.fandom.com/wiki/Estrella_Herbig_Ae/Be.
- [7] Balona, Luis A. Pulsation in Intermediate-Mass Stars, tomado el 06/05/2020. Recuperado de <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fspas.2018.00043/full>.
- [8] Campo magnético estelar. Tomado el 15/04/2020. Recuperado de https://es.wikipedia.org/wiki/Campo_magnético_estelar.
- [9] Carrasco, J., (2015). Delta de Dirac. tomado el 23/06/2021. Recuperado de https://www.u-cursos.cl/usuario/4ca21328977a8969860aaa60f167a18a/mi_blog/r/1_Delta_de_Dirac_-_Resumen.pdf.
- [10] Casanova, Verónica. Astrofísica y Física. Lecciones de Estrellas Variables. Tomado el 29/04/2020. Recuperado de [https](https://www.youtube.com/watch?v=...) :

//www.astrofiscayfisica.com/2009/11/lecciones – de – estrellas – variables.html

- [11] Deeming, T. J. (1975). Fourier analysis with unequally-spaced data. *Astrophysics and Space Science*, 36(1), 137-158.
- [12] Dupree, A. K., Strassmeier, K. G., Matthews, L. D., Uitenbroek, H., Calderwood, T., Granzer, T., ... & Weber, M. (2020). Spatially resolved ultraviolet spectroscopy of the Great Dimming of Betelgeuse. *The Astrophysical Journal*, 899(1), 68.
- [13] Deutsch, A. J. (1970). Harmonic analysis of rigidly rotating Ap stars. *The Astrophysical Journal*, 159, 985.
- [14] EcuRed. Wolf-Rayet. tomado el 15/05/20. Recuperado de <https://www.ecured.cu/Wolf-Rayet#Variables>.
- [15] ESTRELLAS BINARIAS Y ESTRELLAS VARIABLES. Fig. 5-2-2: Tipos de estrellas binarias. Tomado el 29/04/2020. Recuperado de [http : //atenea.pntic.mec.es/antares/mods_u5/m5_u2.html](http://atenea.pntic.mec.es/antares/mods_u5/m5_u2.html).
- [16] Extinción atmosférica, tomado el 12/05/2021. Recuperado de [http : //atenea.pntic.mec.es/Antares/modulo2/m2_u106.html](http://atenea.pntic.mec.es/Antares/modulo2/m2_u106.html)
- [17] FU Orionis. tomado el 15/05/20. Recuperado de https://www.aavso.org/vsots_fuori.
- [18] González, C. J. C. (2003). Fundamentos del análisis de Fourier. GAMESAL.
- [19] Guión actividad del máster universitario en astronomía y astrofísica. Universidad internacional de Valencia.
- [20] Hernández, A. G. (2011). Cuasi periodicidades en los periodogramas de estrellas delta-scuti: un nuevo observable. Dos ejemplos de corot: hd174936 y hd174966. Universidad de Granada.
- [21] Hubble, E. P. (1925). Cepheids in spiral nebulae. *Popular Astronomy*, 33.

- [22] Joy, A. H. (1939). Rotation Effects, Interstellar Absorption, and Certain Dynamical Constants of the Galaxy Determined from Cepheid Variables. *The Astrophysical Journal*, 89, 356.
- [23] Kurtz, D. W. (1985). An algorithm for significantly reducing the time necessary to compute a discrete Fourier transform periodogram of unequally spaced data. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 213(4), 773-776.
- [24] Leavitt, H. S., & Pickering, E. C. (1912). Periods of 25 Variable Stars in the Small Magellanic Cloud. *Harvard College Observatory Circular*, 173, 1-3.
- [25] Lenz, P., & Breger, M. (2004). Period04: A software package to extract multiple frequencies from real data. *Proceedings of the International Astronomical Union*, 2004(IAUS224), 786-790.
- [26] Lenz, P., University of Vienna, 2005. Period04 - A statistical software package to extract multiple periodicities from astronomical data sets.
- [27] Lenz, P., & Breger, M. (2005). Period04 user guide. *Communications in Asteroseismology*, 146, 53-136.
- [28] Levesque, E. M., & Massey, P. (2020). Betelgeuse just is not that cool: effective temperature alone cannot explain the recent dimming of Betelgeuse. *The Astrophysical Journal Letters*, 891(2), L37.
- [29] López, R. N., Cabanillas, D. L. P., Morales, J. S., González, P. L., & Ruíz, L. O. (2016). Supernovas, faros en el universo: medición de la distancia a ASASSN-15HX. *EPISTEMUS, CIENCIA TECNOLOGÍA Y SALUD*, (21), 23-29.
- [30] M. Fernández, Curvas de luz de estrellas variables, 2002. Trabajos académicamente dirigidos propuestos en el curso académico 2001-2002. Universidad Complutense de Madrid. Departamento de física de la tierra, astronomía y astrofísica II. Recuperado de http://guaix.fis.ucm.es/~jaz/Documentos/FernandezPMonica_Variables_2002.pdf.

- [31] ni Engineer Ambitiously. (5 de marzo de 2019). Comprender FFTs y Funciones Ventana. Tomado el 25/06/2021. Recuperado de <https://www.ni.com/es-co/innovations/white-papers/06/understanding-ffts-and-windowing.html>.
- [32] Otero, S., Watson, C., & Wils, P. (2013). Variable Star Type Designations in VSX. AAVSO. <https://www.aavso.org/vsx/help/VariableStarTypeDesignationsInVSX.pdf>.
- [33] Percy, J. R. (2007). Understanding variable stars. Cambridge University Press.
- [34] Programa de ejercicios de astronomía, ESA/ESO. Tomado el 03/05/2020. Recuperado de https://www.spacetelescope.org/static/archives/education/pdf/edu_0032.pdf.
- [35] Ridden-Harper, R.; Tucker, B. E.; Garnavich, P.; Rest, A.; Margheim, S.; Shaya, E. J.; Littlefield, C.; Barensten, G.; Hedges, C.; Gully-Santiago, M. Diciembre de 2019. Descubrimiento de una nueva variable cataclísmica de tipo WZ Sagittae en los datos de Kepler / K2. Recuperado de <https://arxiv.org/abs/2008.04314>
- [36] Riveiro. A. (5/10/2015). ASTROBITÁCORA. Las estrellas variables. Recuperado de <https://www.astrobitacora.com/las-estrellas-variables/>.
- [37] Sociedad Astronómica de Milwaukee, tomado el 24/09/2019. Efemérides binarias eclipsantes. Recuperado de <http://milwaukeeastro.org/variable/binaryEphemeris.asp>.
- [38] Tofflemire, Benjamin M.; Mathieu, Robert D.; Ardila, David R.; Akeson, Rachel L.; Ciardi, David R.; Herczeg, Gregory; Johns-Krull, Christopher M.; Vodniza, Alberto. Enero de 2016. Recuperado de <https://iopscience.iop.org/article/10.3847/1538-4357/835/1/8>
- [39] Vodniza, Alberto Q.; Pereira, M. R.; Lopez, J. P.; Reyes, K.; Chaves, L. Septiembre de 2008. Search of Exoplanets - Phase I. Recuperado de <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2008DPS...40.1113V/abstract>
- [40] Vodniza, A. Q.; Rojas, M.; Reyes, K. Octubre de 2011. Estudio del exoplaneta TrES-3.

- [41] Vodniza, Alberto; Pereira, Mario. Junio de 2018. Estudio del asteroide Florence. Recuperado de [https : //ui.adsabs.harvard.edu/abs/2018AAS...23212301V/abstract](https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2018AAS...23212301V/abstract)