

**META-ESTUDIO DE LA HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN
COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA *QUIPU***

Héctor Efren Cabrera Erazo

Universidad de Nariño
Facultad de Ciencias Exactas
Programa de Licenciatura en Matemáticas
San Juan de Pasto
2021

**META-ESTUDIO DE LA HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN
COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA *QUIPU***

Héctor Efren Cabrera Erazo

Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de
Licenciado en Matemáticas

Asesor: Andrés Chaves Beltrán
Doctor en Historia de la Ciencia

Universidad de Nariño
Facultad de Ciencias Exactas
Programa de Licenciatura en Matemáticas
San Juan de Pasto

2021

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA *REVISTA QUIPU*

Nota de Responsabilidad

Las ideas y conclusiones aportadas en este Trabajo de Grado son Responsabilidad de los autores.

Artículo 1 del Acuerdo No. 324 de octubre 11 de 1966, emanado por el Honorable Consejo Directivo de la Universidad de Nariño.

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA
QUIPU

Nota de aceptación

ANDRÉS CHAVES BELTRÁN

Director.

VICENTE ERDULFO ORTEGA PATIÑO

Jurado

MARTÍNEZ PATIÑO LUIS FELIPE

Jurado

San Juan de Pasto, 13 de febrero del 2021

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA
QUIPU

A Juan David y Alejandro

Ustedes han sido, son y siempre serán la chispa que hace
funcionar mi vida, el logro que con este trabajo culmina es también de
ustedes que conmigo han sufrido y disfrutado el proceso.

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA *QUIPU*

Agradezco a:

A mi familia, por su incondicionalidad, sin su ayuda habría tenido que dedicar mis esfuerzos en direcciones distintas de la académica, especialmente gracias a mis hermanas María Elena y Luz Angélica; gracias a los docentes de la Licenciatura en

Matemáticas de la Universidad de Nariño quienes, con su conocimiento y gran sensibilidad humana me apoyaron y motivaron a crecer personal y profesionalmente,

gratitud especial a mi director, el Dr. Andrés Chaves Beltrán por brindarme su amistad y

ayuda, por guiarme académicamente con su experiencia y profesionalismo en la realización de este trabajo; a mis amigos, en especial a Marisol Cerón, Janeth Alpala,

Lucia Guerra, Andres Hernández y Omar Figueroa.

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA *QUIPU*

Resumen

Este texto es la socialización del trabajo de grado en el que se analizó cuatro artículos relacionados con Historia de las Matemáticas (HM) (y de la Educación Matemática (EM)) en Colombia publicados en *Revista Quipu*¹, tal análisis fue guiado por sistema de respuestas planteado por Guacaneme (2016) para las preguntas *¿Por qué se plantea la apropiación del conocimiento histórico de las Matemáticas por parte de los profesores?* y *¿Para qué se procura la apropiación del conocimiento histórico de las Matemáticas por parte de los profesores?*, que se refieren a los profesores de matemáticas independientemente de que aun estén en formación o ya en el pleno ejercicio de su profesión. En la parte final de este documento se discute algunos aspectos del SRG² que guio dicho análisis.

Palabras clave: *¿Por qué la Historia de las Matemáticas?, ¿para qué la Historia de las Matemáticas?, Conocimiento del profesor de Matemáticas, Educación Matemática, Revista Quipu.*

¹. http://www.revistaquipu.com/Sub1/?page_id=23

². SRG: Sistema de respuestas planteado por Guacaneme (2016) para las preguntas *Por qué*, *Para qué*, *Qué* y *Cómo debe ser apropiada la HM por los profesores de matemáticas*.

Abstract

This text is the socialization of the academic work, in which four articles related to Mathematics History (MH) (and Mathematical Education (ME)) in Colombia published in Quipu Magazine were analyzed, such analysis was guided by the responses system posed by Guacaneme (2016) for the questions Why is the appropriation of historical knowledge of Mathematics by teachers posed? and Why is the appropriation of the historical knowledge of Mathematics by teachers sought? These questions refer to mathematics teachers regardless of whether they are still in training or already in the full exercise of their profession. In the final part of this document, some aspects of the GRS which guided this analysis are discussed.

Keywords: Why the History of Mathematics? Why the History of Mathematics for? Knowledge of the mathematics teacher, Mathematics Education, Quipu Magazine.

Contenido

Introducción	15
Objetivos	16
Objetivo General	16
Objetivos Específicos	16
Metodología	17
1. Marco Teórico	18
1.1. Planteamiento del Problema	18
1.1.1. Justificación	19
1.1.2. Antecedentes	25
2. Análisis y Discusión	37
2.1. Presentación de Artículos	37
2.2. Análisis y Discusión de los Artículos Bajo las Respuestas a las Preguntas ¿Por qué? y ¿Para qué?	41
2.2.1. Sobre el artículo A: (Albis, 1984) Un programa de investigación en la historia de la matemática de un país latinoamericano	43
2.2.2. Sobre el artículo B: (Arboleda & Anacona, 1994) Las geometrías no euclidianas en Colombia. La apuesta euclidiana del profesor Julio Garavito (1865-1920)	47
2.2.3. Sobre el artículo C: (Sánchez & Albis, 2012) Historia de la enseñanza de las matemáticas en Colombia. De Mutis al siglo XXI	53
2.2.4. Sobre el artículo D: (Arbeláez & Recalde, 2012) El desarrollo del análisis matemático en Colombia (1850-1950)	58

	10
HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA <i>QUIPU</i>	
3. Conclusiones y comentarios	68
3.1. Conclusiones	68
3.2. Comentarios	70
Bibliografía	73

Lista de Ilustraciones

ILUSTRACIÓN 1. RESPUESTAS A LA PREGUNTA POR QUÉ HM EN EL CPM.....	23
ILUSTRACIÓN 2. RESPUESTAS A LA PREGUNTA PARA QUÉ HM EN EL CPM	23
ILUSTRACIÓN 3. RESPUESTAS A LA PREGUNTA QUÉ HM EN EL CPM	24
ILUSTRACIÓN 4. RESPUESTAS A LA PREGUNTA CÓMO HM EN CPM	24

Lista de Tablas

TABLA 1. ARTÍCULOS PUBLICADOS EN LA REVISTA QUIPU, PERÍODO 1984 HASTA 2012 QUE GUARDAN ALGUNA RELACIÓN CON LA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS (Y/O LA EM) EN COLOMBIA.....	37
TABLA 2. EXISTENCIA DE ACADÉMICOS - ARTÍCULO A.....	43
TABLA 3. VALORACIÓN SOCIAL - ARTÍCULO A.....	43
TABLA 4. CONSTITUYE UNA CORNUCOPIA DE VISIONES Y DOTA AL PROFESOR DE VISIONES - ARTÍCULO A.....	44
TABLA 5. CONFIGURA UNA FUENTE DE ARTEFACTOS Y DOTA AL PROFESOR DE ARTEFACTOS - ARTÍCULO A.....	45
TABLA 6. EXISTENCIA DE ACADÉMICOS - ARTÍCULO B.....	47
TABLA 7. VALORACIÓN SOCIAL - ARTÍCULO B.....	47
TABLA 8. CONSTITUYE UNA CORNUCOPIA DE VISIONES Y DOTA AL PROFESOR DE VISIONES - ARTÍCULO B.....	48
TABLA 9. CONFIGURA UNA FUENTE DE ARTEFACTOS Y DOTA AL PROFESOR DE ARTEFACTOS - ARTÍCULO B.....	52
TABLA 10. EXISTENCIA DE ACADÉMICOS - ARTÍCULO C.....	53
TABLA 11. VALORACIÓN SOCIAL - ARTÍCULO C.....	54
TABLA 12. CONSTITUYE UNA CORNUCOPIA DE VISIONES Y DOTA AL PROFESOR DE VISIONES - ARTÍCULO C.....	55
TABLA 13. CONFIGURA UNA FUENTE DE ARTEFACTOS Y DOTA AL PROFESOR DE ARTEFACTOS - ARTÍCULO C.....	57
TABLA 14. EXISTENCIA DE ACADÉMICOS - ARTÍCULO D.....	58

	13
HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA <i>QUIPU</i>	
TABLA 15. VALORACIÓN SOCIAL - ARTÍCULO D.....	59
TABLA 16. CONSTITUYE UNA CORNUCOPIA DE VISIONES Y DOTA AL PROFESOR DE VISIONES - ARTÍCULO D.....	61
TABLA 17. CONFIGURA UNA FUENTE DE ARTEFACTOS Y DOTA AL PROFESOR DE ARTEFACTOS - ARTÍCULO D.....	63

Glosario de siglas

C1.	Categorías de análisis 1 del SRG (ver último elemento de esta lista).
C2.	Categorías de análisis 2 del SRG.
CPM.	Conocimiento del Profesor de Matemáticas.
EM.	Educación Matemática.
ENS.	Escuela Normal Superior.
FPM.	Formación del Profesor de Matemáticas.
GNE.	Geometrías no euclidianas.
HM.	Historia de las Matemáticas.
HM – CPM.	Relación entre la HM y el CPM.
HM – EM.	Relación entre la HM y la EM.
SRG.	Sistema de Respuestas de Guacaneme para las preguntas “Por qué, Para qué, Qué y Cómo”.

Introducción

La Vicerrectoría de Investigaciones de la Universidad de Nariño, desde el año 2016 avaló el proyecto de investigación denominado *Historia de las Matemáticas en Colombia: Una Innovación en el Currículo del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño*, el cual, entre sus objetivos específicos estipula recopilar y analizar publicaciones relacionadas con la aplicación de la HM en la EM. En relación con dicho objetivo, surgió este trabajo de grado, por una parte, porque en lo de analizar publicaciones relacionadas con la aplicación de la HM en la EM, en el curso Electiva I – periodo B-2017 titulado Historia de las Matemáticas en Colombia, de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño, fueron analizados los capítulos 1, 2 y 3 de la tesis doctoral (Guacaneme, 2016) de donde surgieron diferentes inquietudes, algunas de las cuales se abordan en este trabajo, por otra parte, porque aunque tal vez de manera indirecta, este trabajo pretende poner un granito de arena en cuanto a la recopilación de documentos relacionados con la aplicación de la HM en la EM.

Las inquietudes surgidas en el curso Electiva I, que se abordan en este trabajo tienen que ver con la relación entre la HM y la Formación de Profesores de Matemáticas (HM-FPM), relación que Guacaneme aborda guiado por las preguntas *Por qué, Para qué, Qué, y Cómo*³; preguntas a las que Guacaneme plantea unas respuestas que, en conjunto, y en lo que sigue se denominarán SRG. En este trabajo se aborda lo concerniente a las razones que justifican la inclusión de la HM en la FPM (Esto es el *Por qué*) y aquello que tiene que ver con los propósitos de tal inclusión (Esto es el *Para qué*); lo concerniente al *Qué* y al *Cómo* que se están dejando de lado ha sido tratado en (Tapia, 2019). Este trabajo está organizado en tres capítulos como sigue.

³. Las preguntas completas se pusieron en el resumen y pueden verse otra vez en Justificación.

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA *QUIPU*

En el primer capítulo (Marco Teórico), se expone y justifica el tema; además se presenta el apartado de Antecedentes, el cual está organizado en tres subapartados: uno sobre Historia (de las matemáticas y de la Educación Matemática), otro sobre la relación entre la HM y la EM y por último un subapartado dedicado a (Guacaneme, 2016), el principal referente de este trabajo.

En el segundo capítulo (Análisis y Discusión), se lista los documentos que según los criterios de selección que ya se mencionarán en la Metodología son la materia prima de este trabajo, posteriormente se hace un cruce de cuatro de tales documentos con el SRG.

En el tercer capítulo se presentan conclusiones y comentarios. Las conclusiones están ligadas al objetivo general a través de los objetivos específicos; los comentarios están dedicados a hacer algunas aclaraciones, señalar dificultades encontradas en el transcurso del trabajo y señalar lo que a juicio del autor de este texto sería el aporte del mismo a la FPM.

Objetivos

Objetivo General

Estudiar aspectos de la Historia de las Matemáticas (y de la Educación matemática) en Colombia, a través de la revisión de documentos publicados en la *Revista Quipu*, y contrastando con los apartados 3.2.1 y 3.2.2 de la tesis doctoral (Guacaneme, 2016).

Objetivos Específicos

1. Identificar documentos de la *Revista Quipu* que se relacionen con la Historia de las Matemáticas (y de la Educación Matemática) en Colombia.
2. Sobre un número determinado de documentos identificados en el objetivo específico anterior, **realizar** un análisis de acuerdo con respuestas que Guacaneme plantea en su tesis en relación con las preguntas *Por qué* y *Para qué es pertinente el conocimiento histórico de las Matemáticas en la FPM*.

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA *QUIPU*

3. Complementar y replantear (de haber lugar a ello) las respuestas dadas por Guacaneme a las preguntas *Por qué* y *Para qué*.

Metodología

El primer objetivo específico se abordó realizando una búsqueda en todas las publicaciones de libre acceso⁴ en la *Revista Quipu*, delimitando el rastreo hacia los artículos relacionados con la HM (y de la EM) en Colombia. Los parámetros para tal selección fueron el autor (A), título (T) o resumen (R). Se identificaron 12 artículos (ver Tabla 1).

Para el segundo objetivo específico, fueron analizados 4 de los 12 artículos identificados en el objetivo específico 1. Cada uno de estos artículos fue cruzado con el SRG con el fin de identificar si existía algún tipo de correspondencia entre ambos, por ejemplo, para cada artículo se reflexiona si se percibe o hay relación con ***Visión de los objetos matemáticos*** (ver Ilustración 1 e Ilustración 2). La selección de los cuatro textos fue por parte e interés de los estudiantes de las asignaturas electiva II y electiva III cursadas en la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño en los periodos A-2018 y B-2018⁵.

Para el tercer objetivo específico, la revisión de los artículos se hizo teniendo en cuenta preguntas como ¿en los artículos se puede notar alguna justificación o propósito de la HM en la FPM que no haya sido considerado por Guacaneme?, ¿la lectura de los artículos evidencia alguna relación entre las diferentes respuestas que constituyen el SRG?, ¿alguno de los artículos estudiados presenta resistencia a ser cruzado con el SRG?

⁴. La *Revista Quipu* permite acceder libremente a 15 volúmenes, los cuales se distribuyen a lo largo del periodo comprendido entre los años de 1984 hasta 2012; cada uno de los volúmenes consta de 3 números y cada uno de estos está constituido por un promedio de 6 artículos.

⁵. En las dos versiones de la asignatura, como en la de B-2017, la denominación fue Historia de las Matemáticas en Colombia.

1. Marco Teórico

1.1. Planteamiento del Problema

Según Guacaneme (2016), la HM debe ser central en la FPM, por ello, en el capítulo 2 de su tesis, Guacaneme expone un amplio estado del arte de la relación entre la HM y la EM (HM-EM), tal estado del arte permite reconocer que tal relación abarca tantos aspectos que su estudio necesariamente involucraría mucho tiempo y la participación no solo de individuos sino también de comunidades académicas para ser plenamente abordada, de hecho así está pasando, por ejemplo movimientos dados entre 1996 y 2000 por iniciativa de la Comisión Internacional de Instrucción Matemática (ICMI) o lo que viene pasando gracias al Congreso Iberoamericano de Historia de la Educación Matemática (CIHEM) entre otros. No obstante la inmensidad del tema, Guacaneme señala algunos aspectos generales de la relación HM-EM, entre tales aspectos menciona la existencia de cuatro ámbitos de interpretación de la relación, a saber: 1) HM-EM como la intervención de la HM en la enseñanza de las Matemáticas (incluso en su aprendizaje), 2) la relación HM-EM como la intervención de la HM en la investigación en el campo de la EM, 3) la HM en la formación o educación de los profesores de Matemáticas y 4) la relación HM-EM constituida por los documentos y las referencias a la historia de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Para el tercer ámbito de interpretación menciona que hay una serie de objetivos que aluden a proveer al profesor de recursos y un trasfondo favorable para el desempeño docente, posteriormente en el capítulo 3 limita la discusión a tal ámbito, al considerar la relación entre la HM y el Conocimiento del Profesor de Matemáticas (HM-CPM). Ahora bien, la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño está en un proceso de articulación de sus campos de formación, en particular se busca articular el campo de Formación en Educación Matemática, compuesto por distintas líneas, entre las que se encuentra la de Historia y

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA *QUIPU*

Epistemología de las Matemáticas, con respecto a tal línea, y en pro del mencionado proceso, se hace necesario escudriñar en la literatura especializada sobre la relación entre la FPM y la HM. Según el capítulo 3 de (Guacaneme, 2016), esta relación se puede abordar desde las siguientes cuatro preguntas, planteadas con respecto de los profesores de matemáticas bien sea que estén aun en formación o en el pleno ejercicio de su profesión:

1. ¿Por qué se plantea la apropiación del conocimiento histórico de las Matemáticas por parte de los profesores?
2. ¿Para qué se procura la apropiación del conocimiento histórico de las Matemáticas por parte de los profesores?
3. ¿Qué tipo de Historia de las Matemáticas debe ser apropiada por los profesores?
4. ¿Cómo se llevan a cabo los procesos de apropiación del conocimiento histórico de las Matemáticas por parte de los profesores?

En ese sentido, el trabajo que aquí se socializa se desarrolla en lo referente a las preguntas 1 y 2, es decir en relación con el *Por qué* y el *Para qué* de la HM en la FPM. Las preguntas *Qué* y *Cómo* son abordadas en (Tapia, 2019).

1.1.1. Justificación

Al reflexionar sobre la formación de profesores de matemáticas y sobre la mejora continua de tal proceso en la persecución de la calidad docente que en Colombia exige el Ministerio de Educación Nacional y que la sociedad se merece, uno de los primeros y más importantes asuntos que deben ser objeto de revisión constante es la constitución del plan de

estudios de los diferentes programas de formación de tales maestros, caso particular, la formación de profesores de matemáticas en la Universidad de Nariño que está en un proceso de articulación de sus campos de formación.

1.1.1.1. En Relación con el Objetivo General.

¿Por qué llevar a cabo un estudio relacionado con la HM (y de la EM), en Colombia? En primera instancia es de tener siempre claro que en cualquier proceso se debe tener el interés puesto en el producto final del proceso; en la generación de profesores, el producto final es un ser humano participando de forma profesional en la educación (formación si se quiere) de otros seres humanos y por ende del grupo social al que estos pertenecen, en ese sentido, bien entendidas sean las siguientes palabras de Gomajoa (2016) “Es necesario que una comunidad académica como la matemática reconozca su historia, para así involucrarse en la construcción de la nación, (...)"

Y refiriéndose a Colombia continua:

(...) la parálisis científica que conllevó la guerra de independencia es una consecuencia de que llevemos mucho tiempo de atraso en comparación con otras naciones, y hoy al igual que hace más de doscientos años sigue vigente la pelea que dio Mutis y sus discípulos por una educación científica y de alta calidad, ...

Y si, el reconocimiento de la Historia Nacional es un acto necesario para abordar las problemáticas en este caso académicas y científicas, o como expresa Serres (1991) “para entender las formas actuales de nuestra sociedad no es suficiente con estudiar su historia política y económica pues la ciencia y la tecnología han jugado un papel decisivo en los cambios que experimenta el mundo contemporáneo”

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA *QUIPU*

Por otra parte, la Historia de las Matemáticas y la Historia de la Educación Matemática pueden considerarse “terrenos” inagotablemente productivos de materias primas e insumos para el mejoramiento del sistema educativo y sus componentes, en particular y a manera de ejemplo, lo relacionado con diseño curricular y con sistemas didácticos; en ese sentido vale remitirse a (Arboleda, 2012)⁶, concretamente a la pregunta: “¿qué uso se está haciendo de la historia local de las matemáticas en su enseñanza?”; y a su respectiva respuesta:

(...) relativo al uso de la historia como recurso pedagógico para favorecer el aprendizaje, la comprensión de las matemáticas por parte de los estudiantes. Particularmente en los diferentes doctorados de enseñanza de las matemáticas en América Latina es posible encontrar líneas de investigación sobre las modalidades de uso y apropiación de la historia de las matemáticas para favorecer los enfoques pedagógicos que rompan esa enorme dificultad que tenemos en nuestros países (...), en crear metodologías social y culturalmente adecuadas para enseñar las matemáticas en las condiciones de nuestras culturas y de nuestros ambientes educativos. Hasta donde estoy informado, en países como Brasil, Colombia, México o Argentina en donde existen programas maduros de formación doctoral y de maestría en educación matemática, uno de los componentes comunes para formar al más alto nivel a los profesores de matemáticas es, precisamente, la historia de las matemáticas, la historia de la educación matemática, y más aún, la historia y la filosofía de las prácticas investigativas en matemáticas en contextos culturalmente diversos.

⁶. Entrevista realizada por Juan José Saldaña y Libertad Díaz Molina.
<http://www.historiacienciaytecnologia.com/historia-de-la-ciencia/historia-de-las-matematicas-en-america-latina/>

1.1.1.2. En Relación con el Objetivo Específico 1.

¿Por qué la *Revista Quipu*? La *Revista Quipu* es una revista indexada en Latindex que constituye un medio de comunicación y/o información de CIHCyTAL (Comunidad en Internet de Historia de la Ciencia y la Tecnología en América Latina), esto es un grupo de profesionales de la historia latinoamericana de la ciencia y la tecnología, que coherente con su misión (contribuir a la formación de una cultura científica y tecnológica en América Latina basada en el conocimiento de su historia) han puesto los conocimientos reunidos durante más de treinta años de investigación sobre la ciencia y la tecnología en América Latina, al alcance de estudiantes, docentes, periodistas, investigadores de otras áreas y de toda persona interesada⁷.

La *Revista Quipu* se consolida como una plataforma de indispensable consulta para quien/es se interese/n por el estudio de la ciencia desde contextos histórico-culturales. En particular, y para el interés que aquí ocupa, desde sus inicios en la década del 1980, ha publicado diferentes textos de la historia de las Matemáticas y de su enseñanza, incluyendo material concerniente al contexto colombiano.

1.1.1.3. En Relación con el Objetivo Específico 2.

Parte de la tesis doctoral (Guacaneme, 2016), fue objeto de estudio en el curso Electiva I – periodo B-2017. Fueron analizados los capítulos 1, 2 y 3, de tal proceso queda que los apartados 3.2.1 y 3.2.2 de dicha tesis fruto de varios años de trabajo y estudio, brindan a la comunidad de la EM, una buena “carta de navegación” para llevar de buena manera la utilización de la HM en pro de la FPM; tal carta se basa precisamente en el SRG formulado a las preguntas

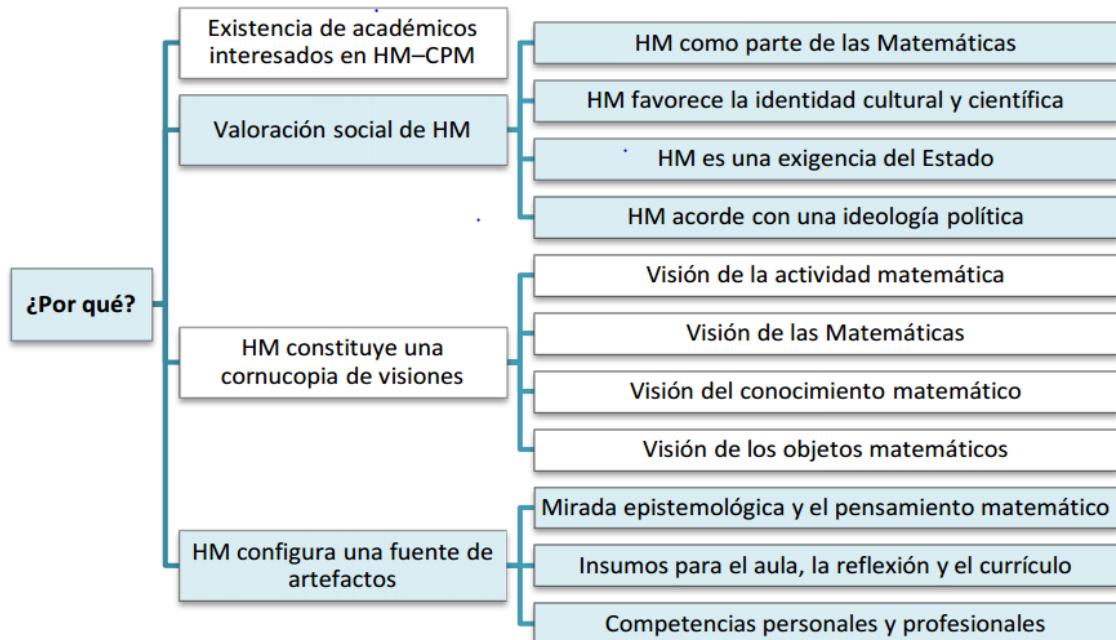
⁷. Parafraseando lo expuesto en <http://www.historiacienciaytecnologia.com/acerca-de-nosotros/>

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA *QUIPU*

Por qué, Para qué, Qué y Cómo La HM debe ser relacionada en la FPM. El mismo Guacaneme

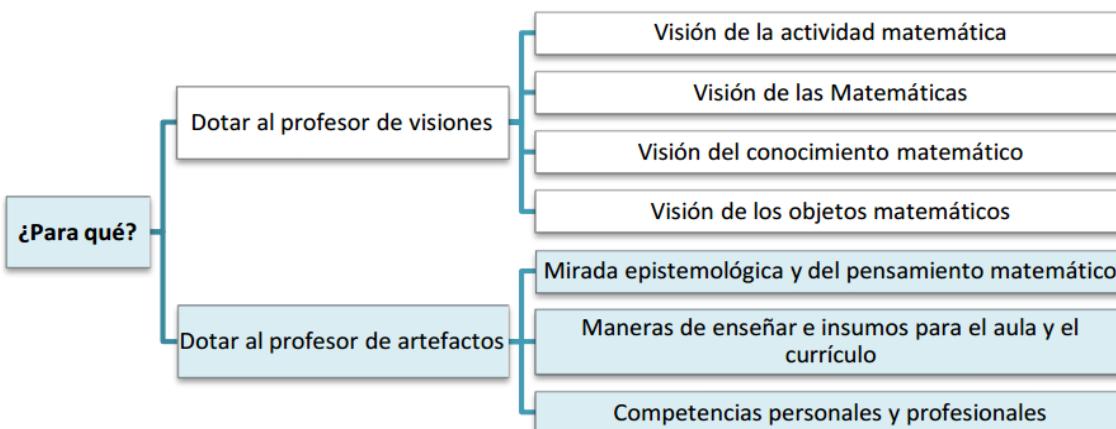
resume el SRG en el siguiente conjunto de esquemas:

Ilustración 1. Respuestas a la pregunta *Por qué HM en el CPM*

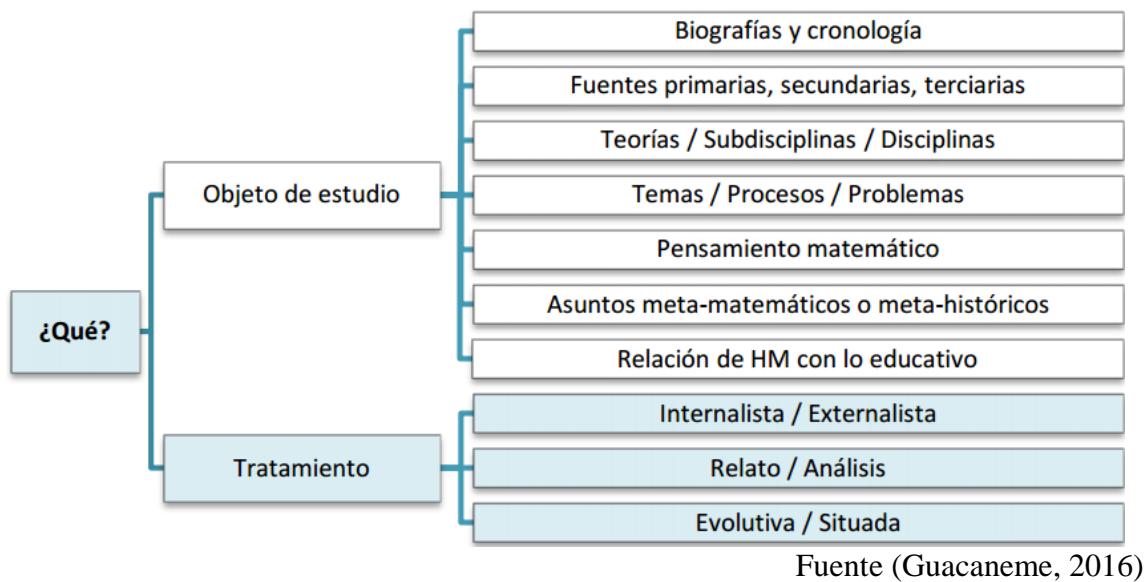


Fuente (Guacaneme, 2016)

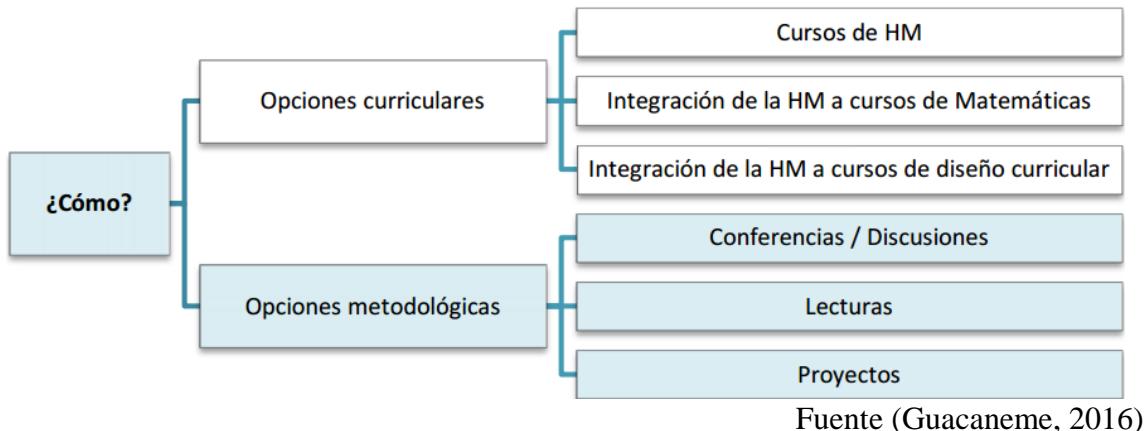
Ilustración 2. Respuestas a la pregunta *Para qué HM en el CPM*



Fuente (Guacaneme, 2016)

Ilustración 3. Respuestas a la pregunta *Qué HM en el CPM*

Fuente (Guacaneme, 2016)

Ilustración 4. Respuestas a la pregunta *Cómo HM en CPM*

Fuente (Guacaneme, 2016)

En los esquemas se puede ver que para cada una de las cuatro preguntas Guacaneme identifica dos niveles de respuestas, niveles que para los efectos de este trabajo de grado se entienden como categorías de análisis 1 y categorías de análisis 2 que se designan con C1 y C2 respectivamente, donde cada línea de las C2 se desprende de alguna de las líneas de las C1, por ejemplo, en el *Para qué, Visión de las matemáticas* es una de las C2 y se desprende de *Dotar al profesor de visiones* que es una de las C1. Es así como en este trabajo y en el de Tapia (2019), se

utiliza el SRG como parámetro guiator del análisis de documentos de la *Revista Quipu*

potencialmente útiles para la FPM.

1.1.1.4. En Relación con el Objetivo Específico 3.

¿Porque, complementar, replantear, las respuestas dadas por Guacaneme (2016)?

Complementar, replantear, son actividades académicas, sirven como ejercicio para fortalecer la capacidad crítica y/o evaluativa, también se tiene en cuenta que en trabajos previos de Guacaneme, particularmente en (Guacaneme, 2016) hay resultados menos consolidados, frente a lo cual el mismo Guacaneme reconoce que parte de su planteamiento ha venido transformándose desde años atrás, en ese sentido, se considera que puede hacerse reflexiones sobre ello, de tal forma que su planteamiento siga evolucionando.

1.1.2. Antecedentes

A continuación, se presentan los antecedentes/referentes los cuales están organizados en tres subapartados a saber, el 1.1.2.1 es sobre la Historia de las Matemáticas (y de la EM), el 1.1.2.2 es sobre la Relación entre la HM y la EM, en estos dos subapartados se listan los antecedentes/referentes, en algunos casos cada elemento se acompaña de una breve descripción; por último, el 1.1.2.3 se dedica a la principal referencia y antecedente de este trabajo, la tesis doctoral de Edgar Guacaneme, titulada: *Potencial formativo de la historia de la teoría euclidianas de la proporción en la constitución del conocimiento del profesor de matemáticas*.

1.1.2.1. Sobre la Historia de las Matemáticas (y de la Educación Matemática) en Colombia.

(Arboleda, 1986) Dificultades estructurales de la profesionalización de las matemáticas en Colombia. *Revista Historia Social de las Ciencias*. Es un análisis histórico del desarrollo que han tenido las matemáticas en Colombia, enfatiza sobre la profesionalización de éstas. Ilustra su

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA

QUIPU

evolución y diserta el influjo que, en los campos de las ciencias exactas y naturales, lo mismo que en la ingeniería, ha tenido la escuela francesa y cómo algunos gobiernos de turno desde la década de 1830, en su interés por favorecer el desarrollo de las matemáticas, repetidamente contrataron profesores extranjeros. Resalta que el ejercicio y consolidación de la profesión ha sido estimulado por las exigencias de la modernización del Estado y por la complejidad inherente a las técnicas de organización y planeación del aparato económico. Deja claro que la enseñanza de la matemática en Colombia se orientó inicialmente al servicio de la ingeniería y posteriormente llega a niveles de profesionalismo autónomo. El documento es parte de los diferentes estudios sobre · "Historia Social de la Ciencia en Colombia", hechos por la *Sociedad Colombiana de Epistemología* con la financiación de *COLCIENCIAS* y del *Programa de Desarrollo Científico y Tecnológico de la OEA*.

(Arboleda, 1993) La ciencia y el ideal de ascenso social de los criollos en el virreinato de Nueva Granada. *Revista Ciencia, técnica y estado en la España ilustrada*. Es un trabajo cuyo propósito es mostrar que el discurso *Avisos de Hebefilo*, publicado en 1791 por Francisco Antonio Zea, es un texto que admite una lectura a través de la cual se descubre que, en las nuevas realidades sociales de la década de 1790, las ideas ilustradas sobre la utilidad de la nueva ciencia para el progreso del Estado y la felicidad pública habían producido efectos muy importantes en el sistema de valores de la élite de eruditos criollos a la que Zea pertenecía. *Avisos de Hebefilo* estaba consagrado a renovar públicamente los temas de reforma de la enseñanza escolástica que desde hacía treinta años venían agitándose en la Nueva Granada en forma intermitente por Mutis, el fiscal Moreno y Escandón y los virreyes ilustrados.

(Sánchez, 1993) Las matemáticas en los Anales de Ingeniería. *Revista Mathesis*.

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA *QUIPU*

(Albis & Camargo, 2005) Pedro J. Sosa: Un gran ingeniero matemático entre otros.

Revista de la Academia Colombiana de las Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Se presenta un esbozo biográfico del ingeniero panameño Pedro José Sosa y de su importancia en la historia de la ingeniería y las matemáticas colombianas del siglo XIX.

1.1.2.2. Sobre la Relación entre la Historia de las Matemáticas y la Educación Matemática.

(Arboleda, 1984) Historia y enseñanza de las matemáticas. *Revista Quipu.* Hace un análisis de las relaciones de la historia con la investigación y la enseñanza de las matemáticas; luego caracteriza algunas de las dificultades más comunes en el uso de recursos históricos en la enseñanza de las matemáticas, y expone algunas alternativas para superar tales dificultades y favorecer una apropiación pedagógica de la historia en la práctica docente.

(Albis, 1987) Las proporciones del sol de los pastos. *Revista Boletín de Matemáticas.* Un texto que hace parte de una serie dedicada a la reconstrucción del pensamiento geométrico de las culturas prehispánicas, aprovechando el estudio de los diseños que aparecen en la ornamentación artística de objetos y utensilios, en la que subyacen grupos de simetrías planas, como expresión geométrica del ritmo, y las proporciones. Apoyándose en (Bourbaki 1972, p. 368) defiende que tal ornamentación, puede con todo derecho, ser considerada como una parte de las matemáticas desarrolladas por tales civilizaciones. Plantea que el desciframiento de las ideas geométricas subyacentes en la ornamentación prehispánica ayuda no sólo a la reafirmación de identidad cultural y a la reconstrucción conjetal, y coherente del origen de la matemática, mediante estudios comparativos; sino que también conduce, a reflexiones sobre la manera de enseñar las matemáticas haciéndolas más interesantes para los educandos, usando aspectos estéticos y humanísticos relacionados fuertemente a la historia cultural.

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA *QUIPU*

(Gálvez & Maldonado, 2012) El papel de la historia de la Aritmética en un curso de didáctica para la formación inicial de profesores. *Universidad Pedagógica*. Esta investigación tiene como referente teórico la línea de investigación sobre el conocimiento del profesor de matemáticas, de la Maestría en Docencia de la Matemática en la Universidad Pedagógica Nacional, da a conocer la caracterización o rol que cumple la historia de la aritmética en la formación preliminar de profesores.

(Rodríguez & Sandoval, 2016) La historia como una herramienta didáctica para la enseñanza del concepto de integral. *Universidad Pedagógica*. Un catálogo de propuestas en las que se hace uso de la historia de la integral para la enseñanza de esta. Para lograr tal catálogo identificaron algunos aspectos del desarrollo histórico asociado al concepto de integral, a través de esos aspectos fueron identificadas algunas etapas que el concepto ha tenido hasta llegar a convertirse en un objeto indispensable para la totalización de los efectos debidos al proceso de cambio, y en consecuencia un elemento fundamental del Cálculo.

(Rucinque & Zambrano, 2013) Memorias de la elaboración de una propuesta de intervención en el aula de matemáticas, a partir de la apropiación y uso de algún aspecto de la historia de las curvas. *Universidad Pedagógica*. Muestra el proceso de elaboración de una propuesta curricular, que trabajó aspectos de las curvas involucrando aspectos de la Historia de las Matemáticas. Presenta en forma narrativa la experiencia de dos profesoras de matemáticas, como el objetivo de mirar en “cámara lenta” como fue el proceso que se llevó a cabo para diseñar una propuesta de enseñanza.

(Erazo, 2016) Categorías de usos de la Historia de las Matemáticas en la Educación en Matemáticas. *Universidad Pedagógica*. Trabajo de grado que se propone caracterizar sistemáticamente los usos de la HM a través de una revisión documental de revistas

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA *QUIPU*

especializadas reconocidas por la comunidad de educadores matemáticos, que se refieran a propuestas de aula o experiencias de actividades cuyo diseño estuviese relacionado con la Historia de las Matemáticas, se crean categorías de análisis, unidades y subunidades de análisis para interpretar y describir las relaciones entre cada categoría para la construcción de unidades hermenéuticas mediadas por el software de análisis Atlas.ti.

(Tapia, 2019) Historia de las Matemáticas en Colombia a través de la *Revista Quipu* y la relación Conocimiento de Profesor de Matemáticas-Historia de las Matemáticas. *Universidad de Nariño*. Trabajo de grado que lleva a cabo un análisis de documentos guiado por las respuestas a las preguntas ¿Qué? y ¿Cómo? del SRG. No es coincidencia cualquier similitud de forma, modo o incluso de contenido entre Tapia (2019) y el presente trabajo, pues inicialmente los dos fueron un único proyecto de grado que por cuestiones logísticas fue necesario partir en dos.

1.1.2.3. Referencia principal.

(Guacaneme, 2016) Tesis doctoral titulada Potencial formativo de la historia de la teoría euclíadiana de la proporción en la constitución del conocimiento del profesor de matemáticas. *Universidad Pedagógica*. Como ya se dijo es la principal referencia de este trabajo y por ello merece una reseña más completa. (Guacaneme, 2016) es una investigación que surge del (y/o se ubica en el) contexto configurado por el papel de la HM en la constitución del CPM. Sitúa a la historia de la disciplina como parte central del conocimiento disciplinar. Escoge la historia de la razón y la proporción, como objeto específico de la Historia de las Matemáticas sobre el cual focalizar el estudio. Así llega a formular la pregunta que pretende responder con tal estudio: “¿cuál es el potencial formativo de la historia de la teoría euclíadiana de la razón y la proporción, contenida en el Libro V de Elementos, en la constitución del conocimiento del profesor de Matemáticas?” En procura de una respuesta, identifica la necesidad de lograr una aproximación

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA *QUIPU*

al estado del arte de la reflexión e investigación en torno a la relación HM – EM, y logra tal aproximación desde los resultados del campo de la Educación Matemática. Con ello, y guiado por las preguntas relacionadas con los argumentos a favor de la integración de la HM en la FPM (o sea el *Por qué*); las intenciones que se persiguen con dicha integración (o sea el *Para qué*); las características de la Historia de las Matemáticas que se vincula a los procesos educativos de los profesores de Matemáticas (eso es el *Qué*); y las estrategias metodológicas que se han diseñado e implementado para que los profesores de Matemáticas se apropien y usen los discursos históricos (lo cual es el *Cómo*), Guacaneme explora la relación HM – CPM.

Con relación al *Por qué* identifica cuatro respuestas generales (las C1 del *Por qué*, ver Ilustración 1) de las cuales a su vez, gracias al análisis y clasificación del contenido de los documentos (ver apartado 3.2 de (Guacaneme, 2016)) logra un refinamiento, una subcategorización (las C2 del *Por qué*) como sigue:

I. Existencia de académicos o comunidades con formación en Historia de las Matemáticas e interés en el conocimiento del profesor de Matemáticas.

Expresa que la existencia de personas o equipos en las/los que se conjuguen alguna formación en HM y algún grado de interés por la formación de los profesores de Matemáticas, es algo que ha favorecido la inclusión de la HM en tal formación. De esta C1 no identifica categorías C2.

II. Valoración social de la historicidad de las Matemáticas.

De esta C1 identifica las siguientes cuatro C2:

- **HM como parte de las Matemáticas.** La HM es parte sustancial de las Matemáticas y, por tanto, no puede haber auténtica enseñanza de las Matemáticas sin incluir en esta su historia.

- **HM favorece la identidad cultural y científica.** En un intento por reivindicar su propia producción y actividad matemática algunos países han incorporado en la formación de profesores de Matemáticas el estudio de su HM. Se refiere también a planteamientos de Anacona (2003), quien refiriéndose a estudios sobre el lugar de los elementos socioculturales en la HM y su papel en la determinación de una cultura académica propia, manifiesta que desde tal tipo de estudios se espera contribuir a una mejor comprensión de las condiciones de nuestra inserción (caso Colombia) histórica en la modernidad y a una caracterización de una cultura matemática y educativa propia.
- **HM es una exigencia del Estado.** Tal exigencia se expresa, por ejemplo, en los casos de Austria e Italia, que han incluido un componente histórico o filosófico de las Matemáticas en los exámenes requeridos para poder ejercer la docencia y por ello la educación de los profesores debe incluir también tal componente.
- **HM acorde con una ideología política.** Esta cuarta expresión de la valoración social de la HM se reconoce en los casos chino, ruso y alemán, cuando aluden a la presencia o ausencia de una ideología política y su consecuente valoración de la Historia y, en consecuencia, de la Historia de las Ciencias y de la HM.

III. *La Historia de las Matemáticas constituye una cornucopia de visiones.* De esta C1 identifica las siguientes cuatro C2:

- **Visión de la actividad matemática.** La HM proporciona visiones de la actividad matemática que, por lo general, distan o complementan a aquellas visiones que emergen desde los resultados matemáticos propiamente dichos; más que como sistema de verdades, se ve a las Matemáticas como actividad humana, que incorpora

errores, argumentos heurísticos, incertidumbre, dudas, argumentos intuitivos, controversias y aproximaciones alternativas a los objetos matemáticos.

- **Visión de las Matemáticas.** Las visiones emergentes de la HM ofrecen un marco de referencia alterno al usual, para procurar desarrollar en las aulas de Matemáticas enfoques más coherentes con la naturaleza de las Matemáticas mismas.
- **Visión del conocimiento matemático.** La HM constituye un laboratorio epistemológico en el cual explorar el desarrollo del conocimiento matemático, reconocer entre otros asuntos, facetas alternativas de este y apoyar la reflexión filosófica sobre el mismo.
- **Visión de los objetos matemáticos.** La HM permite reconocer preguntas, problemas, tratamientos, significados, representaciones, formas de pensamiento, etc. sobre objetos matemáticos.

IV. *La Historia de las Matemáticas configura una fuente de artefactos*⁸. Identifica las siguientes tres C2:

- **Mirada epistemológica y el pensamiento matemático.** Guacaneme se refiere a una relación entre la mirada epistemológica sobre la evolución del conocimiento matemático y la evolución del pensamiento matemático; relación que se evidencia por aproximaciones históricas (a tal conocimiento) que identifican rutas paralelas entre la evolución del conocimiento y la evolución del aprendizaje, o entre las condiciones y prácticas que generaron un desarrollo de las Matemáticas y los contextos para el

⁸. El sentido en el Guacaneme se refiere a *artefacto* es según lo planteado por Verillon & Rabardel (1995): un *artefacto asciende a herramienta* cuando alguien consigue emplearlo para algún propósito.

aprendizaje de las mismas; que se establecen relaciones entre los obstáculos epistemológicos para ciertos objetos matemáticos y las dificultades o los obstáculos didácticos en la asimilación de tales objetos. Manifiesta que lo anterior se reconoce como conocimiento necesario y pertinente para el profesor de Matemáticas, pues tal conocimiento puede orientar acciones y decisiones didácticas y ser un marco de referencia para interpretar dificultades en el aprendizaje.

- **Insumos para el aula, la reflexión y el currículo.** La HM: genera una entrada a la discusión de asuntos didácticos, constituye un elemento central en la elaboración de un currículo, ofrece un ámbito para la elaboración de actividades didácticas de carácter histórico, ofrece un rico manantial de problemas que pueden ser objeto de un tratamiento lúdico, permite disponer de un punto de referencia para la problematización pedagógica y la transformación cualitativa de la cultura matemática escolar.
- **Competencias personales y profesionales.** Para ilustrar pone algunas: leer, escribir, escuchar, buscar fuentes, discutir, analizar y hablar sobre las Matemáticas; sensibilidad, tolerancia y respeto hacia maneras no convencionales de expresar ideas o resolver problemas; valoración de la persistencia y el ánimo ante la adversidad.

Respecto del *Para qué* distingue dos respuestas generales (las C1 del *Para qué*, ver Ilustración 2) de las cuales a su vez desglosa categorías C2 como sigue:

I. Para dotar al profesor de visiones pertinentes para su ejercicio profesional. identifica las siguientes cuatro C2:

- **Visión de la actividad matemática.** El propósito de que los profesores apropien la HM es que estos accedan a visiones de la actividad matemática a través de las cuales

logren una comprensión de la misma, reconozcan que esta tiene distintas facetas, valoren el acto creador y adviertan el papel de la intuición y la demostración, aprecien los aspectos estéticos ligados a la creación matemática, se abran hacia maneras alternas de hacer y comunicar, y evidencien rasgos del carácter humano intrínseco y característico de la actividad matemática, entre otras características.

- **Visión de las Matemáticas.** Para que los profesores establezcan las motivaciones, formas de creación, procesos de validación, ..., que definen a las Matemáticas en relación con otras disciplinas y, en este sentido, los profesores logren mejorar su comprensión sobre las Matemáticas y disponer de conocimiento para entender la distinción e interacción entre su contenido y forma; para que los profesores tengan la posibilidad de valorar la importancia cultural y la riqueza histórica de las Matemáticas y sus vínculos con los fenómenos sociales y culturales, así como la participación de diferentes gentes y culturas en el desarrollo de las Matemáticas.
- **Visión del conocimiento matemático.** Para que los profesores puedan conseguir visiones del conocimiento matemático alternas a la que subyace en (y deviene de) su versión teórica o formal; visiones que vinculen dicho conocimiento de manera más adecuada y útil a las necesidades de la EM.
- **Visión de los objetos matemáticos.** Para que los profesores exploren el carácter evolutivo, el lugar y estatus de diversos conceptos y procedimientos matemáticos, en las Matemáticas (e incluso en otras disciplinas); que identifiquen distintos significados y sentidos de los conceptos y reflexionen sobre tales polisemias. Y de esa manera tengan una comprensión más profunda y enriquecedora sobre la expresión

escolar de tales objetos matemáticos y sobre su enseñanza, y puedan desafiar algunas creencias existentes sobre tales ideas, conceptos y técnicas.

II. Para dotar al profesor de artefactos adecuados para su ejercicio profesional.

Identifica las siguientes tres C2:

- **Mirada epistemológica y del pensamiento matemático.** Para que los profesores se concienticen de los obstáculos epistemológicos, de los enfoques poco trascendentes o equívocos de algunos matemáticos, de los procesos de aceptación legítima de propiedades y objetos matemáticos o de maneras poco ortodoxas de tratamiento de algún problema matemático y de esa manera los profesores adquieran sensibilidad y disposición enriquecida sobre las maneras de pensar de sus estudiantes, o referenciar y entender sus dificultades de comprensión o conceptualización y los errores que estos cometan. Para que los profesores puedan identificar creencias sobre el aprendizaje de las Matemáticas y hacer contraste con sus propias experiencias de aprendizaje, incluso poner de relieve y hasta evaluar su propio conocimiento matemático.
- **Maneras de enseñar e insumos para el aula y el currículo.** Entre muchas otras cosas, para que los profesores accedan a maneras alternas de enseñanza y construcción de objetos matemáticos, de diseño de tareas, de explicación y presentación de ideas o temas, de exhibición de aspectos culturales e históricos de las Matemáticas; para que dispongan de un marco de referencia en cuanto a la estructuración de cursos, de su orden y jerarquía temática, o incluso de su enfoque.

- **Competencias personales y profesionales.** Entre otras cosas para que los profesores tengan la posibilidad de vivir experiencias de aprendizaje alternas a las usuales por medio de las cuales adquieran independencia intelectual, pensamiento crítico, capacidad de abordar estudios de aspectos históricos complejos; para que [re]recontextualicen y [re]personalicen sus conocimientos; para que se favorezca su polimatía y su pensamiento interdisciplinar.

2. Análisis y Discusión

Este capítulo corresponde a la revisión de cómo se involucra cada uno de los cuatro artículos seleccionados para estudio, con cada C1 y/o C2 correspondientes al SRG, por ejemplo, para cada artículo se reflexiona si se percibe o hay relación con *Visión de los objetos matemáticos*, que es una C2 en la línea de *HM constituye una cornucopia de visiones*, que es a su vez una de las C1 del *Por qué*.

2.1. Presentación de Artículos

Recuérdese que los parámetros para la selección de artículos fueron el autor (A), título (T), o resumen (R). El título y/o el resumen deben aludir a la HM (y/o la EM) en Colombia, en su defecto, los autores tienen que ser de conocido interés en la cuestión para el caso colombiano, por ejemplo para la selección del artículo *La historia y la educación matemática en el “horizonte” conceptual de la pedagogía*, de Arboleda & Castrillón (2012), nótese que el título no brinda información sobre si el contenido aludirá o no al contexto colombiano, pero el criterio de autores es justificación suficiente para que el artículo en cuestión pueda ser tenido en cuenta. Por cada criterio presente se marca una X (ver Tabla 1). Los 12 documentos del periodo 1984 hasta 2012, que bajo los criterios establecidos pueden ser tenidos en cuenta para el análisis se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1. Artículos publicados en la Revista *Quipu*, periodo 1984 hasta 2012 que guardan alguna relación con la Historia de las Matemáticas (y/o la EM) en Colombia.

	Artículo	Autor	Se encuentra en	A	T	R
1	Historia y enseñanza de las matemáticas.	Luis Carlos Arboleda.	Volumen 1, núm. 2, mayo-agosto 1984.	X	X	
2	La Comisión corográfica: un acercamiento a la Nueva Granada.	Olga Restrepo Forero.	Volumen 1, núm. 3, septiembre-diciembre 1984.			X

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA
QUIPU

Artículo	Autor	Se encuentra en	A	T	R
3 Un programa de investigación en la historia de la matemática de un país latinoamericano.	Víctor Albis.	Volumen 1, núm. 3, septiembre-diciembre 1984.	X	X	
4 Acerca del problema de la difusión científica en la periferia: El caso de la física newtoniana en la Nueva Granada.	Luis Carlos Arboleda.	Volumen 4, núm. 1, enero-abril 1987.	X	X	
5 Sobre una traducción inédita de los <i>Principia</i> al castellano hecha por Mutis en la Nueva Granada circa 1770.	Luis Carlos Arboleda.	Volumen 4, núm. 2, mayo-agosto 1987.	X	X	
6 Las teorías de Copérnico y Newton en los estudios superiores del Virreinato de la Nueva Granada y en la Audiencia de Caracas. Siglo XVIII.	Luis Carlos Arboleda, Diana Soto.	Volumen 8, núm. 1, enero-abril 1991.	X	X	
7 La Universidad Colombiana: actividades científicas y formación de investigadores.	Diego Becerra Ardila y Olga Restrepo Forero.	Volumen 10, núm. 1, enero-abril 1993.		X	
8 Las geometrías no euclidianas en Colombia. La apuesta euclidiana del profesor Julio Garavito (1865-1920).	Luis Carlos Arboleda y Maribel Anacona.	Volumen 11, núm. 1, enero-abril 1994.	X	X	X
9 La historia y la educación matemática en el “horizonte” conceptual de la pedagogía.	Luis Carlos Arboleda Aparicio y Gloria Castrillón Castro.	Volumen 14, núm. 1, enero-abril 2012.	X	X	
10 Historia de la enseñanza de las matemáticas en Colombia. De Mutis al siglo XXI.	Clara Helena Sánchez y Víctor Albis.	Volumen 14, núm. 1, enero-abril 2012.	X	X	X
11 Semblanza de Ubiratan D’Ambrosio como historiador de las matemáticas y las ciencias.	Luis Carlos Arboleda.	Volumen 14, núm. 1, enero-abril 2012.	X	X	X
12 El desarrollo del análisis matemático en Colombia (1850-1950).	Gabriela I. Arbeláez y Luis C. Recalde (Arbeláez & Recalde, 2012).	Volumen 14, núm. 3, septiembre-diciembre 2012.	X	X	X

Fuente: este estudio.

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA *QUIPU*

De los 12 artículos reportados en la anterior tabla, se seleccionaron el 3, el 8, el 10 y el 12 que en adelante se designan con A, B, C y D respectivamente. Cada uno de ellos se analizó de acuerdo con las diferentes categorías C1 y C2 del SRG. Los cuatro artículos seleccionados se presentan a continuación con su respectivo resumen.

Artículo A: (Albis, 1984) *Un programa de investigación en la historia de la matemática de un país latinoamericano*. Puede decirse que es la socialización de un proyecto de Víctor Albis (1939 - 2017) para la recopilación de Historia de la Matemática en Colombia como un modelo para la Sociedad latinoamericana de Matemáticas de finales del siglo XX. Tal proyecto fue auspiciado parcialmente por COLCIENCIAS en 1974. Según el autor, para la década de 1970, las investigaciones dirigidas a la HM en Colombia y otros países eran muy pocas y los resultados no siempre se compartían con la comunidad de interés, por ello el artículo tiene como propósito dar a conocer a grandes rasgos las experiencias del proyecto titulado "un programa de investigación en la historia de la matemática colombiana" que se dirigió y orientó desde 1973. El artículo expone: 1) la metodología llevada a cabo para obtener la información; 2) una breve reseña de la matemática aborigen y su interacción con la lingüística, la geometría, la arqueología y la etnografía; 3) la transmisión y asimilación de la ciencia europea durante la Colonia y los primeros años de la República de Colombia.

Artículo B: (Arboleda & Anacona, 1994) *Las geometrías no euclidianas en Colombia. La apuesta eucladiana del profesor Julio Garavito (1865-1920)*. Se trata de un documento a través del cual los autores reflexionan sobre la postura que asumió Julio Garavito Armero frente a las Geometrías no euclidianas (GNE). Los autores analizan sobre trabajos de alumnos de Garavito como Jorge Alvares Lleras (1885 - 1952), además se esfuerzan por entender las cosas a la luz de la época misma en la que vivió Garavito cuando aún en la misma Europa, opiniones de gran

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA *QUIPU*

importancia en el ámbito de las matemáticas como la opinión de Gottlob Frege (1848 - 1925)

eran reacias a la aceptación de otras geometrías diferentes a la euclidiana; tienen en cuenta además la influencia de Kant y Poincaré sobre el pensamiento filosófico de Garavito. Las conclusiones son: que a cambio de ser equivocada o cargada de desconocimiento, la postura de Garavito en cuanto a las GNE, dio y sigue dando cuenta de la toma de partido frente a consideraciones filosóficas y epistemológicas sobre las que Garavito estaba muy bien documentado; y muestran que a fin de cuentas Garavito no desconocía matemáticamente tales geometrías, más bien lo que hacía era defender que la Geometría Euclidiana es a la que mejor se ajusta el medio empírico en el que el ser humano se mueve (al menos en la época de Garavito) en su vida cotidiana; que la comunidad matemática colombiana de principios del siglo XX no era un receptáculo abierto a las corrientes internacionales de la nueva ciencia y que se reconfirma que la transmisión del conocimiento prácticamente nunca se da a espacios vacíos, que la preexistencia de saberes torna compleja la transmisión/difusión de nuevos conocimientos.

Artículo C: (Sánchez & Albis, 2012) *Historia de la enseñanza de las matemáticas en Colombia. De Mutis al siglo XXI*. Se trata de un recuento histórico sobre los procesos que ha seguido el tema de la enseñanza de las matemáticas en Colombia desde la inauguración de la primera cátedra de matemáticas en el Colegio Mayor del Rosario, eso en el año 1762. Son considerados siete momentos de cambio significativos: 1) La época colonial. 2) Los primeros años de la República y los primeros intentos de formalización de los estudios en matemáticas y ciencias naturales. 3) La fundación del Colegio Militar. 4) Desde la fundación de la Universidad Nacional en 1867 hasta la Guerra de los Mil Días. 5) La primera mitad del siglo XX. 6) La segunda mitad del siglo XX. 7) Los comienzos del siglo XXI. A modo de conclusión y de forma muy modesta, Sánchez y Albis juzgan que tal trabajo es apenas una primera aproximación al

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA *QUIPU*

tema de la historia de la enseñanza de las matemáticas en Colombia. Manifiestan que sin duda es necesario tratar en detalle el desarrollo de las matemáticas y su enseñanza en las distintas regiones de Colombia.

Artículo D: (Arbeláez & Recalde, 2012) *El desarrollo del análisis matemático en Colombia (1850-1950)*. Este artículo muestra el estudio realizado por los autores sobre la implicación en Colombia de los procesos ocurridos en Europa desde la primera mitad del siglo XIX, de expulsión de los infinitesimales y la adopción del límite como un elemento unificador de los conceptos del análisis. Se enfocan en algunas instituciones de educación superior en Colombia entre los años 1850 y 1950; destacan que un grupo de ingenieros desempeñó un papel clave al trabajar para que las matemáticas puedan trascender de un valor exclusivamente utilitario a su valor intrínseco. Para realizar este trabajo, estudiaron los cursos básicos de análisis y cálculo diferencial e integral realizados por la comunidad de ingenieros a partir de la lectura del análisis francés que tuvo una amplia circulación en el país, así como otros documentos que se difundieron en algunos estudios superiores de instituciones educativas colombianas.

2.2. Análisis y Discusión de los Artículos Bajo las Respuestas a las Preguntas ¿Por qué? y ¿Para qué?

A continuación, de la Tabla 2 a la Tabla 17, se expone el cruce del SRG con cada uno de los cuatro documentos estudiados; hay cuatro tablas para cada artículo, la primera es para la C1: *Existencia de académicos interesados en HM – CPM* (de la cual no hay categorías C2, ver Ilustración 1), la segunda es para la C1: *Valoración social de la HM* y sus respectivas C2, estas dos tablas son exclusivas del *Por qué*, pues en ellas se presentan las categorías que no aparecen en el *Para qué*, constan de dos columnas, en las celdas de la columna izquierda están registradas las categorías C2 y en las celdas de la columna derecha se pone comentarios y extractos de los

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA *QUIPU*

artículos que evidencian si esas C2 se perciben (si no se perciben simplemente se pone “Esta C2 no se percibe en el documento”). Lo referente a las categorías presentes tanto en el *Por qué* como en el *Para qué*, aparece en cada una de las siguientes dos tablas, la tercera es para las C1:

Porque la HM constituye una cornucopia de visiones y Para que la HM dote al profesor de visiones, y sus respectivas C2, la cuarta es para las C1: ***Porque la HM configura una fuente de artefactos y Para que la HM dote al profesor de artefactos*** y sus respectivas C2; estas tablas constan de tres columnas, la de la izquierda lista las C2, la columna central es el reporte de comentarios y extractos de los artículos que evidencian si esas C2 se perciben o no y, la columna de la derecha registra reflexiones concernientes a *Para qué* sería pertinente la HM “encarnada” en tal artículo para los profesores de matemáticas.

Es importante dejar claro que el análisis se centra en las categorías C2, que finalmente son el resultado del desglose hecho por Guacaneme a las respuestas para las preguntas *Por qué* y *Para qué*, de hecho, la única C1 que se considera para cruce directo con los documentos es la categoría ***Existencia de académicos interesados en HM – CPM***, la cual como ya se dijo, no dispone de una subcategorización en categorías C2. También es importante aclarar que en cuanto las categorías del *Por qué* se hace extracción de fragmentos de los artículos analizados que pongan de manifiesto que X o Y categoría del SRG se perciben en tal artículo, no así para las categorías del *Para qué* pues en estas lo que se hace es una reflexión basada en sus correspondientes del *Por qué*.

2.2.1. Sobre el artículo A: (Albis, 1984) *Un programa de investigación en la historia de la matemática de un país latinoamericano*

Tabla 2. Existencia de académicos - Artículo A.

C1: Existencia de académicos interesados en HM - CPM	
C2	Se percibe o no se percibe
De esta categoría C1 no se desprenden categorías C2.	Esta C1 no se percibe en el documento.

Fuente: este estudio.

Tabla 3. Valoración social - Artículo A.

C1: Valoración social de la HM	
C2	Se percibe o no se percibe
HM como parte de las Matemáticas	<p>Sobre asuntos ocurridos entre finales del siglo XIX y comienzos del XX y que, de haber ocurrido de forma distinta, seguramente el panorama matemático contemporáneo en Colombia sería muy distinto:</p> <p>(...) El prestigio de la dominante figura de J. Garavito y sus virulentos ataques a estas teorías crearon una atmósfera de rechazo oficial en las universidades a todo aquello que se saliera del marco de la matemática aplicable a la física tradicional, situación que se prolongó, como hemos dicho, hasta bien entrado el siglo.</p> <p>Y apoyándose en (Martínez, 1978) continua: “Naturalmente esto resintió el avance de los estudios matemáticos, interrumpiendo el incipiente proceso de profesionalización de la matemática que empezó a gestarse en la segunda mitad del siglo XIX (...)" (p. 399).</p>
HM favorece la identidad cultural y científica	<p>Nunca estará de más, recordar de vez en cuando que Colombia desde sus inicios tuvo científicos, en ese sentido se rescata que el documento, entre otros menciona a Julio Garavito, a Liévano Reyes y más explícitamente en esa dirección haciendo reconocimiento a la labor de Celestino Mutis y apoyándose en (Albis & Martínez, 1984), pone: “Su influencia en la formación de los que podríamos llamar con propiedad los primeros científicos modernos colombianos, nunca podrá ponderarse suficientemente. El caso de Caldas es un buen ejemplo de la concreción de esta influencia” (p. 397). Y apoyándose en (Albis & Soriano, 1976) y (Cavaillés, 1962, pp. 39-40), coloca algún ejemplo de los logros de esos científicos: “Esa misma acusiosidad pedagógica induce a Liévano a establecer las bases de una teoría de los números reales, desde el punto de vista genético, a la Weierstrass y antes que él” (p. 398).</p>

C1: Valoración social de la HM	
HM es una exigencia del Estado	Esta C2 no se percibe en el documento.
HM acorde con una ideología política	Esta C2 no se percibe en el documento.

Fuente: este estudio.

Tabla 4. Constituye una cornucopia de visiones y Dota al profesor de visiones - Artículo A.

C2	C1: Porque la HM constituye una cornucopia de visiones	C1: Para que la HM dote al profesor de visiones
	Se percibe o no se percibe	Reflexión
Visión de la actividad matemática	Se percibe la actividad de la ciencia, y por ende de las matemáticas desde un enfoque utilitario al servicio del desarrollo social y económico: “La experiencia de la expedición botánica mostró a los neogranadinos la importancia que tenía el conocimiento científico de sus recursos naturales para un desarrollo social y económico equilibrado e independiente” (p. 398), (en el documento está sin remarcar).	Para que al percibir tal actividad desde diferentes enfoques sea posible adecuar las clases en función del auditorio.
Visión de las Matemáticas	<p>Por ejemplo, las matemáticas se perciben originadas y presentes en las diferentes actividades creativas del ser humano:</p> <p>Las estrechas relaciones existentes entre los orígenes del pensar matemático y la ornamentación artística de objetos y utensilios, es algo que, aunque sepamos, no ha sido explorado profundamente en nuestras culturas aborígenes a pesar de su riqueza y variedad artística reconocidas.</p> <p>Y apoyándose en (Bourbaki 1972, p. 368) continua: “y del hecho de que los distintos tipos de ornamentación utilizados pueden considerarse, “con todo derecho, como una parte de las matemáticas desarrolladas por estas civilizaciones”” (p. 394).</p> <p>Y como se puede ver en la C2 inmediatamente anterior también se percibe las matemáticas como <i>algo al servicio de</i>, en esa dirección se encuentra más referencias, por ejemplo: “(...) solo a finales del siglo XIX comienza una</p>	Para que entendiendo que las matemáticas se originan y están presentes en las actividades creativas del ser humano, se entienda también que tales actividades pueden ser un medio idóneo para desarrollar el pensamiento matemático.

		C1: Porque la HM constituye una cornucopia de visiones	C1: Para que la HM dote al profesor de visiones	
		diferenciación visible entre la matemática pura y aplicada (...)" (p. 399).		
Visión del conocimiento matemático	Esta C2 no se percibe en el documento.			
Visión de los objetos matemáticos	Citando a Urbina (1647) y a García (1955), pone: "Urbina [1647], haciendo uso de las correspondencias biunívocas, (...) afirmaba que en el continuo geométrico hay más elementos que ángeles , o como quiere ponerlo García-Bacca [1955, 58], "que las partes del continuo no son numerables"" (p. 397), (en el documento está sin remarcar).	Para que, a través de esas visiones, que como se ve pueden ser analogías , haya también diversas maneras de inducir a la comprensión de los objetos matemáticos.		

Fuente: este estudio.

Tabla 5. Configura una fuente de artefactos y Dota al profesor de artefactos - Artículo A.

		C1: Porque la HM configura una fuente de artefactos	C1: Para que la HM dote al profesor de artefactos
C2	Se percibe o no se percibe	Reflexión	
Mirada epistemológica y el pensamiento matemático	Apoyándose en (Bourbaki 1972, p. 368) pone: Las estrechas relaciones existentes entre los orígenes del pensar matemático y la ornamentación artística de objetos y utensilios , (...) los distintos tipos de ornamentación utilizados pueden considerarse, "con todo derecho, como una parte de las matemáticas desarrolladas por estas civilizaciones" (p. 394), (en el documento está sin remarcar).	Para que conscientes de las estrechas relaciones existentes entre los orígenes del pensar matemático y las actividades típicas y/o ancestrales del ser humano, los profesores adquieran esas sensibilidad y disposición	

		enriquecida (a las que se refiere Guacaneme (2016)), sobre las maneras de pensar de sus estudiantes.
Insumos para el aula, la reflexión y el currículo	<p>La HM genera una entrada a la discusión de asuntos didácticos (Winicki, 2000) y la HM permite disponer de un punto de referencia para la problematización pedagógica y la transformación cualitativa de la cultura matemática escolar (Miguel & Miorim, 2011), los dos citados por Guacaneme (2016). Entre esas discusiones y/o problematizaciones, en la actualidad se pueden escuchar voces en contra de que las clases de matemáticas en la formación de ingenieros, las dirijan formadores de matemáticos o de profesores, voces que se quejan de que tales cátedras son sin necesidad muy demostrativas; la HM repetidamente muestra que tal discusión no es nueva, y en el artículo en cuestión se lee:</p> <p style="padding-left: 2em;">Aunque la casi totalidad de la enseñanza a nivel superior de la matemática se hacía a ingenieros, solo a finales del siglo XIX comienza una diferenciación visible entre matemática pura y aplicada, como exigencia pedagógica de las escuelas o facultades de ingeniería [Mayor 1982; Mora 1977]; los cultores de la matemática superior “de poca aplicabilidad” comienzan a disminuir entonces en número, y solo las necesidades de una larga tradición astronómica mantienen en unos pocos el interés por los aspectos teóricos de la mecánica celeste, las ecuaciones diferenciales, las funciones de variable compleja y la física. (p. 398), (en el documento está sin remarcar).</p>	Para que en los profesores se genere flexibilidad en cuanto a las verdaderas necesidades académicas de sus educandos.
Competencias personales y profesionales	<p>El artículo reporta ejemplos de competencias asociadas con la superación de dificultades, la iniciativa, la exhaustividad, etc.</p> <p style="padding-left: 2em;">(...) sobre todo cuando, ante la carencia de textos se inicia una poco voluminosa pero intensa labor para escribirlos: Pombo, Liévano, Bergeron, Lavalle, Nieto, Lleras, Araujo, etc., tienen en sus libros verdaderos aciertos pedagógicos y diseminan con entusiasmo y claridad, los fundamentos de la aritmética, la geometría euclídea, la geometría cartesiana y la descriptiva (...). (p. 398), (en el documento está sin remarcar).</p>	Para que sabiendo que, con iniciativa y exhaustividad, en tiempo pasado hubo quien pueda superar dificultades, los profesores contemporáneos estén siempre dispuestos a ser parte de la solución.

Fuente: este estudio

2.2.2. Sobre el artículo B: (Arboleda & Anacona, 1994) *Las geometrías no euclidianas en Colombia. La apuesta eucladiana del profesor Julio Garavito (1865-1920)*

Tabla 6. Existencia de académicos - Artículo B.

C1: Existencia de académicos interesados en HM - CPM	
C2	Se percibe o no se percibe
De esta categoría C1 no se desprenden categorías C2.	Esta C1 no se percibe en el documento.

Fuente: este estudio

Tabla 7. Valoración social - Artículo B.

C1: Valoración social de HM	
C2	Se percibe o no se percibe
HM como parte de las Matemáticas	Esta C2 no se percibe en el documento.
HM favorece la identidad cultural y científica	En contraste con apreciaciones que se podría hacer de Garavito, como un atrasador de la cultura y la ciencia en Colombia a causa de su oposición a las GNE ⁹ , en este artículo, Anacona y Arboleda dicen “La actitud de Garavito en Colombia no puede continuar siendo vista como una patología histórica. Obedece más bien a una toma de partido frente a posiciones epistemológicas que se encontraban enrarecidas en tradiciones filosóficas muy respetadas” (p. 15). Aquí los autores están mirando a través de la historia y del que hacer de un matemático en ese contexto de finales del S XIX y principios del XX cuando Colombia se puede considerar una periferia en cuanto a la difusión y visión de las matemáticas a nivel mundial, una mirada tal a través de la

⁹. GNE: Geometrías no euclidianas. En (Arboleda & Anacona, 1994) no hay tal pie de página.

C1: Valoración social de HM	
<p>historia favorece la identidad cultural y científica de Colombia por el reconocimiento de las prácticas matemáticas y profesionales de alguien distinguido en ese momento y que fue uno de los representantes del sistema educativo universitario en Colombia, y quizás puede ayudar a identificar por qué otras perspectivas de los hechos pueden llegar a plantear que Garavito incluso retrasó la matemática en Colombia, sin embargo el trabajo que hacen aquí Anacona y Arboleda es justificar desde ciertas posiciones filosóficas la postura de Garavito Armero en cuanto de la no incentivación de las GNE. De esa manera la HM puede ayudar a explicar actitudes que posiblemente tengan que ver con qué aun hoy Colombia siga siendo una periferia en el ámbito académico y científico, porque el matemático más reconocido de esa época tenía tal nivel intelectual como para permitirse una toma de partido frente a posiciones epistemológicas y tradiciones filosóficas muy respetadas a nivel internacional.</p>	
HM es una exigencia del Estado	Esta C2 no se percibe en el documento.
HM acorde con una ideología política	Esta C2 no se percibe en el documento. Sin embargo, se encuentra alusión a cierto debate transcurrido por la década de 1880 que en cuanto a las matemáticas del momento involucran cierta ideología de Estado: Garavito estudió en la Universidad Nacional. El <i>pensum</i> de su formación profesional se había elaborado, a través de un intenso debate sobre lo que debía primar en la carrera de ingeniero: si el fortalecimiento teórico de las ciencias o las necesidades prácticas del país como vías de comunicación, puentes y construcciones. (p. 8), (en el documento está sin remarcar).

Fuente: este estudio.

Tabla 8. Constituye una cornucopia de visiones y Dota al profesor de visiones - Artículo B.

C1: Porque la HM constituye una cornucopia de visiones		C1: Para que la HM dote al profesor de visiones
C2	Se percibe o no se percibe	Reflexión
Visión de la actividad matemática	Garavito, además de matemático fue ingeniero, y se desenvolvió en una época en la que cierta ideología de Estado era poner la educación y en particular las matemáticas al servicio del desarrollo técnico y de infraestructura de Colombia. Este hecho sería determinante para	Para que los docentes tengan presente (y se hagan responsables de

	C1: Porque la HM constituye una cornucopia de visiones	C1: Para que la HM dote al profesor de visiones
	<p>defender las matemáticas que mejor modelaban tal realidad; según Garavito las GNE no estaban entre ellas, al respecto en el documento en cuestión Anacona & Arboleda expresan:</p> <p>Pero lo que más nos importa es la preocupación de Garavito porque las teorías no euclidianas no reflejan la realidad; lo cual es a nuestro modo de ver apenas natural.</p> <p>Las matemáticas y en particular la geometría euclíadiana fue por más de 20 siglos el modelo ideal de explicación racional de la realidad. Con Descartes la geometría de las coordenadas reforzó el poder interpretativo de este modelo, y con Kant se inscribió este modelo como el único posible. (p. 9), (en el documento está sin remarcar).</p> <p>Así, en Garavito, además de posturas filosóficas de mucho respeto pudo haber también razones utilitarias desde su perspectiva como ingeniero, y de esta manera, su visión de las matemáticas como conjunto de herramientas de ingeniería, puede haber incidido también sobre la actividad matemática de comienzos del S XX en Colombia, al plantear que la actividad matemática, quizás al menos en nuestro entorno no debería incluir el estudio de las GNE a cambio de unas matemáticas más utilitarias. Es así que la visión de una geometría consistente con la realidad perceptible, y con más de 20 siglos de Historia, conjugada con la visión utilitaria del ingeniero, pudo influir en la visión de Garavito sobre la actividad matemática.</p>	<p>ellos) que su visión, puede afectar la visión y actividad colectiva.</p>
Visión de las Matemáticas	<p>Que la HM favorece la visión de las matemáticas se ve reflejado en que por ejemplo, las matemáticas se pueden ver como un sistema de modelación que explica fenómenos perceptibles:</p> <p>Las matemáticas y en particular la geometría euclíadiana fue por más de 20 siglos el modelo ideal de explicación racional de la realidad. Con Descartes la geometría de las coordenadas reforzó el poder interpretativo de este modelo, y con Kant se inscribió este modelo como el único posible.</p> <p>Resulta entonces natural que una cosmovisión del universo tan dominante se transmitiera con relativa fuerza en nuestro país. Por tal motivo aceptar las GNE significaba, entre otras razones, asistir al derrumbe de los axiomas euclidianos como verdades que reflejan transparentemente la realidad. (p. 9), (en el documento</p>	<p>Si las matemáticas explican racionalmente la realidad, los profesores deberían con frecuencia utilizar tal hecho en su ejercicio profesional.</p>

	C1: Porque la HM constituye una cornucopia de visiones	C1: Para que la HM dote al profesor de visiones
<p>Visión del conocimiento matemático</p>	<p>está sin remarcar).</p> <p>Así, la lectura de este artículo permite acceder a alguna visión de las matemáticas como un modelo de explicación racional de la realidad, cuestión que para el contexto de Garavito es admisible con la GE, pero no con la GNE.</p> <p>En el documento en cuestión de Anacona & Arboleda se lee:</p> <p>En sus diversos escritos y los ensayos biográficos de sus alumnos, particularmente de Jorge Alvarez Lleras, se revela un marcado interés de Garavito por el estudio de las problemáticas filosóficas sobre el espacio y la geometría. Garavito hace referencia en sus escritos a dos espacios de naturaleza distinta: el <i>espacio matemático</i> y el <i>espacio</i>. (p. 19), (en el documento está sin remarcar).</p> <p>Anacona y Arboleda ponen que según (Alvarez, 1920, p. 403), Garavito dijo “El espacio matemático se creó al idear la representación de un punto por medio de sus coordenadas. Este espacio es simplemente pura convención”. (p. 19).</p> <p>Y manifiestan que tal concepcion parece estar relacionada con la concepcion de espacio geometrico de Poincaré, el cual describen:</p> <p>El espacio euclídeo es un caso particularísimo del espacio matemático. Tiene tres dimensiones, permite el cambio de las figuras sin el cambio de forma. Pero el espacio euclídeo no es el único espacio de tres dimensiones que permite el movimiento sin deformación. Hay otros espacios y estos últimos han recibido el nombre de espacios no euclídeos. (p. 19).</p> <p>Y ponen que según Garavito:</p> <p>Analíticamente podemos servirnos de un espacio no euclídeo en la interpretación de los hechos del orden geométrico sin que haya en ello inconveniente, y desde ese punto de vista carece de sentido la pregunta de cuál de las geometrías es la verdadera. Vale tanto esta pregunta como la de cuál de los idiomas, el español o el alemán es el verdadero. (p. 19).</p> <p>Al respecto, Anacona y Arboleda expresan “Contrario a muchas interpretaciones Garavito si reconoce la posibilidad ontológica abstracta de las GNE, en tanto que emergen como resultado teórico consistente a partir de la aceptación de los cuatro primeros postulados</p>	<p>Para que visiones alternas a la que subyace en (y deviene de) la versión teórica o formal del conocimiento (por ejemplo, visión filosófica), ayuden a la adecuación del conocimiento a las necesidades de la EM (Guacaneme, 2016).</p>

	C1: Porque la HM constituye una cornucopia de visiones	C1: Para que la HM dote al profesor de visiones
	<p>euclidianos y la negación del quinto". (p. 20).</p> <p>Y aclaran que lo que a Garavito resulta imposible aceptar es la "legitimidad" de las GNE a partir de su relación con la experiencia sensorial; que para él, la única geometría que si se ajusta perfectamente con tal experiencia es la geometría euclíadiana.</p>	
Visión de los objetos matemáticos	<p>Al observar el espacio y la geometría como objetos matemáticos, a manera de ejemplo de lo que la HM puede aportar, considérese la siguiente lista presentada a manera de hipótesis por Anacona & Arboleda, sobre la concepción de espacio presente en Garavito:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Existe implícitamente una diferenciación entre el <i>espacio matemático</i> y el <i>espacio</i>: el espacio matemático es un ente abstracto, una simple convención; mientras que el espacio es una intuición que proviene directamente del espacio euclídeo, el cual es un espacio particular del espacio matemático. • En el espacio matemático habitan también los espacios no euclídeos. Por tal motivo es posible concebir analíticamente espacios no euclídeos y desarrollar geometrías no euclidianas. • El espacio se puede comparar con el espacio representativo de Poincaré y la representación del espacio de Kant, ya que al igual que en ellos, es una intuición que se adquiere a través de los sentidos. • El espacio como sucede para Kant, es una intuición de la cual no es posible desligarnos, es a priori y no depende de las condiciones sociales y culturales. De esta manera el espacio, el mundo real y perceptual para Garavito, es imprescindiblemente euclíadiano. (p. 21). <p>Se aprecia así, en un documento relacionado con la HM, el caso de <i>Visión de Objeto Matemático</i> (el espacio y la geometría), visión de un personaje distinguido en el campo de la EM a principios del siglo XX, y visión susceptible de ser de alguna manera aprovechada por algún profesor de matemáticas y de ser tenida en cuenta, por ejemplo, al momento de proponer o ejecutar una situación de aula en la enseñanza de la geometría o algún tema relacionado.</p>	<p>Para que, al apreciar a través de la HM, otras formas de ver los objetos (por ejemplo, la visión de espacio y geometría de Garavito Armero), los profesores tengan la opción de aprovechar tales visiones (por ejemplo, al momento de proponer o ejecutar una situación de aula en la enseñanza de la geometría o algún tema relacionado) y como dice Guacaneme (2016), profundizar y enriquecer la expresión escolar de tales objetos.</p>

Fuente: este estudio.

Tabla 9. Configura una fuente de artefactos y Dota al profesor de artefactos - Artículo B.

		C1: Porque la HM configura una fuente de artefactos	C1: Para que la HM dote al profesor de artefactos
C2	Se percibe o no se percibe	Reflexión	
Mirada epistemológica y el pensamiento matemático	<p>Según Anacona y Arboleda, en diferentes escritos de Garavito y en ensayos de alumnos suyos, se revela el interés de Garavito por el estudio de las problemáticas filosóficas sobre el espacio y la geometría:</p> <p>Garavito hace referencia en sus escritos a dos espacios de naturaleza distinta: el <i>espacio matemático</i> y el <i>espacio</i>.</p> <p>El espacio matemático se creó al idear la representación de un punto por medio de sus coordenadas. Este espacio es simplemente pura convención. (p. 19).</p> <p>Que según Anacona & Arboleda es una concepción de espacio que parece estar relacionada con la concepción de espacio de Poincaré, en otras palabras, en la concepción de Poincaré hay un origen epistemológico del concepto de espacio de Garavito.</p> <p>Además, se constata lo relacionado con <i>Mirada epistemológica y el pensamiento matemático</i> cuando Anacona & Arboleda ponen “(...) Garavito si reconoce la posibilidad ontológica abstracta de las GNE, en tanto que emergen como resultado teórico consistente, a partir de la aceptación de los cuatro primeros postulados euclidianos y la negación del quinto.”.</p> <p>Y citando al mismo Garavito ponen:</p> <p>Poseemos una intuición directa del espacio euclídeo de la cual no es posible desembarazarnos. La causa de esta intuición proviene sin duda de que todos nosotros y todos nuestros ascendientes hemos estado persistentemente bajo la influencia del medio externo, influencia bajo la cual se ha moldeado y desarrollado el cerebro a través de los siglos. (p. 20).</p>	<p>Para que los profesores entiendan, como “entendió” Garavito, por ejemplo, que “la intuición directa del espacio euclídeo de la cual no es posible desembarazarnos”, es una gran entrada al saber geométrico, pero al mismo tiempo es un obstáculo epistemológico.</p>	
Insomos para el aula, la reflexión y el	Como insumos para reflexión y currículo se encuentra una alusión al currículo que dirigió la formación profesional de Garavito, lo cual de alguna manera pone de manifiesto la cuestión sobre el plan curricular a nivel universitario en determinados contextos:	Para que los profesores comprendan que la	

C1: Porque la HM configura una fuente de artefactos		C1: Para que la HM dote al profesor de artefactos
currículo	Garavito estudio en la Universidad Nacional. El <i>pensum</i> de su formación profesional se había elaborado, a través de un intenso debate sobre lo que debía primar en la carrera de ingeniero: si el fortalecimiento teórico de las ciencias o las necesidades prácticas del país tales como vías de comunicación, puentes y construcciones. Finalmente, en 1888 este <i>pensum</i> quedó establecido en 5 años; dos años de matemáticas, en el recién creado Instituto Central de Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia, y 3 años de estudios aplicados a la ingeniería, en la Escuela de Ingeniería de la misma universidad. (p. 8).	construcción de un currículo, e incluso la exposición de un tema, deben ser debatidas y estar en función de las necesidades contextuales del destinatario.
Competencias personales y profesionales	Por ejemplo, la capacidad de adoptar posiciones: “(...) la actitud de Garavito en Colombia no puede continuar siendo vista como una patología histórica. Obedece más bien a una toma de partido frente a posiciones epistemológicas que se encontraban enrarecidas en tradiciones filosóficas muy respetadas”. (p. 15)., (en el documento está sin remarcar).	Para que los profesores adquieran/o fortalezcan, como Garavito, su capacidad de adoptar posiciones.

Fuente: este estudio.

2.2.3. Sobre el artículo C: (Sánchez & Albis, 2012) *Historia de la enseñanza de las matemáticas en Colombia. De Mutis al siglo XXI*

Tabla 10. Existencia de académicos - Artículo C.

C1: Existencia de académicos interesados en HM - CPM	
C2	Se percibe o no se percibe
De esta categoría C1 no	Para finales de la década de 1940 ya se podía encontrar en Colombia quien incluyera la HM en la Formación

C1: Existencia de académicos interesados en HM - CPM	
se desprenden categorías C2	de Profesores: “(...) Vera se encargó de los cursos de historia de las matemáticas ; sus exposiciones en la ENS ¹⁰ y en la Nacional se publicaron por entregas en los Anales de Ingeniería. (...)” (p. 128). Se refiere a Francisco Vera, (en el documento está sin remarcar).

Fuente: este estudio.

Tabla 11. *Valoración social - Artículo C.*

C1: Valoración social de HM	
C2	Se percibe o no se percibe
HM como parte de las Matemáticas	Del fragmento citado en la última fila de la tabla inmediatamente anterior, es interesante percibirse que para la década de 1940 alguien traído a Colombia para fortalecer la formación matemática, dentro de su quehacer incluyó cursos de HM.
HM favorece la identidad cultural y científica	<p>Esta C2 se percibe en el artículo cuando este alude a personajes y sus logros:</p> <p>(...) Indalecio Liévano (1833-1913), uno de los primeros ingenieros colombianos del Colegio Militar, escribió <i>Tratado de aritmética</i> (1856), <i>Tratado de álgebra</i> (1876) y sus <i>Investigaciones científicas</i> (1871). (...) El <i>Tratado de Aritmética</i> de Liévano es considerado uno de los textos más importantes del siglo XIX; (...) contiene su teoría de los números incommensurables, y aunque no es una teoría completa y acabada como son las de Weierstrass, Dedekind o Cantor, tiene el mérito de haber sido publicada antes de las de ellos; pero sobre todo importa al mostrarnos que en esa época había alguien en Colombia interesado por temas, que como éste, de la construcción de los números reales, en Europa eran de total actualidad. (pp. 117 - 118).</p> <p>También cuando se refiere a la creación de sociedades, instituciones y reconocimientos:</p> <p>En 1955, Federici, Horváth, los profesores de matemáticas de Ingeniería y los alumnos de matemáticas, en casa de Don Julio Carrizosa, fundaron la Sociedad Colombiana de Matemáticas. (...). En 1988 se creó el Premio Nacional de Matemáticas para reconocer el trabajo sobresaliente en matemáticas en el país. (...). En 1948 con la fundación de la Universidad de los Andes se creó</p>

¹⁰. Escuela Normal Superior.

C1: Valoración social de HM	
el primer Departamento de Matemáticas del país (...) (pp. 135 – 136).	
HM es una exigencia del Estado	Esta C2 no se percibe en el documento.
HM acorde con una ideología política	Esta C2 no se percibe en el documento.

Fuente: este estudio.

Tabla 12. Constituye una cornucopia de visiones y Dota al profesor de visiones - Artículo C.

C2	C1: Porque la HM constituye una cornucopia de visiones	C1: Para que la HM dote al profesor de visiones
	Se percibe o no se percibe	Reflexión
Visión de la actividad matemática	Esta C1 no se percibe en el artículo.	
Visión de las Matemáticas	Las matemáticas como agente del razonamiento, pero también como herramienta: “(...) Mutis enfatiza su importancia como método de razonamiento y de utilidad práctica “para todo tipo de personas: rústicos, ciudadanos, plebeyos, (...), todos en una palabra de cualquier condición y estado deberían aplicarse a un estudio tan útil.”” (p. 110). Ligado a los beneficios sobre la capacidad de razonar, se ve las matemáticas como un saber liberador : (...) Para la corona española era muy conveniente tener a los criollos en	Para que, sabiendo las motivaciones históricas de las matemáticas, los profesores, como Mutis, sean conscientes de la utilidad holística ¹¹ de estas.

¹¹. Entiéndase por *utilidad holística* el hecho de que además de su aplicación fáctica, las matemáticas pueden desarrollar aspectos inmateriales como el razonamiento, la capacidad crítica, etc.

		C1: Porque la HM constituye una cornucopia de visiones	C1: Para que la HM dote al profesor de visiones
		<p>estado de ignorancia. Las cuatro operaciones de la aritmética eran tenidas como subversivas, ya que “los criollos no deberían aprender otra cosa que la doctrina cristiana para que permaneciesen sumisos”. (p. 111).</p> <p>La disyuntiva (o dialéctica) entre las matemáticas como objeto de estudio y las matemáticas como herramienta:</p> <p>(...) Defensor de esta última posición pragmática frente a los estudios de matemática fue el ingeniero Miguel Triana (1859-1931) quien afirmaba: “El ramo de las Matemáticas no tiene otro objeto en los estudios que el de preparar a los alumnos para cursar en ingeniería”, y de la otra, el también ingeniero, Manuel Antonio Rueda (1858, 1908) (...), quien propendía por profesores ilustrados e ingenieros civiles. (p. 118).</p> <p>(...). Para los ingenieros de Bogotá la matemática merecía estudiarse por ella misma, mientras que para los de la Escuela de Minas la matemática debía estudiarse en función de sus aplicaciones. (p. 120), (en el documento está sin remarcar).</p>	
Visión del conocimiento matemático	Por ejemplo, Visión del conocimiento matemático en determinada época y contexto: El estado de la educación en la Nueva Granada antes de la Independencia era verdaderamente lamentable. Para la corona española era muy conveniente tener a los criollos en estado de ignorancia. Las cuatro operaciones de la aritmética eran tenidas como subversivas , ya que “los criollos no deberían aprender otra cosa que la doctrina cristiana para que permaneciesen sumisos”. Por ello el esfuerzo de Mutis y sus sucesores por mejorar la educación en ciencias en nuestro país es realmente elogiable. (p. 111), (en el documento está sin remarcar).	Para que entendiendo que puede haber distintas visiones del conocimiento matemático según la época y el contexto, los profesores tengan distintas opciones para redireccionar su discurso docente.	
Visión de los objetos matemáticos	En la fila inmediatamente anterior, las cuatro operaciones básicas de la aritmética pueden ser percibidas como objetos de liberación.	Para que, por ejemplo, al identificar otros significados (incluso extrínsecos a las matemáticas) de los objetos, los profesores dispongan de mejores herramientas para	

C1: Porque la HM constituye una cornucopia de visiones	C1: Para que la HM dote al profesor de visiones
	ejemplificar y motivar.

Fuente: este estudio.

Tabla 13. Configura una fuente de artefactos y Dota al profesor de artefactos - Artículo C.

C2	C1: Porque la HM configura una fuente de artefactos	C1: Para que la HM dote al profesor de artefactos
Se percibe o no se percibe	Reflexión	
Mirada epistemológica y el pensamiento matemático	<p>La HM permite identificar eventos importantes de la constitución del pensamiento matemático, por ejemplo: “(...) el paso más significativo desde el punto de la enseñanza superior en matemáticas se dio con la creación del Colegio Militar en 1847, (...).” (p. 114). También permite identificar aspectos importantes: “El plan de estudios del Colegio, que seguía los lineamientos de la École Polytéchnique de París y de la United States Military Academy, en West Point (...).” (p. 115).</p>	<p>Para que, con referencias de eventos y aspectos importantes de la constitución del pensamiento matemático regional, los profesores tengan una mejor comprensión del contexto en el que de manera natural se ha venido desarrollando el pensamiento de sus educandos.</p>
Insomos para el aula, la reflexión y el currículo	<p>¿Los currículos deben constituirse de material para favorecer el control de unas personas sobre otras, o material para favorecer la autonomía e independencia?: (...) Para la corona española era muy conveniente tener a los criollos en estado de ignorancia. Las cuatro operaciones de la aritmética eran tenidas como subversivas, ya que “los criollos no deberían aprender otra cosa que la doctrina cristiana para que permaneciesen sumisos”. (p. 111). (En el texto está sin remarcar).</p> <p>La HM ofrece material para la comparación enfocada a la mejora: (...) se comenzaba con lecciones de aritmética y álgebra, de geometría “especulativa y práctica”, se avanzaba hacia la trigonometría rectilínea y</p>	<p>Para que, disponiendo de material de comparación, los profesores tengan la posibilidad de evaluar su currículo, sus planes de aula, el enfoque que dan a su ejercicio profesional.</p>

C1: Porque la HM configura una fuente de artefactos		C1: Para que la HM dote al profesor de artefactos
esférica, la geometría analítica y culminaba con el cálculo diferencial, el curso más avanzado de matemáticas del pensum del Colegio. (p. 115).		
Competencias personales y profesionales	<p>En la historia constantemente se percibe esta C2, por ejemplo, en este caso aparecen competencias asociadas a la resiliencia de estudiantes y profesores perjudicados por el cierre de instituciones a causa de la guerra, que, a pesar de ello, unos y otros gracias a su iniciativa y persistencia continuaron forjando las bases científicas y académicas del país, particularmente en el campo de las matemáticas:</p> <p>El siglo XIX termina con una gran guerra civil, la Guerra de los Mil Días, que ocasionó el cierre de la universidad y con ello el cierre de la escuela de ingeniería. No obstante, algunos alumnos asistieron regularmente al Observatorio Astronómico a las clases que impartía Julio Garavito Armero, director del Observatorio. Allí igualmente se reunieron algunos profesores con el objeto de continuar con el estudio de las matemáticas (...) (p. 120), (en el documento está sin remarcar).</p>	<p>Para que los profesores, a través de ejemplos históricos referentes a situaciones difíciles y a quienes las sortearon, refuerzen su capacidad y habilidad para encarar dificultades.</p>

Fuente: este estudio.

2.2.4. Sobre el artículo D: (Arbeláez & Recalde, 2012) *El desarrollo del análisis matemático en Colombia (1850-1950)*

Tabla 14. Existencia de académicos - Artículo D.

C1: Existencia de académicos interesados en HM - CPM	
C2	Se percibe o no se percibe
De esta categoría C1 no se desprenden categorías C2	Esta C1 no se percibe, sin embargo, el artículo verifica que ya para mediados de siglo XX se podía encontrar en Colombia cierto interés por la HM: “(...) una serie de conferencias en el Teatro Colón sobre Historia de las Matemáticas (1942) (...)”(p. 383), que si bien puede argumentarse que fueron unas conferencias presididas por alguien no colombiano pues el ponente fue Francisco Vera, quien llegó a Colombia en 1941 huyendo de la guerra civil española, no es de menor importancia que las conferencias

C1: Existencia de académicos interesados en HM - CPM

fueron dirigidas a auditorio colombiano y tampoco de menor importancia que el mismo Francisco Vera logró su estatus de colombiano, (en el documento está sin remarcar).

Fuente: este estudio.

Tabla 15. Valoración social - Artículo D.

C1: Valoración social de HM	
C2	Se percibe o no se percibe
HM como parte de las Matemáticas	<p>El artículo refleja que la HM puede considerarse parte de las M al hablar de aspectos relacionados con las Matemáticas que fueron dando inicio al acervo matemático colombiano: “Textos de análisis matemático, manuscritos, notas de clase, producidos en Colombia para el uso de las instituciones (...)” (p. 373), en la misma página se evidencia personas representativas, “(...) manuscrito que reposa en el Fondo Pineda de la Biblioteca Nacional de Colombia, recoge las notas de clase del estudiante Sixto Barriga, estudiante de la primera promoción del Colegio Militar (...)” dice que en el manuscrito aparece una lista de cuatro lecciones para algún curso de cálculo dictado por Aimé Bergeron, un ingeniero francés que ha llegado a Bogotá en 1848, contratado por el entonces presidente de Colombia, Tomás Cipriano de Mosquera; en otra página pone:</p> <p>El ingeniero Indalecio Liévano Reyes (1834-1913) se debe considerar, en el ámbito académico de la segunda mitad del siglo XIX, como una de las figuras más destacadas en el campo de las matemáticas en Colombia. Por esa época no existía en el país una tradición de escritura y Liévano rompe con ello al publicar no sólo sus textos matemáticos, sino al exponer sus ideas filosóficas y científicas ante un público que apenas empezaba a interesarse por estos temas. (p. 384), (en el documento está sin remarcar).</p>
HM favorece la identidad cultural y científica	<p>Liévano Reyes fue un libre pensador desde el punto de vista académico, pues no se va a conformar con la lectura y asimilación de las teorías provenientes de los centros intelectuales europeos que se juzgaban intachables en nuestro medio, sino que, paralelamente, intenta construir de una manera sistemática y racional su propia visión filosófica del mundo para llegar a conceptos tan complejos como el de dios, espacio, número e infinito. (...) podemos afirmar de manera categórica que el matemático colombiano realizó su teoría de los números incommensurables antes de que en Europa se publicara la primera construcción de los números reales debida al matemático francés Charles Meray en 1869. (pp. 384 - 385), (en el documento está sin remarcar).</p> <p>A continuación, sobre <i>Tratado de Aritmética</i> (1856), de Liévano Reyes ponen:</p>

C1: Valoración social de HM

Es interesante constatar que Liévano, a tono con el movimiento europeo, entiende que el universo numérico puede ser constituido a partir del conjunto de los números naturales y sus propiedades y cree en la necesidad de elevar el concepto de magnitud continua a la categoría de número. Recordemos que, en 1872, Dedekind en la introducción a su memoria *Continuidad y números irracionales* planteaba hechos similares cuando afirmaba que (hasta ese momento) nadie estaría en capacidad de hacer una demostración rigurosa de la igualdad aparentemente trivial: $\sqrt{2} \sqrt{3} = \sqrt{6}$, pues en cualquier caso se debía recurrir a propiedades de los números enteros y racionales. En consonancia con lo anterior, en el *Tratado de Aritmética* se advierte que la teoría de incommensurables se ubica antes de los temas de potencias y raíces justamente para resolver el problema de extender a las magnitudes incommensurables las propiedades de lo commensurable. Estos elementos nos permiten enmarcar el texto de Liévano en un ámbito más amplio que el estrictamente escolar, pues al lado de esa dimensión pedagógica, el matemático colombiano le apunta a un problema de orden epistemológico. (p. 186).

HM es una exigencia del Estado	<p>Puede decirse que en el artículo se percibe cierto sentimiento de inconformidad frente al papel desarrollado por el Estado frente al tratamiento de la Historia de las Ciencias en Colombia, particularmente respecto a la HM: “(...) para entender las formas actuales de nuestra sociedad no es suficiente con estudiar su historia política y económica pues la ciencia y la tecnología han jugado un papel decisivo en los cambios que experimenta el mundo contemporáneo” (Arbeláez & Recalde citando a Serres (1991)), y siguen:</p> <p>Aunque no sabemos si dos décadas después de la publicación del libro (...) sí podemos afirmar que actualmente en Colombia no hay un lugar destacado para la historia de las ciencias en la formación de los estudiantes de universidades y colegios (...) Para el caso concreto de la historia de las matemáticas el panorama anterior se mantiene. En muchos casos ella cumple un papel simplemente decorativo en la formación de un estudiante de matemáticas o de licenciatura en matemáticas. (...) no se reconoce en ella su filiación con la historia de las sociedades y culturas y con el papel que puede haber jugado en la constitución de nuestras sociedades. (p. 364), (en el documento está sin remarcar).</p>
HM acorde con una ideología política	<p>No se ha encontrado a esta C2.</p>

Fuente: este estudio.

Tabla 16. Constituye una cornucopia de visiones y Dota al profesor de visiones - Artículo D.

		C1: Porque la HM constituye una cornucopia de visiones	C1: Para que la HM dote al profesor de visiones
C2	Se percibe o no se percibe	Reflexión	
Visión de la actividad matemática	<p>La HM permite enriquecer la <i>Visión de la actividad matemática</i> desde diferentes perspectivas, por ejemplo, desde el panorama histórico de sucesos relacionados a tal actividad:</p> <p>En el año 1867 se creó la Universidad Nacional de los Estados Unidos de Colombia (...) Junto a ello ocurre, quizás, uno de los sucesos más importantes para el desarrollo de las matemáticas en este periodo, la creación de la Sociedad Colombiana de Ingenieros con su órgano de difusión: los <i>Anales de Ingeniería</i>. Esta escuela se convirtió en el antecedente más inmediato de la Facultad de Matemáticas e Ingeniería de la Universidad Nacional (1887). La Escuela Normal Superior (ENS) creada en 1936 bajo el gobierno de Alfonso López Pumarejo, se va a constituir en una de las instituciones más importantes para el desarrollo de las matemáticas como rama autónoma de la ciencia. (p. 366), (en el documento está sin remarcar).</p> <p>O desde las dificultades y carencias que de manera natural pueden presentarse al comienzo de cualquier empresa:</p> <p>Esta escasa solvencia en la teoría de conjuntos cantoriana se evidenciará también muchos años después en el Curso de Análisis de Antonio María Gómez, (aproximadamente 1950) donde hace una introducción de página y media al tema; pero en el que hay un manejo todavía deficiente de estos conceptos. (p. 383), (en el documento está sin remarcar).</p> <p>O según situaciones sociales (algunas de impacto global) o de personajes directamente involucrados (de su situación personal, de su formación y/o producción académica, etc.):</p> <p>(...) estas teorías se empiezan a divulgar en el país por medio de algunos</p>	Para que contando con tal visión desde diferentes enfoques (por ejemplo, desde los rasgos de carácter social extrínsecos a la actividad matemática propiamente dicha), los profesores puedan como dice Guacaneme (2016) “estar dispuestos a maneras alternas de comunicar”, tener la posibilidad de administrar esas diferentes perspectivas en función de su auditorio.	

	C1: Porque la HM constituye una cornucopia de visiones	C1: Para que la HM dote al profesor de visiones
	<p>extranjeros que huyen de las guerras europeas. Uno de ellos fue el alemán Waldemar Bellón, quien llegó a Colombia en 1938, huyendo del nazismo y fue estudiante de matemáticas de las universidades de Stuttgart y Tuebingen. En 1945 y 1946 publica en la revista trimestral de cultura moderna dos artículos titulados respectivamente: “Cantor el conquistador del infinito y Nuevas perspectivas en la matemática moderna”. (...)</p> <p>Pero quizá el mayor divulgador de las matemáticas modernas en el país, por esta época, fue Francisco Vera, quien llegó a Colombia en 1941 huyendo de la guerra civil española. (...) En la Revista colombiana de ciencias exactas, físicas y naturales publica un artículo titulado “El Tertium Non Datur en la Matemática actual” (...). Da una serie de conferencias en el Teatro Colón sobre Historia de las Matemáticas (1942) y, luego de este ciclo de conferencias tan exitoso, comienza a dar una serie de conferencias con la Sociedad Colombiana de Ingenieros sobre teoría de conjuntos. (p. 383), (en el documento está sin remarcar).</p>	
Visión de las Matemáticas	<p>Por ejemplo, percibir las matemáticas desde un enfoque utilitario:</p> <p>El Colegio Militar fue una institución creada bajo el gobierno del General Tomás Cipriano de Mosquera en 1847 para formar los oficiales científicos del Estado. Nos interesa esta institución porque allí se empezaron a concebir las matemáticas como una herramienta fundamental para la ingeniería (...). (p. 365), (en el documento está sin remarcar).</p> <p>O percibir las matemáticas desde un enfoque científico:</p> <p>En 1946, bajo la rectoría de Gerardo Molina, las ciencias comenzarían a adquirir un nuevo estatus con la creación de la Facultad de Ciencias, cuyo propósito era el de propiciar el estudio de las ciencias básicas a través de cursos libres en distintas áreas. Este primer evento hace que las matemáticas empiecen a concebirse en un rol distinto al que, por más de un siglo, llevaban cumpliendo al lado del currículo de ingeniería. (p. 386), (en el documento está sin remarcar).</p>	<p>Para que como se dijo en la fila inmediatamente anterior, los profesores, tengan la posibilidad de administrar diferentes visiones en función de auditorio, visión utilitaria, científica u otras de las matemáticas, no se persigue los mismos resultados sobre educandos de ingeniería que sobre educandos de docencia o filosofía.</p>

		C1: Porque la HM constituye una cornucopia de visiones	C1: Para que la HM dote al profesor de visiones
Visión del conocimiento matemático	Esta C2 no se percibe.		
Visión de los objetos matemáticos	<p>Visión sobre los conceptos de límite e infinito actual:</p> <p>Se percibe, en primer lugar, un cierto prejuicio frente a los procesos infinitos, pues se reitera la idea de que el límite de una cantidad variable x, es una cantidad fija determinada, hacia la que tienden los valores de la primera, pero sin nunca alcanzarla. (...) se tiene la convicción de que el valor “límite” es inalcanzable y los valores de la variable se deben mantener a cierta distancia del valor final. De alguna manera se percibe aquí un cierto horror al infinito actual, cercano al del pensamiento griego-euclidiano, en el que se postulaba el acercamiento de los polígonos inscritos (o circunscritos) al círculo con una aproximación menor que cualquier cantidad dada, pero sin llegar a ser nevera igual. (p. 378), (en el documento está sin remarcar).</p>	<p>Para que los profesores, conscientes de que a través de la historia se fueron produciendo y superando errores, temores, desconfianzas, ... frente a objetos, métodos, tratamientos, ... sepan entender y manejar las diversas dificultades de sus educandos.</p>	

Fuente: este estudio.

Tabla 17. Configura una fuente de artefactos y Dota al profesor de artefactos - Artículo D.

		C1: Porque la HM configura una fuente de artefactos	C1: Para que la HM dote al profesor de artefactos
C2	Se percibe o no se percibe	Reflexión	
Mirada epistemológica y el pensamiento matemático	<p>El artículo hace mención de un manuscrito de un curso de cálculo diferencial e integral de Julio Garavito Armero (1912), dice “Este documento resulta interesante porque ofrece indicios del imaginario subyacente en ese momento sobre los procesos infinitos y la manera de abordar las nociones preliminares del cálculo.” (p. 374), (en el documento está sin remarcar).</p> <p>Ligado con lo anterior se encuentra material que ilustra sobre la</p>	<p>Para que enterados de los obstáculos epistemológicos, los enfoques poco trascendentes o equívocos, o los procesos de aceptación legítima, los profesores se doten de sensibilidad sobre las maneras de pensar de sus estudiantes Guacaneme (2016).</p>	

C1: Porque la HM configura una fuente de artefactos**C1: Para que la HM dote al profesor de artefactos**

epistemología del cálculo en Colombia, sobre los aspectos de rigurosidad en los momentos de instauración de los conceptos de derivada e integral, sobre la disyuntiva entre la idea de infinito (o infinitesimal) y el concepto de límite como elemento real.

(...). En los **textos de análisis colombiano** esta diferenciación no fue taxativa. Se percibe, en primer lugar, un cierto **prejuicio** frente a los procesos infinitos, pues se reitera la idea de que el límite de una cantidad variable x , es una cantidad fija determinada, hacia la que tienden los valores de la primera, pero sin nunca alcanzarla. Es importante anotar que **no se usa la palabra “pasarla”, en lugar de “alcanzarla”**, pues se tiene la convicción de que el valor “límite” es inalcanzable y **los valores de la variable se deben mantener a cierta distancia del valor final**. De alguna manera **se percibe aquí un cierto horror al infinito actual**, cercano al del pensamiento griego-euclidiano, en el que se postulaba el acercamiento de los polígonos inscritos (o circunscritos) al círculo con una aproximación menor que cualquier cantidad dada, pero sin llegar a ser nunca igual. (p. 378), (en el documento está sin remarcar).

Sobre la postura del colombiano Liévano Reyes dice:

Es interesante constatar que Liévano, a tono con el movimiento europeo, (...) cree en la necesidad de elevar el concepto de magnitud continua a la categoría de número. (...) En consonancia con lo anterior, en el *Tratado de Aritmética* se advierte que la teoría de incommensurables se ubica antes de los temas de potencias y raíces justamente para resolver el problema de extender a las magnitudes incommensurables las propiedades de lo commensurable. Estos elementos nos permiten enmarcar el texto de Liévano en un ámbito más amplio que el estrictamente escolar,

	C1: Porque la HM configura una fuente de artefactos	C1: Para que la HM dote al profesor de artefactos
	<p>pues al lado de esa dimensión pedagógica, el matemático colombiano le apunta a un problema de orden epistemológico. (p. 386), (en el documento está sin remarcar).</p>	
Insumentos para el aula, la reflexión y el currículo	<p>El artículo ofrece una especie de catálogo de material bibliográfico que se produjo en Colombia entre 1850 y 1950. Cabe aclarar que el artículo también registra nueve obras extranjeras que en Colombia fueron utilizadas, destaca a Charles Sturm, <i>Cours d'analyse de l'École polytechnique</i>. Mallet- Bachelier, París (1909) y a Georg Humbert, <i>Cours d'analyse professé à l'École polytechnique</i> (1903).</p> <p>Material producido en Colombia: Textos de análisis matemático, manuscritos, notas de clase (pp. 373 - 376).</p> <ul style="list-style-type: none"> • Manuscrito del curso cálculo diferencial de Aimé Bergeron (1851) (...). • Manuscrito del curso de cálculo diferencial e integral de Julio Garavito Armero (1912) (...) Este documento resulta interesante porque ofrece indicios del imaginario subyacente en ese momento sobre los procesos infinitos y la manera de abordar las nociones preliminares del cálculo (...). • Curso de análisis matemático de Jorge Acosta Villaveces (1951) (...) En este documento se percibe una preocupación no sólo por abordar los conceptos del análisis con los elementos requeridos de rigor; sino por poner también en juego estos desarrollos teóricos con sus aplicaciones. (...). • Conferencias de Análisis I dictadas por el doctor Antonio María Gómez. (...). <p>Textos de aritmética, documentos filosóficos (p. 376).</p>	<p>Para que los profesores dispongan, como dice Guacaneme (2016), de un marco de referencia en cuanto a la estructuración de cursos, de su orden y jerarquía temática, o incluso de su enfoque. ¿Qué mejor que ese marco de referencia involucre material producido en y para el país según el contexto de cada época?</p>

C1: Porque la HM configura una fuente de artefactos	C1: Para que la HM dote al profesor de artefactos
<ul style="list-style-type: none"> • Indalecio Liévano, Tratado de Aritmética (1856). • Indalecio Liévano, Investigaciones científicas (1871). <p>Artículos en la revista: Anales de Ingeniería (p. 376).</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ruperto Ferreira, “Sobre la cantidad” (1905). • Garavito Armero, “Los números incommensurables” (1897). • Aurelio Regueros, “Estudios sobre las series” (1905). • Ruperto Ferreira, “Revisión de algunos conceptos del curso elemental de matemáticas superiores” (1888). • Jorge Rodríguez, “Máximos y mínimos” (1897). <p>Tesis de la Escuela Normal Superior (p. 376).</p> <ul style="list-style-type: none"> • Hermano Alfonso Felix, Las series algebraicas como introducción al cálculo infinitesimal (1956). • Joaquín Giraldo, Estudios sobre series infinitas (1951). • Agustín Pérez R., Aplicación de las ecuaciones diferenciales de primer orden (1951). • <p>En la página 384 resalta la obra de Indalecio Liévano Reyes (1834 - 1931) de lo cual, para esta C2, ha parecido importante resaltar en este trabajo el orden estructural que este personaje colombiano defendía para el aprendizaje y enseñanza de las M:</p> <ul style="list-style-type: none"> • (...) así como cada rama de esta ciencia se establece rigurosamente a partir de unos pocos principios básicos, así mismo, el conjunto de todas ellas se debe estudiar en un orden lógico que no es conveniente romper. Para Liévano este edificio se encuentra configurado de acuerdo a la jerarquía siguiente: aritmética, álgebra, geometría elemental (o geometría, álgebra), trigonometría rectilínea, trigonometría esférica, geometría analítica, geometría descriptiva, cálculo diferencial y cálculo 	

	C1: Porque la HM configura una fuente de artefactos	C1: Para que la HM dote al profesor de artefactos
Competencias personales y profesionales	<p>integral. (...) (p. 384). , (en el documento está sin remarcar).</p> <p>El artículo ofrece información que puede incitar el cultivo de la indagación y la comprensión guiadas por pensamiento crítico, constructivo y original:</p> <p>Liévano Reyes fue un libre pensador desde el punto de vista académico, pues no se va a conformar con la lectura y asimilación de las teorías provenientes de los centros intelectuales europeos que se juzgaban intachables en nuestro medio, sino que, paralelamente, intenta construir de una manera sistemática y racional su propia visión filosófica del mundo para llegar a conceptos tan complejos como el de dios, espacio, número e infinito. (p. 384), (en el documento está sin remarcar).</p>	<p>Para que los profesores, inspirados en personas como Liévano Reyes tengan como dice Guacaneme (2016): la posibilidad de vivir experiencias de aprendizaje alternas a las usuales por medio de las cuales adquieran independencia intelectual, pensamiento crítico, capacidad de abordar estudios de aspectos históricos complejos; para que [re]contextualicen y [re]personalicen sus conocimientos; para que se favorezca su polimatía y su pensamiento interdisciplinario.</p>

Fuente: este estudio.

3. Conclusiones y comentarios

3.1. Conclusiones

Se estudió aspectos de la Historia de las Matemáticas (y de la Educación matemática) en Colombia, a través de la revisión de documentos publicados en la *Revista Quipu*, y contrastando con los apartados 3.2.1 y 3.2.2 de la tesis doctoral Guacaneme (2016). Se revisó cuatro documentos, en los cuales se halló las categorías del SRG distribuidas de la siguiente manera:

Existencia de académicos interesados en HM – CPM solo se percibió en el artículo C.

Se encontró que ya para la década de 1940, Francisco Vera incluía la HM en la formación de profesores en la Escuela Normal Superior. Vale aclarar que no se tiene las condiciones para asegurar que el interés haya sido explícito, entre otras cosas porque en la época ni siquiera era explícita la relación *HM – CPM*, y además porque la ENS no producía profesores de matemáticas en el sentido estricto como en la actualidad se entiende.

HM como parte de las matemáticas se percibió en los artículos A, C y D. En A, los hechos externalistas vinculados a la imponente figura de Julio Garavito Armero, hechos que sin duda afectaron las matemáticas en Colombia; su formación como ingeniero, sus convicciones filosóficas y su influencia se conjugaron para afectar las bases de las matemáticas colombianas; en C está registrado que para la década de 1940 ya había inclusión de la HM en la formación matemática y, según D se infiere que en el país la HM debe considerarse parte de las matemáticas pues el documento muestra hechos relacionados con ellas, que aunque extrínsecos, fueron dando inicio al acervo matemático colombiano.

HM favorece la identidad cultural y científica se percibió en todos. Los documentos resaltan personajes de ciencia y matemáticas que hubo desde los inicios de la patria, de los cuales también destacan sus logros y publicaciones.

HM es una exigencia del Estado solo se percibió en D. Pero es una alusión en negativo puesto que lo percibido es cierto sentimiento de inconformidad frente al papel desarrollado por el Estado frente al tratamiento de la Historia de las Ciencias en Colombia, particularmente respecto a la HM.

HM acorde con una ideología política en ninguno se percibió.

Visión de la actividad matemática se percibió en A, B y D. En A y B la actividad matemática al servicio de las necesidades sociales, económicas y de infraestructura del país; en D se reveló desde otras perspectivas como son las dificultades de diferente índole que tuvo que sortear el ejercicio de la actividad matemática o la creación de eventos e instituciones relacionadas con ella.

Visión de las matemáticas se percibió en todos. En A, las matemáticas originadas y presentes en las diferentes actividades creativas del ser humano; en B las matemáticas como un sistema de modelación de la realidad; en C como propiciadoras de razonamiento y como herramienta; y en D se percibieron relacionadas a su utilidad en ingeniería y ciencia.

Visión del conocimiento matemático se percibió en B y C. En B la visión que Garavito Armero poseía del conocimiento matemático; en C se evidenció que la HM puede brindar tal visión según época y contexto (los cuales, sin conexión aparente con C, son tenidos en cuenta en B por Anacona y Arboleda en su pretensión de entender a Garavito).

Visión de los objetos matemáticos se percibió en todos. En A sobre el continuo geométrico; en B sobre el espacio y la geometría; en C sobre las cuatro operaciones básicas y en D sobre el límite y el infinito actual.

Mirada epistemológica y el pensamiento matemático se percibió en todos. En A, las estrechas relaciones existentes entre los orígenes del pensar matemático y la ornamentación

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA *QUIPU*

artística de objetos y utensilios; en B se encontró mirada epistemológica sobre la noción de espacio ligada a las matemáticas, también sobre las geometrías; en C se observó que la HM permite identificar eventos importantes de la constitución del pensamiento matemático y en D se encontró material que ilustra sobre la epistemología del cálculo en Colombia, sobre los aspectos de rigurosidad en los momentos de instauración de los conceptos de derivada e integral, sobre la disyuntiva entre la idea de infinito (o infinitesimal) y el concepto de límite como elemento real.

Insuimos para el aula, la reflexión y el currículo se percibió en todos. Todos para el caso de la educación superior, lo cual hace pensar (no asegurar) que la deuda en cuanto a la documentación sobre la historia de la educación básica y media sigue vigente en Colombia. En A lo referente a la discusión sobre si las matemáticas deben ser objeto de enseñanza en sí mismas o se deben enseñar en función de su aplicabilidad en otras áreas; en B una alusión al currículo que dirigió la formación profesional de Garavito; en C se encontró información sobre el contenido curricular de matemáticas del Colegio Militar y en D una especie de catálogo de material bibliográfico matemático que se produjo en Colombia entre 1850 y 1950.

Competencias personales y profesionales se percibió en todos. A reporta ejemplos de competencias asociadas con la superación de dificultades, la iniciativa, la exhaustividad, etc.; B la capacidad de adoptar posiciones; C la resiliencia y D, el cultivo de la indagación y la comprensión guiadas por pensamiento crítico, constructivo y original.

3.2. Comentarios

Este trabajo se inició con la intencionalidad de analizar los documentos de una manera un tanto independiente en cuanto al *Por qué* y al *Para qué* de incluir la HM en el CPM, sin embargo, como ya quedó evidenciado en el apartado 3.2 y en la manera de presentar las conclusiones, apartado 4.1, se terminó trabajando un análisis más bien con un enfoque de unión,

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA *QUIPU*

por decirlo de alguna manera, entre las categorías del *Por qué* y las categorías del *Para qué* del SRG. Lo anterior se explica en el sentido que todas las intenciones que se persiguen con la inclusión de la HM en el CPM, son también razones que justifican tal inclusión (las C2 del *Para qué* son a su vez C2 del *Por qué*); distinguir entre el *Por qué* y el *Para qué* fue bastante difícil para el autor de este trabajo de grado, no bastó la sola lectura de (Guacaneme, 2016), incluso en algún momento del proceso se pensó en restringir el ejercicio a la sola utilización del *Por qué*, no obstante, gracias a la labor académica aquí llevada a cabo con los cuatro documentos de Quipu, la delimitación entre lo uno y lo otro se fue volviendo cada vez más clara, lo cual permitió entender que las categorías del *Para qué*, podían usarse como guías de reflexión acerca de para qué sería pertinente la utilización de X o Y documento en la formación de los profesores de matemáticas. Por la dificultad antes mencionada en cuanto a la diferenciación entre el *Por qué* y el *Para qué*, parece importante recalcar que el primero se refiere a las razones que justifican la HM en la FPM; en cambio el segundo alude a los propósitos, a aquellos objetivos que se persiguen con la inclusión de la HM en la FPM.

En cuanto a la posibilidad de complementar y/o replantear, las respuestas planteadas por Guacaneme, hay que decir que con este trabajo de alguna manera queda corroborada la utilidad del SRG como herramienta sistematizadora en cuanto al uso de la HM en la FPM, ya el mismo Guacaneme lo había hecho en el capítulo 4 de su tesis, pero a diferencia de él, que utiliza el sistema (específicamente las categorías del *Para qué* y el *Qué*) con la intención de “establecer el potencial formativo que tiene la historia de la teoría euclidianas de la proporción expuesta en el Libro V de *Elementos*”, lo que acá se ha hecho es utilizar el sistema, no para indagar sobre algún elemento matemático específico, sino para indagar en qué manera podría ser utilizable un

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA
QUIPU
conjunto de documentos relacionados con la HM, con lo cual se tiene la posibilidad de hacer un
uso más eficiente de revistas, repositorios y bases de datos en general.

Bibliografía

Albis G, V. (1984). Un programa de investigación en la historia de la matemática de un país latinoamericano. *Revista Quipu*, 1(3), 391–400. Recuperado de <http://www.revistaquipu.com>

Albis G, V. (1987). Las proporciones del sol de los pastos. *Revista Boletín de Matemáticas*, 21(2), 110–134.

Albis G, V., & Camargo, D. (2005). Pedro J. Sosa: Un gran ingeniero matemático entre otros. *Revista de la Academia Colombiana de las Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 29(113).

Albis González, V., & Martínez Chavanz, R. (1984). *Caldas and the History of Meteorology. Manuscrito*.

Albis González, V., & Soriano. (1976). “The work of I. Liévano on the Foundations of the Real Number System”. *Historia Matemática*, 3, 161–166.

Alvarez Lleras, J. (1920). “Julio Garavito Armero”. *Anales de Ingenieria*, 27(325).

Anacona, M. (2003). La Historia de las Matemáticas en la Educación Matemática. *Revista EMA. Investigación e innovación en educación matemática*, 8(1), 30–46. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/1516/1/94_Anacona2003La_RevEMA.pdf

Arbeláez, G. I., & Recalde, L. C. (2012). El desarrollo del análisis matemático en Colombia (1850-1950). *Revista Quipu*, 14(3), 363–394.

Arboleda Aparicio, L. C. (1984). Historia y enseñanza de las matemáticas. *Revista Quipu*, 1(2), 167–194.

Arboleda Aparicio, L. C. (1986). Dificultades estructurales de la profesionalización de las matemáticas en Colombia. *Revista Historia Social de las Ciencias*, 10, 43–56.

Arboleda Aparicio, L. C. (1993). La ciencia y el ideal de ascenso social de los criollos en el

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA
QUIPU

virreinato de Nueva Granada. *Revista Ciencia, técnica y estado en la España ilustrada*.

Arboleda Aparicio, L. C. (2012). *Historia de las matemáticas en América Latina. Entrevistado*

por Juan José Saldaña y Libertad Díaz Molina. Recuperado de

<http://www.historiacienciaytecnologia.com/historia-de-la-ciencia/historia-de-las-matematicas-en-america-latina/>

Arboleda Aparicio, L. C., & Anacona, M. P. (1994). Las geometrías no euclidianas en Colombia.

La apuesta eucladiana del profesor Julio Garavito (1865 - 1920). *Revista Quipu, 11*(1), 7–

24. Recuperado de <http://www.revistaquipu.com>

Arboleda Aparicio, L. C., & Castrillón Castro, G. (2012). La historia y la educación matemática en el “horizonte” conceptual de la pedagogía. *Quipu. Revista Latinoamericana de Historia de las Ciencias y la Tecnología*, 14(1), 13–32.

Bourbaki. (1972). *Elementos de historia de las matemáticas* (E. Alianza, Ed.). Madrid.

Cavaillés, J. (1962). *Philosophie mathématique*. París: Hermann.

Erazo Castro, J. F. (2016). *Categorías de usos de la Historia de las Matemáticas en la Educación en Matemáticas* (Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional).

Recuperado de <http://repositorio.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/221>

Gálvez Socarrás, A. M., & Maldonado Guinea, A. F. (2012). *El papel de la historia de la Aritmética en un curso de Didáctica para la formación inicial de profesores*. Universidad Pedagógica.

Garcia Bacca, J. D. (1955). *Antología del pensamiento filosófico en Colombia (de 1647 a 1761)*. Bogotá: Imprenta Nacional.

Gomajoa López, M. F. (2016). *El ideario de los Principia de Newton en el Pensamiento Científico- Matemático de José Celestino Mutis como base para el desarrollo de la ciencia*

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA *REVISTA QUIPU*

nacional en la Nueva Granada. Tesis de pregrado, Universidad de Nariño.

Guacaneme Suárez, E. A. (2016). Potencial formativo de la historia de la teoría euclidiana de la proporción en la constitución del conocimiento del profesor de Matemáticas. Tesis doctoral, Universidad del Valle.

Miguel, A., & Miorim, M. Â. (2011). *História na educação matemática - Propostas e desafios* (2^a ed.). Belo Horizonte: Autêntica Editora.

Rodríguez, A. F., & Sandoval, C. D. (2016). *La historia como una herramienta didáctica para la enseñanza del concepto de integral*. Universidad Pedagógica Nacional.

Rucinque López, B. M., & Zambrano Arias, J. A. (2013). *Memorias de la elaboración de una propuesta de intervención en el aula de matemáticas, a partir de la apropiación y uso de algún aspecto de la historia de las curvas*. Universidad Pedagógica Nacional.

Sánchez B, C. H. (1993). Las matemáticas en los Anales de Ingeniería. *Revista Mathesis*, 9, 105–124.

Sánchez B, C. H., & Albis G, V. (2012). Historia de la enseñanza de las matemáticas en Colombia. De Mutis al siglo XXI. *Revista Quipu*, 14(1), 109–157.

Serres, M. (1991). *Historia de las ciencias* (Cátedra, Ed.). Madrid.

Tapia Bastidas, T. A. (2019). *Historia de las Matemáticas en Colombia a través de la Revista Quipu y la relación Conocimiento de Profesor de Matemáticas-Historia de las Matemáticas*. Tesis de pregrado, Universidad de Nariño.

Urbina, J. (1647). *Disputatione in octo libros Physicorum Aristotelis Stagiritae*. Ms. 53, Biblioteca Nacional, Bogota. Traducción parcial en (García, 1955).

Verillon, P., & Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology in Education*,

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA A TRAVÉS DE LA REVISTA
QUIPU
10(1), 77–101.

Winicki, G. (2000). *The Analysis of Regula Falsi as an Instance for Professional Development of Elementary School Teachers* (V. J. Katz, Ed.). Washington: Mathematical Association of America.