

CURSO DE ÓPTICA

Para estudiantes de ciencias, ingeniería
y licenciatura en educación

Notas de clase

Luis Aphranio Portilla Salazar

editorial
Universidad de **Nariño**

CURSO DE ÓPTICA

Para estudiantes de ciencias, ingeniería
y licenciatura en educación

Notas de clase

CURSO DE ÓPTICA

Para estudiantes de ciencias, ingeniería
y licenciatura en educación

Notas de clase

Luis Aphranio Portilla Salazar

éditorial
Universidad de **Nariño**

Portilla Salazar, Luis Aphranio

Curso de óptica : para estudiantes de Ciencias, Ingeniería y Licenciatura en educación. Notas de clase / Luis Aphranio Portilla Salazar—1^a. ed.-- San Juan de Pasto : Editorial Universidad de Nariño, 2026.

259 páginas : ilustraciones, Gráficas, fotografías, tablas

ISBN: 978-628-7864-24-5 Impreso

ISBN: 978-628-7864-25-2 Digital

1. Óptica—Historia 2. Propagación de la luz 3. Eclipses 4. Ley de Snell—Reflexión de la luz 5. Ley de Snell—Refracción 6. Refracción—Superficies curvas 7. Lentes 8. Órgano de la visión—Ojo humano 9. Óptica física 10. Movimiento ondulatorio.

535 P852c – SCDD-Ed. 22



SECCIÓN DE BIBLIOTECA

Curso de óptica: para estudiantes de Ciencias, Ingeniería y Licenciatura en Educación. Notas de clase

© Editorial Universidad de Nariño

© Luis Aphranio Portilla Salazar

ISBN impreso: 978-628-7864-24-5

ISBN digital: 978-628-7864-25-2

DOI: <https://doi.org/10.22267/lib.udn.037>

Primera edición

Corrección de estilo: Gonzalo Jiménez Mahecha

Diseño de cubiertas: Imagen generada con asistencia de inteligencia artificial de Microsoft Copilot y Flexclip, modificada por Nathaly Johana Rivadeneira

Diseño y diagramación: Nathaly Johana Rivadeneira

Fecha de publicación: Febrero de 2026

San Juan de Pasto - Nariño - Colombia

Prohibida la reproducción total o parcial, por cualquier medio o con cualquier propósito, sin la autorización escrita de su Autor o de la Editorial Universidad de Nariño

Contenido

Capítulo 1. Historia de la óptica

1. Introducción	13
1.1 Un vistazo hacia atrás, en la línea del tiempo.....	13
1.2 Teoría corpuscular de la luz.....	16
Propagación de la luz en línea recta	16
Cámara oscura	17
1.3 Cálculo de la velocidad de la luz.....	17
Método de Galileo.....	18
Método de Ole Romer.....	18
Método de Hipólito Fizeau.....	19
Método de León Foucault	21
Método de Albert Michelson	23
1.4 Espectrometría	25
1.5 El electromagnetismo y la teoría ondulatoria de la luz.....	27
1.6 Descubrimiento del electrón	29
1.7 Origen de la mecánica cuántica	32
1.8 Experimento de Michelson y Morley	34
1.9 Efecto Fotoeléctrico	37
1.10 Modelos atómicos.....	40
Modelo de Thomson	41
Modelo de Rutherford	42
Modelo de Bohr	43
Modelo de Sommerfeld.....	44
Modelo de Schrödinger	46
1.11 Carácter dual de la luz	47

Capítulo 2. Naturaleza corpuscular de la luz

2.1 Propagación rectilínea de la luz.....	50
Fuente puntiforme o fuente ideal.....	50
Rayo de luz	50
2.2 Sombra y penumbra: eclipses	50
Eclipse de luna	52
Eclipse de sol	54
2.3 Fotometría	55
Intensidad luminosa	55
Iluminación	56

Cantidad de Luz o flujo luminoso.....	58
Ángulo de incidencia	61
Ley de Lambert	61
Fotómetro de sombras.....	62
Fotómetro de Bunsen.....	63

Capítulo 3. Ley de Snell para la reflexión

3.1 Reflexión de la luz	67
3.2 Espejos	68
Espejos planos	68
Formación de imágenes en espejos planos	69
Aplicaciones	70
Periscopio	70
Sextante.....	72
Reflexión en superficies rugosas	72
Espejos curvos	73
Espejos esféricos	73
Espejos cónicos.....	74
Elementos principales de un espejo cónico	74
Rayos notables de un espejo esférico cónico	74
Puntos conjugados	76
Formación de imágenes con espejos cónicos	77
Características de la imagen	79
3.3 Ecuación para los espejos esféricos	82
3.4. Espejos convexos.....	90
Rayos notables del espejo convexo	91
Formación de imágenes en espejos convexos.....	92
3.5 Ecuación de Newton para los espejos esféricos.....	95
3.6 Aberración por esfericidad	97
3.7 Espejos elípticos.....	98
3.8 Espejo parabólico.....	98
3.9 Ecuación de los espejos para amplitudes grandes	100

Capítulo 4. Ley de Snell para la refracción

4 Refracción	108
4.1 Reflexión total.....	112
Fibra óptica	114
Prisma de reflexión total	116
4.2 Figura de caras paralelas.....	117

4.4 Desviación angular de la luz al pasar por un prisma	119
4.5 Descomposición de la luz.....	123
4.6 Dispersión de la luz	126
Arco iris o Cueche	129
Tipos de arco iris	142
Arco circuncenital.....	142
Arco circunhorizontal	142
Halo Solar	143
Arco Iris Lunar	143
Descomposición de la luz por una esfera de vidrio llena de agua.....	144

Capítulo 5. Superficies curvas de medios refringentes

5 Refracción en superficies curvas (esféricas)	146
5.1 Lentes.....	148
5.2 Clasificación de lentes	150
Lentes convergentes.....	150
Biconvexos.....	150
Plano convexos	150
Menisco convergente	150
Lentes divergentes	150
Bicóncavos.....	151
Plano cóncavos.....	151
Meniscos divergentes	151
5.3 Elementos fundamentales de una lente convergente.....	151
Eje principal	151
Foco principal	151
Centro óptico	151
Distancia focal	151
Plano focal	152
5.4 Rayos fundamentales de una lente convergente biconvexa	152
Rayo paralelo.....	152
Rayo focal	152
Rayo del centro de curvatura	152
Rayo del centro óptico	152
5.5 Desplazamiento lateral para el rayo no paraxial que pasa por el centro óptico	153
5.6 Formación de imágenes con lentes convergentes y características de la imagen.....	154
Características de la imagen	155

5.7 Ecuación de las lentes	157
5.8 Lente divergente (bicóncava)	161
Rayos fundamentales o paraxiales en las lentes divergentes	161
Rayo paralelo	161
Rayo del centro óptico	161
Rayo focal	162
Rayo del centro de curvatura	162
5.9 Formación de imágenes.....	163
Características de la imagen	163
5.10 Representación gráfica de la ecuación de Newton	163
5.11 Aumento lineal	164
5.12 Poder convergente o poder dióptrico.....	165
5.13 Grupo de lentes delgadas o lentes compuestas	165
5.14 Aberración en las lentes	167
Aberración por esfericidad.....	167
Aberración astigmática.....	167
Aberración cromática.....	168
5.15 Instrumentos ópticos	169
Telescopio refractor o de Kepler	170
Telescopio refractor de Galileo (catalejo)	171
Telescopio reflector o de Newton	172
Poder óptico de los telescopios	172
Microscopio óptico	174
Esquema básico	175
Aumento en el microscopio	176
Abertura numérica	176
Poder separador.....	177
5.16 Cámara fotográfica: partes fundamentales.....	178
Lente objetivo	179
Mecanismo para desplazar el objetivo	179
Diafragma.....	179
Caja oscura	179
Película	179
5.17 Lentes gruesas	181
5.18 Lentes compuestas: aplicaciones	183
5.19 Lentes especiales	186
Retroproyector.....	187
5.20 Principio de Fermat.....	188

Capítulo 6. El órgano de la visión

6.1 La visión en la naturaleza.....	193
6.2 El ojo humano	194
6.3 Partes fundamentales	194
Córnea.....	194
Humor acuoso.....	194
Diafragma o iris	195
Cristalino.....	195
Cápsula del cristalino	196
Humor vítreo	196
Retina o pantalla del ojo	196
Mácula lútea.....	196
Punto ciego	196
Coroides	197
Esclerótica	197
Nervio óptico.....	197
Células fotorreceptoras.....	198
Conos	198
Bastones.....	198
6.4 El ojo como un sistema óptico centrado.....	199
6.5 Formación de la imagen en un sistema óptico centrado	200
6.6 Elementos ópticos del ojo	201
6.7 Visión de la figura plana	203
6.8 Tamaño real y aparente de la imagen.....	203
6.9 Acomodación del ojo.....	205
Punto remoto	207
Punto próximo	207
6.10 Anomalías del ojo o vicios de la visión.....	208
Miopía	208
Hipermetropía	209
Astigmatismo	210
6.11 Visión de relieve	210
6.12 Visión binocular	210
Esfuerzo de convergencia	210
Visión estereoscópica	211

Capítulo 7. Óptica Física

Introducción	214
7.1 Movimiento ondulatorio	215
7.2 Ecuación de la onda electromagnética	218
7.3 Función de onda.....	220
7.4 Propiedades de las ondas	222
Frente de onda	222
Principio de Huygens.....	222
Reflexión de un tren de frente de onda plano.....	223
Refracción de un tren de frente de onda plano.....	223
Superposición de ondas.....	225
7.5 Interferencia	227
Experimento de Young	227
Interferencia en láminas delgadas.....	230
Recubrimiento de lentes	234
Anillos de Newton	234
Interferómetro de Michelson y Morley.....	236
7.6 Difracción	241
Difracción por una ranura	241
Intensidad de máximos generados por una ranura	244
Difracción con un cabello	244
Difracción por una rejilla.....	245
7.7 Polarización.....	245
Modelo mecánico	245
Ley de Malus	250
Ley de Brewster	251
Dicroísmo.....	252
Cristales dicroicos o polarizantes	253
La turmalina.....	253
La calcita.....	254
Birrefringencia	255
Polarizadores	255
Rotación del plano de polarización.....	257
Acerca del autor	258

Capítulo 1



Historia de la óptica



Fotografía de agosto de 2017, en el Corregimiento de Cimarrones, municipio de Chachagüí. Fuente propia.

1. Introducción

La palabra “óptica” tiene raíces en el griego “optikos”, palabra compuesta de “ops”, que significa “vista”, y el sufijo “-tikos”, que indica una relación; de ahí las palabras que terminan en -tica, como: acústica, cinematografía, aritmética, láctica, etc.

Como esta palabra, hay muchas cosas que estudiaron los griegos y que hoy recordamos al analizar etimológicamente el origen de las palabras en ciencia y, en general, en muchas otras cosas, como la filosofía, la política, etc.

1.1 Un vistazo hacia atrás, en la línea del tiempo

- Hace 3.5 – 3.2 millones de años surge el *Australopithecus afarensis* (conocido como Lucy), que vivió en África del Este, en lo que hoy es Etiopía, Tanzania y Kenia; de acuerdo a la configuración de la cadera, rodillas y tobillos, se cree que Lucy ya caminaba erguida; la mayoría de la comunidad científica coincide en que este pudo haber sido el punto de partida de la especie humana.
- Hace 1.8 millones de años, se considera que aparece el primer *Homo habilis*.
- Hace 0.5 millones de años, se conoce el fuego y se empieza a utilizar.
- Desde el descubrimiento del fuego hasta hace 45 mil años, existe un vacío en la Historia.
- El *Homo sapiens* apareció en el periodo comprendido entre 45 y 38 mil años, periodo cuando aparecen los animales domésticos.

Hace unos 15 mil años, se establece Jericó, la primera ciudad en la Historia de la humanidad, construida cerca del Río Jordán, en Cisjordania, Palestina. <https://psicologiyamente.com/cultura/primeras-ciudades-historia>)

La narrativa histórica se torna un tanto difusa hasta aproximadamente el año 5000 a. C., cuando emergen diversas civilizaciones a lo largo de la costa oriental del Mediterráneo. Entre estas, se encuentran los caldeos, fenicios y egipcios, a quienes se reconoce por sus impresionantes logros arquitectónicos, como la construcción de las pirámides de Keops, Kefrén

y Micerino. La construcción de las pirámides de Guiza ha logrado su objetivo: perdurar por una eternidad. Las monumentales tumbas son reliquias de la época del Reino Antiguo de Egipto, que se construyeron hace unos 4500 años. Mucho más tarde se encuentra al pueblo griego, que sintetiza los conocimientos de los antiguos pueblos y constituye un conocimiento a partir de ellos, más innovaciones; además, dieron los nombres que hoy seguimos utilizando en muchos ámbitos.

Los hallazgos prehistóricos muestran que hace unos 5000 años ya se tenían platos pulidos metálicos y platos planos para hacer espejos de agua.

Aproximadamente 500 años a. C., los griegos Leucipo, Demócrito y Epicuro proponían que a la materia la formaban unas partículas llamadas átomos, por lo que la materia no se puede dividir indefinidamente. Por tanto, la luz es o se hace de partículas que emiten los cuerpos que, luego, llegan a nuestros ojos (reflexión), y así se produce la sensación de ver los cuerpos.

En el año 384 a. C., Aristóteles consideraba que los objetos emitían ondas de luz ultralivianas que, al entrar en contacto con nuestros ojos, se producen la visión.

Arquímedes de Siracusa (287 – 212 a.C.) matemático, astrónomo, Ingeniero e inventor muy reconocido por el principio de Arquímedes en la hidrostática, se cree que en óptica estudio la reflexión de superficies planas y cuenta la leyenda que mantuvo a raya a la flota romana cuando intentaban tomarse la ciudad de Siracusa mediante el descubierto por él, “rayo de Arquímedes” consistía en reflejar la luz solar mediante espejos cóncavos hacia donde estaba la flota logrando incendiar alguna de ellas.

Para el año 200 d. C., Tolomeo, uno de los últimos sabios griegos y gran sintetizador de las teorías científicas del momento, también estudió la mecánica y la óptica. En esta última rama, trabajó con la reflexión y la refracción de la luz, para encontrar cómo se relacionan el ángulo de incidencia y el ángulo de refracción.

Alhazen (965-1040 d.C.) Nació en Basora hoy ciudad Iraki Científico Musulmán moderno físico, matemático, astrónomo su verdadero nombre

Al-Basri. Alhazen creía que podía realizar una represa adjunta al río Nilo cuando crecía, lo que llevó a ser contratado por el Califa d'Al-Hakim, en el Cairo, pero al darse cuenta de que no era posible fingió estar loco, sin embargo el califa lo condenó a 10 años de prisión, tiempo de reclusión que le permitió estudiar en su celda oscura las principales características de la luz, fue el primero en desarrollar el método científico, y estudiar con gran profundidad el ojo humano, descubrió sus estructuras ópticas, descubrió que la luz viaja en línea recta con la cual inventó la cámara oscura a la que le llamó cámara estenopeica, también se dice que desarrolló estudios de la refracción y dispersión de la luz, en sus siete colores, estudio las sombras, eclipses, el arco iris y con la entrada de la luz solar por entre las nubes realizó un cálculo aproximado del espesor de la atmósfera en 100 km, su obra fue monumental libro traducido al español y otros idiomas.

Galileo Galilei (1564-1642), al estudiar la luz, se preguntaba si tenía una velocidad finita. Fue el primero en intentar calcularla.

Willebrord Snell (1580-1626) y René Descartes (1596-1650) descubrieron los fenómenos de la reflexión y la refracción. Según Snell, en la reflexión en superficies reflectantes, el ángulo de incidencia de un rayo de luz es igual al ángulo con el que se refleja dicho rayo, mientras que la refracción responde a una relación matemática entre el ángulo de incidencia y el ángulo de refracción:

$$\frac{\operatorname{Sen} \theta_i}{\operatorname{Sen} \theta_r} = n \quad \text{Cte.}$$

donde n se conoce como índice de refracción, característico de los medios refringentes.

En 1640, Francesco María Grimaldi (1618-1663) y Christiaan Huygens (1629-1695) observaron que la luz tiene la propiedad de bordear objetos comparables con su longitud de onda, fenómeno al que se llamó difracción. Huygens, convencido de que la luz es un fenómeno ondulatorio, demostró que la reflexión y la refracción constituyen un fenómeno ondulatorio.

Isaac Newton (1642-1727), autoridad científica del momento y de actualidad, sintetizó el conocimiento previo y construyó un nuevo conocimiento en Óptica. En cuanto a la naturaleza de la luz, propuso una

teoría corpuscular, para dejar de lado la teoría ondulatoria, aunque esta teoría no podía explicar los fenómenos de interferencia, difracción y polarización, pero, al utilizar la idea del éter, daba alguna forma de explicación a esta fenomenología.

1.2 Teoría corpuscular de la luz

Como se vio en un comienzo, a la luz se la consideraba de naturaleza corpuscular, pues las finas partículas que conforman la materia se movían de un cuerpo hasta nuestros ojos y nos daban la sensación del cuerpo, desde estas afirmaciones y una forma de entender la fenomenología de la visión hasta entender a la luz como corpúsculos de energía; Newton estableció la teoría corpuscular de la luz, con la cual pudo explicar con absoluta claridad el fenómeno de la propagación de la luz en línea recta, la reflexión, la refracción.

Propagación de la luz en línea recta

Plantear que la luz viaja en línea recta facilitó el entendimiento de los eclipses de sol y de luna; así se estudió la sombra y la penumbra y no hubo objeción ante lo propuesto; el gran misterio de los eclipses de luna y sol quedaba desvelado y lo único que inquietaba era su predicción, aunque, en el vulgo, no había dejado de existir la sensación referida a que allí había algo misterioso, con augurios de mala suerte. Con la idea de la propagación lineal, resultó sencillo explicar la reflexión y la refracción de la luz, al considerar un rayo vector que incide y se refleja o refracta.

En la Fig. 1.1, se puede ver un rayo de luz láser que se refleja en una atmósfera de humo de cigarrillo en el laboratorio de óptica de la



Fig. 1.1. Trazo rectilíneo de un rayo de luz láser. Fuente propia.

Universidad de Nariño; puede verse en una atmósfera cargada de humedad, como neblina, debido a estas finas partículas, donde se refleja la luz; de no estar estas partículas, la luz no tendría en qué reflejarse y, por tanto, no se vería.

Cámara oscura

Fue Alhazen quien dio una explicación del funcionamiento del artefacto conocido desde hace mucho tiempo posiblemente mucho antes de los griegos usada por magos que la mostraban en los poblados como algo mágico, por supuesto que despertaba curiosidad,

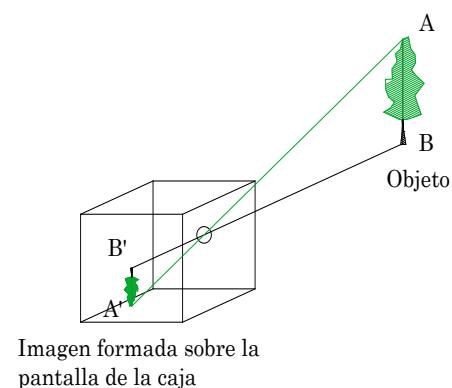


Fig. 1.2. Esquema de una cámara oscura.

en la Fig. 1.2, se puede apreciar un esquema de la cámara oscura, que no es más que una caja elaborada de algún material opaco, en lo posible de color negro en su parte interna; en la parte frontal, hay un agujero por donde entra la luz, el agujero puede ser de un diámetro de entre 0.6 y 0.15mm siendo el más óptimo 0.35mm los rayos de luz que salen desde el objeto penetran a la cámara por el agujero generando una imagen en la pantalla translúcida colocada en la parte posterior de la cámara; aquí se puede ver como los rayos de luz siguen una línea recta desde el objeto a la pantalla; como se puede ver en la figura 1.2 los rayos salen desde el punto A y B del árbol y entran a la cámara, donde se invierten; así, el punto A, ahora está en la parte baja de la pantalla, y el B en la parte superior con lo cual se tiene una imagen invertida y de menor tamaño.

1.3 Cálculo de la velocidad de la luz

Desde la Antigüedad, existía la pregunta sobre si la luz tiene velocidad o no; al no tener la menor idea de cómo responderla, con la entrada de la Edad Moderna, la pregunta se había tornado cada vez más insistente.

Método de Galileo

Entre las preguntas que más llamaban la atención estaba: ¿la luz tiene velocidad? Galileo Galilei fue de los primeros que se planteó el problema y, para saberlo, diseñó este experimento:

consistía en subir a dos montañas con visual de la una a la otra; además, se conocía la distancia que las separaba; había dos observadores, con antorchas, uno en cada montaña; el Observador 1 mostraba la antorcha encendida; el Observador 2 mostraba la antorcha una vez hubiera visto la luz de la antorcha del Observador 1 y un ayudante del Observador 1 medía el tiempo que tardaba la luz en ir y volver. Como se puede ver en la Fig. 1.3, la velocidad de la luz se podría calcular así:

$$v = \frac{2D}{\Delta t} \quad (1.1)$$

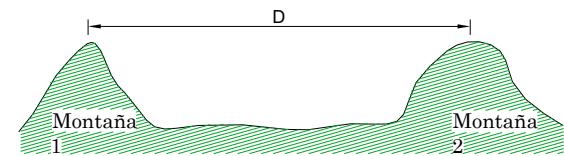


Fig. 1.3. Método de Galileo para medir la velocidad de la luz.

El experimento fracasó debido a que el tiempo de reacción del Observador 2 era significativamente mayor que el tiempo que le tomaba a la luz recorrer la distancia de ida y vuelta, pero logró incentivar a otros científicos para continuar en la búsqueda de nuevos métodos que permitieran realizar el cálculo de la velocidad de la luz.

Método de Ole Romer

Ole Romer (1644-1710) fue un astrónomo danés, conocido por otorgar un valor a la velocidad de la luz. De modo accidental, encontró un error al medir el periodo de rotación de la luna Io, de Júpiter; sin tener en claro la distancia desde la tierra hasta Júpiter y sin conocer el diámetro de la órbita de la tierra, observó que, una vez se había calculado el periodo del satélite de Júpiter, cuando la tierra se hallaba cerca de Júpiter, se podía predecir la hora de salida del cono de sombra. Seis meses después, es decir, cuando la tierra se hallaba alejada del planeta gigante, el pronóstico no se cumplía; el fenómeno se había repetido una y otra vez, y

siempre se había obtenido el mismo error de retardo. Este error tenía que ver con D, la distancia desde el primer punto de observación al segundo.

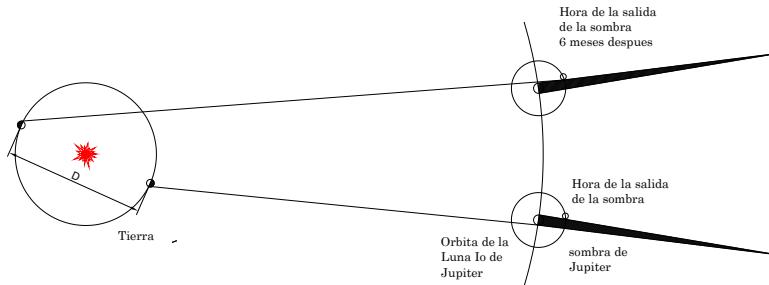


Fig. 1.4. Método de Ole Romer para medir la velocidad de la luz.

En la Fig 1.4, se puede ver la posición de los dos observadores y, claro, en el caso del segundo observador, la luz tiene que recorrer además el diámetro de la órbita terrestre, razón por la cual la señal o la luz llegaba más tarde de lo predicho en el punto A.

Así:

$$v = \frac{D}{t}$$

$$v = 225.000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

El valor estimado incluye un error del 75%. Esto se entiende, porque, en su momento, no se tenía en claro el diámetro de la tierra.

Método de Hipólito Fizeau.

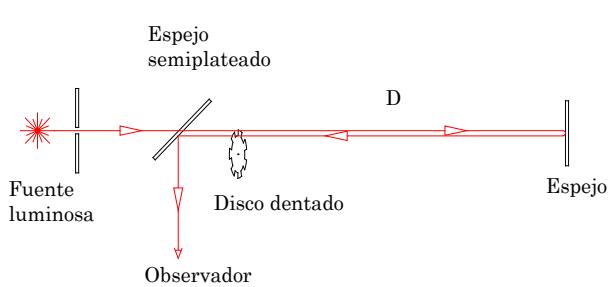
El francés Hippolyte Louis Fizeau (1819 -1896) dedicó mucho tiempo a calcular la velocidad de la luz. Para ello diseñó un experimento que, básicamente, consistía en un disco dentado, que puede girar a gran velocidad angular; la luz, cuando sale de la fuente, puede pasar por los espacios entre diente y diente; estos pulsos de luz deben viajar una distancia d y reflejarse en un espejo y regresar hasta donde se halla el disco dentado que gira a gran velocidad angular; si la luz, al llegar, se encuentra con un diente, el observador que se encuentra justamente detrás del disco no verá la luz, pero, si logra pasar por el espacio que

sigue, el observador advertirá que la luz llegó; el esquema del experimento se puede ver en la Fig. 1.5.

El desarrollo matemático del experimento parte de la expresión (1.1), que había propuesto Galileo:

$$v = \frac{2d}{\Delta t},$$

donde Δt es el tiempo para pasar de un diente a un espacio. Así que:



$$\Delta t = \frac{T}{2N} \quad (1.2),$$

donde T es el periodo de rotación y N es el número de dientes del disco; es el doble, porque después de un diente sigue un espacio, que también cuenta.

Fig. 1.5. Método de Fizeau para medir la velocidad de la luz.

Al reemplazar la ecuación (1.2) en (1.1), se tiene:

$$v = \frac{2d}{T/2N} = \frac{4Nd}{T}.$$

Ahora bien, como $f = \frac{1}{T}$, (que representa el número de vueltas por unidad de tiempo), al remplazar, se tiene:

$$v = 4Ndf \quad (1.3).$$

De modo que, si se tienen estos datos: $d = 8633m = 8.63Km$, $N = 720$ y $f = 12.3s^{-1}$, se llega a que:

$$v = 4(8633m)(720)(12.3s^{-1}) = 305815392 \text{ m/s}$$

Este es un resultado, por primera vez, cercano a la velocidad de la luz.

Método de León Foucault.

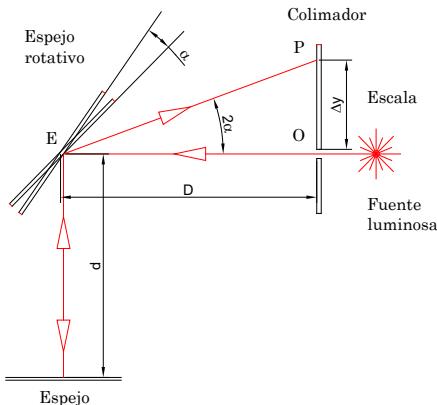


Fig. 1.6. Método de Foucault para medir la velocidad de la luz.

León Foucault (1819-1868), colega y ayudante de Fizeau, desarrolló un método para calcular la velocidad de la luz similar al de Fizeau, pero con utilización de medidas de laboratorio; en la Figura 1.6, se puede ver el esquema de ese experimento; la luz que sale desde la fuente luminosa atraviesa el orificio, con lo cual llega hasta el espejo rotativo, de este al espejo fijo E y, luego, rebota hasta el espejo rotativo; si este ha girado un pequeño ángulo, el rayo se reflejará en un ángulo doble del

de rotación, con lo cual el rayo llegará hasta un punto en la pantalla a una distancia Δy del orificio.

En Matemáticas, la expresión para calcular la velocidad corresponde a la expresión que había propuesto Galileo; o sea, (1.1):

$$v = \frac{2d}{\Delta t}.$$

Como se puede ver en la Fig. 1.6, D es la distancia desde la pantalla al espejo rotativo. Por otra parte, la velocidad angular del espejo se puede expresar como:

$$\omega = \frac{\alpha}{\Delta t} \quad (1.4).$$

Por tanto,

$$\Delta t = \frac{\alpha}{\omega} \quad (1.5),$$

y el ángulo α se puede calcular del triángulo EOP, de tal forma que:

$$\tan 2\alpha = \frac{\Delta y}{D} \quad (1.6).$$

Cuando se tiene un ángulo medido en radianes y es muy pequeño, se puede aproximar, de tal manera que:

$\tan 2\alpha \approx 2\alpha$; por tanto, $2\alpha = \frac{\Delta y}{D}$, de donde se obtiene:

$$\alpha = \frac{\Delta y}{2D} \quad (1.7).$$

Al reemplazar (1.7) en (1.5), se tiene:

$$\Delta t = \frac{\Delta y}{2Dw} \quad (1.8).$$

Ahora bien, si se remplaza (1.8) en (1.1), se obtiene:

$$v = \frac{4dDw}{\Delta y}.$$

Como $\omega = 2\pi f$, entonces se tiene:

$$v = \frac{8\pi Ddf}{\Delta y} \quad (1.9).$$

Si se tienen estos datos experimentales: $D = 50m$; $d = 8m$; $\Delta y = 12mm$ y $f = 358s^{-1}$, al remplazar en (1.9), se tiene:

$$\begin{aligned} v &= \frac{8\pi(50m)(8m)(358s^{-1})}{0.012m} \\ v &= 299918080m/s \\ v &= 299918,08km/s \end{aligned}$$

Así que la velocidad de la luz es muy cercana a $300000\ Km/s$, que corresponde a la velocidad más grande que se conoce en el universo.

Método de Albert Michelson.

Por otra parte, Albert Michelson (1852-1931), un militar estadounidense, dedicó su vida a calcular la velocidad de la luz, con más de 1020 experimentos dedicados a la luz, y alcanzó un Premio Nobel de Física, en 1907, por el experimento, en compañía de Edward Morley, sobre la NO existencia del Éter, con lo que cambió por completo la teoría sobre la naturaleza de la luz.

En 1882, mediante un informe sobre la velocidad de la luz, explicó el método que se había utilizado y el valor obtenido una y otra vez es:

$$C = 299.853 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

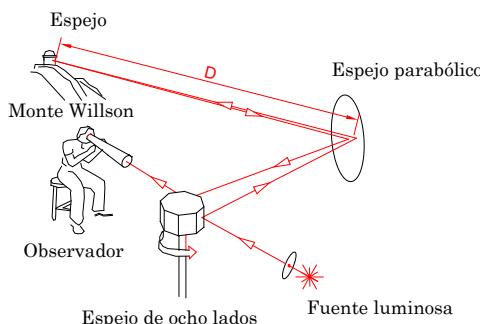


Fig. 1.7. Método de Michelson para calcular la velocidad de la luz.

Con un proceso similar al de Foucault, pero mejorado, como se puede ver en el esquema del montaje, de la Fig. 1.7, que consiste en un espejo rotativo de ocho lados, una gran fuente luminosa, un espejo cóncavo emisor y un espejo reflector colocado en la cima de una montaña situada a 35 Km de distancia, y un telescopio de observación. Así ocurre que, cuando todo está alineado y el espejo rotativo está en reposo, la luz que emite la fuente pasa a través de un diafragma y se refleja en una de las caras del espejo rotativo; luego, incide en el espejo parabólico y se refleja hasta llegar al espejo de la montaña situado a 35 Km de distancia; desde allí se refleja hasta alcanzar el espejo parabólico y de este al espejo

rotativo; si, al reflejarse, llega al telescopio y el observador lo puede ver en la retícula a escala, entonces lo puede medir.

Si el espejo rota un ángulo determinado, mientras la luz va hasta la montaña y retorna, el observador no logrará ver la luz, pero si el espejo logró girar 45° en ese tiempo, el observador verá la luz. Con 45° que gire el espejo, se habrá ubicado el espejo que sigue en el lugar correcto de reflexión hacia el telescopio. Esto es:

$$C = \frac{2D}{\Delta t},$$

donde $D = 35Km$, Δt el tiempo para girar 45° :

$$\Delta t = \frac{T}{8}.$$

Además, $T = \frac{2\pi}{w}$ y $T = \frac{1}{f}$; si todo esto se reemplaza en (1), se obtiene:

$$\begin{aligned} C &= \frac{2d}{T/8} \\ C &= \frac{16d}{T} \\ C &= 16df \quad (1.10). \end{aligned}$$

Con los datos experimentales, al remplazar en (1.10), se tiene:

Si $d = 3,5 \times 10^7 m$ $f = 535$ ciclos/s, entonces:

$$C = 16(3.5 \times 10^7 m)(535 \text{ ciclos/s})$$

$$C = 299600 \text{ km/s}$$

Importante: en este caso, cualquier valor de cifras significativas que se quisiera agregar resulta todo un reto técnico y científico; “además, recuérdese que, en el tiempo de Michelson, aún no se había inventado el rayo láser”.

1.4 Espectrometría

Joseph von Fraunhofer (1787-1826), de nacionalidad alemana, fue un astrónomo y físico dedicado a la óptica. Después del prisma de Newton, hubo varios experimentos, cada vez más rigurosos, para tratar de descomponer la luz blanca en los diferentes colores; los físicos fueron asociando espectros con algunos elementos químicos en combustión conocidos en ese entonces; la creación de nuevos instrumentos ópticos, como el espectroscopio, para observar la descomposición de la luz, mostró que había algo más de la banda de colores: “se encontraron líneas brillantes”.

Fraunhofer descompuso la luz al llevar a que pasara por rendijas muy finas, para aprovechar la difracción de la luz, con lo cual mejoró la observación de los espectros. En ese entonces, ya estaba claro que cada elemento químico tiene su propio espectro, con lo cual se dio comienzo a una nueva disciplina de la Física: “la observación de estrellas para descubrir su composición química”.

Al observar el sol, se encontraron unas líneas no observadas antes; sin embargo, en 1895, se descubrió el helio en la tierra, pero ya se había observado en el sol. Así, Fraunhofer fue el inventor del espectroscopio y una nueva línea de investigación, al extremo de convertirse en una industria muy próspera para caracterizar materiales.

En Física, se conocen dos tipos de espectros: de emisión y de absorción; el primero se presenta cuando se obtiene el espectro directamente al observar la fuente luminosa, mientras que el segundo se halla cuando la luz blanca proveniente de la fuente luminosa atraviesa el vapor del producto químico que se va analizar y, luego, se produce el espectro.

Entre los espectroscopios, actualmente se tiene el de prisma y el de difracción, como los de Fraunhofer.

Cuando se trata de analizar un compuesto químico, en muchas ocasiones basta con un espectroscopio de prisma, pero, si se trata de un elemento químico, en muchas ocasiones es necesario un espectroscopio de difracción.

Ahora bien, los investigadores de espectros desarrollaron series matemáticas de forma empírica, que muestran la distribución de líneas espectrales, tal como se puede ver en esta tabla.

Tabla 1.1. Series espectrales del campo visible, infrarrojos y ultravioletas. Fuente: Acosta.

Serie	Región espectral	Ecuación de la serie	Límite de la serie
Lyman	Ultravioleta	$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	911.27 Å $n = 2,3,4$
Balmer	Visible	$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	3645.1 Å $n = 3,4,5$
Paschen	Infrarrojo	$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	8201.4 Å $n = 4,5,6$
Brackett	Infrarrojo	$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	14.580 Å $n = 5,6,7$
Pfund	Infrarrojo	$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	22782 Å $n = 6,7,8$

J. R. Rydberg (1854-1919) encontró de forma empírica la fórmula general:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right); \text{ Donde } n = 3, 4, 5 \dots \quad (1.11),$$

con la cual se puede calcular la longitud de onda en cada una de las series.

En la fórmula, R es la constante de Rydberg, que tiene un valor de:

$$R = 1.0973731 \times 10^{-3} \text{ Å}^{-1}.$$

Para $n = 3$, $\lambda = 6563 \text{ Å}^\circ$, que se identifica con la línea roja.

Para $n = 4$, $\lambda = 4681 \text{ Å}^\circ$, que se identifica con la línea azul.

Para valores de n crecientes, las longitudes de onda se juntan cada vez más; así que para:

$$n \rightarrow \infty; \lambda = 3.645 \text{ Å}.$$

Johann Jakob Balmer, profesor de escuela, en 1885, publicó un artículo titulado: Avisos sobre líneas espectrales del hidrógeno; en este artículo, Balmer presenta una ecuación desarrollada mediante ensayo y error, con la cual se podían calcular las longitudes de onda de cuatro líneas visibles:

$$\lambda = \frac{hm^2}{m^2 - n^2},$$

donde h es la constante de Balmer: 3.6456; m puede ser: 3, 4, 5, y $n = 2$; más tarde se demostró que la ecuación de Balmer era un caso particular de la ecuación (1.11).

1.5 El electromagnetismo y la teoría ondulatoria de la luz

James Clerk Maxwell (1831-1879) fue un científico escocés. Como físico teórico, se propuso revisar las leyes de la electricidad y el magnetismo para concluir con una teoría unificadora: “El Electromagnetismo”, que se puede resumir en estas afirmaciones:

Cargas en reposo, generan: campo eléctrico

Cargas con movimiento uniforme generan: campo eléctrico, corriente eléctrica y campo magnético.

Cargas aceleradas generan: campo eléctrico, corriente eléctrica, campo magnético y radiación electromagnética.

La radiación electromagnética se propone como una onda que se desplaza en el espacio vacío y, además, lo hace a la velocidad de la luz.

Como un subproducto, Maxwell encontró la ecuación de onda del campo eléctrico y magnético:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}$$

donde la velocidad de propagación es: $v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$; μ_0 es el coeficiente de permitividad magnética en el vacío y ϵ_0 es el coeficiente de permitividad eléctrica en el vacío, lo que significa que “hay ondas en el vacío”.

De seguro, jamás se habían imaginado algo semejante; además, la velocidad de propagación es igual a la de la velocidad de la luz y, por primera vez, así se tiene un marco teórico sobre la naturaleza de la luz. Veinticinco años más tarde, el alemán Heinrich Hertz demostró la existencia de las ondas electromagnéticas y produjo reflexión, refracción, difracción e interferencia. De modo que, tras 160 años, las ideas de Newton sobre la naturaleza de la luz se rebatieron y, en adelante, se considera a la luz como una onda electromagnética.

Con ajustes posteriores, se confirma el espectro del electromagnetismo, como se puede ver en la Tabla 1.2:

Tabla 1.2. Espectro electromagnético.

Fenomenología	Longitud de onda	Frecuencia	
Descarga Eléctrica	$10^5 - 10^4$	300Hz	3000Hz
Onda de Radio Larga	$10^4 - 10^3$	3000Hz	3kHz
Onda de Radio Media	$10^3 - 10^2$	3kHz	300kHz
Onda de Radio Corta	$10^2 - 10^1$	300kHz	3MHz
Onda de Radio Microonda	$10^1 - 10^0$	3MHz	30MHz
Televisión	$10^0 \equiv 1m$	30MHz	
Señal Satelital	10^{-2}	3000MHz	
Señal Celulares	10^{-3}	30×10^{10}	30000MHz
Horno Microondas	10^{-4}	$30 \times 10^{11} \equiv 0.3GH$	
Infrarrojos	$10^{-4} - 10^{-5}$	3.0×10^{11}	3GH
Espectro Visible	10^{-6} micrón	30GHz	
Ultravioletas	$10^{-7} - 10^{-9}$	300GHz	
Rayos X 1	$10^{-9} - 10^{-10}$	3.0×10^{16}	
Rayos X 2	$10^{-10} - 10^{-11}$	3.0×10^{17}	
Rayos γ	$10^{-11} - 10^{-12}$	3.0×10^{18}	
Rayos Cómicos	$10^{-12} - 10^{-13}$	3.0×10^{19}	

Nuevas mentes humanas comienzan a revolucionar lo que, aparentemente, tenía en claro el físico alemán Hermann von Helmholtz, físico y médico. De finales del siglo XIX, según este científico todo se había dicho; lo único que quedaba por hacer eran las aplicaciones en todos los campos de la técnica y la ciencia; sin embargo, un puñado de fenómenos no tenía explicaciones con la Física Clásica, como: naturaleza de la corriente eléctrica, efecto fotoeléctrico, radioactividad y, desde hacía años, se tenía la experiencia de hornos de metalurgia, cuyo único manejo de la temperatura se efectuaba de acuerdo con el ojo del técnico con mayor experiencia.

Thomas Young (1773-1820) y Augustin Fresnel (1788-1827) lograron producir unas interferencias luminosas, algo que solo se había reservado para las ondas mecánicas; el experimento fue muy importante, pues, con esto, se llevaba a que tambaleara la teoría de Newton sobre una naturaleza de la luz corpuscular; sin embargo, algunos seguidores aún sustentaban la autoridad científica de Newton.

William Crookes (1832-1919), un libre investigador inglés dedicado al estudio de la Física, la Química y el espiritismo, descubrió el talio y la construcción de los tubos al vacío para realizar descargas eléctricas en gases con baja presión, que llevan su nombre: “Tubos de Crookes”, en los que identifica que los rayos catódicos responden a campos magnéticos.

Jean Perrin (1870-1942) utilizó aparatos similares a los de Crookes para demostrar que unas partículas cargadas negativamente forman los rayos catódicos.

1.6 Descubrimiento del electrón

Joseph John Thomson (1856-1940), un físico inglés, continuó con los experimentos de Crookes y Perrin, de tal modo logró determinar la relación de carga y masa de los rayos catódicos. Experimentalmente con el equipo de la Leybold se puede establecer los siguiente:

Del manual del equipo se puede extraer lo siguiente: La fuerza magnética que actúa sobre una partícula con carga q y que se mueve con velocidad

en una región donde hay un campo magnético \vec{B} , está dada por la fuerza de Lorentz:

$$\vec{F} = q \vec{V} \times \vec{B} \quad (1.12)$$



Fig. 1.8. Tubo al vacío que utilizó J. J. Thomson, con el cual descubrió el electrón, la primera partícula subatómica en ser descubierta. Museo del Laboratorio de Cavendish.

De acuerdo a la figura 1.9 en donde el campo magnético está entrando al libro, y la partícula cargada entra al campo, por ser el resultado de un producto vectorial, esta fuerza es perpendicular tanto al campo magnético \vec{B} como a la velocidad \vec{v} y, por tanto, al desplazamiento. Como la fuerza magnética es perpendicular al desplazamiento, no hace trabajo sobre la partícula y, en consecuencia, no puede cambiar la energía cinética de la misma, entonces: la rapidez de una partícula cargada que se mueve dentro de un campo magnético, sin la presencia de otro campo: es constante.

La ley de fuerza magnética, o ley de Lorentz, establece que sólo la componente de la velocidad perpendicular a \vec{B} es la que contribuye a la fuerza y, a su vez, es afectada en su dirección por el campo. La componente de la velocidad paralela al campo, ni contribuye a la fuerza magnética, ni es afectada por esta.

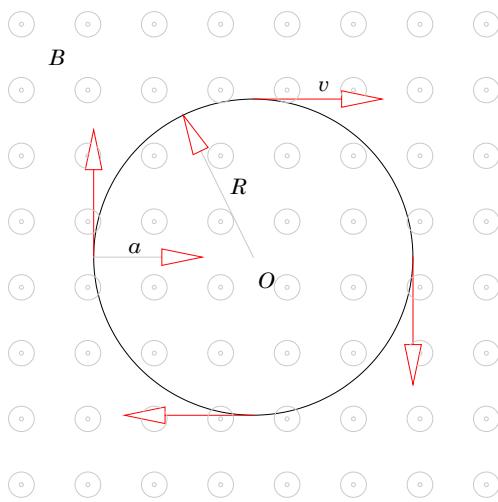


Fig. 1.9 Rotación circular de una carga al penetrar en un campo magnético (el campo magnético entra al libro)

Cuando la velocidad y el campo magnético son perpendiculares entonces, se puede afirmar que: $F = qVB$. En consecuencia, la aceleración de la partícula también es de módulo constante y perpendicular a la velocidad, lo cual es característico de un movimiento circular uniforme. Para este tipo de movimiento la dirección de la aceleración es hacia el centro de la trayectoria circular ver figura 1.9, y de magnitud:

$$a = \frac{v^2}{R} \quad (1.13)$$

Por la segunda ley de Newton: $F = ma$ y con el resultado anterior se tiene: $F = m \frac{v^2}{R}$ y como la fuerza es la de Lorentz entonces:

$$qvB = m \frac{v^2}{R} \quad (1.14)$$

Ahora bien, el sentido de rotación depende de:

- del sentido que tenga la velocidad cuando la partícula entra a la región de campo,
- del sentido del campo y,
- del signo de la carga.

Así que el radio de curvatura de la trayectoria, despejado de la ecuación 1.14, es igual a:

$$R = \frac{mv}{qB} \quad (1.15)$$

De manera que; mientras mayor sea B , menor es el radio de giro y más cerrada la trayectoria curva. La dependencia del radio con la rapidez de la partícula, es todo lo contrario; aumenta al aumentar la rapidez

haciendo la curva más abierta. Si se quiere que la partícula cargada entre al campo B con una rapidez v conocida, debemos acelerarla desde el reposo haciéndola pasar a través de una diferencia de potencial V , conocida. Así, el trabajo qV efectuado sobre ella, será igual a la energía cinética que adquiera, y, si no sufre ninguna perturbación en su recorrido, entrará al campo con esta misma energía esto es.

$$qv = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1.16)$$

Combinando las ecuaciones 1.15 y 1.16 se obtiene:

$$\frac{q}{m} = \frac{2V}{R^2 B^2} \quad (1.17)$$

Si se conoce la diferencia de potencial V y el campo magnético B , y se mide el radio de giro R , se puede determinar la relación $\frac{q}{m}$ denominada, **relación carga masa**, esta relación, es de gran importancia en el estudio de las partículas subatómicas.

Sir Joseph John Thomson, midió la relación carga masa para el electrón, usando un dispositivo llamado selector de velocidades.

Con este resultado, surgió la cuantización de la carga eléctrica y una revisión al átomo. En ese entonces, Thomson propuso el primer modelo del átomo: “modelo de Pudín o Pastel de pasas”, consistente en una masa a modo de núcleo, en la cual se encuentran regadas las partículas eléctricas o electrones.

1.7 Origen de la mecánica cuántica

Max Planck (1858-1947), fue un físico alemán, músico y muy conservador con la Física Clásica; así lo presenta Emilio Segre, en su obra *Personajes extraordinarios* (p. 25): “a pesar de su carácter conservador e íntegro, Planck ha sido un gran revolucionario”. Se graduó como físico a los 21 años y se dedicó a estudiar los trabajos de los clásicos sobre termodinámica; entre ellos, cómo se calientan y enfrián los cuerpos.

Los trabajadores de los hornos de metalurgia habían obtenido curvas experimentales sobre el comportamiento de la temperatura de los cuerpos, un tema de fundamental importancia para el manejo de la temperatura de las coladas de metal en fundición, lo que se le compartía, mediante la comunicación oral, del más experimentado trabajador al aprendiz.

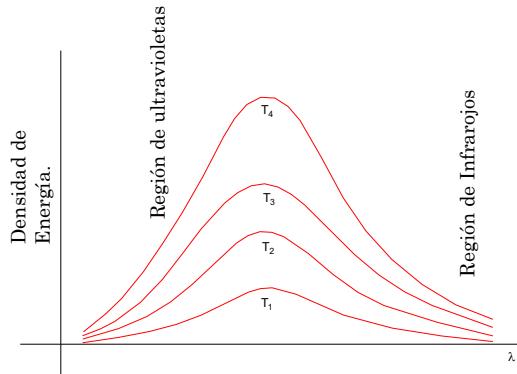


Fig. 1.10. Curva de la radiación de un cuerpo negro.

Gustav Kirchhoff, en 1860, desarrolló la idea de cuerpo negro como algo que puede absorber toda la energía que llega y, de igual forma, la puede irradiar; así se obtuvo una curva experimental: Fig. 1.10.

Hubo muchas propuestas para proveer una explicación a la curva experimental. Cincuenta años antes de Planck, se había comenzado a plantear explicaciones, como Wilhelm Wien, que, al seguir un proceso matemático que consideraba a la energía como un proceso continuo, llegó a obtener la Ley conocida como desplazamiento de Wien:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T} ,$$

donde b es la constante de desplazamiento:

$$b = 2.8977 \times 10^{-3} \text{Kg.m}$$

Stefan-Boltzman, al integrar $B_0(T)$ sobre la frecuencia, obtuvieron la conocida Ley:

$$L = \frac{2\pi^5 K^4 T^4}{15C^2 h^3} \frac{1}{\pi} : \frac{\sigma T^4}{\pi}$$

o

$$E = \sigma(T_1^4 - T_2^4).$$

Por último, Planck, al trabajar sobre la Ley de Wien, deducida de la termodinámica:

$$E(\nu, T) = \alpha \nu^3 e^{\frac{-\beta \nu}{T}}.$$

Al aplicar un proceso discreto (sumatoria en vez de integral), se encontró:

$$E(\nu, T) = \frac{\alpha \nu^3}{e^{\frac{\beta \nu}{T}} - 1}.$$

El 19 de octubre de 1900, se discutió, en el Seminario de Física, en Berlín, “según Planck”; al día siguiente de la presentación, el colega Heinrich Rubens casi amaneció para comprobar la nueva ecuación con datos experimentales; lo mismo lograron Otto Lummer y Ernst Pringsheim; una vez comprobada, se debía justificar teóricamente y, solo después de seis años, apareció el concepto de Quantum:

$$E(\phi, T) = \frac{8\pi \nu^3}{c^3} \cdot \frac{h}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}.$$

De modo que $E = n \cdot h \cdot \nu$, donde $n = 0,1,2, \dots$

1.8 Experimento de Michelson y Morley.

En 1887, Albert Abraham Michelson y Edward Morley realizan un experimento de interferometría, con el que llevaron a que se dejara de lado la idea de más de 2500 años de existencia sobre el “Éter”; este fue un experimento que afectó la concepción de la Física Clásica y Moderna y dio pie para que se iniciara con nuevos temas, como la teoría de la relatividad, y donde la luz no necesita un medio para viajar en el universo, pues solo los campos magnéticos y eléctricos viajan, como lo había pronosticado Maxwell.

El experimento básicamente consistió en establecer una observación de un patrón de interferencia a las 12 de la noche y 12 del día, comparar las observaciones y hacer lo mismo, pero repetirlo seis meses más tarde y comparar los resultados, que consistían en una superposición de la interferencia que se obtiene en las dos observaciones.

Como la tierra viaja en una órbita elíptica alrededor del sol, en el perihelio la tierra se halla más cerca del sol y, por tanto, la velocidad de traslación es mayor debido a la excentricidad de la órbita, mientras que en el afelio la velocidad es menor. En el Capítulo 7 se efectúa el análisis matemático del experimento.

En la Fig. 1.11 (que no corresponde a escala), se tiene la posición de la tierra respecto al sol en los dos puntos de perihelio y afelio, denominados también solsticio de verano y solsticio de invierno; puntos de medición. También, se tomaron los puntos equinocciales del 23 de marzo y 22 de septiembre.

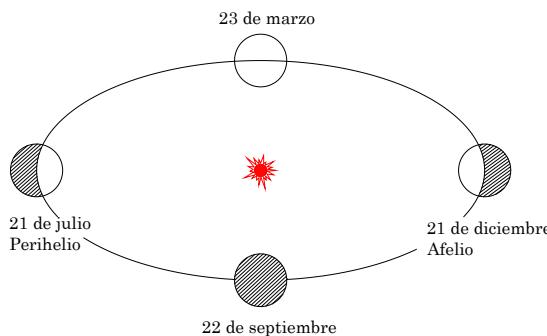


Fig. 1.11. Puntos en la órbita terrestre.

Por otra parte, como la tierra rota en horas de la noche y, justamente, a las 24 horas, la velocidad de rotación y traslación se suman: $v = v_T + v_R$, mientras que, en el día, y justamente a mediodía, la velocidad relativa se resta: $v = v_T - v_R$, el instrumento de medida, un interferómetro, detectaría si existía una variación cuando se sumaran las velocidades de la luz y de la tierra v_2 y v_1 .

Debido al sistema de observación, el asunto, tal como se había planteado, no resultó, pues Michelson esperaba comprobar la existencia del éter; sin embargo, el experimento mostraba lo contrario: la NO existencia del ÉTER.

Como conclusión del experimento, se tiene que no había forma de dirimir que existiera el éter; por el contrario, se pudo concluir que NO lo había. Este experimento lo han realizado muchos investigadores en diferentes años, lugares, y con instrumentos de interferencia, para alcanzar resultados que, en la práctica, han resultado similares; es decir, ninguno ha concluido en la posibilidad de que hubiera el éter, como se puede ver en esta tabla:

Tabla 1.3. Principales investigadores que han repetido el experimento de Michelson en diferentes años y lugares, con resultados similares. Fuente: recopilación de datos.

Ítem	Investigador	Año	Tamaño del instrumento	Corrimiento	Lugar
1	Michelson	1881	1.2 m.	0.4	Potsdam
2	Michelson y Morley	1887	11	0.4	Cleveland
3	Morley y Miller	1902-1904	1.13	0.015	Cleveland
4	Miller	1921	32	1.12	Mt. Wilson
5	Miller (luz solar)	1924	32	1.12	Cleveland
6	Tomaschek (luz estelar)	1924	8.6	0.3	Heielberg
7	Miller	1925-1926	32	1.12	Mte. Wilson
8	Kennedy	1926	2	0.07	Pasadena
9	Illingworth	1927	2	0.07	Pasadena
10	Piccard	1927	2.8	0.13	Mte. Rigi
11	Michelson y colaboradores	1929	25.9	0.9	Mte. Wilson
12	Joos	1930	21	0.75	Jena

1.9 Efecto Fotoeléctrico.

En 1905, se dan a conocer cuatro artículos, que había escrito una persona algo desconocida. Provenían de un oficinista de una oficina de patentes; los artículos se publicaron a lo largo de un año en la revista *Annalen der Physik*.

1. *Primer artículo*, publicado en *Annalen der Physik*, No. 17, el 17 de marzo de 1905, pp. 132-148 (Sobre un punto de vista heurístico concerniente a la producción y transformación de la luz) (efecto fotoeléctrico).
2. *Segundo artículo*, publicado en *Annalen der Physik*, No. 17, el 11 de mayo de 1905, pp. 549-560 (Sobre el movimiento requerido por la teoría cinética molecular del calor de pequeñas partículas suspendidas en un líquido estacionario) (movimiento browniano).
3. *Tercer artículo*, publicado en *Annalen der Physik*, No. 17, el 30 de junio de 1905, pp. 891-920 (Sobre la Electrodinámica de los Cuerpos en movimiento).
4. *Cuarto artículo*, publicado en *Annalen der Physik*, No. 17, el 27 de septiembre de 1905, pp. 639-641 (Dependencia de la energía de la masa inercial y la velocidad de la luz) ($e = mc^2$).

Los cuatro artículos resultaron revolucionarios y cambiaron la forma de pensar sobre la Física; el primer artículo, sobre el efecto fotoeléctrico, lo había descubierto Heinrich Hertz, en 1887, al observar que el arco que salta entre dos electrodos conectados a alta tensión alcanza distancias mayores cuando se ilumina con luz ultravioleta que cuando se ilumina con luz roja y prácticamente desaparece en la oscuridad.

La primera célula solar la había fabricado Charles Fritts, en 1884, constituida por selenio y oro; de acuerdo a la Física Clásica, se afirma:

- ✓ A mayor intensidad de la radiación incidente, más energéticos serán los electrones emitidos por el metal.

- ✓ Si la intensidad de la radiación incidente es muy débil, se espera clásicamente que pase cierto tiempo hasta que el metal almacene suficiente energía para expulsar electrones.

Sin embargo, los experimentos mostraban todo lo contrario. La energía cinética de los electrones no dependía de la intensidad, sino de la frecuencia incidente, y no hay una demora apreciable para expulsar electrones por más débil que fuese la radiación incidente.

Con los nuevos conceptos de la Mecánica Cuántica, Albert Einstein asumió que la radiación incidente es un paquete de energía: $E = h\nu$, que viaja a la velocidad de la luz, con estas afirmaciones:

1. Los fotones pueden ser reflejados de acuerdo con las Leyes de la óptica.
2. Los fotones pueden desaparecer al ceder toda su energía para expulsar a los electrones.

Un esquema del efecto fotoeléctrico puede ser el de la Fig. 1.12, donde se ve la radiación que llega al material de la celda fotovoltaica, de la cual se desprenden electrones que constituyen un flujo que llega hasta el ánodo (electrodo positivo); así, ya se ha generado una corriente eléctrica, que puede medirse con el amperímetro; el suiche permutador permite cambiar la polaridad para establecer un voltaje de frenado al variar el reóstato o resistencia variable.

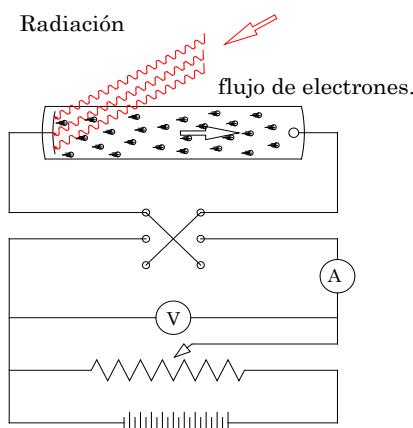


Fig. 1.12. Esquema eléctrico de un circuito de una celda fotovoltaica.

De acuerdo con la teoría que había propuesto Einstein, se tiene que la energía se puede expresar mediante:

$$K_{max} = eV_0 = h\nu - \phi.$$

La ecuación es una función lineal, en la que se puede establecer que la pendiente h de la función es la constante de Planck, y a la intersección ϕ se la denomina función de trabajo, que es la cantidad

mínima de energía que se requiere para extraer un electrón de la superficie del metal, que “depende del metal”.

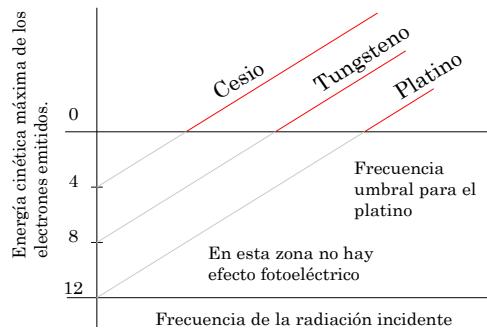


Fig. 1.13. Energía cinética contra la frecuencia de la radiación incidente, rectas con igual pendiente para tres elementos diferentes.

En la Fig. 1.13, se puede ver que las rectas son paralelas, debido a que la pendiente es “la constante de Planck”, separadas, ya que cada metal tiene su propia función de trabajo y responde a diferente frecuencia.

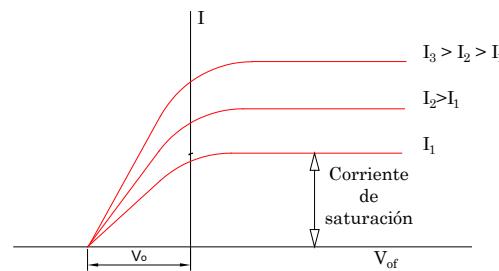


Fig. 1.14. Corriente fotoeléctrica contra el potencial acelerador para luz monocromática de diferente intensidad.

Cuando la frecuencia está por debajo de la frecuencia umbral de cualquier material, simplemente no hay efecto fotoeléctrico, “únicamente una extrapolación de las rectas hasta la intersección con el eje de energía o función de trabajo ϕ . (Véase Fig. 1.14).

En esta Fig. 1.14, se puede ver cómo una fuente monocromática puede producir tres valores de corriente de acuerdo a la intensidad, pero tiene un mismo punto de partida, que es V_0 .

En 1914, Robert Millikan produjo la primera prueba experimental directa de la ecuación que había desarrollado Einstein y, al mismo tiempo, efectuó la primera determinación fotoeléctrica de la constante de Planck, donde $h = 6.625 \times 10^{-34}$ julio.seg.

En resumen:

1. El número de electrones liberados es proporcional a la intensidad de la radiación incidente.
2. La energía cinética máxima de los fotoelectrones depende de la frecuencia, no de la intensidad de luz incidente.
3. k_{max} se relaciona linealmente con ν a través de la ecuación $K_{max} = h\nu - \phi$.
4. El potencial de frenado V_0 depende de la función de trabajo (mínima frecuencia).
5. Existe una frecuencia umbral V_0 , por debajo de la cual no ocurre el efecto fotoeléctrico.
6. La emisión empieza, sin demora alguna observable de tiempo, en $\nu \geq \nu_0$ aun para luz incidente de intensidad muy baja.

Con esto queda demostrada la naturaleza corpuscular de la luz y, también, es suficiente demostración del comportamiento ondulatorio en el vacío.

1.10 Modelos atómicos.

En Grecia 400 a. C., Demócrito y Leucipo fueron los primeros en preguntarse qué hace a la materia; imaginaron unas partículas muy pequeñas indivisibles, y de allí su nombre: átomos (*a*, sin; *tomos*, división); afirmaron que los átomos tienen forma, tamaño y peso diferente; la propuesta no se acogió bien y pronto quedó en el olvido por más de 2000 años.

En 1827, el químico John Dalton planteó la hipótesis respecto a que la materia se forma de átomos, unas minúsculas partículas esféricas indivisibles bajo unas estipulaciones:

- Unas partículas indivisibles constituyen a la materia.
- Los átomos de un mismo elemento son iguales.
- Los átomos de distinto elemento se unen para formar compuestos.
- Una reacción química es un reordenamiento de los átomos.

Modelo de J. J. Thomson.

La teoría de Dalton se aceptó durante casi un siglo. Sin embargo, las investigaciones de William Crookes, con los tubos a baja presión, plantearon una nueva discusión sobre la naturaleza de los rayos catódicos observados en los tubos; si bien se conocía el andamiaje matemático que había propuesto

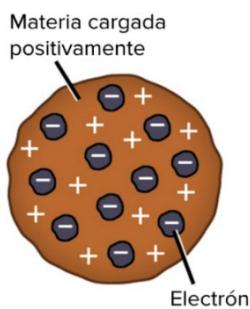


Fig. 1.15. Modelo atómico de J. J. Thomson o modelo del budín de pasas. Fuente: <https://es.khanacademy.org/science/ap-chemistry/electronic-structure-of-atoms-ap/history-of-atomic-structure-ap/a/discovery-of-the-electron-and-nucleus>

Maxwell sobre el electromagnetismo, la inquietud sobre la naturaleza de la electricidad seguía en pie. Thomson decidió continuar con la investigación de los rayos catódicos generados por gases colocados en el interior de los tubos a baja presión, con lo cual, al llevar a que pasara una corriente eléctrica se generaba un brillo, una luz, que era justamente el asunto de la investigación. Thomson encontró la relación $\frac{e}{m}$, carga de la partícula respecto a su masa; a futuro quedaba la condición que quien encontrara primero el valor de la carga iba a encontrar el valor de la masa, y

viceversa; en este tema, lo relacionado con encontrar el valor de la carga, que no es más ni menos que la carga del electrón, le correspondió a Millikan.

Para ajustar sus investigaciones, Thomson propuso que los electrones de carga negativa se encontraban diseminados en un medio positivo; así surgió el modelo atómico de Thomson o del pudín de pasas, que se puede ver en la

Fig.1.15; por las investigaciones y haber sido el descubridor del electrón, J.J. Thomson recibió el Premio Nobel de Física en 1906; así, el electrón se convirtió en la primera partícula subatómica en ser descubierta.

Modelo de Rutherford

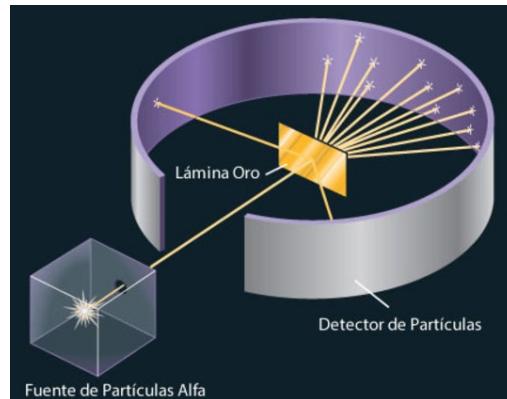


Fig. 1.16. Esquema del montaje de bombardeo sobre una lámina de oro, de Rutherford. Fuente. <https://www.tplaboratorioquimico.com/quimica-general/teoria-atomica/el-experimento-de-ernest-rutherford-el-proton-y-el-nucleo.html>

Por otra parte, el estudiante avanzado de Thomson, Ernest Rutherford (1871-1937), tras haber llevado a cabo numerosos experimentos desde la existencia de ondas electromagnéticas, descubrió la radioactividad de varios elementos químicos, como el torio, al bombardear con elementos radioactivos un material nuevo, la “mica” (primeros plásticos); observó, en la dispersión que realizan las partículas, un patrón que lo llevó a intuir la idea del átomo, lo que ocurrió en Montreal; de regreso a Manchester, entre 1907 y 1909, junto a Hans Geiger, inventaron el contador de Geiger; al grupo se unió un colaborador más: Ernest Marsden, con quien realizaron el experimento de la dispersión de Rutherford, al utilizar una fina lámina de oro. Obsérvese el montaje esquematizado en la Fig. 1.16.

En 1908, Rutherford recibió el Premio Nobel de Química por la transmutación de elementos químicos que resultó del bombardeo que realizó sobre unas laminillas de oro. Al recibir el premio, señaló que esa era la mayor transmutación que había visto (paradoja: al ser un físico, el Premio Nobel que recibió fue el premio de Química).

En 1911, descubrió el núcleo del átomo y planteó un nuevo modelo atómico, similar a un sistema planetario; las críticas sobre el modelo aparecen de inmediato, por no cumplir con las leyes del electromagnetismo; uno de los cuestionamientos fuertes consistía en que los electrones, al estar girando, se someten a la aceleración centrípeta, lo que significa que se encuentran acelerados, con lo cual, según el electromagnetismo, los electrones estarían irradiando energía; esto los lleva a perder energía y, en consecuencia, el electrón terminaría por colapsar con el núcleo.

Modelo de Bohr

Niels Bohr (1885-1962), danés, había nacido en Copenhague, donde inició sus primeros estudios; una vez concluidos, viajó hasta Inglaterra con intención de estudiar con J. J. Thomson; quizás por recargo de trabajo, no lo aceptaron y, ante el rechazo, buscó estudiar con Rutherford, de quien recibió la idea del átomo como un sistema planetario, y lo reformuló con ideas totalmente innovadoras, que hoy se conocen como los postulados de Bohr:

1. El electrón gira alrededor del protón en el átomo de hidrógeno con movimiento circular uniforme, debido a la fuerza de coulomb y de acuerdo a las leyes de Newton.
2. Las únicas órbitas permitidas son aquellas en las que el momento angular del electrón orbitante es un múltiplo entero de $\frac{h}{2\pi} = \hbar$, así que los momentos angulares de las únicas órbitas permitidas se dan por:

$$L = mvr = n \frac{h}{2\pi},$$

$$L = n\hbar; \text{ donde, } n = 1, 2, 3, \text{ } \hbar \text{ es la constante de Planck } \hbar = 8.05 \times 10^{-34} \text{ julio.seg}$$

3. Cuando un electrón está en una órbita permitida, el átomo no irradia energía.
4. Si el electrón salta desde una órbita inicial de energía E_i a una órbita final de energía E_f , se emite un fotón de energía:

$$v = \frac{E_i - E_f}{\hbar}.$$

Y para que un electrón saltase de una órbita a otra, es necesario que el electrón hubiera absorbido una energía equivalente a $\hbar v$.

Esto describe o explica el carácter discreto de las frecuencias o longitudes de onda obtenidas en los espectros de emisión y, cuando un fotón de energía $\hbar v = E_{n+1} - E_n$ incide sobre un átomo, puede ser absorbido y saltar desde un nivel bajo a otro y, en este caso, se está frente a un espectro de absorción.

El modelo atómico de Bohr proporcionó la primera explicación satisfactoria de la estructura atómica para el hidrógeno; sin embargo, con los nuevos descubrimientos en espectroscopia durante los siguientes diez años, los nuevos ajustes los realizó Arnold Sommerfeld (1868-1951).

Modelo de Sommerfeld

Arnold Sommerfeld nació en Königsberg y murió en Múnich (1868-1951). En 1916, introdujo el concepto de la estructura fina, para la cual modificó los postulados de Bohr (1 y 2), así que las órbitas no son circulares, sino elípticas, y velocidades relativistas, lo que originó un nuevo número cuántico: “el número cuántico azimutal”, que determina la forma de las órbitas, así:

$L = 0$ produce órbitas Sharp

$L = 1$ produce órbitas Principal

$L = 2$ produce órbitas Difasse

$L = 3$ produce órbitas Fundamentales

Así, entonces, en adelante, las posibles órbitas se simbolizarán como: S, P, D y F.

Según el modelo de Bohr, se pueden ver, en la Fig. 1.17, los niveles n_1 , n_2 , n_3 ; además, por cada nivel hay subniveles, de tal modo que en el primer

nivel solo hay un subnivel, mientras que en el segundo nivel hay dos subniveles, en el tercero hay tres y así sucesivamente.

En la Fig. 1.17 también se puede ver que, cuando una radiación llega hasta el átomo, si la energía es suficiente para mover un electrón de su orbital, este puede saltar a un nivel superior, pero, de inmediato, regresará a su estado natural; en el momento de regresar, el electrón acelera, con lo cual irradia una energía equivalente a la que fue capaz de sacar al electrón.

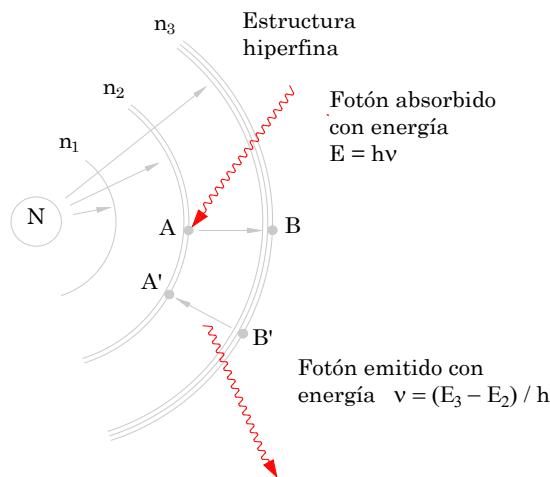


Fig. 1.17. En el modelo de Bohr, se tienen niveles cuánticos y, en cada nivel, hay subniveles: esta es la estructura superfin.

De esto se puede deducir la Tabla Periódica de los físicos, con lo cual queda lo suficientemente clara la naturaleza del átomo.

Tabla 1.4. Distribución electrónica. Fuente: Alonso y Finn tomo III

Nivel	Subnivel	Número orbitales	Número máximo electrones por subnivel	Número máximo electrones por nivel
1	S	1	2	2
2	S P	3	6	8

3	S P D	1 3 5	2 6 10	18
4	S P D F	1 3 5 7	2 6 10 14	32
5	S P D F P	1 3 5 7 9	2 6 10 14 18	50

Como ejemplo, se tiene la distribución electrónica del cobre: Cu^{29} .



Obsérvese que la suma de los superíndices da 29, que es justamente el número atómico del elemento químico.

Modelo de Schrödinger

Erwin Schrödinger nació y murió en Viena (1887-1961). Su modelo atómico concibe a los electrones como ondas de materia, razón por la cual se plantea una ecuación de onda que detalla la evolución en el tiempo y en el espacio; más tarde, Max Born propuso una interpretación probabilística de esta función de onda, que resulta compatible con el modelo de Schrödinger y con niveles de energía bajo la presencia de campos magnéticos y eléctricos.

La solución estacionaria de la ecuación de Schrödinger en un campo central electrostático se encuentra caracterizada por tres números cuánticos (n, l, m), solución que se puede interpretar como:

$$\Psi_{nlm(\theta,\varphi,r)} = \langle \vec{r} | nlm \rangle = \sqrt{\left(\frac{2}{na_o}\right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n[(n+l)!]} 2e^{-\frac{r}{na_o}} \left(\frac{2r}{na_o}\right)^l L_{n-l-1}^{2l+1} \left[\frac{2r}{na_o}\right]} Y_{l,m}(\theta, \varphi)$$

Si bien el modelo de Schrödinger detalla adecuadamente la estructura electrónica de los átomos, resulta incompleto en otros aspectos:

1. En su formulación original, el modelo de Schrödinger no tiene en cuenta el espín de los electrones; esta deficiencia la corrige el modelo de Schrödinger-Pauli.
2. El modelo de Schrödinger ignora los efectos relativistas de los electrones rápidos; esta deficiencia la corrige la ecuación de Dirac que, además, incorpora la descripción del espín electrónico.
3. Si bien predice razonablemente bien los niveles energéticos, el modelo de Schrödinger por sí mismo no explica por qué un electrón en un estado cuántico excitado decae hacia un nivel inferior, si existe alguno libre. Esto lo explicó por primera vez la electrodinámica cuántica y es un efecto de la energía del punto cero del vacío cuántico.
4. Cuando se considera un átomo de hidrógeno, los dos primeros aspectos pueden corregirse al añadir términos correctivos al hamiltoniano atómico.

1.11 Carácter dual de la luz

En 1927, Einstein advirtió sobre una tesis que había formulado un joven físico Louis de Broglie (1892-1987), un francés Licenciado en Ciencias, en 1913, de la Universidad la Sorbona de París, con su tesis doctoral en Física, en 1924. Las investigaciones sobre la teoría cuántica postulan la naturaleza ondulatoria de los electrones, generalizada más tarde a toda la materia; así que la longitud de onda asociada a una partícula se da por:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \text{o} \quad v = \frac{E}{h},$$

donde h es la constante de Planck y P el momento lineal.

Con esto la luz permite un estudio bajo los dos modelos: corpuscular y ondulatorio, por lo cual hay preferencia por una de sus naturalezas para ciertas fenomenologías: corpuscular, para lo que corresponde a la óptica geométrica, y ondulatorio, para fenómenos propios de la Óptica Física, como: difracción, polarización e interferencia.

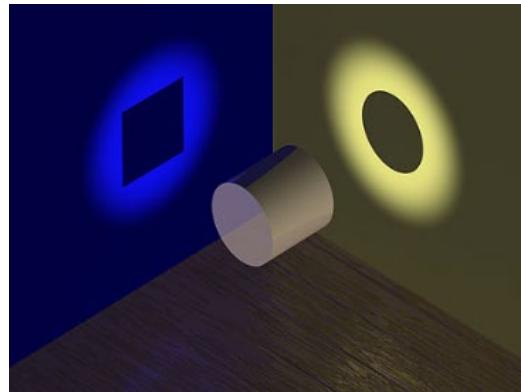


Fig. 1.18. Interpretación de la dualidad de la materia. Fuente:
https://es.wikipedia.org/wiki/Dualidad_onda_cuerpo

En la Fig. 1.18, se presenta un cilindro, cuyo diámetro es igual a su altura; las sombras, o proyecciones sobre los planos (x, z) y (y, z), son un círculo y un cuadrado, con lo cual se muestra cómo un mismo objeto puede presentarse de dos formas: cuadrada y circular.

Capítulo 2



Naturaleza corpuscular de la luz



Eclipse total de sol, el 8 de abril de 2024, desde México. Se puede ver la atmósfera solar.

2.1 Propagación rectilínea de la luz

En un medio isótropo y lineal, la mayor parte de la energía luminosa que proviene de alguna fuente luminosa se propaga en línea recta; esto se demuestra al estudiar la formación de la sombra de objetos o cuerpos opacos; en estos casos macroscópicos, la luz se entiende como un corpúsculo que viaja en línea recta, de acuerdo a la geometría euclíadiana; sin embargo, es necesario precisar algunos conceptos, como:



Fig. 2.1. Propagación rectilínea de un rayo láser; dispersión en atmósfera de humo.

Fuentes puntiformes o fuentes ideales. son fuentes cuyas dimensiones se reducen a un punto luminoso, desde donde sale la luz y se propaga en un medio isotrópico y lineal, lo que significa que $\varepsilon_0 = cte$ y $C = cte$.

Rayo de luz: este rayo se representa por un radio vector, cuyo origen es la fuente luminosa puntiforme y su propagación es en línea recta.

2.2 Sombra y penumbra: eclipses

Cuando la fuente luminosa es puntiforme permite generar sombras bien definidas del cuerpo que se interpone entre la fuente y la pantalla, como se ve en la Fig. 2.2.

La sombra del objeto se define mucho debido a que la fuente luminosa es puntiforme.

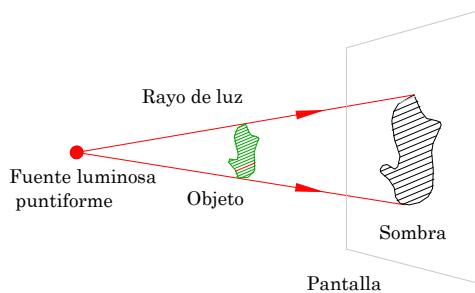


Fig. 2.2. Sombra del objeto sobre la pantalla debido a que el objeto se interpone entre la fuente puntiforme y la pantalla.

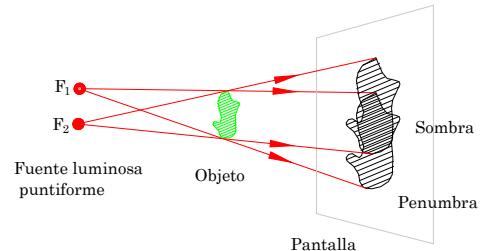


Fig. 2.3. Sombra y penumbra formada por dos fuentes puntiformes.

En el caso de tener dos fuentes luminosas puntiformes, como se ve en la Fig. 2.3, cada fuente puntiforme produce una sombra, pero la intersección de las dos sombras produce una verdadera **sombra**, lugar donde se encuentran eclipsadas las dos fuentes puntiformes; a la sombra por fuera de ella, se la denomina **penumbra**, como se puede ver en la Fig. 2.3.

Cuando la fuente luminosa deja de ser puntiforme, y su tamaño es comparable con la del objeto, es como si hubiera muchísimas fuentes puntiformes que forman una sombra del objeto, capaz de eclipsar toda la fuente luminosa, como se puede ver en la Fig. 2.4, mientras que, por fuera de esta sombra, la sombra es parcial o penumbra, y más aún cuando se aleja de la sombra total hasta salir totalmente de la zona.

En el caso del sol, que es una fuente luminosa muy grande, si se la compara con cualquier objeto del sistema solar, como ocurre en los eclipses, la luna o la tierra pueden eclipsar al sol, lo que genera un cono de sombra convergente y un cono de penumbra divergente, como se puede ver en la Fig. 2.5.

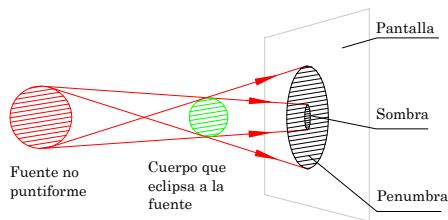


Fig. 2.4. Sombra y penumbra de una fuente luminosa NO puntiforme.

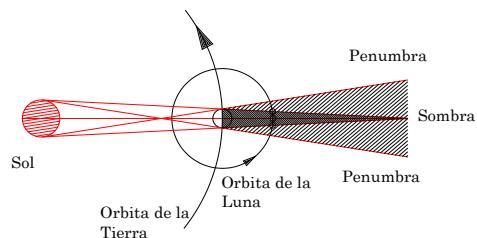


Fig. 2.5. Esquema de un eclipse de luna (la sombra de la tierra alcanza a la luna).

Eclipse de luna.

Este eclipse ocurre cuando el sol, la tierra y la luna nueva se encuentran alineados, de tal modo que, cuando la luna pasa por el cono de sombra de la tierra, pierde su brillantez durante varios minutos debido a que el diámetro del cono de sombra de la tierra es varias veces mayor que el diámetro de la luna; así, estará totalmente inmersa en el cono de sombra formado por la tierra, lo cual, al verse desde la tierra, desde cualquier parte, en horas de la noche se verá con baja brillantez; si la sombra no cubre totalmente a la luna, entonces el eclipse será parcial, pero la penumbra de la sombra de la tierra siempre va a cubrir a la luna, por lo

que su brillantez cambia de aspecto, desde un color rojizo, la que denomina "luna de fuego", como se puede ver en la Fig. 2.5, hasta un color grisáceo.



Fig. 2.6. Eclipse de luna, visible en Puebla, México, el 19 de enero de 2019. Fuente: <https://www.elsoldemexico.com.mx/doble-via/ciencia/cuando-es-el-eclipse-de-luna-mas-largo-del-siglo-7467666.html>

En la Historia, se encuentra un registro de un eclipse de luna en el libro chino *Zhou-Shu*, que se descubrió en 280 d. C., en la tumba de un rey o noble. El eclipse mencionado en este libro tuvo lugar muchos siglos antes de esa época; estudios avanzados demuestran que ese eclipse debió haber ocurrido en el año 1137 a. C.

Cuando aún no se tenía en claro la naturaleza de los eclipses, en el año 413 a. C., ocurrió un eclipse de luna justamente durante la segunda batalla de Siracusa. La decisión de esperar un tiempo para continuar la guerra, producto de una superstición, la aprovecharon los siracusanos y con la derrota de los atenienses.

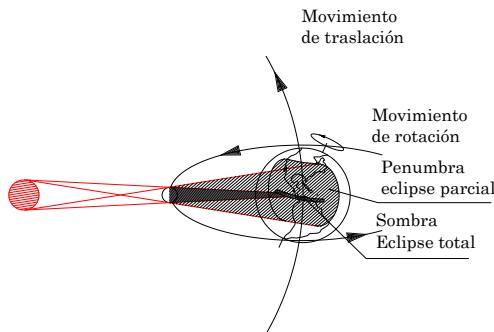


Fig. 2.7. Eclipse de sol: la sombra de la luna alcanza a algunos países, donde el eclipse es total; debido a la rotación de la tierra, se alarga y la penumbra alcanza a muchos países, lo que genera un eclipse parcial.

El 22 de mayo de 1453 ocurrió un eclipse de luna, durante la caída de Constantinopla, capital del imperio bizantino, por los otomanos; se consideró que con el eclipse de luna se estaba cumpliendo con la predicción sobre la desaparición de la ciudad.

Sin embargo, para los griegos como Aristóteles, los eclipses eran un producto de la sombra del cuerpo eclipsante y destaca que los eclipses de luna son una prueba de la esfericidad de la tierra, en la medida en que el borde circular de la sombra de la tierra se evidencia con gran claridad sobre la superficie de la luna.

Eclipse de Sol

El eclipse de sol se presenta cuando sol, luna y tierra se alinean perfectamente y el cono de sombra de la luna llega hasta la tierra, para generar así un eclipse total de sol, por donde pasa la sombra de la luna, y un eclipse parcial en las zonas donde cae la penumbra de la luna, con lo cual el sol se verá cubierto parcialmente.



Fig. 2.8. Eclipse anular de sol visible en Nuevo México, en 2012. Fuente: Fotografía vía Getty Imagenes)/ssucsy

Los eclipses de sol ocurren siempre en luna nueva, y esto puede ocurrir cuando la luna está lo más lejos o lo más cerca posible; en el caso de estar lo más lejos, o afelio, la luna no alcanza a cubrir totalmente al sol, por lo que deja visible la corona solar, con lo cual se tiene un espectacular eclipse anular de sol, como el que se ve en la Fig. 2.8.

El otro caso se presenta cuando la luna se encuentra lo más cerca de la tierra, es decir en perihelio; en este caso, los tamaños aparentes de la luna y el sol resultan muy similares; así, la luna puede cubrir por completo al sol, en el que se puede ver la atmósfera solar, algo que no es posible de ver en otras condiciones, debido al brillo del sol, como se puede ver en la Fig. 2.9. La sombra de la luna siempre recorre de occidente a oriente debido a la rotación de la tierra (véase Fig. 2.7). Debido a que en la superficie de la tierra hay más agua que países, gran parte de los eclipses de sol totales se presentan en el mar, por lo que se logran ver desde los países eclipses parciales.



Fig. 2.9. Eclipse total de sol, el 8 de abril de 2024, captado desde México; allí se puede ver la atmósfera solar.

la sombra sobre la superficie terrestre; de igual forma lo hacen con los eclipses de luna.

2.3 Fotometría

En la vida diaria, se dice que una luz es más fuerte o más intensa que otra o que una superficie está más o menos iluminada que otra; la rama que estudia este tema se denomina Fotometría y, para entender sus enunciados, es necesario conocer algunas definiciones importantes.

Intensidad luminosa

Para referirse a intensidad luminosa, es necesario indicar la unidad que permitiese establecer comparaciones o mediciones.

En el Congreso de Electrotecnia de 1884, Jules Violle propuso como unidad de medida de la intensidad luminosa la luz emitida por un centímetro cuadrado de platino cuando pasa del estado sólido a líquido, o estado de fusión, lo que se produce a 1200 °C; así, la unidad se aceptó y se la denominó Violle.

Debido a que siempre hay errores a la hora de medir, de casi el 15%, en 1948 se propuso una nueva unidad de medida: la **nueva bujía BN**, como

Es muy importante tomar en cuenta que, para observar un eclipse, se debe utilizar una protección adecuada; en cualquier caso, se sugiere utilizar gafas especiales, para poder ver directamente el eclipse; de lo contrario, resulta muy dañino para los ojos, pues la luz del sol, aun en eclipse, es lo suficientemente fuerte como para quemar la retina.

Año tras año, los astrónomos predicen eclipses y el trayecto de

la sesentava parte de la intensidad luminosa de un centímetro cuadrado del platino en fusión; o sea, la sesentava parte de un Violette.

Iluminación

La iluminación de una superficie depende de qué tan lejos se hallase la fuente luminosa de la superficie; este es un hecho común, que todos hemos experimentado. La pregunta que surge es: ¿cómo varía la iluminación con la distancia?

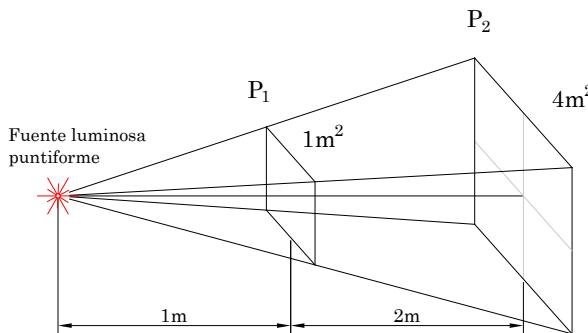


Fig. 2.10. La iluminación al doble de la distancia se ha reducido en la cuarta parte.

En la Fig. 2.10, obsérvese que la luz que llega a la segunda pantalla es cuatro veces menor que la luz que llega a la primera pantalla, ya que la segunda pantalla está al doble de la distancia de la primera; esto quiere decir que varía en forma inversamente proporcional al cuadrado de la distancia. Por otra parte, la iluminación de las pantallas es directamente proporcional a la intensidad que emite la fuente.

En general, si la fuente ilumina en todas las direcciones, formaría una esfera simétrica; es decir, la iluminación decae con el cuadrado de la distancia que, en este caso, corresponde al radio de la esfera.

Ahora bien, como la superficie de la esfera es $4\pi r^2$, entonces la iluminación es:

$$E = \frac{I}{4\pi r^2} \quad (2.1),$$

donde I es la intensidad de la fuente; ahora bien, como unidad de medida de iluminación es intensidad sobre área y, además, la unidad de la intensidad de la fuente puede ser la candela (1cd), que, a su vez, se define como $1\text{cd} = \frac{1}{20}$ violle, y como la unidad de área es 1m^2 , entonces:

$$[E] = \left[\frac{1\text{cd}}{1\text{m}^2} \right] = 1 \frac{\text{cd}}{\text{m}^2} = 1\text{Lux} = Lx$$

Ejemplo: En una habitación, una fuente luminosa de 50cd se encuentra a 5m de altura. ¿Cuál es la iluminación?

Solución

$$\begin{aligned} E &= \frac{I}{d^2} \\ E &= \frac{50\text{cd}}{(5\text{m})^2} \\ E &= 2\text{lux} \end{aligned}$$

Por tanto, en la habitación hay una iluminación de 2 Lux.

Pero si se disminuye a la mitad de la altura, se tiene:

$$\begin{aligned} E &= \frac{I}{d^2} \\ E &= \frac{50\text{cd}}{(2.5\text{m})^2} \\ E &= 8\text{Lux} \end{aligned}$$

O sea que, en este caso, la iluminación de la habitación es cuatro veces mayor y, si se baja la fuente de luz a un metro de altura, la iluminación de la habitación será de 50 Lux; es decir, resulta 25 veces mayor.

Importante: Para leer cómodamente, se requieren al menos 50 Lux; en las salas de cirugía se necesitan 800 Lux; en cambio, en la calle puede estar a 1 lux. Resulta muy perniciosa tanto una iluminación deficiente como una excesiva; por ejemplo, no es conveniente leer a la luz del sol directamente, ni leer a la luz de la luna en luna llena.

Hasta ahora no se ha indicado cómo se puede medir la intensidad de la luz de una fuente ni cómo medir la iluminación; por lo pronto, resulta sencillo decir: “si hay dos fuentes luminosas y se conoce la intensidad de una de ellas, se puede conocer la intensidad de la otra fuente”.

Cantidad de luz o flujo luminoso

La luz de una fuente luminosa puede iluminar E lux a una pantalla P , situada a una distancia d ; ahora bien, si se coloca un diafragma (hueco con abertura variable) a la iluminación, entonces, se puede aumentar o disminuir la cantidad de luz que llega a la pantalla; de modo que: si a través de un agujero de un diámetro D_1 pasa la luz de una fuente f para iluminar una parte de la pantalla (se vería un círculo iluminado), si el agujero es de mayor diámetro (D_2), la luz que va a pasar iluminará más área de la pantalla, pero con la misma iluminación; es decir, si aumentó el área iluminada se debe a que se aumentó el área del agujero; así que la cantidad de luz que llega a la pantalla depende del área del agujero: entre mayor diámetro, mayor cantidad de luz, pero siempre la misma iluminación, o sea: $E_1 = E_2 = E_3$.

De modo que la iluminación es directamente proporcional a la cantidad de luz e inversamente proporcional a la superficie iluminada; o sea:

$$E = \frac{L}{S} = \frac{L'}{S'} = \frac{L''}{S''}$$

Por tanto, la cantidad de luz o flujo luminoso se expresa como:

$$L = ES.$$

Así, la cantidad de luz L necesaria para iluminar una superficie S , con una iluminación E , es directamente proporcional a la iluminación y a la superficie. La cantidad de luz o flujo luminoso tiene como unidad de medida el ***lumen***.

Ejemplo: ¿Cuántos lúmenes debe emitir una lámpara para iluminar con 500 lux una superficie de 900cm^2 ?

Solución. A partir de la ecuación de flujo luminoso, se tiene:

$$L = ES$$

$$L = (500\text{lux})(0.09\text{m}^2)$$

$$L = 45\text{Lumenes}$$

$$L = 45\text{Lm}$$

Respuesta: para iluminar la superficie con dicha lámpara se necesitan 45 lúmenes.

¡Atención!: se asume que toda la luz de la lámpara recae sobre la superficie, lo que implica tener una superficie reflectora que llevase a que la luz de la parte opuesta fuera hacia la superficie; así funcionan las lámparas reflectoras de una linterna, las farolas de un vehículo, entre otras.

Si una fuente ilumina un escritorio en el que hay un libro, solo una parte de la luz cae sobre el libro y el resto cae sobre la superficie del mismo escritorio, cuerpos cercanos, paredes, etc., pero la luz requerida para leer es muy pequeña, a esto se lo denomina factor de utilidad (*fu*).

Ejemplo

1. ¿Qué cantidad de luz debe emitir una fuente luminosa para iluminar con 200 lux una superficie de 2400 cm^2 , si con la pantalla reflectora se logra 70% de la luz emitida y el factor de utilización es del 30%?

Solución

Se sabe que $E = \frac{L}{S}$, cuando hay un porcentaje por reflexión de una pantalla y lo que se logra iluminar es una parte; entonces, se tiene:

$$E = fr \cdot \frac{L}{S} \cdot fu,$$

donde *fr* es el factor de reflectancia de la fuente y *fu* el factor de utilización; así que, al despejar L, se tiene:

$$L = \frac{E \cdot S}{fr \cdot fu}$$

$$L = \frac{(200\text{lux})(0.24\text{m}^2)}{(0.7)(0.3)}$$

$$L = 230\text{lm}$$

De modo que, para iluminar la superficie, la fuente luminosa puede emitir una cantidad de luz de 230 lúmenes.

En las lámparas analógicas de arco de tungsteno, se encuentran estas especificaciones: voltaje al que se debe conectar, potencia y cantidad de luz que emiten, así: 120V; 100W; 1180Lm.

En general, producen unos 10 lúmenes por cada vatio, de modo que la lámpara del ejercicio es de unos 25 vatios de potencia.

2. Los escritorios de un aula deben ser iluminados con 420 lux; si la superficie total de los escritorios es de 10m², que representa el 20% de la superficie iluminada del aula, ¿qué cantidad de luz es necesaria para el requerimiento del aula, si la lámpara refleja el 70%.

Solución

Entonces, se tiene:

$$L = \frac{E \cdot S}{fr \cdot fu}$$

$$L = \frac{(420\text{lux})(10\text{m}^2)}{(0.7)(0.2)}$$

$$L = \frac{4200}{0.14} \text{lm}$$

$$L = 30000\text{lm}$$

De modo que la cantidad de luz requerida para iluminar el aula es de 30.000 lúmenes.

Para ilustración, esta tabla:

Tabla 2.1. Equivalencia entre LED y la luz normal.

Lúmenes	Potencia LED	Potencia lámpara fluorescente	Potencia Halógena	Potencia lámpara incandescente
80 - 90	1 w			10 w
240 - 270	3	8 w		20
400 - 450	5	11		35
560 - 630	7	13	29 w	50
800 - 900	10	20	40	80
960 - 1080	12	24	49	100
4800 - 5400	15	30	62	120
6400 - 7200		40	80	150
7200 - 8100		120	250	400

Fuente: <https://www.masferreteria.com/blog/equivalencia-entre-led-y-luz-normal/>

Ángulo de incidencia

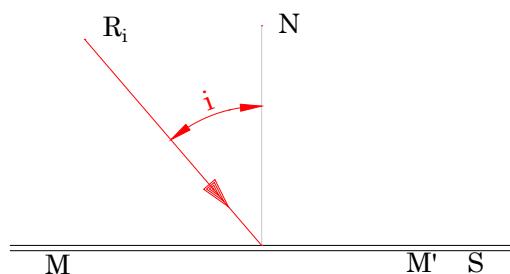


Fig. 2.11. Ángulo de incidencia respecto a la normal.

No todas las superficies iluminadas reciben los rayos luminosos de forma perpendicular, razón por la cual se requiere definir el ángulo de incidencia como el ángulo que forman los rayos incidentes y la normal a la superficie justamente en el punto de incidencia, tal como se puede ver en la Fig. 2.11.

Ley de Lambert

Se conoce también como ley de los cosenos; indica el valor de la iluminación cuando los rayos incidentes bajo un ángulo θ difiere del cero.

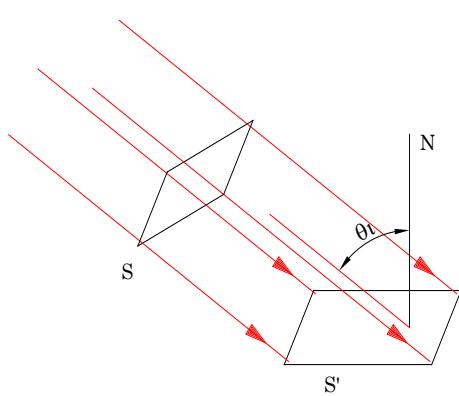


Fig. 2.12. Superficie iluminada bajo un ángulo de incidencia.

En la Fig. 2.12, se puede ver la superficie S, en la cual los rayos de luz caen de forma perpendicular, mientras que en la superficie S' los rayos caen con un ángulo de incidencia θ_i respecto a la normal.

Las bombillas de las alcobas generan luz, pero esa radiación cae y forma un ángulo y, en general, ese ángulo es variable respecto a la normal. De modo que la relación para expresar este tipo de iluminación es:

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \theta_i.$$

Fotómetro de sombras

Denominado también de Lambert y de Rumford, es el más sencillo de todos (véase Fig. 2.13). Consiste en un objeto largo (varilla) colocado cerca de una pantalla translúcida, en la que se forman las sombras provenientes de dos fuentes luminosas; la iluminación de la pantalla será homogénea si las sombras aparecen igual brillo, igual atenuación o igual intensidad.

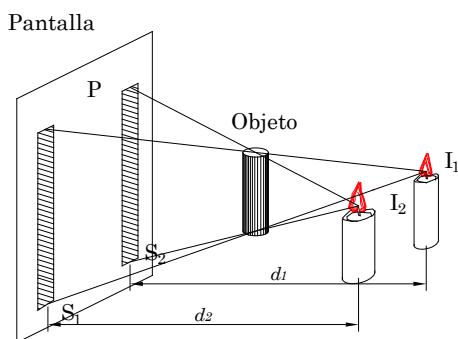


Fig. 2.13. Fotómetro de sombras generadas por las fuentes luminosas.

En este caso de igualdad de brillo de las sombras, se puede establecer esta relación:

$$\frac{I_1}{d_1^2} = \frac{I_2}{d_2^2}.$$

A partir de una de las intensidades conocida, se deduce la otra intensidad; también se puede establecer la misma relación si se trata de encontrar la distancia de una de ellas.

Fotómetro de Bunsen

Consiste en tener una pantalla de papel algo translúcido con una mancha de aceite en el centro; mediante dos espejos, colocados en un ángulo de 90° en la bisectante, permiten observar las manchas de aceite sobre la pantalla en los espejos angulares desde el punto de observación cuando las iluminan las fuentes f_1 y f_2 , como se puede ver en la Fig. 2.14.

En la mancha de aceite, se ilumina o se pierde al depender de la iluminación que producen las fuentes f_1 y f_2 , colocadas a las distancias d_1 y d_2 . Cuando las distancias están de acuerdo con la intensidad de las fuentes, la mancha de aceite se pierde en el fondo de la pantalla debido a la misma cantidad de luz que atraviesa en sentido contrario.

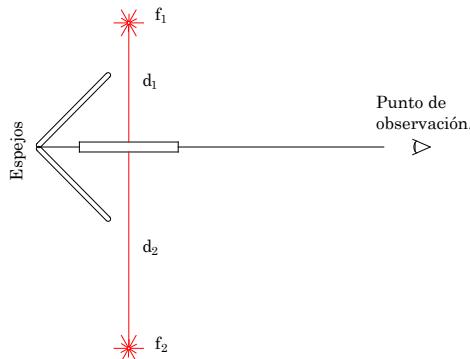


Fig. 2.14. Fotómetro de Bunsen; desde el punto de observación se pueden ver los dos puntos brillantes de la pantalla E.

Pero si la mancha se ilumina más por un lado que por el otro, entonces las fuentes no están iluminando de forma equitativa, con lo cual se deberá mover una de las fuentes, alejarla o acercarla de forma ortogonal a un eje de observación, como se ve en la Fig. 2.14.

Existen otros fotómetros, como el de Lummer-Brodhun, que se utilizaba en antiguas cámaras fotográficas.

Para medir la iluminación, en la práctica, se efectúa con células fotovoltaicas; fuera cual fuese la tecnología analógica o digital, la célula fotovoltaica convierte el flujo luminoso recibido en corriente eléctrica y, de acuerdo a la tecnología, el resultado puede mostrarse en una escala (sistema analógico) o directamente se muestra la cantidad medida (sistema digital) en unidades, que serán **lux**.



Fig. 2.15. Fotómetro de Bunsen, del Laboratorio de Óptica de la Universidad de Nariño. Fuente propia.

En la Fig. 2.15, se puede ver una fotografía de un fotómetro de Bunsen del laboratorio de la Universidad de Nariño; en ella, se puede apreciar, en el lado derecho, un círculo pequeño más brillante que el entorno, lo que significa que no se ha calibrado correctamente para que se pudiera apreciar; de corregirlo, el círculo brillante se debería perder con el color del entorno, tanto para el lado derecho como para el lado izquierdo.

Ejemplo

Una fuente luminosa de 2560 cd se encuentra a cinco 5 m sobre suelo: ¿a qué distancia de la vertical de la fuente la iluminación del pavimento es de 25 Lux ? (Véase Fig. 2.16).

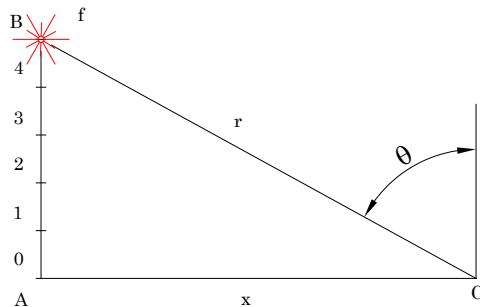


Fig. 2.16. Esquema de la disposición de la lámpara.

Solución

El punto a calcular está en C, a una distancia X de la vertical AB.

Entonces:

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \theta.$$

Además, se tiene que:

$$\cos \theta = \frac{5}{r}$$

Al combinar, se tiene:

$$E = \frac{I(5)}{r^3}$$

y, al despejar r , se tiene que:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt[3]{\frac{I \cdot 5}{E}} \\ r &= \sqrt[3]{\frac{2560 \text{ cd.} 5 \text{ m}}{25 \text{ lux}}} \\ r &= 8 \text{ m} \end{aligned}$$

Para encontrar el valor de X , se tiene:

$$\begin{aligned} X &= \sqrt{r^2 - 5^2} \\ X &= \sqrt{(8 \text{ m})^2 - (5 \text{ m})^2} \\ X &= \sqrt{39 \text{ m}^2} \\ X &= 6.245 \text{ m} \end{aligned}$$

Por tanto, la iluminación del pavimento es de unos *25 Lux*, a una distancia de *6.245 metros* de la vertical de la fuente de iluminación.

Capítulo 3



Ley de Snell para la reflexión



Horno solar en Odeillo, Francia. Construido en los Pirineos orientales, con una potencia térmica de 1000 KW, equivalente a 3000 °C, se conforma de 54 heliostatos de espejos planos, que siguen el movimiento del sol para reflejar la luz captada al gran espejo parabólico que concentra a la torre que se encuentra frente al espejo, donde está el horno de metales; funcionó desde su construcción 1962 hasta 1968.

3.1 Reflexión de la luz

La luz puede llegar hasta una superficie y reflejarse según ciertas reglas geométricas, en el punto de incidencia de un rayo de luz; todas las superficies tienen una normal, con la cual se define el ángulo de incidencia y de reflexión; entonces, entre el rayo incidente y la normal está el ángulo θ_i , o ángulo de incidencia, y entre la normal y el rayo reflejado se forma el ángulo θ_R , o ángulo de reflexión, como se ve en la Fig. 3.1.

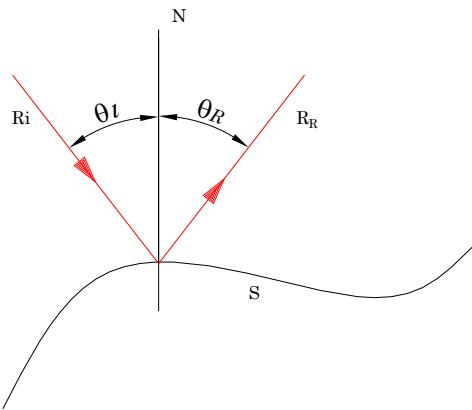


Fig. 3.1. Ángulo de incidencia y reflexión en una superficie.

Como axioma, el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión; si la normal a la superficie reflectora se levanta en el punto de incidencia, esto se convierte en la Primera Ley de Snell; es decir:

$$\theta_i = \theta_R,$$

para cualquier superficie en la que hay una normal en el punto de incidencia del rayo de luz.

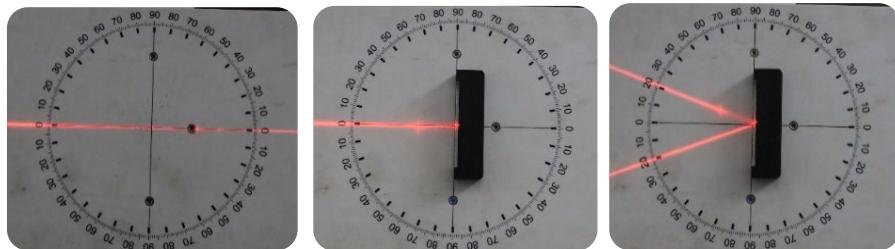


Fig. 3.2. Fotografía de un rayo láser que se refleja sobre una superficie reflectora: 1) un rayo de luz láser sobre el disco de Hart; 2) el rayo de luz láser llega a una superficie reflectora y se refleja por la misma dirección; 3) el rayo de luz láser incide con un ángulo de incidencia de 20° ; en la parte superior, el rayo reflejado lo hace con el mismo ángulo de 20° por la parte inferior de la normal a la superficie reflectora. Fuente propia.

3.2 Espejos

Son unas superficies reflectoras que permiten reflejar la luz que llega hasta ellas.

La propiedad de la superficie, en ese punto de absoluta planitud, tal como la superficie del agua en total quietud, superficies metálicas muy pulidas, como el aluminio, superficies de vidrio, al que se le ha depositado plata, en un proceso que desarrolló Justus von Liebig (1835), un químico alemán, quien depositó plata sobre superficies planas de vidrios, con lo cual inventó el espejo que conocemos hoy.

En la Fig. 3.2, se tiene una fotografía de la reflexión de un rayo láser sobre un espejo plano; allí se puede ver claramente la Ley de Snell, en que el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión; el rayo incidente es el de la parte superior. En el Recuadro 1, se tiene al rayo de luz láser; en el Recuadro 2, se tiene el rayo de luz que incide de forma normal sobre el espejo; por esa geometría, el rayo reflejado lo hace en igual dirección al rayo incidente; y, por último, en el Recuadro 3, ya hay un ángulo incidente; se observa que el ángulo de reflexión es igual al ángulo de incidencia.

Espejos planos

Son superficies planas reflectoras, en las que se forman imágenes de objetos que se encuentran delante de la superficie. En la Fig. 3.3, se pueden observar

los triángulos IVP y VOP; en principio, los dos triángulos son semejantes, debido a que tienen un lado en común h ; de igual forma el ángulo θ_r es común, por ser ángulos opuestos; por la Ley de Snell, es igual a θ_i . Por otra parte, el lado IV del triángulo IVP es una prolongación del lado OV del triángulo OVP y lo hace con el mismo ángulo θ_i ; es decir, la recta IO es paralela a la normal N; por tanto, $\theta_i = \theta_r$ y h resultan comunes para los dos triángulos.

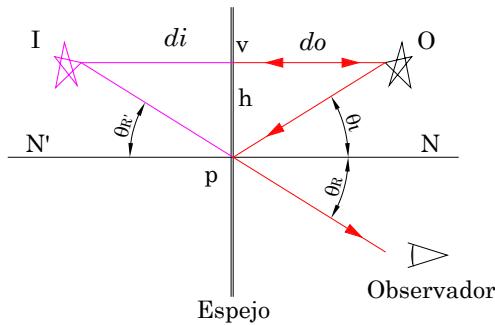


Fig. 3.3. Fotografía de la reflexión de un rayo láser sobre un espejo plano (Fuente propia). En la segunda parte, se tiene un esquema sobre la formación de imágenes en una superficie reflectora.

Los triángulos IVP y OVP son iguales, con un lado en común y un ángulo; por tanto, los lados IV y OV son iguales; esto es: $d_0 = -d_I$; o sea que la imagen del objeto se ha formado a la misma distancia del objeto al espejo. Además, la imagen se ha formado por prolongación de los rayos reflejados, lo que lleva a que la imagen fuese *virtual*.

Formación de imágenes en espejos planos

La propiedad de los espejos es reflejar la luz que incide sobre ellos; por tanto, son excelentes formadores de imágenes de los objetos que se encuentren dentro del campo óptico del espejo; es decir, los puntos que forman la imagen del objeto se encuentran a la misma distancia respecto a la superficie del espejo de sus similares en el objeto, con lo cual da una apariencia de observar una imagen izquierda del objeto, tal como se puede ver en la Fig. 3.4; esto se debe a que estamos acostumbrados a observar a las personas de frente; cuando se saluda de mano a una persona, esta estira su mano contraria a la nuestra; sin embargo, es la misma mano derecha, con la que queremos

saludarlo; frente a un espejo, al levantar la mano derecha, la imagen del espejo corresponde, de igual forma, a la derecha, pero la persona que observa hacia el espejo tiene la sensación de que se trata de la mano izquierda, pero resulta solo una apreciación rápida que se establece.

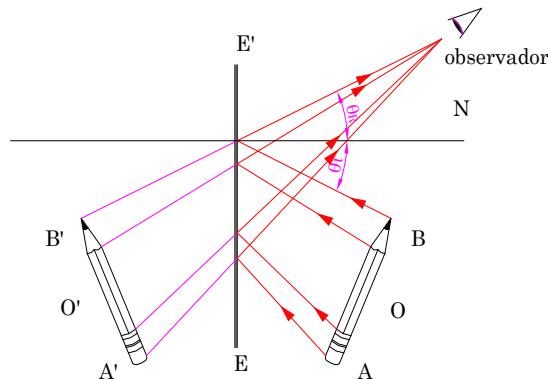


Fig. 3.4. Formación de imagen en un espejo plano.

Aplicaciones

A lo largo de la historia se encuentran objetos diseñados por la mente humana para beneficio y provecho propio, desde la superficie del agua en reposo como espejo hasta complicados instrumentos ópticos.

• Periscopio

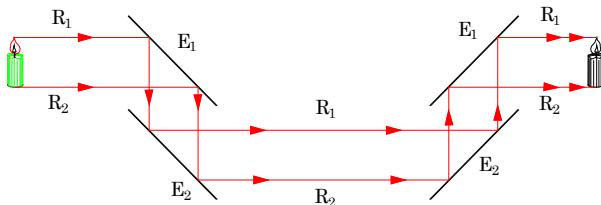


Fig. 3.5. Esquema de un periscopio que puede llevar la imagen de un objeto hasta un lugar distante.

El origen del periscopio se remonta a 1845, cuando Sarah Mather¹ patentó el aparato que permitía efectuar observaciones en la profundidad



Fig. 3.6. Submarino turco de la Línea 209, mejorado con sus periscopios.

Fuente: <https://www.defensa.com/otan-y-europa/hensoldt-mejora-submarinos-turcos-clase-209-periscopios>

CCD y muchos avances de última tecnología ubicados en los más modernos submarinos del mundo; en la Fig. 3.6, se puede ver la fotografía de un submarino equipado con este tipo de tecnología; el instrumento permite tomar fotografías, elaborar videos y establecer observación en tiempo real; se debe entender que un periscopio es un potente telescopio con múltiples lentes de acercamiento, que permiten ver detalles de buques enemigos y puertos que se encontrasen en su camino a unos cuantos kilómetros de distancia.

La aplicación de llevar la imagen de lugares inobservables, como el interior del cuerpo humano y de animales, para la medicina ha sido de gran utilidad; con la invención de la fibra óptica, se ha logrado ver el interior de nuestro cuerpo, con una tecnología denominada endoscopia, con la que se pueden observar las paredes del estómago, el intestino y muchos órganos más; también la utilizan equipos de rescate para buscar sobrevivientes en el interior de escombros, y muchas aplicaciones más.

del mar. Básicamente, la luz que se desprende de un objeto iluminado R_1 y R_2 penetra por el tubo; en el codo de este se encuentra un espejo a 45° , lo que permite desviar la luz hasta el siguiente espejo, y así sucesivamente hasta llegar la luz al observador, como se puede ver en la Fig. 3.5. En la actualidad, el instrumento es un complejo aparato óptico, con ayuda de la electrónica digital, armado con cámaras

¹ Podcastilla. Sarah Mather. (ag. 11 de 2020). <https://mujereslila.com/sarah-mather/>

- **Sextante**

Al seguir las reglas del periscopio, de llevar la imagen de un objeto hasta nuestros ojos, en la Fig. 3.7, se puede ver el esquema básico de un sextante, que consta de dos espejos: el primero, colocado sobre el cuerpo, puede ser semi transparente (E_1) o puede tener una mitad transparente y otra reflectiva; el segundo espejo, totalmente reflectivo (E_2), colocado en el cursor que permite establecer medidas en grados sobre la escala; entonces, con el aparato, a través del primer espejo se puede observar el horizonte y, a la vez, la imagen de la estrella a la que se quiere calcular la altura sobre el horizonte; la medida se efectúa en la escala en grados inscrita sobre el marco del aparato; la medida que se tiene es la altura sobre el horizonte.

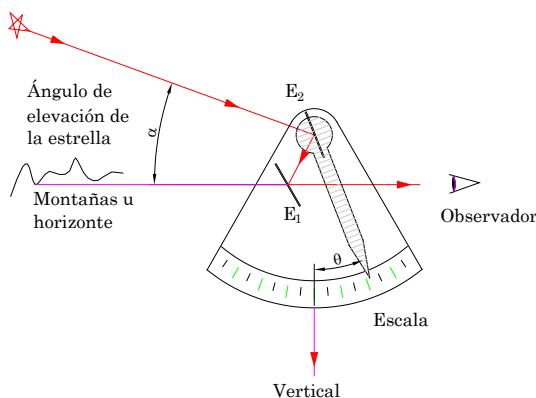


Fig. 3.7. Esquema de un sextante.

En general, en la escala hay hasta 60° (de ahí su nombre sextante⁹, con lo cual se logran mediciones de hasta 120° , debido a la relación:

$$\alpha = 2\theta.$$

Reflexión en superficies rugosas

Los objetos observables tienen superficies rugosas que reflejan la luz en todas las direcciones, como se ve en la figura 3.8, razón por lo cual los objetos pueden observarse desde diferentes ángulos. De tener superficies que fuesen netamente pulidas, la observación se complicaría, pues, en

este caso, se tendría solo un ángulo para poder observar; así se ven las montañas, nevados, paisajes, etc.

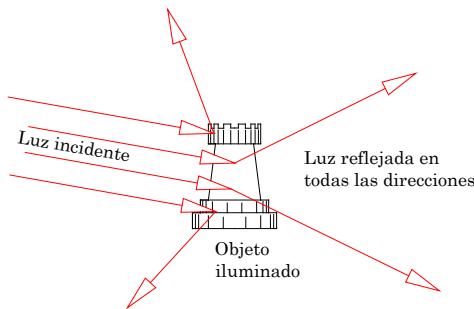


Fig. 3.8 Reflexión dispersa por superficies rugosas.

Espejos curvos

Son superficies reflectantes, cuyo plano depende de tres variables x , y , z ; entre las más utilizadas para efectos ópticos, pueden ser esféricas, parabólicas, elíptica, entre otras. Las superficies reflectivas pueden ser: externa o interna; en el caso de tener superficie reflectiva interna, se la denomina espejo cóncavo y, por el contrario, si la superficie reflectiva es la externa, entonces el espejo es convexo. El plano que genera la superficie lleva el nombre de espejo; por ejemplo, espejo parabólico cóncavo quiere decir que el plano de la superficie es un paraboloide, con la superficie interna reflectiva.

Espejos esféricos

Son superficies reflectantes que corresponden a casquetes esféricos muy pulidos; cuando la superficie reflectante es la interior, se convierte en espejo cóncavo, mientras que si la superficie reflectante es la exterior es un espejo convexo.

Espejos cóncavos

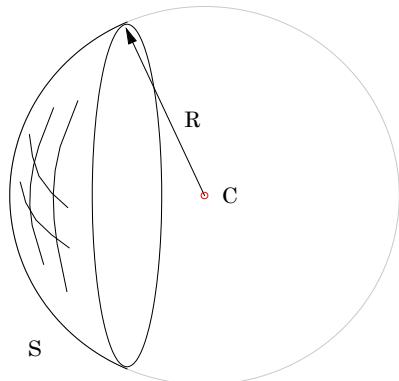


Fig. 3.9. Casquete esférico de R , radio de curvatura, con centro en C .

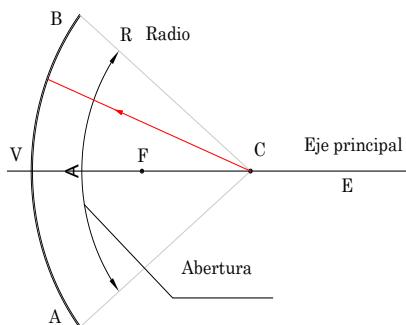


Fig. 3.10. Elementos de un espejo cóncavo.

Son superficies que pertenecen a un casquete (parte de una esfera) esférico de radio R , en el cual la parte reflectante del casquete esférico es la parte interna, como la correspondiente a la Fig. 3.9.

Elementos principales de un espejo cóncavo

Es muy importante definir las partes más importantes de un espejo esférico; en la Fig. 3.10, se pueden ver los elementos importantes de un espejo cóncavo esférico.

AB es la abertura del casquete esférico (abertura del espejo cóncavo);

V es el vértice del espejo;

R es el radio del espejo;

E es el eje de simetría;

C es centro de curvatura o centro del casquete esférico;

F es la distancia focal o foco óptico.

Rayos notables de un espejo esférico, cóncavo

- 1) Rayo paralelo: es el rayo que incide de forma paralela al eje de simetría y se refleja por el foco, punto que queda a $R/2$ respecto al vértice del espejo.
- 2) Rayo focal: es el rayo que incide justamente por el punto focal o foco del espejo y se refleja de forma paralela al eje de simetría.

3) Rayo central: es el rayo que, cuando incide, lo hace por el centro de curvatura; es decir, forma parte del radio de curvatura del casquete esférico; como el radio de una curva es normal a esa superficie, entonces el rayo central es normal en ese punto, razón por la cual el rayo reflejado lo hace por la misma dirección, o sea por el centro de curvatura.

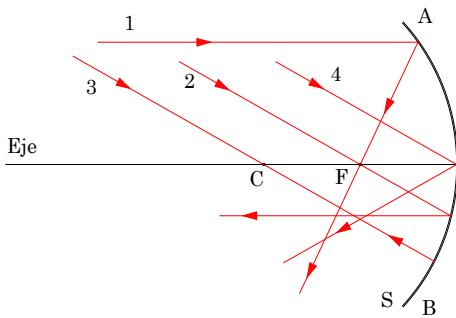


Fig. 3.11. Rayos paralelos convergen al foco.

4) Rayo del vértice: es el rayo que incide justamente en el punto del vértice; el rayo reflejado lo hace bajo el mismo ángulo con el que llegó, o ángulo de incidencia; estos ángulos medidos con respecto a la normal que, en este caso, es el mismo eje de simetría.

En la Fig. 3.12, se tienen fotografías de los rayos mencionados obtenidos con un espejo curvo y un rayo láser sobre el disco de Hartl: en el Cuadro 1, se tiene el rayo paralelo al eje de simetría; en el Cuadro 2, se tiene una fotografía similar a la anterior, pero el rayo que incide lo hace por el foco y se refleja paralelo al eje de simetría; en el Cuadro 3, se tiene el rayo que pasa por el centro de curvatura del espejo; este rayo no sufre ninguna desviación; por tanto, se refleja con igual dirección que el rayo incidente. Por último, en el Cuadro 4, se tiene el rayo que incide justamente en el vértice del espejo; este rayo se refleja al cumplir la ley de Snell; es decir, el ángulo de reflexión igual al ángulo de incidencia.

Nota. Se entiende que el rayo incidente siempre va de izquierda a derecha y lo hace por la parte superior.

Foco principal: el foco principal de un espejo es el punto *f*, donde todo rayo paralelo se refleja por el foco.

Distancia focal: es la distancia del foco principal al vértice; en los espejos esféricos de “pequeña abertura”, comparada con el radio de

curvatura, la distancia focal es muy aproximada a $\frac{R}{2}$, donde R es el radio de curvatura del espejo.

Muy importante. En los espejos cóncavos resulta que el punto focal es parte de una superficie algo más extensa cuanto mayor fuese la abertura del espejo respecto al radio de curvatura; esto se conoce como aberración esférica.

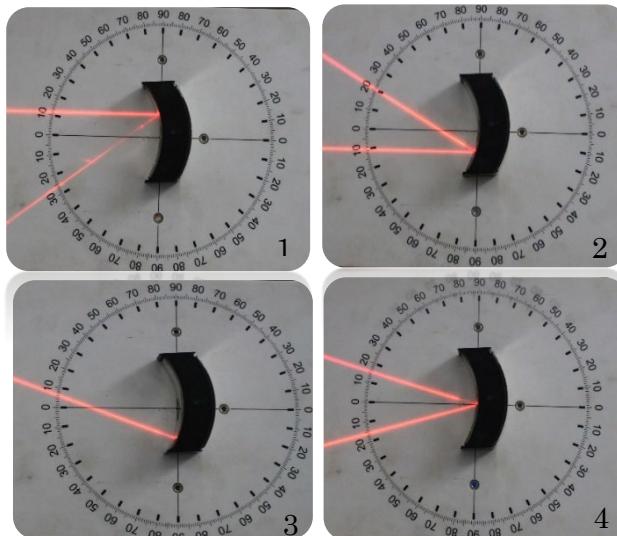


Fig. 3.12. Fotografías obtenidas en el Laboratorio de Física, Óptica, de la Universidad de Nariño: 1) Rayo paralelo; 2) Rayo focal (similar al anterior); 3) Rayo del vértice y 4) Rayo del centro de curvatura. Fuente propia.

Puntos conjugados

Dado un punto luminoso O cercano al eje principal de un espejo esférico de pequeña abertura, existe otro punto Imagen I , donde realmente se cortan todos los rayos reflejados.

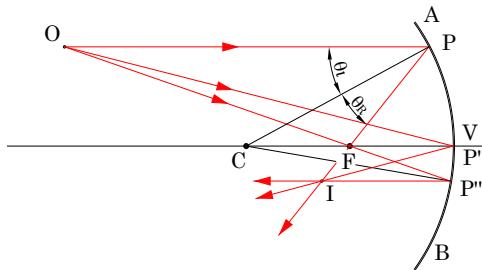


Fig. 3.13. El radio de curvatura es normal en cada punto P, P', P'' .

En la Fig. 3.13, se ve que el radio de curvatura es normal en los puntos P, P', P'' de incidencia, lo que cumple con la Ley de Snell $\theta_i = \theta_r$ para espejos de abertura AB pequeña y radio grande; en la Fig. 3.13, se detalla cómo el radio de curvatura es la normal en el punto de incidencia del rayo de luz.

Formación de imágenes con espejos cóncavos

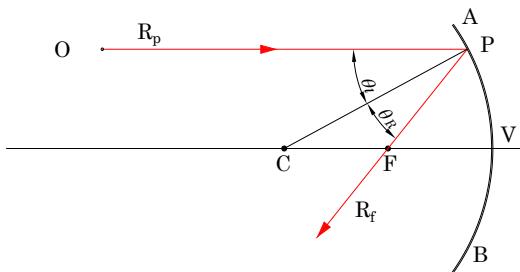


Fig. 3.14. Rayo paralelo que proviene de un objeto que se encuentra muy distante del espejo.

Los espejos cóncavos tienen la posibilidad de formar imágenes que se pudieran proyectar en pantallas y se presentan de acuerdo a estos casos:

- 1) Cuando el objeto está entre el centro de curvatura y el infinito, es decir:

$$R < d_o < \infty.$$

Ahora bien, este caso permite ver dos casos particulares:

- 1a) Cuando el objeto está muy lejos; es decir, $d_o \Rightarrow \infty$.

Los rayos que provienen del infinito, donde se “encuentra el objeto”, llegan al espejo de forma paralela al eje de simetría; esos rayos se reflejan y pasan por el foco. Debido a que el objeto está muy retirado del espejo, los demás rayos carecen de importancia; por ello solo se mencionan los rayos paralelos, como se puede ver en la Fig. 3.14.

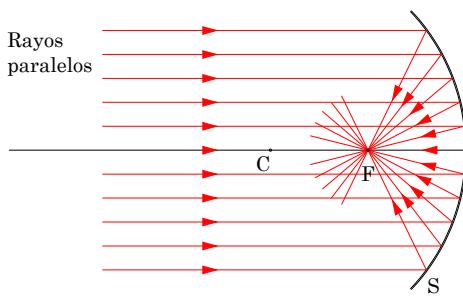


Fig. 3.15. Rayos paralelos que pasan por el foco.

Este es el caso en que se recogen los rayos del sol y se los concentra a un punto (foco), con lo que se pueden obtener altas temperaturas; con esto se pueden tener hornos de metalurgia con energía solar, como en el caso del horno de Odeillo, en los Pirineos franceses, cerca de la frontera española, en Girona construido en 1970 con 63 espejos planos de 45 m^2 cada uno; estos espejos siguen el recorrido del sol de forma automática y la reflejan a un Espejo cóncavo de 1830 m^2 , el cual, a su vez, refleja la luz y la concentra en apenas 40 centímetros de diámetro sobre el horno, lo que produce una potencia de 1000 Kilowatts y una temperatura de $3400\text{ }^{\circ}\text{C}$, lo que equivale a concentrar 1000 soles; esto permite producir acero de muy alta calidad; de igual forma, este mismo sistema se ha utilizado para producir energía eléctrica, en un proyecto desarrollado en 2008, debido a que el proyecto del horno se había abandonado en 1986. (Véase Fig. de la portada de este Capítulo).

b) Cuando el objeto no está muy lejos del espejo; es decir: $R < d_o << \infty$.

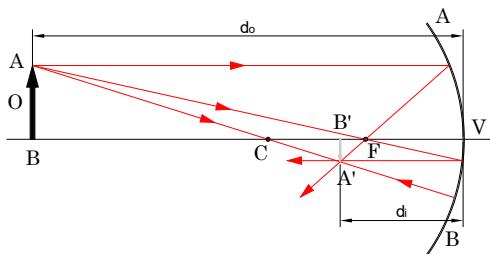


Fig. 3.16. Formación de la imagen cuando el objeto es mayor que el radio.

Entonces, del extremo del objeto de altura AB salen tres rayos: el primero es un rayo paralelo al eje de simetría que se refleja por el foco; el siguiente es un rayo focal que se refleja paralelo, y el tercero puede ser el rayo central que se refleja por sí mismo; en la Fig. 3.16, se puede observar que hay un punto de intersección A' entre los rayos reflejados, con lo cual se forma la imagen del objeto, como se puede ver en la Fig. 3.16.

Características de la imagen

- i) La imagen es **real**, porque la forman rayos reflejados.
- ii) La imagen es invertida con respecto al objeto.
- iii) La imagen es de menor tamaño que el objeto.
- iv) La imagen se forma entre el foco y el centro de curvatura del espejo; es decir, $f < d_i < R$, como se ve en la Fig. 3.16.

d_o es la “distancia” del vértice a donde se encuentra el objeto.

d_i es la distancia del vértice a donde se encuentra la imagen.

2) Cuando el objeto se encuentra $f < d_o \leq R$ se presentan dos casos:

- 2a) Cuando el objeto se encuentra sobre el centro de curvatura; es decir, $d_o = R$.

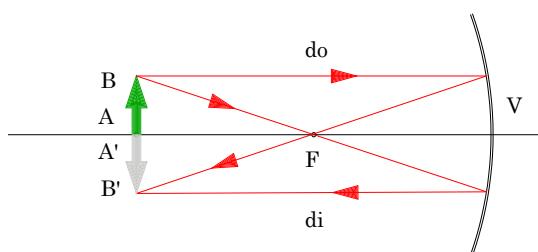


Fig. 3.17. Imagen de un objeto que se encuentra en el radio de curvatura.

En la Fig. 3.17, se puede ver que del extremo del objeto de altura AB salen dos rayos: el primero es un rayo paralelo que se refleja por el foco; el segundo es un rayo focal que se refleja paralelo; se puede observar que hay un punto de intersección B' entre los rayos reflejados, con lo cual se forma la imagen del objeto.

• Características de la imagen

- i) La imagen es **real**, porque la forman rayos reflejados.
- ii) La imagen es invertida con respecto al objeto.
- iii) La imagen es de igual tamaño que el objeto.
- iv) La imagen se forma justamente en el centro de curvatura $d_i = R$, como se ve en la Fig. 3.17.

2b) Cuando el objeto se coloca entre el foco y el centro de curvatura; es decir,

$$f < d_o < R.$$

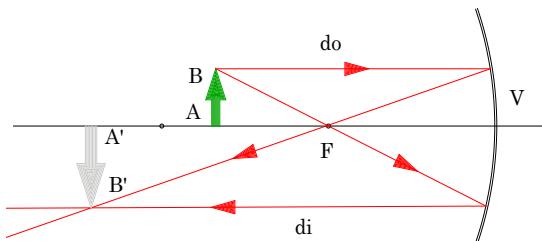


Fig. 3.18. Imagen del objeto cuando d_o es mayor que el radio.

En la Fig. 3.18, se puede ver que del extremo del objeto de altura AB salen dos rayos: el primero es un rayo paralelo que se refleja por el foco, y el segundo es un rayo focal que se refleja de forma paralela, con lo cual se forma un punto de intersección de los rayos reflejados B' donde se forma la imagen del objeto.

• Características de la imagen

- i) La imagen es **real**, porque la forman rayos reflejados.
 - ii) La imagen es invertida con respecto al objeto.
 - iii) La imagen es de mayor tamaño que el objeto.
 - iv) La imagen se forma después del centro de curvatura del espejo; es decir: $R < d_i < \infty$, como se puede ver en la Fig. 3.18.
- 3) Cuando el objeto se acerca al espejo y llega hasta el foco; es decir, $d_o \leq f$; en este caso, se presentan dos posibilidades:
- 3a) Cuando el objeto se coloca sobre el foco del espejo; es decir $d_o = f$.

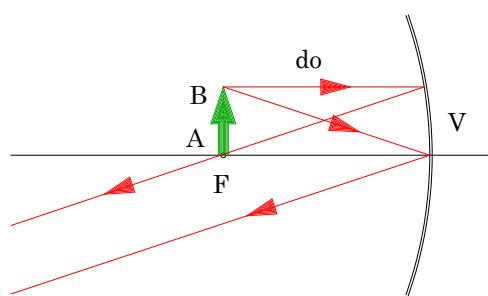


Fig. 3.19. Cuando el objeto está sobre el foco, no hay imagen.

En la Fig. 3.19, se puede ver que del extremo del objeto de altura AB salen dos rayos: el primero es un rayo paralelo que se refleja por el foco; el segundo es un rayo del vértice que se refleja con el mismo ángulo que incide; puede haber un tercer rayo, como el central que se refleja por sí mismo; de todos modos, se puede

observar que todos los rayos que se reflejan lo hacen de forma paralela entre sí; por tanto, la imagen se forma en el infinito; es decir: no hay formación de imagen; matemáticamente, la imagen estará: $d_i \rightarrow \infty$.

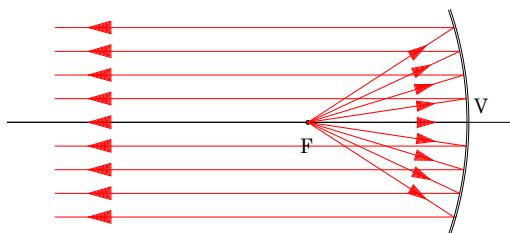


Fig. 3.20. Cuando el objeto es puntiforme y se encuentra en el foco.

Si la fuente es puntiforme y se ubica en el foco, se convierte en un reflector, como se puede ver en la Fig. 3.20; esto es, desde la fuente puntiforme salen rayos focales, los que se reflejan de forma paralela al eje de simetría, con lo cual se tiene un haz de luz, tal como lo que ocurre en una linterna o en las farolas de un vehículo.

3b) Cuando d_o es menor que la distancia focal; esto es: $d_o < f$.

En la Fig. 3.21, se puede ver cómo se forma la imagen del objeto detrás del espejo, constituida por la prolongación de los rayos reflejados; es decir, el rayo paralelo se refleja por el foco, la prolongación de este rayo pasa por el punto B' ; de igual forma, con el rayo del vértice, la prolongación de la reflexión de este rayo también pasa por el punto B' ; por tanto, la imagen se forma justamente donde se cortan estos rayos prolongados y así se tiene una imagen **virtual**.

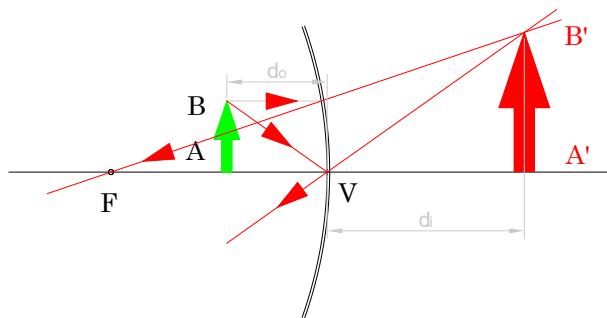


Fig. 3.21. Imagen virtual de un objeto que se encuentra entre el vértice y el foco.

• Características de la imagen

- La imagen es **virtual** se forma por la prolongación de rayos reflejados.
- La imagen es derecha con respecto al objeto.
- La imagen es de mayor tamaño que el objeto.
- La imagen se forma detrás del espejo; es decir, la distancia de la imagen es negativa, o sea: $-d_i$, como se puede ver en la Fig. 3.20.

3.3 Ecuación para los espejos esféricos

Se considera un espejo esférico cóncavo de abertura pequeña respecto al radio de curvatura.

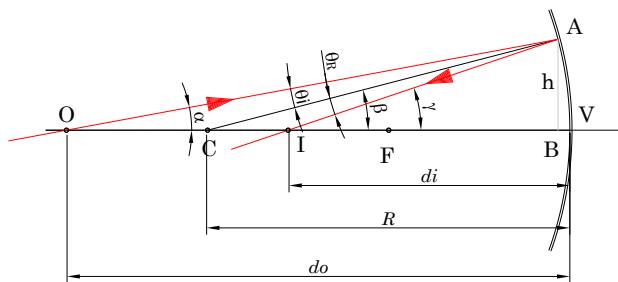


Fig. 3.22. Ángulos que se forman con los elementos de un espejo.

De acuerdo a la Fig. 3.22, se considera un objeto O puntiforme a una distancia d_o al espejo, desde el cual sale un rayo que incide en el espejo

en el punto A del espejo; según la Ley de Snell, el rayo se refleja con un ángulo igual al de incidencia respecto a la normal (radio de curvatura), que corta al eje de simetría en el punto I , donde se forma la imagen a una distancia di .

Dada la curvatura del espejo, se presenta una inconsistencia geométrica en el vértice del espejo VB : entre menor sea la abertura respecto al radio de curvatura del espejo, menor será la inconsistencia, con lo cual se puede expresar:

Sean los triángulos ACO y AIC . En los triángulos se puede confirmar: β es un ángulo externo al triángulo ACO ; por tanto, se puede decir:

$$\beta = \theta_i + \alpha \quad (3.1).$$

En el triángulo AIC se tiene que γ es el ángulo externo al triángulo; por tanto, se dice:

$$\gamma = \theta_R + \beta \quad (3.2).$$

De acuerdo a la Ley de Snell para la reflexión: $\theta_i = \theta_R$; por tanto, la ecuación (3.2) se puede escribir como:

$$\gamma = \theta_i + \beta \quad (3.3).$$

Al eliminar θ_i de (3.1) y (3.3), se tiene:

$$\beta - \gamma = \theta_i - \theta_i + \alpha - \beta,$$

de donde:

$$\alpha + \gamma = 2\beta \quad (3.4).$$

Ahora bien:

$$\operatorname{tag}\alpha = \frac{CO}{CA} = \frac{h}{do}$$

$$\operatorname{tag}\beta = \frac{CO}{CA} = \frac{h}{R}$$

$$\operatorname{tag}\gamma = \frac{h}{di}$$

Al remplazar en (3.4), se tiene que, para ángulos pequeños:

$$\alpha \cong \operatorname{tag}\alpha; \quad \beta \cong \operatorname{tag}\beta; \quad \gamma \cong \operatorname{tag}\gamma.$$

De modo que:

$$\alpha \cong \frac{h}{do}; \quad \beta \cong \frac{h}{R}; \quad \gamma \cong \frac{h}{di}.$$

Por tanto, la ecuación (4) queda:

$$\frac{h}{do} + \frac{h}{di} = 2 \frac{h}{R}.$$

Por último, se tiene:

$$\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = \frac{2}{R} \quad (3.5).$$

Ahora bien, como la distancia focal es la mitad del radio de curvatura, entonces:

$$f = \frac{R}{2}.$$

Así que la ecuación (3.5) queda:

$$\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = \frac{1}{f} \quad (3.6),$$

expresión conocida como ecuación de Descartes o del fabricante:

Como siempre, hay una relación de la distancia a la que se forma la imagen, respecto a la distancia a la que se encuentra el objeto, al tomar en cuenta el tamaño del objeto y la imagen.

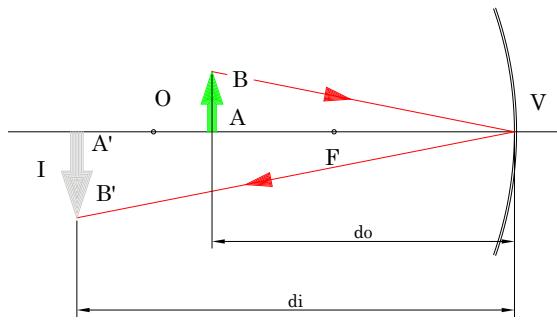


Fig. 3.23. Rayos del vértice con ángulos incidente y reflejado iguales.

En la Fig. 3.23, se pueden ver los triángulos VAB y $VA'B'$, de donde se tiene:

$$\operatorname{tag} \theta_i = \frac{C. \text{ opuesto}}{C. \text{ adyacente}}$$

$$\operatorname{tag} \theta_i = \frac{BA}{VA}.$$

Al remplazar: $\operatorname{tag} \theta_i = \frac{o}{do}$:

$$\operatorname{tag} \theta_R = \frac{A'B'}{di}.$$

Con el remplazo:

$$\operatorname{tag} \theta_R = \frac{I}{di}.$$

Según la Ley de Snell $\theta_i = \theta_R$, se tiene:

$$\begin{aligned} \operatorname{tag} \theta_i &= \operatorname{tag} \theta_R \\ \frac{o}{do} &= \frac{I}{di} \end{aligned}$$

Con lo cual se tiene:

$$\frac{do}{di} = \frac{o}{I}.$$

Así, existe una relación de tamaño entre objeto e imagen y sus correspondientes distancias, de modo que el tamaño de la imagen se puede calcular como:

$$I = \frac{-di}{do} O,$$

Donde $\frac{d_i}{d_o}$ es el aumento, expresión que puede ser positiva o negativa.

Al combinar las dos ecuaciones:

$$\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = \frac{1}{f}$$

y

$$\frac{do}{di} = \frac{-O}{I};$$

de donde:

$$do = di \frac{O}{I},$$

se tiene:

$$\frac{-I}{dio} + \frac{1}{di} = \frac{1}{f}.$$

Entonces:

$$\frac{1}{di} \left(\frac{-I}{O} + 1 \right) = \frac{1}{f}.$$

Por tanto:

$$di = f \left(\frac{-I}{O} + 1 \right).$$

Ejercicios

1) ¿Qué características debe tener un espejo cóncavo esférico para que un objeto que se encuentra a $5m$ forme una imagen virtual a $2m$?

Solución

$$R = ?$$

$$do = 5\text{m}$$

$$di = 2\text{m}$$

Al utilizar la ecuación de Descartes, se tiene:

$$\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = \frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{2}{R}$$

$$R = \frac{(2)(10)}{7} = 2.86\text{m}.$$

2) Si el objeto es de 0.15m , ¿de qué tamaño es la imagen del ejercicio anterior?

Solución

$$do = 5\text{m}$$

$$di = 2\text{m}$$

$$R = 2.86\text{m}$$

$$O = 0.15\text{m}$$

Como

$$\frac{do}{di} = \frac{-O}{I}$$
$$I = -\frac{di}{do}O$$

$$I = -\frac{2}{6}(0.15)$$
$$I = -0.06\text{m} = -6\text{cm}$$

3) ¿Qué características debe tener un espejo cóncavo esférico para que produzca una imagen 3 veces mayor que el objeto, que es de 2cm y se encuentra a 40cm del espejo?

Solución

$$\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = \frac{2}{R}$$

$$\frac{do}{di} = \frac{-0}{I}.$$

Al combinar las dos ecuaciones, se tiene:

$$\frac{1}{do} + \left(\frac{-0}{Ido}\right) = \frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{do} \left(1 - \frac{0}{I}\right) = \frac{2}{R}$$

$$R = \frac{2doI}{I - 0}.$$

Con el remplazo de los valores, se tiene:

$$R = \frac{2(0.4)(0.02)}{3(0.02) - 0.02}$$

$$R = \frac{0.016}{0.040}$$

$$R = 0.4m$$

4) Un objeto de $6cm$ de altura se encuentra a $60cm$ de un espejo cóncavo cuya longitud focal es de $20cm$. Calcule la posición, naturaleza y tamaño de la imagen.

Solución

A partir de la ecuación: $\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = \frac{1}{f}$, se puede calcular di :

$$di = \frac{fd o}{do - f}.$$

Al remplazar valores, se tiene:

$$di = \frac{(20\text{cm})(60\text{cm})}{(60\text{cm}-20\text{cm})}$$

$$di = \frac{1200\text{cm}^2}{40\text{cm}}$$

$$di = 30\text{cm}$$

Como la distancia di es positiva, entonces la imagen es **REAL**.

Para el tamaño, se tiene:

$$\frac{do}{di} = -\frac{o}{I}$$

$$I = -\frac{di}{do} o$$

$$I = -\frac{30\text{cm}}{60\text{cm}}(6\text{cm})$$

$$I = -3\text{cm}$$

El signo menos está indicando que está invertida.

5) Un objeto de 4cm de alto se encuentra frente a un espejo cóncavo esférico que genera una imagen virtual 5 veces mayor. Si el objeto está a 50cm del espejo, ¿dónde está la imagen?

Solución

Como:

$$\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{do}{di} = -\frac{o}{I}.$$

El tamaño de la imagen es cinco veces el tamaño del objeto, entonces:

$$I = 5(4\text{cm})$$

$$I = 20\text{cm}$$

La distancia de la imagen es:

$$di = \frac{-I}{O} do$$

$$di = -\frac{(5)(4)}{4} (50\text{cm})$$

$$di = -250\text{cm}$$

El signo negativo indica que se encuentra detrás del espejo.

Las características del espejo son:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{do} + \frac{1}{di}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{di + do}{dodi}$$

$$f = \frac{dodi}{di + do}$$

$$f = \frac{(50\text{cm})(-250\text{cm})}{(-250\text{cm}) + (50\text{cm})}$$

$$f = \frac{-12500\text{cm}^2}{-200\text{cm}}$$

$$f = 62.5\text{cm}$$

3.4 Espejos convexos

Estos espejos se presentan cuando la superficie externa del casquete esférico es la superficie reflectora.

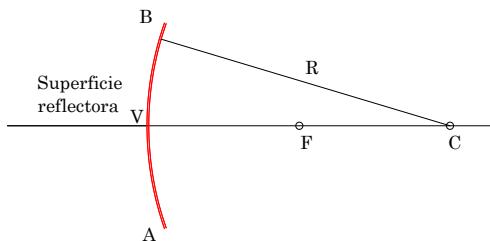


Fig. 3.24. Espejo convexo.

En la Fig. 3.24, se pueden ver los elementos fundamentales de los espejos convexos:

R. Radio de curvatura

C. Centro de curvatura

V. Vértice o punto de intersección con el eje de simetría.

F. Foco óptico.

AB Abertura del espejo respecto al eje de simetría.

Al igual que en el espejo cóncavo, el punto medio del radio de curvatura se convierte en el foco del espejo; de modo que *VF* es la distancia focal del espejo.

La abertura del espejo *AB*, tal como para los espejos cóncavos, debe ser pequeña comparada con el radio de curvatura, así como en los espejos cóncavos.

Rayos notables del espejo convexo.

En la Fig. 3.25, se pueden ver estos rayos:

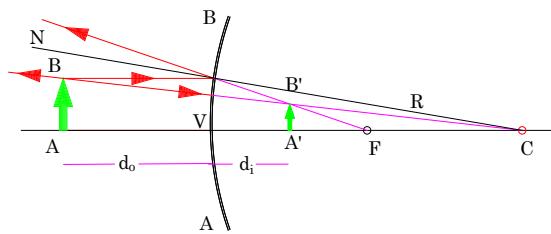


Fig. 3.25. Rayos notables en los espejos convexos.

1) Rayo paralelo: incide de forma paralela al eje de simetría, se refleja y cumple con la Ley de Snell, respecto a la normal, que es el mismo radio de curvatura. Esto lleva a que la prolongación del rayo reflejado pasara por el foco.

2) Rayo Focal. El rayo incidente apunta al foco que se encuentra detrás del espejo y solo la prolongación pasa por el foco; la reflexión del rayo es paralela al eje de simetría.

3) Rayo Central: el rayo apunta al centro de curvatura del espejo y se refleja por la misma dirección, de tal modo que el punto de intersección de la prolongación de los rayos reflejados forma la imagen.

4) Rayo del vértice: el eje de simetría es el mismo radio de curvatura, lo que significa que en el punto de incidencia se cumple la Ley de Snell, con lo cual el rayo rebota y constituye un ángulo igual al ángulo de incidencia.

En la Fig. 3.26, se muestran tres fotografías de los rayos fundamentales: 1) rayo paralelo, que incide de forma paralela al eje de simetría y se refleja; la prolongación de este rayo reflejado pasa por el foco; 2) rayo que incide proyectado a pasar por el centro de curvatura, con lo cual se refleja por la misma dirección del incidente; 3) rayo del vértice, que es el rayo

que incide en el vértice; el rayo reflejado lo hace con el mismo ángulo de incidencia. La luz con la que se logra el rayo es un láser de neón del Laboratorio de Óptica de la Universidad de Nariño.

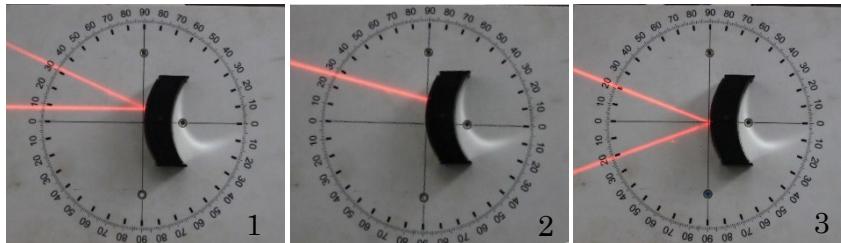


Fig. 3.26. Fotografía de tres rayos notables en espejos convexos, tomada en el Laboratorio de Óptica de la Universidad de Nariño. Fuente propia.

Formación de imágenes con espejos convexos.

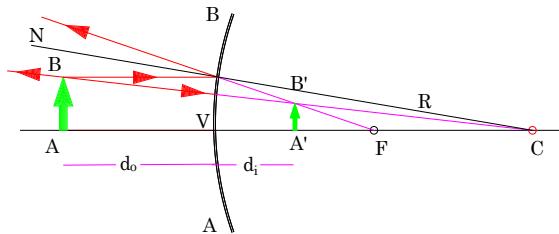


Fig. 3.27. Formación de la imagen de un objeto en un espejo convexo.

En la Fig. 3.27, la imagen del objeto AB se forma detrás del espejo $A'B'$, al realizar la prolongación de rayos reflejados tanto paralelo como central; por tanto, la imagen es VIRTUAL, de menor tamaño y derecha.

Para cualquier posición del objeto respecto al vértice de espejo siempre se van a formar imágenes virtuales derechas y de menor tamaño.

Su aplicación es muy amplia, como en los almacenes; sirve para que los vigilantes tuvieran mayor visual, sin que se percatase el personal; los espejos retrovisores y de cabina de los vehículos tienen este tipo de espejos para ampliar el campo visual, y en el caso de algunos telescopios especiales.

Para los espejos convexos, por tener el foco detrás del espejo, la distancia focal es negativa; por tanto, la ecuación de Descartes para este tipo de espejos es:

$$\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = -\frac{1}{f}$$
$$\frac{do}{di} = \frac{0}{I}$$

- **Ejemplos**

1) A 60cm de un espejo convexo de distancia focal de 20cm se coloca un objeto. ¿A qué distancia del espejo se forma la imagen?

Solución

$$\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = -\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{di} = -\frac{1}{f} - \frac{1}{do}$$

Al remplazar valores, se tiene:

$$\frac{1}{di} = -\frac{1}{20} - \frac{1}{60}$$

$$\frac{1}{di} = \frac{-60 - 20}{1200}$$

$$di = \frac{1200}{80} \therefore di = -15\text{cm}$$

El signo menos se debe a que está detrás del espejo y es una imagen virtual.

2) ¿Cuál será la altura de la imagen de un objeto de 6cm colocado a 80cm de un espejo convexo, cuya distancia focal es: $f = 40\text{cm}$?

Solución

A partir de la ecuación de Descartes y la relación de tamaños:

$$\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = -\frac{1}{f}$$
$$\frac{do}{di} = \frac{o}{I}$$

Si se combinan y despeja di, se tiene:

$$I = -\frac{f \ o}{do + f}$$

Al remplazar los valores, se tiene:

$$I = -\frac{(40\text{cm})(6\text{cm})}{(80\text{cm}) + (40\text{cm})}$$

$$I = -2\text{cm}$$

Importante. Una vez más es negativo por ser una imagen virtual, aunque la imagen es derecha.

3) ¿A qué distancia de un espejo cóncavo de $f = 50\text{cm}$ habrá que colocar un objeto de 1cm de altura para que su imagen tuviera una altura de 3cm ?

Solución

A partir de las ecuaciones de Descartes y la relación de tamaños, se puede deducir que:

$$do = f \left(1 + \frac{o}{I}\right).$$

Al remplazar los valores que se dan en el ejercicio, se tiene:

$$do = 50\text{cm} \left(1 + \frac{1}{3}\right)$$
$$do = 50\text{cm} \left(\frac{4}{3}\right)$$
$$do = 66.67\text{cm}$$

Muy importante: este ejercicio tiene dos soluciones; la primera solución es para imagen real y la segunda para imagen virtual. Para ambas soluciones habrá que atribuirles un signo a las alturas de las imágenes, así:

Si la imagen y el objeto están en un semiplano opuestos (uno arriba y otro abajo), serán positivas, y negativo, en caso contrario, así:

$$\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{do}{di} = -\frac{o}{I}$$

Por último:

$$do = f \left(1 - \frac{o}{I} \right).$$

Al remplazar:

$$do = 50\text{cm} \left(1 - \frac{1}{3} \right)$$

$$do = 33.33\text{cm}$$

Como se ve, hay dos soluciones para una imagen real y una imagen virtual, ambas de alturas iguales y simétricas respecto al foco.

3.5 Ecuación de Newton para los espejos esféricos

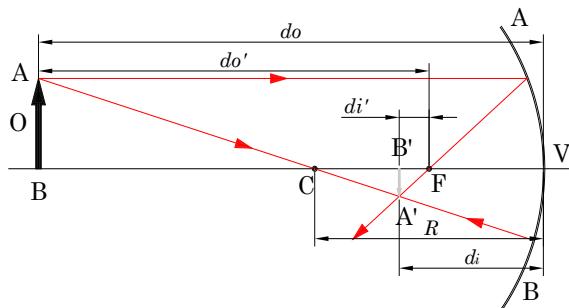


Fig. 3.28. Variables de un espejo cóncavo para encontrar la ecuación de espejos según Newton.

En la Fig. 3.27, se puede apreciar que las distancias del objeto y de las imágenes se establecen respecto al foco del espejo cóncavo, mientras que

la ecuación de Descartes se establece respecto al vértice del espejo; esto es, según Descartes:

$$\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = \frac{1}{f}.$$

Según la Fig. 3.28, se tiene que:

$$do = do' + f; \quad di = di' + f$$

Y al remplazar este resultado en la ecuación anterior:

$$\frac{1}{do' + f} + \frac{1}{di' + f} = \frac{1}{f}$$

Resolviendo la ecuación da:

$$\frac{di' + f + do' + f}{(do' + f)(di' + f)} = \frac{1}{f}$$

$$f(di' + f + do' + f) = (do' + f)(di' + f)$$

$$di'f + f^2 + do'f + f^2 = do'di' + do'f + di'f + f^2$$

$$2f^2 = do'di' + f^2$$

Es decir:

$$do'di' = f^2$$

En muchos textos, se la puede encontrar como:

$$x \ y = f^2,$$

donde do y di se remplazan por las variables x y y .

• Ejercicios

1) ¿A qué distancia se debe colocar el observador delante de un espejo cóncavo para ver su imagen aumentada y derecha a 2,5 veces?

2) ¿Cuál es el aumento producido por el espejo del numeral anterior si $f = 12\text{cm}$, cuando el objeto está a 15cm ?

- 3) Detrás de un espejo $f = -10\text{cm}$, hay un objeto virtual de 3cm de altura. ¿Dónde debe estar el objeto para que su imagen fuera real, derecha y de 15cm de altura? ¿Dónde estará la imagen?

3.6 Aberración por esfericidad

También denominada aberración esférica, se presenta en los espejos esféricos; la dificultad se presenta cuando la abertura del espejo respecto al radio de curvatura es grande; los rayos, al reflejarse, no pasan por un solo punto focal,

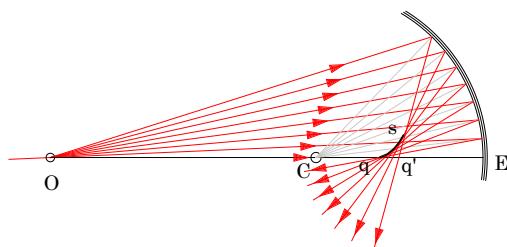


Fig. 3.29. Aberración de los rayos reflejados en espejos concavos esféricos.

sino que hay una serie de puntos focales en el eje axial y el corte de los rayos reflejados que tienden a pasar por el foco, lo hacen en una superficie, como lo que se ve en la Fig. 3.29 (en la Figura se ve una línea S, por estar el dibujo en dos dimensiones; de estar en tres dimensiones, se convierte en una superficie), de tal modo que la

imagen se deforma y no aparece nítida; así, cuando la abertura del espejo es grande, de modo que aceptase rayos de gran inclinación, la ecuación de Descartes no es una adecuada aproximación para estos casos, pues no hay una imagen nítida; si se trata de un objeto puntiforme que genera una imagen igualmente puntiforme, en este caso hay una serie de infinitos puntos que forman una *coma*, por lo cual la aberración recibe dicho nombre.

Los rayos reflejados provenientes de rayos paralelos cercanos al eje de simetría cortan al eje en un rango qq' ; los demás se cortan por fuera del eje de simetría, lo que genera una superficie qs , a la que se la denomina CÁUSTICA por reflexión.

La aberración como tal no se puede eliminar, pero se puede diseñar convenientemente la superficie y eliminar para ciertas posiciones denominadas ANASTIGMÁTICAS; por ejemplo, para un objeto puntual colocado en el centro del espejo, la imagen es exactamente un punto y está en el centro del espejo; por tanto, no tiene astigmatismo, es anastigmática; los espejos parabólicos no producen aberración con los

rayos paralelos, razón por lo cual en los telescopios reflectores profesionales se utilizan espejos parabólicos tanto para espectro visible como para los no visibles.

3.7 Espejos elípticos.

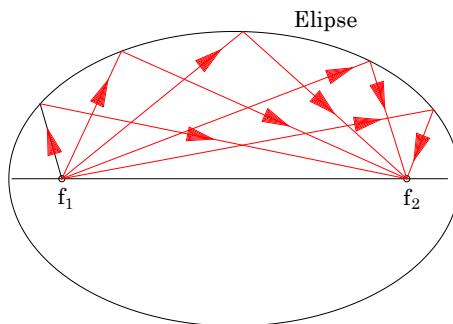


Fig. 3.30. Espejo elíptico cerrado.



Fig. 3.31. Espejo elíptico elaborado por estudiantes de Física, en la asignatura de Óptica.

En la Fig. 3.30, se tiene una línea con la que se forma el espejo elíptico; en su interior hay dos focos f_1 y f_2 , que son precisamente los puntos con los que se puede trazar la curva; al utilizar una cuerda cerrada y colocar un par de puntillas justamente en los focos, se deja deslizar un lapicero por la cuerda templada y se obtiene una elipse, como se representa en la Fig. 3.31; ahora bien, si esta elipse se la traza en icopor de unos 2 cm de espesor y se hace un corte muy bien definido, se puede obtener una superficie elíptica; a esta superficie se le colocan pequeños espejos de 2 x 2 cm fijados con pegamento para icopor; así se obtiene un espejo elíptico, como el representado en la Fig. 3.31.

3.8 Espejo parabólico

Se trata de un casquete resultado de la revolución de una parábola; es decir, un parabolóide; en este caso, los rayos que inciden de forma paralela al eje de simetría se reflejan por un solo punto, que corresponde al foco de la parábola, con lo cual estos espejos no tienen aberración por esfericidad y se utilizan mucho en telescopios y en aparatos ópticos de precisión, en los que se utilicen espejos cóncavos de superficie

paraboloide, superficie que resulta de la revolución de la ecuación de una parábola: $y = ax^2 + bx + c$.

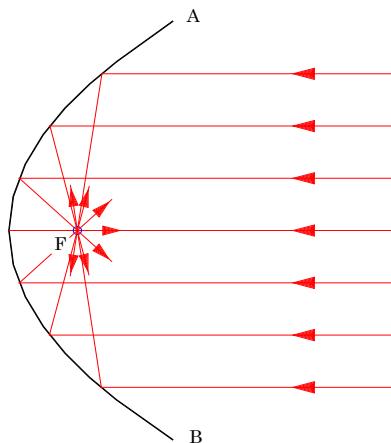


Fig. 3.32. Superficie paraboloide.

En la Fig. 3.32, se puede apreciar la principal característica, relacionada con que todos los rayos paralelos que inciden en el espejo se reflejan por el foco, con cero aberraciones por esfericidad, por lo que logran reflejarse todos por el punto focal. Ahora bien, si a esta línea se la lleva a girar sobre el eje axial, se genera una superficie parabólica, que puede ser reflectiva tanto en la parte cóncava como en la parte convexa.

En la Fig. 3.33, se muestra una forma práctica para trazar una curva parabólica, así: sobre el eje axial se trazan dos rectas que forman un ángulo entre ellas, de acuerdo a la abertura del espejo que se deseé; luego, se establecen divisiones entre el vértice y el punto de abertura iguales, por las cuales se trazan círculos o simplemente se muestran las divisiones; si desde los extremos de las rectas de abertura se trazan rectas hasta los puntos de intersección de los círculos con las rectas AC y BC , como se ve en la Fig. 3.32, van a resultar tantos puntos de intersección como líneas se hubieran trazado; estos puntos generan la línea de color rojo de la Fig. 3.33.

Ahora bien, si a esta curva se la lleva a girar sobre el eje de simetría, genera una superficie parabólica. En la Fig. 3.33, se tiene un espejo parabólico formado por pequeños espejos de $2 \times 2\text{cm}$ pegados a una lámina de icopor de 2 cm .

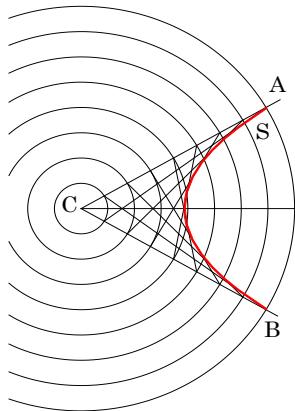


Fig. 3.33. Sistema para trazar una parábola.

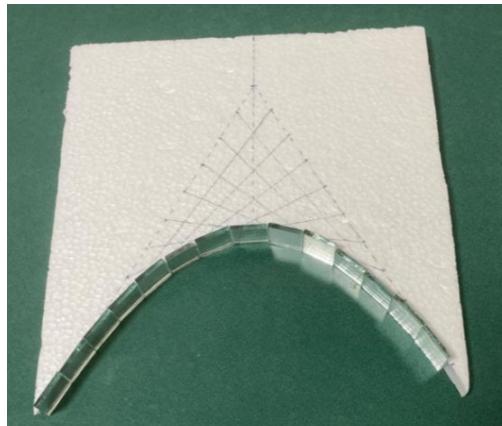


Fig. 3.34. Espejo parabólico elaborado por estudiantes de Física, en Óptica. Fuente propia.

3.9 Ecuación de los espejos para amplitudes grandes.

Cuando un espejo esférico tiene una gran abertura y puede reflejar rayos muy inclinados, la ecuación de Descartes deja de ser útil debido a que la aproximación de los ángulos α, β, γ debe remplazarse por $\operatorname{tag}\alpha, \operatorname{tag}\beta, \operatorname{tag}\gamma$; de modo que se puede obtener una nueva aproximación para estos casos.

A partir de la Fig. 3.35, se tienen los triángulos PCO y PIC .

Sobre el primero, se puede decir que:

$$\frac{CO}{PO} = \frac{\operatorname{Sen}\theta_i}{\operatorname{Sen}\delta}$$

o Ley de los Senos.

Como $\delta = \pi - \beta$, si se remplaza, se tiene:

$$\frac{CO}{PO} = \frac{\operatorname{Sen}\theta_i}{\operatorname{Sen}(\pi - \beta)}$$

Ahora bien, como:

$$\operatorname{Sen}(\pi - \beta) = \operatorname{Sen}\pi \operatorname{Cos}\beta - \operatorname{Cos}\pi \operatorname{Sen}\beta = \operatorname{Sen}\theta,$$

al remplazar, se tiene:

$$\frac{CO}{PO} = \frac{\operatorname{Sen} \theta_i}{\operatorname{Sen} \beta} \quad (3.8).$$

Por otra parte, sobre el triángulo PIC , se puede decir que:

$$\frac{IC}{PI} = \frac{\operatorname{Sen} \theta_R}{\operatorname{Sen} \beta} \quad (3.9).$$

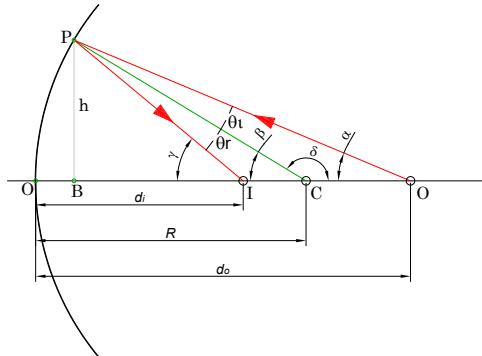


Fig. 3.35. Parámetros para encontrar la ecuación de un espejo con abertura grande respecto al radio de curvatura.

Al factorizar do, di, R , se tiene:

$$\frac{do}{PO} \left(1 - \frac{R}{do}\right) = \frac{di}{PI} \left(\frac{R}{di} - 1\right).$$

Ahora se factoriza R y se organiza:

$$\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{do}\right) \frac{do}{PO} = \left(\frac{1}{di} - \frac{1}{R}\right) \frac{di}{PI} \quad (3.11).$$

Cuando α, β, γ son pequeños, permiten establecer una aproximación; esto es: $do \approx PO$ y $di \approx PI$; entonces, la ecuación 3.11 se podría escribir como:

$$\frac{1}{R} - \frac{1}{do} = \frac{1}{di} - \frac{1}{R}.$$

Al organizar los términos,

$$-\frac{1}{do} - \frac{1}{di} = -2 \frac{1}{R}$$

o simplemente:

$$\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = \frac{2}{R}$$

Esta expresión es la ya conocida ecuación de Descartes.

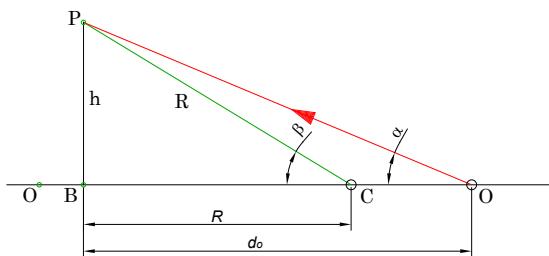


Fig. 3.36 Ángulos respecto al eje de simetría.

Pero, para casos en los cuales no se permite establecer estas aproximaciones, entonces se deberá calcular $\frac{do}{PO}$; de modo que, a partir del triángulo PCO , se puede utilizar el Teorema del Coseno; esto es:

$$PO^2 = R^2 + CO^2 + 2RCOCos\beta.$$

Como CO es $do - R$, entonces:

$$PO^2 = R^2 + (do - R)^2 + 2R(do - R)Cos\beta.$$

Al resolver el binomio de esta ecuación, se tiene:

$$PO^2 = R^2 + do^2 + R^2 - 2doR + 2RdoCos\beta - 2R^2Cos\beta$$

$$PO^2 = 2R^2 + do^2 - 2doR(1 - Cos\beta) - 2R^2Cos\beta$$

$$PO^2 = 2R^2(1 - Cos\beta) + do^2 - 2doR(1 - Cos\beta)$$

$$PO^2 = (2R^2 - 2doR)(1 - Cos\beta) + do^2$$

$$PO^2 = 2R(R - do)(1 - Cos\beta) + do^2$$

También, se puede escribir como:

$$PO^2 = do^2 + 2R(R - do)(1 - \cos\beta)$$

Ó

$$PO^2 = do^2 - 2R(do - R)(1 - \cos\beta)$$

Ahora bien, como $1 - \cos\beta = 2\sin^2\frac{\beta}{2}$, entonces al remplazar, queda:

$$PO^2 = do^2 - 2R(do - R)2\sin^2\frac{\beta}{2}$$

$$PO^2 = do^2 - 4R(do - R)\sin^2\frac{\beta}{2}$$

Al aproximar, como $\sin\beta = \frac{h}{R} \Rightarrow \sin\frac{\beta}{2} \cong \frac{\beta}{2}$, es decir: $\frac{\beta}{2} = \frac{h}{2R}$,

Entonces:

$$\sin^2\frac{\beta}{2} \cong \left(\frac{h}{2R}\right)^2 = \frac{h^2}{4R^2}.$$

Al remplazar, se tiene:

$$PO^2 = do^2 - 4R(do - R)\frac{h^2}{4R^2}$$

$$PO^2 = do^2 - \frac{h^2}{R}(do - R)$$

si se factorizando do y R :

$$PO^2 = do^2 - \frac{h^2 do}{R} \left(1 - \frac{R}{do}\right)$$

Ó

$$PO^2 = do^2 - \frac{h^2 do R}{R} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{do}\right)$$

Al factorizar do :

$$PO^2 = do^2 \left[1 - \frac{h^2}{do} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{do}\right)\right].$$

Como se busca $\frac{do}{PO}$, entonces:

$$\frac{do}{PO} = \left[1 - \frac{h^2}{do} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{do}\right)\right]^{-1/2}.$$

Ahora bien, como $(1 - x)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{x}{2}$,

entonces:

$$\frac{do}{PO} = 1 + \frac{h^2}{2do} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{do} \right) \quad (3.12).$$

De igual forma, se puede operar para deducir: $\frac{dI}{PC}$. Entonces.

$$\frac{dI}{PC} = 1 + \frac{h^2}{2di} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{di} \right) \quad (3.13).$$

Al remplazar (3.11) y (3.12) en (3.13), se tiene:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{do} \right) \frac{do}{PO} &= \left(\frac{1}{di} - \frac{1}{R} \right) \frac{dI}{PI} \\ \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{do} \right) \left[1 + \frac{h^2}{2do} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{do} \right) \right] &= \left(\frac{1}{di} - \frac{1}{R} \right) \left[1 + \frac{h^2}{2di} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{di} \right) \right] \end{aligned}$$

Al operar, se tiene:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{do} \right) + \frac{h^2}{2do} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{do} \right) \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{do} \right) &= \left(\frac{1}{di} - \frac{1}{R} \right) + \frac{h^2}{2di} \left(\frac{1}{di} - \frac{1}{R} \right) \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{di} \right) \\ \frac{1}{R} - \frac{1}{do} - \frac{1}{di} + \frac{1}{R} &= \frac{-h^2}{2do} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{do} \right)^2 - \frac{h^2}{2di} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{di} \right)^2 \\ -\frac{1}{do} - \frac{1}{di} + \frac{2}{R} &= -\frac{h^2}{2} \left[\frac{1}{do} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{do} \right)^2 - \frac{1}{di} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{di} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

Para eliminar di , se puede utilizar $\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = \frac{2}{R}$,

De tal modo que: $di = \frac{Rdo}{2do - R}$.

Al remplazar, se tiene:

$$\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = \frac{2}{R} + \frac{h^2}{R} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{do} \right)^2 \quad (3.14).$$

La inclinación de los rayos determina la distancia h y cuanto mayor es h menor es do .

En consecuencia, todos los rayos que salen del punto P sobre el eje principal **NO** se interceptan en un mismo punto, sino sobre un segmento QQ' (aberración por esfericidad).

• **Ejercicio**

En un espejo cóncavo de radio $R = 0.6m$ se coloca un objeto a 1 m . Encontrar la imagen más próxima y la más lejana producida por el espejo, si se supone que la abertura es de 20° .

Solución

Para rayos paraaxiales: $R = 0.6m$ y $do = 1m$; por tanto, al remplazar en $\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = \frac{2}{R}$, se tiene:

$$+\frac{1}{di} = \frac{2}{R} - \frac{1}{do}$$

$$\frac{1}{di} = \frac{-1}{do} + \frac{2}{R}$$

$$di = \frac{doR}{-R+2do}$$

Al remplazar valores del ejercicio, se tiene:

$$di = \frac{(1m)(0.6m)}{(0.6m)-2(1m)}$$

$$di = 0.429m$$

Los rayos de máxima inclinación producen una imagen que se obtiene al emplear la ecuación por aberturas grandes:

$$\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = \frac{2}{R} + \frac{h^2}{R} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{do} \right)^2.$$

Como $h = R \operatorname{Sen} \beta$ y como la abertura es 20° , entonces: $\frac{\beta}{2} = 10^\circ$.

Luego:

$$h = R \operatorname{Sen} 10^\circ$$

$$h = 0.6 \operatorname{Sen} 10^\circ$$

$$h = 0.104$$

$$h^2 = 0.011$$

De modo que:

$$\begin{aligned}\frac{1}{1.0} + \frac{1}{di} &= \frac{2}{0.6} + \frac{0.104^2}{R} \left(\frac{1}{0.6} - \frac{1}{1.00} \right)^2 \\ \frac{1}{1.0} + \frac{1}{di} &= \frac{2}{0.6} + \frac{0.104^2}{0.6} (0.444) \\ \frac{1}{1.0} + \frac{1}{di} &= \frac{2}{0.6} + 0.008 \\ \frac{1}{di} &= 3.341 - 1 \\ di &= 0.427\end{aligned}$$

Así que las imágenes se forman en un segmento de:

$$dI - dI' = 0.429 - 0.427$$

$$\Delta dI = 0.002m$$

$$\Delta di = 2mm$$

A lo largo del eje principal.

Capítulo 4



Leyes de Snell para la Refracción



Arco iris, en la vereda La Merced, Corregimiento de Morasurco, municipio de Pasto. Fuente propia.

4 Refracción

Fenómenos como el arco iris, el halo de la luna o del sol, el efecto de ver desplazada una cuchara en un vaso con agua, el fondo de una piscina, parecen no ser tan profundos; al observar un pececito dentro de una pecera esférica y nuestros propios ojos, entre otros, tienen algo en común, que se denomina refracción.

Así que por ahora se podría decir que la refracción de la luz se presenta cuando un rayo de luz pasa de un medio translúcido a otro, que se encuentran separados por una superficie de la que forman parte los dos medios. Los medios translúcidos tienen características ópticas diferentes, como es el caso aire-vidrio, vidrio-agua o aire-agua.

Esto presupone que la velocidad de la luz, al viajar en los medios, no es igual, pues depende de naturaleza del medio; de modo que dos materiales translúcidos permiten que la luz se propagase con velocidades diferentes, con lo que la relación entre las velocidades de propagación define una característica relativa, así:

$$\frac{v_1}{v_2} = n_r \quad (4.1).$$

Al ser v_1 y v_2 las velocidades de la luz en cada medio, al cociente de esta relación se lo denomina Índice de refracción relativa, un número adimensional que se denota como n_r ; cuando se mide respecto a la velocidad de la luz en el vacío, se tiene un índice de refracción absoluto; esto es: $\frac{c}{v} = n$. Como la velocidad de la luz en el vacío es: 300.000 Km/s , entonces, en cualquier otro medio será menor, razón por la cual $n \geq 1$.

A partir de la expresión $n_o = \frac{c}{v}$, el índice de refracción relativo se podría escribir como:

$$n_r = \frac{\frac{c}{n_1}}{\frac{c}{n_2}} = \frac{n_2}{n_1} \quad (4.2).$$

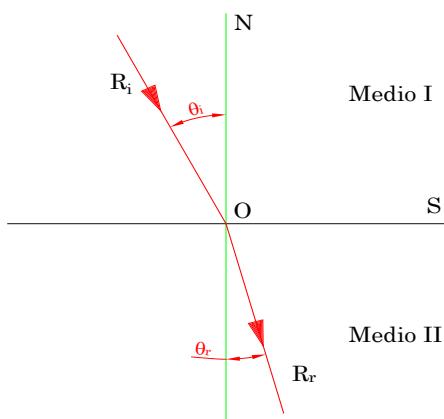


Fig. 4.1. Refracción de un rayo de luz.

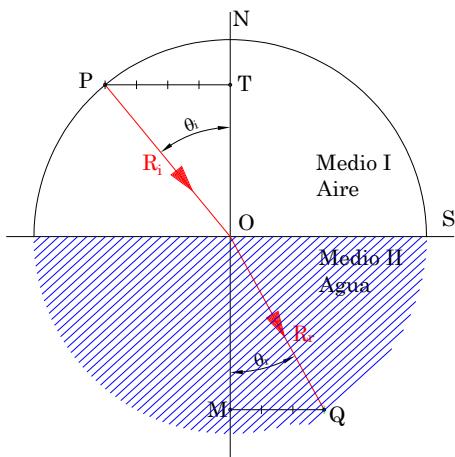


Fig. 4.2. Refracción aire-agua.

Con esto se tiene otra forma de expresar el índice de refracción relativo.

En la Fig. 4.1, se puede observar un rayo de luz que atraviesa dos medios translúcidos, el medio I y el medio II, donde el medio II es más denso que el medio I, con lo cual:

I. Medio 1, transparente; II. Medio 2, transparente; R_i . Rayo incidente; R_r . Rayo refractado; N . Normal a la superficie; θ_i Ángulo de incidencia; θ_r Ángulo de refracción.

El rayo, al pasar del medio I al medio II, se acerca a la normal. Ahora bien, en el caso de tener aire como medio I y agua como medio II, experimentalmente se tiene la geometría de la Fig. 4.2; allí se pueden observar dos triángulos entre el rayo incidente y la normal OTP y el triángulo entre el rayo refractado y la normal OMQ .

En el triángulo OTP , se establece que $\text{Sen}\theta_i = \frac{PT}{R_i}$, y en el triángulo OMQ , se establece que $\text{Sen}\theta_r = \frac{MQ}{R_r}$.

R es el radio del círculo que, en este caso, coincide con los rayos de luz R_i y R_r ; si se considera que es igual a la unidad, se tiene:

$$R = \frac{PT}{\text{Sen}\theta_i} = \frac{MQ}{\text{Sen}\theta_r},$$

por lo que se puede escribir:

$$\frac{PT}{MQ} = \frac{\operatorname{Sen}\theta_i}{\operatorname{Sen}\theta_r}.$$

Según la Fig. 4.2, se tiene: $PT = 4$ unidades y $MQ = 3$ unidades, entonces:

$$\frac{\operatorname{Sen}\theta_i}{\operatorname{Sen}\theta_r} = \frac{4}{3} = 1.333 = n_r \quad (4.3).$$

Lo que corresponde al índice de refracción del agua, en el experimento, si se considera que el índice de refracción del aire es muy cercano al índice de refracción del vacío.

A partir de esta proporción, se tiene la Ley de la refracción o Ley de Snell:

$$\operatorname{Sen}\theta_i = n_r \operatorname{Sen}\theta_r.$$

Ahora bien, como el índice de refracción relativo es: $n_r = \frac{n_2}{n_1}$, entonces la Ley de Snell se expresa como:

$$n_1 \operatorname{Sen}\theta_i = n_2 \operatorname{Sen}\theta_r,$$

donde n_1 y n_2 serían los índices de refracción absolutos y n_r el índice de refracción relativo.

Como el índice de refracción del aire es $n = 1.00029$ y resulta muy aproximado al índice de refracción del vacío, se deja la expresión simple, si no existen aclaraciones o recomendaciones; es decir:

$$\operatorname{Sin}\theta_i = n \operatorname{Sin}\theta_r.$$

En la Tabla 4.1, se puede ver el índice de refracción relativo de algunos materiales, como sólidos, líquidos y gaseosos.

Tabla 4.1. Índices de refracción de diferentes medios: sólido, líquido y gaseoso.

Sólidos		Líquidos		Gaseosos	
Material	N	Material	n	Material	n
Yodo	3.340	Hidrógeno	1.097	Aire	1.00029
Sodio	4.820	Nitrógeno	1.205	Argón	1.00028
Diamante	2.419	Oxígeno	1.225	Dióxido de C	1.00045

Cuarzo fundido	1.458	Agua	1.333	Helio	1.00004
Fluorita	1.434	Alcohol etílico	1.360	Hidrógeno	1.00013
Vidrio Crown ligero	1.610	Alcohol metílico	1.329	Oxígeno	1.00029
Vidrio Crown denso	1.569	Éter etílico	1.351	Vapor agua	1.00025
Vidrio Flint ligero	1.573	Bisulfuro de carbono	1.625		
Vidrio Flint denso	1.655	Acetona	1.359		
Vidrio Flint pesado	1.765				
Vidrio Flint más pesado	1.890				
Vidrio Flint tantánico	1.795				

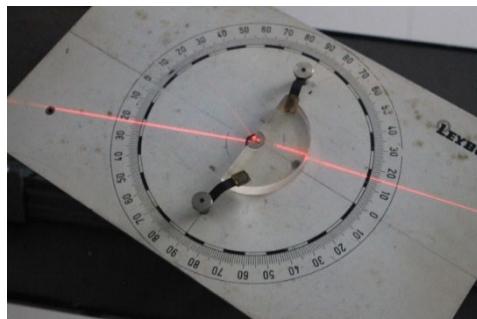


Fig. 4.3. Fotografía de la refracción de un rayo de luz. Fuente propia.

En la Fig. 4.3, se tiene un rayo de luz láser refractado en una figura de media luna: el rayo incide en la parte izquierda y se refracta hacia la parte derecha; resulta muy notorio el cambio de dirección que ocurre cuando el rayo atraviesa del medio translucido que, en este caso, es acrílico.



Fig. 4.4. Refracción de la luz en el agua contenida en un vaso de vidrio. Fuente propia.

En la Fig. 4.4, se puede ver la refracción de la luz que ocurre en el agua, cuyo índice de refracción es 1.33: la cucharilla colocada en el interior del vaso con agua se ve desplazada cuando la imagen se obtiene desde el agua por el lado del vaso, lo que da la sensación de observar que la cuchara se hubiera quebrado o doblado, al depender del ángulo con que se observa o se tomase la fotografía, al igual como desde el borde de una piscina se ve su fondo con poca profundidad, asunto serio cuando un niño se lanza a la piscina con la creencia de que el fondo no es tan profundo; con el tiempo, se aprende que esto es una simple ilusión.

4.1 Reflexión total

La reflexión total se presenta cuando el rayo de luz pasa del medio más denso al menos denso; es decir, del medio II al medio I, como se ve en la Fig. 4.5.

El rayo tres incide, con un ángulo de incidencia, desde el agua y emerge en el aire, lo que la aleja de la normal.

En otras palabras, es como si el rayo saliera de una piscina: el rayo 3, al salir del agua, se aleja de la normal θ_3 mayor que con el rayo que incide. El rayo 2 se aleja tanto de la normal que se encuentra rasante a la superficie; es decir, el ángulo respecto a la normal es de 90° y el rayo 1, que incide con un ángulo mayor al rayo 2, se refleja totalmente, con lo que se queda dentro del medio II; en adelante solo habrá rayos reflejados; entonces, el rayo 2, que es el último rayo que se refracta, corresponde al rayo cuyo ángulo de incidencia es el límite.

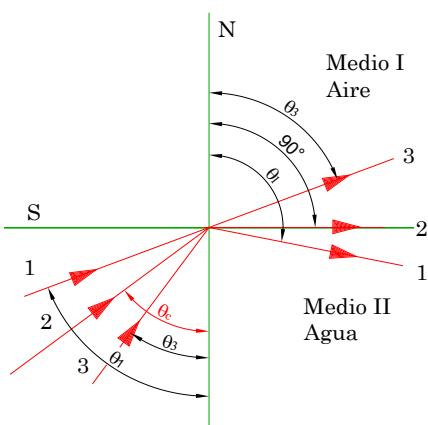


Fig. 4.5. Reflexión total.

A partir de la ecuación: $\text{Sin}\theta_i = n'\text{Sin}\theta_r$, donde n' es el inverso de n , por pasar del medio II al medio I, de modo que $\text{Sin}\theta_i = \frac{1}{n}\text{Sin}\theta_r$, en el caso del agua el índice de refracción es 1.333; por tanto, el ángulo de incidencia crítico se presentará cuando $\theta_r = 90$; esto es:

$$\text{Sin}\theta_i = \frac{1}{1.333} \text{Sin}90$$

$$\theta_i = \text{Sin}^{-1}(0.750)$$

$$\theta_i = 48^\circ 35'$$

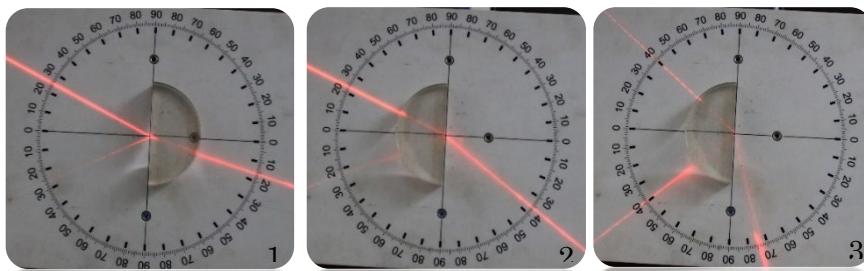


Fig. 4.6. Fotografías de la refracción de un rayo láser sobre un cuerpo translúcido: 1) refracción de un rayo de luz, al pasar del medio aire al medio acrílico; 2) el rayo de luz entra por la parte circular de la figura de media luna en dirección al centro de curvatura; por tanto, el rayo entra de forma normal a la superficie, lo que significa que no presenta desviación angular; al pasar del acrílico al aire sufre una refracción, lo que lo aleja de la normal, como se puede ver en la figura; 3) cuando el rayo entra por la superficie circular con 40° respecto a la normal, se presenta refracción y reflexión. Fuente propia.

Esto significa que el ángulo límite es de $48^\circ 35'$; para ángulos mayores de este valor, se va a tener siempre una reflexión total; como no hay refracción, entonces toda la energía que incide se refleja, lo que significa que no hay una pérdida de energía, ningún porcentaje queda en refracción, como ocurre cuando está por debajo de 48° , en que la intensidad debe distribuirse entre lo refractado y lo reflejado.

En la Fig. 4.7, se tiene la fotografía de un rayo de luz láser que se refleja por completo sobre la superficie plana de la figura de media luna de acrílico; al pasar del acrílico al aire, cuando el ángulo de incidencia es mayor al ángulo crítico, esa reflexión total se produce para un ángulo mayor a 42° .

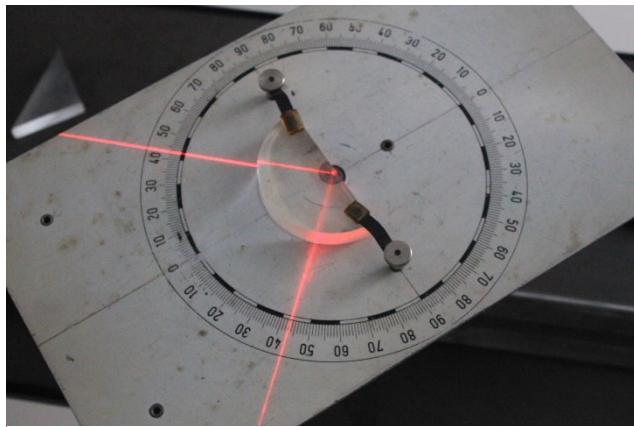


Fig. 4.7. Fotografía de reflexión total de un rayo de luz láser sobre una superficie plana que incide a 42° respecto a la normal de la figura de media luna.
Fuente propia.

Ejemplo

¿Cuál es el ángulo crítico para el vidrio Crown, si el índice de refracción es: $n = 1,51$?

$$\theta_i = \sin^{-1} \left(\frac{1}{1.51} \right)$$
$$\theta_i = 41.48$$

Fibra óptica

Respecto a la fibra óptica, para un ángulo de incidencia mayor de 41° se tendrá una reflexión total. Con este principio funcionan la guía de ondas, el cable óptico o fibras ópticas en general

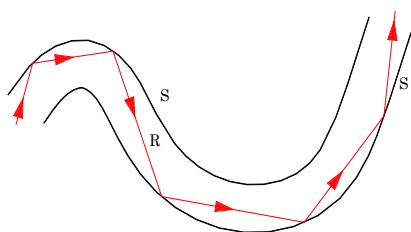


Fig. 4.8. Esquema de una fibra óptica.

alta velocidad y calidad, entre otras; también se la utiliza en la medicina, en usos militares y científicos.

Entre las ventajas de la fibra óptica están: potencia, alcance, velocidad, durabilidad, fiabilidad y seguridad, razones por las que la comunicación de datos puede llegar a las ciudades, industrias y hogares.



Fig. 4.9. Equipo de endoscopias que utiliza una fibra óptica para poder observar en el monitor el interior del estómago. Fuente. <https://ieced.com.ec/que-tipos-de-endoscopias-existen/>

En el campo de la medicina, el uso de la fibra óptica es muy amplio, desde fibras ópticas flexibles para observar el interior del cuerpo, como el estómago, intestinos, entre otros, (como se puede ver en la Fig. 4.9, un equipo de endoscopias), hasta fibras ópticas para enviar rayos láser a los tumores en el interior del cuerpo y quemar células malignas.

Cabe aclarar que una fibra óptica es una fibra de vidrio de altísima pureza de un diámetro muy pequeño, que solo alcanza $8.3\mu m$, que soporta un solo modo de transmisión luminosa.

Prisma de reflexión total

En un prisma, cuyas secciones rectas corresponden a un triángulo rectángulo isósceles, se presenta una reflexión total si la luz entra perpendicular a una cara del “triángulo rectángulo”. Debido a que el ángulo de incidencia respecto a la normal de la superficie donde incide el rayo es de 45° , mayor a los 41° ya calculados en el ejemplo, como se puede ver en la Fig. 4.10.

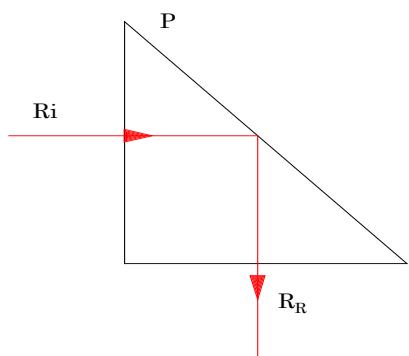


Fig. 4.10. Prisma de reflexión total.

Esta forma de reflexión se utiliza en numerosos instrumentos ópticos para desviar los rayos de luz; uno de los instrumentos más utilizados es el referente a los larga-vistas o prismáticos; con un par de ellos, se logran invertir las imágenes que se obtienen en una primera fase como telescopios; así, se logran ver en estos instrumentos imágenes derechas.

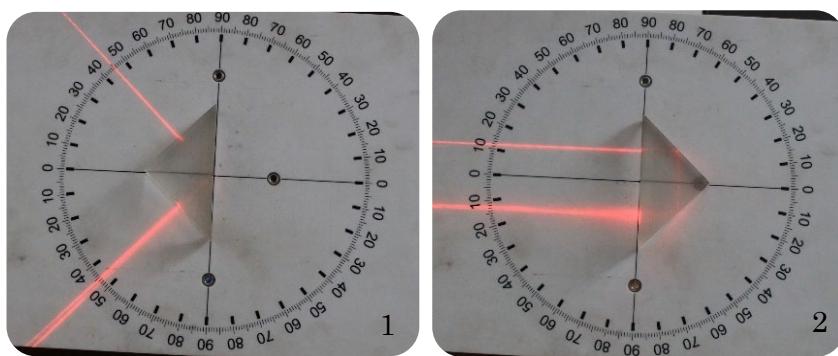


Fig. 4.11. Fotografías de la reflexión total en un prisma recto: 1) el rayo incide normal a uno de los lados del prisma recto; 2) el rayo incide por el

En la Fig. 4.12, se puede ver el interior de unos prismáticos; allí se observa el juego de prismas que hay entre la lente objetivo y la lente ocular del instrumento. De allí que resulta muy sencillo observar paisajes, personas, edificios. Los aparatos son de uso común.

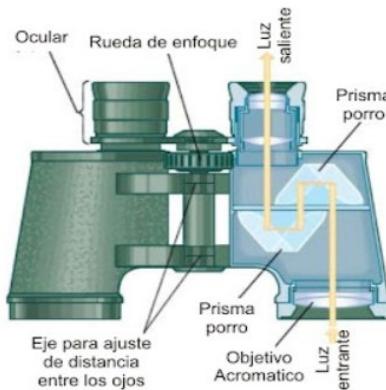


Fig. 4.12. Binoculares con juego de prismas para voltear la imagen. Fuente. <https://aprender andando.blogspot.com/2011/03/la-luz-lentes-aplicaciones-3.html>

4.2 Figura de caras paralelas

Considérese una lámina de vidrio (vidrio de ventanas) en el que un rayo de luz llega de forma inclinada respecto a la normal de la superficie de dicha lámina; es decir, con un ángulo θ_i ; cuando pasa a la lámina de vidrio, se refracta con un ángulo de refracción θ_r ; luego emerge al medio aire donde vuelve a refractarse y se aleja de la normal. Entonces, en la Fig. 4.13, se puede ver la trayectoria del rayo y se observa que ha sufrido un desplazamiento lateral; la pregunta ahora es: ¿cuál es el desplazamiento lateral que sufre el rayo incidente R_i ?; además, ¿el rayo incidente y emergente serán paralelos?

i) En el punto **a**, la Ley de Snell es:

$$\operatorname{Sen} \theta_i = n_{12} \operatorname{Sen} \theta_r.$$

En el punto **c**, la Ley de Snell es:

$$\operatorname{Sen} \theta_r = n_{21} \operatorname{Sen} \theta_e.$$

Como n_{12} y n_{21} son índices de refracción inversos, por tanto:

$$n_{21} = \frac{1}{n_{12}},$$

con lo cual

$$\sin\theta_i = \sin\theta_e,$$

lo que significa que: $\theta_i = \theta_e$, con lo cual el ángulo de incidencia es igual al ángulo de emergencia; así que el rayo incidente es paralelo al rayo emergente

ii) Desviación lateral

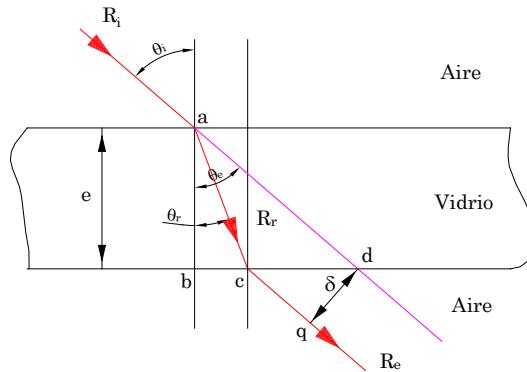


Fig. 4.13. Recorrido de un rayo de luz en una lámina de caras paralelas.

A partir de la Fig. 4.13, se puede observar que:

$$\sin(\theta_i - \theta_r) = \frac{\delta}{ac}.$$

De modo que:

$$\delta = ac \sin(\theta_i - \theta_r),$$

pero como $ac = \frac{e}{\cos\theta_r}$, al remplazar, se tiene:

$$\delta = \frac{e}{\cos\theta_r} \sin(\theta_i - \theta_r) \quad (4.4).$$

Así, el desplazamiento o desviación lateral depende del ángulo de incidencia; el ángulo de refracción define el tipo de material de la lámina refringente.

En la Fig. 4.14, se tiene una fotografía en la que se puede apreciar la desviación lateral que sufre un rayo de luz láser al atravesar una lámina de caras paralelas y el paralelismo entre el rayo incidente y el rayo emergente.

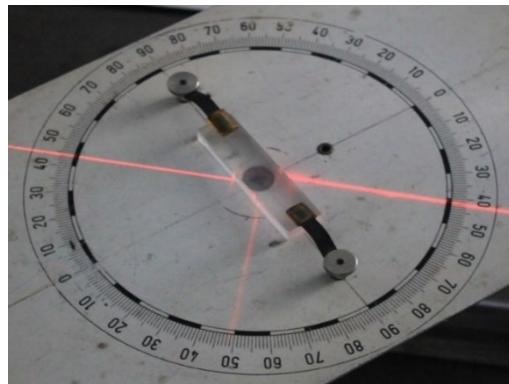


Fig. 4.14. Fotografía de un rayo de luz láser que atraviesa una figura de caras paralelas. Fuente propia.

4.4 Desviación angular de la luz al pasar por un prisma

Si se considera un prisma equilátero en el que incide un rayo de luz, tal como se puede ver en la Fig. 4.15, el rayo incidente en el punto *A* forma un ángulo de incidencia θ_i con la normal N_1 de dicha superficie y emerge por el punto *B* de la cara opuesta con un ángulo θ_e respecto a la normal N_2 , la desviación angular δ se debe a las dos refracciones que ocurren al pasar del aire al vidrio en el punto *A* y de este de nuevo al aire en el punto *B*, de tal forma que la suma de estas desviaciones es el resultado de la desviación angular δ del rayo emergente R_e respecto al rayo incidente.

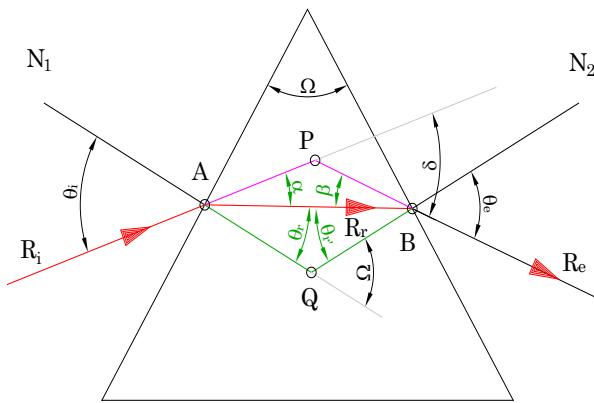


Fig. 4.15. Trayectoria de un rayo de luz al pasar por un prisma.

Así, la Ley de Snell en el punto *A* es:

$$\sin \theta_i = n_{12} \sin \theta_r.$$

La misma Ley de Snell en el punto *B* es:

$$\sin \theta_r = n_{21} \sin \theta_e.$$

Al combinar estas dos ecuaciones, se tiene:

$$\sin \theta_i = n_{12} n_{21} \sin \theta_e.$$

Como $n_{12} = \frac{1}{n_{21}}$, entonces la expresión queda:

$$\sin \theta_i = \sin \theta_e,$$

lo que implica que los ángulos de incidencia y emergencia son iguales:

$$\theta_i = \theta_e.$$

Por otra parte, según la Fig. 4.15, se tiene:

$$\begin{aligned} \theta_i &= \theta_r + \alpha \\ \theta_e &= \theta_r' + \beta \end{aligned} \quad (4.5).$$

Como δ es el ángulo externo al triángulo *APB*, entonces:

$$\delta = \alpha + \beta \quad (4.6).$$

Y Ω es el ángulo externo al triángulo AQB , por tanto:

$$\Omega = \theta_r + \theta'_r \quad (4.7).$$

Ahora bien, como

$$\theta_i = \theta_r + \alpha,$$

entonces:

$$\alpha = \theta_i - \theta_r.$$

Además, como

$$\delta = \alpha + \beta; \quad \alpha = \theta_i - \theta_r \quad y \quad \beta = \theta_e - \theta'_r,$$

entonces:

$$\delta = \theta_i + \theta_e - (\theta_r + \theta'_r).$$

Al tomar en cuenta la ecuación (4.7), se tiene:

$$\delta = \theta_i + \theta_e - \Omega.$$

Ahora bien, al aplicar la Ley de Snell en A :

$$\sin \theta_i = n \sin \theta_r,$$

y al tratarse de ángulos pequeños, se puede decir que: $\theta_i \approx n \theta_r$, con lo cual se puede escribir:

$$\delta = n(\theta_r + \theta'_r) - \Omega.$$

Como

$$\Omega = \theta_r + \theta'_r,$$

Al combinar con la ecuación (4.7), se tiene:

$$\delta = \Omega(n - 1),$$

que corresponde al ángulo de desviación mínimo, cuando se conoce el ángulo diedro Ω dentro del prisma y el índice del material.

A partir de la misma Fig. 4.15, también se tiene, en el punto A , la Ley de Snell:

$$\sin\theta_i = n \sin\theta_r,$$

de donde:

$$n = \frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r}.$$

Como para la desviación mínima se cumple que: $\theta_i = \theta_e$, entonces: $\alpha = \beta$.

Por tanto: $\delta = 2\alpha$ y $\theta_r' = \theta_r$, lo que lleva a: $\Omega = 2\theta_r$.

De modo que: $\alpha = \frac{\delta}{2}$ y $\theta_r = \frac{\Omega}{2}$.

Por otra parte, $\theta_i = \theta_r + \alpha$; al remplazar, se tiene: $\theta_i = \frac{\Omega}{2} + \frac{\delta}{2} = \frac{\Omega + \delta}{2}$,

Con lo cual se llega a que el índice de refracción en un prisma es:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\Omega + \delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Omega}{2}\right)} \quad (4.8).$$

Esta se conoce como la Fórmula del Prisma, que permite calcular el índice de refracción cuando se conocen el ángulo de desviación angular y las características geométricas del prisma.

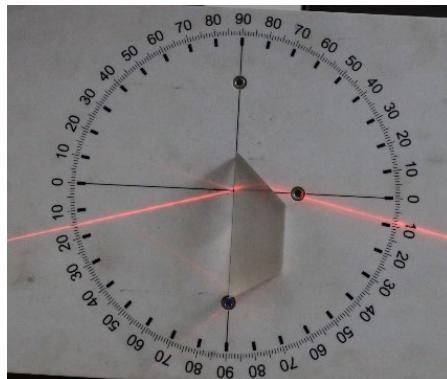


Fig. 4.16. Fotografía de la desviación angular de un rayo de luz al pasar por dos superficies angulares. Fuente propia.

4.5 Descomposición de la luz. Teoría del color

Entre tantas de las cosas que Newton descubrió, una de ellas fue la descomposición de la luz, fenómeno que le sirvió para demostrar que el color no era una propiedad de los cuerpos, como lo aseguraba la ciencia aristotélica, sino se trataba de una interacción de la superficie de los cuerpos con la luz blanca y, por tanto, la luz se componía de todos los colores. Este fenómeno despertó mucho interés, hasta forjar una nueva línea de investigación en Física, con la que se logró saber los componentes del sol y las estrellas.



Fig. 4.17. Descomposición de la luz por medio de un prisma.

Teoría del color. La primera de las teorías se debe al griego Aristóteles, alrededor del siglo IV a. C., en la que se establecía que, para formar los colores, se lograba a través de una mezcla de únicamente cuatro colores básicos: el color tierra (amarillo), el agua (verde), el fuego (rojo) y el cielo (azul), los cuales se hallaban en perfecta armonía con los cuatro elementos que regían el planeta; también se añadió que la luz y la sombra podían afectar a estos colores, ya fuera al oscurecerlos o aclararlos, para dar lugar a ciertas variaciones.

Mucho tiempo pasó sin que se despertara un interés por tratar el fenómeno cotidiano de ver colores; sin embargo, los romanos conocieron el prisma, con el que se generaba el arco iris de colores; mucho después, en 1311, Teodorico Thierry de Friburgo describió la dispersión refractiva de la luz mediante un dióptrico grueso e intentó describir la naturaleza del arco iris.

El italiano Leonardo da Vinci (1452-1519) definió el color como algo propio de la materia; además, profundizó en la escala de colores básicos, que

había establecido Aristóteles, que daban lugar a todos los demás; desde su experiencia como pintor, estableció al blanco como el color principal, pues era el único que permitía recibir al resto de colores; sin embargo, al final de sus días puso en duda su teoría.

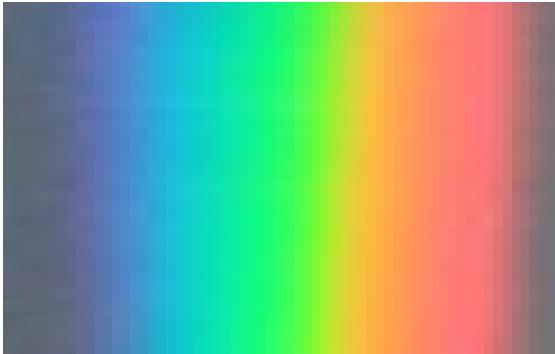


Fig. 4.18. Fotografía del espectro visible, obtenida en el Laboratorio de Óptica de la Universidad de Nariño. Fuente propia.

de Woolsthorpe, en Lincolnshire (Inglaterra), para huir de la peste bubónica que había provocado el cierre de la Universidad de Cambridge, le escribió a uno de sus correspondientes:

“les haré saber, sin más ceremonias que, a principios de 1666, obtuve un prisma de vidrio triangular para experimentar el famoso fenómeno de los colores [...] Fue agradable contemplar los colores brillantes e intensos así producidos”.

A partir de estas observaciones, concluyó que la luz se forma por unos colores fundamentales, que no se podían dividir en más; como verificación a esta afirmación, ubicó un segundo prisma sobre el espectro formado por el primero, de tal modo que el espectro formado por el primero lograra reunirse en un solo rayo; así, volvió a obtener la luz blanca.

Además, Newton observó que la luz proveniente de los objetos era una forma de reflexión de la luz que llegaba del exterior y el color justamente carecía de un objeto; es decir, la superficie de dicho objeto tiene todos los colores que tiene la luz blanca, menos el color visible que capta el ojo humano.

Otros científicos como: Athanasius Kircher (1646), Johannes Marcus Marci (1648), Robert Boyle (1664) y Francesco María Grimaldi, sacerdote jesuita (1665), obtuvieron la descomposición de luz con prismas y plantearon su respectiva explicación al fenómeno.

En 1665, el joven Newton, que había regresado, a los 23 años, a su pequeña aldea natal

En 1703 publicó la obra *Opticks*, donde plantea la teoría sobre la naturaleza corpuscular de la luz, el espectro formado por los colores: rojo, naranja, amarillo verde, azul, añil y violeta. Estos eran los mismos colores que, desde la Antigüedad, distinguían, cuyo número, como el número de los planetas del sistema solar, despertó mucha inquietud; de igual modo, la geometría para entender los fenómenos de reflexión y refracción; como toda obra nueva, recibió muchas críticas; sin embargo, los principios de la óptica geométrica se mantienen hasta el día de hoy.

En 1802, William Hyde Wollaston fue el primero en construir un espectroscopio, en el que se incluía una lente para enfocar el espectro solar sobre una pantalla; de igual forma, se descompuso la luz producida por sales en combustión y pudo observar un espectro formado por finas líneas brillantes entre zonas oscuras, a las que creía Wollaston eran los límites naturales entre los colores, asunto que descartó Joseph von Fraunhofer (1787-1826). Inventor de la espectroscopía por difracción, con lo cual se obtuvo espectros por emisión y absorción, donde las líneas oscuras de los espectros por emisión son justamente las líneas que se obtienen en espectros por absorción, tal como se puede ver en la Fig. 4.19.

En los años siguientes a 1751 aparecieron muchos investigadores y se produjo muchos descubrimientos, hasta llegar a la teoría atómica de Niels Bohr, en que la espectroscopía accedía a una explicación científica de lo

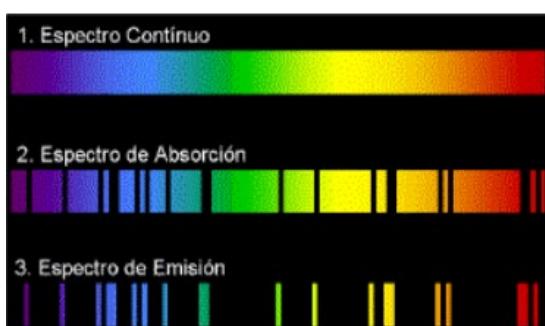


Fig. 4.19. Espectro de bandas, de absorción y emisión.

que ocurría en el interior de los átomos, el verdadero origen de los colores. En la actualidad, la espectroscopía es una forma indirecta de estudiar los elementos químicos, pues cada elemento químico tiene su propio espectro, de modo que es como la huella dactilar de los elementos químicos, por lo cual la espectroscopía sigue

vigente en el descubrimiento de compuestos químicos y la composición química de las estrellas y demás astros.

4.7 Dispersión de la luz

La experiencia muestra que el índice de refracción aumenta cuando crece la frecuencia de la luz. Por tanto, la desviación de un rayo aumenta cuando aumenta la frecuencia, como se ve en la Fig. 4.17.

Así, si la luz blanca incide sobre un prisma, se observa un espectro continuo de todos los colores igual al arco iris (Rojo-Naranja-Amarillo-Verde-Azul-Añil-Violeta); es el fenómeno de dispersión. Algunos gases, como el sodio, mercurio, neón y en general, todos los gases y vapores a baja presión, producen espectros discontinuos formados por algunos colores que forman líneas, lo que se denomina espectro de líneas (véase Fig. 4.19).

Como la luz blanca está formada por intervalos de frecuencias, la refracción que sufre la luz al pasar de un medio a otro más denso, como aire-agua o vidrio, se establece por intervalos; aquellos cercanos al azul tendrán una refracción o un ángulo característico y aquellos cercanos al rojo lo harán con otro ángulo.

Así que se define la dispersión de un prisma como:

$$D = \frac{d\delta}{d\lambda} \quad (4.9),$$

una derivada de la desviación angular respecto a la longitud de onda, expresión que se puede escribir como:

$$D = \frac{d\delta}{d\lambda} = \frac{d\delta}{dn} \frac{dn}{d\lambda} \quad (4.10).$$

El término $\frac{d\delta}{dn}$ depende del tipo de geometría del sistema óptico, mientras que el sistema $\frac{dn}{d\lambda}$ depende del material con el que se ha elaborado el prisma.

A partir de las cuatro ecuaciones del prisma:

$$\sin\theta_i = n \sin\theta_r$$

$$\sin\theta_e = n \sin\theta_r'$$

$$\Omega = \theta_r + \theta_r'$$

$$\delta = \theta_i + \theta_e - \Omega,$$

al derivarlas, se tiene:

$$\frac{d}{dn} (\sin \theta_i = n \sin \theta_r)$$

$$0 = \frac{dn}{dn} \sin \theta_r + n \cos \theta_r \frac{d\theta_r}{dn} \quad (4.11).$$

Al derivar la segunda:

$$\frac{d}{dn} (\sin \theta_e = n \sin \theta_r')$$

$$\cos \theta_e \frac{d\theta_e}{dn} = \sin \theta_r' + n \cos \theta_r' \frac{d\theta_r'}{dn} \quad (4.12).$$

Al derivar la tercera:

$$\frac{d\theta_r}{dn} + \frac{d\theta_r'}{dn} = 0 \quad (4.13).$$

Por último, al derivar la cuarta:

$$\frac{d\delta}{dn} = \frac{d\theta_e}{dn} \quad (4.14).$$

A partir de la ecuación (4.12):

$$\frac{d\theta_e}{dn} = \frac{\sin \theta_r' + n \cos \theta_r' \frac{d\theta_r'}{dn}}{\cos \theta_e} \quad (4.15).$$

A partir de la ecuación (4.11):

$$-\sin \theta_r = n \cos \theta_r \frac{d\theta_r}{dn}.$$

Entonces,

$$\frac{d\theta_r}{dn} = -\frac{\sin \theta_r}{n \cos \theta_r} \quad (4.16).$$

Como $\frac{d\theta_r'}{dn} = \frac{d\theta_r}{dn}$, entonces (4.16) se puede remplazar en (4.15):

$$\frac{d\theta_e}{dn} = \frac{\sin\theta_r' + n\cos\theta_r' \left(-\frac{\sin\theta_r}{n\cos\theta_r} \right)}{\cos\theta_e}$$

$$\frac{d\theta_e}{dn} = \frac{\sin\theta_r' \cos\theta_r + \cos\theta_r' \sin\theta_r}{\cos\theta_r}$$

$$\frac{d\theta_i}{dn} = \frac{\sin(\theta_r' + \theta_r)}{\cos\theta_e \cos\theta_r}.$$

Como $\Omega = \theta_r + \theta_r'$, entonces:

$$\frac{d\theta_i}{dn} = \frac{\sin\Omega}{\cos\theta_e \cos\theta_r} = \frac{d\delta}{dn} \quad (4.17).$$

Si se orienta el prisma hasta la desviación mínima, se obtiene:

$$\frac{d\delta}{dn} = \frac{2\sin\frac{\Omega}{2}}{\cos\left(\frac{\delta_{\min}}{2}\right)} \quad (4.18).$$

El segundo factor, $\frac{dn}{d\lambda}$, depende de la naturaleza de la radiación y del medio; en el caso de la luz y en lo que corresponde al espectro visible, se tiene una expresión que se denomina expresión de Cauchy:

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2},$$

donde A y B son constantes características de cada material, de modo que:

$$\frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2B}{\lambda^3}.$$

Entonces, la dispersión completa será:

$$D = \frac{d\delta}{d\lambda} = \frac{d\delta}{dn} \frac{dn}{d\lambda}.$$

Al remplazar en esta ecuación, se tiene:

$$D = \frac{2\sin\frac{\Omega}{2}}{\left(\cos\frac{\delta_{\min} + \Omega}{2}\right)} \left(-\frac{2B}{\lambda^3} \right) \quad (4.19).$$

El signo menos significa que la desviación disminuye cuando la longitud de onda aumenta, con lo cual el color rojo se desvía menos que el violeta.

Así, queda por averiguar acerca de A y B .

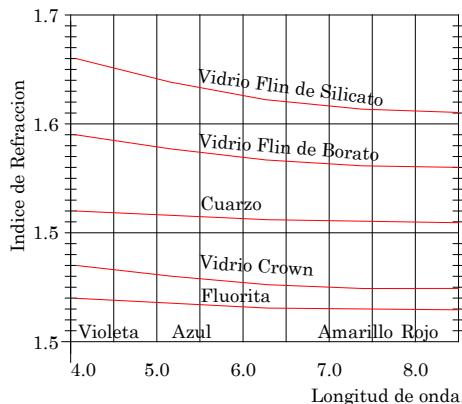


Fig. 4.20. Índices de refracción de acuerdo a la longitud de onda y el material.

En la Fig. 4.20, se tiene la variación del índice de refracción en función de la longitud de onda para el espectro visible.

Arco iris o Cueche

Este es un fenómeno natural que existe desde que hubo precipitación o llovizna en la atmósfera, así que le dio la bienvenida a la vida en este planeta; arco iris es una palabra que proviene del latín: *arcus* que significa arco y el griego *iris*, nombre de una diosa mensajera entre la tierra y el cielo; entre nuestros campesinos es muy común oír que lo denominan *cueche*, palabra de origen quechua, así como en el Japón lo denominan *Niji*, y así en cada idioma y lengua tendrá una expresión esta maravilla de la naturaleza, con millones de años más viejo que la humanidad, con presencia en todas partes del mundo siempre y cuando hubiera una fina llovizna a la que le llega el sol por la espalda del observador.

En la Fig. 4.21, se tiene una fotografía del arco iris visto desde un avión; resulta asombroso ver que el arco iris es un círculo completo en la Fig. 4.22, que también es una fotografía tomada desde un avión; se lo ve al revés de lo normal, que es con los extremos sobre la tierra, asunto que en la mitología irlandesa llevó a la creencia referida a que en los extremos

se hallaba un duende que cuidaba un tesoro; este hecho se ha generalizado tanto que, hoy en día, en muchas culturas y sociedades rurales aún creen en esa historia; también, genera respeto y temor pues se cree que, al mirarlo directamente, puede enfermar con afecciones de la piel, sobre todo en niños pequeños, a quienes se los cuida al prohibirles o advertirles de lo que les puede ocurrir si ven el fenómeno, etc.



Fig. 4.21. Arco iris observado desde un avión. Fuente: <https://www.tiempo.com/noticias/actualidad/mitos-leyendas-y-realidades-sobre-el-arcoiris.html>



Fig. 4.22. Arco iris observado desde un avión en un vuelo de Pasto a Bogotá. Fuente propia.

Se debe recordar que al *Homo sapiens* se lo considera desde hace unos 40.000 años, y solo desde hace 15.000 años aparece la ciudad de Jericó, como la primera ciudad en la que se puede decir que hay algún tipo de organización; al carecer de una explicación científica, resultaba muy normal atribuirle al arco iris la presencia de alguna divinidad; una antigua representación del arco iris se incluye en la *Epopeya de Gilgamesh* (entre el 2500 y el 2000 a. C.), donde el arco iris es el collar de pedrería de la gran madre Ishtar.

En la *Biblia* hebrea, en el libro del *Génesis*, el arco iris es el símbolo de la alianza de Dios con Noé y su promesa de que no habría más diluvios que destruyeran la tierra.

En la mitología griega, como ya se dijo, el arco iris se relacionaba con una diosa mensajera entre el cielo y la tierra, llamada Iris, hija de Taumante y la oceánide Electra.

En la mitología nórdica, el arco iris, o *Bifröst*, era un puente que unía Midgard (el mundo de los hombres) y Asgard (el mundo de los dioses).

En la mitología incaica, al arco iris se lo consideraba la personificación del dios Cuychi, lo que se puede traducir como: *Cu*, agua; *inti*, sol y *churi*, hijo; por tanto, hijo del agua y del sol (Toribio 1900). Quizá por esto los incas se consideraron hijos del sol, de donde tomaron como emblema lo multicolor del arco iris; en cada avistamiento, se lo asociaba con el advenimiento de eventos benéficos o nefastos.

En el mundo occidental europeo, Aristóteles (384-322) fue el primero en tratar de proveer una explicación racional a la formación del arco iris al aducir que era un reflejo del rayo visual; la explicación, un tanto coherente, no tuvo opositores en su momento y durante mucho tiempo.

Alejandro de Afrodísias (200 d. C), describió la banda oscura entre el arco primario y el secundario, que hoy lleva su nombre: “Zona de Alejandro”.

Epicuro (370-270) también escribió sobre el arco iris, al advertir que surge cuando el sol brilla sobre el aire húmedo; o, también, debido a una cierta mezcla especial de la luz con el aire; la forma circular que adopta se debe a que la vista percibe que la distancia de cada punto es igual, o puede ser que, una vez unidos los átomos del aire o de las nubes y los rayos que proceden del sol, su conjunto da una especie de redondez.

En el año 65 d. C., Séneca, en su libro “*Naturales Quaestiones*”, plantea varias teorías sobre la fenomenología del arco iris, como que se presenta cuando hay gotas finas de agua y que aparece de forma opuesta al sol; también señala que el fenómeno es similar al observado en finas varillas de vidrio (*virgulae*), lo cual resulta una anticipación al descubrimiento de Newton con prismas de vidrio. Otros tratados sobre el mismo fenómeno en China, en la India, concluyeron que el arco iris se forma bajo la presencia de finas gotas de agua.

Qutb al-Din al-Shirazi (1236-1311), astrónomo persa, planteó una explicación bastante precisa sobre el fenómeno del arco iris que, a su vez, elaboró su alumno, Al-Farisi (1267-1319), que proporcionó una explicación más satisfactoria matemáticamente, al proponer un modelo en el que una gota de agua refractaba dos veces el rayo de luz del sol, por lo que ocurrían uno o más reflejos entre las dos refracciones. Para este estudio se realizó un experimento con una esfera de vidrio llena de agua: Al-Farisi mostró que las refracciones adicionales debidas al vidrio podían ignorarse; con el modelo dentro de una caja oscura, donde podía controlar la entrada de luz, pudo concluir que los rayos salían del modelo de la gota de agua.

En Europa, en el *Libro de “óptica”*, de Alhacén, traducido al latín y que estudió Robert Grosseteste, que tuvo en cuenta las cuatro hipótesis para su teoría del arco iris, trabajo que continuó el franciscano Roger Bacon, el *Doctor Mirabilis*, quien escribió, en su *Opus Majus*, de 1268, sobre experimentos con luz que brilla a través de cristales y gotas de agua, donde se mostraban los colores del arco iris; además, Bacon fue el primero en

calcular su tamaño angular: afirmó que la cima no puede aparecer a más de 42° sobre el horizonte.

Teodorico de Friburgo, en 1307, dio una explicación teórica precisa tanto sobre el arco iris primario como el secundario, trabajo que también había desarrollado Antonius de Demini, en 1611. Explicó sobre el arco iris primario y señaló que, cuando la luz del sol cae sobre gotas individuales de humedad, los rayos experimentan dos refracciones y una reflexión; así concluyó que el arco iris se debe a dos refracciones y dos reflexiones.

Así, entonces, con toda la información que se tenía sobre el arco iris, René Descartes se interesó en su estudio; en su obra *Discurso del método*, en 1637, plantea los resultados obtenidos con la esfera llena de agua: los tamaños de las gotas de agua no influyen en la formación de los colores; el ángulo entre el rayo incidente y emergente, tras establecer dos refracciones y una reflexión en la parte interna de la gota, debe ser de 42° para el arco principal y de 52° después de establecer dos refracciones y dos reflexiones en la parte interna de la gota para el arco secundario.

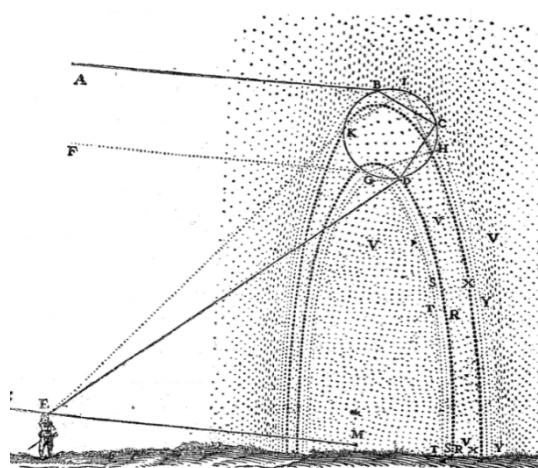


Fig. 4.23. Bosquejo de René Descartes sobre cómo se forman los arcos iris primario y secundario.

En la Fig. 4.23 se tiene el gráfico de René Descartes, donde muestra la formación de los dos arcos sobre una cortina de gotas de agua; para un observador, el rayo *A* incide por la parte superior de la gota, donde se refracta al entrar a la gota de agua; en *C* se refleja en la parte interna de la gota y, luego, en *D*, se refracta al pasar de la gota de agua al aire, donde se produce la descomposición de la luz; por otra parte, el rayo *F* incide por la

parte inferior de la gota y sufre dos refracciones y dos reflexiones en la parte interna de la gota de agua, lo que lleva a que perdiera luminosidad;

el efecto óptico puede observarse desde el punto *E*; como cada gota forma un espectro, para poderse observar completamente, el observador tendría que moverse entre 42° y 50° , por tanto, el arco que se observa es el resultado de ver el conjunto de múltiples gotas de agua; cuando el observador se mueve y observa el arco, otras gotas están generando el espectro, con lo cual nunca se posibilitaría llegar al punto de origen del arco y menos alcanzarlo, por lo que cada observador tiene su propio arco iris; es decir, resulta único para cada persona.

Con el estudio de Descartes, queda un poco más descrita la formación del arco iris; sin embargo, se debió esperar a Newton para que planteara una explicación acerca de la formación de los colores; el experimento con el prisma para descomponer la luz y volverla a componer en luz blanca, le permitió señalar que la luz se descompone en siete colores: Rojo, Naranja, Amarillo, Verde, Azul, Añil y Violeta, como también con una adecuada combinación de estos colores se puede obtener la luz blanca.

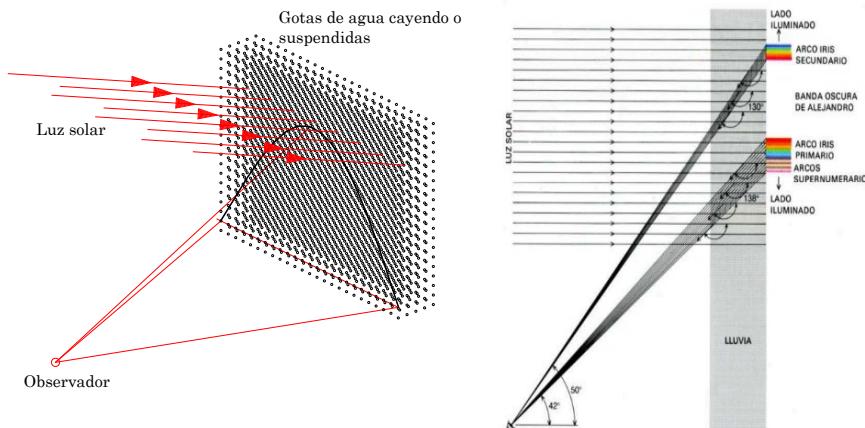


Fig. 4.24. Formación del arco iris en una cortina de gotas de agua que caen o se encuentran suspendidas y las condiciones para poder ver los dos arcos.

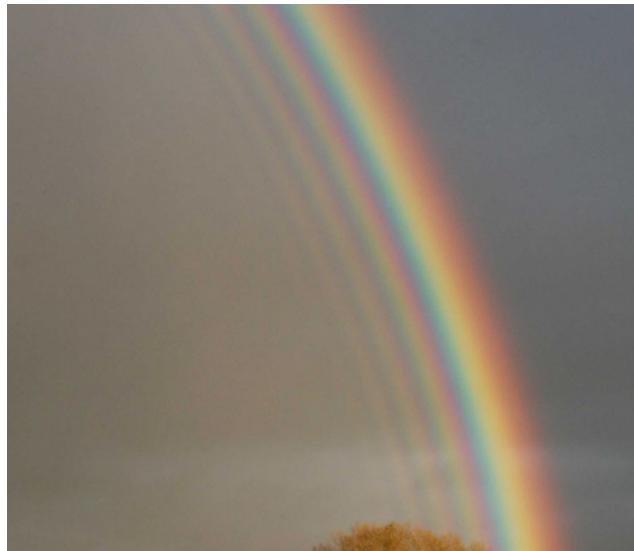


Fig. 4.25. Arcos iris supernumerarios.

Para que se pudiera proporcionar una explicación sobre la formación de los arcos iris supernumerarios, como los que se ven en la Fig. 4.25, se debió esperar para referirse a interferencia constructiva y destructiva de la luz, tema que ocupó a Thomas Young (1803), que indica que para su observación se deben cumplir unas condiciones muy específicas: primero, que las gotas de agua fuesen muy pequeñas y, segundo, que el rayo, cuando emerge de la gota de agua, pudiera interferir con el rayo de la gota de agua vecina para que se pudiera presentar una interferencia; como la luz del sol es policromática, entonces las longitudes de onda del rojo se interfieren con las del mismo color, pero formadas por otras gotas y así ocurre algo parecido para los demás colores, como cuando se riega gasolina sobre una película de agua a la luz del sol.

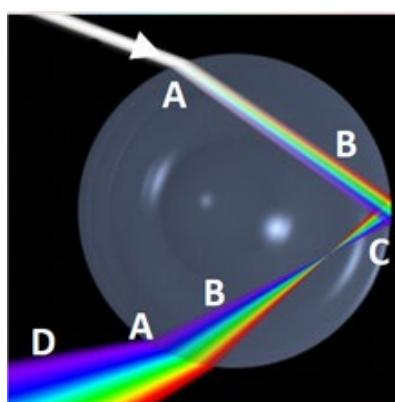


Fig. 4.26. Descomposición de la luz en una gota de agua.

Ahora bien, ¿cómo se calcula el ángulo de observación de un arco iris? Para esto consideremos una gota de agua, como la que

se ve en la Fig. 4.26, donde el rayo de luz blanca entra por la parte superior, justamente por el punto A ; allí la luz sufre una primera refracción; en el punto C , el rayo se refleja; parte de la energía se transmite, pero la mayor parte de la energía se refleja con una primera descomposición de colores; en el punto A' , el rayo vuelve a refractarse al pasar del medio agua al medio aire, donde la descomposición de colores se acentúa más.

¡Atención!: cada gota produce la descomposición de la luz a medida que va cayendo, pero el observador, que capta a la vez la combinación de colores, lo hace en un rango angular pequeño de alrededor de 42° ; el rojo se formará por las gotas que están pasando por dicho ángulo; el color amarillo lo formarán las gotas que están pasando un poco más abajo y así sucesivamente para el resto de colores, hasta el violeta.

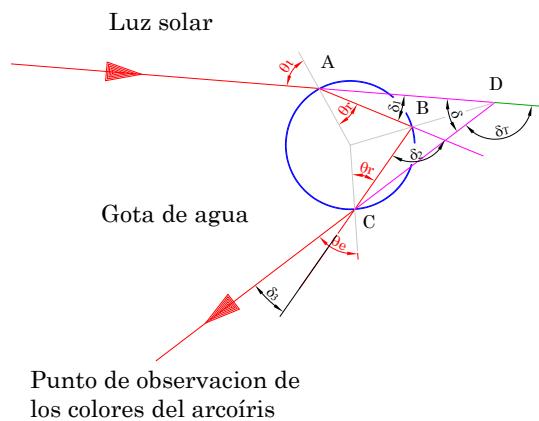


Fig. 4.27. Desviaciones angulares del rayo incidente fuera, dentro y cuando emerge de la gota de agua.

En la figura 4.27, donde se tiene un esquema de lo que ocurre dentro de la gota de agua, en el punto A el rayo de luz penetra hacia la gota con un ángulo de incidencia θ_i respecto a la normal, que es el mismo radio de curvatura trazado en dicho punto; en el punto B , el rayo se refleja, parte de la energía pasa al medio, como ya se señaló; lo que se refleja llega hasta el punto C , donde se vuelve a refractar; para el análisis geométrico, se va a considerar únicamente el rayo que corresponda al color rojo; por tanto, la desviación total del rayo de luz, según la Fig. 4.27, es:

$$\delta_T = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 \quad (4.20),$$

donde δ_1 es igual a: $\theta_i - \theta_r$; $\delta_2 = \pi - 2\theta_r$ y, por último, en el punto C , donde la situación es similar al punto A ; es decir:

$\delta_3 = \theta_e - \theta_r$; para una desviación mínima: $\theta_i = \theta_e$; por tanto, al llevar a cabo estos remplazos en la ecuación (4.20), se tiene:

$$\delta_T = \theta_i - \theta_r + \pi - 2\theta_r + \theta_i - \theta_r$$

$$\delta_T = \pi + 2\theta_i - 4\theta_r \quad (4.21).$$

Este es el ángulo de refracción θ_r en el agua, donde el índice de refracción es 1.33, si se considera que el índice de refracción del aire fuese muy parecido al del vacío: 1. Como en el punto A se presenta una primera refracción, el ángulo refractado se lo puede calcular con la Ley de Snell; esto es:

$$\operatorname{Sen}\theta_i = n \operatorname{Sen}\theta_r.$$

Al despejar θ_r , se tiene:

$$\theta_r = \operatorname{Sen}^{-1} \left(\frac{1}{n} \operatorname{Sen}\theta_i \right) \quad (4.22).$$

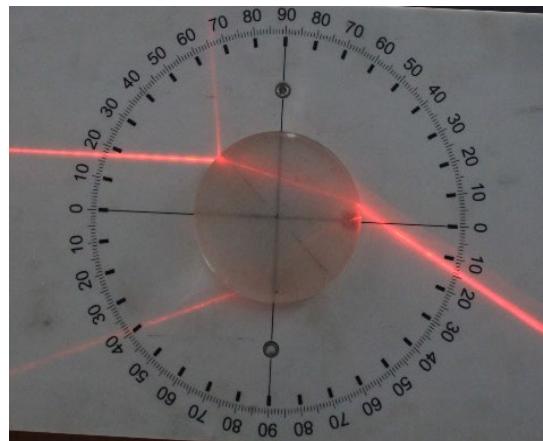


Fig. 4.28. Fotografía de la refracción que sufre un rayo de luz al pasar por un círculo de material refringente.
Fuente propia.

Al remplazar en (4.21), la ecuación queda:

$$\delta_T = \pi + 2\theta_i - 4\operatorname{Sen}^{-1}\left(\frac{\operatorname{Sen}\theta_i}{n}\right) \quad (4.23).$$

Ahora bien, se requiere conocer el ángulo de desviación mínima, para lo cual se precisa establecer la derivada del ángulo de desviación respecto al ángulo de incidencia e igualarlo a cero; esto es:

$$\frac{d\delta_T}{d\theta_i} = 0$$

$$\frac{d\delta_T}{d\theta_i} = 2 - \frac{4\operatorname{Cos}\theta_i}{n} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\operatorname{Sen}\theta_i}{n}\right)^2}} = 0.$$

Si se factoriza el índice de refracción, se tiene:

$$\frac{d\delta_T}{d\theta_i} = 2 - \frac{4\operatorname{Cos}\theta_i}{\frac{n}{n}} \frac{1}{\sqrt{n^2 - \operatorname{Sen}^2\theta_i}} = 0$$

$$2\operatorname{Cos}\theta_i \frac{1}{\sqrt{n^2 - \operatorname{Sen}^2\theta_i}} = 1$$

$$\operatorname{Cos}\theta_i = \sqrt{\frac{n^2 - \operatorname{Sen}^2\theta_i}{4}}$$

$$\operatorname{Cos}^2\theta_i = \frac{n^2 - \operatorname{Sen}^2\theta_i}{4}.$$

Como $\operatorname{Sen}^2\theta_i = 1 - \operatorname{Cos}^2\theta_i$, entonces:

$$\operatorname{Cos}^2\theta_i = \frac{n^2 - 1 + \operatorname{Cos}^2\theta_i}{4}$$

$$\operatorname{Cos}^2\theta_i = \frac{n^2 - 1}{3}.$$

De donde:

$$\theta_i = \cos^{-1} \sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}} \quad (4.24).$$

Al remplazar en la ecuación (4.23), queda:

$$\delta_T = \pi + 2\cos^{-1} \left(\sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}} \right) - 4\sin^{-1} \left(\frac{\sin \left(\cos^{-1} \sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}} \right)}{n} \right) \quad (4.25).$$

Esta ecuación solo depende del índice de refracción del medio que, en este caso, es del agua, $n=1.333$; al remplazar, se tiene:

$$\delta_T = \pi + 2\cos^{-1} \left(\sqrt{\frac{1.33^2 - 1}{3}} \right) - 4\sin^{-1} \left(\frac{\sin \left(\cos^{-1} \sqrt{\frac{1.33^2 - 1}{3}} \right)}{1.33} \right)$$

$$\delta_T = \pi + 2\cos^{-1}(0.50626) - 4\sin^{-1} \left(\frac{\sin(\cos^{-1} 0.50626)}{1.33} \right)$$

$$\delta_T = \pi + 2(59.58492) - 4\sin^{-1} \left(\frac{\sin 59.58492}{1.33} \right)$$

$$\delta_T = \pi + 119.16994 - 4\sin^{-1}(0.64841)$$

$$\delta_T = 299.16994 - 161.686222$$

$$\delta_T = 137.48262$$

$$137^\circ 28' 57''.$$

Esta es la desviación angular del rayo incidente; para conocer el ángulo de observación, será la diferencia con el ángulo suplementario; es decir:

$$\delta = 180 - \delta_T$$

$$\delta = 180 - 137.48262$$

$$\delta = 42^\circ 31'.$$

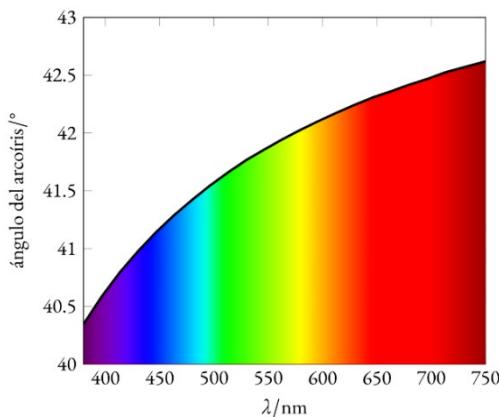


Fig. 4.29. Distribución del ángulo de observación en función de la longitud de onda. Fuente: <https://fisiquimicamente.com/blog/2022/02/13/como-se-forma-el-arcoiris/>

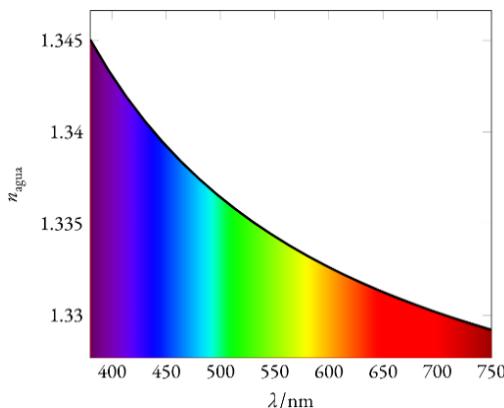


Fig. 4.30. Índice de refracción *versus* longitud de onda. Fuente: <https://fisiquimicamente.com/blog/2022/02/13/como-se-forma-el-arcoiris/>

En la Fig. 4.29, se puede ver que el ángulo de observación del arco iris va desde 42.5° , para el color rojo, y 40.5° para el color violeta; dentro de este rango quedan los demás colores.

Este es el ángulo que había calculado experimentalmente Descartes y, muchos otros, y aquí comienza el arco iris con el color rojo; de modo que habrá un ángulo para cada color y, por supuesto, otros valores para el arco secundario. Como la refracción de la luz depende del color o longitud de onda, entonces se puede decir que hay un índice de refracción para cada color. Según la ecuación de Cauchy, el índice de refracción se puede expresar como:

$$n_{\text{agua}}(\lambda) = \left(1.3184 + \frac{6.662}{\lambda - 129.2} \right).$$

En la Fig. 4.30, se puede ver como se distribuye el índice de refracción para cada color; por ejemplo, para el color violeta, el índice es de 1.345, mientras que para el color rojo el índice de refracción puede ser 1.33, razón por la cual cada color tiene su propio ángulo.

Con un análisis similar un poco más complejo, que se establecería para entender el arco secundario, cuya observación se logra a los 50° , en la Fig. 4.31 se puede ver la formación de los dos arcos: el primario, formado por una sola reflexión, dentro de la gota genera la escala de colores con el color rojo en la parte externa del arco, y el arco secundario, formado por dos reflexiones internas dentro de la gota de agua, genera una escala de colores en una franja más amplia que el arco primario; esta escala resulta invertida respecto al arco primario, observación que se logra a los 50° .

En la Fig. 4.28, se tiene una fotografía de la refracción que sufre la luz láser cuando penetra en una figura circular, que haría las veces de una gota de agua, como una esfera; allí se puede ver el trayecto del rayo de luz dentro de la figura circular y, al final, sale al medio aire tras tener una refracción y una reflexión; la refracción que ocurre detrás de la figura de alta intensidad no es posible verla en la vida real; significa mirar detrás de la cortina de gotas de agua y de frente al Sol.

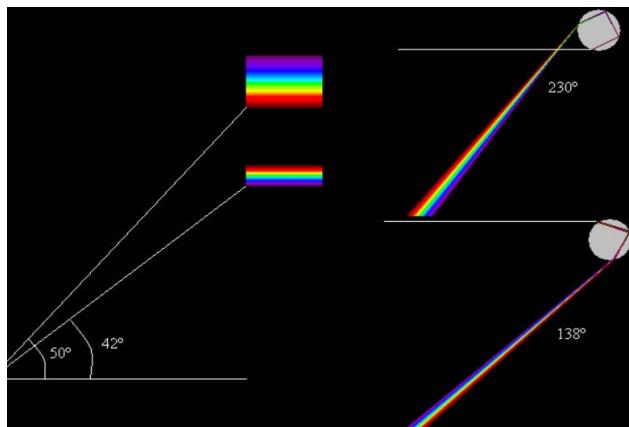


Fig. 4.31. Formación de la escala de colores en el arco primario y secundario.

A partir de las últimas teorías sobre la formación de los arcos supernumerarios afloran nuevas conclusiones sobre el arco iris; actualmente existe una ocasión en la que se celebra el día del arco iris: el 3 de abril.

Tipos de arco iris

- **Arco circuncenital.** Se caracteriza por su forma de cuarto de esfera invertida en dirección al sol; se origina debido a la interacción de los rayos de luz y los cristales de hielo que conforman a algunas nubes (véase Fig. 4.32).



Fig. 4.32 Arcoíris formado por cristales de agua en nubes altas.
Fuente.

- **Arco circunhorizontal.** Conocido también como arco iris de fuego, por su parecido con una llama, de forma corta, gruesa; son mucho más raros de visualizar que los arcos iris comunes. Se originan por la incidencia de la luz al pasar por los cristales de hielo en nubes tipo cirrus (véase Fig. 4.33).



Fig. 4.33. Arco iris de tipo horizontal (sector circular de radio muy grande) formado por refracción en cristales de agua. Fuente. <https://fisiquimicamente.com/blog/2022/02/13/como-se-forma-el-arcoiris/>

- **Halo Solar**

No es sencillo de observar; se requieren unas condiciones atmosféricas muy especiales alrededor del sol y, en ocasiones, alrededor de la luna, con una coloración algo débil y de forma invertida, respecto a los arcos iris comunes (véase Fig. 4.34).



Fig. 4.34. Halo solar. Fuente: <https://fisiquimica mente.com /blog/2022/02/13/como-se-forma-el-arcoiris/>

- **Arco iris lunar.** Se origina en una noche de luna llena, sobre las gotas de lluvia o niebla; su color es muy débil, producto de la escasa luz que proyecta la luna; la coloración es casi imperceptible para el ojo humano; en la mayoría de los casos, solo se ve un débil arco blanquecino. Sin embargo, al fotografiarlo con una cámara de larga exposición, se puede observar su coloración (véase Fig. 4.35).



Fig. 4.35. Arco iris formado por la luz lunar. Fuente. <https://fisiquimicamente.com/blog/2022/02/13/como-se-forma-el-arcoiris/>

Descomposición de la luz por una esfera de vidrio llena de agua. En la Fig. 4.36, se puede ver la descomposición de luz led de una linterna, que incide sobre una esfera de vidrio llena de agua colocada sobre el disco de Hart, en el que se puede ver la descomposición de la luz blanca en colores del espectro visible, experimento similar al de Descartes y contemporáneos para que se pudiera entender la naturaleza del arco iris; los colores que se pueden ver en la superficie los genera una sola gota; al observar directamente hacia la esfera, solo se detecta un color; para poder observar todos colores, se debe desplazar de un lado a otro en forma horizontal, debido a



Fig. 4.36. Descomposición de la luz mediante una esfera de vidrio con agua. Fuente propia.

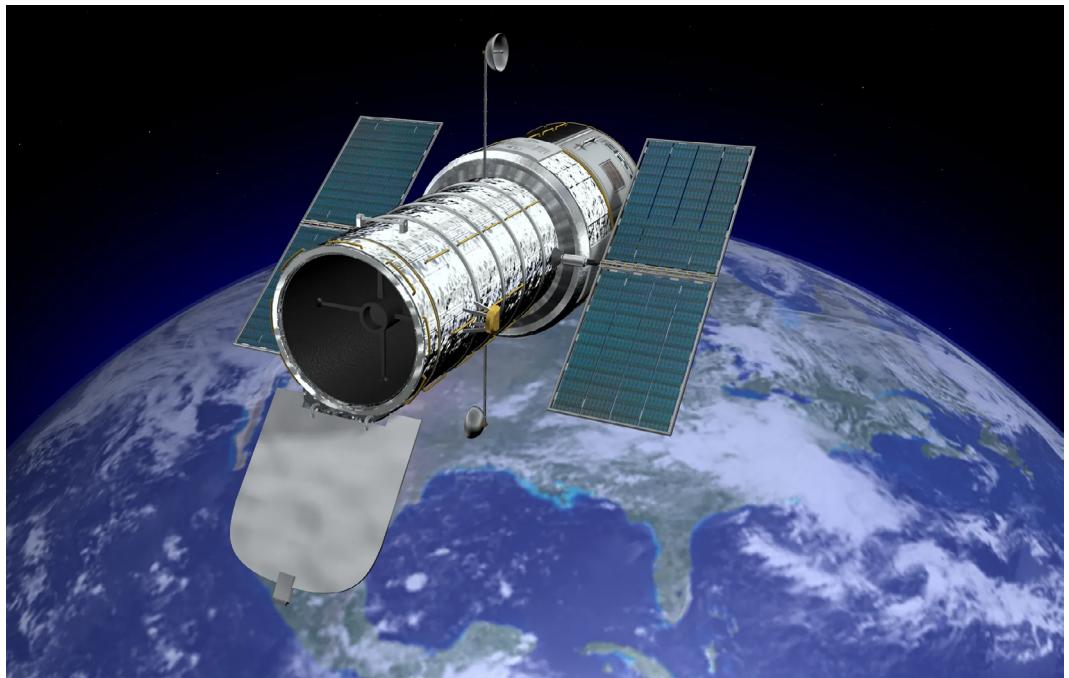
que cada color se obtiene a un diferente ángulo; en el arco iris, el color rojo se forma por millones de gotas de agua que, al pasar por esa zona, permiten la descomposición de ese color; metros más abajo se descompone el color amarillo, y así sucesivamente; esto para un observador único; otro observador, aun al hallarse lo más cerca posible del primero, verá su arco iris geométricamente similar, NO igual al primero; esto resulta lo más interesante.

Así que cuando una persona observe un arco iris, ese es único y solo suyo. (Fotografía tomada en el primer semestre de 2024, en el curso de Óptica, Universidad de Nariño).

Capítulo 5



Superficies curvas de medios refringentes



Telescopio Hubble, puesto en órbita a 612 kilómetros de altura por el transbordador Discovery, el 24 de abril de 1990; lanzado desde la rampa 39B del Centro Espacial Kennedy. La misión fue una de las más esperadas del programa STS; su fabricación se inició en los años 70's; fue el primer artefacto reparado en el espacio para eliminar el astigmatismo. Fuente: <https://www.farodevigo.es/sociedad/2018/12/22/telescopio-hubble-permite-detectar-materia-15816239.html>

5 Refracción en superficies curvas (esféricas)

Ahora, considérese la refracción en una superficie esférica que separa dos medios con índices de refracción absoluto n_1 y n_2 .

Según la Fig. 5.1, desde el punto O (objeto) sale un rayo que incide en el punto A , de modo que el rayo OA se refracta al seguir el segmento AD , el que, al prolongarse, corta al eje principal en el punto I , en el primer medio, para así generarse una imagen virtual.

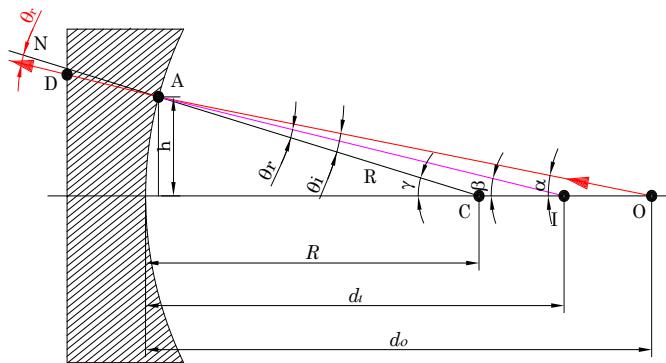


Fig. 5.1. Rayos refractados en un medio transparente con curva cóncava.

Según los triángulos:

IAC y OAC , se tiene que γ es el ángulo externo al triángulo OAC ; de igual forma para el triángulo IAC , por lo que se puede decir:

$$\gamma = \theta_i + \alpha \text{ y } \gamma = \theta_r + \beta \quad (5.1)$$

Por otra parte, al aplicar la Ley de Snell en A , se tiene:

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_r.$$

Como se trata de ángulos muy pequeños, entonces la Ley de Snell se puede aproximar a:

$$n_1 \theta_i = n_2 \theta_r.$$

Al combinar con la expresión (5.1), se tiene:

$$n_1(\gamma - \alpha) = n_2(\gamma - \beta) \quad (5.2).$$

$\tan \alpha = \frac{h}{do}$ A partir de la Fig. 5.1, se tiene que:

$$\tan \alpha = \frac{h}{do} \quad \tan \alpha = \frac{h}{do} \quad \tan \gamma = \frac{h}{R}$$

De igual modo, en ángulos pequeños:

$$\alpha = \frac{h}{do} \quad \beta = \frac{h}{di} \quad \gamma = \frac{h}{R}.$$

Si se remplaza en (5.2), se tiene:

$$\begin{aligned} n_1 \left(\frac{h}{R} - \frac{h}{do} \right) &= n_2 \left(\frac{h}{R} - \frac{h}{di} \right) \\ n_1 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{do} \right) &= n_2 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{di} \right) \\ \frac{n_1}{do} - \frac{n_2}{di} &= \frac{1}{R} (n_1 - n_2) \end{aligned} \quad (5.3),$$

que es la fórmula de Descartes para la refracción en superficies esféricas, el signo menos de di es porque la imagen puede ser virtual.

El foco, o primer punto focal de una superficie esférica transparente, define condiciones cuando el objeto ocupa su lugar, así:

Si un objeto se encuentra en el punto focal, de este saldrán rayos hacia la superficie esférica de tal forma que los rayos refractados son paralelos al eje principal, lo cual equivale a tener la imagen del punto en el infinito; es decir que $d_i = \infty$, para lo cual $d_o = f$; entonces:

$$\frac{n_1}{f} - \frac{n_2}{\infty} = \frac{n_1 - n_2}{R}.$$

A partir de esto se puede llegar a que un foco de objeto es:

$$f_0 = \frac{n_1}{n_1 - n_2} R \quad (5.4).$$

De forma análoga, cuando los rayos inciden y son paralelos al eje principal, los rayos refractados van a pasar por el foco. Así que, en este caso, la distancia de la imagen a la superficie esférica se denomina distancia focal imagen y se designa con f_i , lo que lleva a que $do \rightarrow \infty$; entonces,

$$\frac{n_1}{\infty} - \frac{n_2}{di} = \frac{n_1 - n_2}{R}.$$

Como $di \cong f$, entonces:

$$f_i = -\frac{n_2}{n_1 - n_2} R \quad (5.5).$$

Como $f_0 + f_i = R$, al combinar, se tendrá:

$$\frac{n_1}{do} - \frac{n_2}{di} = \frac{n_1 - n_2}{\frac{f_0(n_1 - n_2)}{n_1}}.$$

De modo que:

$$\frac{n_1}{do} - \frac{n_2}{di} = \frac{n_1}{f_0},$$

o $\frac{-n_2}{f_i}$, para una segunda combinación.

5.1 Lentes



Fig. 5.2. Lentes en anteojos.

Cuando se refiere a lentes, la primera idea que se tiene se relaciona con las lentes de los anteojos de los padres o abuelos, de compañeros o, ¿por qué no?, las mismas que utiliza y, claro, entre ellas hay de múltiples funciones de acuerdo a la necesidad del paciente,

desde anteojos deportivos hasta complicados lentes, que permiten tener una visión adecuada.

No obstante, las lentes de los anteojos son dispositivos ópticos que permiten ver con claridad y nitidez los objetos a corta, mediana y larga distancia; estos dispositivos se elaboran de cristal, acrílico u otra sustancia que resultase altamente transparente; en la naturaleza, se los encuentra de material transparente gelatinoso y hasta en estado líquido, como es el caso de los ojos

de todos los seres sobre la superficie de la tierra capaces de ver; de igual modo, puede ocurrir con cavidades llenas de gases, como lo que sucede en ocasiones en la atmósfera.

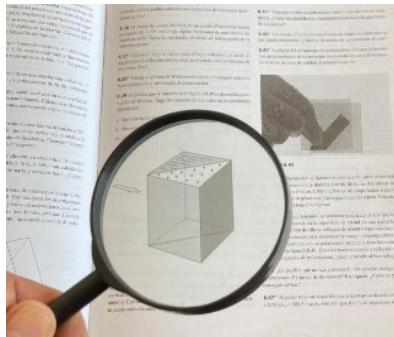


Fig. 5.3. Lupa escolar o lente convergente. Fuente propia

Otras lentes de uso cotidiano son las lupas o elementos que permiten ver cosas muy pequeñas debido a su poder de aumento, elementos que se consiguen con gran facilidad en el mercado, como lo que se puede ver en la Fig. 5.3.

En general, se puede decir que las lentes son elementos de material refringente cuyas superficies corresponden a curvas; lo usual es que fuesen esferas, como se ve en la Fig. 5.4; así entonces, la lente se forma por la intersección de dos esferas que tienen dos superficies: la primera tiene un radio de curvatura R_1 y la segunda tiene el radio de curvatura R_2 ; los extremos AB , que se definen como abertura de la lente, limitan las superficies.

La recta que une los dos centros de curvatura C_1 y C_2 se convierte en el eje de simetría de las superficies refringente y forma parte de los elementos fundamentales de las lentes; el centro de la lente, con el eje de simetría, será el centro óptico; con esta sencillez, se puede describir la geometría de las lentes; ahora es necesario conocer que tipos de lentes existentes.

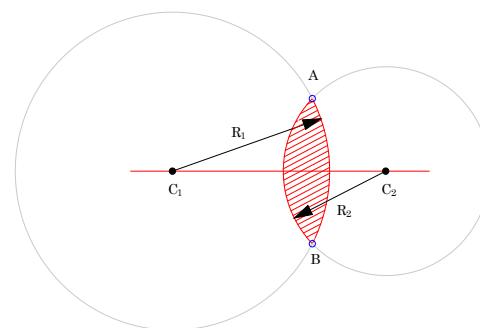


Fig. 5.4. Intersección de dos esferas de diferente diámetro.

5.2 Clasificación de lentes

Lentes convergentes

Son elementos ópticos tallados en material refringente cuyas superficies se combinan entre planas y curvas, de diferentes radios; por lo general, las superficies curvas corresponden a esferas; la característica fundamental de estos lentes radica en que los rayos refractados convergen hacia un punto denominado foco, después de que el haz de luz hubiera llegado al lente de forma paralela al eje de simetría; entre la gran variedad de este tipo de lentes, se pueden clasificar en:

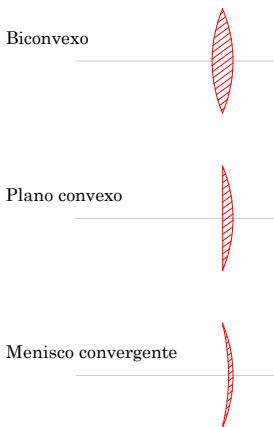


Fig. 5.5. Lentes convergentes.

- **Biconvexos.** Son lentes formados por la intersección de dos casquetes esféricicos convexos de igual radio de curvatura.
- **Plano convexos.** Lentes que se forman por la intersección de una superficie plana y una superficie esférica convexa.
- **Menisco convergentes.** Lentes formados por la intersección de dos superficies esféricas; la interna es de mayor radio que la externa, tal como se puede ver en la Fig. 5.5.

Lentes divergentes

Son elementos ópticos tallados en material refringente cuyas superficies se combinan entre planas y curvas, de diferentes radios; por lo general, las superficies curvas corresponden a esferas; a diferencia de los lentes convergentes, estos lentes se tallan de tal forma que las superficies curvas no se cortan, como se puede ver en la Fig. 5.6; la característica fundamental de estos lentes radica en que los rayos refractados divergen, pero su prolongación pasa por un punto denominado foco virtual, en el lado opuesto de la divergencia, después de que el haz de luz hubiera llegado al lente de forma paralela al eje de simetría; entre la gran variedad de este tipo de lentes, se pueden clasificar en:

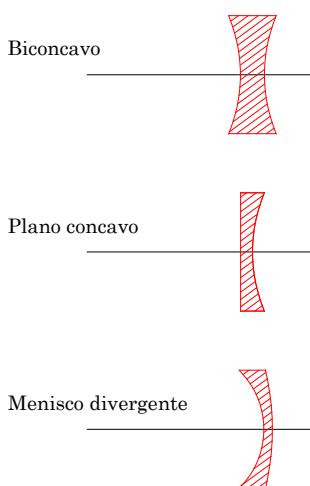


Fig. 5.6. Lentes divergentes.
convergentes; entre ellos, se destacan:

Eje principal o recta que pasa por los centros de las superficies esféricas; cuando una de las caras es plana, el eje principal se convierte en la normal a la superficie plana desde el centro de la cara esférica.

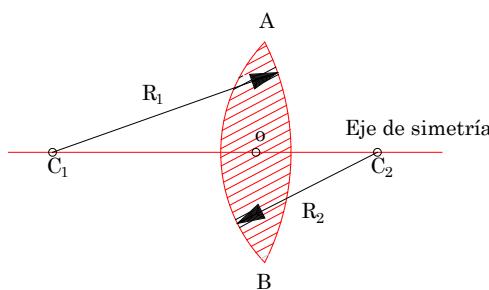


Fig. 5.7. Lente convergente con superficies de diferente radio.

Foco principal. Punto de corte de los rayos refractados provenientes de rayos que inciden de forma paralela al eje de simetría.

Centro óptico. Es el punto que se encuentra situado en el centro de la lente, justamente sobre el eje de simetría: “es similar al vértice en los espejos esféricos”.

Distancia focal. Todas las lentes tienen dos focos, uno por cada superficie esférica; si la lente es biconvexa, los focos están a igual distancia del centro óptico; en las demás lentes las distancias son diferentes.

Plano focal. Es un plano cuya normal es el eje de simetría y se encuentra justamente en el foco, “uno por cada foco”.

5.4 Rayos fundamentales o paraxiales de una lente convergente biconvexa

En la Fig. 5.8 se pueden ver los rayos fundamentales de una lente convergente, así:

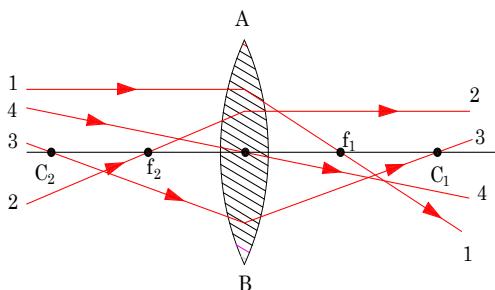


Fig. 5.8. Rayos fundamentales en una lente.

Rayo paralelo. Es el rayo de luz que incide de forma paralela al eje de simetría por la primera superficie y se refracta por el foco f_1 .

Rayo focal. Es lo contrario del anterior: el rayo incidente pasa por el foco f_2 y se refracta de forma paralela al eje de simetría.

Rayo del centro de curvatura. Este rayo incide por el centro de curvatura 2 y se refracta por el centro de curvatura 1; este rayo es sumamente importante, porque permite calcular experimentalmente el foco de la lente.

Rayo del centro óptico. Este rayo incide por el centro de la lente y sigue en la dirección que llevaba el rayo incidente.

En la Fig. 5.9, se tienen fotografías de rayos de luz que atraviesan una figura de lente convergente, con lo cual se muestran los rayos fundamentales; en este caso, el rayo incide de izquierda a derecha. En el recuadro 1, el rayo incide de forma paralela al eje de simetría, se refracta por el foco 2; en el recuadro 2, el rayo incide por el foco 2 y se refracta de forma paralela; en el recuadro 3, el rayo incidente lo hace por el centro de curvatura 2 y se refracta por el centro de curvatura 1. Y, por último, en el recuadro 4, el rayo incide por el centro óptico; como se ve en la fotografía, este rayo tiene una leve desviación lateral para rayos paraxiales.

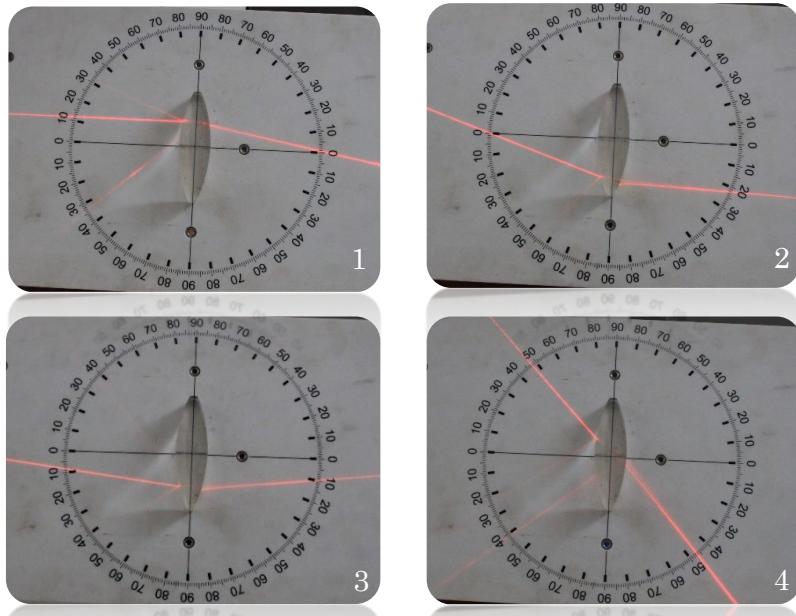


Fig. 5.9. Fotografía de la refracción de la luz láser al pasar por una figura translúcida en forma de lente: 1) Rayo paralelo; 2) rayo focal; 3) Rayo de los centros de curvatura; 4) Rayo del centro óptico. Fuente propia.

5.5 Desplazamiento lateral para el rayo no paraxial que pasa por el centro óptico

Sea el rayo de luz $ABCD$ no paraxial, que pasa por el centro óptico O , pero debido al espesor de la lente sufre una desviación lateral δ ; el camino o dirección original del rayo AB se ve modificado al pasar por la lente al tomar la dirección BC y, como el rayo emergente CD se aleja de la dirección original del rayo AB , como se puede ver en la Fig. 5.10, esa desviación lateral resulta de atravesar la lámina de caras paralelas formada por las tangentes T_1

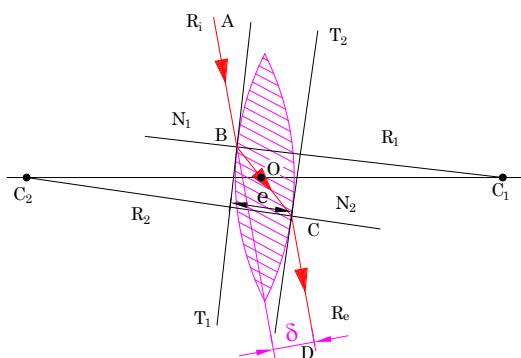


Fig. 5.10. Desviación lateral de una lente debido a su espesor.

dirección original del rayo AB se ve modificado al pasar por la lente al tomar la dirección BC y, como el rayo emergente CD se aleja de la dirección original del rayo AB , como se puede ver en la Fig. 5.10, esa desviación lateral resulta de atravesar la lámina de caras paralelas formada por las tangentes T_1

en el punto B y T_2 en el punto C ; en dichos puntos, el radio de curvatura de las dos superficies resulta normal a las tangentes; esto siempre va a ocurrir cuando los rayos llegan de esa forma a la lente que, en realidad, tiene un espesor, razón por la cual se establece que los rayos fuesen paralelos al eje de simetría para evitar desviaciones laterales que afectasen la formación de imágenes, tal como se puede ver en la Fig. 5.10.

5.6 Formación de imágenes con lentes convergentes y características de la imagen

De forma análoga a los espejos cóncavos, se llevará a cabo la formación de imágenes con lentes biconvexos o lentes convergentes, así:

1) Cuando $\infty \geq d_o > R$; para lentes simétricos, aquí existen dos casos:

1a) cuando $d_o \rightarrow \infty$.

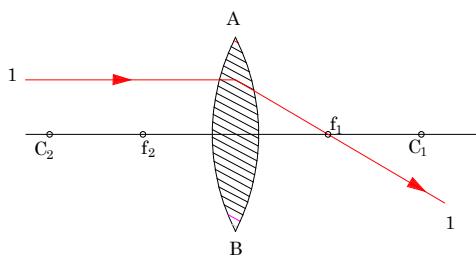


Fig. 5.11. Rayo paralelo que se refracta y pasa por el foco de la lente.

En este caso, los rayos inciden de forma paralela al eje de simetría y este tipo de rayo se refracta por el foco, como se ve en la Fig. 5.11.

De ser un haz de rayos paralelos, todos se concentrarían en un solo punto: el foco 1; como es un punto, no habrá formación de imagen como tal. Una aplicación es la concentración de rayos de sol con una lupa para producir fuego; como se puede ver en la Fig. 5.12, los rayos refractados se concentran en el foco.

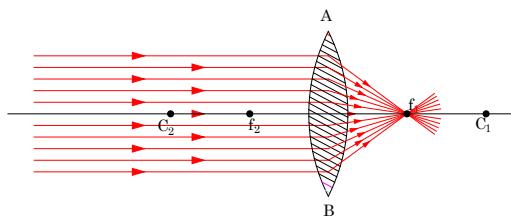


Fig. 5.12. Rayos paralelos que cruzan el foco de la lente.

1b) $\infty >> d_o > R$.

En este caso, el objeto se encuentra cuando d_o tiene una distancia mayor que el radio y, por supuesto, muchas veces menor que el infinito, como se puede ver en la Fig. 5.13.

distancia mayor que el radio y, por supuesto, muchas veces menor que el infinito, como se puede ver en la Fig. 5.13.

• Características de la imagen

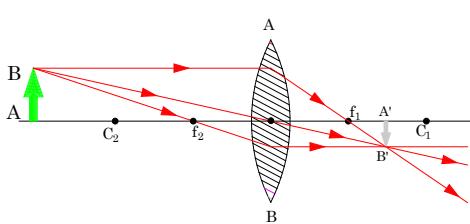


Fig. 5.13. Imagen del objeto cuando se encuentra entre el infinito y el radio.

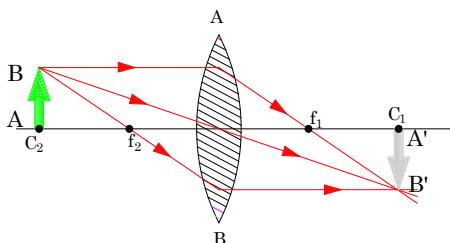


Fig. 5.14. Formación de la imagen en el centro de curvatura.

Características de la imagen

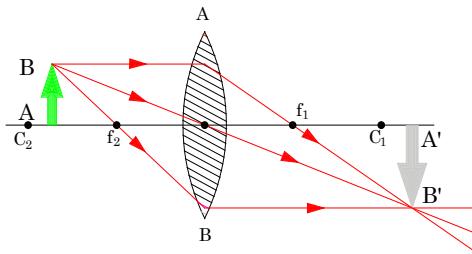


Fig. 5.15. Imagen del objeto cuando se halla entre el centro y el foco.

El objeto se acerca a la lente, pero con una posición mayor que la del foco (véase Fig. 5.15).

- i) La imagen se invierte;
- ii) la imagen es de menor tamaño que el objeto;
- iii) la imagen es real y la forman rayos refractados;
- iv) la imagen se encuentra en el rango $R > d_i > F$ (véase la Fig. 5.13).

2) $R \geq d_o > F$; aquí también se presentan dos casos:

2a) Cuando $R = d_o$. Este caso es muy importante, pues permite encontrar de forma experimental el radio de curvatura de la lente (véase la Fig. 5.14).

- i) La imagen se invierte;
- ii) la imagen es de igual tamaño que el objeto;
- iii) la imagen es real, ya que la forman rayos refractados;
- iv) la imagen se encuentra justamente en el centro de curvatura de la superficie; por tanto, $d_i = R_1$.

2b) $R > d_o > F$; en este caso, el

Características de la imagen

- i) La imagen se invierte;
 - ii) la imagen es de mayor tamaño que el objeto;
 - iii) la imagen es real, pues la forman rayos refractados;
 - iv) la imagen se forma en el rango
- $\infty >> d_i > R$.

Este es el caso de los aparatos que sirven para proyectar imágenes en el cine, retroproyectores, proyectores de diapositivas, etc. Hoy en día,

modernos sistemas ópticos digitales, como el Video Beam, han remplazado a estos aparatos.

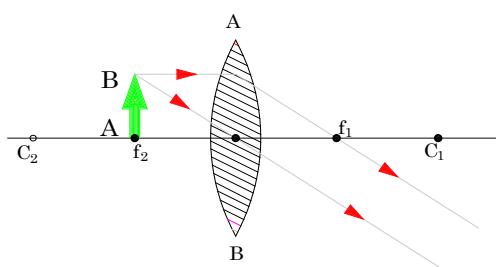


Fig. 5.16. Cuando el objeto está en el foco, no hay formación de imagen.

3) $f \geq d_o$; aquí también hay dos casos:

3a) $d_o = F$; el objeto se ubica justamente en la distancia focal (véase Fig. 5.16).

Características de la imagen

Desde el extremo superior *B* del objeto salen rayos paralelos y del centro óptico que, al refractarse, estos rayos adquieren direcciones similares; es decir, se tienen rayos paralelos, con lo cual no habría posibilidad de formación de imagen o se podría decir que la imagen se ha formado en el infinito, o sea: $d_i = \infty$; en la práctica, no hay imagen.

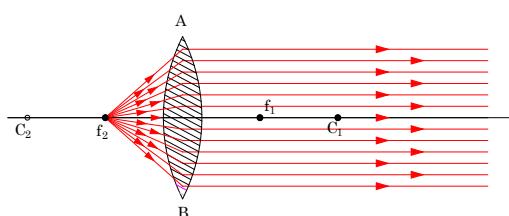


Fig. 5.17. Rayos paralelos cuando el objeto es puntiforme y está en el foco.

Como aplicación de esta posición se encuentra algún tipo de reflectores, farolas de vehículos, linternas, etc. Los rayos que emergen desde el punto focal se refractan de forma paralela al eje de

simetría, lo que determina un chorro de luz más o menos uniforme, como lo que se tiene en la Fig. 5.17.

3b) $f > d_0$; el objeto se acerca tanto a la lente, que queda entre esta y el foco de la lente (véase Fig. 5.18).

Características de la imagen

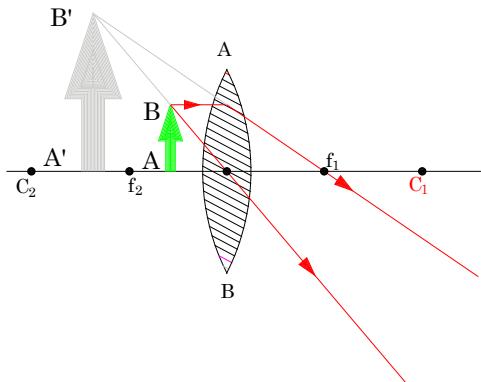


Fig. 5.18. Imagen virtual producida por una lente convergente.

- i) La imagen está derecha;
- ii) La imagen es de mayor tamaño que el objeto;
- iii) la imagen es virtual; se forma por la prolongación de los rayos refractados del rayo paralelo y el rayo del centro óptico;
- iv) la imagen se forma en el mismo lado en el que se encuentra el objeto; por tanto, $d_i < 0$ (negativa).

Este es el caso de la observación que se establece con lupas o lentes biconvexas.

5.7 Ecuación de las lentes

Una lente es un medio refringente limitado por dos superficies curvas, por lo general esferas en medio del aire; por tanto, el índice de refracción del aire se puede considerar como 1 y el índice del medio refringente de la lente como n .

A partir de la ecuación de la refracción en medios refringentes limitados por superficies curvas, se tiene:

$$\frac{n_1}{d_0} - \frac{n_2}{d_i} = \frac{1}{R} (n_1 - n_2).$$

Si se considera que el medio uno es aire, donde el índice de refracción es $n = 1$, se tiene:

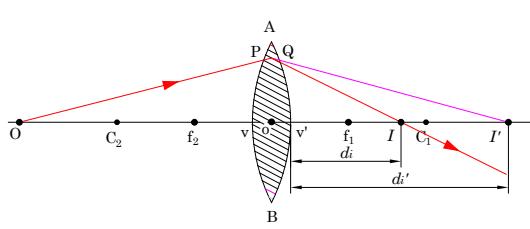


Fig. 5.19. Un rayo proveniente de un objeto puntiforme forma una imagen puntiforme.

En realidad, para el rayo incidente que sale desde el objeto O y llega al punto P , si no hubiera una segunda refracción, la imagen se formaría en I' a una distancia d_i' , una refracción que corresponde a la línea de color magenta.

Ahora bien, la segunda refracción que ocurre en el punto Q se debe a la segunda superficie esférica de radio R_2 ; el rayo nuevamente se dobla para cortar al eje de simetría en el punto I a la distancia d_i del vértice v' . En este caso, es como si el rayo incidente proveniera desde el punto Q ; por tanto, la ecuación quedará:

$$\frac{n}{d_i'} + \frac{1}{d_i} = \frac{n-1}{R_2} \quad (5.7).$$

Como a la primera refracción se le aumenta una segunda, eso equivale a decir que se suman (5.6) y (5.7); esto es:

$$\frac{1}{d_0} - \frac{n}{d_i'} + \frac{n}{d_i'} + \frac{1}{d_i} = \frac{1-n}{R_1} + \frac{n-1}{R_2}.$$

O sea:

$$\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_i} = (n-1) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \quad (5.8).$$

Esta ecuación se conoce como ecuación de Descartes para lentes delgados.

Si se considera la construcción de imágenes cuando el objeto se encuentra en el foco y es puntiforme, la imagen se forma en el infinito; esto es:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \quad (5.9).$$

En la figura 5.19, se puede ver que la ecuación (5.6) se refiere a la refracción que ocurre en el punto P .

En realidad, para el rayo incidente que sale desde el

De modo que la ecuación de Descartes para lentes delgados se puede escribir como:

$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f}.$$

Esta ecuación resulta similar a la ecuación de los espejos esféricos y se la conoce como ecuación de Descartes, la ecuación 5.9 se conoce con el nombre de ecuación del constructor de lente.

Por otra parte, también se pueden establecer algunas deducciones geométricas, así:

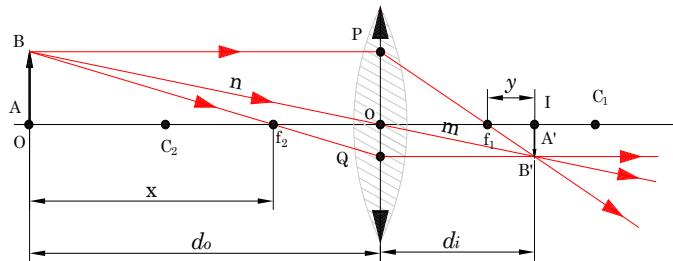


Fig. 5.20. Elementos para deducir la ecuación de Newton para las lentes.

En la gráfica de la Fig. 5.20, se pueden ver los triángulos $B'PB$ y Of_1B' ; los dos triángulos son semejantes; de igual modo, el triángulo $BB'Q$ es semejante con Bf_2O . Respecto al primer triángulo, se puede decir:

$$\frac{f_1O}{PB} = \frac{m}{m+n} \quad (5.10)$$

Donde n y m son las distancias del objeto y de la imagen al centro óptico, además. $f_1O = f$ y BP es d_o

Por otra parte, respecto al segundo triángulo, se tiene:

$$\frac{f_2O}{B'Q} = \frac{n}{m+n} \quad (5.11)$$

Como $B'Q = d_i$

Así, se considera que la lente es simétrica; por tanto, las distancias focales son iguales; es decir: $f_1 = f_2 = f$. Al sumar (5.10) y (5.11), se tiene:

$$\frac{f}{d_o} + \frac{f}{d_i} = \frac{m}{m+n} + \frac{n}{m+n}.$$

De modo que:

$$\frac{f}{d_o} + \frac{f}{d_i} = \frac{m+n}{m+n} = 1,$$

con lo cual se tiene:

$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f}.$$

Esta ecuación corresponde a las lentes delgadas convergentes.

Respecto a la Fig. 5.20, se puede observar que

$$d_o = O f_2 + f_2 A.$$

Esta expresión también se puede expresar como:

$$d_o = x + f \text{ y } d_i = y + f.$$

Al reemplazar en la ecuación del constructor de lentes, se tiene:

$$\frac{1}{x+f} + \frac{1}{y+f} = \frac{1}{f}.$$

Al operar, se tiene

$$xy = f^2 \quad (5.12).$$

Esta expresión se conoce como la ecuación de Newton, donde “ x ” es la distancia del objeto al punto focal y “ y ” la distancia del punto donde se forma la imagen al punto focal.

5.8 Lente divergente (bicóncava)

Esta lente se forma por medio refringente (vidrio, agua, acrílico, etc.); la limitan dos superficies cóncavas esféricas; así, su principal característica óptica radica en que los rayos de luz que la atraviesan, divergen.

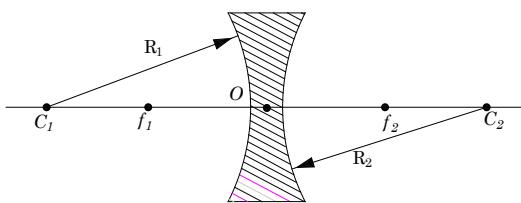


Fig. 5.21. Radios de curvatura de una lente divergente.

un punto sobre el eje de simetría. Las distancias focales para lentes delgadas es la mitad de los centros de curvatura.

Rayos fundamentales o paraxiales en las lentes divergentes

Así como ocurre con las lentes convergentes, en las lentes divergentes también se tienen unos rayos fundamentales; en la Fig. 5.22, se pueden apreciar:

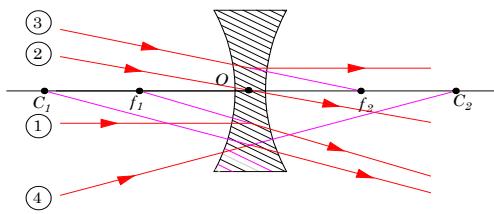


Fig. 5.22. Rayos fundamentales de una lente divergente.

directamente sobre el centro óptico al pasar la lente; el rayo continúa con la misma dirección; se debe entender que son lentes delgadas y que el ángulo de incidencia respecto al eje de simetría es pequeño, con lo cual la desviación lateral resulta insignificante.

En la Fig. 5.21, se pueden ver los centros de curvatura C_1 y C_2 , de tal forma que los radios de curvatura R_1 y R_2 generan las superficies refractantes de la lente; el eje de simetría de la lente une los puntos C_1 y C_2 ; además, el centro de la lente corresponde al centro óptico,

distancias focales para lentes

- **Rayo paralelo.** Corresponde al rayo de luz que incide de forma paralela al eje de simetría; al pasar, la lente se refracta de tal modo que su prolongación pasa por el foco f_1 (véase línea de color fucsia).

- **Rayo del centro óptico.** Corresponde al rayo que incide directamente sobre el centro óptico al pasar la lente; el rayo continúa con la misma dirección; se debe entender que son lentes delgadas y que el

- **Rayo focal.** Corresponde al rayo que, al incidir, su proyección lo haría por el foco f_2 ; sin embargo, el rayo refractado emerge de forma paralela al eje de simetría
- **Rayo del centro de curvatura.** Corresponde al rayo cuya prolongación pasaría por el centro de curvatura C_2 ; sin embargo, el rayo, alemerger, se refracta de tal forma que su prolongación pasa por el centro de curvatura C_1 ; las prolongaciones corresponden a las líneas de color fucsia.

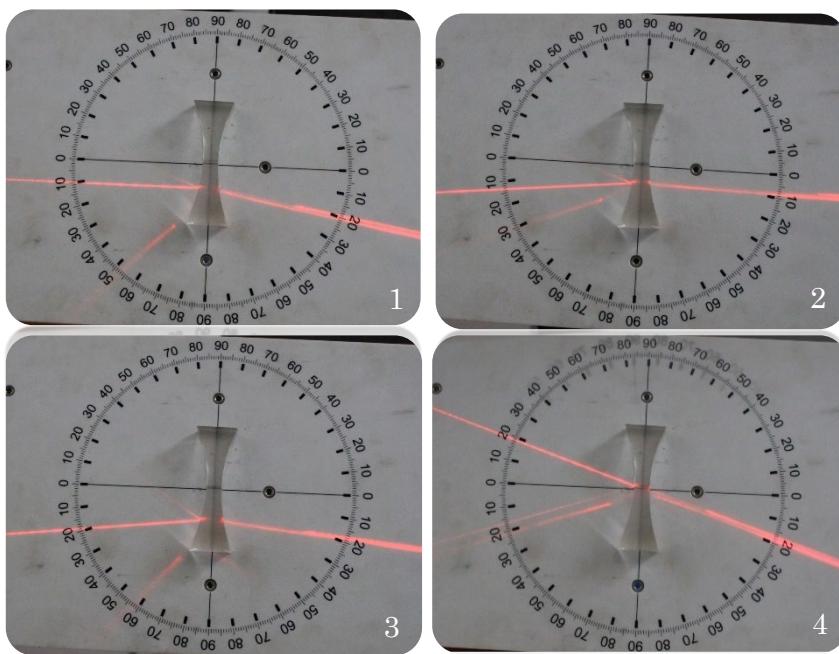


Fig. 5.23. Fotografías de rayos de luz cuando atraviesan una figura con corte de lente divergente; la explicación se halla en el texto. Fuente propia.

En la Fig. 5.23, se tiene una fotografía de lente divergente sobre un disco de Hart: 1) El rayo incidente de luz láser lo hace de forma paralela al eje de simetría; el rayo refractado sale de forma divergente, pero la prolongación de dicho rayo pasa por el foco virtual 1, de la lente; 2) ahora, el rayo de luz apunta al foco de la lente del lado opuesto; al pasar, el rayo se refracta, pero lo hace de forma paralela al eje de simetría de la lente (se trata del caso contrario al anterior); 3) el rayo incidente apunta el centro de curvatura 2, el rayo refractado diverge y se aleja de la lente, pero la

prolongación pasa por el centro de curvatura 1; 4) el rayo de luz pasa por el centro óptico de la lente; el rayo refractado sigue con igual dirección, solo que sufre una desviación lateral.

5.9 Formación de imágenes

Para formar la imagen del objeto, en la Fig. 5.24 se ha utilizado el rayo paralelo, que se refracta de forma divergente; la prolongación del rayo corta al foco f_1 ; el segundo rayo utilizado es el rayo focal, que apunta al foco f_2 , que, al refractarse, lo hace de forma paralela; la prolongación de este rayo corta a la prolongación del rayo paralelo, en cuyo punto se forma la imagen I ; de igual modo, se tiene el rayo del centro óptico.

- **Características de la imagen.** Según la Fig. 5.24, se tiene:

i) La imagen está derecha; es decir, se halla en el mismo sentido en el que se encuentra orientado el objeto

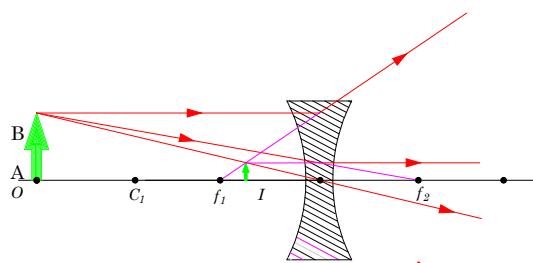


Fig. 5.24. Formación de la imagen de un objeto con una lente divergente.

- ii) La imagen es virtual, por formarse mediante la prolongación de rayos refractados.
- iii) La imagen se encuentra en el mismo lado donde se encuentra el objeto.
- iv) Las lentes divergentes solo forman imágenes virtuales de menor tamaño.

5.10 Representación gráfica de la ecuación de Newton

Según la ecuación de Descartes:

$$\frac{1}{do} + \frac{1}{di} = \frac{1}{f},$$

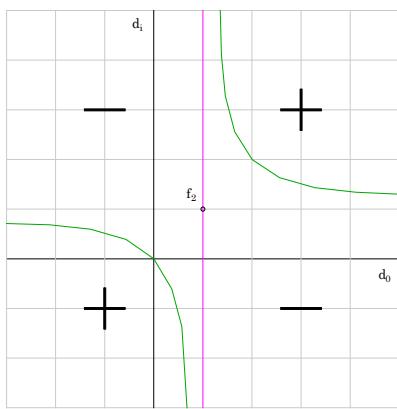


Fig. 5.25. Gráficas de d_i en función de d_o .

perfectamente válida para espejos cóncavos o lentes convergentes, y la ecuación de Newton para lentes y espejos cóncavos:

$$xy = f^2.$$

Así se obtiene la gráfica de la Fig. 5.25, en la que se ven curvas hipérbolas, cuando se grafica d_i en función de d_o .

En el primer cuadrante corresponde a lentes convergentes y espejos cóncavos y en el tercer cuadrante corresponde a espejos convexos y lentes divergentes.

5.11 Aumento lineal

Es la relación del tamaño de la imagen con respecto al tamaño del objeto, similar a los espejos esféricos, así:

$$\frac{d_i}{d_o} = -\frac{I}{o} = a \quad (5.13).$$

Pero, también, se puede dar en función de la distancia focal, así:

$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f}$$

A partir de aquí, se tiene:

$$d_i f + d_o f = d_o d_i$$

$$d_i f = d_o d_i - d_o f,$$

con lo cual se tiene la distancia del objeto d_o :

$$d_o = \frac{d_i f}{d_i - f}.$$

De la misma forma para d_i :

$$d_i = \frac{d_o f}{d_o - f}.$$

Como el aumento de manera alterna se ha definido también como $a = \frac{d_i}{d_o}$, entonces:

$$a = \frac{d_o f / (d_o - f)}{d_i f / (d_i - f)}$$

$$a = \frac{d_o (d_i - f)}{d_i (d_o - f)}.$$

Por último, el aumento es:

$$a = \frac{f}{d_o - f} \quad (5.14),$$

o también:

$$a = \frac{d_i - f}{f} \quad (5.15).$$

5.12 Poder convergente o poder dióptrico.

La potencia de una lente se puede indicar mediante φ , que resulta inversamente proporcional a la distancia focal; por tanto:

$$\varphi = \frac{k}{f} \quad (5.16).$$

Si $k = 1$, entonces: $\varphi = \frac{1}{f}$, donde f se mide en metros; φ puede ser positivo o negativo, pues depende del tipo de lente (convergentes o divergentes).

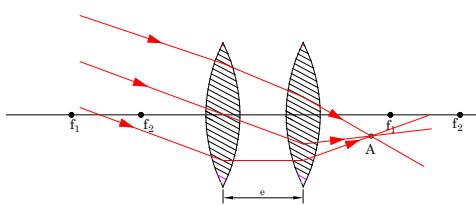
5.13 Grupo de Lentes Delgadas o lentes compuestas

Cuando se superponen lentes **delgados**, la agrupación define un poder dióptrico, así:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 \quad (5.17).$$

Obviamente se aleja cuando las lentes son gruesas, cuyo tratamiento matemático es un poco diferente.

¡Atención!: La imagen que forma la primera lente por separado, actúa como



objeto para la segunda lente. Ahora bien, como está a una distancia $d_i = f_i - e$ detrás de la segunda lente, se trata como negativa: d_i' . Desde la segunda lente, en la que se forma la imagen, se escribiría así:

$$-\frac{1}{f_1-e} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f_2};$$

es decir:

$$\frac{1}{d_i} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_1-e}.$$

Si e es muy pequeño comparado con d_o y d_i , entonces:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_1} \quad (5.18),$$

donde d_i está en f .

• Ejemplo

Dos lentes cuyos focos son: $0.5m$ y $0.75m$; de acuerdo con la ecuación (5.18), se tiene una distancia focal:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{0.5m} + \frac{1}{0.75m}$$

$$\frac{1}{f} = 2m^{-1} + 1.33m^{-1}.$$

De modo que:

$$f = 0.3m.$$

Así, la potencia de la lente queda bien definida como $\frac{1}{f}$; por tanto, la potencia o poder dióptrico de un conjunto de lentes es: $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n$.

5.14 Aberraciones en las lentes

Aberración por esfericidad

En la Fig. 5.27, se puede apreciar que en los extremos de la lente se aproxima mucho a un prisma; por tanto, se va a producir una desviación angular con dispersión de la luz tal como ocurre en un prisma, con lo que

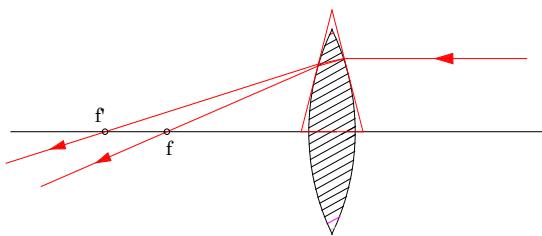


Fig. 5.27. El extremo de una lente es similar a un prisma.

los rayos que llegan al borde de una lente no tienen un mismo foco; es decir, hay un foco para el color rojo y demás colores cercanos y un segundo foco para el color violeta y demás colores cercanos; esto lleva a que las imágenes se deformasen; en

general, esto se puede ver en un largavista de baja calidad, cuando, al mirar las montañas, se vean con bordes rojizos o violetas.

Así, el rayo de luz que llega de forma paralela se refracta y, en la segunda refracción, descompone la luz blanca, lo que genera dos focos extremos: F para los colores rojos, y F' para los colores violetas. Entre F y F' están los demás colores que, al combinarse, producen luz blanca sin mayor distorsión, como se puede ver en la Fig. 5.27.

Aberración astigmática

Se refiere a lentes cuyas superficies no son exactamente una esfera o se podría decir que la curva no tiene el mismo radio; por tanto, es deformada, con lo cual

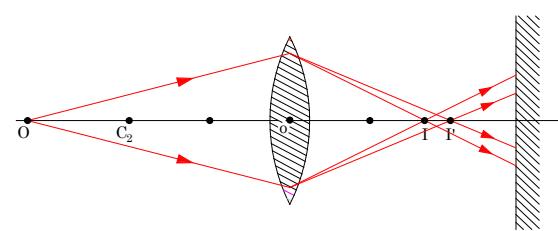


Fig. 5.28. Aberración por esfericidad.

una serie de puntos alrededor del punto focal principal remplaza al punto que debería ser el foco; es decir, la lente **no es simétrica** o simplemente no todos los rayos llegan al mismo punto de corte; así, a

través de esta lente se verán imágenes con los trazos horizontales borrosos respecto a los verticales o en cualquier ángulo, al depender de la deformación de la lente.

Por la asimetría de la lente se formarán alrededor del eje principal puntos de corte que constituyen una nube de puntos, pero nunca un punto, como es lo **ideal**.

Para solucionar el astigmatismo de una lente es necesario volver a tallar la superficie de forma correcta o, si no es posible, entonces se superpondrán sobre la lente defectuosa lentes astigmáticas, pero en sentido contrario, para corregir el daño original; por ejemplo, si el daño de la lente es una deformación que define un astigmatismo horizontal, se debería ubicar una lente con astigmatismo vertical, con lo cual se corrige la deformación; a estas lentes se las conoce como lentes anastigmáticas.

Aberración cromática

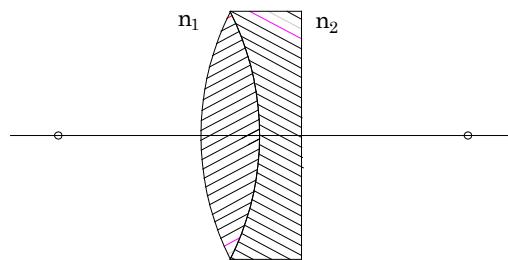


Fig. 5.29. Composición de lentes con diferentes índices de refracción.

Como el índice de refracción de una lente no es el mismo para las diferentes longitudes de onda —por ejemplo, los rayos violetas son más refractivos que los rojos, así que la luz blanca tendría tendencia a descomponerse y las imágenes resultan **irisadas**—, un juego de lentes puede disminuir la anomalía óptica, pues al dejar

que entre la luz más cercana al eje de simetría, la corrección completa se logra si se combinan los índices de refracción en las lentes que se agrupan, como se puede ver en la Fig. 5.29.

Si la primera lente tiene un índice de refracción n_1 , puede ser de vidrio Flint; y n_2 puede ser de vidrio Crown, la combinación de índices de refracción y lentes lleva a que disminuyera notoriamente la aberración cromática.

5.15 Instrumentos ópticos

A través de la historia, los primeros instrumentos ópticos fueron los espejos planos y, en su parte más primaria, los espejos de agua, que consistían en recipientes más o menos planos, en los que se les colocaba agua; así, el ser humano aprendió a reconocerse.

Se han encontrado vestigios de espejos pulidos en cobre que datan unos 5000 años; también, se ha encontrado lajas preciosas, como la obsidiana o cristal volcánico de color verde negruzco, roca ígnea, entre otras piedras de buena reflectancia. En los años 1400, ya se utilizaban lupas para poder ver cosas pequeñas.

En 1608, el holandés Hans Lippershey, en plena guerra civil, colocó en un tubo un par de lentes, lo que denominó lentes espías; así, con el artefacto podían ver al enemigo; sin embargo, hay mucha controversia si primero lo construyeron en España o en Italia; lo interesante consiste en que los aparatos se difundieron con rapidez, con lo cual llegó a las manos de Galileo Galilei (1564-1642), quien lo dirigió hacia el incógnito cielo y, con mucha paciencia, observó los planetas; así descubrió los cráteres de la luna, las fases de Venus, la forma misteriosa de Saturno, las manchas solares, los satélites de Júpiter, con lo cual se planteó una gran polémica con el Santo Oficio, con el contemporáneo Johannes Kepler (1571-1630), con quien nunca tuvieron la posibilidad de conocerse, pero desarrollaron la astronomía de forma independiente y crearon sus propios telescopios, para bien de la ciencia.

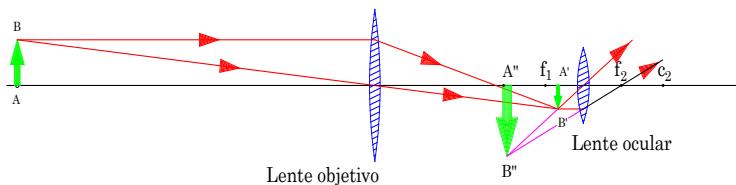


Fig. 5.30. Telescopio refractor.

Telescopio refractor o de Kepler



Fig. 5.31. Telescopio refractor del Observatorio de Niza. Fuente. <https://www.wikiwand.com/es/articles/Telescopio>

En el telescopio de Kepler, Fig. 5.30, se tienen dos lentes convergentes: el objetivo de gran distancia focal y el ocular de distancia focal mucho más corta. El objeto forma una imagen real $A'B'$ entre la lente ocular y su distancia focal. En estas condiciones, la lente ocular forma una imagen virtual de gran tamaño, por lo cual el aparato funciona como una gran lupa, donde $A''B''$ (la imagen) es de tamaño aparente, mucho más grande que el objeto F' .

Respecto al aumento angular del telescopio, para lograr un gran aumento se necesita una lente objetiva de distancia focal grande; esto lleva a que este tipo de telescopio refractor fuera muy largo y su característica consiste en que la imagen se invierte.

Por otra parte, con un telescopio de este tipo también se puede obtener una imagen real, que requiere una pantalla, donde se pudiera proyectar la imagen; resulta muy útil para ver imágenes del sol, como lo que se puede ver en la Fig. 6.32.

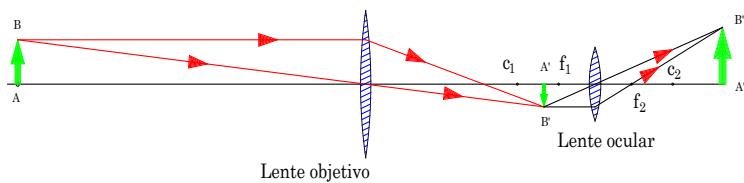


Fig. 5.32. Telescopio refractor que proyecta una imagen real.

Telescopio refractor de Galileo (catalejo)

Resulta curioso que, cuando Galileo visitaba Venecia, en 1609, se enteró del invento de Lippershey; a su regreso, en Padua, decidió construir su propio telescopio y, rápido, aprendió a tallar lentes y, por error o en forma deliberada, no se sabe, utilizó en el ocular, una lente divergente, con lo cual logró obtener imágenes derechas.

Así, cuando logró descubrir los cráteres de la Luna, las lunas de Júpiter y los anillos de Saturno, acabó con las apreciaciones de Aristóteles, al advertir que los astros son de materia incorruptible, muy diferente a la naturaleza de la tierra. Esto resultó un cambio conceptual muy fuerte, de modo que solo algunos se atrevían a mirar por el telescopio de Galileo; la mayoría se resistía hacerlo; sin embargo, y con tozudez, seguían acabando con las viejas ideas de Aristóteles. Por supuesto, esto también le valió para enriquecer los actos de herejía juzgados por el Santo Oficio, cuyo castigo lo decidía la Inquisición.

Al anteojos o telescopio lo conforma una lente convergente, denominada objetivo, de gran distancia focal, como se ve en la Fig. 5.33, que forma una imagen real, $A'B'$, y, a su vez, esta imagen se forma en el lugar donde se debería formar una imagen virtual del objeto $A''B''$, de tal modo que ese objeto es la imagen formada por la lente divergente; es como un caso invertido de la imagen virtual del objeto $A''B''$, tal como se ve en la imagen de la Fig. 5.33.

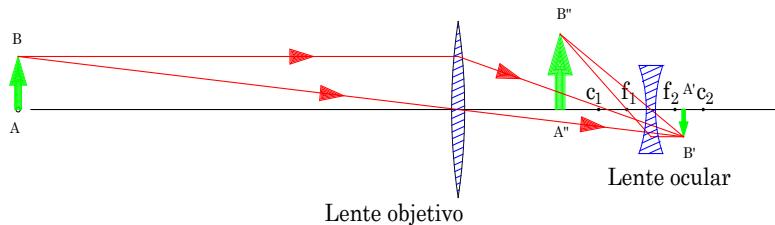


Fig. 5.33. Telescopio refractor de Galileo.

La característica de este telescopio es formar una imagen con la misma forma que se encuentra el objeto; es decir, es una imagen derecha; por

esta razón, lo utilizaron en la marina y denominaron “catalejo”. Algunos binoculares también utilizan este tipo de combinación de lentes.

Telescopio reflector o de Newton

Se considera que fue Isaac Newton el inventor de este tipo de telescopios, que es el más utilizado en la actualidad por el bajo consumo de luminosidad, como se ve en la Fig. 5.34.

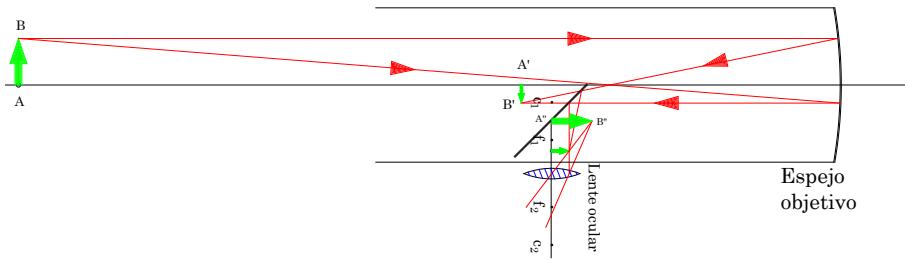


Fig. 5.34. Telescopio reflector o de Newton.

Al telescopio fundamentalmente lo forma un espejo “esférico cóncavo”. En la práctica, se utiliza un espejo parabólico de gran abertura y una gran distancia focal. En el camino de los rayos reflejados se halla un espejo plano o un prisma de reflexión total para desviar los rayos de forma lateral y esto lleva a que la longitud del telescopio disminuya. En adelante se utiliza una lente convergente como ocular de pequeña distancia focal y, por último, la lente ocular forma una imagen virtual de gran tamaño; al igual que en el telescopio refractor, la imagen se invierte; también puede formar una imagen real por fuera del aparato sobre una pantalla.

Las correcciones por aberración cromática se logran al mejorar la combinación de lentes en el ocular; es decir, que la lente ocular es una lente compuesta y, en el caso del espejo, se mejora muchísimo al utilizar una lente parabólica en vez de una esférica.



Fig. 5.35. Telescopio reflector o de Newton, de venta comercial Celestron. Fuente: <https://colombia.bioweb.co/products/telescopio-reflector-newtonian-celestron-astromaster-130eq-hasta-307x?variant=39623692091481>

distancias focales f_1 y f_2 separadas por una distancia d , de tal forma que: $d = f_1 + f_2$, de modo que el plano focal posterior de la lente 1 y el plano focal anterior de la lente 2 coinciden, o sea los rayos paralelos que provienen del objeto distante convergen a un punto en el plano focal que coincide con el plano focal de la segunda lente, entonces estos rayos son nuevamente paralelos al salir de la lente 2; esta disposición se dice que es *afocal*; ahora bien, los rayos se invierten; o sea, los que llegan por la parte superior del eje de simetría salen por la parte inferior, con lo cual el observador verá la imagen invertida respecto al objeto, como se puede ver en la Fig. 5.36.

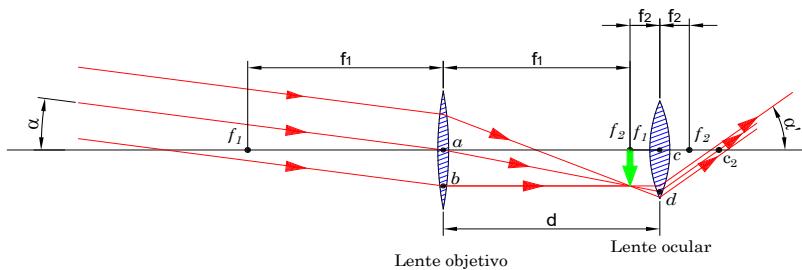


Fig. 5.36. Poder óptico de los telescopios.

En la Fig. 5.35, se tiene un tipo de telescopio comercial de este tipo.

- Poder óptico de los telescopios

Como el telescopio es un instrumento de dos lentes diseñado para observar objetos que se encuentran muy distantes, por esta condición se observan muy pequeños a simple vista o no se ven; entonces, el acercamiento que establece el instrumento, permite agrandar el objeto, así:

Como las dos lentes tienen

distancias focales f_1 y f_2 separadas por una distancia d , de tal forma que:

$d = f_1 + f_2$, de modo que el plano focal posterior de la lente 1 y el plano focal anterior de la lente 2 coinciden, o sea los rayos paralelos que

proviene del objeto distante convergen a un punto en el plano focal que

coincide con el plano focal de la segunda lente, entonces estos rayos son

nuevamente paralelos al salir de la lente 2; esta disposición se dice que

es *afocal*; ahora bien, los rayos se invierten; o sea, los que llegan por la

parte superior del eje de simetría salen por la parte inferior, con lo cual

el observador verá la imagen invertida respecto al objeto, como se puede

ver en la Fig. 5.36.

Por otra parte, como $f_2 < f_1$, entonces el ángulo α' con el que emergen los rayos es mayor que el ángulo α con el que llegan; esto genera el efecto de ampliar la imagen, de modo que la relación $\frac{\alpha'}{\alpha}$ es muy aproximada a sus tangentes, así:

$$\text{Tan} \alpha = \frac{ab}{f_1}$$

$$\text{Tan} \alpha' = \frac{cd}{f_2}.$$

En consecuencia, se tiene:

$$\alpha = \frac{\text{Tan} \alpha'}{\text{Tan} \alpha}.$$

Como ab y cd son prácticamente iguales, el aumento angular es:

$$\alpha = -\frac{f_1}{f_2} \quad (5.20).$$

El signo menos se debe a que el telescopio forma una imagen invertida.

Microscopio óptico

El microscopio también tiene su propia historia. El término microscopio procede del griego *micros*, pequeño, y *scópeo*, mirar; así que se trata de un instrumento que permite mirar lo pequeño, lo que el ojo humano no alcanza a ver por sí mismo.

La historia se remonta a los años del comienzo del telescopio. El instrumento como tal aparece con Zacharias Janssen (1590). En 1665, sale a la luz la obra de William Harvey sobre la circulación de la sangre por capilares. Robert Hooke, poco antes de Newton (rivales científicos), publicó la obra *Micrographia*, donde señala que había observado con una lente delgada las células muertas de un trozo de corcho. Un año más tarde, Marcello Malpighi (1628-94), anatomista y biólogo italiano, observó células y tejidos vivos.

A mediados del siglo XVIII (1750), el neerlandés Anton van Leeuwenhoek, con la ayuda de microscopios simples (una sola lente) de fabricación propia, observó protozoarios, bacterias, espermatozoides y

glóbulos rojos, razón por la cual se lo considera el fundador de la Microbiología (Bacteriología), ayudado de lentes cuyo diámetro no superaba 1 mm , con lo cual alcanzaba 280 aumentos.

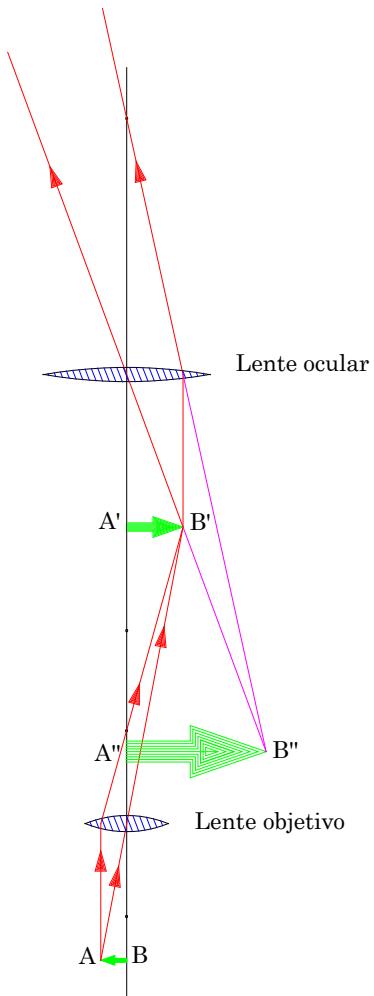


Fig. 5.37. Esquema de un microscopio.

de mayor tamaño que el objeto (igual a un proyector); es decir, el objeto debe estar entre el foco y el centro de curvatura.

El ocular de gran distancia focal (opuesto al telescopio) forma una imagen virtual; es decir, la imagen real $A'B'$ debe estar entre la lente y la



Fig. 5.38. Microscopio compuesto en marco de metal 40x-1000x. Laboratorio de Óptica - Universidad de Nariño.

Fuente propia.

distancia focal. Así forma una imagen virtual $A''B''$ de mayor tamaño que la imagen real y, por supuesto, varias veces mayor que el objeto. De esta forma se logra tener un aumento del tamaño del objeto.

• Aumento en el microscopio

La observación en el microscopio depende de la combinación que hubiera en las lentes entre objetivo y ocular. Tanto el objetivo como el ocular tienen unos números que indican el poder óptico de cada uno, así que el poder óptico del aparato resulta de:

$$A = A_1 \times A_2$$

O sea, si en el ocular aparece 50 y en el objetivo 10, el aumento se dará por $A = 50 \times 10 = 500$ veces.

Ahora, ¿resulta suficiente el aumento?

A veces se cree que lo más importante es el aumento lineal de este tipo de instrumentos ópticos, pero ¿qué se gana con aumentar, si en realidad no se ven nuevos detalles? Por ejemplo, los mejores microscopios tienen 2000 aumentos, pero a partir de 600 no se descubren nuevos detalles, solo un aumento de tamaño, de modo que hay dos conceptos claves: abertura numérica y poder separador.

• Abertura numérica

El propósito de todo objetivo es recibir y combinar en una imagen un cono de luz mayor que el que normalmente puede recibir el ojo. La claridad de la imagen y la resolución de los detalles finos depende en parte del valor numérico del ángulo de ese cono de luz, pero la cantidad de luz que recibe

el objetivo depende no solo del valor de ese ángulo, sino también del índice de refracción del medio **interpuesto** entre el objeto y el objetivo. Así, en un objetivo seco (el medio interpuesto es aire), se observa en la Fig. 5.39 que solo penetra al objetivo el cono de rayos luminosos menores a 30° . Pero si entre el objeto y el objetivo se interpone un medio con índice de refracción **mayor a 1**, penetra al objetivo una cantidad mayor de luz, de modo que la abertura numérica se define como:

$$NA = n \sin \alpha \quad (5.21).$$

En el caso de la Fig. 5.39, si $\alpha = 30^\circ$ y $n_1 = 1$; $n_2 = 1.5$, entonces:

$$NA_1 = 1 \sin 30 = 0.5.$$

Ahora, con inmersión se tiene:

$$NA_1 = (1.5) \sin 30 = (1.5)(0.5) = 0.75.$$

Como se puede observar en los resultados, cuando hay inmersión se tiene una mayor amplitud numérica.

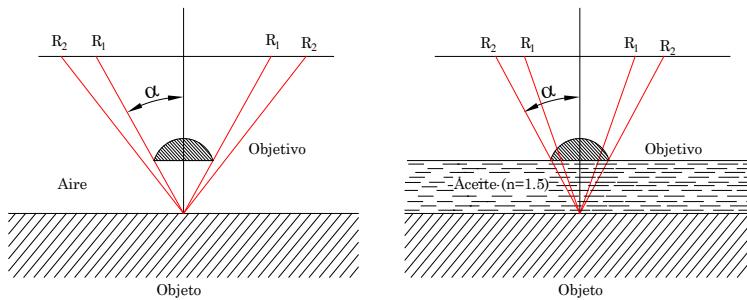


Fig. 5.39. Parámetros del aumento en el microscopio.

• Poder separador

El poder separador “S” se define como:

$$S = \frac{\lambda}{2NA} \quad (5.22),$$

donde el poder separador depende de la longitud de onda empleada en la observación y muestra la **mínima distancia** entre dos puntos para que

resultasen distinguibles. Por ejemplo, en un microscopio con $NA = 1$, al observar con luz verde, cuya longitud de onda es $\lambda = 0.00053mm$, se tiene que:

$$S = \frac{0.00053mm}{2 \times 1} = 0.000265mm.$$

Esto quiere decir que, con esta luz, pueden verse dos puntos que se encuentran separados 2.65diezmillonésimas de metro. En el caso de ser mayor, no se podrán ver dos puntos separados y, por el contrario, se verá un solo punto de mayor tamaño. Ahora, no es suficiente que el microscopio los separe; es necesario que también nuestros ojos los vean separados. Se sabe que a $25.6cm$, el ojo puede ver separados dos puntos que distan como mínimo $0.1mm$. Por tanto, si en el ejemplo anterior suponemos que el aumento del objetivo vale 100, para que los puntos que distan entre sí $0.000265mm$ distasen $0.1mm$ para el ojo, el aumento del ocular debe ser:

$$\frac{0.1mm}{(0.00026)(100)} \cong 4.$$

Por ende, el aumento del microscopio debe ser por lo menos 400. Ahora bien, esto tiene un límite; teóricamente, se puede decir que, si se disminuye la longitud de onda, se mejora el poder de separación; el asunto está en que el espectro visible termina en el violeta. Por otra parte, el vidrio común absorbe la radiación ultravioleta y, por tanto, las lentes para observar con luz ultravioleta a través de fotografías deben ser de cuarzo o no habría ninguna esperanza de observar; sin embargo, si se logra aumentar la abertura numérica, para la luz ultravioleta será:

$$\lambda_{UV} = 0.000002mm.$$

De modo que:

$$S = \frac{\lambda}{2NA} = \frac{0.000002mm}{2 \times 1.6} = 0.0000012mm.$$

5.16 Cámara fotográfica: partes fundamentales

Se remonta a los comienzos del telescopio y el microscopio; Johann Zahn (1685) diseñó una cámara oscura, a la que se le colocó una lente convergente, con lo cual se pudo tener una imagen mucho más nítida; con

el tiempo, se mejoraba en la parte óptica, sobre las películas donde se plasmaba la imagen.

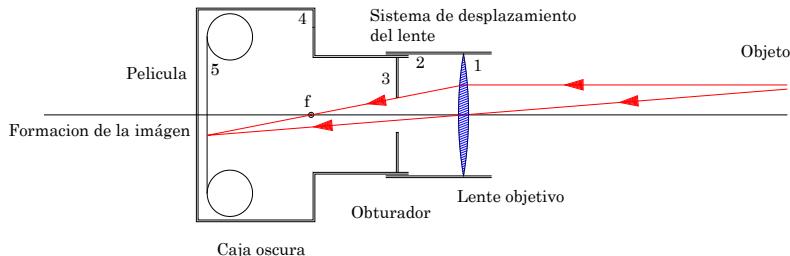


Fig. 5.40. Esquema de una cámara fotográfica.

Respecto a la cámara fotográfica, sus partes son:

Lente objetivo. Encargada de captar la mayor cantidad de luz proveniente del objeto a fotografiar y proyectarlo sobre la película; con el tiempo, este dispositivo se convertía en potentes lentes compuestas que eliminaban la aberración cromática.

Mecanismo para desplazar la lente objetiva. Para poder tener imágenes bien nítidas, se necesitaba mover la lente objetiva; un fuelle en forma de cono o pirámide, elaborado en cuero, acompañó por muchos años a las cámaras fotográfica profesionales y amateur.

Diafragma. Este mecanismo permitía elegir la cantidad de luz que se necesitaba; por ejemplo, en un, día soleado hay mucha luz y, por tanto, el diafragma se cierra y lo contrario ocurre en un día oscuro o la misma noche; en este caso, el obturador debe estar totalmente abierto.

Caja oscura. Prácticamente es el armazón de todo el equipo; en su interior no podía haber ninguna fuente luminosa o lugar por donde ingresara luz, aparte de la lente; solo así se garantizaba que la película no se dañara; en consecuencia, la caja era un elemento totalmente hermético.

Película. Sobre este asunto, hay toda una historia por contar: los químicos llevaron a cabo todo el desarrollo; inicialmente, elaboraron láminas metálicas; más tarde, en láminas de plástico y, por último, en rollos de acetato plástico

transparente, en la mayoría de los casos flexible, recubierta de una delgada capa de emulsión fotográfica formada por gelatina, en la que se introduce una sustancia sensible a la luz, como el bromuro de plata. Al inicio, se plasmaron imágenes en blanco y negro, lo que significa que la lámina tenía una sola película; con el tiempo, se logró plasmar en color; así, las láminas de plástico tenían al menos tres películas; al depender de la emulsión, se tenía la sensibilidad; es decir, películas que con escasa luz lograban imprimir imágenes; para esto, la cámara debía tener otro dispositivo de tiempo; es decir, un mecanismo que le permitiera a la cámara abrir el obturador por el tiempo que fuese necesario.

La sensibilidad de la película fotográfica se medía según la escala de la ASA (Asociación Estadounidense de estándares); hoy hay una correspondencia con la escala ISO.

La escala ASA es lineal; es decir, cuando el número se duplica, la sensibilidad de la película también se duplica; con este principio, el fotógrafo profesional jugaba, al tomar fotografías que resultaban verdaderas obras de arte, con el obturador o sistema que permite la entrada de luz en el preciso momento que se requiere (el disparo). Esta apertura tiene un tiempo que se necesita para que entre más o menos luz, definido por la sensibilidad de la película. Así, el manejo de las dos variables: tiempo y sensibilidad, resultaban muy importante a la hora de tomar las fotografías.

Al tomar una fotografía, la película que se encuentra en la cámara graba la imagen del objeto, imagen que se denomina negativo; una vez realizado el proceso de revelado, había que, con esa película, tomar una segunda fotografía sobre la película definitiva, para obtener el positivo de la fotografía, proceso que se lograba al llevar a que pasara luz a través del negativo y proyectarla sobre la película definitiva; así se lograba tener imágenes, como la que se puede ver en la Fig. 5.41.



Fig. 5.41. Centro de la ciudad de Sevilla, España, 2008; foto tomada con una cámara Zenit réflex. Fuente propia.

5.17 Lentes gruesas

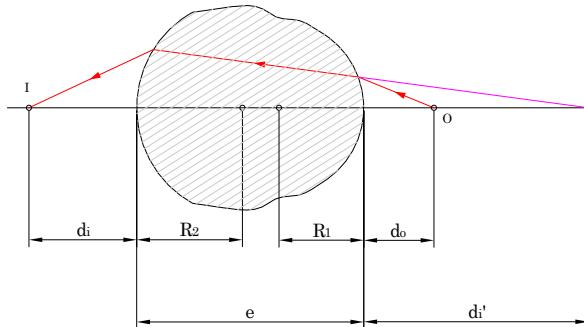


Fig. 5.42. Parámetros de una lente gruesa.

Debido a la aberración cromática en los instrumentos ópticos de precisión, se necesitan lentes de muchísima calidad que no tuvieran ningún tipo de aberración. La corrección se logra al combinar índices de refracción del vidrio Flint y Crown; en la Fig. 5.42, se tiene un esquema de una lente gruesa.

En la práctica, se tienen lentes gruesas un poco lejos del ideal teórico, así: de acuerdo a la refracción del medio, se tenía:

$$\frac{n_1}{d_o} - \frac{n_2}{d_i'} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}.$$

Para la segunda refracción, se tiene:

$$\frac{n_2}{e+d_i'} + \frac{n_1}{d_i} = \frac{n_1-n_2}{R_2}.$$

Cuando e se compara con d_o , y resulta muy pequeño, entonces se lo desprecia; así, al sumar las dos ecuaciones y llevar a que $n_1 = 1$, se obtiene:

$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = (n_2 - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

Pero si no se desprecia e , debido a que resulta significativo, entonces se tiene:

$$\frac{n_1}{d_o} + \frac{n_1}{d_i} = (n_2 - n_1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n_2-n_1)e}{n_2 R_1 R_2} \right) \quad (5.23).$$

Cuando se trata de lentes en el aire, es decir: $n_1 = 1$, la ecuación quedaría:

$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = (n_2 - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n_2-1)}{n_2 R_1 R_2} e \right).$$

O sea que:

$$\frac{1}{f} = (n_2 - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n_2-1)}{n_2 R_1 R_2} e \right) \quad (5.24).$$

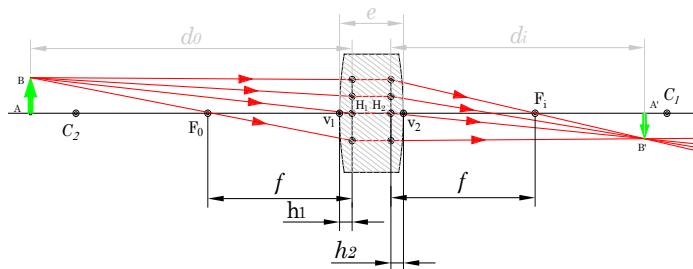


Fig. 5.43. Parámetros ópticos de las lentes gruesas.

Ahora bien, en la Fig. 5.43, se pueden apreciar los planos principales; a su vez, pueden localizarse con respecto a los vértices al utilizar las ecuaciones:

$$V_1 H_1 = h_1 = -\frac{f(n_2-1)}{R_2 n_2} e \quad (5.25),$$

y:

$$V_2 H_2 = h_2 = -\frac{f(n_2-1)}{R_1 n_2} e \quad (5.26).$$

5.18 Lentes compuestas: aplicaciones

En la Fig. 5.44, se tiene un sistema de dos lentes que se combinan para formar una sola lente, donde la distancia focal efectiva del sistema se da por:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \quad (5.27).$$

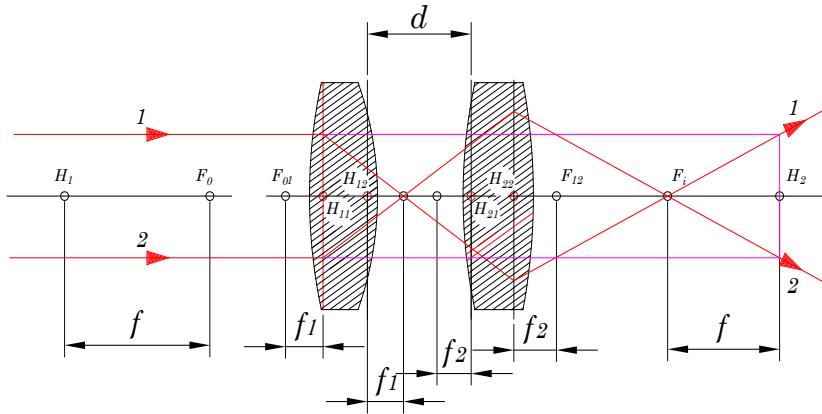


Fig. 5.44. Parámetros de lentes compuestas.

En cuanto a las distancias focales individuales (f_1 y f_2) y la separación de las lentes d , cada una tiene su propio par de puntos principales H_{11}, H_{12} y H_{21}, H_{22} , así como lo tienen las lentes compuestas. Un haz de luz que entra a la lente compuesta emerge hacia un foco situado en F_i a una distancia f , se encuentra H_2 y, por tanto, las expresiones son:

$$\overline{H_{22}H_1} = \frac{fd}{f_2}, \quad \overline{H_{22}H_2} = \frac{-fd}{f_1}.$$

Para un sistema de lentes delgadas, los planos principales individuales se juntan y d es únicamente la separación entre centros. Este sistema se comporta como una lente gruesa, cuya distancia focal y puntos ya se han

dado; es decir, al combinar lentes, su comportamiento es como si se tratara de una lente gruesa.

- **Ejemplo**

Dos lentes biconvexas gruesas idénticas se alinean con una separación de 25.7mm ; cada lente tiene radios de 60mm y 40mm , un espesor de 20mm y un índice de refracción de 1.5. Calcular la distancia focal de cada uno, localizar los puntos H_{11}, H_{12} y H_{21}, H_{22} y determinar, además, la distancia focal del sistema sumergido en aire.

Rta.

A partir de:

$$\frac{1}{f} = (n_2 - 1) \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n_2 - 1)d}{n_2 R_1 R_2} \right]$$

$$\frac{1}{f} = (1.5 - 1) \left[\frac{1}{60} - \frac{1}{-40} + \frac{(1.5 - 1)20}{(1.5)(60)(-40)} \right]$$

$$\frac{1}{f} = (0.5) \left[0.017 + 0.025 - \frac{10}{3600} \right]$$

$$\frac{1}{f} = (0.5)(0.039)$$

$$\frac{1}{f} = 0.02$$

Por tanto:

$$f = 51.4\text{m.}$$

Ahora, $f_1 = f_2 = 51.4\text{m.}$

Para calcular los puntos principales de las lentes individuales, se tiene:

$$h_1 = -\frac{f(n_2 - 1)d}{R_2 n_2}$$

$$h_1 = -\frac{(51.4)(0.5)(20)}{(-40)(1.5)}$$

$$h_1 = \frac{514.0}{60} = 8.6 \text{ mm}$$

$$h_2 = -\frac{f(n_2 - 1)d}{R_1 n_2}$$

$$h_2 = -\frac{(51.4)(0.5)(20)}{(60)(1.5)}$$

$$h_2 = -\frac{514}{90} = -5.71 \text{ mm}$$

Como las lentes son idénticas, los valores se fijan en las posiciones de los planos principales.

La distancia focal del paquete o sistema es:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{51.4} + \frac{1}{51.4} - \frac{25.7}{(51.4)(51.4)}$$

$$\frac{1}{f} = 0.039 - 0.01$$

$$f = 34.4 \text{ mm.}$$

• **Ejercicio**

Mostrar que la ecuación de Newton es válida para las lentes gruesas

$$(xy = f^2).$$

¿Qué clase de lente de vidrio sumergido en aire tiene una distancia focal independiente del espesor?

Rta.

La dependencia desaparece cuando: $R_1 \rightarrow \infty$ o $R_2 \rightarrow \infty$. De modo que tanto una lente plana convexa como una lente plana cóncava cumplen con:

$$\frac{1}{f} = (n_2 - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n_2 - 1)}{n_2 R_1 R_2} e \right).$$

5.19 Lentes especiales



Fig. 5.45. Lente de Fresnel del faro de Montauk Point, sobre la playa, donde se unen el mar y el sonido, en Long Island. Fuente propia.

muy pesada y, cuando se trata de lentes grandes, se tornan incómodas por su peso; sin embargo, en el segundo caso, se trata del corte de una lente de Fresnel, que puede desarrollar el mismo poder óptico, o sea, tener el mismo foco, con un peso reducido; la resolución de la imagen se define por el número de anillos concéntricos que tuviera; entre mayor fuese, mejor resolución en la imagen; el escalamiento de los anillos cambia con el diámetro de la lente; la

Existen muchas lentes especiales; entre ellas se encuentran las lentes que inventó Augustin Fresnel (1788 – 1827), un físico e ingeniero francés que contribuyó notablemente a la teoría ondulatoria de la luz, tanto en lo teórico como en lo experimental; muy conocido por las lentes que llevan su nombre, como el que se puede ver en la fotografía de la Fig. 5.45.

En la Fig. 5.46, se tiene la comparación de dos lentes: la primera es una lente convergente plana convexa y la segunda es una lente de Fresnel; en el primer caso, la lente, por ser maciza, es

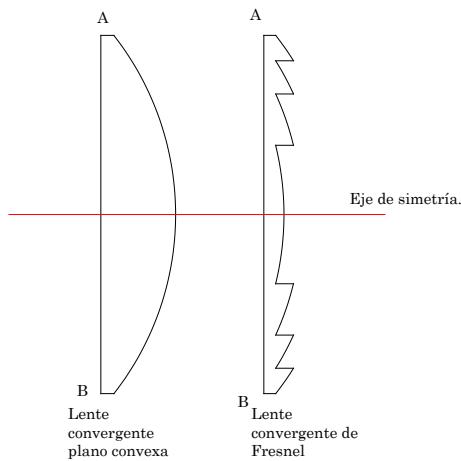


Fig. 5.46. Comparación de una lente convencional con una lente de Fresnel.

manufactura de la lente puede ser en vidrio o en plástico, con muy poco peso, debido a las secciones que se le retiran; como se puede ver en la Fig. 5.46, estas lentes tuvieron su aplicación inmediata en los faros, como puntos guías para la navegación en el mar; en la Fig. 5.45, se tiene la fotografía de una de estas lentes muy grande, utilizada en el faro de Montauk Point, construido en el siglo XVIII, localizado en el extremo de Long Island, New York, lugar con una vista del mar espectacular; ha funcionado por más de 200 años y aún los marineros lo utilizan como punto de referencia.

• Retroproyector



Fig. 5.47. Retroproyector de los años 90's. Fuente propia.

transparente de acetato; en la parte superior (2), se encuentra una lente convergente sólida, de reducidas dimensiones; se encargaba de completar

la proyección un espejo, con el cual se podía redireccionar la proyección hacia una superficie vertical (pared o tablero); así, los estudiantes podían observar lo que el expositor escribía sobre la pantalla (lámina 1); unos marcadores especiales permitían que la proyección fuese en color. Hoy estos son aparatos de museo, pues los han remplazado otros aparatos electrónicos, como el Video beam.

5.20 Principio de Fermat.

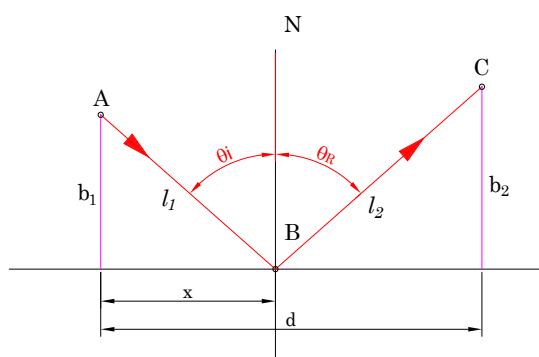


Fig. 5.48. Reflexión de un rayo de luz.

También se conoce como principio de la mínima acción en la reflexión o refracción.

En la naturaleza, todos los fenómenos ocurren con gasto de la mínima cantidad de energía; en Óptica, se puede observar tanto en la reflexión como en la refracción, de modo que, para la reflexión, se presenta de esta forma:

En la Fig. 5.48, el rayo AB incide con el ángulo θ_i y el rayo reflejado lo hace con el ángulo θ_R , de modo que el rayo de luz recorre un trayecto, que es:

$$l = l_1 + l_2 \quad (5.28);$$

l_1 y l_2 se pueden escribir como:

$$l_1 = \sqrt{b_1^2 + x^2} \quad \text{y} \quad l_2 = \sqrt{b_2^2 + (d - x)^2}$$

Por otra parte, la velocidad de la luz se la puede expresar como: $C = \frac{l}{t}$, por lo que el tiempo será: $t = \frac{l}{C}$; si esta expresión se remplaza en (5.28), se tiene:

$$t = \frac{1}{C} \left(\sqrt{b_1^2 + x^2} + \sqrt{b_2^2 + (d - x)^2} \right) \quad (5.29).$$

Ahora bien, el principio de mínima acción señala que la luz busca el trayecto por donde emplearía el menor tiempo; esto significa que gastaría la mínima energía. Para encontrarlo, matemáticamente significa encontrar un mínimo, con lo que derivamos respecto a x la expresión (5.29):

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{C} \left(\frac{2x}{2\sqrt{b_1^2 + x^2}} + \frac{1}{2} \frac{2(d-x)(-1)}{\sqrt{b_2^2 + (d-x)^2}} \right) = 0$$

$$\frac{x}{\sqrt{b_1^2 + x^2}} = \frac{d-x}{\sqrt{b_2^2 + (d-x)^2}}.$$

A partir de la Fig. 5.46, se puede observar que:

$$\sin \theta_i = \frac{x}{\sqrt{b_1^2 + x^2}}$$

$$\sin \theta_R = \frac{d-x}{\sqrt{b_2^2 + (d-x)^2}}.$$

Por tanto, lo que se tiene es:

$$\sin \theta_i = \sin \theta_R,$$

y esta es la Ley de Snell:

$$\theta_i = \theta_R,$$

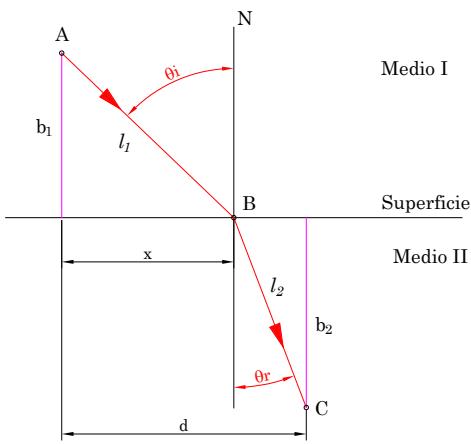


Fig. 5.49. Refracción de un rayo de luz.

con lo cual esta Ley de Snell se ha obtenido de un principio de mínima acción.

En el caso de la refracción, se tiene:

A partir de la Fig. 5.49, se puede observar que en el medio I se presenta el rayo de luz incidente R_i que, una vez llega al medio II, se refracta R_R , lo que genera un trayecto ABC , que responde a:

$$l = l_1 + l_2.$$

Por tanto, el tiempo empleado también es:

$$t = t_1 + t_2.$$

Ahora bien, como la velocidad en general es $v = \frac{l}{t}$, por tanto: $t_1 = \frac{l_1}{v_1}$ y $t_2 = \frac{l_2}{v_2}$.

Además, la velocidad de la luz en función del índice de refracción, para el medio I, es: $v_1 = \frac{c}{n_1}$, y para el medio II: $v_2 = \frac{c}{n_2}$; por ende, al combinar estas expresiones, se tiene que el tiempo es:

$$t = \frac{l_1}{v_1} + \frac{l_2}{v_2}$$

$$t = \frac{n_1 l_1}{c} + \frac{n_2 l_2}{c}$$

$$t = \frac{1}{c} (n_1 l_1 + n_2 l_2).$$

Ahora bien: $l_1 = \sqrt{b_1^2 + x^2}$ y $l_2 = \sqrt{b_2^2 + (d - x)^2}$; por tanto, el tiempo es:

$$t = \frac{1}{c} \left(n_1 \sqrt{b_1^2 + x^2} + n_2 \sqrt{b_2^2 + (d - x)^2} \right).$$

Así, para encontrar el mínimo tiempo empleado para que el rayo de luz fuera del punto A al punto C , se procede a buscar el mínimo de la expresión anterior:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{c} \left(\frac{n_1 2x}{2\sqrt{b_1^2 + x^2}} + \frac{1}{2} \frac{n_2 2(d - x)(-1)}{\sqrt{b_2^2 + (d - x)^2}} \right) = 0$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{c} \left(\frac{n_1 x}{\sqrt{b_1^2 + x^2}} - \frac{n_2 (d - x)}{\sqrt{b_2^2 + (d - x)^2}} \right) = 0$$

$$n_1 \frac{x}{\sqrt{b_1^2 + x^2}} = n_2 \frac{d - x}{\sqrt{b_2^2 + (d - x)^2}}.$$

Según la Fig. 5.47, la expresión de la derecha corresponde a:

$$\operatorname{Sen}\theta_i = \frac{x}{\sqrt{b_1^2 + x^2}}$$

Y la expresión de la derecha es:

$$\operatorname{Sen}\theta_r = \frac{d-x}{\sqrt{b_2^2 + (d-x)^2}}.$$

Como se puede apreciar, una vez más se tiene la ecuación de Snell para la refracción:

$$n_1 \operatorname{Sen}\theta_i = n_2 \operatorname{Sen}\theta_r$$

Así queda demostrado que el recorrido que realiza la luz lo hace por el trayecto donde emplea el menor tiempo posible.

Capítulo 6



El órgano de la visión



Ojos de una niña afgana, fotografiada en 1985 por Steven McCurry, considerados los ojos más hermosos.

6.1 La visión en la naturaleza

En la naturaleza se encuentran cuatro tipos de ojos o interface que permite percibir el entorno de nuestro mundo:

- Los ojos más rudimentarios, que funcionan como un simple agujero sin lente;
- Los ojos compuestos de los insectos y crustáceos, que utilizan un número muy grande de lentes diminutos donde cada uno contiene un canal más parecido a una fibra óptica, como ocurre con la libélula predadora, que desarrolla gran



Fig. 6.1. Ojos de Perlita, una hermosa gatita. Fuente propia.

rapidez, que tiene ojos compuestos formados por más de 30.000 sistemas en comparación con algunas hormigas de solo 50 sistemas, por lo que se puede decir que entre más facetas hubiera, mejor será la visión; es decir, la visión depende de la pixelación;

- Focetas de las serpientes: a diferencia de la culebra no venenosa, este animal tiene unas focetas, con las que puede ver infrarrojos; en algunos casos, son simples poros o agujeros similares al primer caso;
- los ojos conformados por un sistema óptico que recibe luz radiante y forman una única imagen en una pantalla mediante un juego de lentes.

Esta maravilla, resultado de la evolución, es la interface que permite unir el entorno con el cerebro y tener una idea sobre el mundo físico que nos rodea; así como lo hacen otros órganos, como el oído, el tacto, el olfato y el gusto, el órgano de la visión, de todos los seres vivientes que lo poseen, ha evolucionado hasta llegar a unos ojos especializados en cada especie, debido a que en cada especie es todo un universo de conocimiento; en este capítulo, solo se referirá al ojo humano como representante de los mamíferos.

6.2 El ojo humano

Desde el punto de vista óptico, la evolución de la naturaleza ha diseñado unos ojos óptimos para lo que se debe ver. En Física, hay temas en los que nuestros ojos no alcanzan a ver, ni por muy grande ni por pequeño que fuese, con lo cual nos vemos acotados en este campo, como ocurre con la inmensidad del cosmos y lo incommensurable de lo pequeño.

Respecto a los colores, el ojo humano solo puede ver siete colores: Rojo, Naranja, Amarillo, Verde, Azul, Añil y Violeta. La mezcla de estos colores da todo un universo de coloración; sin embargo, después del rojo están los infrarrojos y después del violeta están los ultravioletas colores que quedan por fuera de nuestra visión; de todas formas, nuestros ojos comparten muchas estructuras con el resto de los ojos de los mamíferos, como ocurre con la gata de la Fig. 6.1; también existe una frontera con respecto a la intensidad luminosa: estudios recientes señalan que, para estimular un fotorreceptor, es necesario un mínimo de energía luminosa, equivalente a un fotón, sin importar qué tan distante estuviera el cuerpo de donde proviene el fotón, tema que se aclarará en su momento. Por ahora, interesa conocer las partes fundamentales del ojo humano.

6.3 Partes fundamentales

Córnea: es la capa que se encuentra en contacto con el aire de la atmósfera; es decir, la capa más externa del ojo, totalmente transparente y que, según su forma, es un casquete elipsoidal de caras aproximadamente paralelas, con un espesor en el centro de 0.8 mm , mientras que en la periferia alcanza hasta 1 mm , y un índice de refracción de 1.376 ; justo en la parte posterior interna se encuentra el humor acuoso que, en conjunto con esta lente, forman la cámara anterior, para configurar así una lente cóncavo convexa; según la simetría y la transparencia de la córnea es la calidad de imagen que se forma en la retina.

Humor acuoso. Esta lente, formada por líquido, está por detrás de la córnea y delante del iris; según su forma, corresponde a un menisco convergente, con índice de refracción similar al del agua; 1.3365 , que, en conjunto con la córnea, forman la cámara anterior, como se puede ver en las Figs. 6.2 y 6.3.

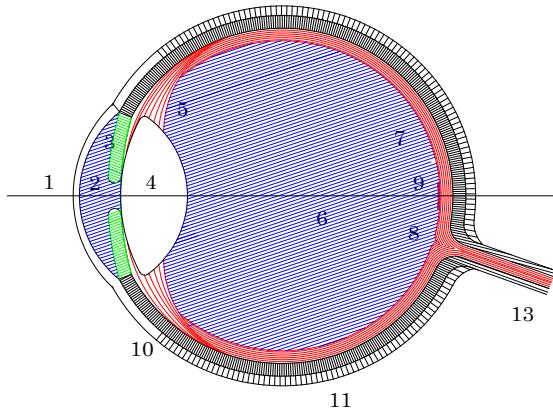


Fig. 6.2. Esquema del ojo humano.

Diafragma o iris. Conocido también como iris, es el causante de dar color a los ojos azules, verdes, negros, entre otros (véase Fig. 6.2); la función de este órgano es controlar la entrada de luz de forma automática; cuando hay mucha luz, como ocurre en un día soleado, el diafragma se dilata y deja entrar poca luz, mientras que en la oscuridad se contrae y deja entrar la cantidad de luz que se requiera

Cristalino. Es una lente menisco convergente “biconvexa”, con índice de refracción 1.4085, formada por varias capas de células “totalmente transparentes”, con la característica de que las células del centro son las mismas que cuando se formó: “no hay cambio celular”. Se encuentra en una cápsula conformada por músculos ciliares que accionan como un anillo que disminuye su diámetro, lo cual lleva a que el cristalino joven se ensanchara, para tornarlo “más convexo” en la parte media; es decir, aumenta el espesor de la lente, con lo cual cambia la **distancia focal**, lo que permite enfocar, llevar a que la imagen fuese lo más nítida posible en la pantalla; así, cuando se mira a lo lejos, la lente se encuentra relajada, mientras que cuando se mira objetos cercanos (lectura), el cristalino se engrosa, lo que significa que el ojo tiene su propio sistema de enfoque.

Cápsula del cristalino. Es una envoltura que rodea al cristalino; se trata de una estructura elástica que espontáneamente tiende a disminuir su diámetro y, por tanto, aumentar el espesor del cristalino; esta retracción se halla impedida, en estado de reposo, por un ligamento radial insertado en el ecuador: la zónula de Zinn; los músculos ciliares, al contraerse, llevan a que disminuyera el diámetro de la cápsula; así, el ojo puede acomodarse para que pudiera observar tanto de lejos como de cerca.

Humor vítreo. Esta es otra lente de características líquidas; por su forma, al último lente se lo puede considerar como una lente cóncava convexa, con lo cual corresponde a un menisco convergente; en la superficie convexa, se encuentra en contacto con la retina, pantalla donde se forman las imágenes, pero debido a que está en contacto con la retina a igual distancia, entonces se comporta como una superficie plana; por tanto, en la práctica, esta lente correspondería a un plano cóncavo. Por otra parte, cabe aclarar que el humor vítreo se encuentra envuelto en una membrana transparente, denominada hialoides, que realmente lo separa de la estructura que lo rodea; su función es evitar que el humor vítreo, por su naturaleza acuosa, disminuyera movimientos de convección o de respuesta a movimiento bruscos de la cabeza. El índice de refracción es igual al índice del humor acuoso: 1.3365 (véanse Figs. 6.2. y 6.3).

Retina o pantalla del ojo. En esta membrana especializada se forman las imágenes que proyecta el sistema óptico del ojo; en ella se encuentran los fotorreceptores o unidades de recepción de la imagen; hay dos tipos de células: **conos**, y **bastones**, de los que nos ocuparemos en su momento.

Mácula lútea. Es un área de $2mm$ de diámetro, en cuyo centro se halla la fóvea central. En esta depresión, solo se encuentran **conos** yuxtapuestos, de modo que sus secciones adquieran forma hexagonal; es el primer sistema de recepción de imágenes.

Punto ciego. Es el lugar por donde sale el nervio óptico, razón por la cual no hay fotorreceptores y, si en algún momento se forma aquí una imagen, se ignorará totalmente.

Coroides. Se trata de una membrana de color oscuro que rodea al globo ocular; tiene dos aberturas: una en la parte posterior, para dar paso al nervio óptico, y otra en la parte frontal, donde se encuentra la córnea; la función del color oscuro es proteger al sistema óptico de entradas de luz que no fuesen por la córnea.

Esclerótica. Es la parte blanca del ojo; se trata de un tejido fuerte y fibroso que se extiende desde la periferia de la córnea hasta el nervio óptico en la parte posterior del ojo: toma el nombre de conjuntiva; el mismo tipo de colágeno forma a la córnea y la esclerótica; en la córnea, a diferencia del resto del tejido, se encuentra organizado en láminas y capas, lo que lo torna un tejido transparente, mientras que en el resto del tejido, justo en la parte blanca del ojo, las células se organizan de forma aleatoria.

Nervio óptico. Es un sistema de neuronas que lleva la información de lo que los ojos ven a zonas especializadas del cerebro.

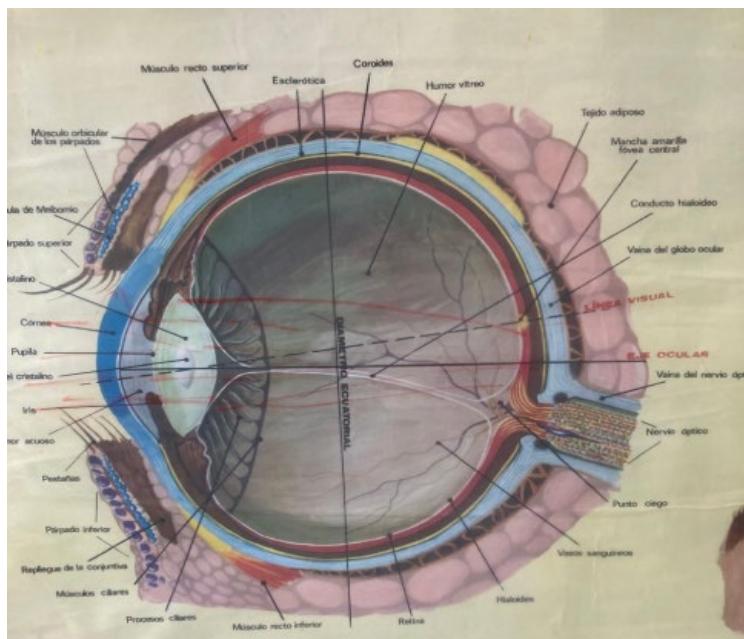


Fig. 6.3. Fotografía de un afiche, en el que se encuentra la mayoría de los órganos que componen el ojo humano. Fuente propia.

En la Fig. 6.3, se tiene una fotografía de un afiche del ojo humano, en el que se puede apreciar la mayoría de los componentes del ojo; por fuera del ojo están los párpados y debajo de estos se hallan las glándulas lagrimales, fundamentales para mantener la humedad necesaria en la córnea; con la edad y debido a algunas afecciones del ojo, estas glándulas dejan de operar con normalidad, lo que lleva a dificultades para la visión; asimismo, las pestañas son protectores de cuerpos extraños que llegan al ojo, pues quedan enredados en ellas.

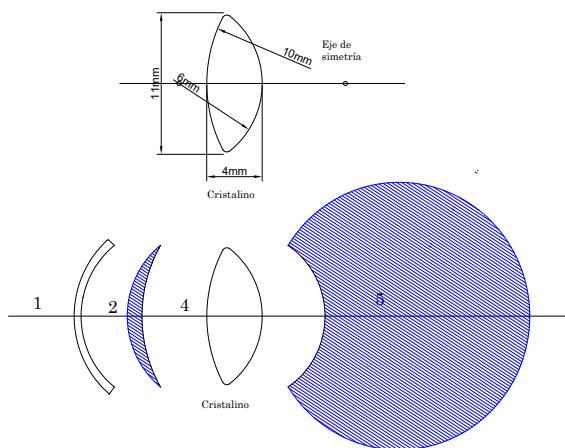


Fig. 6.4. Lentes del ojo de los mamíferos terrestres.

Células fotorreceptoras

Estas células son los conos y los bastones.

Conos se han especializado en reaccionar a los colores; por supuesto que un solo cono no podrá dar la sensación de imagen; para ello, se necesita que un mínimo de estas células quedase dentro de la imagen que se forma en la retina.

Bastones se han especializado en reaccionar al movimiento y dar una imagen en blanco y negro, con lo cual se caracterizan por generar unos reflejos periféricos o tener un visión, con poca luminosidad, información

que, al final, viaja a través del nervio óptico a lugares especializados en el cerebro. Se considera que hay unos 10^8 bastones y 7×10^6 conos.

6.4 El ojo como un sistema óptico centrado

El sistema óptico del ojo corresponde a un sistema centrado, ya que se forma por medios refringentes de distintos índices de refracción, separados por superficies esféricas, cuyos centros de curvatura se encuentran en un mismo eje de simetría. Así los sistemas ópticos centrados cumplen con unas propiedades importantes:

En la Fig. 6.5, en la Parte 1, se puede observar que los rayos paraxiales 1, 2 y 3, al pasar por los distintos medios refringentes, sufren desviaciones; sin embargo, todos cortan al eje de simetría en el punto F' , al que se lo denomina foco imagen. Las prolongaciones de estos rayos, en su última refracción, cortan en el plano $P'Q'$, denominado plano principal imagen; al plano $L'M'$ se lo denomina plano focal imagen.

Ahora bien, en la Parte 2, se puede observar que los rayos que pasan por el foco emergen paralelos al eje de simetría; por tanto, son normales al plano PQ , denominado plano principal objeto, de la misma forma como se determina el plano principal imagen $P'Q'$, que se ve en la Parte 1; al plano LM se lo denomina plano focal objeto.

Por otra parte, en la Parte 3, se pueden observar dos puntos nodales: N y N' , de modo que todo rayo incidente corresponde a una recta que pasa por uno de ellos (a, b), conserva su dirección cuando emerge del sistema, con lo cual corresponde a la recta que pasa por el otro punto nodal: rayo 1 o rayo 2.

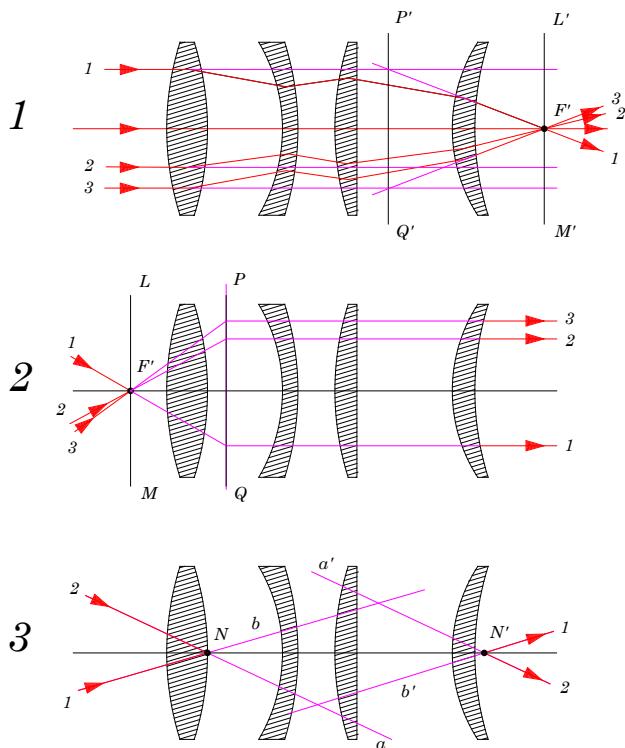


Fig. 6.5. Elementos y propiedades del sistema centrado del ojo.

6.5 Formación de la imagen en un sistema óptico centrado

Como ya se entiende, en definitiva, un sistema óptico centrado es una gran lente y, por tanto, formará imágenes de los objetos que se encuentran frente a él; en la Fig. 6.6, se puede ver como los rayos que salen del punto A del objeto uno paralelo, y otro focal, después de atravesar todas las lentes, al final se encuentran en el punto A' , donde forman la imagen; el espacio entre los planos PQ y $P'Q'$ corresponde al grosor del sistema óptico centrado, F es el foco objeto, F' el foco imagen y N y N' son los puntos nodales correspondientes a la imagen.

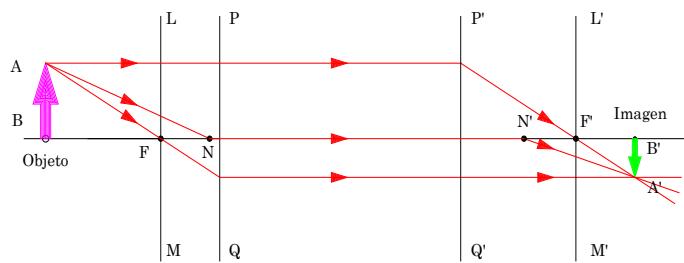


Fig. 6.6. Formación de imágenes en un sistema óptico centrado.

Por otra parte, en la Fig. 6.7, se puede ver cómo, al alejarse el objeto, la imagen se torna más pequeña al acercarse al plano focal, de modo que, para los objetos que se encuentran muy alejados, la imagen prácticamente está en el plano focal.

6.6 Elementos ópticos del ojo

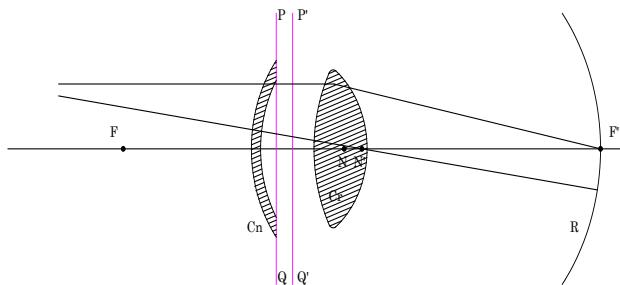


Fig. 6.7. Ubicación de los elementos ópticos: córnea, cristalino y retina.

Para describir al ojo como un sistema óptico, es suficiente con dar las ubicaciones de los planos principales, focos y puntos nodales; la ubicación de estos elementos se puede ver en la Fig. 6.7: córnea, cristalino y retina. Las distancias que tienen estos elementos respecto a la superficie anterior de la córnea se presentan en la tabla que sigue:

Tabla 6.1. Distancias promedio de los diferentes elementos ópticos del ojo humano.

Elemento	Magnitud
Primer plano principal	1.7 mm
Segundo plano principal	2.0 mm
Primer punto nodal	7.0 mm
Segundo punto nodal	7.3 mm
Foco posterior	24.1 mm
Foco anterior	15.7 mm

Fuente: *Elementos de Biofísica*, de Antonio Frumento, Editorial Intermédica, 1979, p. 19.5.

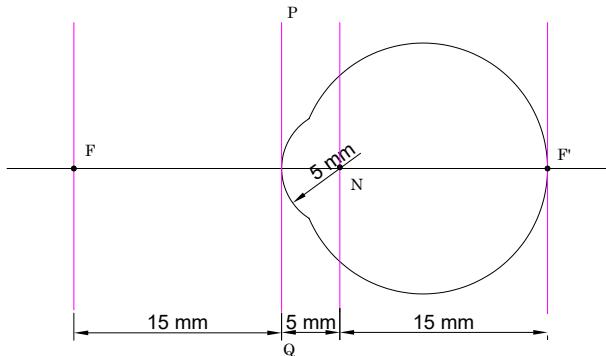


Fig. 6.8. Ojo reducido.

Tal como se ve en la Fig. 6.8, cuando el ojo está en reposo, el foco prácticamente está sobre la retina, con lo que los puntos nodales se encuentran muy cerca uno de otro, de tal modo que no hay mayor error si se remplaza por uno solo, como ocurre en la Fig. 6.8, donde se tiene un *ojo reducido* con un punto nodal equivalente, en el que se tiene un solo índice de refracción equivalente a 1.333, confinado por una superficie anterior de 5 mm de radio y por la parte posterior una superficie esférica, donde está la retina a 15 mm; el foco anterior también está a 15 mm respecto a la superficie anterior (la que está junto con la atmósfera), la córnea.

6.7 Visión de la figura plana

De acuerdo a lo visto, la imagen de un punto cualquiera siempre estará sobre el rayo que pasa por el punto nodal y, si el objeto se encuentra muy

lejos, la imagen estará en el punto focal posterior; por tanto, como el ojo en reposo tiene su foco imagen sobre la retina, allí se formará la imagen de cualquier objeto que se encuentre muy retirado; es decir, a más de 6 m del ojo.

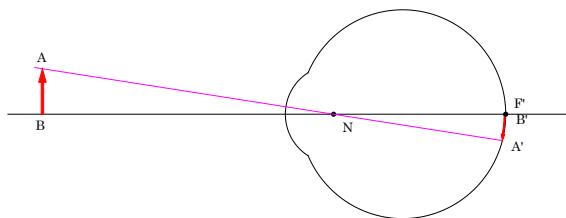


Fig. 6.9. Formación de la imagen de un objeto sobre la retina.

Cuando el objeto se acerca, interviene un mecanismo muy interesante, que pronto se verá. Sin embargo, la imagen siempre estará sobre el rayo que pasa por el punto nodal equivalente.

6.8 Tamaño real y aparente de la imagen

Sobre la base de la Fig. 6.10, se puede calcular el tamaño de la imagen $A'B'$ según los triángulos ABN y $NA'B'$, que son semejantes por tener un ángulo en común y ser opuestos por el vértice; sin tomar en cuenta la curvatura de la retina, en que, para el tamaño de la imagen, el radio de curvatura es muy grande, entonces se tiene:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{NB}{NB''}$$

Con lo cual se puede calcular $A'B'$, que sería el tamaño de la imagen:

$$A'B' = \frac{AB \cdot NB'}{NB},$$

De tal modo que si el objeto es de 10 cm de alto y se encuentra a 6m de distancia y el ojo normal mide aproximadamente unos 17 mm, el tamaño de la imagen es:

$$A'B' = \frac{(10\text{cm})(1.7\text{cm})}{600\text{cm}} = 0.028\text{cm}$$

$$A'B' = 0.28\text{mm.}$$

Aproximadamente, la imagen es de unos 0.3 mm.

Por otra parte, un observador puede mirar un objeto que se encuentra a diferentes distancias y, debido a esta condición, constituiría diferentes

tamaños de imágenes, de tal modo que el objeto lejano forma una imagen pequeña, si se compara con la imagen del objeto más cercano; por tanto, la información de esta experiencia indica que el objeto lejano es muy pequeño y lo contrario ocurre con el objeto cercano, tal como se ve en la Fig. 6.10, Parte 1.

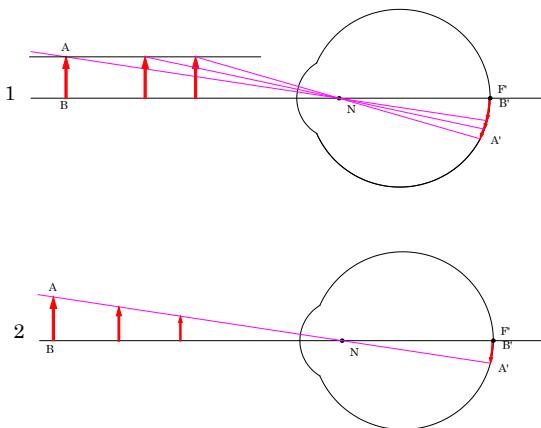


Fig. 6.10. Tamaño real y aparente de un objeto.

En la Parte 2, las tres posiciones de los objetos de

tamaños diferentes, pero que coinciden en la línea que pasa por el punto nodal, forman una misma imagen; por tanto, el observador no podrá distinguir qué está más cerca o más lejos y lo que tiene es una imagen aparente; esto es lo que ocurre cuando se mira de forma descuidada una mosca que se desplaza como un monstruo sobre una colina que se ve a través de una ventana, cuando lo que hace la mosca es moverse sobre el vidrio. Otro de los aspectos que se tiene aquí es cómo la luna se ve grande cuando está junto a las montañas, pero de menor tamaño cuando está en cielo abierto; en este caso, existe una visión más compleja, que tiene que ver con la comparación de tamaños que realiza el cerebro: en cielo abierto, no hay objetos con los que se pudiera comparar y, por ende, el tamaño aparente es menor.

6.9 Acomodación del ojo

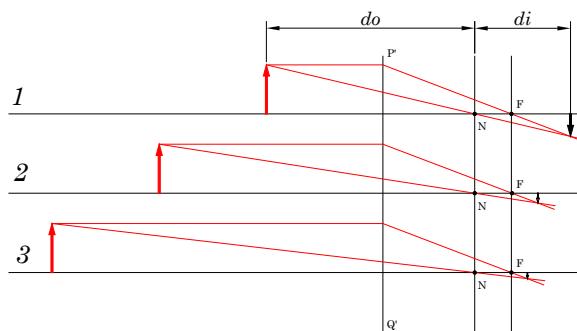


Fig. 6.11. Variación de la distancia de la formación de la imagen de acuerdo a la posición del objeto.

Se ha considerado que el ojo se encuentra en reposo cuando ve un objeto a $6m$ de distancia; en adelante, la imagen del objeto estará en el mismo plano focal, pero si el objeto se acerca, la imagen se corre más allá del foco.

En la Fig. 6.11, se puede apreciar cómo la imagen se forma a di más allá de la retina, con lo cual se tiene una visión totalmente borrosa; solo cuando el objeto se encuentra a una distancia considerable, de más de 6 m , la imagen llega a la retina; para evitar este corrimiento de la formación de la imagen, el ojo ha evolucionado y se ha ingeniado un mecanismo maravilloso de acomodación: “el cristalino”, por ser una lente flexible, puede corregir la posición de la imagen que se forma detrás de la retina, modifica su geometría y se torna más convergente; para lograrlo, el cristalino se ensancha en la parte central debido a la presión que se establece sobre la cápsula del cristalino debido a la contracción de los músculos ciliares, mientras que la cara posterior permanece estable. Con este proceso, se logra desplazar el foco de la imagen hacia adelante; a este proceso se lo conoce como acomodación del ojo. En la Fig. 6.12, se puede apreciar el vector fuerza de los músculos ciliares y la deformación del cristalino para producir el corrimiento del punto nodal y lograr la formación de una imagen nítida en la retina.

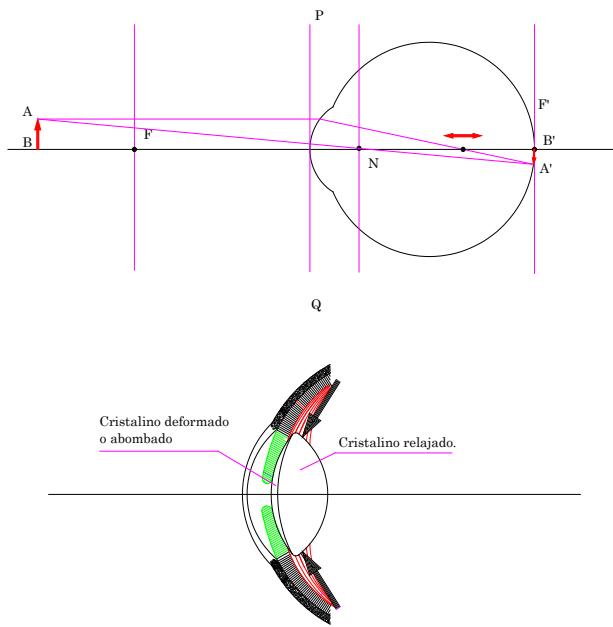


Fig. 6.12. Efecto de abombamiento del cristalino por la tensión que establecen los músculos ciliares.

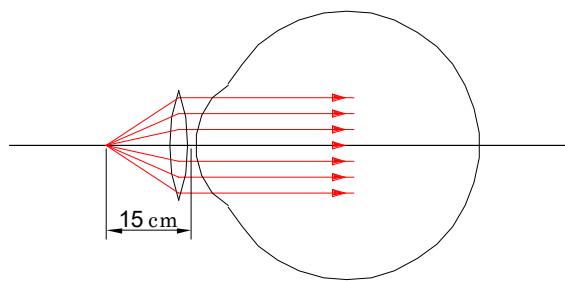


Fig. 6.13. Amplitud de la acomodación del ojo.

Este proceso se efectúa de forma automática; cuando se ve a lo lejos, como ocurre con las montañas, el ojo se encuentra relajado y, en caso contrario, cuando se está leyendo o se ven objetos muy cercanos, el ojo se acomoda para lograr un enfoque perfecto. Con esto se tienen dos extremos: el primero para mirar de lejos, el punto remoto, y el segundo para mirar de cerca o punto proximal.

Punto remoto. Como mínimo, se refiere a los *6m* de distancia, cuando el ojo se relaja; también, se indica que un ojo saludable puede ver dos puntos separados por *1 mm*, si se encuentra a *3m* de distancia; en este caso, se tendría:

$$\tan \alpha \cong \alpha = \frac{1mm}{3000mm} = 0.00033.$$

Como el foco del globo ocular alcanza *15mm*, en un ojo reducido, tal como se ve en la Fig. 6.8. Ahora bien, en la Fig. 6.11, se tienen dos triángulos: *ABN* y *NB'A'*, donde, $\tan \alpha$ es *AB* respecto a *AN* y, a partir del triángulo *NB'A'*, también se tiene una relación similar; esto es:

$$\frac{AB}{AN} = \frac{A'B'}{1.7cm} \Rightarrow A'B' = 0.00033 \times 17mm = 0.006mm.$$

O sea, que *6μm* sería la separación entre los ejes de las células fotorreceptoras, lo cual indica que tienen un diámetro aproximado de 6 micrómetros.

En el caso de las aves rapaces, el punto remoto es muchas veces mayor, lo que implica que las células fotorreceptoras fuesen de un menor diámetro.

En el ojo humano, un objeto de *10cm* localizado a *3m* de distancia forma una imagen de:

$$A'B' = \frac{(100mm)(17mm)}{3000mm} = 0.6mm.$$

0.6 milímetro, que alcanza a excitar a 100 fotorreceptores. Las imágenes en las retinas de las aves son un centenar de veces más pequeñas.

Punto próximo. El límite de este punto próximo está en alrededor de *25cm*; es decir, que puedo leer hasta a una distancia de *25cm*, pues, a una distancia menor, resulta muy incómodo en el momento de ver imágenes nítidas; las imágenes se tornan totalmente borrosas, lo que quiere decir que se ha llegado al límite de acomodación (incluso puede resultar doloroso). El cristalino no se puede ensanchar, no puede engrosarse más, su elasticidad no da más. Esto se conoce como amplitud de la acomodación, que cambia con la edad; en el caso de los niños, la elasticidad es grande, puesto que alcanza hasta los 15 cm de aproximación, lo que significa que, si colocamos una lente convergente de

15cm de foco, los rayos van a entrar al ojo de forma paralela, como si estuviera en un estado de reposo, de modo que el poder dióptrico de la lente mencionada es el inverso de la distancia focal:

$$A = \frac{1}{0.15} = 6.66 \text{ dioptrías.}$$

6.10 Anomalías del ojo o defectos de la visión

Debido a diferentes motivos, en muchos casos el ojo resulta incapaz de formar imágenes nítidas en la retina, lo que lleva a una mala visión; las personas con estos defectos ven borroso, lo cual perturba la vida cotidiana; entre estas anomalías, están:

Miopía. Por alguna causa o circunstancia, el diámetro anteroposterior del ojo es mayor que lo normal, de modo que, aun en ausencia de acomodación, la imagen del punto remoto se **forma delante** de la retina, es decir, el sistema óptico es muy convergente; por tanto, la imagen resulta **borrosa**, como se puede ver en la Fig. 6.14.

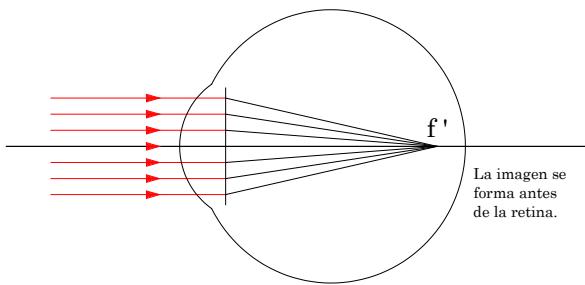


Fig. 6.14. Geometría de un ojo miope.

- **Corrección.** Con la ayuda de lentes divergentes, se pueden abrir los rayos para que la imagen se forme justamente en la retina, como se puede ver en la Fig. 6.15.

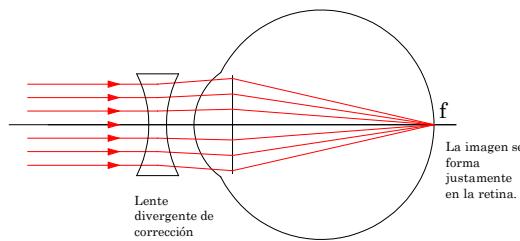


Fig. 6.15. Sistema geométrico para corregir la miopía.

- **Hipermetropía.** Es el efecto contrario a la miopía; es decir, el diámetro anteroposterior del globo ocular es menor y, por tanto, la imagen nítida se forma detrás de la retina; es decir, el sistema óptico del ojo no resulta lo suficientemente convergente, como se puede ver en la Fig. 6.16.

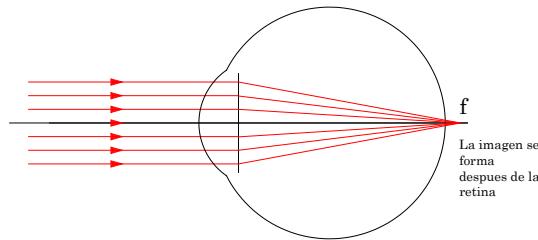


Fig. 6.16. Geometría de un ojo hipermetrópico.

- **Corrección.** Con la ayuda de una lente convergente se logra que el ojo pudiera formar la imagen en el punto justo de la retina; es decir, el ojo se torna más convergente, como se ve en la Fig. 6.17.

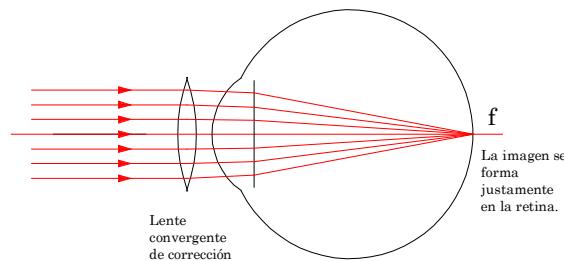


Fig. 6.17. Geometría de mejoramiento de un ojo hipermetrópico.

• **Astigmatismo.** En general, el defecto está en la córnea; el elipsoide no es de perfecta resolución, lo que indica que la córnea no es **simétrica**; es decir, el radio de curvatura en un punto dado no coincide con el radio del punto antagonista. Puede ser que la córnea se encuentre “aplastada”; entonces, el radio de curvatura horizontal es menor que el vertical, o lo contrario, pero no solo en la parte horizontal o vertical; la asimetría puede darse en cualquier ángulo; la solución al problema está colocar una lente exactamente astigmática, pero en sentido contrario; o sea, si la anomalía es vertical, entonces la lente será astigmática horizontal y viceversa o en cualquier otro ángulo que requiera la anomalía; para diagnosticar la fenomenología, se necesita que un médico especialista u optómetra lo analice.

6.11 Visión de relieve

Todas las imágenes que se forman en la retina del ojo son planas, así provengan de objetos tridimensionales; sin embargo, en el proceso evolutivo, los seres necesitaban tener una idea de la profundidad o la distancia a la que se puede encontrar un objeto cercano; esta es una de las razones de por qué tenemos dos ojos; la **visión monocular** o de un solo ojo puede enviar suficiente información como para que los centros superiores pudieran adquirir una noción de la distancia a la que se encuentra el objeto, pero, en muchos casos, es muy difícil que esto se lograse, como es el caso de tratar de alcanzar una mosca en vuelo (para esto, se puede hacer la prueba de taparse un ojo y tratar de alcanzar un lápiz o la mosca volando); lo que se pierde con este tipo de visión es la profundidad o la distancia a la que se encuentra el objeto.

6.12 Visión binocular

Este tipo de visión depende de dos elementos: el esfuerzo de convergencia de los ojos y la denominada **visión estereoscópica**.

Esfuerzo de convergencia. Como los centros de los ojos se encuentran separados en aproximadamente *6 cm*, para observar el punto *B* de la Fig. 6.18, los ojos deben converger; esta convergencia es mayor cuanto más cerca estuviese el objeto; el esfuerzo para llevar a que rotaran los globos

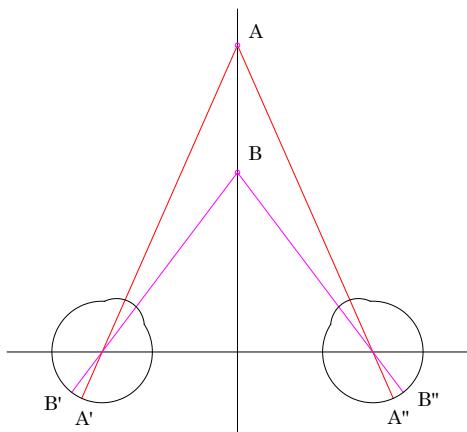


Fig. 6.18. Convergencia de los globos oculares.

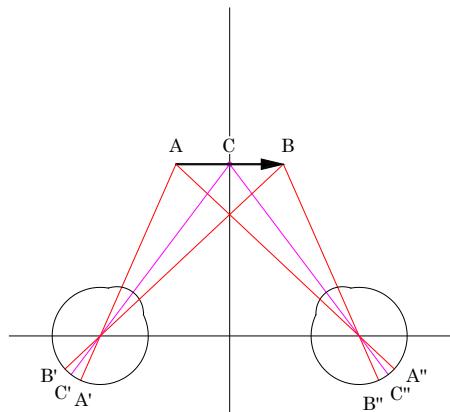


Fig. 6.19. Observación de un objeto plano.

tiene volumen; esto también nos da un efecto de profundidad o distancia a la que se encuentra el objeto, en un efecto que se conoce como paralaje.

Cuando se entendió la paralaje, de inmediato los científicos observaron el cielo desde la tierra; al observar la misma estrella en dos épocas del año,

oculares se logra mediante músculos del globo ocular, así que la convergencia contribuye a generar la sensación de profundidad.

Visión estereoscópica. Este es el elemento que más contribuye a la visión de relieve; cuando se observa una figura plana, una pintura o un dibujo en el tablero o pared, ambos ojos ven exactamente lo mismo, pero, si observamos un objeto tridimensional y no tan distante, los ojos ven dos imágenes diferentes, así: el ojo de recho ve la cara izquierda del objeto y el izquierdo ve la cara derecha del objeto; cuando se unen los dos nervios ópticos en el punto denominado quiasma, las señales de las imágenes se superponen y el cerebro termina por configurar que la imagen corresponde a un cuerpo que se encuentra a una determinada distancia y que

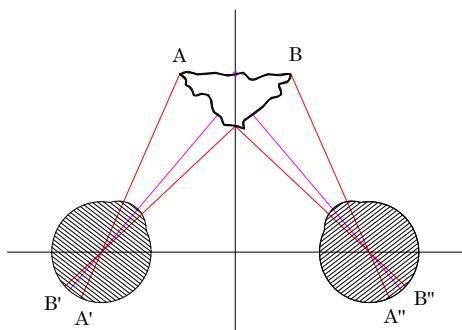


Fig. 6.20. Visión de un cuerpo tridimensional.

separadas por 6 meses, es como si la separación de los ojos ahora resulta el diámetro de la órbita terrestre y el ángulo de convergencia se pudo medir con mucha precisión; así, al conocer el diámetro de la órbita y el ángulo de convergencia, se pudo calcular la distancia del astro observado.

Para generar la sensación de relieve, los artistas pintan una imagen con una tonalidad de color y superpuesta, pero corrida a un lado y, de modo conveniente, otra con otra tonalidad; al observador se le coloca un par de anteojos con una lente de cierta tonalidad y al otro con otra tonalidad; así, los ojos ven imágenes diferentes; en adelante resulta un asunto del cerebro lograr la combinación y, al final, tener la sensación de relieve; asimismo, se puede establecer con polarizadores una imagen polarizada en una dirección y otra superpuesta en dirección contraria; los anteojos para observar son dos polarizadores; de este modo, cada ojo puede ver una única imagen.

Capítulo 7



Óptica Física



Interferencia lograda por un rayo láser al llevar a que pasara por dos ranuras separadas 0.75 mm, en el Laboratorio de Óptica de la Universidad de Nariño. Fuente propia.

Introducción

Al iniciar el libro, se planteó algo de Historia de la Óptica tanto geométrica como física; en esta parte, se debe reconocer a los ya mencionados científicos que colaboraron en la construcción del conocimiento de la ciencia de la Óptica, por lo que se sugiere efectuar una lectura.

Sin embargo, es necesario recordar al sacerdote jesuita Francesco María Grimaldi, en Bolonia, con su postura sobre la naturaleza ondulatoria de la luz después de observar la difracción de la luz; Cristian Huygens, sobre la base del experimento de Grimaldi, propuso que la luz es una especie de ondas longitudinales en el aire; por otra parte, Robert Boyle y Evangelista Torricelli muestran que también hay luz en el vacío; décadas más tarde, Tomas Young, en su calidad de médico, estudia el ojo y el oído humano experimentalmente; realiza el experimento del doble agujero o ranura, que hoy lleva su nombre, y encuentra la interferencia de la luz; resultaba muy interesante e inquietante a la vez al decir que luz más luz da oscuridad o más luz; más tarde los trabajos de Augustin Fresnel tuvieron tanto reconocimiento, que se inició un movimiento de abandono de la teoría corpuscular de Isaac Newton, que termina definitivamente al comprobar que la velocidad de la luz en el agua es menor que en el aire, experimentos realizados por Léon Foucault. El desarrollo teórico de James Maxwell, al identificar que la luz es un fenómeno electromagnético, un esfuerzo de Fresnel por encontrar el éter, que debía ser de gran rigidez, comportarse como un sólido elástico, ser tan sutil que pueden pasar los objetos y ser muy tenue para dejar pasar los cuerpos celestes; así, en las décadas siguientes, se dedicó mucho esfuerzo por determinar la naturaleza del éter.

Al finalizar el siglo XIX, Albert Michelson, y luego con Edward Morley, mostraron que la velocidad de la luz resultaba invariante con el movimiento de la tierra y, en consecuencia, el éter no era estacionario; Henri Poincaré puso en duda la existencia del éter; en 1905, Albert Einstein, en la teoría de la relatividad, rechaza la hipótesis del éter; a partir de entonces, la velocidad de la luz se ha considerado invariante; entrado el siglo XX, se comenzó a formular la teoría cuántica, para

reconocer a la luz como un corpúsculo portador de energía y momento; la explicación del átomo de hidrógeno, por Niels Bohr, llegó a la naturaleza de la luz y, por último, Louis de Broglie plantea la dualidad de la luz, con lo cual, queda planteada la naturaleza de la luz; esperemos que tanto nos depara el futuro de la Óptica.

7.1 Movimiento ondulatorio

Como la Óptica Física trata de estudiar la luz como si fuera una onda, entonces es muy importante recordar algunas generalidades de las ondas mecánicas: lo fundamental del movimiento ondulatorio es la propagación de la energía en un medio elástico para las ondas mecánicas, y el vacío para las ondas electromagnéticas, en este caso “la luz”.

En el movimiento ondulatorio, la propagación de la perturbación en medios elásticos se puede analizar así:

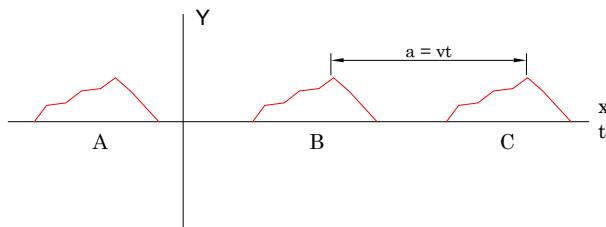


Fig. 7.1. Perturbación del medio.

En la Fig. 7.1, se puede observar que la perturbación *A* antes del origen del sistema de referencia, luego en *B* y más tarde en *C*, tiene una característica muy importante entre las posiciones *B* y *C*, pues se encuentran separadas por una distancia $a = vt$; es decir, las perturbaciones se separan en tiempo y en distancia. De modo que, en general, la amplitud de la perturbación es: $\psi = f(x; t)$; la perturbación de la amplitud en el punto *C* es: $\psi = f(x - a)$, pero como ya se sabe el valor de a , entonces se tiene:

$$\psi = f(x - vt) \quad (7.1).$$

Esto quiere decir que la perturbación llega t segundos más tarde al punto C y, cuanto más lejos se encuentre el punto de observación, también será en tiempo.

Ahora bien, si se considera un cambio de variable, como: $z = x - vt$, entonces la expresión que representa la perturbación en C es:

$$\psi = f(z).$$

Si a esta expresión se la deriva respecto a x y t , se tiene: $\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{df}{dz} \frac{\partial z}{\partial x}$; como ya se sabe que z depende de x y de t , entonces: $\frac{\partial z}{\partial x} = 1$.

Por tanto, se tiene: $\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{df}{dx}$.

La segunda derivada de esta ecuación es:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{d^2 f}{dx^2} \quad (7.2).$$

Como la función depende de x y t , entonces ahora corresponde derivar respecto al tiempo:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{df}{dz} \frac{\partial z}{\partial t}.$$

Debido a que z es función de t , entonces: $\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(x - vt)$; por tanto, $\frac{\partial z}{\partial t} = -v$.

Ahora bien, como la velocidad de propagación es constante, entonces la segunda derivada es:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0.$$

Entonces:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{df}{dz}(-v).$$

La segunda derivada es:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} &= -v \frac{d}{dz} \left(\frac{df}{dz} \right) \frac{\partial z}{\partial t} \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} &= -v \frac{d^2 f}{dt^2} (-v) \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} &= v^2 \frac{d^2 f}{dz^2} \quad (7.3).\end{aligned}$$

Al igualar las ecuaciones (7.2) y (7.3), se tiene:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \quad (7.4),$$

expresión que se conoce como **ecuación de onda**.

En este caso, se ha realizado respecto al eje x , pero también se puede tener una expresión para el eje y y el eje z ; esto es:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} &= v^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} &= v^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}.\end{aligned}$$

Cuando la onda se encuentra en el espacio tridimensional, se puede expresar como:

$$\psi = f(x, y, z, t).$$

Por tanto, para plantear la ecuación de onda en las tres dimensiones, se tiene:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} &= \frac{1}{v^2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \right) \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi &= \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (7.5).\end{aligned}$$

A la expresión encerrada en el paréntesis se la conoce como laplaciano, que se puede simbolizar como:

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}.$$

Esta expresión también se puede expresar como:

$$\nabla^2 \psi - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0.$$

También:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \psi = 0 \quad (7.6).$$

A lo expresado en el paréntesis se lo conoce como operador de D'Alembert y se lo denota como \emptyset ; así que la expresión

$$\emptyset \psi = 0 \quad (7.8).$$

Esto denota una onda viajera por el espacio tridimensional; puede haber otras formas de expresar la ecuación de onda, como en coordenadas esféricas, cilíndricas, etc.

7.2 Ecuación de la onda electromagnética

Cuando unificó la electricidad y el magnetismo en lo que denominó electromagnetismo, Maxwell obtuvo la ecuación de onda de las ondas electromagnéticas, en la que al fin se entendió que la luz es una onda electromagnética, trabajo matemático que se encuentra desarrollado en el último Capítulo del curso de Física III, para estudiantes de Ciencias, Ingeniería y licenciatura en Educación; en resumen:

Se conocen como ecuaciones de Maxwell:

Ecuación de Faraday: $\nabla \times E = - \frac{\partial B}{\partial t}$

Ecuación de Gauss para E: $\nabla \cdot D = \rho$

Ecuación de Ampere-Maxwell: $\nabla \times H = J + \frac{\partial \rho}{\partial t}$

Ecuación de Gauss para B: $\nabla \cdot B = 0,$

donde $B = \mu_0 H$ y $D = \epsilon_0 E$.

Así que la Ley de Faraday se escribiría como:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial \mu_0 H}{\partial t}$$

$$\nabla \times E = -\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t}.$$

Ahora bien, si se opera nuevamente por Nabla, se tiene:

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times H \quad (7.9).$$

Como $\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t}$, entonces queda:

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(J + \frac{\partial D}{\partial t} \right).$$

Además, como $D = \epsilon_0 \cdot E$, entonces se puede escribir como:

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(J + \frac{\partial (\epsilon_0 E)}{\partial t} \right) \quad (7.10).$$

Por otra parte, la expresión $\nabla \times (\nabla \times E) = \nabla(\nabla \cdot E) - \nabla^2 E$, a su vez:

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\epsilon_0},$$

por lo que se tiene:

$$\nabla \frac{\rho}{\epsilon_0} - \nabla^2 E = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(J + \frac{\partial \epsilon_0 E}{\partial t} \right) \quad (7.11).$$

Al operar el paréntesis, se tiene:

$$\frac{\nabla \rho}{\epsilon_0} - \nabla^2 E = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} J - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}.$$

Si se organizan los términos, queda:

$$\nabla^2 E - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial J}{\partial t} + \frac{\nabla \rho}{\epsilon_0} \quad (7.12).$$

$$\left(\nabla^2 - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E = \mu_0 \frac{\partial J}{\partial t} + \frac{\nabla \rho}{\epsilon_0}.$$

Como en el vacío no hay densidad de carga ni densidad de corriente, entonces las expresiones:

$$\frac{\partial J}{\partial t} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\nabla \rho}{\varepsilon_0} = 0.$$

Por tanto:

$$\left(\nabla^2 - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E = 0 \quad (7.13).$$

Lo que está en el paréntesis corresponde al operador de D'Alembert: $\left(\nabla^2 - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) = \emptyset$.

Por ende, $\frac{1}{v^2} = \mu_0 \varepsilon_0$, con lo que la velocidad de propagación de la onda electromagnética es:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}.$$

Lo concluyente del trabajo de Maxwell radica en que la velocidad de la onda electromagnética es la misma velocidad de la luz.

A partir de la expresión (7.13), se puede deducir que la ecuación de onda para el campo eléctrico es:

$$\nabla^2 E = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (7.14).$$

Y, de igual forma, para el campo magnético:

$$\nabla^2 B = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \quad (7.15).$$

Estas son ecuaciones de onda para el campo eléctrico y magnético en el vacío.

7.3 Función de onda

Es una función matemática que satisface a la ecuación de onda, de modo que, por ejemplo, la función $\psi = \psi_0 \operatorname{Sen}(kx - wt)$: ¿satisface o no a la ecuación de onda general? Para resolverlo, se deberá hacer lo que se hizo con la ecuación de onda cuando se la estaba deduciendo; es decir:

Como: $\psi = \psi_0(x; t)$, entonces:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{d(\psi_0 \operatorname{Sen}(kx - wt))}{dx} = \psi_0 k \operatorname{Cos}(kx - wt)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\psi_0 k^2 \operatorname{Sen}(kx - wt) = -k^2 \psi.$$

Por otra parte:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{d(\psi_0 \operatorname{Sen}(kx - wt))}{dt} = -\psi_0 w \operatorname{Cos}(kx - wt)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\psi_0 w^2 \operatorname{Sen}(kx - wt) = -w^2 \psi.$$

De modo que la ecuación de onda queda:

$$-k^2 \psi = \frac{1}{v^2} (-w^2 \psi),$$

siempre y cuando $v = \frac{w}{k} = f\lambda$, lo cual es una solución para la ecuación de onda, en la cual se define a la frecuencia angular $w = \frac{2\pi}{T}$, donde T es el periodo, k el número de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, donde λ es la longitud de onda; entonces, la función de onda propuesta también se la puede escribir como:

$$\psi = \psi_0 \operatorname{Sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{T} t\right).$$

También:

$$\psi = \psi_0 \operatorname{Sen}2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) \quad (7.14).$$

Todas estas expresiones son función de onda.

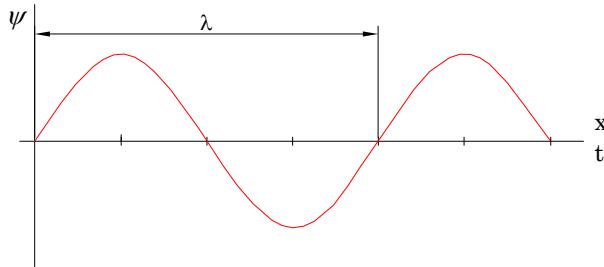


Fig. 7.2. Onda sinusoidal.

Ahora bien, se define velocidad de propagación de la perturbación como: $v = \frac{\lambda}{T}$ y $\lambda = \frac{2\pi}{k}$, con lo cual la velocidad de propagación se expresa como:

$$v = \frac{w}{k}.$$

7.4 Propiedades de las ondas

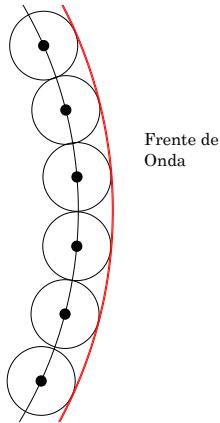


Fig. 7.3. Generación de un frente de onda.

Frente de Onda. En la Fig. 7.3, se puede ver como varios puntos que oscilan a la vez, es decir, en fase, forman unas pequeñas ondas esféricas, pero la suma de estos frentes de onda genera el frente de onda de color rojo, que puede ser unidimensional, bidimensional o tridimensional, plano o esférico o cualquier otro tipo de frente de onda.

En el caso de la luz, cuando se refiere a una fuente puntiforme, el frente de onda sería tridimensional, una esfera; más aún, si se cumple el principio de linealidad, homogeneidad e isotropía, la esfera sería simétrica.



Fig. 7.4. Frente de onda plano generado en la superficie de agua. Fuente propia.

7.4.2 Principio de Huygens.

Si se parte de una posición conocida, el principio de Huygens establece que cada punto de un frente de onda es una nueva fuente de ondas que se propagan a la misma velocidad de la propia onda; por tanto, el nuevo frente de onda es tangente a todas las ondas pequeñas generadas por los puntos vibrantes, todos en fase.

En una cubeta de ondas, se puede ver como al generar ondas con varias puntas, el resultado es un frente de onda del tamaño del generador de ondas.

En la Fig. 7.4, se tiene una fotografía de un frente de ondas plano, logrado en la cubeta de ondas del Laboratorio de Óptica de la Universidad de Nariño; las sombras oscuras y claras se logran al iluminar la superficie del agua perturbada sobre una superficie blanca.

Reflexión de un tren de frente de onda plano. En la Fig. 7.5, se puede observar que la superficie que separa a los dos medios, I y II, tiene su normal, de modo que el ángulo con el que llega el rayo incidente a la superficie se mide respecto a la normal; por tanto, θ_i es el ángulo de incidencia de ese frente de onda; tras golpear la superficie, se refleja con un ángulo de reflexión θ_R . De acuerdo a la Ley de Snell, estos dos ángulos son iguales. En la Fig. 7.6, se puede ver la reflexión del frente de onda denotado por AB y $A'B'$, de acuerdo a los triángulos formados por: ABB' y $AA'B'$; como los triángulos son iguales, por tanto los lados opuestos a los ángulos θ_i y θ_R son iguales, con lo cual se cumple la Ley de Snell para la reflexión de frentes de onda.

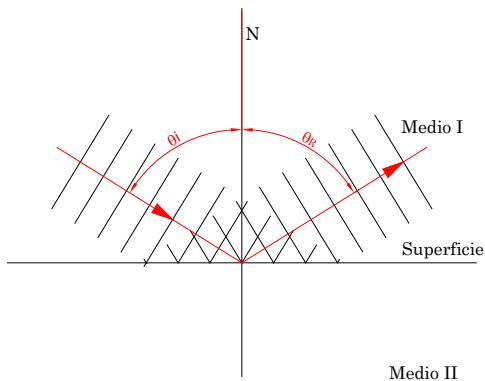


Fig. 7.5. Reflexión de un tren de ondas con frente plano.

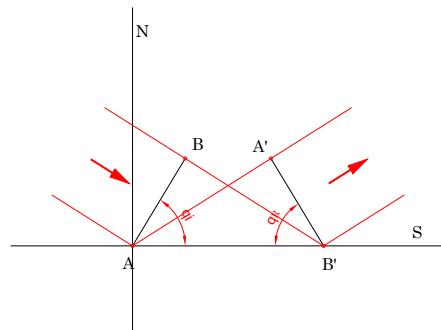


Fig. 7.6. Reflexión de un frente de onda plano.

Refracción de un tren de frente de onda plano. En la Fig. 7.7, se puede ver que hay una superficie que separa a los dos medios I y II y sobre ella la normal a la superficie; el tren de ondas incidente cuyo rayo de onda forma un ángulo de incidencia θ_i ; el frente de onda, una vez hubiera tocado la superficie del medio refringente, pasa al medio II, en el cual se puede observar como en el tren de onda cambia en su longitud de

onda; es decir, se torna más estrecho, lo que lleva a que cambiase de dirección; en este caso, el tren de ondas se acerca a la normal, como se puede ver el ángulo entre la normal y el rayo refractado; respecto a la longitud de onda, se ve muy disminuido, en el medio II, debido al índice de refracción absoluto de este medio; ahora bien, la velocidad en este medio se puede expresar como: $v_2 = \frac{c}{n_2}$ y, en el medio I: $v_1 = \frac{c}{n_1}$, si el medio I es el aire, cuyo índice de refracción es muy cercano al vacío, donde $n_0 = 1$.

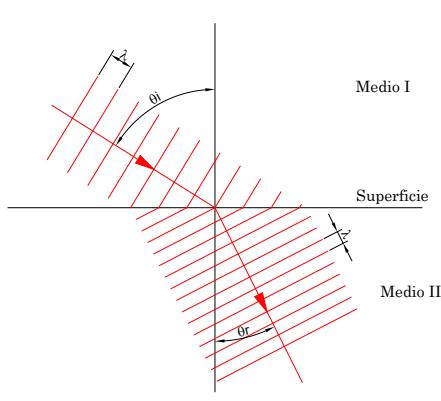


Fig. 7.7. Refracción de un tren de ondas.

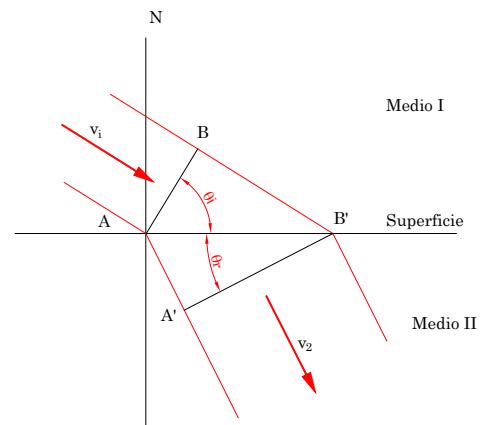


Fig. 7.8. Refracción de un frente de onda.

En la Fig. 7.8, se puede apreciar el cambio de rumbo del frente de onda, lo cual genera una geometría donde los triángulos ABB' y $AB'A'$ son triángulos semejantes, por tener un lado en común y un ángulo igual; a partir del primer triángulo, se tiene:

$$\operatorname{Sen}\theta_i = \frac{BB'}{AB'} \text{ y } \operatorname{Sen}\theta_r = \frac{AA'}{AB'}$$

Ahora bien, como: $BB' = v_1 t$ y $AA' = v_2 t$, se puede establecer que:

$$\operatorname{Sen}\theta_i = \frac{v_1 t}{AB'} \text{ y } \operatorname{Sen}\theta_r = \frac{v_2 t}{AB'}$$

Al relacionar estas ecuaciones, se tiene:

$$\frac{\operatorname{Sen}\theta_i}{\operatorname{Sen}\theta_r} = \frac{v_1 t / AB'}{v_2 t / AB'} = \frac{v_1 t}{v_2 t}$$

con lo cual se tiene:

$$v_2 \operatorname{Sen} \theta_i = v_1 \operatorname{Sen} \theta_r.$$

Sin embargo, como $v_1 = \frac{c}{n_1}$ y $v_2 = \frac{c}{n_2}$, entonces, al remplazar, se tiene la Ley de Snell:

$$n_1 \operatorname{Sen} \theta_1 = n_2 \operatorname{Sen} \theta_r$$

Superposición de ondas. Cuando se tienen ondas en el espacio o en una superficie, pueden superponerse en suma o en resta, como en el caso de la superficie del agua de una piscina: cuando hay en ella usuarios que nadan, se generan tantas ondas que algunas de ellas logran sumarse y otras restarse.

Sean las funciones de ondas:

$$\psi_1 = \psi_{01} \operatorname{Sen}(w_1 t - k_1 x_1)$$

$$\psi_2 = \psi_{02} \operatorname{Sen}(w_2 t - k_2 x_2)$$

Superponer ondas es sumar estas funciones de onda, así:

$$\psi = \psi_1 + \psi_2$$

$$\psi = \psi_{01} \operatorname{Sen}(w_1 t - k_1 x_1) + \psi_{02} \operatorname{Sen}(w_2 t - k_2 x_2)$$

Una manera sencilla de sumar estas funciones de onda es al utilizar la identidad trigonométrica y suponer que las amplitudes, frecuencias angulares y número de ondas son iguales; es decir: $\psi_{01} = \psi_{02}$; $w_1 = w_2$ y $k_1 = k_2$, con lo cual se tiene:

$$\psi = 2\psi_0 \operatorname{Cos}\left(\frac{wt - kx_1 - wt + kx_2}{2}\right) \operatorname{Sen}\left(\frac{wt - kx_1 + wt - kx_2}{2}\right)$$

$$\psi = 2\psi_0 \operatorname{Cos}\left(k \frac{x_1 - x_2}{2}\right) \operatorname{Sen}\left(k \frac{x_1 + x_2}{2} - wt\right) \quad (7.15).$$

En esta expresión, se tienen dos partes: la primera corresponde a la amplitud del movimiento resultante, es decir, el movimiento resultante también es una función de onda, expresada así:

$$\psi = A \operatorname{Sen} \left(k \frac{x_2 + x_1}{2} - wt \right) \quad (7.16),$$

donde: $A = 2\psi_0 \operatorname{Cos} \left(k \frac{x_2 - x_1}{2} \right)$, con lo cual se pueden analizar dos casos:

i) La amplitud es máxima cuando $\operatorname{Cos}\phi = \pm 1$; es decir, el ángulo $k \left(\frac{x_2 - x_1}{2} \right) = n\pi$, donde $n = 0, 1, 2, \dots$

Ahora bien, como $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, entonces:

$$\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{x_2 - x_1}{2} \right) = n\pi$$

$$x_2 - x_1 = n\lambda \quad (7.17).$$

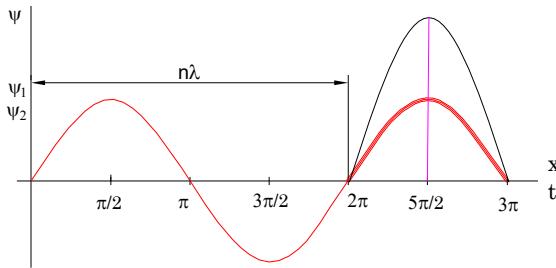


Fig. 7.9. Superposición de ondas.

En este caso, se tiene una interferencia constructiva o positiva; es decir, siempre que se tuviese una diferencia de camino igual a un número entero de λ , se tendrá una interferencia positiva.

En la Fig. 7.9, se puede ver la superposición de dos ondas, donde el desfase es de un múltiplo de longitud de onda.

ii) La amplitud se anula, cuando $\operatorname{Cos}\phi = 0$; es decir: $\operatorname{Cos} \left(k \frac{x_2 - x_1}{2} \right) = 0$.

Para que esto se dé, se debe cumplir que el ángulo $k \frac{x_2 - x_1}{2} = (2n + 1) \frac{\pi}{2}$.

Ahora bien, si $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, entonces, al remplazar, se tiene: $\frac{2\pi}{\lambda} (x_2 - x_1) = (2n + 1)\pi$

$$x_2 - x_1 = (2n + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (7.18).$$

En este caso, se tiene una interferencia destructiva o negativa.

Al ver la Fig. 7.10, se puede afirmar que una onda de luz más otra onda de luz, si cumplen las condiciones de la interferencia destructiva, dará oscuridad.

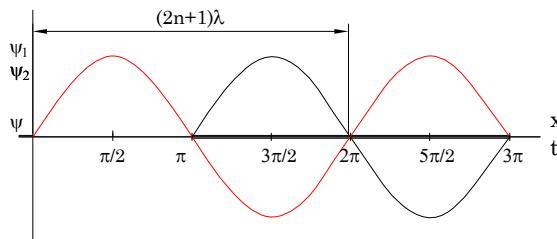


Fig. 7.10. Interferencia de ondas destructivas.

7.5 Interferencia

La interferencia de ondas electromagnéticas, como las ondas de la luz, se produce al superponerse en un punto del espacio dos o más ondas armónicas; las ondas deben ser coherentes, de igual frecuencia; los campos eléctricos deben ser paralelos y las amplitudes deben ser muy cercanas.



Fig. 7.11. Interferencia de un rayo láser al pasar por un par de ranuras que se encuentran separadas 0.75mm. Fuente propia.

Experimento de Young. Este es uno de los experimentos cruciales en la historia de la Óptica, definitivo para empezar a cambiar el paradigma de la teoría corpuscular de la luz; en la práctica, es una corroboración del principio de Huygens, propuesto inicialmente para las ondas mecánicas. En este caso, el principio también actúa sobre la luz, lo que corrobora su comportamiento ondulatorio, donde cada punto de un frente de onda es un nuevo generador de ondas.

Young, al llevar a que pasara un frente de onda por un par de orificios muy cercanos, logró obtener dos fuentes monocromáticas y coherentes, las que, al interactuar, al final permiten que se lograse una interferencia positiva o negativa.

En la Fig. 7.11, se puede observar una fotografía de la interferencia de luz de un rayo láser al pasar por un par de orificios muy cercanos, cuya separación es *0.75 mm*.

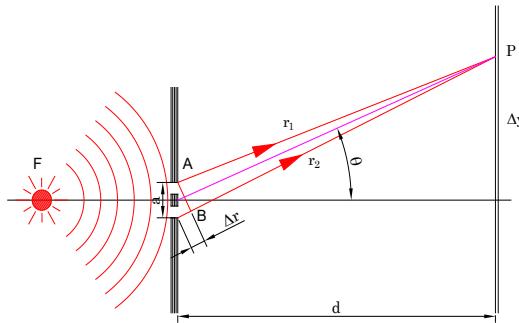


Fig. 7.12. esquema del experimento de Young.

El esquema del experimento de Young se puede observar en la Fig. 7.12; los orificios *A* y *B*, están separados una distancia *a*, muy pequeña; es decir, debe ser comparable con la longitud de onda; a una distancia *d* está la pantalla y sobre ella se forma el patrón de interferencias de líneas brillantes y otras oscuras; la diferencia de trayecto Δr define el tipo de interferencia, así:

Si $\Delta r = N\lambda$, donde *N* es un número entero, habrá una interferencia constructiva o positiva o una franja brillante.

Según la Fig. 5.12, $\Delta r = a \operatorname{Sen}\theta$, pero $\operatorname{Tan}\theta = \frac{\Delta y}{d}$; en ángulos pequeños, como los que se tiene en la Fig. 7.12, seno y tangente son muy parecidos; esto es: $\operatorname{Sen}\theta \cong \operatorname{Tan}\theta$; entonces, se puede establecer que:

$$\Delta r = a \operatorname{Tan} \frac{\Delta y}{d}.$$

Ahora bien, como $\Delta r = N\lambda$, y, para ángulos pequeños, $\theta \cong \operatorname{Tan}\theta$, entonces:

$$\lambda = \frac{a}{N} \frac{\Delta y}{d} \quad (7.19),$$

donde λ es la longitud de onda y *N* corresponde a: 1, 2, 3.

En el caso de una interferencia destructiva o de zonas oscuras, se tiene:

$$\Delta r = (2n + 1) \frac{\lambda}{2};$$

es decir:

$$a \frac{\Delta y}{d} = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

De donde

$$\lambda = \frac{2a\Delta y}{d(2n+1)} \quad (7.20).$$

Ahora bien: de la interferencia constructiva y destructiva se tiene:

$$\Delta y_+ = \frac{n\lambda d}{a}$$

$$\Delta y_- = \frac{(2n+1)d\lambda}{2a}.$$

De modo que la distancia entre una franja brillante y una oscura es:

$$\Delta y_+ - \Delta y_- = \frac{n\lambda d}{a} - \frac{(2n+1)d\lambda}{2a}$$

$$\Delta y_{+-} = \frac{\lambda d}{a} \left(n - \frac{2n+1}{2} \right)$$

$$\Delta y_{+-} = \frac{\lambda d}{2a}.$$

Esta es la distancia entre un máximo brillante y un mínimo oscuro, de donde se puede calcular la longitud de onda de la luz con la que se está haciendo el experimento:

$$\lambda = \frac{2a\Delta y_{+-}}{d}.$$

El éxito del experimento está en tener una medida exacta entre los ejes de los huecos y la distancia entre las zonas brillantes y oscuras sobre la pantalla; la distancia entre los huecos debe ser del orden de décimas de milímetro.

También, se pueden tomar datos entre zonas brillantes; esto es:

Para $n = 1$ y 2 : $\Delta y_{+2} = \frac{2\lambda d}{a}$ y $\Delta y_{+1} = \frac{\lambda d}{a}$; al efectuar la diferencia, se tiene:

$$\Delta y_{+2} - \Delta y_{+1} = \frac{2\lambda d}{a} - \frac{\lambda d}{a}$$

$$\Delta y_{+2} - \Delta y_{+1} = \frac{\lambda d}{a}.$$

De donde la longitud de onda de la luz que genera la interferencia se puede expresar como:

$$\lambda = \frac{a \Delta y_{+21}}{d} \quad (7.21).$$

Interferencia en láminas delgadas. Láminas delgadas, como pompas de jabón, láminas polarizadoras de vidrios, anteojos, etc., siempre van a estar limitadas por dos superficies s_1 y s_2 ; según la Fig. 7.13, el rayo que incide en el punto A se refleja y refracta al pasar al medio II; es decir, se generan dos rayos; el rayo refractado, al llegar al punto C , también se refleja, con lo cual, al llegar al punto B , se vuelve a refractar; esto es: en el medio I se tienen dos rayos r_1 y r_2 desfasados, en una diferencia de trayecto Δr .

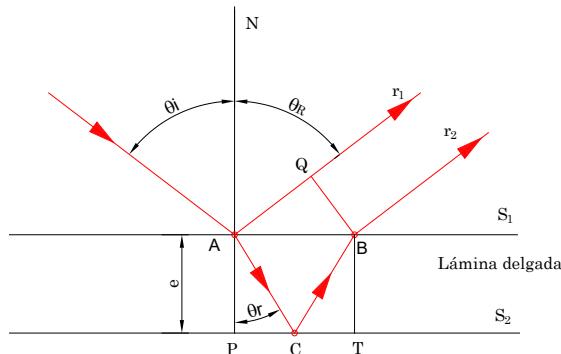


Fig. 7.13. esquema de la trayectoria de un rayo de luz cuando llega a una lámina delgada.

El recorrido del rayo dos: r_2 , es:

$$r_2 = (AC + CB)n.$$

En este mismo tiempo, el rayo uno, r_1 , tiene este recorrido: $r_1 = AQ - \frac{\lambda}{2}$ (media longitud de onda, que se pierde por la reflexión).

Por tanto, la diferencia de trayecto es:

$$\Delta r = r_2 - r_1$$

$$\Delta r = (AC + CB)n - AQ + \frac{\lambda}{2}$$

Ahora bien, a partir de la Fig. 7.13, para conocer los valores de AC , CB y AQ , se tiene:

$$\cos\theta_r = \frac{e}{AC}; \text{ por tanto, } AC = \frac{e}{\cos\theta_r}.$$

Por otra parte: $AQ = ABS\operatorname{en}\theta_i$; además, AC y CB son iguales; por tanto, al remplazar, se tiene:

$$\Delta r = \frac{2e}{\cos\theta_r}n - ABS\operatorname{en}\theta_i + \frac{\lambda}{2}.$$

Si se considera la mitad de AB , se tiene: $\operatorname{Tan}\theta_r = \frac{AB/2}{e}$, de donde $AB = 2e\operatorname{Tan}\theta_r$; por tanto:

$$\Delta r = \frac{2e}{\cos\theta_r}n - 2e\operatorname{Tan}\theta_r\operatorname{Sen}\theta_i + \frac{\lambda}{2}.$$

Según la Ley de Snell: $\operatorname{Sen}\theta_i = n\operatorname{Sen}\theta_r$, y como $\operatorname{Tan}\theta_r = \frac{\operatorname{Sen}\theta_r}{\cos\theta_r}$, entonces, al remplazar, se tiene:

$$\Delta r = \frac{2e}{\cos\theta_r}n - 2e\frac{\operatorname{Sen}\theta_r}{\cos\theta_r}n\operatorname{Sen}\theta_r + \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta r = \frac{2en}{\cos\theta_r} - 2en\frac{\operatorname{Sen}^2\theta_r}{\cos\theta_r} + \frac{\lambda}{2}.$$

Con la factorización, se tiene:

$$\Delta r = \frac{2en}{\cos\theta_r}(1 - \operatorname{Sen}^2\theta_r) + \frac{\lambda}{2}.$$

Ahora bien, como $1 - \operatorname{Sen}^2\theta_r = \cos^2\theta_r$, al remplazar, se tiene:

$$\Delta r = \frac{2en}{\cos\theta_r}\cos^2\theta_r + \frac{\lambda}{2}.$$

Por último, se tiene:

$$\Delta r = 2en\cos\theta_r + \frac{\lambda}{2} \quad (7.22).$$

Así, conocida la diferencia de trayecto, se pueden tener expresiones para la interferencia constructiva o destructiva:

- *Interferencia constructiva.* Este tipo de interferencia se obtiene cuando:

$$\Delta r = N\lambda.$$

Entonces:

$$2en\cos\theta_r + \frac{\lambda}{2} = N\lambda.$$

Como: $1 = \operatorname{Sen}^2\theta + \operatorname{Cos}^2\theta$, entonces: $\operatorname{Cos}\theta_r = \sqrt{1 - \operatorname{Sen}^2\theta_r}$.

Al remplazar, se tiene:

$$N\lambda = 2en\sqrt{1 - \operatorname{Sen}^2\theta_r} + \frac{\lambda}{2}.$$

Según la Ley de Snell, $\operatorname{Sen}\theta_i = n\operatorname{Sen}\theta_r$, donde $\operatorname{Sen}\theta_r = \frac{1}{n}\operatorname{Sen}\theta_i$. Si se remplaza, se tiene:

$$\begin{aligned} N\lambda &= 2en \sqrt{1 - \frac{1}{n^2} \operatorname{Sen}^2\theta_i} + \frac{\lambda}{2} \\ N\lambda - \frac{\lambda}{2} &= 2en\sqrt{n^2 - \operatorname{Sen}^2\theta_i} \\ (2N - 1)\frac{\lambda}{2} &= 2en\sqrt{n^2 - \operatorname{Sen}^2\theta_i}. \end{aligned}$$

De modo que, cuando $N = 0$, se tiene el máximo central; esto es:

$$2en\sqrt{n^2 - \operatorname{Sen}^2\theta_i} = -\frac{\lambda}{2}.$$

Si $\theta_i = 0$, el rayo cae de forma perpendicular; entonces: $\operatorname{Sen}^2\theta_i = 0$, por lo cual:

$$2en = -\frac{\lambda}{2}.$$

Por tanto, la longitud de onda es:

$$\lambda = 4en,$$

y, si se conoce la longitud de onda, entonces se procede a calcular el espesor de la lámina:

$$e = \frac{\lambda}{4n}.$$

La lámina más delgada dará el color violeta y, cuando es más gruesa, dará el color rojo, al ser irradiada por luz policromática; es decir, luz blanca.

Por otra parte, con luz monocromática, se tendrán unos máximos y mínimos, así:

$$(2N + 1) \frac{\lambda}{2} = 2e\sqrt{n^2 - \operatorname{Sen}^2\theta_i} + \frac{\lambda}{2}$$

$$(2N + 1) \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2} = 2e\sqrt{n^2 - \operatorname{Sen}^2\theta_i}.$$

Si se organizan los términos, se tiene:

$$N\lambda = 2e\sqrt{n^2 - \operatorname{Sen}^2\theta_i} + \frac{\lambda}{2}.$$

En este caso, N debe ser diferente de cero; entonces, si $N = 1$, se obtiene:

$$\lambda = 2e\sqrt{n^2 - \operatorname{Sen}^2\theta_i} \quad (7.23),$$

para la primera interferencia destructiva y, en adelante, para los valores $N > 1$.

En la Fig. 7.14, se tiene una lámina de agua jabonosa, en la que se puede ver una serie de colores resultado de la interferencia que se produce cuando se ilumina con luz blanca; debido a su espesor, da los colores que se pueden observar. La pompa de agua jabonosa se fotografió en el Museo de la Ciencia y el Juego, de San Juan de Pasto.



Fig. 7.14. Fotografía de una pompa de jabón.
Fuente propia.

• **Recubrimiento de lentes.** Los ingenieros y técnicos que elaboran instrumentos ópticos informan que, respecto a la luz, al pasar del medio aire al vidrio de la lente, alrededor del 4% se refleja, lo que deja pasar solo el 96%. Este dato parece insignificante, pero, cuando se trata de instrumentos de precisión, resulta importante; la pérdida de luz por reflexión se logra minimizar cuando se cubre la superficie de la lente con una película delgada, cuyo espesor se elige para que, al reflejarse, se produjera una interferencia destructiva para el color amarillo, que se encuentra en el centro del espectro visible; de modo que lo que se cancela de luz reflejada, se aumenta a la luz transmitida, y este es el color que tienen algunas lentes de cámaras fotográficas y binoculares.

Anillos de Newton. A pesar de que Newton sostuvo la teoría corpuscular de la luz, se cree, y a eso se debe su nombre, que obtuvo interferencia entre dos vidrios, uno plano y otro ligeramente convexo; la forma de explicar este fenómeno se atribuía a la vibración del éter.

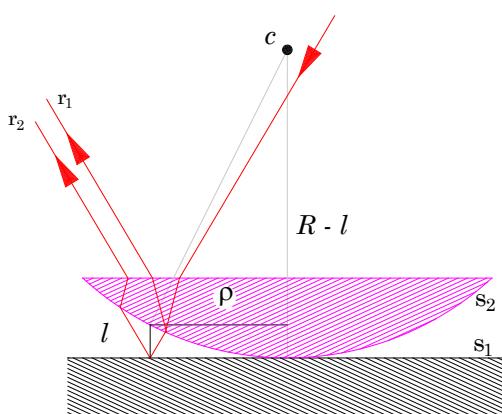


Fig. 7.15. Esquema de la trayectoria de un rayo de luz cuando llega a una lente plana convexa y forma los anillos de Newton

A partir de la Fig. 7.15, se puede ver un corte del montaje de un vidrio plano que genera la superficie s_1 y una lente plana convexa, de radio R , genera la superficie s_2 ; un rayo de luz que incidiera por la parte plana de la lente plana convexa genera dos rayos: el primero se refleja desde la superficie s_2 y el segundo se refleja desde la superficie s_1 , de modo que la diferencia de trayecto de estos dos rayos es:

$$\Delta r = 2l + \frac{\lambda}{2} \quad (7.24).$$

Claro, el segundo rayo tiene que efectuar dos veces el recorrido l y, además, gana media longitud de onda.

De modo que, para que hubiera una interferencia positiva, se debe cumplir:

$$2l + \frac{\lambda}{2} = N\lambda$$

$$2l = N\lambda - \frac{\lambda}{2}.$$

De tal forma que:

$$l = (2N - 1) \frac{\lambda}{4}.$$

Ahora bien: la pregunta es, ¿cómo se encuentra λ ? Para esto se tiene: a partir de la Fig. 7.15, se tiene que:

$$R^2 = \rho^2 + (R - l)^2.$$

Si se resuelve, se tiene:

$$R^2 = \rho^2 + R^2 + l^2 - 2Rl.$$

De donde:

$$\rho^2 = 2Rl - l^2.$$

Como l es muy pequeño comparado con R , entonces el cuadrado es mucho más pequeño, de modo que:

$$\rho = \sqrt{2Rl}.$$

Si remplazamos en esta ecuación el valor de l , se tiene:

$$\rho = \sqrt{2R(2N - 1) \frac{\lambda}{4}}$$

$$\rho = \sqrt{R(2N - 1) \frac{\lambda}{2}}$$

Este es el radio de los anillos de Newton; para la longitud de onda, se tiene esta expresión:

$$\lambda = \frac{2\rho^2}{R(2N-1)} \quad (7.25).$$

En la Fig. 7.16, se tiene una fotografía de anillos de Newton, interferencia que se obtiene al iluminar el conjunto de lentes con luz blanca; de allí los colores que se pueden apreciar.



Fig. 7. 16. Fotografía de anillos de Newton en el Laboratorio de Óptica - Universidad de Nariño, primer semestre 2025. Fuente propia.

Interferómetro de Michelson y Morley. Al proponer la teoría ondulatoria de la luz, la Física del siglo XIX suponía que así como las ondas mecánicas necesitan de un medio elástico, las ondas electromagnéticas debían tener un soporte en el que se pudieran desplazar; el “éter” resultaba un buen medio. Maxwell había demostrado la existencia de las ondas electromagnéticas en el vacío, pero incluso el vacío debía estar lleno del éter, debido a que la velocidad de la Luz es tan grande y al tomar en cuenta que los cuerpos materiales pasan a través de él, sin fricción aparente, se suponía que allí había una combinación de propiedades inusuales; por tanto, diseñar experimentos para investigar estas propiedades se tornó prioritario.

Albert Michelson, un científico estadounidense que había dedicado toda su vida a calcular la velocidad de la luz, creyó tener una idea clara para encontrar esas propiedades inusuales. En 1881, Michelson y, luego, en 1887, con la ayuda de Edward Morley, desarrollaron el experimento entre abril y julio en la Universidad Case de la Reserva Occidental, en Cleveland, Ohio; los resultados se publicaron en noviembre del mismo año. La intención por demostrar el movimiento relativo de la tierra en relación al éter se vio desvanecida, porque los resultados no fueron los esperados, ya que la velocidad de la luz resultaba la misma en cualquier dirección; el experimento básicamente comparaba los dos movimientos

ortogonales, realizados el mismo día con una diferencia de 12 horas entre uno y otro, como también, en un mismo año, con diferencia de 6 meses.

A partir de los resultados obtenidos, muchos científicos quedaron perplejos, pues esperaban otro resultado; sin embargo, los resultados fueron la base experimental para la teoría de la relatividad especial, de Albert Einstein.

Desde entonces, el experimento se convirtió en la base fundamental para la Física Moderna y lo han repetido muchos científicos (véase Capítulo I), con una sensibilidad cada vez mayor; entre los últimos, se cuenta el experimento de 2009, cuya precisión fue de 10^{-17} , que realizaron Herbert E. Ives y G. R. Stilwell (Ives-Stilwell) y, a la vez, Roy Kennedy y Edward Thorndike (Kennedy-Thorndike).

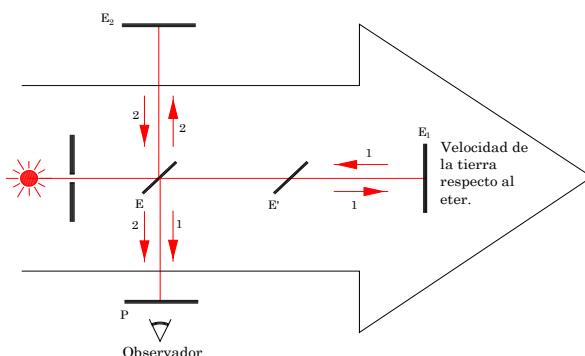


Fig. 7.17. Esquema del experimento de Michelson y Morley.

En la Fig. 7.17, se puede ver el esquema del montaje del experimento: desde la fuente luminosa sale un rayo colimado hasta el espejo semiplateado E , que divide el haz en dos; el rayo 1 llega hasta el espejo E_1 que, a su vez, lo retorna hasta el espejo E semitransparente que, en parte, lo transmite hacia la pantalla P ; por otra parte, en el espejo semiplateado, el segundo rayo se refleja hasta alcanzar el espejo E_2 que lo rebota hasta el espejo semiplateado, donde se transmite y logra superponerse con el rayo reflejado 1; si las distancias de los espejos E_1 y E_2 son exactamente

iguales, en la pantalla P se genera un patrón de interferencia tanto constructiva como destructiva; el instrumento resulta altamente sensible, pues la vibración del montaje basta para perder la observación; de allí que el montaje original exigía una cama de mercurio para absorber las vibraciones del piso. Por otra parte, el montaje puede rotar de tal forma que uno de los brazos coincidiera con la dirección del movimiento de la tierra, mientras que el otro quedaría colocado de forma ortogonal; en esta posición, a las 12 de la noche, cuando las velocidades de traslación y rotación se suman, la segunda observación sería a las doce del día; en esta posición, la velocidad de traslación y rotación se restarían; de igual modo, se establece la observación en épocas del año separadas por seis meses una de la otra.

En la Fig. 7.17, se pueden ver los dos recorridos que realiza la luz: en el primer recorrido, la luz llega al espejo semitransparente y se transmite hacia el espejo E_1 ; si se supone que se está moviendo respecto al éter, a pesar de que la velocidad de la tierra es de $30 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ la que, comparada con la velocidad de la luz de $300000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$, resulta muy pequeña, esto significa que solo alcanza 0.1 milésima parte.

Entonces, el tiempo que necesita la luz para ir del espejo E al espejo E_1 es:

$$t_{EE_1} = \frac{l}{c-v},$$

y el tiempo para el retorno es:

$$t_{E_1E} = \frac{l}{c+v}.$$

De modo que el tiempo total es:

$$t_1 = t_{EE_1} + t_{E_1E}$$

$$t_1 = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v}.$$

Al organizar estos términos, queda:

$$t_1 = \frac{lc + lv + lc - lv}{c^2 - v^2}$$

$$t_1 = \frac{2lc}{c^2 - v^2}$$

$$t_1 = \frac{2lc}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$$

$$t_1 = \frac{2l/c}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (7.26).$$

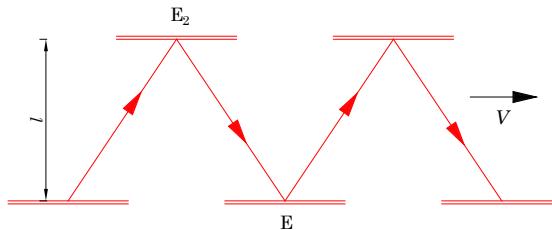


Fig. 7.18. Zigzagueo del rayo de luz cuando toma el rumbo del trayecto 1.

Ahora bien, si se observa la Fig. 7.18, se puede apreciar que el recorrido que lleva a cabo la luz es un zigzag de E a E_2 y el retorno; esto es:

El tiempo que necesita la luz para ir del espejo E al espejo E_2 es:

$$t_{EE_2} = \frac{l}{\sqrt{c^2 - v^2}}.$$

El tiempo de retorno desde el espejo E_2 al espejo E es:

$$t_{E_2E} = \frac{l}{\sqrt{c^2 - v^2}}.$$

De modo que el tiempo total de ida y vuelta será:

$$t_2 = t_{EE_2} + t_{E_2E}$$

$$t_2 = \frac{l}{\sqrt{c^2 - v^2}} + \frac{l}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

$$t_2 = \frac{2l}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Al final, queda:

$$t_2 = \frac{2l/c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (7.27).$$

Con los dos tiempos que se tiene, se busca alguna diferencia que debe haber entre ellos, para lo cual se establece la relación entre estos dos tiempos:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{(2l/c)/\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{(2l/c)\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Y, por último, para comparar los tiempos, se tiene:

$$t_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} t_2 \quad (7.28),$$

con lo cual se tiene que $t_1 > t_2$; como los dos haces de luz generan una interferencia en la pantalla, al llevar a que girara el montaje 90° , esto quiere decir que, como se han cambiado los recorridos, también debería producirse un corrimiento de la interferencia al menos de 0.4 de franja, pero solo alcanzó 0.005, lo cual no resulta significativo; con este resultado, se descartó la existencia del éter.

Como la velocidad de la luz es muy grande, si se compara con la velocidad de la tierra, el radical $\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = 1$ significa que $\frac{v^2}{c^2} \approx 0$; por tanto, los tiempos son iguales; es decir:

$$t_1 = \frac{2l}{c}$$

$$t_2 = \frac{2l}{c}.$$

Como se ve, los dos tiempos son iguales, con lo cual se plantea un nuevo principio de la naturaleza: La invariancia de la velocidad de la Luz, un principio clave para el desarrollo de la Teoría de la Relatividad.

7.6 Difracción

Esta es una de las propiedades de las ondas; como resultado del principio de Huygens, las ondas bordean obstáculos que fuesen comparables con la longitud de onda, lo que significa que, al darse la difracción, se puede generar una superposición de ondas, cuyo resultado es una interferencia, como se puede ver en la Fig. 7.21, la difracción de un rayo láser al pasar por una ranura de 0.75 mm de espesor.

Difracción por una ranura. En la Fig. 7.19, se tiene un esquema sobre cómo un rayo de luz que pasa por la ranura AB , de espesor a , se dobla al bordear las esquinas A y B , hasta alcanzar la pantalla en el punto P ; el

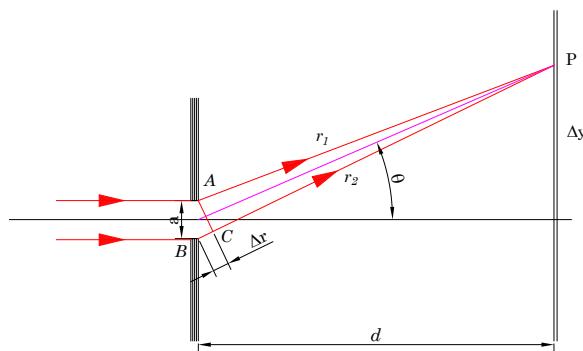


Fig. 7.19. Difracción por una ranura.

rayo que bordea el punto A define un recorrido r_1 y el rayo que bordea la esquina B define el rayo r_2 ; así, entre r_2 y r_1 se tiene una diferencia de camino Δr que, si resulta comparable con la longitud de onda, produce una interferencia, de modo que se puede escribir:

$$a \operatorname{Sen} \theta = \Delta r \quad (7.29).$$

Ahora bien, a partir de la superposición de ondas se tiene:

$$\Psi = 2\Psi_0 \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Sen}(wt - kx),$$

donde la amplitud es:

$$A = 2\Psi_0 \cos\delta,$$

amplitud que depende del valor que tomase δ ; es decir, se tendrá la máxima amplitud cuando:

$$A_M = 2\Psi_0$$

y, para que se dé este resultado: $\cos\delta = \pm 1$; es decir:

$$\delta = k(r_2 - r_1) = 0, \quad 2\pi, \quad 4\pi, \dots = 2n\pi.$$

Si se remplaza $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, se tiene:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r,$$

por lo que, al combinar con (7.29), se tiene:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} a \operatorname{Sen}\theta \quad (7.30).$$

Pero, según la Fig. 7.19: $\operatorname{Sen}\theta \cong \operatorname{Tan} \frac{4y}{d}$, y, en ángulos pequeños, se puede decir que: $\operatorname{Tan} \frac{4y}{d} = \frac{4y}{d}$; por tanto, se tiene:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} a \frac{\Delta y}{d} = 2n\pi$$

$$\lambda = \frac{a \Delta y}{nd} \quad (7.31).$$

Por otra parte, así como entre los puntos A y B hay infinitos puntos entre ellos, que son generadores de ondas y, por supuesto, también generan difracción y, por consiguiente, interferencias y, por tanto, hay una serie de vectores rotantes desfasados δ , con lo cual la función resultante, de acuerdo a la Fig. 7.20, es:

$$\Psi_0 = OP.$$

Como $OP = R\delta$, entonces:

$$\Psi_0 = R\delta.$$

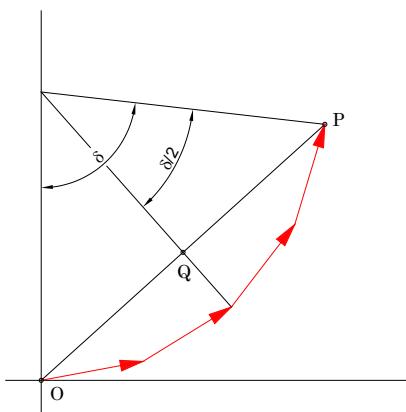


Fig. 7.20. Vectores rotantes.

De donde: $QP = R \operatorname{Sen} \frac{\delta}{2}$; de modo que la función queda:

$$\Psi_R = 2R \operatorname{Sen} \frac{\delta}{2}$$

Con lo cual se puede establecer una relación entre estas dos funciones:

$$\frac{\Psi_R}{\Psi_0} = \frac{2R \operatorname{Sen} \frac{\delta}{2}}{R\delta}.$$

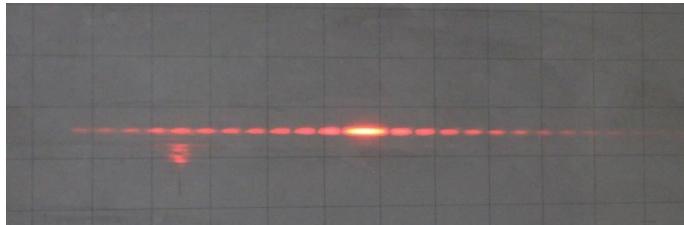


Fig. 7.21. Difracción lograda al pasar un rayo láser por una ranura de 0.75 mm de espesor. Laboratorio de Óptica - Universidad de Nariño. Fuente propia.

En Fig. 7.21, se tiene una fotografía de difracción, que se logra cuando un rayo de luz láser pasa por una ranura formada por dos cuchillas, cuya separación es 0.75 mm; al centro muy brillante se lo denomina máximo central y a cada lado están los máximos secundarios, que se desvaneцен a medida que se aleja del centro:

$$\Psi_R = \Psi_0 \frac{2 \operatorname{sen} \frac{\delta}{2}}{\delta}.$$

También:

$$\Psi_R = \Psi_0 \frac{\operatorname{sen} \frac{\delta}{2}}{\frac{\delta}{2}} \quad (7.32).$$

Intensidad de máximos generados por una ranura. Ahora bien, la intensidad luminosa es función del cuadrado de la amplitud, como en cualquier tipo de onda; es decir: $I \propto \Psi^2$.

Entonces:

$$I = I_0 \left(\frac{\operatorname{sen} \frac{\delta}{2}}{\frac{\delta}{2}} \right)^2.$$

Así, si se recuerda que $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} a \operatorname{sen} \theta$, al remplazar, queda:

$$I = I_0 \left(\frac{\operatorname{sen} \left(\frac{\pi a}{\lambda} \operatorname{sen} \theta \right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \operatorname{sen} \theta} \right)^2 \quad (7.33),$$

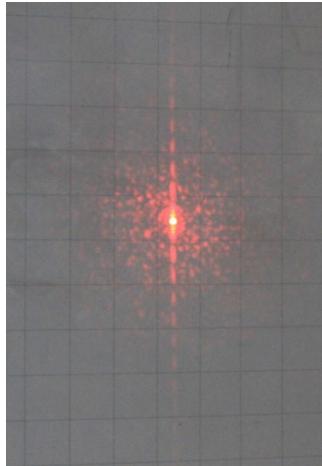


Fig. 7.22. Fotografía de una difracción lograda con luz láser al pasar un cabello como obstáculo. Laboratorio de Óptica. Fuente propia.

que es la intensidad luminosa de cada línea brillante o un máximo que se observa en la pantalla.

Difracción con un cabello. En la Fig. 7.22, se puede apreciar una fotografía de una difracción lograda con un cabello de una estudiante de Óptica; al ubicarlo como obstáculo al rayo de luz láser, lo mismo se logra al ubicar la punta de una aguja muy afilada; este tipo de difracciones corresponden a difracciones de Fresnel, con objetos físicos ubicados en el trayecto de un rayo, cuyo tamaño resulta comparable con la longitud de onda; a diferencia de la difracción obtenida cuando el rayo láser pasa por una ranura, como se puede

observar en la Fig. 7.21, en este caso la ranura tiene una separación de 0.75 mm ; en ambas fotografías se tiene un máximo central y secundarios a los lados, dispuestos de forma simétrica, cuya intensidad va decreciendo de acuerdo a la expresión matemática (7.33).

Difracción por una rejilla. En primer lugar, una rejilla consta de muchas ranuras muy finas o surcos grabados en un vidrio o una película de plástico; para que se pudiera tener una rejilla simétrica, es necesario tomar una fotografía de una rejilla y luego minimizarla a la necesidad; cuando se realizó la difracción por una ranura simple, se supuso que en la ranura había muchas fuentes con luz coherente; al considerar los extremos, por el principio de Huygens se tienen dos rayos que, al superponerse, producen interferencias tanto constructivas como destructivas, con lo cual en una rejilla se explicitan las fuentes puntuales, pues cada ranura actúa como tal.

7.7 Polarización

Modelo mecánico. En el libro *Notas de Clase de Física II*, en la sección de Características de las ondas, se encuentra la explicación respecto a cómo una onda transversal se puede polarizar; aquí, un resumen de ese aparte: de acuerdo a la Fig. 7.23, una cuerda, que se puede hacer girar como en el punto *A*, así que en el tramo *B* la cuerda está girando; ahora bien, si la cuerda pasa por una rejilla, como en el punto *C*, la cuerda no tiene otra forma de oscilar que la que le permite la rejilla, con lo cual la cuerda oscilaría de manera vertical, de modo que, en el tramo *D*, la cuerda está oscilando de forma vertical; es decir, el movimiento de la cuerda se ha polarizado verticalmente.

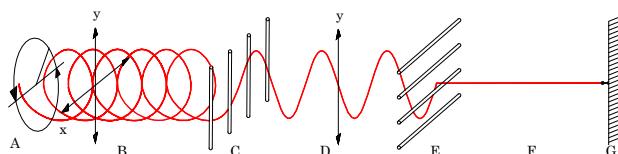


Fig. 7.23. Modelo mecánico para demostrar la polarización de una onda transversal.

Si, una vez más, se ubica una baranda o rejilla E de forma horizontal, el movimiento oscilatorio de la cuerda desaparece en la zona F ; en este caso, la baranda es la causa para que desapareciera el movimiento de la cuerda; las rejillas se comportan como polarizadores del movimiento de la cuerda; a la primera rejilla se la denominaría polarizador y a la segunda se la denominaría analizador de la señal.

Los fenómenos de interferencia y difracción proporcionan evidencia de que la luz es un fenómeno ondulatorio; al comienzo, tanto Young como Fresnel creían que se trataba de ondas longitudinales, pero la evidencia experimental de que la luz es una onda transversal surgió del estudio de la polarización de la luz.

Entonces, debido a que la luz tiene un carácter de onda electromagnética transversal y que su forma natural se transmite en todas las direcciones, con un campo eléctrico y magnético que vibra en todas las direcciones, conserva, eso sí, la ortogonalidad entre sí y la perpendicularidad a la dirección de propagación.

Ahora bien, cuando la luz pasa a través de ciertos materiales o se refleja en superficies puede sufrir una restricción en el plano de vibración, fenómeno que tiene que ver con la polarización; según esto, se pueden presentar los siguientes casos de polarización electromagnética:

- i) Polarización lineal. Ocurre cuando el campo eléctrico y magnético vibran en una sola dirección y permanece fija.
- ii) Polarización circular. Ocurre cuando el campo eléctrico y magnético, a medida que se propagan, van girando alrededor del vector de propagación.
- iii) Polarización elíptica. Ocurre cuando el campo eléctrico y magnético, a medida que se propagan, la intensidad del campo magnético va variando de forma elíptica.

Por ejemplo, en las ondas electromagnéticas que provinieran de la antena de una radio que se encuentre vertical, el campo eléctrico, en cualquier parte del frente de onda, estará siempre vertical (aparentemente) y el campo magnético estará de forma horizontal; en este caso, se dice que la onda electromagnética se encuentra polarizada linealmente, como se

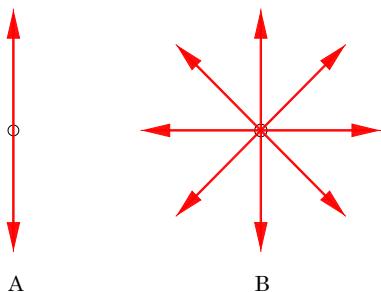


Fig. 7.24. A. Frente de onda cuya dirección es saliendo del libro y se encuentra vibrando de forma vertical; es decir, se ha polarizado linealmente; B. frente de onda que sale del libro y vibra en todas las direcciones.

puede ver en la Fig. 7.24, A, pero en un haz de luz proveniente de una fuente luminosa cuya naturaleza es la vibración electrónica, la orientación de los campos eléctricos es completamente aleatoria; es decir, vibran en todas las direcciones, razón por la cual este tipo de haz es susceptible de polarizarse en cualquier forma de las ya mencionadas; en la Fig. 7.24 B, se simboliza un haz de luz cuya dirección de propagación es saliendo del libro, cuyo frente de onda vibra en todas las direcciones.

Experimentalmente, se tiene que, cuando un rayo de luz atraviesa un medio refringente, se presentan dos alternativas: atravesar el medio y reflejarse en la primera superficie, tal como se puede ver en la Fig. 7.25; el rayo reflejado, cuando se encuentra a un ángulo determinado respecto a la normal de la superficie de la normal, puede polarizarse totalmente de forma lineal y, asimismo, el rayo transmitido también se encuentra parcialmente polarizado.

En la Fig. 7.26, se puede ver un frente de onda cuya dirección sale del libro, en el cual se destaca el campo eléctrico de una onda polarizada linealmente, cuya dirección de vibración forma un ángulo θ con el eje x ; así, la onda puede descomponerse en los eje x y y en dos ondas componentes polarizadas linealmente con amplitudes de: $ECos\theta$ y $ESen\theta$, de modo que los rayos polarizados de la Fig. 7.26 también se podrían descomponer en dos componentes: uno perpendicular al otro.

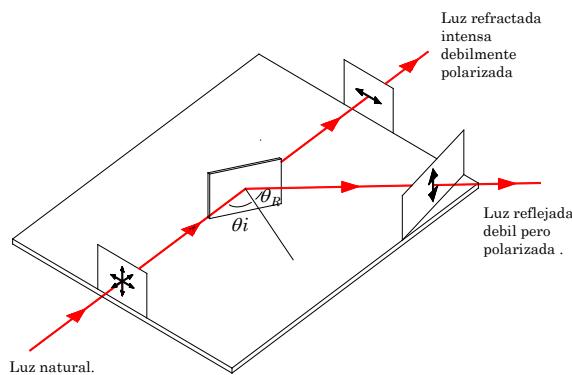


Fig. 7.25. Polarización de la luz cuando se refleja y se transmite con cierto ángulo de incidencia.

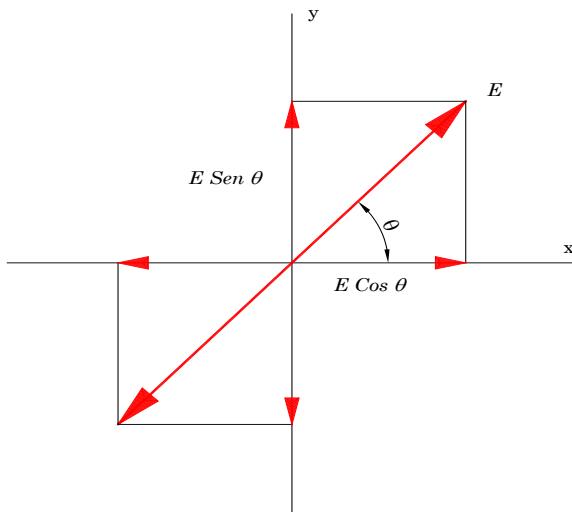


Fig. 7.26. Luz polarizada linealmente, descompuesta en dos componentes polarizados linealmente.

Así que, para simplificar, solo se tratará con el campo eléctrico. Entonces, el vector campo eléctrico se podría expresar como:

$$E(z, t) = E_x(z, t) + E_y(z, t)$$

$$E(z, t) = E_{0x} \cos \theta + E_{0y} \sin \theta.$$

Si se considera que el ángulo de rotación θ es $(kz - wt)$, la componente en y se puede escribir como: $E(z, t) = E_{0y} \cos(kz - wt + \varepsilon)$, de tal modo que $\varepsilon = 0$ o un múltiplo entero de $\pm 2\pi$; los campos componentes están en fase y, por tanto, se puede escribir como:

$$E(z, t) = (E_{0x} + E_{0y}) \cos(kz - wt) \quad (7.34).$$

La amplitud $E_{0x} + E_{0y}$ es constante y así la onda resultante en sí misma se ha polarizado en un plano o linealmente, como se muestra en la Fig. 7.26; análogamente, cuando ε es un múltiplo impar $\pm\pi$:

$$E(z, t) = (E_{0x} - E_{0y}) \cos(kz - wt)$$

Una vez más, la amplitud $E_{0x} - E_{0y}$ del vector resultante es constante y la onda se habrá polarizado linealmente.

• Ejemplos

1. Encontrar la expresión de una onda linealmente polarizada, de frecuencia w , que se propaga en la dirección positiva de z , cuyo plano de vibración está a 30° del plano z, x .

Solución

Se supone que las amplitudes son iguales; por tanto, sus componentes en x y y son:

$$\begin{aligned} E_{0x} &= E_0 \cos 30^\circ = 0.86E_0 \\ E_{0y} &= E_0 \sin 30^\circ = 0.5E_0. \end{aligned}$$

Por tanto:

$$E(z, t) = (0.866E_0 i + 0.5E_0 j) \cos(kz - wt + \varepsilon),$$

donde la constante ε depende de las condiciones iniciales.

2. Encontrar una expresión para la onda electromagnética polarizada en un plano de frecuencia angular w que se propaga en la dirección positiva de z , de tal modo que el campo E establece un ángulo de 120° con la

dirección positiva de x para $t = 0$ y $z = 0$; verificar que esta onda resulta ortogonal a la onda del ejercicio anterior.

Solución

Se supone que las amplitudes son iguales; entonces:

$$\begin{aligned}E_{0x} &= E_0 \cos 120^\circ = -0.5E_0 \\E_{0y} &= E_0 \sin 120^\circ = 0.866E_0\end{aligned}$$

Por tanto, la expresión resultante es:

$$E(z, t) = (-0.5E_0 i + 0.866E_0 j) \cos(kz - wt).$$

Para ver si resultan ortogonales o no con la expresión resultante en el ejemplo anterior, se puede establecer un producto escalar de las amplitudes; en el caso de ser cero, pues los planos son normales entre sí; es decir: $A \cdot B = ab \cos \theta = 0$ significa que el ángulo es de 90° ; por tanto, son normales; en el ejercicio es:

$$\begin{aligned}(0.866E_0 i + 0.5E_0 j) \cdot (-0.5E_0 i + 0.866E_0 j) \\(0.866)(-0.5) + (0.5)(0.866).\end{aligned}$$

Como se puede ver, el resultado es **cero**; por tanto, los planos de vibración son normales.

Ley de Malus. A comienzos del siglo XIX la única manera de obtener luz polarizada era dejando pasar luz por un cristal de Calcita; Malus descubrió que la luz reflejada por una superficie plana reflectante bajo un ángulo de 57° está polarizada, es decir podía ser extinguida con un analizador o polarizador si se coloca de manera ortogonal a la vibración del rayo reflejado. Dado a que la intensidad de la luz varía desde un mínimo a un máximo significa que la amplitud de la intensidad de luz varía en función del ángulo de rotación, esto es:

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

Donde I_0 es la intensidad inicial de la luz incidente, y el ángulo θ es el ángulo de rotación entre el plano de vibración de la onda reflejada y el polarizador.

En general la luz que pasa por un polarizador queda con un plano de vibración restringido, si esta luz polarizada vuelve a pasar por un segundo medio polarizante, la intensidad de la luz depende del ángulo en el que se encuentren los dos polarizadores si el ángulo es 0° entonces el coseno vale 1 aquí no hay cambio en la intensidad, pero si el ángulo es de 90° es decir están de manera ortogonal pues el $\cos 90^\circ = 0$ por tanto la intensidad transmitida se anula, esto es lo que se conoce con el nombre de Ley de Malus.

Ley de Brewster. En 1812, el científico británico David Brewster descubrió que cuando el ángulo de incidencia de un rayo de luz que llega a un medio translucido y el ángulo de refracción suman 90° , el rayo reflejado y el rayo refractado se polarizan linealmente y, más aún, los rayos reflejado y refractado son mutuamente perpendiculares; esto es:

$$\theta_i + \theta_r = 90^\circ \quad (7.35).$$

De la Ley de Snell, se tiene:

$$\operatorname{Sen}\theta_i = n \operatorname{Sen}\theta_r.$$

Al combinar con la ecuación (7.35), se tiene:

$$\operatorname{Sen}\theta_i = n \operatorname{Sen}(90^\circ - \theta_i).$$

Como $\operatorname{Sen}(90^\circ - \theta_i) = \operatorname{Cos}\theta_i$, ya que $\operatorname{Cos}90^\circ = 0$ y $\operatorname{Sen}90^\circ = 1$, por tanto, toda la expresión se reduce a: $\operatorname{Cos}\theta_i$ y, por consiguiente, al remplazar, se tiene:

$$\operatorname{Sen}\theta_i = n \operatorname{Cos}\theta_i$$

$$\frac{\operatorname{Sen}\theta_i}{\operatorname{Cos}\theta_i} = n$$

$$\operatorname{Tan}\theta_i = n \quad (7.36).$$

De modo que, cuando se cumplen las condiciones geométricas, como se puede ver en la Fig. 7.27, se tiene esta expresión o, si se conoce el índice de refracción, se puede encontrar el ángulo de incidencia, con el cual se tienen los rayos polarizados.

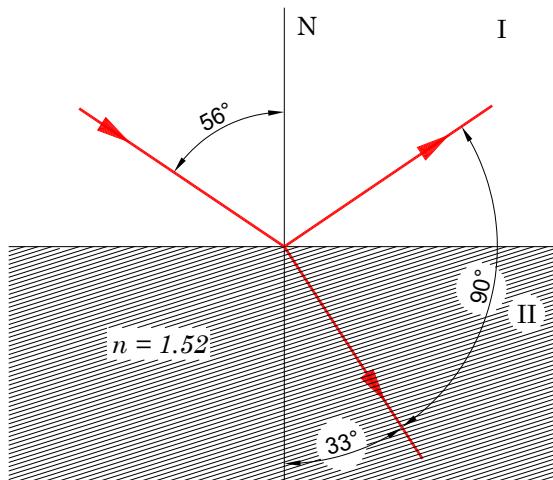


Fig. 7.27. Disposición de los rayos incidentes reflejado y refractado polarizados cuando se cumple el ángulo crítico de incidencia; en el caso del vidrio, el ángulo es $56.56^{\circ}39'33''$.

Otra forma de entender la Ley de Brewster también es al decir que, cuando el rayo reflejado en la superficie del medio y el rayo refractado son normales, los rayos refractados y reflejados se encuentran polarizados.



Fig. 7.28. Cristales de turmalina de diversas tonalidades de verdes. Fuente. <https://support.google.com/legal/answer/3463239?hl=es-419>

Dicroísmo. Este término significa dos colores; un cristal dicroico puede verse de un color, pero, si se gira unos 90° , tendrá otro color, probablemente negro, y esto se debe a la absorción selectiva de una de las dos componentes ortogonales del estado natural de la luz.

Un polarizador dicroico es anisótropo; es decir, produce una fuerte asimetría por absorción de una componente del campo, mientras tiene un comportamiento totalmente transparente para la otra componente.

Como los átomos dentro de un cristal se entrelazan fuertemente unos con otros por fuerzas de corto alcance, con lo cual forman redes periódicas, los electrones responsables de las propiedades ópticas se asocian a los átomos y bajo la influencia de átomos vecinos que modifican su posición inicial; por tanto, la respuesta al campo eléctrico armónico de las ondas de luz incidente varía de acuerdo a la distribución de electrones que encuentre.

Cristales dicroicos o polarizantes. En la naturaleza, se encuentran materiales translúcidos que dejan pasar la luz, pero el rayo que los atraviesa se modifica en sus planos de vibración, con lo cual resultan altamente polarizados; entre estos materiales se encuentran los cristales, como el diamante, la esmeralda, el cristal de roca, entre otros.

- **La turmalina.** Es un cristal de borosilicato de aluminio cristalizado; al recortarlo en láminas e incidirlo con luz normal, deja pasar la luz sin mayor dificultad aparente; cuando se ubique un segundo cristal, se puede percibir que, en determinada dirección, la luz no pasa, lo cual significa que la luz que atraviesa el primer cristal se encuentra polarizada. Con esta propiedad también está el sulfato de iodoquinina, conocido como herapatita; al utilizarlo en polvo y esparcirlo sobre plásticos transparentes, se pueden obtener polarizadores artificiales.



Fig. 7.29. Cristales de calcita de diferentes colores.
Fuente: <https://vivescortadaiimport.com/diccionario-minerales/minerales/calcita/index.php>

- **La calcita.** Es un cristal de carbonato de calcio cristalizado en el sistema romboédrico, como se ve en la Fig. 7.30; el espato de Islandia es una variedad de la calcita, incolora y transparente.

Debido a esta propiedad, la calcita se utiliza para fabricar polarizadores lineales empleados en los equipos de rayos láser de alta potencia; el cristal de la calcita se puede ver en la Fig. 7.30. Una fascinante historia se tiene alrededor de la calcita o piedra solar, conocida por los vikingos y probablemente el principal instrumento de navegación antes de la brújula; la utilizaban los marineros nórdicos, pues con ella podían localizar el sol en los días nublados y, con ello, la hora del día; en el cristal, hay dos esquinas romas menos sobresalientes, donde los planos de superficies se encuentran para formar tres ángulos obtusos, de 102° ; una línea que pasa por el vértice de cualquiera de las esquinas menos agudas, orientada de tal modo que forma ángulos iguales en cada cara, de 45.54° , es claramente un eje de triple simetría; se trata del eje óptico, como se puede ver en la Fig. 7.33.

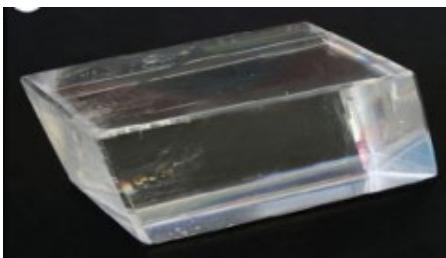


Fig. 7.30. Cristal de espato de Islandia totalmente transparente. Fuente: <https://www.ecured.cu/>



Fig. 7.31. Doble refracción producida por un cristal de espato de Islandia. Fuente: https://www.ecured.cu/Espato_de_Islandia

La propiedad más importante del eje óptico consiste en que, cuando el rayo de luz penetra al cristal con esta dirección, no sufre una doble refracción; se presenta la doble refracción cuando un rayo lo atraviesa y se tienen dos rayos (véase Fig. 7.31): uno invariante y un segundo rayo que pareciera girar cuando se gira el cristal sobre un objeto del cual se tiene la doble refracción, al que se le conoce con el nombre de rayo extraordinario; al ubicar un polarizador para mirar estos rayos, se comprueba que tanto el rayo ordinario como el extraordinario se han

polarizado linealmente y, si se analiza más profundamente, los rayos polarizados son ortogonales.

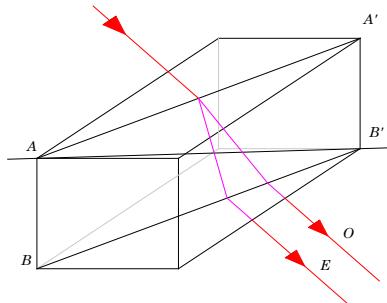


Fig. 7.32. La doble refracción en el espato de Islandia; el rayo más desviado es el rayo extraordinario.

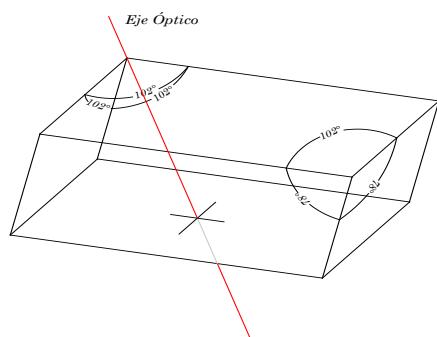


Fig. 7.33. Eje óptico en un cristal de calcita.

Birrefringencia. En la doble refracción de la luz o *birrefringencia*, es evidente que a cada rayo incidente le correspondiera un rayo refractado, pero lo curioso se establece cuando a un rayo incidente le correspondieran dos rayos refractados; este es el caso de los cristales dicroicos, como el espato de Islandia; en la Fig. 7.31, se puede ver la doble imagen de la línea. A los rayos refractados se los denomina rayo ordinario y rayo extraordinario; la imagen que forma el rayo ordinario permanece fija, mientras que la imagen que forma el rayo extraordinario gira alrededor de la imagen que ha constituido el rayo ordinario; en el cristal, hay una dirección privilegiada, denominada eje óptico, en el que se produce la birrefringencia; al mirar por el cristal, en dicho eje solo se ve una imagen.

Polarizadores. Se trata de láminas transparentes artificiales, que tienen las mismas propiedades de la turmalina; o sea, que pueden polarizar la luz.

Al polarizar la luz con estos sistemas, ocurre esto: el haz de luz natural que incide sobre la lámina polarizadora encuentra unos finísimos hilos moleculares o cristales verticales; como se puede ver en la Fig. 7.34, los electrones que lo conforman se activan ante la presencia del campo

eléctrico vertical y dejan su energía total o parcial en estos hilos. En consecuencia, el campo eléctrico horizontal que no ha sido afectado puede continuar, con lo cual se tiene un haz de luz polarizada horizontalmente que se propaga en la misma dirección que traía el rayo ordinario.

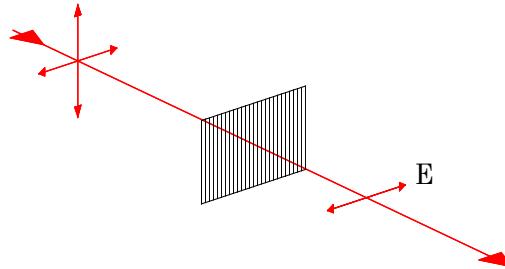


Fig. 7.34. Lámina polarizadora del rayo de luz.

En la Fig. 7.35 se puede ver como la componente horizontal del rayo de luz que incide sobre el cristal se atenúa a medida que atraviesa el cristal, mientras que la componente vertical se atenúa, pero en menos proporción.

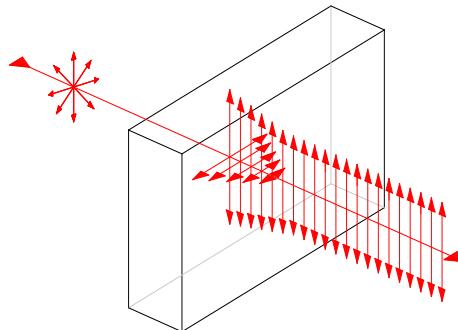


Fig. 7.35. La componente horizontal se atenúa a medida que atraviesa el cristal solo queda la componente vertical.

Por otra parte, el prisma de Nicol (Fig. 7.36), llamado así por su inventor William Nicol, realiza eficazmente esta función de partir el rayo incidente en dos: uno ordinario y otro extraordinario; el rayo extraordinario se

genera cuando se encuentra con la superficie pegada con bálsamo del Canadá, cuyo índice de refracción es 1.549.

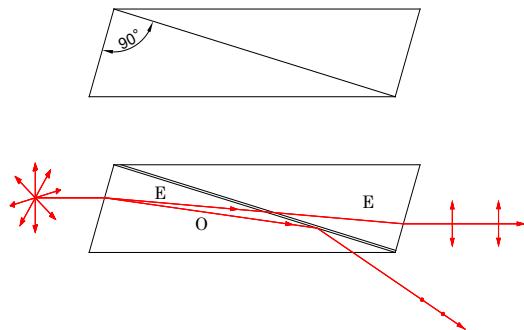


Fig. 7.36. Sección de un prisma de Nicol.

El rayo ordinario se elimina cuando trata de salir por la superficie a la que se la ha ennegrecido para que no saliera; así, solo se tiene el rayo extraordinario.

Rotación del plano de polarización. Cuando la luz pasa por un medio como el azúcar, o algunos cristales, el plano de vibración gira un cierto ángulo proporcional a la concentración de azúcar o al espesor del cristal; a estas sustancias que llevan a que girara el plano de vibración se las denomina ópticamente activas; por supuesto, esto se debe a la configuración molecular de la sustancia; al depender del sentido de giro, la sustancia puede ser dextrógiro (cuando gira a la derecha) o levógiro (cuando gira a la izquierda), con lo cual se ha diseñado un instrumento que permite medir el ángulo y con ello la concentración de los azúcares.

Acerca del autor



Luis Aphranio Portilla Salazar. Nació en Pupiales, el 25 de agosto de 1956. Hijo de Carlos Julio Portilla R. y Laurentina Salazar. Menor de ocho hermanos, inició sus estudios en la Escuela urbana de Varones de su ciudad natal; el bachillerato lo realizó en el Colegio de los Hermanos Maristas de Ipiales; se graduó como Licenciado en Matemáticas y Física, área mayor Física, en la Universidad de Nariño; como Ingeniero Industrial de la Universidad Cooperativa de Colombia, sede Pasto; se especializó en Empresas Constructoras, en el convenio de la Universidad de Nariño y Universidad del Valle; Especialista en Docencia Universitaria, con la Universidad de Nariño, y Doctor en Ciencias de la Educación, con Rudecolombia, de la que forma parte la Universidad de Nariño; asimismo, realizó estudios en el campo de Análisis de Estructuras, como también en Estadística.

éditorial

Universidad de **Nariño**

Año de publicación: 2026
San Juan de Pasto, Nariño, Colombia

Curso de Óptica Notas de clase para estudiantes de Ciencias Ingeniería y licenciatura en Educación es el resultado de más de 40 años de experiencia docente en la Universidad de Nariño, Mariana y Cooperativa de Colombia dictando clases de física I, II, III, Biofísica, Termodinámica, Óptica y Mecanismos tanto a estudiantes de la carrera de física como a los programas que han solicitado estos servicios.

Así que, este libro recoge toda esa experiencia aún, desde cuando era estudiante he recopilado apuntes de mis mejores profesores.

Con el pasar de los años como docente se va adquiriendo experiencia más la formación académica adquirida hace que los conocimiento se vuelvan propios “apropiación del conocimiento” lo que permite transmitirlos a los estudiantes en un lenguaje cotidiano y de manera didáctica, que es lo que todo autor pretende con sus obras que el lector entienda de manera fluida sin que cause cansancio cuando se trata de estudiar, razón por la cual las demostraciones de los conceptos más importantes se han realizado casi en su totalidad dejando muy poco para que realice el estudiante, cosa contraria son los ejercicios planteados es allí en donde el estudiante debe mostrar sus capacidades para realizarlo.

Las figuras fueron realizadas en AutoCAD. Software de diseño en ingeniería y arquitectura, dado a mi formación también como ingeniero Industrial, me permitió realizar las figuras de acuerdo a la necesidad de la redacción de las notas de clase. Algunas fotografías fueron tomadas de páginas de internet que no tenían restricción, la mayoría han sido tomadas en el laboratorio de óptica a lo largo de los cursos que me ha tocado dictar y en entornos a mi residencia, con el fin de mejorar la presentación y que lo explicado en muchos casos tengan un soporte como evidencia de la vida diaria. De igual manera las tablas en las que se muestran valores son el resultado de varias tablas de libros y manuales

Finalmente, las notas de clase fueron escritas en Word y la parte matemática con el editor de ecuaciones de Windows 3.0, para comprobar los resultados se utilizó Math del Cientific Word Place

La bibliografía de estas notas de clase aparece al final del libro y son los textos convencionales que se ha utilizado a lo largo de todos estos tiempos.

ISBN: 978-628-7864-25-2



9 786287 864252



Universidad de Nariño
FUNDADA EN 1994



Universidad de Nariño
ACADEMIA DE ALTOS ESTUDIOS
RESOLUCIÓN MIN 000422 - ENERO 11 DE 2023



Universidad de Nariño