

Quark–Lepton Families and Irreducible Anomaly-Free Sets in Flipped Trinification

Yithsbey Giraldo

In collaboration with R. H. Benavides and E. Rojas

Based on the paper “Non-universal flipped trinification models with arbitrary β ”,
Eur. Phys. J. C 85, 897 (2025), doi:10.1140/epjc/s10052-025-14633-9

Universidad de Nariño

Departamento de Física, Universidad de Nariño, San Juan de Pasto,
Colombia

2025

Abstract

We develop a model-independent framework to construct **quark–lepton families** in flipped trinification, $SU(3)_C \times SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_X$, for arbitrary charge embedding. The approach identifies and classifies **Irreducible Anomaly-Free Sets (IAFS)**—minimal fermion multiplet combinations that cancel, by themselves, all gauge and mixed anomalies: $[SU(3)_{L,R}]^3$, $[SU(3)_{L,R}]^2 U(1)_X$, $[SU(3)_C]^2 U(1)_X$, $U(1)_X^3$, and $\text{grav}^2 U(1)_X$. We show how Standard-Model families arise as unions of a small number of IAFS and derive general constraints relating family replication to color, recovering well-known 331-like non-universality as a limiting case. For each IAFS we provide electroweak-viable charge assignments, discuss the scalar content needed for the sequential breaking $SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_X \rightarrow SU(2)_L \times U(1)_Y$, and outline renormalizable Yukawa structures that generate realistic quark and lepton masses (including right-handed neutrinos) while controlling exotic states. The classification maps directly onto phenomenology, predicting patterns for extra neutral currents (Z'/Z''), exotic quark/lepton charges, residual discrete symmetries, and typical flavor textures. Our results provide a modular “building-block” toolkit to engineer flipped-trinification models from **quark–lepton families** and their **irreducible anomaly-free** combinations, clarifying which embeddings remain compatible with current collider and flavor constraints.

Motivación y contexto

- El Modelo Estándar (SM) no explica por qué las cargas eléctricas están cuantizadas ni por qué existen exactamente tres familias de fermiones.
- La cancelación de anomalías restringe los hiper-cargos, pero deja abierta una gran libertad en la construcción de modelos.
- La flipped trinification basada en

$G_{\text{FT}} = SU(3)_C \times SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_X$ combina características de los modelos izquierdaderos y de los modelos 3-3-1:

- Rompe la simetría de paridad de forma dinámica.
- Relaciona la replicación de familias con el número de colores.
- Introduce nuevas corrientes neutras Z' , Z'' y estados exóticos.
- Objetivo central: reorganizar los espectros fermiónicos en términos de **familias quark–leptón** y sus **conjuntos irreducibles libres de anomalías (IAFS)**.

Grupo gauge y operador de carga

- El operador de carga eléctrica se parametriza como

$$Q = T_{3L} + T_{3R} + \beta (T_{8L} + T_{8R}) + X \mathbb{W},$$

donde β fija el embedding de $U(1)_Q$ en $SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_X$.

- Para un valor dado de β (o, equivalentemente, para el cargo q del tercer componente leptónico) se determinan todos los X de los multipletes.
- El hiper-cargo del SM se recupera como

$$Y = T_{3R} + \beta (T_{8L} + T_{8R}) + X,$$

lo que conduce a $Y = T_{3R} + \frac{1}{2}(B - L)$ en el límite de baja energía.

- Se trabaja con un solo valor de β para todo el espectro, manteniendo único el adjunto gauge.

Familias quark–leptón

- Definimos familias fermiónicas que agrupan quarks y leptones:
 - Dobletes $SU(2)_L$ tipo SM para quarks y leptones.
 - Sus compañeros derechos embebidos en $SU(3)_R$.
 - Estados exóticos con cargas no estándar, necesarios para cerrar multipletes de $SU(3)$.
- Se construyen cuatro familias leptónicas S_{L1-4} y cuatro familias de quarks S_{Q1-4} , todas consistentes con la estructura gauge.
- Ejemplo (esquemático):
 $S_{L1} : (3, 1) \oplus (1, 3), \quad S_{Q1} : (3, 1) \oplus (1, 3),$
con variantes para $i = 2, 3, 4$ que intercambian

Conjuntos irreducibles libres de anomalías (IAFS)

- Para cada familia S_{Li} y S_{Qi} se calculan las contribuciones a $[SU(3)_{L,R}]^3$, $[SU(3)_{L,R}]^2 U(1)_X$, $[SU(3)_C]^2 U(1)_X$, $U(1)_X^3$, y $\text{grav}^2 U(1)_X$.
- Un **IAFS** es una combinación mínima de familias que cancela todas las anomalías de manera independiente.
- El análisis sistemático de todas las combinaciones permite clasificar:
 - Ocho conjuntos irreducibles de **tres familias**.
 - Conjuntos irreducibles de **dos familias**, útiles como bloques para modelos con número par de generaciones.

Los ocho IAFS de tres familias se pueden escribir como:

$$\begin{aligned} M_1 &= 3S_{L4} + S_{Q1} + S_{Q2} + S_{Q3}, \\ M_2 &= 3S_{L4} + 2S_{Q1} + S_{Q4}, \\ M_3 &= 3S_{L3} + 2S_{Q2} + S_{Q3}, \\ M_4 &= 3S_{L3} + S_{Q1} + S_{Q2} + S_{Q4}, \\ M_5 &= 3S_{L2} + S_{Q2} + 2S_{Q3}, \\ M_6 &= 3S_{L2} + S_{Q1} + S_{Q3} + S_{Q4}, \\ M_7 &= 3S_{L1} + S_{Q2} + S_{Q3} + S_{Q4}, \\ M_8 &= 3S_{L1} + S_{Q1} + 2S_{Q4}. \end{aligned}$$

Replicación de familias y no universalidad

- En todos los IAFS de tres familias:
 - El sector leptónico es **universal**: las tres generaciones tienen las mismas cargas gauge.
 - El sector de quarks es **no universal**: como máximo dos generaciones comparten el mismo embedding en $SU(3)_L$.
- Esto reproduce de forma natural la correlación tipo 3-3-1 entre

$$N_{\text{fam}} - N_{\text{colors}}$$

y la no universalidad de las corrientes neutras adicionales.

- La no universalidad genera corrientes neutras que cambian sabor a nivel árbol en el sector de quarks, fuertemente restringidas por la fenomenología de mesones K , D y B .
- La clasificación en términos de IAFS hace explícito qué embeddings son compatibles con estas restricciones y con la existencia de tres familias observadas.

Sector escalar y ruptura espontánea

- Se introduce un conjunto mínimo de campos escalares en representaciones de $SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_X$ tal que:
 $G_{\text{FT}} \xrightarrow{\langle \Phi_{L,R} \rangle} SU(2)_L \times U(1)_Y \xrightarrow{\langle H \rangle} U(1)_Q.$

X ComHEP: Colombian Meeting on High Energy Physics

1–5 de diciembre de 2025

Yukawas y generación de masas

- Para cada IAFS se escribe el lagrangiano de Yukawa renormalizable compatible con el contenido escalar:
 $\mathcal{L}_Y = -\bar{Q}_L Y_q \Phi Q_R - \bar{L}_L Y_\ell \Phi L_R + \text{h.c.},$ junto con términos adicionales que involucran tripletes y singletes.
- Después de la ruptura espontánea:
 - Los quarks y leptones cargados del SM adquieren matrices de masa jerárquicas realistas.
 - Los neutrinos derechos presentes en el modelo permiten estructuras tipo Dirac/Majorana y mecanismos de seesaw.
 - Los estados exóticos (quarks con carga $5/3$, $-4/3$, leptones multi-cargados, etc.) obtienen masas grandes y mezclas pequeñas con los fermiones del SM.
- El lenguaje modular en términos de IAFS permite modificar el contenido de familias sin perder la cancelación de anomalías, preservando al mismo tiempo texturas de Yukawa controladas.

Fenomenología: Z'/Z'' , exóticos y sabor

- El grupo extendido predice bosones neutros adicionales Z' y Z'' , cuyas mezclas dependen de los VEVs escalares.
- Los acoples de Z' y Z'' a los fermiones del SM están controlados por:
 - El parámetro de embedding β .
 - La elección del IAFS (distribución de familias en $SU(3)_L$ y $SU(3)_R$).
 - Un ángulo de mezcla θ que diagonaliza la matriz de masas neutras.
- Se analizan los límites del LHC sobre la masa de Z' en el caso de referencia $\beta = -1/\sqrt{3}$, explorando todas las combinaciones posibles de familias quark–leptón.
- Las cotas dependen fuertemente de θ , ya que éste controla los acoples de Z' a leptones y quarks ligeros.
- El sector de sabor proporciona restricciones complementarias mediante:
 - Mezcla de mesones neutros (K^0 , D^0 , B_d , B_s).
 - Decaimientos raros mediados por corrientes neutras no universales.

Conclusiones y perspectivas

- Se presenta un **marco independiente de modelo** para construir familias quark–leptón en flipped trinification a partir de:
 - Familias básicas S_{Li} y S_{Qi} .
 - Sus combinaciones **irreducibles libres de anomalías (IAFS)**.
- La clasificación aclara:
 - Cómo se relacionan las familias del SM con los IAFS.
 - Qué embeddings de $U(1)_X$ son viables.