

Informe final proyecto de investigación denominado: Flavored axions and the flavor problem Cod: 2693

3 de abril de 2025

Resumen

Se propone un modelo con campos fermiónicos y campos escalares cargados bajo una simetría tipo Peccei-Queen (PQ). Las cargas PQ se eligen de tal manera que puedan reproducir matrices de masas con cinco ceros de textura, las cuales pueden generar las masas de los fermiones, la matriz CKM y la matriz PMNS del Modelo Estándar (ME). Para obtener este resultado, se necesitan al menos 4 dobletes de Higgs. Como se verá en el manuscrito, este es un resultado altamente no trivial, ya que los ceros de textura de las matrices de masa imponen un gran número de restricciones. Este modelo muestra una ruta para entender las diferentes escalas del ME extendiéndolo con un sector multi-Higgs y una simetría PQ adicional. Dado que las cargas PQ no son universales, el modelo predice corrientes neutras cambiantes de sabor (flavor-changing neutral currents FCNC) a nivel de árbol, una característica que constituye la principal fuente de restricciones sobre el espacio de parámetros. También se presentan las regiones permitidas por decaimientos leptónicos y las comparamos con aquellas provenientes de los decaimientos semileptónicos $K^\pm \rightarrow \pi \bar{\nu} \nu$. Finalmente se muestra las regiones excluidas y los límites proyectados de futuros experimentos para el acoplamiento axi3n-fot3n en funci3n de la masa del axi3n y lo comparamos con el espacio de parámetros de nuestro modelo.

1. Introducci3n

El descubrimiento del Higgs con una masa de 125 GeV por las colaboraciones ATLAS [1] y CMS [2] es muy importante ya que proporciona soporte experimental para la ruptura espontánea de simetría, que es el mecanismo que explica el origen de las masas de los fermiones y los bosones gauge. Además, abre la posibilidad de nueva física en el sector escalar, como el modelo de dos dobletes de Higgs [3, 4, 5, 6, 7], modelos con singletes escalares adicionales [8, 9, 10], o campos escalares que podrían ser candidatos para la materia oscura [11, 12, 13, 14].

En el Modelo Estándar (SM) [15, 16, 17], la ruptura de simetría genera un acoplamiento del Higgs a los fermiones, proporcional a sus masas, lo cual es consistente con los datos experimentales. Sin embargo, existen varios órdenes de magnitud entre las jerarquías de masa de los fermiones que no pueden explicarse dentro del contexto del SM. Deben definirse seis masas para los quarks up y down, tres ángulos de mezcla de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM), y una fase compleja que implica violaci3n CP. Por otro lado, en el sector lept3nico, hay tres masas de leptones cargados, dos diferencias de masas al cuadrado para neutrinos, tres ángulos de mezcla, y una fase compleja que implica violaci3n CP en el sector lept3nico. En este caso, es necesario determinar la masa del neutrino más ligero y el carácter de los neutrinos, si son fermiones de Dirac o de Majorana.

En el experimento de Davis [18], dise3nado para detectar neutrinos solares, se observ3 por primera vez una deficiencia en el flujo de neutrinos solares. Seg3n los resultados de Bahcall, solo un tercio de los neutrinos solares llegaría a la Tierra [19]. Las oscilaciones de neutrinos fueron propuestas por primera vez por Pontecorvo [20], y el mecanismo preciso de las oscilaciones de neutrinos solares fue propuesto por Mikheyev, Smirnov y Wolfenstein, involucrando una resonancia en la mejora de las oscilaciones de neutrinos debido a efectos de materia [21, 22].

Estas observaciones han sido confirmadas por muchos experimentos de cuatro fuentes diferentes: neutrinos solares como en Homestake [18], SAGE [18], GALLEX & GNO [23, 24], SNO [25], Borexino [26, 27] y Super-Kamiokande [28, 29], neutrinos atmosféricos como en IceCube [30], neutrinos de reactores como KamLAND [31], CHOOZ [32], Palo Verde [33], Daya Bay [34], RENO [35] y SBL [36], y de aceleradores como en MINOS [37], T2K [38] y NO ν A [39].

Las oscilaciones de neutrinos dependen de diferencias de masas al cuadrado. Por otro lado, la masa del neutrino más ligero aún no ha sido determinada, pero a partir de consideraciones cosmológicas, ninguna de las masas de los neutrinos puede exceder 0.3 eV, lo que implica que las masas de los neutrinos son mucho menores que las masas de los fermiones cargados. Sin embargo, a diferencia de los quarks y leptones cargados, en el SM los neutrinos son sin masa, lo cual se explica asumiendo que los neutrinos son izquierdos.

Por lo tanto, el descubrimiento de las masas de los neutrinos implica nueva física más allá del SM. Al agregar neutrinos derechos, el mecanismo de Higgs del SM puede dar a los neutrinos el mismo tipo de masa adquirida por los leptones cargados y los quarks.

Es posible agregar neutrinos derechos ν_R al SM, siempre que no participen en interacciones débiles. Con la presencia de neutrinos derechos, sería posible generar masas de Dirac m_D , similares a las de los leptones cargados y los quarks. En principio, también es posible dar masas de Majorana a los neutrinos izquierdos e, igualmente, los neutrinos derechos pueden tener masas de Majorana M_R . Para un M_R muy grande, daría masas de Majorana efectivas para los neutrinos izquierdos como $m_{\text{eff}} \approx m_D^2/M_R$.

La presencia de grandes masas de Majorana permite explicar las diminutas masas de neutrinos en comparación con las masas de los fermiones cargados [?]. Para explicar la pequeñez de las masas de neutrinos, existen tres tipos de mecanismos de see saw en la literatura: tipo I con tres neutrinos electrodébiles y tres pesados derechos, tipo II [40, 41], tipo III [42], y seesaw inverso [43, 44].

Una forma de explicar las jerarquías de masas de los fermiones y los ángulos de mezcla CKM y PMNS es a través de ceros en los acoplamientos de Yukawa de los fermiones (esto se conoce como ceros de textura o simplemente texturas de las matrices de masa, y estos ceros generalmente se imponen a *mano*). Es común en la literatura considerar texturas de tipo Fritzsch [45, 46], o similares [47, 48, 49, 50, 51, 52], para las matrices de masa de neutrinos y leptones cargados.

No existe una teoría que proporcione valores para las entradas de la Lagrangiana de Yukawa, y en consecuencia, no hay una explicación fundamental para las masas y sus grandes diferencias en el SM. La jerarquía de masa entre los fermiones es antinatural porque requiere constantes de Yukawa que difieren por muchos órdenes de magnitud; esta característica se conoce como el problema de sabor o el rompecabezas de sabor [53, 54, 55, 56, 57].

En esta dirección, una forma que se ha explorado en la literatura es proponer un sector con múltiples dobletes escalares junto con simetrías discretas [58, 59], para reducir el número de acoplamientos de Yukawa o, de manera equivalente, introduciendo ceros en las texturas de las matrices de masa [60, 61, 62, 63, 64, 65]. También es posible considerar grupos de simetría global que prohíben ciertos Yukawas, los cuales de alguna manera generan los ceros de textura mencionados [53, 54, 55, 56, 57]. Otra forma de obtener estas texturas es a través de simetrías de gauge horizontales, con la asignación de números cuánticos al sector fermiónico, lo cual puede romper la universalidad del ME [66, 62, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81].

Esta simetría de gauge genera texturas que producen cambios de sabor en las corrientes neutras y que, en principio, podrían verse en futuros colisionadores. Existen modelos con extensiones electrodébiles del SM como $SO(14)$, $SU(9)$, 3-3-1, $U(1)_X$, etc. [82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97] que intentan explicar el problema del sabor y la jerarquía de masas del SM.

{Otro mecanismo para generar texturas en la Lagrangiana de Yukawa es a través de simetrías discretas o globales adicionales. Algunos grupos que se han utilizado en la literatura son: S_3 , A_4 , Δ_{27} , Z_2 , etc. [98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110].

Las simetrías más simples son de tipo abeliano, que pueden utilizarse para imponer ceros de textura en las matrices de masa para hacerlas predictivas. Por otro lado, dadas matrices de masa fermiónicas con ceros de textura, es posible encontrar un sector escalar extendido para que los ceros de textura puedan generarse a partir de simetrías abelianas [58, 59].

Dado el hecho de que hay tres quarks de tipo up y tres quarks de tipo down, los operadores de masa son matrices complejas de 3×3 con 36 grados de libertad. Si consideramos estos operadores como Hermitianos [111, 112, 113], el número de parámetros libres se reduce a 18, que no pueden determinarse completamente a partir de las 10 cantidades físicas disponibles, como masas y ángulos de mezcla [114]. Esto ofrece libertad

para reducir el número de parámetros libres en las matrices y buscar estructuras de matrices con ceros que proporcionen valores propios y ángulos de mezcla consistentes con las masas y matrices de mezcla de los fermiones. Una forma de encontrar ceros en las matrices de masa que sea automáticamente consistente con datos experimentales se basa en transformaciones de base débil (WBT) para quarks y leptones [115, 116, 112, 113]. Fritzsch propuso un *ansatz* con seis ceros [117, 118, 119, 118, 120, 121, 122], pero el valor de $|V_{ub}/V_{cb}| \approx 0,06$ es demasiado pequeño comparado con el valor experimental $|V_{ub}/V_{cb}|_{exp} \approx 0,09$ [123]. Por esta razón, se propuso el uso de 4 y 5 ceros de textura [122, 124, 112, 125, 111, 126, 127]. La referencia [111, 113] mostró que las matrices con cinco ceros de textura podían reproducir la jerarquía de masas y los ángulos de mezcla de la matriz CKM.

El problema fuerte de CP surge del hecho de que la Lagrangiana de QCD tiene un término no perturbativo (θ) que explícitamente viola CP en interacciones fuertes. Por otro lado, la posible conexión entre el problema fuerte de CP y el problema del sabor fue mencionada por primera vez en [128], y en trabajos posteriores [129, 130, 131, 132, 133]. Algunos estudios recientes y referencias adicionales en la misma dirección se encuentran en [134, 59, 135, 136, 137, 138, 139, 129, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146].

Peccei y Quinn propusieron una solución al problema fuerte de CP [147, 148], donde se asume que el ME tiene una simetría quiral global adicional $U(1)$, que se rompe espontáneamente a una escala de alta energía f_a . Una consecuencia de esta ruptura es la existencia de una partícula llamada el axión, que es el bosón de Goldstone de la simetría $U(1)_{PQ}$ rota [149, 150]. Debido al hecho de que la simetría PQ no es exacta a nivel cuántico, como resultado de una anomalía quiral, el axión es masivo y su masa (ver Apéndice D) se da por:

$$m_a = \frac{f_\pi m_\pi}{f_a} \frac{\sqrt{z}}{1+z} \approx 6\mu\text{eV} \left(\frac{10^{12}\text{GeV}}{f_a} \right), \quad (1)$$

donde $z = 0,56$ se asume para la razón de masa de los quarks up y down, mientras que $f_\pi \approx 92$ MeV y $m_\pi = 135$ MeV son la constante de decaimiento del pion y la masa, respectivamente. Los acoplamientos efectivos de los axiones a partículas ordinarias son inversamente proporcionales a f_a , y también dependen del modelo. Originalmente se pensó que la ruptura de la simetría PQ ocurría en la escala electrodébil, pero los experimentos han descartado esto. La masa del axión y su acoplamiento a la materia y radiación escalan como $1/f_a$, lo que hace su detección directa extremadamente difícil. Los límites combinados de búsquedas infructuosas en experimentos de física nuclear y de partículas y de evolución estelar implican que $f_a \geq 3 \times 10^9$ GeV [151]. Además, existe un límite superior de $f_a \leq 10^{12}$ GeV que proviene de la cosmología, ya que los axiones ligeros se producen en abundancia durante la transición de fase QCD [152, 153, 154, 155, 156]. Por lo tanto, estos modelos se denominan generalmente como *invisibles* permanecen viables fenomenológicamente.

Existen dos clases de modelos de axiones invisibles en la literatura: KSVZ (Kim, Shifman, Vainshtein y Zakharov) [151, 157] y DFSZ (Dine, Fischler, Srednicki, y Zhitnitsky) [158, 159]. La principal diferencia entre los axiones de tipo KSVZ y DFSZ es que los primeros no se acoplan a quarks y leptones ordinarios a nivel de árbol, sino que en su lugar requieren un quark exótico que asegure una anomalía QCD no nula para generar violación CP. Dependiendo del valor asumido de f_a , la existencia de axiones podría tener consecuencias interesantes en astrofísica y cosmología. La emisión de axiones producidos en el plasma estelar a través de su acoplamiento a fotones, electrones, y nucleones proporcionaría un nuevo mecanismo para la pérdida de energía en las estrellas. Esto podría acelerar el proceso evolutivo de las estrellas y, por lo tanto, acortar su vida útil. Los axiones también podrían existir como reliquias cósmicas primordiales producidas copiosamente en épocas tempranas y podrían ser candidatos a materia oscura. Desde numerosos experimentos de laboratorio y observaciones astrofísicas, junto con el requisito cosmológico de que la contribución a la densidad de masa del Universo por axiones relictos no sature el Universo. En escenarios post-inflacionarios, estas restricciones limitan los valores permitidos de la masa del axión a un rango de [160] $10^{-5} \text{ eV} < m_a < 10^{-4} \text{ eV}$. Una fuente de axiones podría ser el Sol, que, acoplado a dos fotones, podría ser producido a través de la conversión Primakoff de fotones térmicos en los campos eléctrico y magnético del plasma solar. Los límites son principalmente útiles para complementar los argumentos de pérdida de energía estelar [161] y las búsquedas de axiones solares por CAST en el CERN [162] y el helioscopio de axiones de Tokio [163].

El acoplamiento axión-fotón (ver Apéndice D) puede calcularse en teoría de perturbaciones quirales como [147, 148].

$$g_{a\gamma} = -\frac{\alpha}{2\pi f_a} \left(\frac{E}{N} - \frac{2}{3} \frac{z+4}{z+1} \right). \quad (2)$$

Este acoplamiento y la masa del axi3n est3n relacionados entre s3 a trav3s de la relaci3n E/N , que depende del modelo y puede probarse en experimentos. Los l3mites m3s fuertes sobre el acoplamiento axi3n-electr3n son derivados de observaciones de estrellas con un n3cleo denso, donde el bremsstrahlung es muy efectivo. Estas condiciones se realizan en Enanas Blancas y Estrellas Gigantes Rojas, donde la evoluci3n de una Enana Blanca es un proceso de enfriamiento por radiaci3n de fotones y emisi3n de neutrinos, con la posible adici3n de nuevos canales de p3rdida de energ3a como los axiones.

{El an3lisis num3rico actual sugiere un l3mite de $g_{ae} \leq 2,8 \times 10^{-13}$ [160]. En particular, usando datos de la Sloan Digital Sky Survey (SDSS) y el SuperCOSMOS Sky Survey (SCSS) [164], mostraron que el acoplamiento axi3n-electr3n es aproximadamente $1,4 \times 10^{-13}$. En un an3lisis m3s reciente de los datos en [164], al interpretar observaciones an3malas de enfriamiento en Enanas Blancas y Estrellas Gigantes Rojas como consecuencia de canales de enfriamiento adicionales inducidos por axiones, se determina que el acoplamiento axi3n-electr3n reside dentro del intervalo de confianza de 2σ $g_{ae} = 1,5^{+0,6}_{-0,9} \times 10^{-13}$ (95 % CL) [165, 166].

Los dos grupos que estudian el acoplamiento axi3n-electr3n son M5 [161] y M3 [167]. Su combinaci3n proporciona el l3mite $g_{ae} = 1,6^{+0,29}_{-0,34} \times 10^{-13}$. Para una revisi3n reciente y exhaustiva de la f3sica de axiones, se puede consultar [160].

2. Metodologia

La raz3n para tratar con ceros de textura en el Modelo Est3ndar (ME) y sus extensiones es simplificar al m3ximo el n3mero de par3metros libres que nos permiten ver relaciones entre las masas y las mezclas presentes en estos modelos. La Lagrangiana de Yukawa es responsable de otorgar masa a los fermiones del ME despu3s de la ruptura espont3nea de simetr3a. Una primera simplificaci3n, sin perder generalidad, es considerar que las matrices de masa de los fermiones son hermitianas, por lo que el n3mero de par3metros libres para cada sector de quarks y leptones se reduce a 18, pero todav3a hay un exceso de par3metros para reproducir los datos experimentales proporcionados en la literatura. Debido a la falta de un modelo para realizar predicciones, se pueden utilizar simetr3as discretas para prohibir algunos componentes en la matriz de Yukawa, generando los llamados ceros de textura para las matrices de masa. En muchos trabajos, en lugar de proponer simetr3as discretas, se proponen ceros de textura como alternativas pr3cticas y directas. La ventaja de este enfoque es que es posible elegir cada matriz de masa de una manera 3ptima para el tratamiento anal3tico del problema, y al mismo tiempo ajustar los 3ngulos de mezcla y las masas de los fermiones.

2.1. Sector de quarks

Debemos tener en cuenta que los textos de seis ceros en el Modelo Est3ndar ya han sido descartados porque sus predicciones est3n fuera de los rangos experimentales permitidos; sin embargo, los textos de cinco ceros para las matrices de masa de quarks son una posibilidad viable [168, 169, 115, 170, 55, 171]. Espec3ficamente, elegimos los siguientes textos de cinco ceros porque se ajustan bien a las masas de quarks experimentales y a los par3metros de mezcla [111, 113, 172]:

$$M^U = \begin{pmatrix} 0 & 0 & C_u \\ 0 & A_u & B_u \\ C_u^* & B_u^* & D_u \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$M^D = \begin{pmatrix} 0 & C_d & 0 \\ C_d^* & 0 & B_d \\ 0 & B_d^* & A_d \end{pmatrix}.$$

Adem3s, las fases en M^D pueden ser eliminadas mediante una transformaci3n de base d3bil (WBT)[111, 116, 112], de modo que se absorben en los t3rminos fuera de diagonal en M^U . De esta manera, las matrices de masa(3) pueden reescribirse como:

$$\begin{aligned}
M^U &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & |C_u|e^{i\phi_{C_u}} \\ 0 & A_u & |B_u|e^{i\phi_{B_u}} \\ |C_u|e^{-i\phi_{C_u}} & |B_u|e^{-i\phi_{B_u}} & D_u \end{pmatrix}, \\
M^D &= \begin{pmatrix} 0 & |C_d| & 0 \\ |C_d| & 0 & |B_d| \\ 0 & |B_d| & A_d \end{pmatrix},
\end{aligned} \tag{4}$$

Al aplicar el traza y el determinante a las matrices de masa (4), antes y después del proceso de diagonalización, los parámetros reales libres de M^U y M^D pueden escribirse en términos de sus masas:

$$D_u = m_u - m_c + m_t - A_u, \tag{5a}$$

$$|B_u| = \sqrt{\frac{(A_u - m_u)(A_u + m_c)(m_t - A_u)}{A_u}}, \tag{5b}$$

$$|C_u| = \sqrt{\frac{m_u m_c m_t}{A_u}}, \tag{5c}$$

$$A_d = m_d - m_s + m_b, \tag{5d}$$

$$|B_d| = \sqrt{\frac{(m_b - m_s)(m_d + m_b)(m_s - m_d)}{m_d - m_s + m_b}}, \tag{5e}$$

$$|C_d| = \sqrt{\frac{m_d m_s m_b}{m_d - m_s + m_b}}. \tag{5f}$$

Una posibilidad que funciona muy bien es considerar que las masas de quarks de la segunda generación sean negativas, es decir, con eigenvalores $-m_c$ y $-m_s$. Y A_u es un parámetro libre, cuyo valor, determinado por la jerarquía de masas de quarks, debe estar en el siguiente rango:

$$m_u \leq A_u \leq m_t. \tag{6}$$

El procedimiento analítico exacto para diagonalizar las matrices de masa(4) está indicado en el ApéndiceC.

2.2. Sector leptónico

En este trabajo, vamos a considerar neutrinos de Dirac. Esto se logra, en parte, ampliando el ME con neutrinos derechos. De esta manera, podemos llevar a cabo un tratamiento similar al del sector de quarks, es decir, las matrices de masa del sector de leptones pueden considerarse hermitianas y se puede aplicar la transformación de base débil (WBT)[112, 111]. En la literatura, se ha trabajado considerando varios ceros de textura para las matrices de masa de Dirac del sector de leptones[173, 174, 175, 176, 53, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184]. En nuestro tratamiento, vamos a considerar el siguiente modelo de cinco ceros de textura estudiado en el artículo [126], que puede reproducir con precisión la matriz de mezcla Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (PMNS) V_{PMNS} (ángulos de mezcla y la fase de violación de CP), las masas de los leptones cargados y las diferencias de masas al cuadrado en el orden de masas normal.

$$\begin{aligned}
M^N &= \begin{pmatrix} 0 & |C_\nu|e^{ic_\nu} & 0 \\ |C_\nu|e^{-ic_\nu} & E_\nu & |B_\nu|e^{ib_\nu} \\ 0 & |B_\nu|e^{-ib_\nu} & A_\nu \end{pmatrix}, \\
M^E &= \begin{pmatrix} 0 & |C_\ell| & 0 \\ |C_\ell| & 0 & |B_\ell| \\ 0 & |B_\ell| & A_\ell \end{pmatrix}.
\end{aligned} \tag{7}$$

Sin pérdida de generalidad, al utilizar una transformación de base débil (WBT), las fases de la matriz de masa de los leptones cargados, (M^E), pueden ser absorbidas en las entradas C_ν y B_ν de la matriz de masa

de neutrinos, M^N . De manera similar, como se hizo en el caso del sector de quarks, los parámetros presentes en las matrices de masa del sector de leptones(7) pueden expresarse en términos de las masas de los leptones cargados m_e, m_μ) y m_τ y las masas de los neutrinos m_1, m_2 y m_3 , en el orden normal ($m_1 < m_2 < m_3$):

$$A_\ell = m_e - m_\mu + m_\tau, \quad (8a)$$

$$|B_\ell| = \sqrt{\frac{(m_\tau - m_\mu)(m_e + m_\tau)(m_\mu - m_e)}{m_e - m_\mu + m_\tau}}, \quad (8b)$$

$$|C_\ell| = \sqrt{\frac{m_e m_\mu m_\tau}{m_e - m_\mu + m_\tau}}, \quad (8c)$$

$$E_\nu = m_1 - m_2 + m_3 - A_\nu, \quad (8d)$$

$$|B_\nu| = \sqrt{\frac{(A_\nu - m_1)(A_\nu + m_2)(m_3 - A_\nu)}{A_\nu}}, \quad (8e)$$

$$|C_\nu| = \sqrt{\frac{m_1 m_2 m_3}{A_\nu}}, \quad (8f)$$

donde los valores de las masas y el parámetro A_ν se dan en la Tabla5. Además, para el ajuste de las matrices de masa(7) es muy conveniente asumir que los valores propios asociados con las masas de la segunda familia, $-m_2$ y $-m_\mu$, son cantidades negativas. Las matrices de diagonalización exactas de las matrices de masa(7) se muestran en el apéndiceC, ecuaciones(47),(48) y (49).

2.3. Lagrangiano de Yukawa y simetría PQ

Los ceros en la textura de las matrices de masa definidas en las ecuaciones (4) y(7) pueden ser generados imponiendo una simetría de Peccei-Queen $U(1)_{PQ}$ en el modelo Lagrangiano, Ec.(9)[59, 185, 186]. Como se explicará a continuación, el Lagrangiano mínimo que nos permite implementar esta simetría se da por[58, 187]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{LO} \supset & (D_\mu \Phi^\alpha)^\dagger D^\mu \Phi^\alpha + \sum_\psi i \bar{\psi} \gamma^\mu D_\mu \psi + \sum_{i=1}^2 (D_\mu S_i)^\dagger D^\mu S_i \\ & - \left(\bar{q}_{Li} y_{ij}^{D\alpha} \Phi^\alpha d_{Rj} + \bar{q}_{Li} y_{ij}^{U\alpha} \tilde{\Phi}^\alpha u_{Rj} \right. \\ & \left. + \bar{\ell}_{Li} y_{ij}^{E\alpha} \Phi^\alpha e_{Rj} + \bar{\ell}_{Li} y_{ij}^{N\alpha} \tilde{\Phi}^\alpha \nu_{Rj} + \text{h.c} \right) \\ & + (\lambda_Q \bar{Q}_R Q_L S_2 + \text{h.c}) - V(\Phi, S_1, S_2). \end{aligned} \quad (9)$$

Como se mostró en la referencia [58], se requieren al menos cuatro dobletes de Higgs para generar las texturas de masa de los quarks, por lo tanto $\alpha = 1, 2, 3, 4$.

En (9) i, j son índices de familia (hay una suma implícita sobre los índices repetidos). Los superíndices U, D, E, N se refieren a quarks tipo up, quarks tipo down, fermiones tipo electrón y fermiones tipo neutrino, respectivamente; y $D_\mu = \partial_\mu + i\Gamma_\mu$ es la derivada covariante en el SM.

El potencial escalar $V(\Phi, S_1, S_2)$ se muestra en el apéndice A (para más detalles, ver la referencia[58]). En la Ec.(9) ψ representa los campos fermiónicos del SM más el quark pesado Q (ver Tablas1 y2). Como se muestra en la Tabla 2, las cargas PQ del quark pesado pueden elegirse de tal manera que solo se permita la interacción con el singlete escalar S_2 .

Asignamos cargas Q_{PQ} para los dobletes izquierdos de quark (q_L): x_{q_i} , los singletes de quark tipo up diestro (u_R): x_{u_i} , los singletes de quark tipo down diestro (d_R): x_{d_i} , los dobletes izquierdos de leptones (ℓ_L): x_{ℓ_i} , los leptones cargados derechos (e_R): x_{e_i} , y los neutrinos Dirac derechos (ν_R): x_{ν_i} para cada familia ($i = 1, 2, 3$). Seguimos una notación similar para los dobletes escalares, x_{ϕ_α} ($\alpha = 1, 2, 3, 4$), y los singletes escalares $x_{S1,2}$.

Particles	Spin	$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$	$U_{PQ}(i=1)$	$U_{PQ}(i=2)$	$U_{PQ}(i=3)$	Q_{PQ}
q_{Li}	1/2	3	2	1/6	$-2s_1 + 2s_2 + \alpha_q$	$-s_1 + s_2 + \alpha_q$	α_q	x_{q_i}
u_{Ri}	1/2	3	1	2/3	$s_1 + \alpha_q$	$s_2 + \alpha_q$	$-s_1 + 2s_2 + \alpha_q$	x_{u_i}
d_{Ri}	1/2	3	1	-1/3	$2s_1 - 3s_2 + \alpha_q$	$s_1 - 2s_2 + \alpha_q$	$-s_2 + \alpha_q$	x_{d_i}
ℓ_{Li}	1/2	1	2	-1/2	$-2s_1 + 2s_2 + \alpha_\ell$	$-s_1 + s_2 + \alpha_\ell$	α_ℓ	x_{ℓ_i}
e_{Ri}	1/2	1	1	-1	$2s_1 - 3s_2 + \alpha_\ell$	$s_1 - 2s_2 + \alpha_\ell$	$-s_2 + \alpha_\ell$	x_{e_i}
ν_{Ri}	1/2	1	1	0	$-4s_1 + 5s_2 + \alpha_\ell$	$-s_1 + 2s_2 + \alpha_\ell$	$s_2 + \alpha_\ell$	x_{ν_i}

Cuadro 1: Contenido de partículas. El subíndice $i = 1, 2, 3$ representa el número de familia en la base de interacción. Las columnas 6 a 8 son las cargas de Peccei-Quinn, Q_{PQ} , para cada familia de quarks y leptones en el SM. s_1 , s_2 y α son parámetros reales, con $s_1 \neq s_2$.

Particles	Spin	$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$	U_{PQ}	Q_{PQ}
Φ_1	0	1	2	1/2	s_1	x_{ϕ_1}
Φ_2	0	1	2	1/2	s_2	x_{ϕ_2}
Φ_3	0	1	2	1/2	$-s_1 + 2s_2$	x_{ϕ_3}
Φ_4	0	1	2	1/2	$-3s_1 + 4s_2$	x_{ϕ_4}
Q_L	1/2	3	1	0	x_{Q_L}	x_{Q_L}
Q_R	1/2	3	1	0	x_{Q_R}	x_{Q_R}
S_1	0	1	1	0	$s_1 - s_2$	x_{S_1}
S_2	0	1	1	0	$x_{Q_R} - x_{Q_L}$	x_{S_2}

Cuadro 2: Más allá de los campos del SM y sus respectivas cargas PQ. Los parámetros s_1, s_2 son reales, con $s_1 \neq s_2$ y $x_{Q_R} \neq x_{Q_L}$.

En este trabajo, las cargas PQ asignadas al sector de quarks y al sector escalar, así como los VEVs asignados a los dobletes escalares, serán las mismas que las asignadas en[58] (Tablas(1) y(2)), y ajustaremos las cargas PQ del sector leptónico para reproducir los ceros en la textura dados en la Ec.(7).

Para prohibir una entrada dada en las matrices de masa de los leptones, la suma correspondiente de las cargas PQ debe ser diferente de cero, de modo que podamos obtener ceros en la textura imponiendo las siguientes condiciones:

$$M^N = \begin{pmatrix} 0 & x & 0 \\ x & x & x \\ 0 & x & x \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} S_{11}^{N\alpha} \neq 0 & S_{12}^{N\alpha} = 0 & S_{13}^{N\alpha} \neq 0 \\ S_{21}^{N\alpha} = 0 & S_{22}^{N\alpha} = 0 & S_{23}^{N\alpha} = 0 \\ S_{31}^{N\alpha} \neq 0 & S_{32}^{N\alpha} = 0 & S_{33}^{N\alpha} = 0 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$M^E = \begin{pmatrix} 0 & x & 0 \\ x & 0 & x \\ 0 & x & x \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} S_{11}^{E\alpha} \neq 0 & S_{12}^{E\alpha} = 0 & S_{13}^{E\alpha} \neq 0 \\ S_{21}^{E\alpha} = 0 & S_{22}^{E\alpha} \neq 0 & S_{23}^{E\alpha} = 0 \\ S_{31}^{E\alpha} \neq 0 & S_{32}^{E\alpha} = 0 & S_{33}^{E\alpha} = 0 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

donde $S_{ij}^{N\alpha} = (-x_{\ell_i} + x_{\nu_j} - x_{\phi_\alpha})$ y $S_{ij}^{E\alpha} = (-x_{\ell_i} + x_{e_j} + x_{\phi_\alpha})$.

Dado que las cargas PQ de los dobletes de Higgs ($\alpha = 1, 2, 3, 4$) ya están dadas, las posibles soluciones de (10) y (11) están fuertemente restringidas. La Tabla 1 proporciona una solución para las cargas PQ del sector leptónico.

En nuestro modelo, incluimos dos singletes escalares S_1 y S_2 que rompen la simetría global $U(1)_{PQ}$.

La anomalía QCD de las cargas PQ es

$$N = 2 \sum_i^3 x_{q_i} - \sum_i^3 x_{u_i} - \sum_i^3 x_{d_i} + A_Q, \quad (12)$$

donde $A_Q = x_{Q_L} - x_{Q_R}$ es la contribución a la anomalía del quark pesado Q , que es un singlete bajo el grupo de gauge electrodébil, con cargas de Peccei-Quinn izquierdas (derechas) $x_{Q_{L,R}}$, respectivamente.

Podemos expresar las cargas como una función de N (ya que N debe ser diferente de cero), tal que

$$s_1 = \frac{N}{9} \hat{s}_1, \quad s_2 = \frac{N}{9} (\epsilon + \hat{s}_1), \quad \text{with} \quad \epsilon = 1 - \frac{A_Q}{N}, \quad (13)$$

donde $\hat{s}_1$ y ϵ son números reales arbitrarios.

Para resolver el problema de CP fuerte con $N \neq 0$ y generar simultáneamente los ceros en la textura de las matrices de masa, es necesario mantener $\epsilon = \frac{9(s_2 - s_1)}{N} \neq 0$. Con estas definiciones para los observables de Corrientes Neutras con Cambio de Sabor (FCNC), los parámetros relevantes son $\hat{s}_1$ y ϵ . Esta parametrización es bastante conveniente (para los casos donde los parámetros α_q y α_ℓ no son relevantes) porque al fijar N y f_a , podemos variar $\hat{s}_1$ y ϵ para un Λ_{PQ} fijo $= f_a N$, de tal manera que el espacio de parámetros se reduce naturalmente a dos dimensiones.

3. Resultados

3.1. Las matrices de masa en el sector de quarks

En la referencia[58], se mostró que para generar cinco ceros en la textura de las matrices de masa de los quarks(3), como consecuencia de una simetría PQ, es necesario incluir al menos cuatro dobletes escalares en el modelo. Después de la ruptura espontánea de la simetría, las matrices de masa del sector de quarks adoptan la siguiente forma:

$$\begin{aligned} M^U &= \hat{v}_\alpha y_{ij}^{U\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & y_{13}^{U1} \hat{v}_1 \\ 0 & y_{22}^{U1} \hat{v}_1 & y_{23}^{U2} \hat{v}_2 \\ y_{13}^{U1*} \hat{v}_1 & y_{23}^{U2*} \hat{v}_2 & y_{33}^{U3} \hat{v}_3 \end{pmatrix}, \\ M^D &= \hat{v}_\alpha y_{ij}^{D\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & |y_{12}^{D4}| \hat{v}_4 & 0 \\ |y_{12}^{D4}| \hat{v}_4 & 0 & |y_{23}^{D3}| \hat{v}_3 \\ 0 & |y_{23}^{D3}| \hat{v}_3 & y_{33}^{D2} \hat{v}_2 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (14)$$

donde los $\hat{v}_i$ se definen en términos de los valores de expectación del vacío, $\hat{v}_i = v_i / \sqrt{2}$.

En[58] se mostró que los cinco ceros en la textura(4) son lo suficientemente flexibles como para ajustar los acoplamientos de Yukawa de los quarks cerca de 1 para la mayoría de ellos (excepto para y^{U223} , y^{D323} y y_{13}^{U1}), de esta manera obtenemos:

$$\begin{aligned} \hat{v}_1 &= 1,71 \text{ GeV}, & \hat{v}_2 &= 2,91 \text{ GeV}, \\ \hat{v}_3 &= 174,085 \text{ GeV}, & \hat{v}_4 &= 13,3 \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (15)$$

Como podemos ver, la hermiticidad de las matrices de masa no se alcanza completamente, pero es bueno imponerla por varias razones: (i) En el SM y sus extensiones, en las cuales los campos de quiralidad derecha son singletes bajo $SU(2)$, las matrices de masa pueden asumirse hermitianas sin perder generalidad, (ii) el hecho anterior nos permite considerar matrices de masa hermitianas, incluso después de imponer una simetría PQ adicional en el modelo, (iii) podemos implementar el método WBT[111], y (iv) existe una amplia literatura sobre matrices de masa hermitianas físicamente viables. Es importante notar que las matrices de masa en la Ec.(14) son hermitianas.

3.2. Las matrices de masa en el sector leptónico

Podemos obtener las matrices de masa de los leptones comenzando desde el Lagrangiano de Yukawa(9), que es invariante bajo la simetría de Peccei-Quinn $U(1)_{PQ}$, y tomando en cuenta los parámetros de Yukawa y los valores de expectación(15). Después de la ruptura espontánea de la simetría, las matrices de masa para

leptones neutros y cargados se dan respectivamente por[126, 188]:

$$M^N = \hat{v}_\alpha y_{ij}^{N\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & y_{12}^{N1} \hat{v}_1 & 0 \\ y_{21}^{N4} \hat{v}_4 & y_{22}^{N2} \hat{v}_2 & y_{23}^{N1} \hat{v}_1 \\ 0 & y_{32}^{N3} \hat{v}_3 & y_{33}^{N2} \hat{v}_2 \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$$M^E = \hat{v}_\alpha y_{ij}^{E\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & |y_{12}^{E4}| \hat{v}_4 & 0 \\ |y_{12}^{E4}| \hat{v}_4 & 0 & |y_{23}^{E3}| \hat{v}_3 \\ 0 & |y_{23}^{E3}| \hat{v}_3 & y_{33}^{E2} \hat{v}_2 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Como mencionamos anteriormente, se necesitan al menos cuatro dobletes de Higgs para obtener los cinco ceros en la textura para las matrices de masa de quarks elegidas. Nuestro objetivo en este trabajo es mantener el mismo número de dobletes de Higgs y sus respectivas cargas PQ para generar las matrices de masa y ceros en la textura para el sector leptónico, Ec. (7). Para obtener una matriz de masa hermitiana M^N , es necesario imponer $y_{21}^{N4}/y_{12}^{N1*} = \hat{v}_1/\hat{v}_4$ y $y_{32}^{N3}/y_{23}^{N1*} = \hat{v}_1/\hat{v}_3$, requiriendo que los elementos diagonales sean reales, es decir, $y^{N2}22 = y^{N2*}22$ y $y^{N2}33 = y^{N2*}33$. Por otro lado, para obtener una matriz de masa simétrica, M^E , para los leptones cargados, es suficiente asumir que los acoplamientos de Yukawa son hermitianos. A través de estas elecciones, es posible evitar dobletes de Higgs adicionales.

Basándonos en los resultados de la Tabla5, el ApéndiceC, y las relaciones establecidas en (8), encontramos los siguientes valores para los acoplamientos de Yukawa del sector leptónico:

$$\begin{aligned} |y_{12}^{E4}| &= 0,569582, & |y_{23}^{E3}| &= 0,00248291, \\ y_{33}^{E2} &= 0,574472, & |y_{12}^{N1}| &= 4,74362 \times 10^{-6}, \\ |y_{21}^{N4}| &= 0,000609894, & y_{22}^{N2} &= 6,68808 \times 10^{-6}, \\ |y_{23}^{N1}| &= 0,0000159881, & |y_{32}^{N3}| &= 1,57047 \times 10^{-7}, \\ y_{33}^{N2} &= 8,65364 \times 10^{-6}. \end{aligned}$$

Para reproducir las masas de los neutrinos citadas en [126], en el SM se requiere un acoplamiento de Yukawa alrededor de 10^{-14} . En nuestro caso, el acoplamiento de Yukawa más pequeño es de 10^{-7} , lo que reduce significativamente el ajuste fino en comparación con el que proporciona el SM.

3.3. El Lagrangiano Efectivo

Las restricciones más fuertes sobre las cargas PQ no universales provienen de las FCNC. Para determinar estas restricciones, comenzamos por escribir el Lagrangiano efectivo más general de orden siguiente al principal (NLO) como [189, 190]:

$$\mathcal{L}_{\text{NLO}} = c_{a\Phi\alpha} O_{a\Phi\alpha} + c_1 \frac{\alpha_1}{8\pi} O_B + c_2 \frac{\alpha_2}{8\pi} O_W + c_3 \frac{\alpha_3}{8\pi} O_G, \quad (18)$$

$c_{a\Phi\alpha}$ y $c_{1,2,3}$ son los coeficientes de Wilson; $\alpha_{1,2,3} = \frac{g_{1,2,3}^2}{4\pi}$, donde $g_{1,2,3}$ son las intensidades de acoplamiento de las interacciones electrodébiles y fuertes en la base de interacción; y los operadores de Wilson son:

$$\begin{aligned} O_{a\Phi} &= i \frac{\partial^\mu a}{\Lambda_{\text{PQ}}} ((D_\mu \Phi^\alpha)^\dagger \Phi^\alpha - \Phi^{\alpha\dagger} (D_\mu \Phi^\alpha)), \\ O_B &= - \frac{a}{\Lambda_{\text{PQ}}} B_{\mu\nu} \tilde{B}^{\mu\nu}, \\ O_W &= - \frac{a}{\Lambda_{\text{PQ}}} W_{\mu\nu}^a \tilde{W}^{a\mu\nu}, \\ O_G &= - \frac{a}{\Lambda_{\text{PQ}}} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu}, \end{aligned} \quad (19)$$

donde B , W^a y G^a corresponden a los campos de gauge asociados con los grupos de gauge del SM $U(1)_Y$, $SU(2)_L$ y $SU(3)_C$, respectivamente. a es el campo axión que corresponde a la componente CP impar de S_1 . Es posible redefinir los campos multiplicándolos por una fase:

$$\begin{aligned}\Phi^\alpha &\longrightarrow e^{i\frac{x_{\Phi^\alpha}}{\Lambda_{\text{PQ}}}a}\Phi^\alpha, \\ \psi_L &\longrightarrow e^{i\frac{x_{\psi_L}}{\Lambda_{\text{PQ}}}a}\psi_L, \\ \psi_R &\longrightarrow e^{i\frac{x_{\psi_R}}{\Lambda_{\text{PQ}}}a}\psi_R, \\ S_i &\longrightarrow e^{i\frac{x_{S_i}}{\Lambda_{\text{PQ}}}a}S_i.\end{aligned}\tag{20}$$

En esta expresión, x_ψ corresponde a las cargas PQ de los fermiones del SM, es decir, $x_{\psi_{L,R}} = x_{q_i}, x_{u_i}, x_{d_i}, x_{l_i}, x_{e_i}, x_{\nu_i}$ y x_{Φ^α} son las cargas PQ de los dobletes de Higgs Φ^α . Sustituyendo estas definiciones en los términos cinéticos de la Ec.(9), obtenemos nuevas contribuciones al Lagrangiano efectivo, Ec.(18) (las contribuciones de NLO en los términos no derivados se cancelan). Los términos de orden principal (LO) en Λ_{PQ}^{-1} pueden escribirse como [189, 187]:

$$\mathcal{L}_{\text{NLO}} \longrightarrow \mathcal{L}_{\text{NLO}} + \Delta\mathcal{L}_{\text{NLO}},\tag{21}$$

donde

$$\Delta\mathcal{L}_{\text{NLO}} = \Delta\mathcal{L}_{K^\Phi} + \Delta\mathcal{L}_{K^\psi} + \Delta\mathcal{L}_{K^S} + \Delta\mathcal{L}(F_{\mu\nu}),\tag{22}$$

con

$$\begin{aligned}\Delta\mathcal{L}_{K^\Phi} &= ix_{\Phi^\alpha} \frac{\partial^\mu a}{\Lambda_{\text{PQ}}} \left[(D_\mu \Phi^\alpha)^\dagger \Phi^\alpha - \Phi^{\alpha\dagger} (D_\mu \Phi^\alpha) \right], \\ \Delta\mathcal{L}_{K^\psi} &= \frac{\partial_\mu a}{2\Lambda_{\text{PQ}}} \sum_\psi (x_{\psi_L} - x_{\psi_R}) \bar{\psi} \gamma^\mu \gamma^5 \psi - (x_{\psi_L} + x_{\psi_R}) \bar{\psi} \gamma^\mu \psi, \\ \Delta\mathcal{L}_{K^S} &= ix_{S_i} \frac{\partial^\mu a}{\Lambda_{\text{PQ}}} \left[(D_\mu S_i)^\dagger S_i - S_i^\dagger (D_\mu S_i) \right] + \text{h.c.}\end{aligned}\tag{23}$$

Las redefiniciones de campos(20) inducen una modificación en la medida del integral de camino funcional, cuyos efectos se pueden obtener a partir de la divergencia de la corriente axial-vectorial: $J^{PQ5}\mu = \sum \psi(x_{\psi_L} - x_{\psi_R}) \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma^5 \psi$ [191],

$$\begin{aligned}\partial^\mu J_\mu^{PQ5} &= \sum_\psi 2im_\psi (x_{\psi_L} - x_{\psi_R}) \bar{\psi} \gamma^5 \psi \\ &\quad - \sum_\psi (x_{\psi_L} - x_{\psi_R}) \frac{\alpha_1 Y^2(\psi)}{2\pi} B_{\mu\nu} \tilde{B}^{\mu\nu} \\ &\quad - \sum_{SU(2)_L \text{ doublets}} x_{\psi_L} \frac{\alpha_2}{4\pi} W_{\mu\nu}^a \tilde{W}^{a\mu\nu} \\ &\quad - \sum_{SU(3) \text{ triplets}} (x_{\psi_L} - x_{\psi_R}) \frac{\alpha_3}{4\pi} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu},\end{aligned}\tag{24}$$

donde el hiperCarga está normalizada por $Q = T_{3L} + Y$. La relación (24) es una relación on-shell, que es consistente con el momento de un axión on-shell. Sustituyendo este resultado en $\mathcal{L}^{K^\psi} = \frac{\partial^\mu a}{2\Lambda_{\text{PQ}}} J^{PQ5}\mu = -\frac{a}{2\Lambda_{\text{PQ}}} \partial^\mu J_\mu^{PQ5}$, obtenemos nuevas contribuciones a los coeficientes de Wilson de orden principal [192]:

$$\begin{aligned}c_1 &\longrightarrow c_1 - \frac{1}{3}\Sigma q + \frac{8}{3}\Sigma u + \frac{2}{3}\Sigma d - \Sigma \ell + 2\Sigma e, \\ c_2 &\longrightarrow c_2 - 3\Sigma q - \Sigma \ell, \\ c_3 &\longrightarrow c_3 - 2\Sigma q + \Sigma u + \Sigma d - A_Q,\end{aligned}\tag{25}$$

donde $\Sigma q \equiv x_{q_1} + x_{q_2} + x_{q_3}$. El Lagrangiano correspondiente de NLO es

$$\begin{aligned}\Delta\mathcal{L}(F_{\mu\nu}) &= \frac{a}{\Lambda_{\text{PQ}}} \frac{\alpha_1}{8\pi} B_{\mu\nu} \tilde{B}^{\mu\nu} \left(\frac{1}{3}\Sigma q - \frac{8}{3}\Sigma u - \frac{2}{3}\Sigma d + \Sigma\ell - 2\Sigma e \right) \\ &+ \frac{a}{\Lambda_{\text{PQ}}} \frac{\alpha_2}{8\pi} W_{\mu\nu}^a \tilde{W}^{a\mu\nu} (3\Sigma q + \Sigma\ell) \\ &+ \frac{a}{\Lambda_{\text{PQ}}} \frac{\alpha_3}{8\pi} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu} (2\Sigma q - \Sigma u - \Sigma d + A_Q).\end{aligned}\quad (26)$$

Es conveniente definir $c_3^{\text{eff}} = c_3 - 2\Sigma q + \Sigma u + \Sigma d - A_Q = -N$. En nuestro caso, $c_i = 0$ y las únicas contribuciones a c_i^{eff} provienen de la anomalía. Es habitual definir $\Lambda_{\text{PQ}} = f_a |c_3^{\text{eff}}|$ para incluir el factor c_3^{eff} en la normalización de las cargas PQ. A partir de ahora, supondremos que todas las cargas PQ están normalizadas de esta manera, de modo que x_ψ corresponde a x_ψ/c_3^{eff} . Para cargas normalizadas, $c_3^{\text{eff}} = 1$, por lo tanto, aún mantenemos la forma general a pesar de escribir todas las expresiones en términos de la escala efectiva f_a . Los campos escalares y sus cargas PQ son los mismos que en la referencia [58], por lo que el potencial escalar $V(\Phi, S)$ es idéntico al de la referencia mencionada. Con los VEVs y acoplamientos dados en [58], el modelo reproduce la masa del Higgs del SM, mientras que las masas de los escalares exóticos están por encima de la escala del TeV. Este potencial tiene el número apropiado de bosones de Goldstone para dar masas a los bosones de gauge del SM, Z^0 , $W^\pm$, y tiene un campo extra que puede ser identificado con el axión a .

3.4. Corrientes Neutras con Cambio de Sabor

Debido a las cargas PQ no universales en nuestro modelo, es necesario realizar un análisis de nivel árbol de las corrientes neutras con cambio de sabor. Como se mencionó en la referencia [160], los límites más fuertes sobre los acoplamientos FCNC axión-quark provienen de las desintegraciones de mesones en mesones ligeros y energía faltante.

Las desintegraciones $K^\pm \rightarrow \pi^\pm a$ proporcionan los límites más estrictos (Colaboración NA62 [193]) para la masa del axión [160]. Actualmente, los límites más restrictivos provienen de las desintegraciones semi-leptónicas de kaones $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \bar{\nu}\nu$ y leptones $\ell_1 \rightarrow \ell_2 + \text{energía faltante}$. A partir del término $\Delta\mathcal{L}_{K\psi}$, obtenemos los acoplamientos vectoriales y axiales para un modelo de sector multi-Higgs, tal como se muestra en las referencias [160, 58].

$$\Delta\mathcal{L}_{K\psi} = -\partial_\mu a \bar{f}_i \gamma^\mu \left(g_{af_i f_j}^V + \gamma^5 g_{af_i f_j}^A \right) f_j, \quad (27)$$

donde

$$g_{af_i f_j}^{V,A} = \frac{1}{2f_a c_3^{\text{eff}}} \Delta_{V,A}^{Fij}, \quad (28)$$

donde:

$$\Delta_{V,A}^{Fij} = \Delta_{RR}^{Fij}(d) \pm \Delta_{LL}^{Fij}(q), \quad (29)$$

con $\Delta^{Fij} LL(q) = \left(U^F L x_q U_L^{F\dagger} \right)^{ij}$ y $\Delta^{Fij} RR(d) = \left(U^F R x_d U_R^{F\dagger} \right)^{ij}$. En estas expresiones, F representa U, D, N o E y las matrices $U_{L,R}^F$ son las matrices de diagonalización (ver Apéndice C). En la Ec.(28), normalizamos las cargas usando c_3^{eff} , como se explicó en el último párrafo de la sección 3.3 (en otras referencias se considera $|c^{\text{eff}}_3| = |N|$, correspondiente a la anomalía de $SU(3) \times U(1)PQ$). La razón de ramificación para desintegraciones de leptones $\ell_i \rightarrow \ell_j, a$ se da por [134]

$$\text{Br}(\ell_1 \rightarrow \ell_2, a) = \frac{m_{\ell_1}^3}{16\pi\Gamma(\ell_1)} \left(1 - \frac{m_{\ell_2}^2}{m_{\ell_1}^2} \right)^3 |g_{a\ell_1\ell_2}|^2,$$

en esta expresión, los acoplamientos vectoriales y axiales contribuyen de la misma manera

$$|g_{a\ell_1\ell_2}|^2 = |g_{a\ell_1\ell_2}^V|^2 + |g_{a\ell_1\ell_2}^A|^2.$$

donde m es la masa de los leptones y $\Gamma(\ell_i)$ es el ancho de desintegración total de la partícula ℓ_j . Para la desintegración de leptones $\ell_i \rightarrow \ell_j, a, \gamma$, podemos relacionar esta razón de ramificación con la razón de ramificación del proceso sin el fotón en el estado final, de acuerdo con la expresión:

$$\text{Br}(\ell_1 \rightarrow \ell_2, a, \gamma) = \left(\frac{\alpha}{2\pi} \int dx, dy, f(x, y) \right) \text{Br}(\ell_1 \rightarrow \ell_2, a),$$

donde α es la constante de estructura fina, y la función:

$$f(x, y) = \frac{(1-x)(2-y-xy)}{y^2(x+y-1)} \quad (30)$$

depende de las masas y las energías $x = 2E_{\ell_2}/m_{\ell_1}$ y $y = 2E_\gamma/m_{\ell_1}$.

Para la desintegración de leptones $\mu \rightarrow e, a, \gamma$, las restricciones provienen del experimento Crystal Box [194], con energías de corte $E_\gamma, E_e > 30, \text{MeV}$, $\theta_{e\gamma} > 140^\circ$, donde:

$$\cos \theta_{e\gamma} = 1 + \frac{2(1-x-y)}{xy}, \quad (31)$$

so that $\int dx dy f(x, y) \approx 0,011$.

Collaboration	Upper bound
N62 Collaboration[193]	$\mathcal{B}(K^+ \rightarrow \pi^+ a) < (10,6_{-3,4}^{+4,0})_{stat} \pm 0,9_{syst} \times 10^{-11}$
TRIUMF [195]	$\mathcal{B}(\mu^+ \rightarrow e^+ a) < 2,6 \times 10^{-6}$
Crystal Box [196]	$\mathcal{B}(\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma a) < 1,1 \times 10^{-9}$
ARGUS [197]	$\mathcal{B}(\tau^+ \rightarrow e^+ a) < 1,5 \times 10^{-2}$
ARGUS [197]	$\mathcal{B}(\tau^+ \rightarrow \mu^+ a) < 2,6 \times 10^{-2}$

Cuadro 3: Estas desigualdades provienen de la ventana para nueva física en la incertidumbre de la razón de ramificación de la desintegración del mesón en un par $\bar{\nu}\nu$.

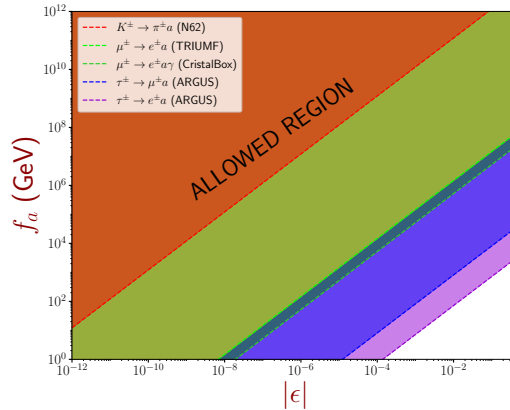


Figura 1: Regiones permitidas por las desintegraciones de leptones. Para los quarks tipo down y los leptones cargados, la parte no universal de las cargas PQ depende únicamente de la diferencia $s_2 - s_1 = N\epsilon/9$, por lo tanto, los acoplamientos de corrientes neutras con cambio de sabor (los elementos fuera de la diagonal) dependen únicamente de ϵ .

En nuestro modelo, existe un alineamiento natural entre Φ_3 (que es bastante similar a H_1 en la base de Georgi[198]) y el bosón de Higgs del modelo estándar como consecuencia de la gran supresión de los VEVs de los dobletes escalares v_i , con $i = 1, 2, 4$, con respecto a v_3 , el VEV de Φ_3 . En cierta medida, este alineamiento evita los FCNC que involucran al bosón de Higgs del SM[198]; sin embargo, después del alineamiento, existen otras fuentes de FCNC asociadas con los dobletes escalares adicionales, que no pueden ser evitadas de ninguna manera; sin embargo, como se argumenta en la Ref.[58], están suprimidas por un factor $1/M^4$ (donde $M > 1$ TeV es la masa de los dobletes escalares exóticos), y por lo tanto, nuestro modelo evita estas posibles fuentes de FCNC en acuerdo con el argumento general presentado en[198].

A partir de consideraciones astrofísicas tenemos: límites de la superradiancia de agujeros negros y el límite superior del momento dipolar eléctrico del neutrón del SN 1987A, que, cuando se combinan, imponen una restricción sobre la constante de decaimiento del axión en el rango[160] (ver Figura1): $0,8 \times 10^6 \text{ GeV} \leq f_a \leq 2,8 \times 10^{17} \text{ GeV}$.

3.5. Límites para el acople axión-fotón

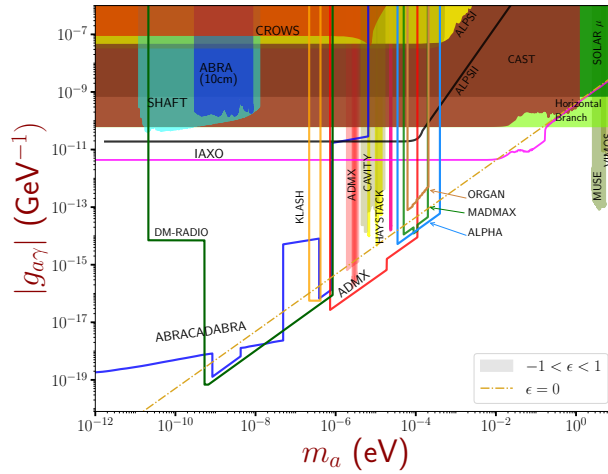


Figura 2: El espacio de parámetros excluido por varios experimentos corresponde a las regiones coloreadas, las líneas discontinuas corresponden a los límites proyectados de experimentos venideros que buscan señales de axiones [199]. La región gris corresponde al espacio de parámetros explorado por nuestro modelo.

Hay varios experimentos diseñados para buscar partículas exóticas.

Las fuentes estudiadas en la búsqueda de axiones son: el flujo de axiones solares (experimentos de helioscopios), el halo de materia oscura (experimentos de haloscopios) y axiones producidos en el laboratorio.

Entre los experimentos con el potencial de buscar evidencia de axiones en regiones que cubren áreas dentro de los límites establecidos por los parámetros de nuestro modelo están: DM-Radio [200], KLASH [201, 202], ADMX [203], ALPHA [204], MADMAX [205], IAXO [206, 207] y ABRACADABRA [208]. De manera similar, algunos experimentos ya han descartado regiones establecidas por los parámetros de nuestro modelo, entre los cuales se encuentran: ADMX [209, 210, 211], CAST [212, 213], CAPP [214, 215, 216], HAYSTACK [217, 218], Solar ν [219], Horizontal Branch [220], MUSE [221] y VIMOS [222].

4. Discusión y conclusiones

Hemos presentado un modelo en el que los campos fermiónicos y escalares están cargados bajo una simetría $U(1)_{PQ}$ de Peccei-Quinn. Un trabajo reciente [58] mostró que se requieren al menos cuatro dobletes de Higgs para generar matrices de masa hermitianas en el sector de quarks con cinco ceros en la textura, reproduciendo las masas de los quarks, los ángulos de mezcla y la fase de violación de CP de la matriz de mezcla CKM. En este trabajo, mostramos que utilizando el mismo número de dobletes de Higgs, sin cambiar

las cargas PQ en los sectores de quarks y Higgs, es posible generar matrices de masa hermitianas en el sector leptónico que reproduzcan las diferencias de masas cuadradas de los neutrinos en el orden de masas normal, los ángulos de mezcla y la fase de violación de CP de la matriz de mezcla PMNS. Este resultado es bastante no trivial ya que mantenemos los mismos cuatro dobletes de Higgs requeridos en el sector de quarks para generar un patrón de textura diferente en el sector leptónico. Al comparar con el SM, nuestro modelo tiene casi todos los acoplamientos de Yukawa cercanos a 1 en el sector de quarks. En el sector de neutrinos, el acoplamiento de Yukawa más pequeño es del orden de $1,6 \times 10^{-7}$, que es siete órdenes de magnitud mayor que el correspondiente acoplamiento de Yukawa en el SM, por lo que requiere menos ajuste fino que el SM.

El teorema de descomposición polar[223, 224] permite que cualquier matriz se escriba como el producto de una matriz hermitiana y una matriz unitaria. En el SM y en teorías donde los campos fermiónicos de mano derecha son singletes bajo el grupo de gauge, es posible absorber la matriz unitaria en los campos de mano derecha redefiniéndolos; a partir de este procedimiento, podemos escribir cualquier matriz de masa como una matriz hermitiana. En nuestro trabajo, asumimos que las matrices de masa son hermitianas en el espacio de interacción, esta hipótesis ha sido utilizada en estudios anteriores sobre texturas[115, 225, 226, 55, 111, 227], y es bastante útil para estudiar el problema del sabor. En nuestro trabajo, hemos normalizado las cargas PQ con la anomalía de QCD $-N$ de tal manera que, al mantener el parámetro $\epsilon \neq 0$, obtenemos las texturas de las matrices de masa, abordando simultáneamente los problemas del sabor y de CP fuerte.

Si la naturaleza no está ajustada en una teoría fundamental de alta energía más amplia, esperamos que, eventualmente, será posible encontrar una textura que nos permita obtener todas las escalas del SM a partir de los VEVs de un sector de Higgs con un contenido escalar mínimo sin la necesidad de ajustar los acoplamientos de Yukawa.

En nuestro análisis, informamos las restricciones de las desintegraciones de leptones y las comparamos con las restricciones provenientes de la búsqueda de pares de neutrinos en las desintegraciones del kaón cargado $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \bar{\nu} \nu$. Los resultados se muestran en la figura 1, donde se muestra la región permitida en el espacio de parámetros generada por ϵ y la constante de decaimiento del axión f_a . Esta figura muestra que las restricciones más fuertes provienen de la desintegración semileptónica del mesón $K^\pm \rightarrow \pi \nu \bar{\nu}$. Es importante notar que las desintegraciones de leptones no limitan aún más el espacio de parámetros de nuestro modelo (comparado con la región excluida por la desintegración del mesón). También mostramos las regiones excluidas para el acoplamiento axión-fotón como función de la masa del axión; estos resultados se resumen en la Figura 2; la región gris corresponde al espacio de parámetros de nuestro modelo en el intervalo $-1 < \epsilon < 1$.

En este trabajo, hemos demostrado que con cuatro dobletes de Higgs, es posible ajustar las texturas de las matrices de masa, tanto en los sectores leptónicos como en los de quarks

5. Recomendaciones

Si la naturaleza no está sintonizada con una teoría de alta energía más fundamental, esperamos que, eventualmente, sea posible encontrar una textura que nos permita obtener todas las escalas del SM a partir de los VEV de un sector de Higgs con un contenido escalar mínimo sin la necesidad de ajustar los acoplamientos de Yukawa.

Agradecimientos

Esta investigación fue apoyada por la “Vicerrectoría de Investigaciones e Interacción Social VIIS de la Universidad de Nariño”.

A. Operador de matrices de masa

El Lagrangiano de Yukawa más general para la interacción de cuatro dobletes de Higgs Φ_α con los fermiones del SM está dado por

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & -\bar{q}_L^i \Phi_\alpha y_{ij}^{D\alpha} d_R'^j - \bar{q}_L^i \tilde{\Phi}_\alpha y_{ij}^{U\alpha} u_R'^j - \bar{\ell}_L^i \Phi_\alpha y_{ij}^{E\alpha} e_R'^j \\ & - \bar{\ell}_L^i \tilde{\Phi}_\alpha y_{ij}^{N\alpha} \nu_R'^j + \text{h.c.},\end{aligned}\quad (32)$$

donde se asume una suma sobre los índices repetidos. Aquí i, j varían entre 1, 2, 3 y α entre 1, 2, 3, 4. Los campos de doblete del bosón de Higgs están parametrizados de la siguiente manera:

$$\Phi_\alpha = \begin{pmatrix} \phi_\alpha^+ \\ \frac{v_\alpha + h_\alpha + i\eta_\alpha}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad \tilde{\Phi}_\alpha = i\sigma_2 \Phi_\alpha^*.$$
 (33)

Similar a el modelo de dos dobletes de Higgs [228], hacemos rotar los campos de Higgs a la base (generalizada) de Georgi, es decir,

$$\begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \end{pmatrix} = R_1(\beta_1) R_2(\beta_2) R_3(\beta_3) \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \end{pmatrix} \equiv R_{\beta\alpha} \Phi_\alpha, \quad (34)$$

donde las matrices ortogonales son

$$R_1(\beta_1) = \begin{pmatrix} \cos \beta_1 & \sin \beta_1 & 0 & 0 \\ -\sin \beta_1 & \cos \beta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (35a)$$

$$R_2(\beta_2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta_2 & \sin \beta_2 & 0 \\ 0 & -\sin \beta_2 & \cos \beta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (35b)$$

$$R_3(\beta_3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \beta_3 & \sin \beta_3 \\ 0 & 0 & -\sin \beta_3 & \cos \beta_3 \end{pmatrix}, \quad (35c)$$

donde $\tan \beta_1 = \frac{\sqrt{v_2^2 + v_3^2 + v_4^2}}{v_1}$, $\tan \beta_2 = \frac{\sqrt{v_3^2 + v_4^2}}{v_2}$ and $\tan \beta_3 = \frac{v_4}{v_3}$, and $H_\beta = (H_\beta^+, (H_\beta^0 + iH_\beta^{\text{odd}})/\sqrt{2})^T$. Esta base se elige de tal manera que solo la componente neutra de H_1 adquiere un valor de expectación del vacío.

$$\begin{aligned}\langle H_1^0 \rangle &= \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + v_4^2} \equiv v, \\ \langle H_2^0 \rangle &= 0, \quad \langle H_3^0 \rangle = 0, \quad \langle H_4^0 \rangle = 0.\end{aligned}\quad (36)$$

De esta manera, $\Phi_\alpha y_{ij}^{F\alpha} = y_{ij}^{F\alpha} R_{\alpha\beta}^T R_{\beta\gamma} \Phi_\gamma = \mathcal{Y}_{ij}^{F\beta} H_\beta$, y $F = U, D, N, E$; donde hemos definido

$$\mathcal{Y}_{ij}^{F\beta} = R_{\beta\alpha} y_{ij}^{F\alpha}. \quad (37)$$

con estas definiciones la ecuación (32) se puede escribir como

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & -\bar{q}_L^i H_\beta \mathcal{Y}_{ij}^{D\beta} d_R'^j - \bar{q}_L^i \tilde{H}_\beta \mathcal{Y}_{ij}^{U\beta} u_R'^j - \bar{\ell}_L^i H_\beta \mathcal{Y}_{ij}^{E\beta} e_R'^j \\ & - \bar{\ell}_L^i \tilde{H}_\beta \mathcal{Y}_{ij}^{N\beta} \nu_R'^j + \text{h.c.}\end{aligned}\quad (38)$$

Es necesario rotar a los eigenestados de masa de los fermiones, es decir,

$$f_{L,R} = U_{L,R}^F f'_{L,R}, \quad (39)$$

donde las matrices de diagonalización $U_{L,R}$ se definen a continuación, en la sección C. A partir del Lagrangiano para las corrientes cargadas:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CC} &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}'_{Li} \gamma^\mu d'_{Li} W^+ - \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{e}'_{Li} \gamma^\mu \nu'_{Li} W^- + \text{h.c} \\ &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_{Li} \gamma^\mu (V_{\text{CKM}})_{ij} d_{Lj} W^+ \\ &\quad - \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{e}_{Li} \gamma^\mu (V_{\text{PMNS}})_{ij} \nu_{Lj} W^- + \text{h.c}, \end{aligned} \quad (40)$$

Es posible obtener las matrices de mezcla CKM ($V_{\text{CKM}} = U^U L U^{D\dagger} L$) y PMNS ($V_{\text{PMNS}} = U_L^E U_L^{\nu\dagger}$) al rotar a los eigenestados de masa de los fermiones. En particular, estamos interesados en el acoplamiento de la corriente neutral axial al axi3n en los eigenestados de masa.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{H^0} &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \bar{d}_L^i H_\beta^0 \mathcal{Y}_{ij}^{D\beta} d_R^j - \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{u}_L^i H_\beta^{0*} \mathcal{Y}_{ij}^{U\beta} u_R^j \\ &\quad - \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{e}_L^i H_\beta^0 \mathcal{Y}_{ij}^{E\beta} e_R^j - \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_L^i H_\beta^{0*} \mathcal{Y}_{ij}^{N\beta} \nu_R^j + \text{h.c}, \\ &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \bar{d}_L^i H_\beta^0 Y_{ij}^{D\beta} d_R^j - \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{u}_L^i H_\beta^{0*} Y_{ij}^{U\beta} u_R^j \\ &\quad - \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{e}_L^i H_\beta^0 Y_{ij}^{E\beta} e_R^j - \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_L^i H_\beta^{0*} Y_{ij}^{N\beta} \nu_R^j + \text{h.c}, \end{aligned}$$

donde $Y_{ij}^{F\beta} = \left(U_L^F \mathcal{Y}^{F\beta} U_R^{F\dagger} \right)_{ij}$. En estas expresiones, las funciones de masa en la base de interacción son:

$$M^{Dij} = \frac{v}{\sqrt{2}} \mathcal{Y}_{ij}^{D1}, \quad M^{Uij} = \frac{v}{\sqrt{2}} \mathcal{Y}_{ij}^{U1}, \quad M^{Eij} = \frac{v}{\sqrt{2}} \mathcal{Y}_{ij}^{E1}, \quad M^{Nij} = \frac{v}{\sqrt{2}} \mathcal{Y}_{ij}^{N1},$$

donde $v = \langle H_1^0 \rangle$ es el valor de expectación del vacío del Higgs.

B. Potencial escalar

Como se estudió en [58], el sector escalar requiere cuatro dobletes escalares ϕ^α para reproducir correctamente las texturas de masa del sector de fermiones, y dos singletes escalares S_1 y S_2 que rompen la simetría PQ mientras generan un espectro de masas escalares fenomenológicamente viable. El singlete S_2 también da masa al quark pesado. El potencial más general permitido por la simetría PQ según las cargas establecidas en la Tabla 2 es:

$$\begin{aligned}
V(\Phi, S_i) &= \sum_{i=1}^4 \mu_i^2 \Phi_i^\dagger \Phi_i + \sum_{k=1}^2 \mu_{s_k}^2 S_k^* S_k + \sum_{i=1}^4 \lambda_i \left(\Phi_i^\dagger \Phi_i \right)^2 \\
&+ \sum_{k=1}^2 \lambda_{s_k} (S_k^* S_k)^2 + \sum_{i=1}^4 \sum_{k=1}^2 \lambda_{is_k} \left(\Phi_i^\dagger \Phi_i \right) (S_k^* S_k) \\
&+ \underbrace{\sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^4 \left(\lambda_{ij} \left(\Phi_i^\dagger \Phi_i \right) \left(\Phi_j^\dagger \Phi_j \right) + J_{ij} \left(\Phi_i^\dagger \Phi_j \right) \left(\Phi_j^\dagger \Phi_i \right) \right)} \\
&+ \lambda_{s_1 s_2} (S_1^* S_1) (S_2^* S_2) \\
&+ K_1 \left(\left(\Phi_1^\dagger \Phi_2 \right) \left(\Phi_3^\dagger \Phi_2 \right) + h.c. \right) \\
&+ K_2 \left(\left(\Phi_3^\dagger \Phi_4 \right) \left(\Phi_3^\dagger \Phi_1 \right) + h.c. \right) \\
&+ F_1 \left(\left(\Phi_2^\dagger \Phi_3 \right) S_1 + h.c. \right) \\
&+ F_2 \left(\left(\Phi_1^\dagger \Phi_2 \right) S_1 + h.c. \right) \\
&+ \frac{1}{2} \left(m_{\zeta_{S_2}} \right)_{\text{SB}}^2 \zeta_{S_2}^2 + \frac{1}{2} \left(m_{\xi_{S_2}} \right)_{\text{SB}}^2 \xi_{S_2}^2.
\end{aligned} \tag{41}$$

donde los términos proporcionales a F_i están permitidos por la elección particular de las cargas PQ y estos acoplamientos F_i tienen unidades de masa. Después de la ruptura espontánea de simetría (SSB), los cuatro dobletes de Higgs adquieren VEVs que dan masa a todas las partículas del SM. Los dobletes y singletes escalares se escriben de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\Phi_\alpha &= \left(\frac{\phi_\alpha^+}{\frac{v_\alpha + h_\alpha + i\eta_\alpha}{\sqrt{2}}} \right), \quad \tilde{\Phi}_\alpha = i\sigma_2 \Phi_\alpha^*, \quad \alpha = 1, 2, 3, 4, \\
S_i &= \frac{v_{S_i} + \xi_{S_i} + i\zeta_{S_i}}{\sqrt{2}}; \quad i = 1, 2,
\end{aligned} \tag{42}$$

donde los VEVs satisfacen la siguiente jerarquía: $v_4 \ll v_1, v_2 \ll v_3 \ll v_{S_1} \sim v_{S_2}$. Los singletes escalares S_1 y S_2 rompen la simetría PQ en la escala de alta energía dada por $v_{S_1} \approx v_{S_2}$. Los últimos dos términos en la ecuación (41) corresponden a las masas de ruptura suave de las partes imaginaria y real de S_2 , las cuales se generan en un bucle en el potencial de Coleman-Weinberg a partir del término de interacción $\lambda_Q S_2 \bar{Q}_R Q_L + h.c.$ Adicionalmente, elegimos valores numéricos para los parámetros del potencial (41) con el fin de obtener un espectro de masas del sector escalar consistente con la fenomenología existente. Los valores de estos parámetros son:

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= \lambda_2 = \lambda_4 = \lambda_{s_1} = \lambda_{s_2} = \lambda_{s_1 s_2} = 1, \\
\lambda_3 &= 0.463 \\
\lambda_{ij} &= 1 \text{ for any } i, j, \\
\lambda_{j s_1} &= \lambda_{j s_2} = 1 \text{ for any } j, \\
J_{12} &= J_{13} = J_{23} = J_{24} = -1, \text{ otherwise } J_{ij} = 1, \\
K_1 &= K_2 = -1, \\
F_1 &= F_2 = -1 \text{ GeV}.
\end{aligned} \tag{43}$$

En particular, el valor de λ_3 ajusta la masa del Higgs del SM. Los v_i se determinan a partir de las masas de los fermiones del SM y las texturas de la matriz de masa de los quarks en la Ec. (15). El VEV v_{s_1} permanece como un parámetro libre; sin embargo, este parámetro es importante para la física del axión debido a la relación [165],

$$f_a = \frac{v_{s_1}}{2N}. \tag{44}$$

En nuestros cálculos tomamos $v_{s_1} \approx v_{s_2} \approx 10^6$ GeV. Es importante enfatizar que en nuestro modelo, f_a puede tomar valores arbitrarios; no obstante, un f_a pequeño restringe ϵ (Ec. 13) a valores cercanos a cero. Teniendo en cuenta todas estas consideraciones, incluyendo la Ec. (43), el espectro de masas escalares (en GeV) es:

$$\begin{aligned} \text{CP even} &= \{1,73 \times 10^6, 1. \times 10^6, 6,54 \times 10^3, 1,97 \times 10^3, \\ &\quad 1,09 \times 10^3, 125\}, \\ \text{CP odd} &= \{6,54 \times 10^3, 1,97 \times 10^3, 1,09 \times 10^3, 0, 0, m_{\zeta_{S_2}}\}, \\ \text{Charged fields} &= \{6,54 \times 10^3, 1,97 \times 10^3, 1,11 \times 10^3, 0\}. \end{aligned} \quad (45)$$

El espectro de masas de los campos escalares está por encima de la escala del TeV, excepto por el Higgs del SM, que está en 125 GeV. El sector pseudoscalar (campos CP impares) tiene dos eigenestados sin masa, el campo axi3n y el bos3n de Goldstone que es absorbido por la componente longitudinal del bos3n Z del SM. Un resultado similar se obtiene en el sector cargado, donde es posible identificar los dos bosones de Goldstone requeridos para dar masa a los campos $W^\pm$ del SM.

C. Matrices de diagonalizaci3n

Para comparar con cantidades f3sicas, es necesario rotar los campos a los eigenestados de masa, es decir, $f_{L,R} = U^F L, R f' L, R$, donde el s3mbolo de prima se refiere a la base de interacci3n. En nuestro formalismo, las matrices de masa de los quarks son hermitianas, por lo que las matrices de diagonalizaci3n para las manos derecha e izquierda son id3nticas; adem3s, establecemos que los valores propios de la segunda familia de quarks son negativos para generar ceros en la textura en algunos t3rminos diagonales de las matrices de masa, como se indica en [112]. Este signo se tiene en cuenta al introducir la matriz identidad escrita como $I_2 I_2 = 1$ con $I_2 = \text{diag}(1, -1, 1)$, es decir,

$$M^F ij = (U^{F\dagger} \lambda^F U^F) ij = (U^{F\dagger} L m^F U^F R) ij = \frac{v}{\sqrt{2}} \mathcal{Y}^{F1} ij = \frac{v}{\sqrt{2}} R_{1\alpha} y^{F\alpha} ij,$$

donde $\mathcal{Y}^{F\beta}$ y $R_{\alpha\beta}$ fueron definidos en la secci3n A, $\lambda^{U,D} = \text{diag}(m_{u,d}, -m_{c,s}, m_{t,b})$ y $m^{U,D} = \text{diag}(m_{u,d}, m_{c,s}, m_{t,b})$, con definiciones similares en el sector lept3nico, es decir, $\lambda^{N,E} = \text{diag}(m_{1,e}, -m_{2,\mu}, m_{3,\tau})$, $m^{N,E} = \text{diag}(m_{1,e}, m_{2,\mu}, m_{3,\tau})$, y

$$U_L^F = U^F, \quad U_R^F = I_2 U^F, \quad (46)$$

donde las matrices de diagonalizaci3n U^F se definen a continuaci3n. Es importante resaltar que el patr3n de ceros en la textura de la matriz $\mathcal{Y}^{F1} ij$ es id3ntico al de los acoplamientos de Yukawa originales $y^{F\alpha} ij$, ya que la suma sobre α no mezcla los 3ndices i, j .

De hecho, de acuerdo con las ecuaciones (14) y (17), $M^F = \frac{v_\alpha}{\sqrt{2}} y^{F\alpha} ij = \frac{v}{\sqrt{2}} R_{1\alpha} y^{F\alpha} ij$, por lo tanto $R_{1\alpha} = \frac{v_\alpha}{v}$. Las matrices de diagonalizaci3n son:

$$U^{U\dagger} = \begin{pmatrix} e^{i(\phi_{Cu} + \theta_{1u})} \sqrt{\frac{m_c m_t (A_u - m_u)}{A_u (m_c + m_u) (m_t - m_u)}} & -e^{i(\phi_{Cu} + \theta_{2u})} \sqrt{\frac{(A_u + m_c) m_t m_u}{A_u (m_c + m_t) (m_c + m_u)}} & e^{i(\phi_{Cu} + \theta_{3u})} \sqrt{\frac{m_c (m_t - A_u) m_u}{A_u (m_c + m_t) (m_t - m_u)}} \\ -e^{i(\phi_{Bu} + \theta_{1u})} \sqrt{\frac{(A_u + m_c) (m_t - A_u) m_u}{A_u (m_c + m_u) (m_t - m_u)}} & -e^{i(\phi_{Bu} + \theta_{2u})} \sqrt{\frac{m_c (m_t - A_u) (A_u - m_u)}{A_u (m_c + m_t) (m_c + m_u)}} & e^{i(\phi_{Bu} + \theta_{3u})} \sqrt{\frac{(A_u + m_c) m_t (A_u - m_u)}{A_u (m_c + m_t) (m_t - m_u)}} \\ e^{i\theta_{1u}} \sqrt{\frac{m_u (A_u - m_u)}{(m_c + m_u) (m_t - m_u)}} & e^{i\theta_{2u}} \sqrt{\frac{m_c (A_u + m_c)}{(m_c + m_t) (m_c + m_u)}} & e^{i\theta_{3u}} \sqrt{\frac{m_t (m_t - A_u)}{(m_c + m_t) (m_t - m_u)}} \end{pmatrix}, \quad (47)$$

$$U^{D\dagger} = \begin{pmatrix} e^{i\theta_{1d}} \sqrt{\frac{m_b (m_b - m_s) m_s}{(m_b - m_d) (m_d + m_s) (m_b + m_d - m_s)}} & -e^{i\theta_{2d}} \sqrt{\frac{m_b (m_b + m_d) m_d}{(m_d + m_s) (m_b + m_d - m_s) (m_b + m_s)}} & \sqrt{\frac{m_d (m_s - m_d) m_s}{(m_b - m_d) (m_b + m_d - m_s) (m_b + m_s)}} \\ e^{i\theta_{1d}} \sqrt{\frac{m_d (m_b - m_s)}{(m_b - m_d) (m_d + m_s)}} & e^{i\theta_{2d}} \sqrt{\frac{(m_b + m_d) m_s}{(m_d + m_s) (m_b + m_s)}} & \sqrt{\frac{m_b (m_s - m_d)}{(m_b - m_d) (m_b + m_s)}} \\ -e^{i\theta_{1d}} \sqrt{\frac{m_d (m_b + m_d) (m_s - m_d)}{(m_b - m_d) (m_d + m_s) (m_b + m_d - m_s)}} & -e^{i\theta_{2d}} \sqrt{\frac{(m_b - m_s) m_s (m_s - m_d)}{(m_d + m_s) (m_b + m_d - m_s) (m_b + m_s)}} & \sqrt{\frac{m_b (m_b + m_d) (m_b - m_s)}{(m_b - m_d) (m_b + m_d - m_s) (m_b + m_s)}} \end{pmatrix}, \quad (48)$$

donde $\theta_{1u}, \theta_{2u}, \theta_{3u}, \theta_{1d}$ y θ_{2d} son fases arbitrarias (una tercera fase para la matriz de diagonalización (48) puede ser absorbida por las fases restantes) que son útiles para ajustarse a la convención de la matriz $V_{\text{CKM}} = U^U L U^{D\dagger} L$. Tomando como entrada los parámetros del SM en el polo del Z, los mejores valores de ajuste se presentan en la Tabla 4.

θ_{1u}	θ_{2u}	θ_{3u}	θ_{1d}	θ_{2d}	ϕ_{C_u}	ϕ_{B_u}
-2,84403	1.85606	-0,00461668	1.93013	-0,976639	-1,49697	0.301461
A_u	m_u	m_c	m_t	m_d	m_s	m_b
1690.29 MeV	1.2684 MeV	633.197 MeV	171268 MeV	3.14751 MeV	56.1169 MeV	2910.01 MeV

Cuadro 4: Punto de mejor ajuste de los parámetros de la matriz de masa con respecto a los datos experimentales para las masas y los ángulos de mezcla del sector de quarks en el polo del Z.

De manera similar, en el sector leptónico, las matrices de diagonalización de las matrices de masa (7) son:

$$\begin{aligned}
 U^{N\dagger} &= \begin{pmatrix} e^{i(\theta_{1\nu}+c_\nu)} \sqrt{\frac{m_2 m_3 (A_\nu - m_1)}{A_\nu (m_2 + m_1) (m_3 - m_1)}} & -e^{i(\theta_{2\nu}+c_\nu)} \sqrt{\frac{m_1 m_3 (m_2 + A_\nu)}{A_\nu (m_2 + m_1) (m_3 + m_2)}} & e^{i(\theta_{3\nu}+c_\nu)} \sqrt{\frac{m_1 m_2 (m_3 - A_\nu)}{A_\nu (m_3 - m_1) (m_3 + m_2)}} \\ e^{i\theta_{1\nu}} \sqrt{\frac{m_1 (A_\nu - m_1)}{(m_1 + m_2) (m_3 - m_1)}} & e^{i\theta_{2\nu}} \sqrt{\frac{m_2 (A_\nu + m_2)}{(m_2 + m_1) (m_3 + m_2)}} & e^{i\theta_{3\nu}} \sqrt{\frac{m_3 (m_3 - A_\nu)}{(m_3 - m_1) (m_3 + m_2)}} \\ -e^{i(\theta_{1\nu}-b_\nu)} \sqrt{\frac{m_1 (A_\nu + m_2) (m_3 - A_\nu)}{A_\nu (m_1 + m_2) (m_3 - m_1)}} & -e^{i(\theta_{2\nu}-b_\nu)} \sqrt{\frac{m_2 (A_\nu - m_1) (m_3 - A_\nu)}{A_\nu (m_2 + m_1) (m_3 + m_2)}} & e^{i(\theta_{3\nu}-b_\nu)} \sqrt{\frac{m_3 (A_\nu - m_1) (A_\nu + m_2)}{A_\nu (m_3 - m_1) (m_3 + m_2)}} \end{pmatrix}, \\
 &\quad (49) \\
 U^{E\dagger} &= \begin{pmatrix} e^{i\theta_{1\ell}} \sqrt{\frac{m_\mu m_\tau (m_\tau - m_\mu)}{(m_e - m_\mu + m_\tau) (m_\mu + m_e) (m_\tau - m_e)}} & -e^{i\theta_{2\ell}} \sqrt{\frac{m_e m_\tau (m_e + m_\tau)}{(m_e - m_\mu + m_\tau) (m_\mu + m_e) (m_\tau + m_\mu)}} & \sqrt{\frac{m_e m_\mu (m_\mu - m_e)}{(m_e - m_\mu + m_\tau) (m_\tau - m_e) (m_\tau + m_\mu)}} \\ e^{i\theta_{1\ell}} \sqrt{\frac{m_e (m_\tau - m_\mu)}{(m_\mu + m_e) (m_\tau - m_e)}} & e^{i\theta_{2\ell}} \sqrt{\frac{m_\mu (m_e + m_\tau)}{(m_\mu + m_e) (m_\tau + m_\mu)}} & \sqrt{\frac{m_\tau (m_\mu - m_e)}{(m_\tau - m_e) (m_\tau + m_\mu)}} \\ -e^{i\theta_{1\ell}} \sqrt{\frac{m_e (m_e + m_\tau) (m_\mu - m_e)}{(m_e - m_\mu + m_\tau) (m_\mu + m_e) (m_\tau - m_e)}} & -e^{i\theta_{2\ell}} \sqrt{\frac{m_\mu (m_\tau - m_\mu) (m_\mu - m_e)}{(m_e - m_\mu + m_\tau) (m_\mu + m_e) (m_\tau + m_\mu)}} & \sqrt{\frac{m_\tau (m_\tau - m_\mu) (m_e + m_\tau)}{(m_e - m_\mu + m_\tau) (m_\tau - m_e) (m_\tau + m_\mu)}} \end{pmatrix} \\
 &\quad (50)
 \end{aligned}$$

donde $\theta_{1\ell}, \theta_{2\ell}, \theta_{1\nu}, \theta_{2\nu}, \theta_{3\nu}$ son fases necesarias para ajustarse a la convención establecida para la matriz de mezcla PMNS[229]¹; y c_ν y b_ν son las fases de C_ν y B_ν en la matriz de masa neutral M^N en la Ec.(7). Los valores de mejor ajuste para estas cantidades se muestran en la Tabla 5.

$\theta_{1\ell}$	$\theta_{2\ell}$	$\theta_{1\nu}$	$\theta_{2\nu}$	$\theta_{3\nu}$	c_ν	b_ν
0.154895	2.01797	-0,835504	2.21169	1.81786	1.01608	2.03726
A_ν (eV)	m_e (MeV)	m_μ (MeV)	m_τ (MeV)	m_1 (eV)	m_2 (eV)	m_3 (eV)
0.0251821	0.5109989461	105.6583745	1776.86	0.00353647	0.00929552	0.0504034

Cuadro 5: Mejor ajuste de valores.

¹Colaboración NuFIT(<http://www.nu-fit.org/?q=node/211>) (con datos atmosféricos de SK).

D. Decaimiento del axión en fotones

En el SM, $B^\mu = \cos \theta_W A^\mu - \sin \theta_W Z^\mu$ y $W^{3\mu} = \sin \theta_W A^\mu + \cos \theta_W Z^\mu$, donde A^μ y Z^μ son los campos del SM para los bosones de gauge fotón y Z . Al reemplazar estas expresiones en la Ec. (26), obtenemos:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &\supset -c_1^{\text{eff}} \frac{\alpha_1}{8\pi} \frac{a}{\Lambda_{\text{PQ}}} B_{\mu\nu} \tilde{B}^{\mu\nu} - c_2^{\text{eff}} \frac{\alpha_2}{8\pi} \frac{a}{\Lambda_{\text{PQ}}} W_{\mu\nu}^3 \tilde{W}^{3\mu\nu} \\
&= -\frac{\alpha}{8\pi} (c_1^{\text{eff}} + c_2^{\text{eff}}) \frac{a}{\Lambda_{\text{PQ}}} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \\
&\quad - \frac{\alpha}{8\pi c_W^2 s_W^2} (s_W^4 c_1^{\text{eff}} + c_W^4 c_2^{\text{eff}}) \frac{a}{f_a} Z_{\mu\nu} \tilde{Z}^{\mu\nu} \\
&\quad - \frac{2\alpha}{8\pi c_W s_W} (c_W^2 c_2^{\text{eff}} - c_W^2 c_1^{\text{eff}}) \frac{a}{\Lambda_{\text{PQ}}} F_{\mu\nu} \tilde{Z}^{\mu\nu} \\
&= e^2 C_{\gamma\gamma} \frac{a}{\Lambda_{\text{PQ}}} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} + \frac{e^2 C_{ZZ}}{c_W^2 s_W^2} \frac{a}{\Lambda_{\text{PQ}}} Z_{\mu\nu} \tilde{Z}^{\mu\nu} \\
&\quad + \frac{2e^2 C_{\gamma Z}}{c_W s_W} \frac{a}{\Lambda_{\text{PQ}}} F_{\mu\nu} \tilde{Z}^{\mu\nu}
\end{aligned} \tag{51}$$

$$c_1^{\text{eff}} = c_1 - \frac{1}{3} \Sigma q + \frac{8}{3} \Sigma u + \frac{2}{3} \Sigma d - \Sigma l + 2 \Sigma e \tag{52}$$

$$c_2^{\text{eff}} = c_2 - 3 \Sigma q - \Sigma l \tag{53}$$

donde $\Sigma f \equiv f_1 + f_2 + f_3$ es la suma de las cargas PQ de las tres familias. Existen definiciones similares para la interacción del axión con los gluones.

$$-c_3^{\text{eff}} \frac{\alpha_3}{8\pi} \frac{a}{\Lambda_{\text{PQ}}} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu} = g_s^2 C_{GG} \frac{a}{\Lambda_{\text{PQ}}} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu}, \tag{54}$$

donde $c_3^{\text{eff}} = c_3 - 2 \Sigma q + \Sigma u + \Sigma d - A_Q$, en nuestro caso particular $c_i = 0$. En la fenomenología del axión, es habitual definir

$$\begin{aligned}
C_{\gamma\gamma} &= -\frac{1}{32\pi^2} (c_1^{\text{eff}} + c_2^{\text{eff}}), \quad C_{ZZ} = -\frac{1}{32\pi^2} (s_W^4 c_1^{\text{eff}} + c_W^4 c_2^{\text{eff}}), \\
C_{\gamma Z} &= -\frac{1}{32\pi^2} (c_W^2 c_2^{\text{eff}} - c_W^2 c_1^{\text{eff}}), \quad C_{GG} = -\frac{1}{32\pi^2} c_3^{\text{eff}}.
\end{aligned} \tag{55}$$

Los anchos de decaimiento de un axión que se desintegra en dos fotones y de un Z que se desintegra en un axión y un fotón son [191]

$$\begin{aligned}
\Gamma(a \rightarrow \gamma\gamma) &= \frac{4\pi\alpha^2 m_a^3}{\Lambda_{\text{PQ}}^2} |C_{\gamma\gamma}^{\text{eff}}|^2, \\
\Gamma(Z \rightarrow \gamma a) &= \frac{8\pi\alpha(m_Z)m_Z^3}{3s_W^2 c_W^2 \Lambda_{\text{PQ}}^2} |C_{\gamma Z}^{\text{eff}}|^2 \left(1 - \frac{m_a^2}{m_Z^2}\right)^3.
\end{aligned} \tag{56}$$

Otro posible canal de desintegración del axión en dos fotones se debe a la mezcla entre el axión y el pio, ya que este último puede desintegrarse en dos fotones. Este modo de desintegración genera una corrección adicional que solo depende de los acoplamientos del axión a los gluones [230]:

$$C_{\gamma\gamma}^{\text{eff}} = -\frac{c_3^{\text{eff}}}{32\pi^2} \left(\frac{c_1^{\text{eff}} + c_2^{\text{eff}}}{c_3^{\text{eff}}} - 2,03 \right), \quad C_{\gamma Z}^{\text{eff}} = -\frac{c_3^{\text{eff}}}{32\pi^2} \left(\frac{c_W^2 c_2^{\text{eff}} - c_W^2 c_1^{\text{eff}}}{c_3^{\text{eff}}} - 0,74/2 \right).$$

Es habitual definir $\Lambda_{\text{PQ}} = |c_3^{\text{eff}}| f_a$.

$$\frac{E}{N} = \frac{c_1^{\text{eff}} + c_2^{\text{eff}}}{c_3^{\text{eff}}}. \quad (57)$$

La interacción axi3n-fot3n est3a dada por

$$g_{a\gamma\gamma} = \frac{4e^2 C_{\gamma\gamma}^{\text{eff}}}{\Lambda_{\text{PQ}}} = -\frac{\alpha}{2\pi f_a} \left(\frac{E}{N} - 2,03 \right) \quad (58)$$

donde $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$. Debido a la interacci3n glu3n-axi3n, el axi3n adquiere un t3rmino de masa, que se describe en energ3as bajas como una interacci3n axi3n-pi3n [231]:

$$m_a = 5,7(7), \mu\text{eV} \left(\frac{10^{12}\text{GeV}}{f_a} \right). \quad (59)$$

Referencias

- [1] G. Aad *et al.*, “Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC,” *Phys. Lett. B*, vol. 716, pp. 1–29, 2012.
- [2] S. Chatrchyan *et al.*, “Observation of a New Boson at a Mass of 125 GeV with the CMS Experiment at the LHC,” *Phys. Lett. B*, vol. 716, pp. 30–61, 2012.
- [3] G. C. Branco, P. M. Ferreira, L. Lavoura, M. N. Rebelo, M. Sher, and J. P. Silva, “Theory and phenomenology of two-Higgs-doublet models,” *Phys. Rept.*, vol. 516, pp. 1–102, 2012.
- [4] T. D. Lee, “A Theory of Spontaneous T Violation,” *Phys. Rev. D*, vol. 8, pp. 1226–1239, 1973.
- [5] H. E. Haber and G. L. Kane, “The Search for Supersymmetry: Probing Physics Beyond the Standard Model,” *Phys. Rept.*, vol. 117, pp. 75–263, 1985.
- [6] J. E. Kim, “Light Pseudoscalars, Particle Physics and Cosmology,” *Phys. Rept.*, vol. 150, pp. 1–177, 1987.
- [7] N. Turok and J. Zadrozny, “Electroweak baryogenesis in the two doublet model,” *Nucl. Phys. B*, vol. 358, pp. 471–493, 1991.
- [8] V. Barger, P. Langacker, M. McCaskey, M. Ramsey-Musolf, and G. Shaughnessy, “Complex Singlet Extension of the Standard Model,” *Phys. Rev. D*, vol. 79, p. 015018, 2009.
- [9] R. M. Schabinger and J. D. Wells, “A Minimal spontaneously broken hidden sector and its impact on Higgs boson physics at the large hadron collider,” *Phys. Rev. D*, vol. 72, p. 093007, 2005.
- [10] C.-W. Chiang, M. J. Ramsey-Musolf, and E. Senaha, “Standard Model with a Complex Scalar Singlet: Cosmological Implications and Theoretical Considerations,” *Phys. Rev. D*, vol. 97, no. 1, p. 015005, 2018.
- [11] J. McDonald, “Gauge singlet scalars as cold dark matter,” *Phys. Rev. D*, vol. 50, pp. 3637–3649, 1994.
- [12] L. Lopez Honorez, E. Nezri, J. F. Oliver, and M. H. G. Tytgat, “The Inert Doublet Model: An Archetype for Dark Matter,” *JCAP*, vol. 02, p. 028, 2007.
- [13] L. Lopez Honorez and C. E. Yaguna, “The inert doublet model of dark matter revisited,” *JHEP*, vol. 09, p. 046, 2010.
- [14] M. Carena, H. E. Haber, I. Low, N. R. Shah, and C. E. M. Wagner, “Alignment limit of the NMSSM Higgs sector,” *Phys. Rev. D*, vol. 93, no. 3, p. 035013, 2016.

- [15] S. L. Glashow, “Partial Symmetries of Weak Interactions,” *Nucl. Phys.*, vol. 22, pp. 579–588, 1961.
- [16] S. Weinberg, “A Model of Leptons,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 19, pp. 1264–1266, 1967.
- [17] A. Salam, “Weak and Electromagnetic Interactions,” *Conf. Proc. C*, vol. 680519, pp. 367–377, 1968.
- [18] R. Davis, Jr., D. S. Harmer, and K. C. Hoffman, “Search for neutrinos from the sun,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 20, pp. 1205–1209, 1968.
- [19] J. N. Bahcall, “Solving the mystery of the missing neutrinos,” 6 2004.
- [20] B. Pontecorvo, “Inverse beta processes and nonconservation of lepton charge,” *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, vol. 34, p. 247, 1957.
- [21] L. Wolfenstein, “Neutrino Oscillations in Matter,” *Phys. Rev. D*, vol. 17, pp. 2369–2374, 1978.
- [22] S. P. Mikheyev and A. Y. Smirnov, “Resonance Amplification of Oscillations in Matter and Spectroscopy of Solar Neutrinos,” *Sov. J. Nucl. Phys.*, vol. 42, pp. 913–917, 1985.
- [23] F. Kaether, W. Hampel, G. Heusser, J. Kiko, and T. Kirsten, “Reanalysis of the GALLEX solar neutrino flux and source experiments,” *Phys. Lett. B*, vol. 685, pp. 47–54, 2010.
- [24] B. T. Cleveland, T. Daily, R. Davis, Jr., J. R. Distel, K. Lande, C. K. Lee, P. S. Wildenhain, and J. Ullman, “Measurement of the solar electron neutrino flux with the Homestake chlorine detector,” *Astrophys. J.*, vol. 496, pp. 505–526, 1998.
- [25] B. Aharmim *et al.*, “Combined Analysis of all Three Phases of Solar Neutrino Data from the Sudbury Neutrino Observatory,” *Phys. Rev. C*, vol. 88, p. 025501, 2013.
- [26] G. Bellini *et al.*, “Measurement of the solar 8B neutrino rate with a liquid scintillator target and 3 MeV energy threshold in the Borexino detector,” *Phys. Rev. D*, vol. 82, p. 033006, 2010.
- [27] G. Bellini, J. Benziger, D. Bick, G. Bonfini, D. Bravo, B. Caccianiga, L. Cadonati, F. Calaprice, A. Caminata, P. Cavalcante, A. Chavarria, A. Chepurinov, D. D’Angelo, S. Davini, A. Derbin, A. Empl, A. Etenko, K. Fomenko, D. Franco, F. Gabriele, C. Galbiati, S. Gazzana, C. Ghiano, M. Giammarchi, M. Göger-Neff, A. Goretti, M. Gromov, C. Hagner, E. Hungerford, A. Ianni, A. Ianni, V. Kobychov, D. Korablev, G. Korga, D. Kryn, M. Laubenstein, B. Lehnert, T. Lewke, E. Litvinovich, F. Lombardi, P. Lombardi, L. Ludhova, G. Lukyanchenko, I. Machulin, S. Manecki, W. Maneschg, S. Marcocci, Q. Meindl, E. Meroni, M. Meyer, L. Miramonti, M. Misiaszek, M. Montuschi, P. Mosteiro, V. Muratova, L. Oberauer, M. Obolensky, F. Ortica, K. Otis, M. Pallavicini, L. Papp, L. Perasso, A. Pocar, G. Ranucci, A. Razeto, A. Re, A. Romani, N. Rossi, R. Saldanha, C. Salvo, S. Schönert, H. Simgen, M. Skorokhvatov, O. Smirnov, A. Sotnikov, S. Sukhotin, Y. Suvorov, R. Tartaglia, G. Testera, D. Vignaud, R. B. Vogelaar, F. von Feilitzsch, H. Wang, J. Winter, M. Wojcik, A. Wright, M. Wurm, O. Zaimidoroga, S. Zavatarelli, K. Zuber, G. Zuzel, and B. Collaboration, “Neutrinos from the primary proton–proton fusion process in the sun,” *Nature*, vol. 512, pp. 383–386, Aug 2014.
- [28] J. Hosaka *et al.*, “Solar neutrino measurements in super-Kamiokande-I,” *Phys. Rev. D*, vol. 73, p. 112001, 2006.
- [29] J. Hosaka *et al.*, “Three flavor neutrino oscillation analysis of atmospheric neutrinos in Super-Kamiokande,” *Phys. Rev. D*, vol. 74, p. 032002, 2006.
- [30] M. G. Aartsen *et al.*, “Determining neutrino oscillation parameters from atmospheric muon neutrino disappearance with three years of IceCube DeepCore data,” *Phys. Rev. D*, vol. 91, no. 7, p. 072004, 2015.
- [31] A. Gando *et al.*, “Constraints on θ_{13} from A Three-Flavor Oscillation Analysis of Reactor Antineutrinos at KamLAND,” *Phys. Rev. D*, vol. 83, p. 052002, 2011.

- [32] M. Apollonio *et al.*, “Limits on neutrino oscillations from the CHOOZ experiment,” *Phys. Lett. B*, vol. 466, pp. 415–430, 1999.
- [33] A. Piepke, “Final results from the Palo Verde neutrino oscillation experiment,” *Prog. Part. Nucl. Phys.*, vol. 48, pp. 113–121, 2002.
- [34] F. P. An *et al.*, “New Measurement of Antineutrino Oscillation with the Full Detector Configuration at Daya Bay,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 115, no. 11, p. 111802, 2015.
- [35] S.-B. Kim, “Measurement of neutrino mixing angle Θ_{13} and mass difference Δm_{ee}^2 from reactor anti-neutrino disappearance in the RENO experiment,” *Nucl. Phys. B*, vol. 908, pp. 94–115, 2016.
- [36] J. Kopp, P. A. N. Machado, M. Maltoni, and T. Schwetz, “Sterile Neutrino Oscillations: The Global Picture,” *JHEP*, vol. 05, p. 050, 2013.
- [37] P. Adamson *et al.*, “Measurement of Neutrino and Antineutrino Oscillations Using Beam and Atmospheric Data in MINOS,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 110, no. 25, p. 251801, 2013.
- [38] K. Abe *et al.*, “Observation of Electron Neutrino Appearance in a Muon Neutrino Beam,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 112, p. 061802, 2014.
- [39] P. Adamson *et al.*, “First measurement of electron neutrino appearance in NOvA,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 116, no. 15, p. 151806, 2016.
- [40] J. Schechter and J. W. F. Valle, “Neutrino Masses in $SU(2) \times U(1)$ Theories,” *Phys. Rev. D*, vol. 22, p. 2227, 1980.
- [41] E. Ma and U. Sarkar, “Neutrino masses and leptogenesis with heavy Higgs triplets,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 80, pp. 5716–5719, 1998.
- [42] R. Foot, H. Lew, X. G. He, and G. C. Joshi, “Seesaw Neutrino Masses Induced by a Triplet of Leptons,” *Z. Phys. C*, vol. 44, p. 441, 1989.
- [43] R. N. Mohapatra and J. W. F. Valle, “Neutrino Mass and Baryon Number Nonconservation in Superstring Models,” *Phys. Rev. D*, vol. 34, p. 1642, 1986.
- [44] M. C. Gonzalez-Garcia and J. W. F. Valle, “Fast Decaying Neutrinos and Observable Flavor Violation in a New Class of Majoron Models,” *Phys. Lett. B*, vol. 216, pp. 360–366, 1989.
- [45] G. C. Branco, D. Emmanuel-Costa, M. N. Rebelo, and P. Roy, “Four Zero Neutrino Yukawa Textures in the Minimal Seesaw Framework,” *Phys. Rev. D*, vol. 77, p. 053011, 2008.
- [46] S. Choubey, W. Rodejohann, and P. Roy, “Phenomenological consequences of four zero neutrino Yukawa textures,” *Nucl. Phys. B*, vol. 808, pp. 272–291, 2009. [Erratum: Nucl.Phys.B 818, 136–136 (2009)].
- [47] B. Adhikary, A. Ghosal, and P. Roy, “Neutrino Masses, Cosmological Bound and Four Zero Yukawa Textures,” *Mod. Phys. Lett. A*, vol. 26, pp. 2427–2435, 2011.
- [48] B. Adhikary, A. Ghosal, and P. Roy, “Baryon asymmetry from leptogenesis with four zero neutrino Yukawa textures,” *JCAP*, vol. 01, p. 025, 2011.
- [49] G. C. Branco, M. N. Rebelo, and J. I. Silva-Marcos, “Leptogenesis, Yukawa textures and weak basis invariants,” *Phys. Lett. B*, vol. 633, pp. 345–354, 2006.
- [50] J.-w. Mei, “Running neutrino masses, leptonic mixing angles and CP-violating phases: From $M(Z)$ to $\Lambda(GUT)$,” *Phys. Rev. D*, vol. 71, p. 073012, 2005.
- [51] C. Hagedorn, J. Kersten, and M. Lindner, “Stability of texture zeros under radiative corrections in see-saw models,” *Phys. Lett. B*, vol. 597, pp. 63–72, 2004.

- [52] S. Antusch, J. Kersten, M. Lindner, M. Ratz, and M. A. Schmidt, “Running neutrino mass parameters in see-saw scenarios,” *JHEP*, vol. 03, p. 024, 2005.
- [53] P. O. Ludl and W. Grimus, “A complete survey of texture zeros in the lepton mass matrices,” *JHEP*, vol. 07, p. 090, 2014. [Erratum: *JHEP* 10, 126 (2014)].
- [54] P. M. Ferreira and L. Lavoura, “New textures for the lepton mass matrices,” *Nucl. Phys. B*, vol. 891, pp. 378–400, 2015.
- [55] P. O. Ludl and W. Grimus, “A complete survey of texture zeros in general and symmetric quark mass matrices,” *Phys. Lett. B*, vol. 744, pp. 38–42, 2015.
- [56] W. Grimus, A. S. Joshipura, L. Lavoura, and M. Tanimoto, “Symmetry realization of texture zeros,” *Eur. Phys. J. C*, vol. 36, pp. 227–232, 2004.
- [57] R. M. Fonseca and W. Grimus, “Classification of lepton mixing matrices from finite residual symmetries,” *JHEP*, vol. 09, p. 033, 2014.
- [58] Y. Giraldo, R. Martinez, E. Rojas, and J. C. Salazar, “Flavored axions and the flavor problem,” *Eur. Phys. J. C*, vol. 82, no. 12, p. 1131, 2022.
- [59] F. Björkeröth, L. Di Luzio, F. Mescia, and E. Nardi, “ $U(1)$ flavour symmetries as Peccei-Quinn symmetries,” *JHEP*, vol. 02, p. 133, 2019.
- [60] T. P. Cheng and M. Sher, “Mass Matrix Ansatz and Flavor Nonconservation in Models with Multiple Higgs Doublets,” *Phys. Rev. D*, vol. 35, p. 3484, 1987.
- [61] K. Matsuda and H. Nishiura, “Can four-zero-texture mass matrix model reproduce the quark and lepton mixing angles and CP violating phases?,” *Phys. Rev. D*, vol. 74, p. 033014, 2006.
- [62] A. E. Carcamo Hernandez, R. Martinez, and J. A. Rodriguez, “Different kind of textures of Yukawa coupling matrices in the two Higgs doublet model type III,” *Eur. Phys. J. C*, vol. 50, pp. 935–948, 2007.
- [63] P. Langacker and M. Plumacher, “Flavor changing effects in theories with a heavy Z' boson with family nonuniversal couplings,” *Phys. Rev. D*, vol. 62, p. 013006, 2000.
- [64] K. Leroux and D. London, “Flavor changing neutral currents and leptophobic Z' gauge bosons,” *Phys. Lett. B*, vol. 526, pp. 97–103, 2002.
- [65] S. F. King, S. Moretti, and R. Nevzorov, “Theory and phenomenology of an exceptional supersymmetric standard model,” *Phys. Rev. D*, vol. 73, p. 035009, 2006.
- [66] C. Alvarado, R. Martinez, and F. Ochoa, “Quark mass hierarchy in 3-3-1 models,” *Phys. Rev. D*, vol. 86, p. 025027, 2012.
- [67] L. E. Ibanez and G. G. Ross, “Fermion masses and mixing angles from gauge symmetries,” *Phys. Lett. B*, vol. 332, pp. 100–110, 1994.
- [68] P. Binetruy and P. Ramond, “Yukawa textures and anomalies,” *Phys. Lett. B*, vol. 350, pp. 49–57, 1995.
- [69] Y. Nir, “Gauge unification, Yukawa hierarchy and the mu problem,” *Phys. Lett. B*, vol. 354, pp. 107–110, 1995.
- [70] V. Jain and R. Shrock, “Models of fermion mass matrices based on a flavor dependent and generation dependent $U(1)$ gauge symmetry,” *Phys. Lett. B*, vol. 352, pp. 83–91, 1995.
- [71] E. Dudas, S. Pokorski, and C. A. Savoy, “Yukawa matrices from a spontaneously broken Abelian symmetry,” *Phys. Lett. B*, vol. 356, pp. 45–55, 1995.

- [72] F. Pisano and V. Pleitez, “An $SU(3) \times U(1)$ model for electroweak interactions,” *Phys. Rev. D*, vol. 46, pp. 410–417, 1992.
- [73] P. H. Frampton, “Chiral dilepton model and the flavor question,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 69, pp. 2889–2891, 1992.
- [74] R. Foot, H. N. Long, and T. A. Tran, “ $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ and $SU(4)_L \otimes U(1)_N$ gauge models with right-handed neutrinos,” *Phys. Rev. D*, vol. 50, no. 1, pp. R34–R38, 1994.
- [75] H. N. Long, “The 331 model with right handed neutrinos,” *Phys. Rev. D*, vol. 53, pp. 437–445, 1996.
- [76] H. N. Long, “ $SU(3)_L \times U(1)_N$ model for right-handed neutrino neutral currents,” *Phys. Rev. D*, vol. 54, pp. 4691–4693, 1996.
- [77] H. N. Long, “Scalar sector of the 3 3 1 model with three Higgs triplets,” *Mod. Phys. Lett. A*, vol. 13, pp. 1865–1874, 1998.
- [78] R. A. Diaz, R. Martinez, and J. A. Rodriguez, “A New supersymmetric $SU(3)(L) \times U(1)(X)$ gauge model,” *Phys. Lett. B*, vol. 552, pp. 287–292, 2003.
- [79] R. A. Diaz, R. Martinez, and F. Ochoa, “The Scalar sector of the $SU(3)(c) \times SU(3)(L) \times U(1)(X)$ model,” *Phys. Rev. D*, vol. 69, p. 095009, 2004.
- [80] R. A. Diaz, R. Martinez, and F. Ochoa, “ $SU(3)(c) \times SU(3)(L) \times U(1)(X)$ models for beta arbitrary and families with mirror fermions,” *Phys. Rev. D*, vol. 72, p. 035018, 2005.
- [81] F. Ochoa and R. Martinez, “Family dependence in $SU(3)(c) \times SU(3)(L) \times U(1)(X)$ models,” *Phys. Rev. D*, vol. 72, p. 035010, 2005.
- [82] S. M. Barr, “Light Fermion Mass Hierarchy and Grand Unification,” *Phys. Rev. D*, vol. 21, p. 1424, 1980.
- [83] T. R. Taylor and G. Veneziano, “Quenching the Cosmological Constant,” *Phys. Lett. B*, vol. 228, pp. 311–316, 1989.
- [84] S. M. Barr, “A Simple and Predictive Model for Quark and Lepton Masses,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 64, p. 353, 1990.
- [85] S. Weinberg, “Electromagnetic and weak masses,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 29, pp. 388–392, 1972.
- [86] R. N. Mohapatra, “Gauge Model for Chiral Symmetry Breaking and Muon electron Mass Ratio,” *Phys. Rev. D*, vol. 9, p. 3461, 1974.
- [87] S. M. Barr and A. Zee, “A New Approach to the electron-Muon Mass Ratio,” *Phys. Rev. D*, vol. 15, p. 2652, 1977.
- [88] B. S. Balakrishna, “Fermion Mass Hierarchy From Radiative Corrections,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 60, p. 1602, 1988.
- [89] S. M. Barr, “Flavor without flavor symmetry,” *Phys. Rev. D*, vol. 65, p. 096012, 2002.
- [90] L. Ferretti, S. F. King, and A. Romanino, “Flavour from accidental symmetries,” *JHEP*, vol. 11, p. 078, 2006.
- [91] S. M. Barr, “Doubly Lopsided Mass Matrices from Unitary Unification,” *Phys. Rev. D*, vol. 78, p. 075001, 2008.
- [92] P. H. Frampton and T. W. Kephart, “Fermion Mixings in $SU(9)$ Family Unification,” *Phys. Lett. B*, vol. 681, pp. 343–346, 2009.
- [93] K. S. Babu and S. M. Barr, “Large neutrino mixing angles in unified theories,” *Phys. Lett. B*, vol. 381, pp. 202–208, 1996.

- [94] J. Sato and T. Yanagida, “Large lepton mixing in a coset space family unification on $E(7) / SU(5) \times U(1)^{**3}$,” *Phys. Lett. B*, vol. 430, pp. 127–131, 1998.
- [95] N. Irges, S. Lavignac, and P. Ramond, “Predictions from an anomalous $U(1)$ model of Yukawa hierarchies,” *Phys. Rev. D*, vol. 58, p. 035003, 1998.
- [96] S. M. Barr and I. Dorsner, “A General classification of three neutrino models and $U(e3)$,” *Nucl. Phys. B*, vol. 585, pp. 79–104, 2000.
- [97] N. Haba and H. Murayama, “Anarchy and hierarchy,” *Phys. Rev. D*, vol. 63, p. 053010, 2001.
- [98] X.-G. He, Y.-Y. Keum, and R. R. Volkas, “ $A(4)$ flavor symmetry breaking scheme for understanding quark and neutrino mixing angles,” *JHEP*, vol. 04, p. 039, 2006.
- [99] Y. H. Ahn, S. K. Kang, and C. S. Kim, “Spontaneous CP Violation in A_4 Flavor Symmetry and Leptogenesis,” *Phys. Rev. D*, vol. 87, no. 11, p. 113012, 2013.
- [100] R. González Felipe, H. Serôdio, and J. P. Silva, “Models with three Higgs doublets in the triplet representations of A_4 or S_4 ,” *Phys. Rev. D*, vol. 87, no. 5, p. 055010, 2013.
- [101] H. Ishimori and E. Ma, “New Simple A_4 Neutrino Model for Nonzero θ_{13} and Large δ_{CP} ,” *Phys. Rev. D*, vol. 86, p. 045030, 2012.
- [102] F. Gonzalez Canales, A. Mondragon, and M. Mondragon, “The S_3 Flavour Symmetry: Neutrino Masses and Mixings,” *Fortsch. Phys.*, vol. 61, pp. 546–570, 2013.
- [103] R. N. Mohapatra and C. C. Nishi, “ S_4 Flavored CP Symmetry for Neutrinos,” *Phys. Rev. D*, vol. 86, p. 073007, 2012.
- [104] G.-J. Ding, S. F. King, C. Luhn, and A. J. Stuart, “Spontaneous CP violation from vacuum alignment in S_4 models of leptons,” *JHEP*, vol. 05, p. 084, 2013.
- [105] E. Ma, “Neutrino Mixing and Geometric CP Violation with Delta(27) Symmetry,” *Phys. Lett. B*, vol. 723, pp. 161–163, 2013.
- [106] C. C. Nishi, “Generalized CP symmetries in $\Delta(27)$ flavor models,” *Phys. Rev. D*, vol. 88, no. 3, p. 033010, 2013.
- [107] G. Altarelli and F. Feruglio, “Tri-bimaximal neutrino mixing from discrete symmetry in extra dimensions,” *Nucl. Phys. B*, vol. 720, pp. 64–88, 2005.
- [108] H. Ishimori, Y. Shimizu, M. Tanimoto, and A. Watanabe, “Neutrino masses and mixing from S_4 flavor twisting,” *Phys. Rev. D*, vol. 83, p. 033004, 2011.
- [109] A. Kadosh and E. Pallante, “An $A(4)$ flavor model for quarks and leptons in warped geometry,” *JHEP*, vol. 08, p. 115, 2010.
- [110] G.-J. Ding and Y.-L. Zhou, “Dirac Neutrinos with S_4 Flavor Symmetry in Warped Extra Dimensions,” *Nucl. Phys. B*, vol. 876, pp. 418–452, 2013.
- [111] Y. Giraldo, “Texture Zeros and WB Transformations in the Quark Sector of the Standard Model,” *Phys. Rev. D*, vol. 86, p. 093021, 2012.
- [112] G. C. Branco, D. Emmanuel-Costa, and R. Gonzalez Felipe, “Texture zeros and weak basis transformations,” *Phys. Lett. B*, vol. 477, pp. 147–155, 2000.
- [113] Y. Giraldo and E. Rojas, “CKM mixings from mass matrices with five texture zeros,” *Phys. Rev. D*, vol. 104, no. 7, p. 075009, 2021.
- [114] P. Ramond, R. G. Roberts, and G. G. Ross, “Stitching the Yukawa quilt,” *Nucl. Phys. B*, vol. 406, pp. 19–42, 1993.

- [115] H. Fritzsch and Z.-z. Xing, “Mass and flavor mixing schemes of quarks and leptons,” *Prog. Part. Nucl. Phys.*, vol. 45, pp. 1–81, 2000.
- [116] G. C. Branco, L. Lavoura, and F. Mota, “Nearest Neighbor Interactions and the Physical Content of Fritzsch Mass Matrices,” *Phys. Rev. D*, vol. 39, p. 3443, 1989.
- [117] X.-G. He and W.-S. Hou, “Relating the Long B Lifetime to a Very Heavy Top Quark,” *Phys. Rev. D*, vol. 41, p. 1517, 1990.
- [118] H. Fritzsch, “Weak Interaction Mixing in the Six - Quark Theory,” *Phys. Lett. B*, vol. 73, pp. 317–322, 1978.
- [119] H. Fritzsch, “Calculating the Cabibbo Angle,” *Phys. Lett. B*, vol. 70, pp. 436–440, 1977.
- [120] H. Fritzsch, “Quark Masses and Flavor Mixing,” *Nucl. Phys. B*, vol. 155, pp. 189–207, 1979.
- [121] D.-s. Du and Z.-z. Xing, “A Modified Fritzsch ansatz with additional first order perturbation,” *Phys. Rev. D*, vol. 48, pp. 2349–2352, 1993.
- [122] H. Fritzsch and Z.-z. Xing, “Four zero texture of Hermitian quark mass matrices and current experimental tests,” *Phys. Lett. B*, vol. 555, pp. 63–70, 2003.
- [123] R. L. Workman *et al.*, “Review of Particle Physics,” *PTEP*, vol. 2022, p. 083C01, 2022.
- [124] Z.-z. Xing and H. Zhang, “Complete parameter space of quark mass matrices with four texture zeros,” *J. Phys. G*, vol. 30, pp. 129–136, 2004.
- [125] Y.-F. Zhou, “Textures and hierarchies in quark mass matrices with four texture zeros,” 9 2003.
- [126] R. H. Benavides, Y. Giraldo, L. Muñoz, W. A. Ponce, and E. Rojas, “Five Texture Zeros for Dirac Neutrino Mass Matrices,” *J. Phys. G*, vol. 47, no. 11, p. 115002, 2020.
- [127] Y. Giraldo, “Seeking Texture Zeros in the Quark Mass Matrix Sector of the Standard Model,” *Nucl. Part. Phys. Proc.*, vol. 267–269, pp. 76–78, 2015.
- [128] F. Wilczek, “Axions and Family Symmetry Breaking,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 49, pp. 1549–1552, 1982.
- [129] L. Calibbi, F. Goertz, D. Redigolo, R. Ziegler, and J. Zupan, “Minimal axion model from flavor,” *Phys. Rev. D*, vol. 95, no. 9, p. 095009, 2017.
- [130] C. Q. Geng and J. N. Ng, “Flavor Connections and Neutrino Mass Hierarchy Invariant Invisible Axion Models Without Domain Wall Problem,” *Phys. Rev. D*, vol. 39, p. 1449, 1989.
- [131] Z. G. Berezhiani and M. Y. Khlopov, “Cosmology of Spontaneously Broken Gauge Family Symmetry,” *Z. Phys. C*, vol. 49, pp. 73–78, 1991.
- [132] M. Hindmarsh and P. Moulatsiotis, “Constraints on variant axion models,” *Phys. Rev. D*, vol. 56, pp. 8074–8081, 1997.
- [133] Y. Giraldo, R. Martínez, E. Rojas, and J. C. Salazar, “A minimal axion model for mass matrices with five texture-zeros,” 4 2023.
- [134] F. Björkeröth, E. J. Chun, and S. F. King, “Flavourful Axion Phenomenology,” *JHEP*, vol. 08, p. 117, 2018.
- [135] M. Reig, J. W. F. Valle, and F. Wilczek, “SO(3) family symmetry and axions,” *Phys. Rev. D*, vol. 98, no. 9, p. 095008, 2018.
- [136] M. Linster and R. Ziegler, “A Realistic $U(2)$ Model of Flavor,” *JHEP*, vol. 08, p. 058, 2018.
- [137] Y. H. Ahn, “Compact model for Quarks and Leptons via flavored-Axions,” *Phys. Rev. D*, vol. 98, no. 3, p. 035047, 2018.

- [138] F. Arias-Aragon and L. Merlo, “The Minimal Flavour Violating Axion,” *JHEP*, vol. 10, p. 168, 2017. [Erratum: *JHEP* 11, 152 (2019)].
- [139] Y. Ema, K. Hamaguchi, T. Moroi, and K. Nakayama, “Flaxion: a minimal extension to solve puzzles in the standard model,” *JHEP*, vol. 01, p. 096, 2017.
- [140] T. Alanne, S. Blasi, and F. Goertz, “Common source for scalars: Flavored axion-Higgs unification,” *Phys. Rev. D*, vol. 99, no. 1, p. 015028, 2019.
- [141] S. Bertolini, L. Di Luzio, H. Kolečová, and M. Malinský, “Massive neutrinos and invisible axion minimally connected,” *Phys. Rev. D*, vol. 91, no. 5, p. 055014, 2015.
- [142] A. Celis, J. Fuentes-Martín, and H. Serôdio, “A class of invisible axion models with FCNCs at tree level,” *JHEP*, vol. 12, p. 167, 2014.
- [143] Y. H. Ahn, “Flavored Peccei-Quinn symmetry,” *Phys. Rev. D*, vol. 91, p. 056005, 2015.
- [144] C. Cheung, “Axion Protection from Flavor,” *JHEP*, vol. 06, p. 074, 2010.
- [145] M. E. Albrecht, T. Feldmann, and T. Mannel, “Goldstone Bosons in Effective Theories with Spontaneously Broken Flavour Symmetry,” *JHEP*, vol. 10, p. 089, 2010.
- [146] T. Appelquist, Y. Bai, and M. Piai, “SU(3) Family Gauge Symmetry and the Axion,” *Phys. Rev. D*, vol. 75, p. 073005, 2007.
- [147] R. D. Peccei and H. R. Quinn, “CP Conservation in the Presence of Instantons,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 38, pp. 1440–1443, 1977.
- [148] R. D. Peccei and H. R. Quinn, “Constraints Imposed by CP Conservation in the Presence of Instantons,” *Phys. Rev. D*, vol. 16, pp. 1791–1797, 1977.
- [149] S. Weinberg, “A New Light Boson?,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 40, pp. 223–226, 1978.
- [150] F. Wilczek, “Problem of Strong P and T Invariance in the Presence of Instantons,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 40, pp. 279–282, 1978.
- [151] J. E. Kim, “Weak Interaction Singlet and Strong CP Invariance,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 43, p. 103, 1979.
- [152] M. S. Turner, “Windows on the Axion,” *Phys. Rept.*, vol. 197, pp. 67–97, 1990.
- [153] G. G. Raffelt, “Astrophysical methods to constrain axions and other novel particle phenomena,” *Phys. Rept.*, vol. 198, pp. 1–113, 1990.
- [154] J. Preskill, M. B. Wise, and F. Wilczek, “Cosmology of the Invisible Axion,” *Phys. Lett. B*, vol. 120, pp. 127–132, 1983.
- [155] L. F. Abbott and P. Sikivie, “A Cosmological Bound on the Invisible Axion,” *Phys. Lett. B*, vol. 120, pp. 133–136, 1983.
- [156] M. Dine and W. Fischler, “The Not So Harmless Axion,” *Phys. Lett. B*, vol. 120, pp. 137–141, 1983.
- [157] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, and V. I. Zakharov, “Can Confinement Ensure Natural CP Invariance of Strong Interactions?,” *Nucl. Phys. B*, vol. 166, pp. 493–506, 1980.
- [158] M. Dine, W. Fischler, and M. Srednicki, “A Simple Solution to the Strong CP Problem with a Harmless Axion,” *Phys. Lett. B*, vol. 104, pp. 199–202, 1981.
- [159] A. R. Zhitnitsky, “On Possible Suppression of the Axion Hadron Interactions. (In Russian),” *Sov. J. Nucl. Phys.*, vol. 31, p. 260, 1980.

- [160] L. Di Luzio, M. Giannotti, E. Nardi, and L. Visinelli, “The landscape of QCD axion models,” *Phys. Rept.*, vol. 870, pp. 1–117, 2020.
- [161] N. Viaux, M. Catelan, P. B. Stetson, G. Raffelt, J. Redondo, A. A. R. Valcarce, and A. Weiss, “Neutrino and axion bounds from the globular cluster M5 (NGC 5904),” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 111, p. 231301, 2013.
- [162] E. Arik *et al.*, “Probing eV-scale axions with CAST,” *JCAP*, vol. 02, p. 008, 2009.
- [163] Y. Inoue, Y. Akimoto, R. Ohta, T. Mizumoto, A. Yamamoto, and M. Minowa, “Search for solar axions with mass around 1 eV using coherent conversion of axions into photons,” *Phys. Lett. B*, vol. 668, pp. 93–97, 2008.
- [164] M. M. Miller Bertolami, B. E. Melendez, L. G. Althaus, and J. Isern, “Revisiting the axion bounds from the Galactic white dwarf luminosity function,” *JCAP*, vol. 10, p. 069, 2014.
- [165] M. Giannotti, I. G. Irastorza, J. Redondo, A. Ringwald, and K. Saikawa, “Stellar Recipes for Axion Hunters,” *JCAP*, vol. 10, p. 010, 2017.
- [166] J. Isern, E. García-Berro, S. Torres, R. Cojocaru, and S. Catalán, “Axions and the luminosity function of white dwarfs: the thin and thick discs, and the halo,” *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 478, pp. 2569–2575, 05 2018.
- [167] O. Straniero, I. Dominguez, M. Giannotti, and A. Mirizzi, “Axion-electron coupling from the RGB tip of Globular Clusters,” *arXiv e-prints*, p. arXiv:1802.10357, Feb. 2018.
- [168] R. Verma, “Exploring the predictability of symmetric texture zeros in quark mass matrices,” *Phys. Rev. D*, vol. 96, no. 9, p. 093010, 2017.
- [169] Z.-z. Xing, “Flavor structures of charged fermions and massive neutrinos,” *Phys. Rept.*, vol. 854, pp. 1–147, 2020.
- [170] B. R. Desai and A. R. Vaucher, “Quark mass matrices with four and five texture zeroes, and the CKM matrix, in terms of mass eigenvalues,” *Phys. Rev. D*, vol. 63, p. 113001, 2001.
- [171] W. A. Ponce, J. D. Gómez, and R. H. Benavides, “Five texture zeros and CP violation for the standard model quark mass matrices,” *Phys. Rev. D*, vol. 87, no. 5, p. 053016, 2013.
- [172] Y. Giraldo and E. Rojas, “Five Non-Fritzsch Texture Zeros for Quarks Mass Matrices in the Standard Model,” in *38th International Symposium on Physics in Collision*, 11 2018.
- [173] C. Hagedorn and W. Rodejohann, “Minimal mass matrices for dirac neutrinos,” *JHEP*, vol. 07, p. 034, 2005.
- [174] G. Ahuja, M. Gupta, M. Randhawa, and R. Verma, “Texture specific mass matrices with Dirac neutrinos and their implications,” *Phys. Rev. D*, vol. 79, p. 093006, 2009.
- [175] X.-w. Liu and S. Zhou, “Texture Zeros for Dirac Neutrinos and Current Experimental Tests,” *Int. J. Mod. Phys. A*, vol. 28, p. 1350040, 2013.
- [176] R. Verma, “Lower bound on neutrino mass and possible CP violation in neutrino oscillations,” *Phys. Rev. D*, vol. 88, p. 111301, 2013.
- [177] R. Verma, “Lepton textures and neutrino oscillations,” *Int. J. Mod. Phys. A*, vol. 29, no. 21, p. 1444009, 2014.
- [178] P. Fakay, S. Sharma, G. Ahuja, and M. Gupta, “Leptonic mixing angle θ_{13} and ruling out of minimal texture for Dirac neutrinos,” *PTEP*, vol. 2014, no. 2, p. 023B03, 2014.
- [179] L. M. Cebola, D. Emmanuel-Costa, and R. G. Felipe, “Confronting predictive texture zeros in lepton mass matrices with current data,” *Phys. Rev. D*, vol. 92, no. 2, p. 025005, 2015.

- [180] R. R. Gautam, M. Singh, and M. Gupta, “Neutrino mass matrices with one texture zero and a vanishing neutrino mass,” *Phys. Rev. D*, vol. 92, no. 1, p. 013006, 2015.
- [181] G. Ahuja, S. Sharma, P. Fakay, and M. Gupta, “General lepton textures and their implications,” *Mod. Phys. Lett. A*, vol. 30, no. 34, p. 1530025, 2015.
- [182] M. Singh, “Texture One Zero Dirac Neutrino Mass Matrix With Vanishing Determinant or Trace Condition,” *Nucl. Phys. B*, vol. 931, pp. 446–468, 2018.
- [183] G. Ahuja and M. Gupta, “Texture zero mass matrices and nature of neutrinos,” *Int. J. Mod. Phys. A*, vol. 33, no. 31, p. 1844032, 2018.
- [184] J. Barranco, D. Delepine, and L. Lopez-Lozano, “Neutrino Mass Determination from a Four-Zero Texture Mass Matrix,” *Phys. Rev. D*, vol. 86, p. 053012, 2012.
- [185] Y. A. Garnica, S. F. Mantilla, R. Martinez, and H. Vargas, “From Peccei Quinn symmetry to mass hierarchy problem,” *J. Phys. G*, vol. 48, no. 9, p. 095002, 2021.
- [186] A. Ringwald and K. Saikawa, “Axion dark matter in the post-inflationary Peccei-Quinn symmetry breaking scenario,” *Phys. Rev. D*, vol. 93, no. 8, p. 085031, 2016. [Addendum: *Phys.Rev.D* 94, 049908 (2016)].
- [187] I. Brivio, M. B. Gavela, L. Merlo, K. Mimasu, J. M. No, R. del Rey, and V. Sanz, “ALPs Effective Field Theory and Collider Signatures,” *Eur. Phys. J. C*, vol. 77, no. 8, p. 572, 2017.
- [188] R. H. Benavides, D. V. Forero, L. Muñoz, J. M. Muñoz, A. Rico, and A. Tapia, “Five texture zeros in the lepton sector and neutrino oscillations at DUNE,” *Phys. Rev. D*, vol. 107, no. 3, p. 036008, 2023.
- [189] H. Georgi, D. B. Kaplan, and L. Randall, “Manifesting the Invisible Axion at Low-energies,” *Phys. Lett. B*, vol. 169, pp. 73–78, 1986.
- [190] M. B. Gavela, R. Houtz, P. Quilez, R. Del Rey, and O. Sumensari, “Flavor constraints on electroweak ALP couplings,” *Eur. Phys. J. C*, vol. 79, no. 5, p. 369, 2019.
- [191] M. Bauer, M. Neubert, and A. Thamm, “Collider Probes of Axion-Like Particles,” *JHEP*, vol. 12, p. 044, 2017.
- [192] A. Salvio, A. Strumia, and W. Xue, “Thermal axion production,” *JCAP*, vol. 01, p. 011, 2014.
- [193] E. Cortina Gil *et al.*, “Measurement of the very rare $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ decay,” *JHEP*, vol. 06, p. 093, 2021.
- [194] R. D. Bolton *et al.*, “Search for Rare Muon Decays with the Crystal Box Detector,” *Phys. Rev. D*, vol. 38, p. 2077, 1988.
- [195] A. Jodidio, B. Balke, J. Carr, G. Gidal, K. A. Shinsky, H. M. Steiner, D. P. Stoker, M. Strovink, R. D. Tripp, B. Gobbi, and C. J. Oram, “Erratum: Search for right-handed currents in muon decay [phys. rev. d 34, 1967 (1986)],” *Phys. Rev. D*, vol. 37, pp. 237–238, Jan 1988.
- [196] R. Bayes *et al.*, “Search for two body muon decay signals,” *Phys. Rev. D*, vol. 91, no. 5, p. 052020, 2015.
- [197] H. Albrecht *et al.*, “A Search for lepton flavor violating decays $\tau \rightarrow e \alpha$, $\tau \rightarrow \mu \alpha$,” *Z. Phys. C*, vol. 68, pp. 25–28, 1995.
- [198] H. Georgi and D. V. Nanopoulos, “Suppression of Flavor Changing Effects From Neutral Spinless Meson Exchange in Gauge Theories,” *Phys. Lett. B*, vol. 82, pp. 95–96, 1979.
- [199] C. O’Hare, “cajohare/axionlimits: Axionlimits.” <https://cajohare.github.io/AxionLimits/>, July 2020.
- [200] S. Chaudhuri, P. W. Graham, K. Irwin, J. Mardon, S. Rajendran, and Y. Zhao, “Radio for hidden-photon dark matter detection,” *Phys. Rev. D*, vol. 92, no. 7, p. 075012, 2015.

- [201] D. Alesini, D. Babusci, D. Di Gioacchino, C. Gatti, G. Lamanna, and C. Ligi, “The KFLASH Proposal,” 7 2017.
- [202] C. Gatti *et al.*, “The Klash Proposal: Status and Perspectives,” in *14th Patras Workshop on Axions, WIMPs and WISPs*, 11 2018.
- [203] I. Stern, “ADMX Status,” *PoS*, vol. ICHEP2016, p. 198, 2016.
- [204] M. Lawson, A. J. Millar, M. Pancaldi, E. Vitagliano, and F. Wilczek, “Tunable axion plasma haloscopes,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 123, no. 14, p. 141802, 2019.
- [205] S. Beurthey *et al.*, “MADMAX Status Report,” 3 2020.
- [206] E. Armengaud *et al.*, “Conceptual Design of the International Axion Observatory (IAXO),” *JINST*, vol. 9, p. T05002, 2014.
- [207] I. Shilon, A. Dudarev, H. Silva, U. Wagner, and H. H. J. ten Kate, “New Superconducting Toroidal Magnet System for IAXO, the International AXion Observatory,” *AIP Conf. Proc.*, vol. 1573, no. 1, pp. 1559–1566, 2015.
- [208] J. L. Ouellet *et al.*, “First Results from ABRACADABRA-10 cm: A Search for Sub- μeV Axion Dark Matter,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 122, no. 12, p. 121802, 2019.
- [209] C. Bartram *et al.*, “Search for Invisible Axion Dark Matter in the 3.3–4.2 μeV Mass Range,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 127, no. 26, p. 261803, 2021.
- [210] T. Braine *et al.*, “Extended Search for the Invisible Axion with the Axion Dark Matter Experiment,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 124, no. 10, p. 101303, 2020.
- [211] C. Bartram *et al.*, “Axion dark matter experiment: Run 1B analysis details,” *Phys. Rev. D*, vol. 103, no. 3, p. 032002, 2021.
- [212] V. Anastassopoulos *et al.*, “New CAST Limit on the Axion-Photon Interaction,” *Nature Phys.*, vol. 13, pp. 584–590, 2017.
- [213] S. Andriamonje *et al.*, “An Improved limit on the axion-photon coupling from the CAST experiment,” *JCAP*, vol. 04, p. 010, 2007.
- [214] S. Lee, S. Ahn, J. Choi, B. R. Ko, and Y. K. Semertzidis, “Axion Dark Matter Search around 6.7 μeV ,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 124, no. 10, p. 101802, 2020.
- [215] J. Jeong, S. Youn, S. Bae, J. Kim, T. Seong, J. E. Kim, and Y. K. Semertzidis, “Search for Invisible Axion Dark Matter with a Multiple-Cell Haloscope,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 125, no. 22, p. 221302, 2020.
- [216] O. Kwon *et al.*, “First Results from an Axion Haloscope at CAPP around 10.7 μeV ,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 126, no. 19, p. 191802, 2021.
- [217] K. M. Backes *et al.*, “A quantum-enhanced search for dark matter axions,” *Nature*, vol. 590, no. 7845, pp. 238–242, 2021.
- [218] L. Zhong *et al.*, “Results from phase 1 of the HAYSTAC microwave cavity axion experiment,” *Phys. Rev. D*, vol. 97, no. 9, p. 092001, 2018.
- [219] P. Gondolo and G. G. Raffelt, “Solar neutrino limit on axions and keV-mass bosons,” *Phys. Rev. D*, vol. 79, p. 107301, 2009.
- [220] A. Ayala, I. Domínguez, M. Giannotti, A. Mirizzi, and O. Straniero, “Revisiting the bound on axion-photon coupling from Globular Clusters,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 113, no. 19, p. 191302, 2014.
- [221] M. Regis, M. Taoso, D. Vaz, J. Brinchmann, S. L. Zoutendijk, N. F. Bouché, and M. Steinmetz, “Searching for light in the darkness: Bounds on ALP dark matter with the optical MUSE-faint survey,” *Phys. Lett. B*, vol. 814, p. 136075, 2021.

- [222] D. Grin, G. Covone, J.-P. Kneib, M. Kamionkowski, A. Blain, and E. Jullo, “A Telescope Search for Decaying Relic Axions,” *Phys. Rev. D*, vol. 75, p. 105018, 2007.
- [223] V. Prasolov, *Problems and theorems in linear algebra*. USA: American Mathematical Society, 1944.
- [224] S. Hassani, *Mathematical Physics: A Modern Introduction to Its Foundations*. USA: Springer International Publishing, 2013.
- [225] Z.-z. Xing and Z.-h. Zhao, “On the four-zero texture of quark mass matrices and its stability,” *Nucl. Phys. B*, vol. 897, pp. 302–325, 2015.
- [226] M. Gupta and G. Ahuja, “Flavor mixings and textures of the fermion mass matrices,” *Int. J. Mod. Phys. A*, vol. 27, p. 1230033, 2012.
- [227] H. Fusaoka and Y. Koide, “Updated estimate of running quark masses,” *Phys. Rev. D*, vol. 57, pp. 3986–4001, 1998.
- [228] J. Cardozo, J. H. Muñoz, N. Quintero, and E. Rojas, “Analysing the charged scalar boson contribution to the charged-current B meson anomalies,” *J. Phys. G*, vol. 48, no. 3, p. 035001, 2021.
- [229] I. Esteban, M. C. Gonzalez-Garcia, A. Hernandez-Cabezudo, M. Maltoni, and T. Schwetz, “Global analysis of three-flavour neutrino oscillations: synergies and tensions in the determination of θ_{23} , δ_{CP} , and the mass ordering,” *JHEP*, vol. 01, p. 106, 2019.
- [230] G. Alonso-Álvarez, M. B. Gavela, and P. Quilez, “Axion couplings to electroweak gauge bosons,” *Eur. Phys. J. C*, vol. 79, no. 3, p. 223, 2019.
- [231] G. Grilli di Cortona, E. Hardy, J. Pardo Vega, and G. Villadoro, “The QCD axion, precisely,” *JHEP*, vol. 01, p. 034, 2016.