

VISUALIZACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN LOS LIBROS
DE TEXTO DE PRE-ESCOLAR

PAOLA ANDREA MUÑOZ PINZA
RICARDO MAURICIO ORTEGA MIPAZ

UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SAN JUAN DE PASTO
2014

VISUALIZACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN LOS LIBROS
DE TEXTO DE PRE-ESCOLAR

Trabajo de grado para optar por el título de Licenciado en Matemáticas

PAOLA ANDREA MUÑOZ PINZA
RICARDO MAURICIO ORTEGA MIPAZ

Director:

GUSTAVO ADOLFO MARMOLEJO
MAGISTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SAN JUAN DE PASTO
2014

Las ideas y conclusiones aportadas en el Trabajo de Grado son responsabilidad exclusiva de los autores.

Artículo 1 del acuerdo 11 de 1966, emanada por el Honorable Consejo Directivo de la universidad de Nariño.

Nota de aceptación

Director

Gustavo Adolfo Marmolejo

Jurado

Luis Felipe Martínez

Jurado

Fernando Soto Agreda

San Juan de Pasto, Marzo de 2014

RESUMEN

“Si bien las figuras geométricas son un importante soporte intuitivo para el desarrollo de actividades geométricas, no es obvio ni espontáneo que en la resolución de un problema matemático los educadores y estudiantes hagan de ellas elementos claves para realizar exploraciones heurísticas. Por el contrario, múltiples investigaciones evidencian la complejidad de tal aprovechamiento y el requerimiento de un aprendizaje específico” (Marmolejo y Vega, 2013; p.1) De ahí, el interés de este trabajo sobre la visualización en la enseñanza de la geometría referente a textos escolares de pre-escolar; para ello se propone una metodología de análisis que permita caracterizar las visualizaciones presentes en tareas que suscitan el estudio de la geometría en libros de textos de pre-escolar.

En el instrumento de análisis se consideran tres aspectos para caracterizar las visualizaciones dadas en el desarrollo de tareas propuestas, por los libros de texto: representación figural, dimensionalidad y flujo visual determinado por: operaciones, cambio figural, cambio dimensional, cambio de focalización, adaptados de los referentes teóricos presentados por Marmolejo y González (2012).

Palabras Claves: Visualización, textos escolares, Pre-escolar

ABSTRACT

"While the geometric shapes are an important support for developing intuitive geometric activities is not obvious or spontaneous than in solving a mathematical problem educators and students to make them key elements for heuristic scans. By contrast, multiple studies demonstrate the complexity of such use and the requirement of a specific learning" (Marmolejo and Vega, 2013, p.1) Hence, the interest of this work on display in the teaching of geometry concerning textbooks preschool; methodology for this analysis to characterize the present views on tasks that raise the study of geometry textbooks preschool is proposed.

The instrument of analysis considers three aspects to characterize the views given in the proposal development tasks, textbooks: figural representation, dimensionality and visual flow determined by operations, figural change, dimensional change, change of focus, considered an adaptation of the theoretical framework presented by Marmolejo and González (2012).

Keywords: Visualization, textbooks, Pre-school

CONTENIDO

RESUMEN	4
INTRODUCCIÓN	15
1. ASPECTOS GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN	18
1.1 CONTEXTUALIZACIÓN EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA REDACCIÓN	18
1.2 PLANTEAMIENTO Y JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA	18
1.3 OBJETIVO GENERAL.....	20
1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	20
1.5 ESTADO DEL ARTE.....	20
1.6 MARCO TEÓRICO.....	30
<i>Operaciones: L</i>	30
<i>Cambio figural (CF):</i>	34
<i>Cambio dimensional (CD):</i>	35
<i>Cambio de focalización bidimensional (CFB):</i>	37
2 ASPECTOS METODOLÓGICOS.....	40
2.1 TIPO DE LA INVESTIGACIÓN	40
2.2 CARACTERÍSTICAS DE LA POBLACIÓN Y CRITERIOS DE SELECCIÓN.....	41
2.3 UNIDAD DE INFORMACIÓN ESPECÍFICA.	45
2.4 FASES DE LA INVESTIGACIÓN	45
2.5 CONSTRUCCIÓN DEL INSTRUMENTO DE ANÁLISIS	46
2.5.1 CATEGORÍA 1: FLUJO VISUAL (FV).....	46
- <i>Lineal (FVL)</i>	47

- Lineal simple (FVLS)	48
- Lineal reiterado simple (FVLRS)	49
- Lineal reiterado compuesto (FVLCR)	51
- Circuito (FVC)	52
- Ausente (FVA)	54
2.5.2 CATEGORÍA 2: DIMENSIONALIDAD	56
2.5.3 CATEGORÍA 3: REPRESENTACIONES FIGURALES	58
-Figura Imagen.....	59
-Figura objeto.....	59
-Figura formal.....	61
2.6 UN EJEMPLO DE CODIFICACIÓN DE UNA TAREA	62
3 ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	65
3.1 CARACTERIZACIÓN DE LAS VISUALIZACIONES EN LOS LIBROS DE TEXTO ANALIZADOS.....	65
3.1.1 CARACTERIZACIÓN DE VISUALIZACIONES EN EL PLANO	67
VISUALIZACIÓN 1 (V1)	67
VISUALIZACIÓN 2 (V2)	69
VISUALIZACIÓN 3 (V3)	71
3.1.2 CARACTERIZACIÓN DE VISUALIZACIONES FUERA DEL PLANO	72
VISUALIZACIÓN 4 (V4)	73
VISUALIZACIÓN 4.1 (V4.1)	73
VISUALIZACIÓN 4.2 (V4.2)	75
VISUALIZACIÓN 5 (V5)	77

3.2	VISUALIZACIÓN SEGÚN EL GRADO DE EDUCACIÓN PRE-ESCOLAR	80
3.3	VISUALIZACIÓN SEGÚN LAS REPRESENTACIONES FIGURALES	81
3.4	ANÁLISIS INDIVIDUAL DE LOS LIBROS DE TEXTO	83
3.4.1	ANGELITOS A. EDITORIAL HUELLITAS.....	83
3.4.2	ANGELITOS B. EDITORIAL HUELLITAS.....	85
3.4.3	ANGELITOS C. EDITORIAL HUELLITAS.....	87
3.4.4	¡UNO, DOS, TRES POR MÍ! A. EDITORIAL SANTILLANA	89
3.4.5	¡UNO, DOS, TRES POR MÍ! B. EDITORIAL SANTILLANA	91
3.4.6	¡UNO, DOS, TRES POR MÍ! C. EDITORIAL SANTILLANA	93
3.5	VISUALIZACIÓN SEGÚN EDITORIAL	95
	CONCLUSIONES	99
	RECOMENDACIONES	103
	BIBLIOGRAFÍA.....	104

LISTA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1.....	31
Ilustración 2.....	32
Ilustración 3.....	33
Ilustración 4.....	33
Ilustración 5.....	34
Ilustración 6.....	35
Ilustración 7.....	36
Ilustración 8.....	37
Ilustración 9.....	38
Ilustración 10.....	39
Ilustración 11.....	44
Ilustración 12.....	44
Ilustración 13.....	49
Ilustración 14.....	50
Ilustración 15.....	50
Ilustración 16.....	54
Ilustración 17.....	55
Ilustración 18.....	57

Ilustración 19.....	57
Ilustración 20.....	59
Ilustración 21.....	60
Ilustración 22.....	61
Ilustración 23.....	62
Ilustración 24.....	68
Ilustración 25.....	70
Ilustración 26.....	72
Ilustración 27.....	74
Ilustración 28.....	75
Ilustración 29.....	76
Ilustración 30.....	78

LISTA DE TABLAS

Tabla 1.....	41
Tabla 2.....	43

LISTA DE CUADROS

Cuadro 1	58
----------------	----

LISTA DE GRÁFICAS

Gráfica 1.....	81
Gráfica 2.....	82
Gráfica 3.....	83
Gráfica 4.....	85
Gráfica 5.....	85
Gráfica 6.....	86
Gráfica 7.....	87
Gráfica 8.....	88
Gráfica 9.....	89
Gráfica 10.....	90
Gráfica 11.....	91
Gráfica 12.....	92
Gráfica 13.....	93
Gráfica 14	94
Gráfica 15.....	96
Gráfica 16.....	97

LISTA DE ANEXOS

Anexo A.....	81
Anexo B	81
Anexo C	75

INTRODUCCIÓN

El libro de texto “ha originado una práctica escolar determinada por su uso, así como una organización de la enseñanza que se mantiene en la actualidad salvo casos aislados” (González y Sierra, 2004, p.389). Esto explica el interés que en la última década ha demostrado la investigación en el Campo de la Educación Matemática al centrar su atención en el papel que desempeñan estos recursos didácticos en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. Por ejemplo, existen investigaciones que entresacan los aspectos que deben ser considerados en el análisis de dichos materiales didácticos (Dormolen, 1986). Otras más, que desde perspectivas semióticas, indagan por el papel de las representaciones en la construcción de los conceptos matemáticos (Córdoba, 2008). Así mismo, hay reportes que analizan la manera como los libros introducen las sugerencias curriculares presentes en los documentos institucionales (Hurtado y Zuñiga, 2011). También hay estudios centrados en cómo los libros presentan los conceptos matemáticos y su relación con su significado en contextos matemáticos y cotidianos (García y García, 2007); mientras que otros se interesan por caracterizar el tipo de matemáticas en ellos movilizado (Bravo y Cantoral, 2012).

En relación a la sinergia existente entre los manuales escolares, la visualización y la construcción de conocimiento matemático; asunto a desarrollarse

en esta investigación, son pocos los reportes encontrados en la literatura especializada; por lo general, suelen centrar su atención en la visualización asociada a registros semióticos distintos al planteado en este trabajo y de ser así se inclinan en aspectos visuales de naturaleza diferente, como Marmolejo y Gonzáles (2013, 2013), al considerar el rol que desempeña la visualización vinculada a las figuras geométricas en los manuales escolares; para el primero el objetivo de estudio son las posibilidades de enseñanza de la visualización que permiten los libros de texto, estando de acuerdo en las funciones que esta actividad cognitiva suscita en el estudio del área de superficies planas.

El presente estudio se interesa por caracterizar los tipos de visualización privilegiados en tareas de geometría propuestas en los libros de texto de mayor uso en el pre-escolar, con el fin de determinar el papel que juega la visualización en la construcción de conocimiento geométrico en los manuales escolares de matemáticas de pre-escolar.

Con el propósito de facilitar la lectura del presente trabajo, se presentan a continuación cuatro capítulos:

1. Aspectos generales de la investigación, el cual centra la atención en el planteamiento y justificación del problema; una breve reseña de los estudios referentes a esta temática, así como el sustento teórico del mismo.
2. Aspectos metodológicos, se describe las características de la metodología; criterios de selección de la población, y la elaboración (adaptación) y descripción del instrumento de análisis detallando cada una de las categorías.
3. Análisis de resultados, donde se muestra el análisis estadístico y cuantitativo de los datos recolectados.
4. Conclusiones, reúne las ideas más importantes desarrolladas en el trabajo en relación al problema de investigación. Finalmente se anexan las tablas donde se registraron los datos observados.

1. ASPECTOS GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN

1.1 CONTEXTUALIZACIÓN EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

REDACCIÓN

Esta investigación se enmarca dentro del marco teórico propuesto por Raymond Duval en relación con la actividad cognitiva vinculada con los sistemas y registros semióticos de representación; en particular a lo relacionado con la visualización de figuras geométricas asociada a ellas como soportes intuitivos fundamentales para cargar de sentido y significado el aprendizaje así como comprensión de la geometría, en general de las matemáticas. Por otro lado centra su atención en la caracterización de las estructuras visuales siguiendo la metodología de análisis propuesta por Marmolejo y González (2012) al analizar las tareas propuestas en los textos escolares al construir el área de superficies planas.

1.2 PLANTEAMIENTO Y JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

Este trabajo busca determinar el papel que juega la visualización en la construcción de conocimiento geométrico, en los manuales escolares de matemáticas para pre-escolar teniendo en cuenta los siguientes aspectos:

Respecto a la visualización, Marmolejo y Vega (2012) demuestran que es un proceso de gran importancia y complejidad en el estudio de la geometría, pues ver sobre las figuras presenta una complejidad cognitiva, ya que no basta con que un

estudiante pueda acceder a los diferentes tratamientos que permiten las figuras sino que también es necesario que pueda discriminar aquellas transformaciones que por su naturaleza son pertinentes, potentes y económicas cognitivamente en la solución del problema planteado.

Por otra parte, los textos escolares, son uno de los referentes de mayor consideración por los profesores al planear, preparar y desarrollar sus clases de matemáticas (González, 2002), aspecto que influye en qué y cómo aprenden los estudiantes (García y García, 1997); Pero, con respecto a la relación visualización y textos escolares el número de investigaciones es aún reducido, de ahí, la gran importancia de resaltar el uso de los textos como lugar para evaluar y juzgar el papel que juega la visualización en la comprensión de conceptos y el desarrollo de tareas.

Finalmente, se escoge el grado pre-escolar como parte del objeto de estudio, por ser uno de los lugares de enseñanza al que menos atención se le ha dado en los últimos años en el Campo de la Educación Matemática.

Se ve entonces la necesidad de realizar estudios sobre la importancia del papel de la visualización en la enseñanza de la geometría y la inclusión de esta como objeto de estudio. Así, para este estudio se plantea el siguiente cuestionamiento ¿Cuáles son las clases de visualización presentes en los manuales de texto de pre-escolar en los tópicos geométricos? Para ello se presenta y aplica un modelo de análisis de libros de texto que aporta importantes elementos, no solo para dar respuesta a la pregunta

previamente planteada,

1.3 OBJETIVO GENERAL

Caracterizar las clases de visualización imperantes en los manuales escolares de pre-escolar al suscitar la enseñanza de la geometría.

1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Diseñar un instrumento de análisis que permita caracterizar los tipos de visualización presentes en los libros de texto de pre-escolar que conllevan al estudio de la geometría.
- Comparar los tipos de visualización de los libros de textos analizados según el grado de escolaridad.
- Señalar según el tipo de representación utilizado cuales son las clases de visualización de mayor uso en los libros de texto.
- Contrastar en las editoriales analizadas los tipos de visualización y de representación figural utilizados al tratar el estudio de la geometría.

1.5 ESTADO DEL ARTE

La visualización ha sido en los últimos años uno de los temas de mayor interés para algunos investigadores en educación matemática, en particular en lo asociado a ésta actividad geométrica, debido a su importancia, de ahí el interés de este estudio al

indagar sobre su papel en la construcción de conocimiento geométrico en los manuales escolares de matemáticas en pre-escolar; razón por la cual varias investigaciones realizadas en este campo tienen múltiples enfoques.

Al abordar esta actividad cognitiva en los procesos de aprendizaje de la geometría, se encuentran recopilaciones acerca de las acepciones de la visualización, la relación entre visualización y geometría espacial y geometría plana, visualización asociada a figuras geométricas - su complejidad e importancia.

Otro aspecto importante en este estudio se relaciona con el análisis de textos escolares tema que ha sido abordado por diferentes investigadores del campo de la educación matemática desde diferentes perspectivas, a saber: la presentación del contenido matemático y las dificultades en la comprensión de los enunciados, el papel de las representaciones en la construcción de los conceptos matemáticos, la manera como los libros introducen las sugerencias curriculares presentes en los documentos institucionales.

El tercer elemento que se tiene en cuenta en este estudio son las investigaciones en educación pre-escolar vinculado a las matemáticas, la revisión bibliográfica ha permitido identificar que la mayoría de estudios presentan propuestas didácticas para el aprendizaje de las matemáticas y una minoría aborda el estudio de la geometría en la edad pre-escolar.

A continuación, se describen los aportes de algunas investigaciones relacionadas con la problemática planteada al inicio de este capítulo y se presentan en las siguientes categorías: visualización, análisis de textos y pre-escolar.

-Visualización

Dentro de las investigaciones desarrolladas en este campo está el trabajo de Godino y otros autores (Godino, Cajaraville, Fernández & Gonzato, 2012) quienes hicieron una recopilación de diferentes estudios sobre el concepto de visualización, por ejemplo, para Arcavi (2003, p. 217) la visualización es: “La capacidad, el proceso y el producto de la creación, interpretación, uso y reflexión sobre retratos, imágenes, diagramas, en nuestras mentes, en el papel o con herramientas tecnológicas, con el propósito de representar y comunicar información, pensar y desarrollar ideas previamente desconocidas y comprensiones avanzadas”.

Por su parte Fischbein (1993, p. 143) afirma que la geometría trata con entidades mentales que poseen simultáneamente características conceptuales y figúrales, así la visualización se puede entender como un doble proceso, uno que va de lo material a lo inmaterial - visualización ascendente y el inverso que va de lo inmaterial a lo material - visualización descendente.

Por otro lado, la definición de Duval (2002) también presente en el trabajo de Marmolejo (2010), distingue entre visión y visualización, la primera como percepción directa de un objeto espacial y la visualización como representación semiótica de un

objeto, una organización bi-dimensional de relaciones entre algunos tipos de unidades.

Otra línea de investigación es la abordada por Gutiérrez (1998) quien toma como fuente de información las actas de los congresos del Grupo Internacional PME (Psychology of Mathematics Education) quien hace una recopilación de los últimos estudios en geometría los cuales los clasifica en dos grupos, el primero se enfoca en la geometría espacial en particular en los poliedros y sus elementos y el segundo grupo en la geometría plana (polígonos y sus elementos, proporcionalidad geométrica, isometrías, medidas de longitudes y superficies, entre otros) vinculados a los procesos de razonamiento matemático, procesos de demostración y visualización.

Son varios los aportes respecto a la visualización, por ejemplo Gorgorió (1996, 1998) realizó estudios sobre la influencia del género en la comprensión de conceptos o la capacidad de uso de habilidades de visualización, concluyendo que los hombres tienen más desarrollada esta capacidad. En otro estudio Gorgorió afirma que existe una dependencia de la estrategia usada (estructuración, proceso o aproximación) respecto a las características de contexto y formulación de la tarea planteada al comparar la posición de sólidos.

Otros aportes son los de Saads y Davis (1997) quienes evidencian la independencia entre los niveles de razonamiento de van hiele y la adquisición de las diferentes habilidades de visualización.

De otra manera, Kopelman (1994) analiza las respuestas de un amplio rango de sujetos a ejercicios de geometría espacial y visualización, y evalúa como influye la forma de presentación de los mismos en los métodos de trabajo y resultado de los sujetos.

También existen investigadores que se han interesado por analizar la influencia en el aprendizaje y enseñanza de la geometría plana como Orton (1997) quien analiza los modelos de reconocimiento de figuras planas, mediante la manipulación mental de las mismas, usados por estudiantes de primaria y secundaria. Para ello presenta diversas cuestiones en las que deben comparar figuras planas, congruentes o semejantes colocadas en diversas posiciones.

Por su parte Marmolejo y Vega (2012, p.2) también han realizado una recopilación de distintas investigaciones en este campo destacándose los estudios de Sánchez (2003), Mezquita (1989), Ribera y Becker (2008) sobre el papel que desempeña la visualización de las figuras geométricas en el desarrollo del razonamiento deductivo, la argumentación y la modelación; otros estudios sobre el papel de la visualización en el desarrollo de conceptos matemáticos en contextos educativos, por ejemplo, la homotecia (Lemonidis, 1991) y el área (Outherd & Mitchelmore , 2000). Otras investigaciones sobre la incidencia que pueden tener los educadores en el desarrollo cognitivo gracias al uso de elementos visuales por parte de sus estudiantes (Presmeg, 1986; Markovits, Rosenfeld & Eylon, 2006). Por su

parte Kordaky (2003) indaga sobre el papel que juegan los materiales didácticos en entornos informáticos en el desarrollo de la visualización. También hay estudios respecto a cómo los manuales escolares promueven o inciden en el aprendizaje de la visualización (Marmolejo y González, 2012).

-Libros de texto

Los textos escolares por ser uno de los medios de mayor consideración por parte de estudiantes y profesores son una potente herramienta para analizar y contribuir al mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, razón por la cual ha sido un asunto de gran interés para varios investigadores desde diferentes perspectivas.

En su trabajo Marmolejo y Vega (2012) muestra los estudios en este campo que se han realizado desde diferentes perspectivas, como la presentación del contenido con un enfoque semiótico: como se presentan los conceptos matemáticos y su relación con su significado en contextos matemáticos y cotidianos, los tipos de representación privilegiados; histórico donde se estudia la evolución de los conceptos matemáticos y el tipo de matemáticas y desde un enfoque curricular como introducen las sugerencias curriculares presentes en los documentos institucionales; aunque es reducido el número de estudios sobre el análisis de libros de texto asociado a la visualización, Yerushalmy (2005) y Falduto (2008) se han interesado en este tema realizando aportes, referentes a el rol de la designación visual en la formas en que los libros de texto interactivos suscitan el estudio de las funciones; otro aspecto que

tienen en cuenta, es el papel de la visualización en la explicación de procedimientos y conceptos algebraicos como la eficacia de las formas de comunicación visual adoptadas en los textos, consideran de forma exclusiva los gráficos cartesianos.

La tipificación y caracterización de elementos que afectan la comprensión de conocimiento matemático es otro de los aspectos vinculados al análisis de libros de texto centrando la atención en como incide la situación sociopolítica en la selección, presentación y organización del contenido matemático presente en libros de textos; de igual forma como el autor utiliza las diferentes herramientas lingüísticas para que estas repercutan favorablemente en la comprensión del lector.

El último aspecto considerado corresponde al uso del libro de texto por parte de profesores, estudiantes, padres de familia y otros, de estas interacciones han surgido varias investigaciones, por ejemplo Pepín et al (2001) discrimina las relaciones existentes entre las “intenciones” matemáticas y pedagógicas que se reflejan en los libros de texto, el uso de los libros de texto de parte de los profesores, las pedagogías del profesor y las diferentes facetas de la tradición educativa en tres países (Inglaterra, Francia y Alemania).

Por su parte Silver (2009) señala que no siempre se mantiene la relación a la exigencia cognitiva que subyace al desarrollo y comprensión de las tareas presentadas en los manuales y la expuesta en el desarrollo de las clases. Rezat (2010) resalta que los estudiantes incorporan su libro de texto de matemáticas como un instrumento en

las actividades de resolver tareas y afianzar conocimientos matemáticos e interés por las matemáticas. Li, Chen y An (2009) por su parte resaltan la importancia de este tipo de estudios para la comprensión de las relaciones entre el currículo intencionado (el descrito por niveles en los documentos oficiales de un sistema educativo) y el currículo implementado.

-Pre-escolar

El campo de la educación pre-escolar ha sido objeto de estudio por varios investigadores como se puede evidenciar en el trabajo de Casas y Triana (2007) quienes clasificaron en seis categorías las investigaciones realizadas entre los años 1995 al 2005 en pedagogía de las matemáticas en niños de 3 a 7 años. En seguida se describe cada una de estas:

Enfoque constructivista

Los autores (Alfonso, 1997; Ramírez, 1997, 1998; Neuta, 2002; Ardila, 1998) proponen una metodología basada en el constructivismo, es decir, que sea el niño o la niña quien participe activamente en la construcción de su conocimiento y el profesor sea un mediador en este proceso. De acuerdo a lo planteado en los trabajos se han obtenido buenos resultados, ya que los niños y niñas se sienten motivados y comprometidos por alcanzar sus metas a nivel académico y personal.

Practica pedagógica

Los trabajos (Mosquera, 1996; Estrada, 1995; Díaz, Ramírez & Sossa, 1999; Caicedo, 1997; Riveros, 1996) se caracterizan por el diseño de cartillas que tienen como propósito en los niños de edad pre-escolar el desarrollo del pensamiento lógico matemático y en los docentes hacer una auto-evaluación de la metodología utilizada.

Aprendizaje significativo

Los trabajos (Tilaguy, 1999; Ahumada, 2002) proponen una serie de estrategias que ayuden a desarrollar habilidades y destrezas en los niños, necesarias para lograr con más facilidad el desarrollo del pensamiento lógico matemático, involucrando a padres y docentes permitiendo a los niños y niñas sentirse a gusto en la actividad de aprendizaje.

El juego como estrategia

Los autores (Chacon, 1996; Acevedo, 1999; Botero, 2000; Angel, 2002; Medina, 2000; Bravo, 1997; Almanza, 1999) de estos trabajos presentan estrategias innovadoras de aprendizaje de las matemáticas vinculando al juego como una potente herramienta para el facilitar este proceso, ya que han observado que los juegos tradicionales se han vuelto repetitivos y no despiertan interés en las niñas y niños desmotivándolos en el aprendizaje de esta área.

Discapacidad sensorial (auditiva y visual)

Los trabajos (Forero, 1999; Fuentes, 2000; Cuervo & Rubiano, 2000; Gamboa, Prieto & Rodriguez, 1995) que pertenecen a esta categoría tienen como fin

concienciar a los docentes y padres de familia sobre la metodología a utilizar para facilitar el aprendizaje de las matemáticas en los niños y niñas que presentan discapacidad auditiva y/o visual.

Material didáctico

En esta categoría se encuentran la mayoría de las investigaciones (Corba, 2004; Ortiz, 2001; Angel & Barrios, 2002; Tobón, 2001; Ospino, 2004; Ariza & Bermudez, 2002; Ospina, 1995; Herrera & Riveros, 1995) consultadas por Casas y Triana, que consisten en propuestas didácticas en donde un objeto se convierte en mediador de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, han notado que éstas no son innovadoras ni generan cambios trascendentales en la práctica pedagógica, por ejemplo la enseñanza de las figuras geométricas es de manera mecánica siguiendo instrucciones como: decorarlas, bordearlas, nombrarlas, la transcripción de conceptos o planas sin establecer ninguna relación entre ellas.

Esta observación de Casas y Triana es similar a las conclusiones del trabajo de Vásquez (2011) al mencionar que las prácticas que circulan con relación a la enseñanza usual de la geometría en el pre-escolar no trascienden una visualización icónica de las formas, reduciendo su potencial heurístico para la solución de un problema geométrico a la función de ilustración.

1.6 MARCO TEÓRICO

A continuación se describen en detalle los aspectos conceptuales sobre elementos visuales, flujo visual, dimensionalidad y representaciones figurales a partir de los cuales se desarrolló esta investigación. En el marco conceptual correspondiente a operaciones, cambios figural, dimensional y de focalización bidimensional se utilizó el instrumento metodológico de análisis sobre la complejidad visual de las tareas que son propuestas en los manuales escolares que trata acerca de la medida de superficies planas que fue presentado en la investigación de Marmolejo y González (2012)

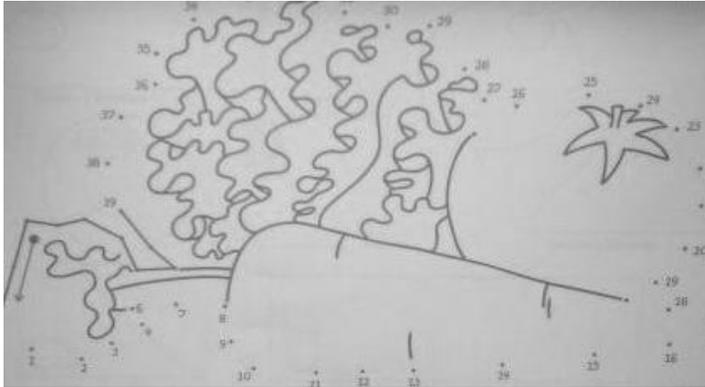
Operaciones: Las figuras permiten distintos tipos de modificaciones, por cada modificación existen varias operaciones cognitivas que brindan a las figuras su productividad heurística (Duval, 1999, p.156). Así, las operaciones son las acciones que se aplican sobre una figura y que suscita en ellas modificaciones perceptivas. En los libros de textos estudiados se encontraron dos formas de operar: en el plano y fuera del plano.

En el plano (OP) La figura inicial 2D es susceptible a cambios obteniendo otra figura 2D. Para este estudio se consideraron las siguientes operaciones:

-Traslación (OPT). La figura de llegada es una imagen de la figura de partida bajo la aplicación de desplazamientos verticales y/o horizontales. Se presenta en actividades donde se pide completar series de objetos o se solicita unir puntos para completar figuras. En la ilustración 1 se pide unir los puntos siguiendo el orden

numérico, se observa entonces que el punto uno es de naturaleza dinámica, pues se debe trasladar de un lugar a otro hasta completar la figura cambiando su percepción inicial.

Ilustración 1. Tarea que ejemplifica la operación OPT.

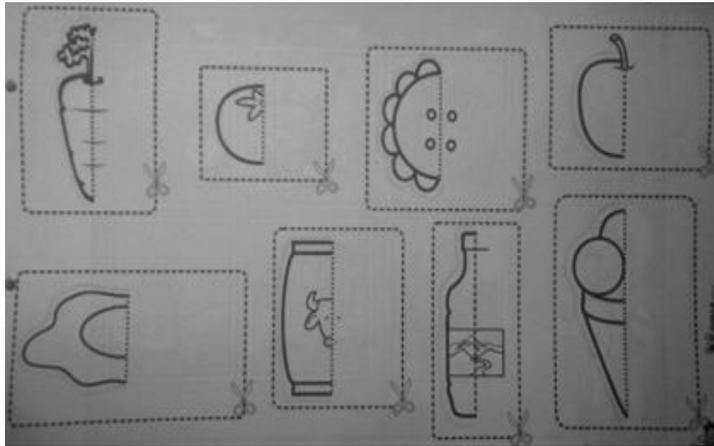


Fuente: (Angelitos B, 2012)

Fuera del plano (OF). Se aplican operaciones a una figura inicial 2D y se obtiene otra figura 3D, es decir, son las operaciones que se llevan a cabo por fuera del plano. Se presentan principalmente en actividades que se desarrollan con doblado del papel.

-Rotación simétrica (OFRS). Se aplica sobre la figura en cuestión una “rotación por fuera del plano”, manteniendo uno de los lados del contorno de la figura fijo, el resto de la representación “sale” del plano. La consigna referente a la ilustración 3 pide recortar las imágenes por el recuadro que las contiene, después doblarlas por el eje señalado (eje de simetría) para luego recortar por el borde de la imagen y obtener una figura simétrica.

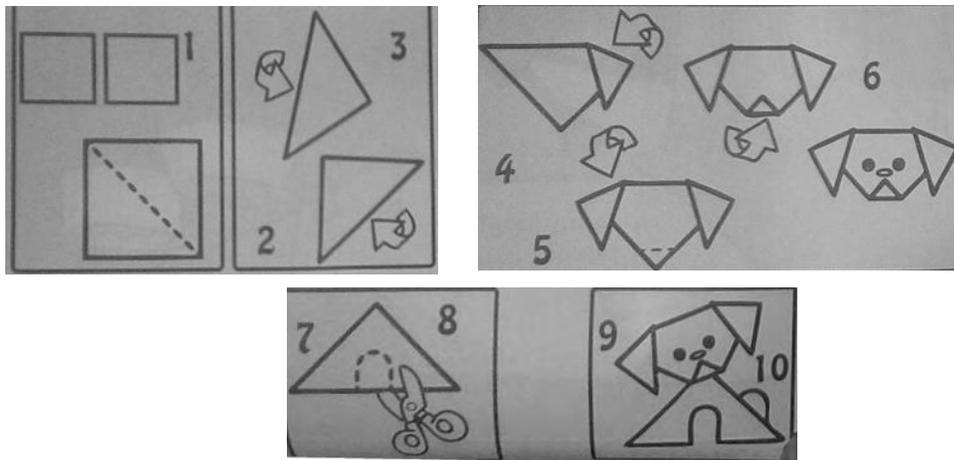
Ilustración 1. Ejemplo de tarea que implica la operación OFRS.



Fuente: (Angelitos A, 2007)

-Rotación no simétrica (OFRN). Se aplica una “rotación por fuera del plano” a una parte de la figura dejándola fuera del plano y manteniendo el resto de la superficie de la figura fijo, estas partes no son simétricas. La tarea de la ilustración 3 se elabora a partir del doblado de papel un perro para ello se realiza en varias ocasiones rotaciones no simétricas a secciones del papel.

Ilustración 2. Ejemplo de tarea que implica la operación OFRN.

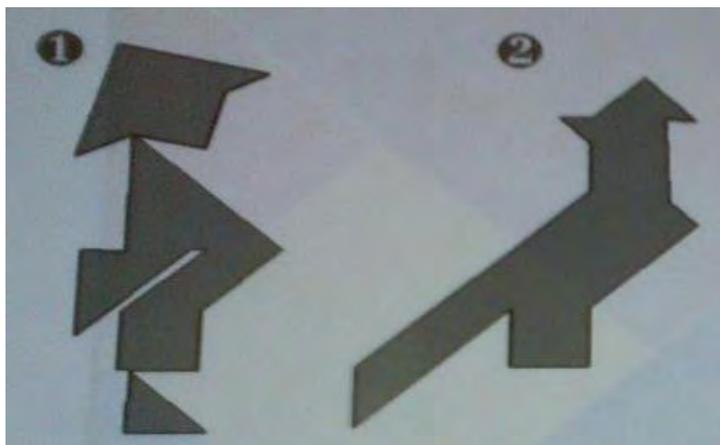


Fuente: (Angelitos A, 2007)

-Reconfiguración (OFR). Consiste “en la división de una figura en sub-figuras, en su comparación y en su reagrupamiento eventual en una figura de un contorno global diferente” (Duval, 1999. p. 156). Marmolejo y González (2012) consideran tres clases de reconfiguración, en los textos analizados solo se presentó la reconfiguración simple.

Reconfiguración simple (OFRCS): la figura de partida se transforma en otra de forma distinta e igual cantidad de área. Las unidades 2D que le conforman (o algunas de ellas) son re-ubicadas bajo la acción de traslaciones y/o rotaciones y/o reflexiones en lugares distintos al inicialmente ocupado por ellas. En la Ilustración 5 con fichas del tangram se debe construir la figura 1 y luego la figura 2 en este caso se presenta un reagrupamiento de las fichas del tangram - reconfiguración.

Ilustración 3. Ejemplo de tarea que implica la operación OFRCS

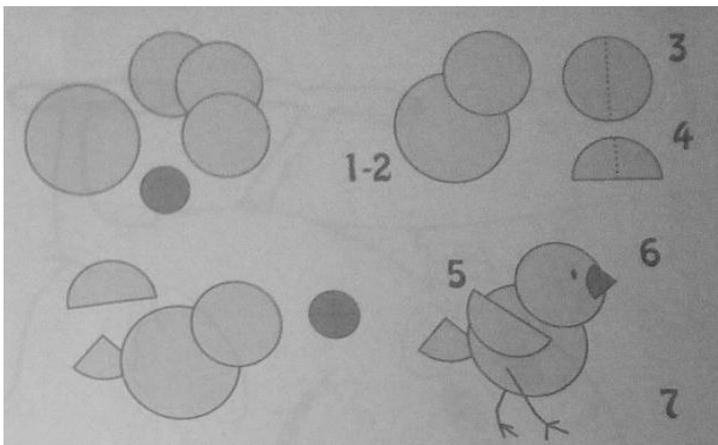


Fuente: (Angelitos B,2012)

-Configuración (OFCS). Alude al ensamblaje de un conjunto de figuras independientes entre sí para representar una nueva cuya superficie esté compuesta por la unión de las superficies de las figuras dadas. Las figuras de partidas asumen el rol de sub-figuras en la figura finalmente “construida”.

Marmolejo y González (2012) consideran tres clases de configuración, pero en los textos analizados se presentó una de ellas fuera del plano, que se aplica a varias figuras de partida para ensamblar y obtener una nueva figura. Todas las figuras representadas no tienen igual forma y magnitud. En la Ilustración 5 se muestra la unión de varias figuras, algunas que han sufrido cambios con el fin de agruparlas y obtener un pollo de papel.

Ilustración 4. Ejemplo de tarea que implica la operación OFCS.

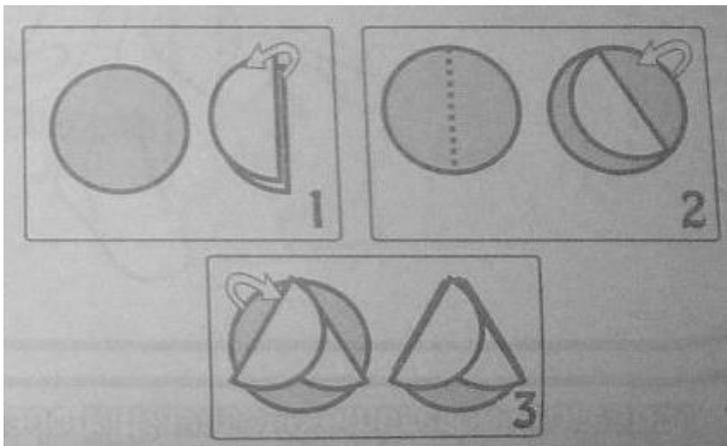


Fuente: (Angelitos A,2012)

Cambio figural (CF): Es el efecto que produce en una configuración geométrica la aplicación de acciones que transforman su organización perceptual. Como se ve en la

ilustración 6 la figura inicial-círculo sufre cambios en su organización perceptual después de aplicarle algunas operaciones (rotación simétrica y no simétrica).

Ilustración 5. Ejemplo de una tarea donde se evidencia CF

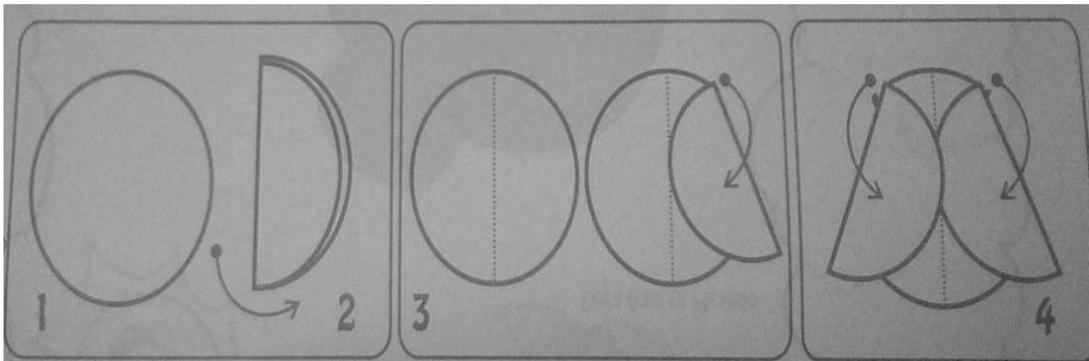


Fuente: (Angelitos A, 2012)

Cambio dimensional (CD): Relacionado con el paso de considerar una figura como una gestalt a discriminar en ella sus partes constituyentes de dimensión 1 y 0. Son dos los cambios dimensionales a considerar:

-Fijo (CDF). Si bien superficie y unidades figurales de dimensión 1 y 0 son asumidas una y otras como elementos constitutivos de la figura, las segundas tienden a ser reconocidas como elementos fijos, estáticos, no separables de la primera. A manera de ejemplo, están las tareas que se desarrollan con el doblado de papel, donde es de gran importancia centrar la atención en ciertas marcas (líneas) originadas por el doblado del papel. También se presentan en tareas cuyo desarrollo implica las rotaciones fuera del plano.

Ilustración 6. Ejemplo de una tarea que implica un CDF sobre la figura

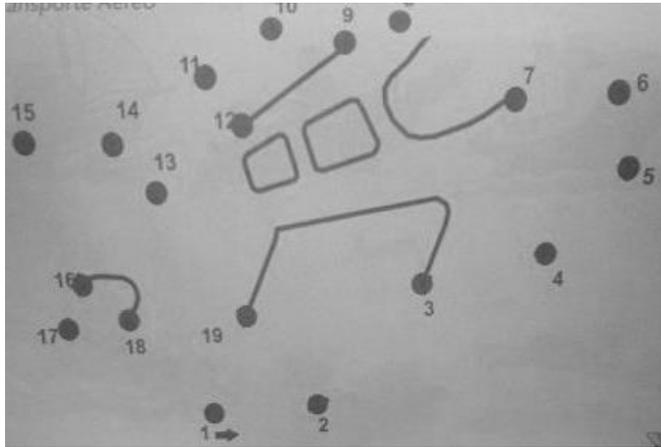


Fuente: (Angelitos A, 2012)

La tarea de la ilustración 7 corresponde a una actividad que se desarrolla con doblado de papel, en este caso se construye un sombrero. En las instrucciones se señala realizar doblados (rotaciones) teniendo en cuenta marcas anteriores (línea de la mitad).

-Dinámico (CDD). A lo menos una de las unidades de dimensión 1 o 0 que constituyen la figura de inicio es discriminada de manera independiente a la superficie de la figura de la cual hace parte, además, es asumida como una unidad constitutiva de naturaleza dinámica sobre la cual se aplican operaciones de naturaleza uni-dimensional o cero-dimensional: traslaciones. Es el caso mostrado en la ilustración 8 donde se solicita aplicar sucesivas traslaciones al punto inicial para completar la figura.

Ilustración 8. Ejemplo de una tarea que implica un CDD sobre la figura.



Fuente: (Angelitos B, 2012)

Cambio de focalización bidimensional (CFB): Se refiere a los cambios en la manera de ver la figura centrados en unidades visuales 2D, es decir, pasar de centrar la atención en las características globales 2D de la figura de partida a hacerlo en sus partes 2D constituyentes (sub-figuras o sub-configuraciones) y/o en caso de haber varias figuras de partida, pasar de centrar la atención de una a otra y/o considerar simultáneamente la forma y contorno de la figura de partida y la de la figura de llegada. Son dos las maneras en que en los libros de texto se aplican cambios de focalización 2D:

-Configural (CFBC). Alude a un proceso de comparación entre dos o más figuras a partir de sus características globales, sean entre 1) la figura de partida y de llegada o entre 2) varias figuras de partida. El proceso de comparación guía la manera de ver a considerar en el desarrollo o comprensión de la tarea propuesta. Se presenta en tareas en las que se busca asociar una figura con otra de igual forma. En la ilustración 9 se debe comparar el contorno de cada figura con las figuras de la sombra y unir las que se correspondan.

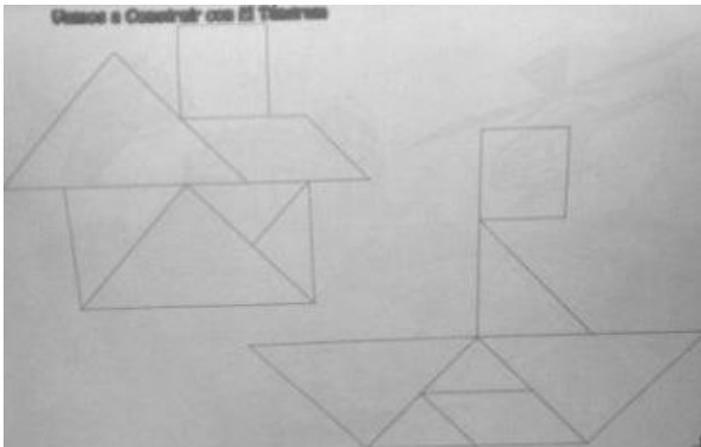
-Intrafigural (CFBI). En este caso se deja en un segundo plano las características globales de la figura de partida, la atención recae en sus unidades 2D constituyentes, sub-figuras o sub-configuraciones. Sean en las representadas en la figura de inicio o en aquellas que el lector debe introducir en el proceso de desarrollo o comprensión de la tarea planteada. Caracterizado tanto en tareas donde se solicita armar figuras con subfiguras (rompecabezas) y en tareas donde se busca diferencias entre dos imágenes. En la tarea de la ilustración 10 se deben armar las figuras que se indica con las fichas del tangram, se presenta así un CFBI ya que debe fijarse en las partes internas.

Ilustración 7. Ejemplo de una tarea que implica un CFBC sobre la figura.



Fuente: (Angelitos A,2012)

Ilustración 8. Ejemplo de una tarea que implica un CFBI sobre la figura



Fuente: (Angelitos A,2012)

2 ASPECTOS METODOLÓGICOS

En esta sección se describe las características y criterios de selección de los libros de texto objeto de estudio, así como el proceso investigativo y la construcción del instrumento de análisis.

2.1 TIPO DE LA INVESTIGACIÓN

Esta investigación es de tipo cualitativo, inductivo y descriptivo. Su carácter cualitativo se debe al estudio indirecto de las personas a través del análisis de textos escolares.

De acuerdo al propósito de caracterizar las clases de visualización imperantes en las tareas propuestas en los textos escolares de pre-escolar al suscitar la enseñanza de la geometría la investigación es de tipo inductivo y descriptivo, puesto que las categorías de análisis implementadas se obtuvieron de las actividades estudiadas; de ahí su carácter inductivo; además es descriptivo ya que fue necesario hacer una descripción del proceso visual llevado a cabo en el desarrollo de las tareas propuestas en los libros analizados que movilizaban contenido geométrico.

2.2 CARACTERÍSTICAS DE LA POBLACIÓN Y CRITERIOS DE SELECCIÓN

Se eligieron las editoriales de mayor aceptación en la ciudad que aborden los tres niveles de la educación pre-escolar: Pre-jardín, jardín y Transición, para esto se realizó una encuesta libre (Ver Anexo A) a 16 profesores de educación pre-escolar que desempeñan su labor en centros educativos oficiales y privados de la ciudad de Pasto, 7 corresponden al primer grupo y los 9 restantes a centros educativos privados. Como se observa en la tabla 1, de acuerdo a los resultados se escogieron los libros Angelitos de Editorial Huellitas y ¡Un, dos, tres por mí! de Editorial Santillana. Cada libro de texto se fotografió en su totalidad y se realizó un archivo electrónico de cada uno. El análisis se realizó directamente de los archivos electrónicos. La tabla 1 da información sobre la selección de los libros de texto analizados.

Tabla 1. Información sobre la selección de los libros de texto analizados.

Libro de texto	Frecuencia	Porcentaje
Angelitos -Huellitas	7	44%
¡Un, dos, tres por mí!- Santillana	5	13%
Pequeños - Libros y libros	2	31%
Burbujas - Educar	1	6%
Tateti -Srt SA	1	6%
Total	16	100%

Fuente: De este trabajo de investigación

Es necesario resaltar que, según el Ministerio de Educación Nacional, en la educación pre-escolar los procesos curriculares se desarrollan mediante la ejecución

de proyectos lúdico pedagógicos y actividades que tengan en cuenta la integración de las dimensiones del desarrollo humano: corporal, cognitiva, afectiva, comunicativa, ética, estética, actitudinal y valorativa; los ritmos de aprendizaje; las necesidades de aquellos menores con limitaciones o con capacidades o talentos excepcionales, y las características étnicas, culturales, lingüísticas y ambientales de cada región y comunidad (Decreto 2247,1997). De ahí, que basándose en los principios de integralidad, participación y lúdica, las editoriales de textos para pre-escolar presenten tareas que movilicen contenido susceptible de reflexión desde diferentes dimensiones. Es necesario aclarar que ninguna de las competencias y dimensiones mencionadas, son consideradas como variables objeto de estudio en esta investigación.

En la ilustración 11 se indica la hoja de trabajo y la hoja de instrucciones sobre la tarea planteada, que pide observar la imagen e identificar los objetos, luego debe encerrar los objetos ubicados encima la mesa y colorear los que están debajo la mesa. Esta tarea como lo indica la hoja de trabajo moviliza tres competencias: científica, pues debe inferir y clasificar, matemática, ya que se maneja relaciones espaciales y la competencia comunicativa, puesto que debe leer imágenes, además moviliza tres dimensiones: comunicativa, cognitiva y corporal.

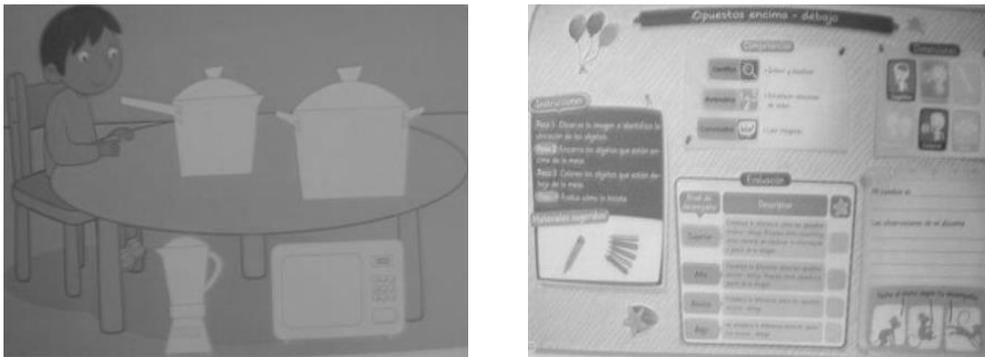
Al comparar la estructura como presenta los contenidos cada libro de texto, los de Editorial Santillana están organizados por proyectos, en los cuales se integran las dimensiones del desarrollo con las competencias básicas de cada grado. Cada competencia y dimensión movilizada se encuentra señalada en la hoja de

instrucciones, además, hay un espacio de evaluación que indica el nivel de desempeño y el descriptor correspondiente. Las tareas planteadas en estos textos son de tipo: diagnóstica, comprensión de lectura, reconocimiento y escritura de la letra, actividades de expresión, de relaciones lógico-matemáticas, actividades de experimentación, manualidades y sobre tecnología. El trabajo se complementa con fichas didácticas y cartillas de refuerzo sobre escritura como de matemáticas. Se maneja un lenguaje icónico, para indicar el tipo de actividad a realizar, con el fin de desarrollar las habilidades motoras del estudiante (observar, colorear, dibujar, encerrar, escribir, entre otras)

Por su parte los libros de la Editorial Huellitas presentan los contenidos por unidades, las cuales, al igual que los textos de la editorial mencionada anteriormente, movilizan de forma integrada las dimensiones del desarrollo con las competencias básicas de acuerdo al grado. Las tareas planteadas en estos textos son de tipo: comprensión de lectura, reconocimiento (lugares, profesiones, animales, objetos y otros), tareas de expresión, de relaciones lógico-matemáticas y actividades de experimentación-manualidades. En cada hoja del libro se presenta la actividad a desarrollar, sus instrucciones y el lugar donde debe realizarse. Estas actividades implican también el desarrollo de las habilidades motoras del estudiante (observar, colorear, dibujar, encerrar, escribir, entre otras). Estos libros se caracterizan por manejar vocabulario en inglés, su escritura, pronunciación y traducción. También tienen material de refuerzo mediante cartilla de trabajo de matemáticas y español. La ilustración 12 muestra una tarea de un libro de la Editorial Huellitas, en la cual se

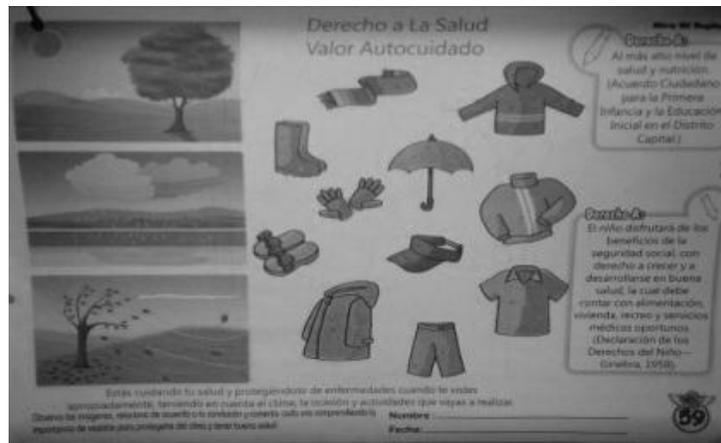
pide al educando observar las imágenes y establecer un tipo de relación entre el uso de prendas y del clima, después de haber hecho una reflexión sobre este tema; además hace énfasis sobre algunos derechos de los infantes. En este caso la actividad no moviliza ningún tipo de conocimiento geométrico.

Ilustración 9. Ejemplo de la estructura de una tarea de los libros de la editorial Santillana.



Fuente: (¡Uno, Dos, Tres por mí! B, 2012)

Ilustración 10. Ejemplo de la estructura de una tarea de los libros de la editorial Huellitas.



Fuente: (Angelitos B,2012)

2.3 UNIDAD DE INFORMACIÓN ESPECÍFICA.

El análisis se realizó a los seis textos escolares mencionados anteriormente excluyendo las cartillas de refuerzo o libros de los estudiantes. Las unidades de análisis corresponden a actividades guiadas propuestas por los textos para que el estudiante las realice. Se revisaron inicialmente 705 actividades correspondientes a los seis libros, de estas sólo 96 actividades se relacionan con el aprendizaje explícito e implícito de la geometría que es el interés de esta investigación, se debe aclarar que las actividades de los libros de la Editorial Santillana se presentaban en dos páginas, una designada para las instrucciones y otra como espacio de desarrollo de la actividad. Los resultados se registraron en una tabla de doble entrada en una hoja de Excel.

2.4 FASES DE LA INVESTIGACIÓN

El desarrollo de esta investigación siguió las siguientes fases:

Fase Teórica

- Elección de los textos escolares a analizar.
- Revisión de los textos escolares escogidos, para caracterizar los tipos de visualización presentes y su incidencia en el estudio de la geometría.
- Revisión teórica sobre la actividad cognitiva vinculada con los sistemas y registros semióticos de representación; en particular en lo que corresponde al acto de ver y tratar las figuras geométricas.

- Adaptación del instrumento de análisis propuesto por Marmolejo y González (2012)

Fase Interpretativa

- Diseño y aplicación del instrumento de análisis para obtener la información
- Registro de datos: el tipo de flujo visual (elementos visuales presentes), la dimensionalidad y los elementos no textuales movilizados en las actividades.
- Análisis e interpretación de los datos.

2.5 CONSTRUCCIÓN DEL INSTRUMENTO DE ANÁLISIS

Son tres las categorías consideradas en el análisis, a saber: flujo visual, dimensionalidad y representaciones figurales, en el anexo B se presenta de manera sintética esta estructura, la lectura horizontal permite identificar las diferentes subcategorías que se han tenido en cuenta; lo cual da una visión global del tipo de análisis realizado, mientras que con la lectura vertical se observa la tarea analizada. En lo que sigue se describe y ejemplifica cada una de las categorías y subcategorías.

2.5.1 CATEGORÍA 1: FLUJO VISUAL (FV)

Alude al sentido de la secuencia visual aplicada en el desarrollo de las actividades propuestas en los textos escolares, es decir, a la manera como en el desarrollo de la tarea propuesta se organizan los distintos cambios (figural, dimensional, focalización 2D) y operaciones considerados en el desarrollo o

comprensión de la problemática planteada. Para que haya flujo visual es necesario la presencia de al menos dos de las maneras de ver antes citadas o una de ellas y la aplicación de una operación.

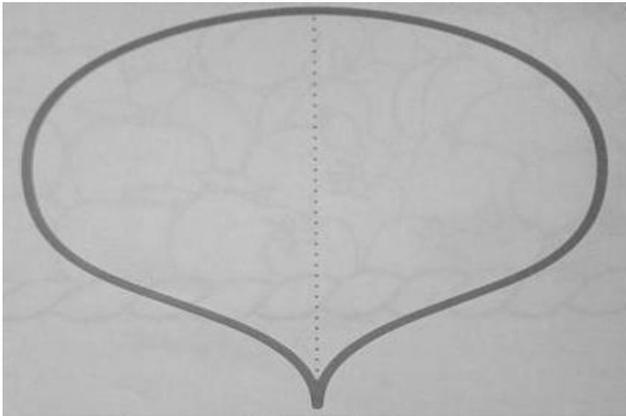
La caracterización de los flujos visuales se realizó inicialmente identificando los elementos visuales presentes en el desarrollo de cada tarea, para ello se elaboró un sistema de codificación de acuerdo con el marco conceptual asumido en la investigación que describimos y ejemplificamos en el apartado anterior; con los cuales se realizó un diagrama de acuerdo al orden y la manera como se aplicaron los distintos cambios y operaciones. A partir de esto se hizo una clasificación de flujos de acuerdo a la forma que estos presentan. En total fueron cinco los flujos visuales identificados en la investigación, tres corresponden a un flujo visual de forma lineal, uno simple y dos de forma reiterada, el cuarto tipo de flujo es en circuito y el último es un flujo visual ausente. En el siguiente tópico se define y ejemplifican en detalle cada uno de los flujos visuales indicados.

-Lineal (FVL). Cuando la atención recae en una de las partes constituyentes (0D, 1D, 2D) de la configuración de partida y, a continuación se aplica sobre ella un cambio en la manera de ver y/o una operación, en este caso las características perceptuales de la figura de partida son puestas en segundo plano y la atención recae en las características perceptuales de la parte de la configuración privilegiada. Se discriminaron tres clases de flujo visual lineal, flujo lineal visual simple (FVLS), flujo lineal reiterado simple (FVLSRS) y flujo visual lineal reiterado compuesto (FVLSRC).

- Lineal simple (FVLS). El desarrollo de las actividades presenta flujo lineal simple al aplicar una operación o un cambio en la manera de ver uno seguido de otro sin regresar a una figura anterior. En este flujo visual se consideran operaciones solo del fuera del plano (3D), los dos tipos de cambio dimensional dinámico y fijo y el cambio de focalización bidimensional intrafigural, los cuales se presentan por separado, a partir de estos cambios y operaciones la percepción de la figura varía (CF).

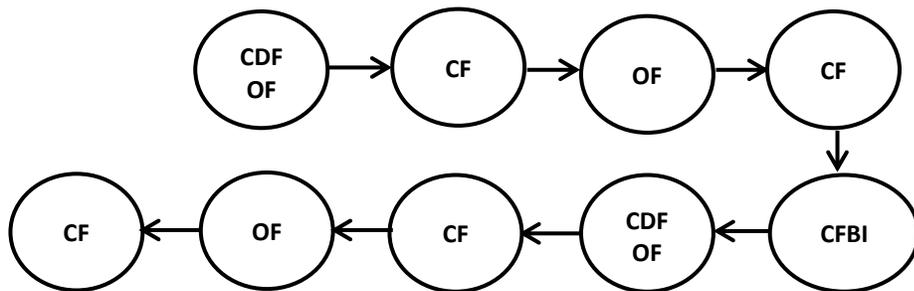
Se presenta en tareas donde se debe completar figuras con configuración por simetría o tareas con doblado de papel. A manera de ejemplo, la tarea de la ilustración 13 cuya consigna es: “Dobla la hoja por la línea punteada, abre nuevamente. Dentro del dibujo de la remolacha vierte gotas de pintura roja (aguada) en un lado y azul en el otro. Cierra doblando la hoja nuevamente por el quiebre ya hecho frota con tus manos y abre de inmediato. ¿Qué pasó?”. Presenta un flujo visual lineal simple (FVLS) ya que se debe centrar la atención en la línea punteada para realizar un doble es decir hay un cambio dimensional fijo (CDF) paralelo a una rotación simétrica (OF) lo cual genera un cambio figural (CF) al desdoblar la hoja nuevamente se aplica una rotación simétrica (OF) y se puede apreciar que la figura inicial ha cambiado en su percepción (CF) al verter las gotas de pintura se centra la atención en el interior de la figura (CFBI) después se procede a doblar nuevamente la hoja teniendo en cuenta el quiebre es decir se presenta (CDF) paralelo a una rotación simétrica (OF) finalmente se abre la hoja y se percibe que la figura ha cambiado de percepción (CF).

Ilustración 11. Ejemplo de tarea con FVLS.



Fuente: (Angelitos B,2012)

Esquema 1. Flujo visual lineal simple



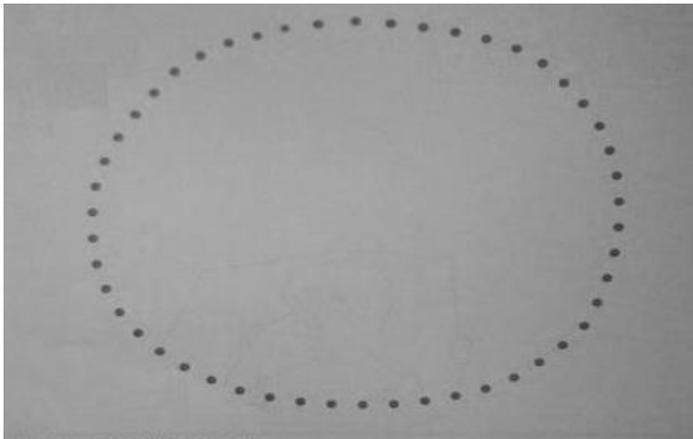
Fuente: De éste trabajo de investigación

- Lineal reiterado simple (FVLS). Este tipo de flujo visual tiene las mismas características del flujo visual lineal pero se distingue por movilizar el cambio dimensional dinámico (CDD) en las actividades que se desarrollan en el plano, en este flujo solo se puede dar un cambio dimensional (CD) o un cambio de focalización bidimensional (CFB) pero no los dos a la vez. Por otro lado este flujo

visual se repite sin ningún cambio tantas veces como objetos contenga la actividad; estos objetos tienen las mismas características.

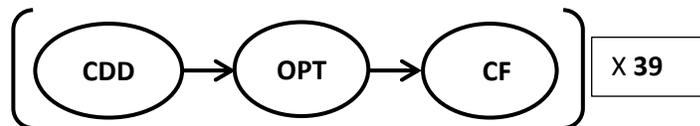
En la tarea de la ilustración 15 la consigna dice: “une los puntos y descubre la figura, mezcla pintura amarilla y azul (partes iguales) con mucho pegante blanco y pinta dentro de la arveja”. Para unir los puntos se puede empezar con cualquiera de ellos como figura inicial (CDD) y a partir de este se realiza una traslación del mismo (OP) y en consecuencia un cambio en la percepción de la figura inicial (CF) este proceso se repite 52 veces.

Ilustración 12. Ejemplo de tarea con FVLRS.



Fuente: (Angelitos B,2012)

Esquema 2. Flujo visual lineal reiterado simple

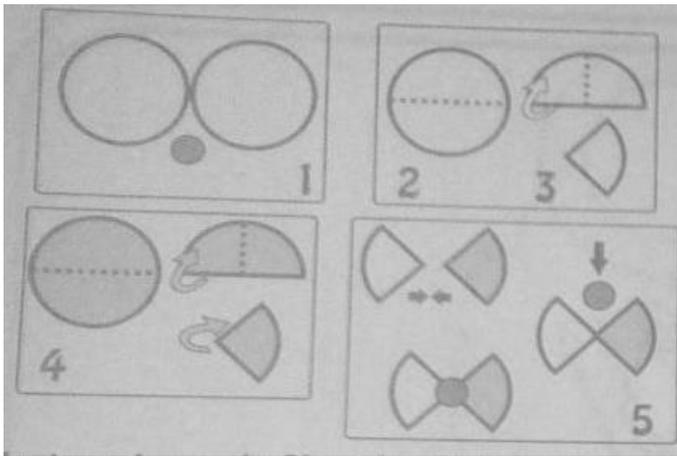


Fuente: De éste trabajo de investigación

- Lineal reiterado compuesto (FVLRC). Este tipo de flujo visual conserva las características generales del flujo visual lineal con la particularidad que solo moviliza un cambio dimensional fijo y operaciones fuera del plano los cuales hacen cambiar la percepción de la figura inicial (CF). Este proceso se repite en varias ocasiones sin ningún cambio para todos los objetos que contiene la tarea que son de la misma naturaleza, una vez terminada esta fase del flujo se finaliza la tarea aplicando la operación configuración fuera del plano. Las tareas con este tipo de flujo se identifican porque buscan armar una figura de papel con la unión de otras subfiguras. En la ilustración 15 se ejemplifica el flujo visual exigido en el desarrollo de una tarea cuyo objetivo es armar un corbatín de papel, siguiendo las instrucciones “toma uno de los círculos y dóblalo por la mitad como muestra la ilustración. Dóblalo nuevamente por el centro como lo indica el dibujo. Repite estos dobleces con otro papel. Toma los dos papeles doblados y pégalos uno junto al otro - guíate por el dibujo.”

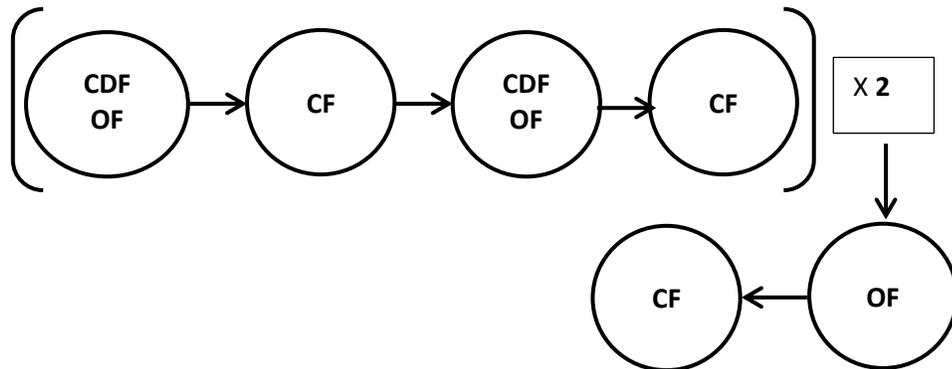
Para realizar el dobles el estudiante debe fijarse que el contorno del círculo quede igual lo que implica un cambio dimensional fijo paralelo a una rotación simétrica cambiando la percepción de la figura CF después al doblar nuevamente la figura se presenta otra vez un cambio dimensional fijo paralelo a una rotación simétrica y así se terminaría con el primer círculo luego se repite todo el proceso con el segundo círculo, al unir los dos cuartos de círculo hay una configuración fuera del plano lo que implica que la percepción de la figura cambie CF terminando así con la actividad.

Ilustración 13. Ejemplo de tarea con FVLRC.



Fuente: (Angelitos A, 2012)

Esquema 3. Flujo visual lineal reiterado compuesto

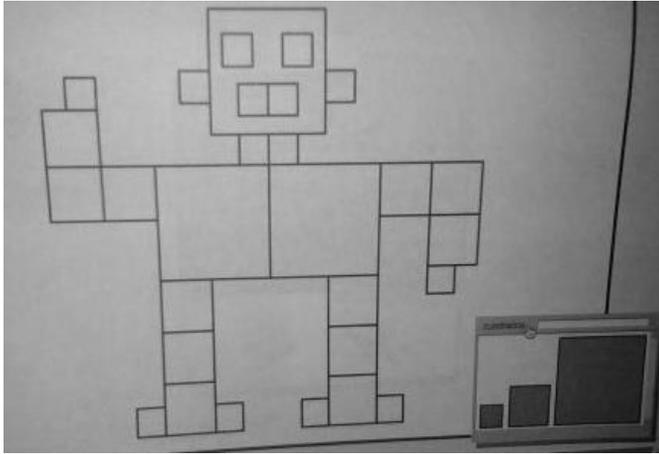


Fuente: De éste trabajo de investigación

- Circuito (FVC). Alude al hecho de que en algún momento del desarrollo de la tarea es necesario apoyarse de las características perceptuales de la configuración de partida. Sucede cuando de manera similar que en el flujo lineal se centra la atención en una de las partes constituyentes de la configuración de partida y se aplica en ella un cambio en la manera de ver o una operación, pero, en este caso, es

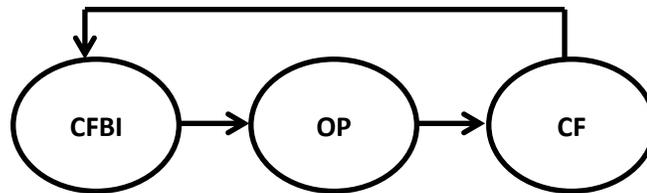
necesario, considerar las características perceptuales de la figura de inicio y aplicar e iniciar un nuevo flujo de naturaleza lineal. Este flujo visual se encuentra en tareas que implican operaciones tanto en el plano o fuera de él. Se presenta solo un cambio en la forma de ver, ya sea CDF, CFBI o CFBC, pero no dos de ellos a la vez. Las tareas donde se caracterizó este flujo son con doblado de papel (3D) y tareas de seriación (2D). En la ilustración 16 se ejemplifica el flujo visual exigido en el desarrollo de una actividad con las siguientes instrucciones “Colorea las partes del robot según se indica en el cuadro de referencia” Para iniciar la estudiante o el estudiante debe centrar su atención en cada uno de las subfiguras del cuadro de referencia y en los cuadrados que constituyen el robot por lo cual se presenta un CFBI, a continuación se pinta un cuadrado de acuerdo a las indicaciones, esto es una traslación (OP) de cuadrado de referencia obteniendo así cambio en la figura inicial (CF). Una vez coloreado el primer cuadrado es necesario considerar de nuevo las características perceptuales de la figura de partida (cuadro de referencia) para continuar con el proceso.

Ilustración 14. Ejemplo de tarea con FVC



Fuente: (¡Uno, Dos, Tres por mí! C,2012)

Esquema 4. Flujo visual en circuito.



Fuente: De éste trabajo de investigación

- Ausente (FVA). Se considera flujo visual ausente cuando solo se presenta una manera de ver, en este caso solo un tipo de cambio de focalización bidimensional configural o intrafigural en el desarrollo de la tarea, pues para que exista flujo visual es necesario la presencia de al menos dos de las maneras de ver antes citadas (CD o CFB) o una de ellas y la aplicación de una operación (OP u OF) y en este caso no se considera si no un CFB. En las tareas con flujo visual ausente se pide comparar figuras con el fin de hallar diferencias entre ellas, encontrar las figuras iguales a una

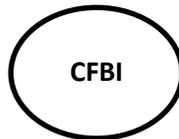
dada, verificar que la secuencia de una serie sea la correcta, en figuras que se encuentran fraccionadas en subfiguras las cuales constituyen un rompecabezas y otras donde pide identificar ciertas figuras geométricas: triángulos, cuadrados, rectángulos y círculos. La consigna de la tarea de la ilustración 17 es “observa las láminas y encuentra diferencias entre los dos dibujos. Colore, fijándote que queden iguales. Señala las diferencias” Para ello el niño o la niña debe centrar la atención en las partes internas de las figuras (CFBI) por lo que hay únicamente la presencia de un cambio de focalización bidimensional intrafigural y esto hace que el flujo sea nulo.

Ilustración 15. Ejemplo de tarea con FVA.



Fuente: (Angelitos B, 2012)

Esquema 5. Flujo visual ausente



Fuente: De éste trabajo de investigación

2.5.2 CATEGORÍA 2: DIMENSIONALIDAD

Teniendo en cuenta que no todas las actividades propuestas en los libros de textos analizados suscitan tratamientos en el plano, sino que hay tareas sobre las que se aplican operaciones fuera del plano, es necesario considerar la categoría dimensionalidad. Se considera la dimensionalidad como el lugar donde se aplican los distintos tratamientos a las figuras, que puede ser en el plano (2D) o fuera del plano (3D). Entendiendo cada una como una subcategoría de la categoría dimensionalidad.

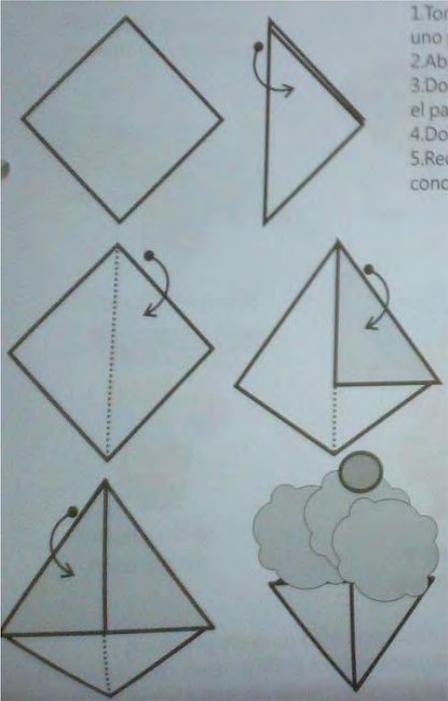
Respecto a la subcategoría 2D, hacen parte de este grupo todas las tareas cuyo desarrollo implica operaciones y tratamientos en el plano, por el contrario las tareas que suscitan la aplicación de operaciones como OFRS, OFRN, OFRCS y OFCS pertenecen al segundo grupo 3D, fuera del plano; conforman este grupo principalmente las tareas que arman figuras a través del doblado de papel y trabajan la simetría a partir de doblados. La tarea de la ilustración 18 pide observar la figura e identificar los cuadrados y pintarlos. En este caso se presenta un cambio de focalización bidimensional intrafigural, puesto que se centra la atención en cada una de las subfiguras de la configuración total. Este proceso se realiza en el plano. Por el contrario en la tarea de la ilustración 19 de acuerdo a las instrucciones se solicita doblar en varias ocasiones los papeles por determinados puntos, es decir, se debe aplicar la operación rotación simétrica o rotación no simétrica, que anteriormente ya se había clasificado como una operación fuera del plano.

Ilustración 16. Ejemplo de una tarea que se desarrolla en el plano.



Fuente: (¡Uno, dos, tres por mí! C,2012)

Ilustración 17. Ejemplo de una tarea que se desarrolla fuera del plano

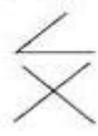


Fuente: (Angelitos B, 2012)

2.5.3 CATEGORÍA 3: REPRESENTACIONES FIGURALES

Según Duval (1995) toda figura aparece como la combinación de valores para cada una de las variaciones visuales: dimensional (ligado al número de dimensiones) y cualitativo (referente a la forma, tamaño, orientación, entre otras), sin embargo solo la variable visual cualitativa forma permite determinar una base representativa para las figuras geométricas, que al cruzarla con la variable dimensión se obtiene las unidades figurales elementales como lo muestra el cuadro 1.

Cuadro 1. Clasificación de unidades figurales elementales

Dimensión 0	Dimensión 1 (Línea)		Dimensión 2 (Superficie)			
	F. Rectilínea	F. Curva	F. Rectilínea		F. Curva	
			Abierta	Cerrada	Abierta	Cerrada
.						
Punto	Recta o Parte de recta	Arco Curva	Ángulo Cruz	Triángulo Cuadrado Rectángulo	Curva en punta, Curva en e	Ovalo, círculo

Fuente: Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales.

Así, Duval afirma que una figura geométrica es una configuración de al menos dos unidades figurales elementales, por ejemplo el rectángulo es una figura geométrica constituida por cuatro segmentos paralelos y con igual longitud de dos en dos.

En los libros de texto analizados se encontraron diferentes tipos de representaciones figurales, las cuales se clasificaron en tres grupos que corresponden a las subcategorías de esta categoría, a saber: figura imagen, figura objeto y figura formal.

-Figura Imagen

A este grupo pertenecen las representaciones figurales de objetos reales y utópicos, que no implican el estudio de la geometría. Las fotografías e ilustraciones hacen parte de este grupo. En la tarea de la ilustración 20 se pide “observar la figura y encerrar con lápiz rojo las cosas que no corresponde a la realidad y son absurdas”.

Ilustración 18. Ejemplo de representaciones figurales imagen.



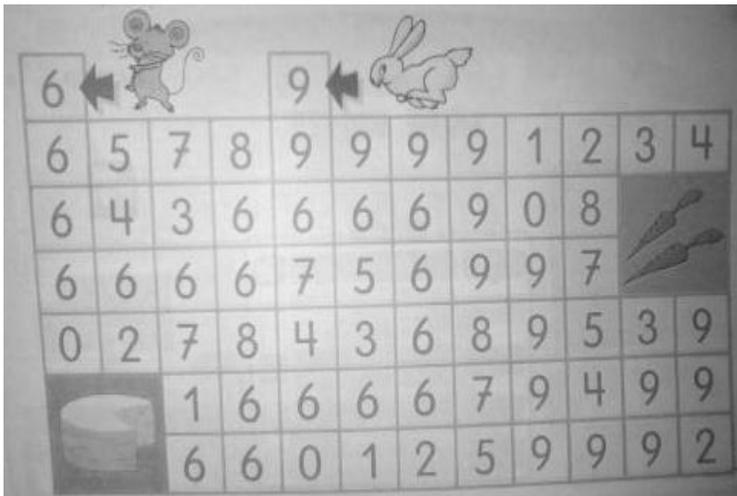
Fuente: (¡Uno, dos, tres por mí! C, 2012)

-Figura objeto

Se considera figura objeto a las representaciones pictóricas cuyo contenido este conformado por objetos de naturaleza matemática pero que no son el propósito

de enseñanza y aprendizaje de la actividad, sino un medio que suscita el aprendizaje de otro contenido. Las tareas que presentan este tipo de representaciones figurales se caracterizan por ser una combinación de ilustraciones de objetos reales con figuras geométricas o figuras que movilicen contenido matemático.

Ilustración 19. Ejemplo de representaciones figurales Objeto.



Fuente: (¡Uno, dos, tres por mí! C, 2012)

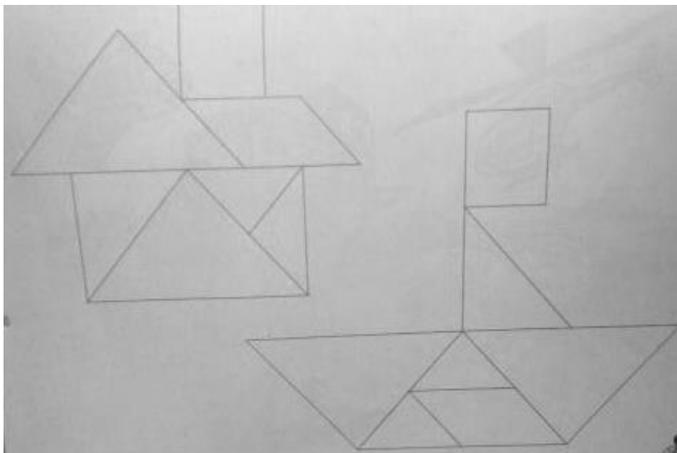
La tarea de la ilustración 21 presenta elementos de tipo figura objeto, el propósito de la actividad es trabajar la motricidad fina del estudiante para ello debe trazar una línea sobre los cuadrados que contienen el número nueve (9) para unir la ilustración del conejo con la ilustración de las zanahorias, de igual manera con los cuadrados de número seis (6) para unir el ratón y el queso. Siendo éstos objetos matemáticos un medio para desarrollar una determinada habilidad en los estudiantes.

-Figura formal

Una representación figural es figura formal cuando las representaciones corresponden a objetos de naturaleza matemática y son el propósito de enseñanza y aprendizaje de la tarea a desarrollar. La presentación de estas actividades contiene en su mayoría solo figuras geométricas, como cuadrados, rectángulos, triángulos, romboídes, trapecios y círculos. Un mínimo porcentaje de las actividades contienen una combinación de figuras geométricas e ilustraciones del mundo real.

La tarea de la ilustración 22 es un ejemplo de figura formal, se solicita al estudiante armar las figuras indicadas con las fichas del tangram que anteriormente han sido construidas, se puede observar que el contenido de la actividad solo presenta figuras geométricas de diferentes posiciones y tamaños (triángulos, romboídes, cuadrados, trapecios, rectángulos)

Ilustración 20. Ejemplo de figura formal.

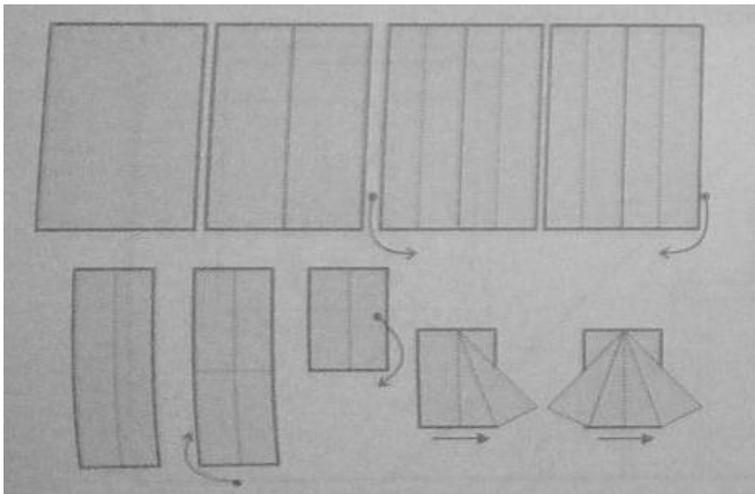


Fuente: (Angelitos A, 2012)

2.6 UN EJEMPLO DE CODIFICACIÓN DE UNA TAREA

En seguida, se presenta un ejemplo de la caracterización de la forma de ver en el desarrollo de una tarea que fue escogida de forma aleatoria de los libros de texto analizados de acuerdo al instrumento de análisis anteriormente expuesto.

Ilustración 21. Tarea a codificar



Fuente: (Angelitos B, 2012)

Instrucciones:

1. Toma un cuadrado de papel.
2. Dóblalo por la mitad como muestra la ilustración.
3. Ábrelo y fíjate en el dobladura.
4. Lleva el extremo derecho hacia el centro, fijándote que el borde quede totalmente sobre este.
5. Lleva el extremo izquierdo hacia el centro, fijándote que el borde quede totalmente sobre este.

6. Dobra hacia atrás fijándote que las puntas coincidan.
7. Abre la punta superior derecha – guíate por la imagen.
8. Repite la instrucción anterior con la punta izquierda.
9. Decora la cortina pegando papel seda plisado sobre la cortina abierta.

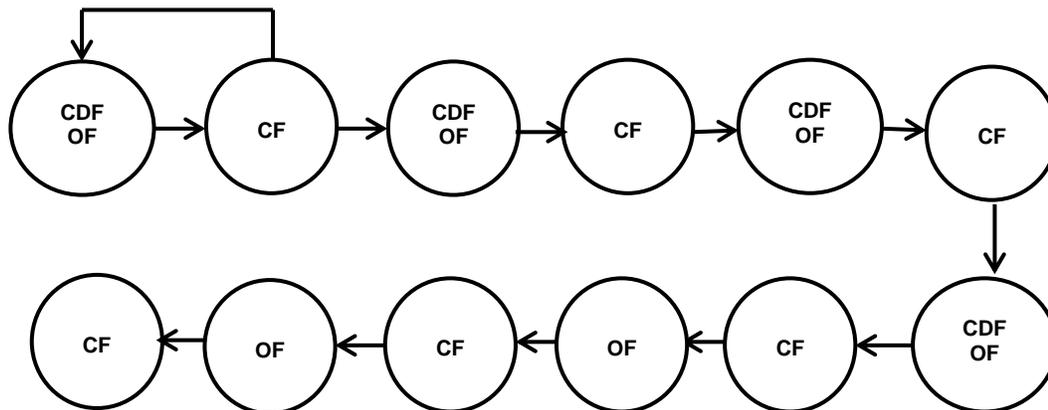
Comentario: Esta tarea se caracteriza por pertenecer al grupo de tareas cuyo desarrollo implica una visualización fuera del plano, en este caso el niño o niña al seguir las instrucciones pone en juego diferentes tratamientos visuales como: rotaciones simétricas y no simétricas, cambios dimensionales, cambios figurales y según las instrucciones se da un flujo visual en circuito.

Codificación: De acuerdo a las instrucciones de la tarea se elaboró un diagrama el cual indica la estructura del trabajo realizado. Por un lado, como se puede observar en el esquema 6, los elementos visuales movilizados son: un *cambio dimensional fijo (CDF)*, ya que es necesario inicialmente fijarse en los bordes para que coincidan al realizar el doblado por la mitad, luego debe centrar su atención en una marca para realizar otros doblados, lo que implica una operación rotación simétrica (OFRS) y una operación rotación no simétrica (OFRNS), respectivamente, es evidente que estas se aplican fuera del plano y en repetidas ocasiones lo que da lugar a un *cambio figural (CF)*, pues la forma de percibir la imagen varía después de cada tratamiento.

Por la forma del flujo visual este se clasifica como *flujo visual en circuito (FVC)*, ya que en la tercera instrucción es necesario apoyarse de las características perceptuales de la figura de partida. Por otro lado, la rotación simétrica y no simétrica

como anteriormente se había mencionado hacen parte del grupo de las operaciones que se aplican fuera del plano, 3D, así, se puede hacer la combinación de FVC y Dimensionalidad 3D y se obtiene la visualización V5, que se describe detalladamente más adelante. También, se puede decir que es una representación figural del tipo *figura objeto*, debido a la presencia de una imagen final de naturaleza no matemática pero en el desarrollo de la tarea se movilizó distintos objetos matemáticos.

Esquema 6. Flujo visual en circuito



Fuente: De éste trabajo de investigación

3 ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se presenta el análisis de los resultados obtenidos a través del estudio de los libros de texto de pre-escolar, en primer lugar se encuentra un análisis general de las visualizaciones caracterizadas con el instrumento de análisis propuesto, a continuación se analiza la relación entre las visualizaciones y el grado de escolaridad en que se presentan, en tercer lugar se considera el vínculo entre la visualización y los tipos de representación figural, luego un análisis individual de los libros estudiados, según la visualización y tipo de representación figural; finalmente se encuentra una comparación entre las editoriales de acuerdo a las visualizaciones y tipo de representación.

3.1 CARACTERIZACIÓN DE LAS VISUALIZACIONES EN LOS LIBROS DE TEXTO ANALIZADOS

A continuación se describe de forma detallada y con un ejemplo las cinco visualizaciones caracterizadas en los libros de texto analizados, las cuales se clasificaron como visualizaciones en el plano y visualizaciones fuera del plano, tres de ellas corresponden al primer grupo y dos al segundo.

Para caracterizar visualmente las tareas que se proponen en los libros de texto se recurre a la expresión visualización que es una adaptación de la definición de dada por Marmolejo y González

...consideramos esta actividad cognitiva, no solo como el reconocimiento o discriminación de todas las organizaciones posibles de una configuración geométrica, además de aquellas que se imponen al primer golpe de vista; o como la discriminación de las modificaciones de naturaleza configural y las extrapolaciones susceptibles que se pueden aplicar sobre la figura en estudio. Sino que además tenemos en cuenta los cambios de focalización bidimensional que se han de aplicar en la figura al desarrollar una tarea propuesta (Marmolejo y Vega, 2012; Marmolejo y González, 2011; Marmolejo, 2012) y el flujo visual (Marmolejo y González, 2011), es decir, la manera como en el desarrollo de una tarea se interrelacionan o conectan los distintos cambios en la manera de ver que se aplican en la figura en estudio. (Marmolejo y González, 2012, p. 3)

Así, en este estudio se considera esta actividad cognitiva no solo como la relación del flujo visual y demás elementos visuales, sino que además incluye la dimensionalidad, es decir la visualización como la interacción de dimensionalidad y flujo visual (D, FV).

Para la caracterización de las formas de ver presentes en los manuales escolares únicamente se consideraron las tareas que presentan contenido matemático, sólo en ellas es posible identificar la presencia de los elementos visuales, la manera y sentido como se articulan y describen las visualizaciones por medio de las consignas dadas en lengua natural.

La discriminación de estas visualizaciones se dio en dos momentos, inicialmente se desarrolló cada una de las tareas propuestas siguiendo las indicaciones dadas por el autor y se clasificó las tareas según el lugar donde se desarrollaban, en el plano 2D o fuera del plano 3D. En seguida, se identificó los elementos visuales y la forma como se articulan para el desarrollo de la tarea, es decir, se caracterizó el tipo de flujo visual presente. Luego, se hizo la combinación de estos resultados determinando las formas de ver por la pareja (D, FV); donde D se refiere a la dimensión del lugar donde se aplicaron los elementos visuales en el plano 2D o fuera del plano 3D y FV el tipo de flujo visual.

A continuación, se definen cada una de las visualizaciones caracterizadas en la investigación. Para su mejor comprensión se presentan ejemplos en cada una de ellas.

3.1.1 CARACTERIZACIÓN DE VISUALIZACIONES EN EL PLANO

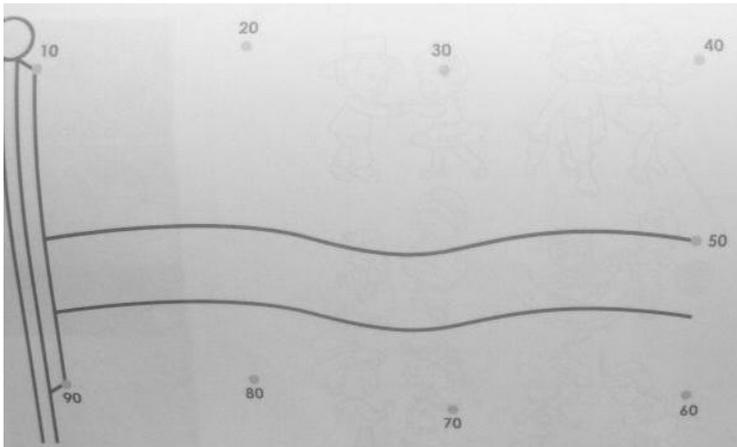
A este primer grupo pertenecen las visualizaciones de la forma (2D, FV), es decir, las formas de ver cuyas operaciones y demás tratamientos visuales se aplicaron en el plano. Son tres las visualizaciones caracterizadas que se describen en seguida.

VISUALIZACIÓN1 (V1). Es considerada como la pareja (2D, FVLRS), es decir como la combinación del flujo visual lineal reiterado simple y la dimensionalidad 2D. En este tipo de visualización la atención recae sobre las unidades 0D y 1D de naturaleza dinámica y constituyen la figura de inicio. Se aplica acciones o transformaciones (traslaciones) a estas unidades figurales, de tal manera que logran una nueva ubicación produciendo en la figura final una percepción distinta

a la del inicio. Las tareas donde se pide unir puntos o segmentos de recta para completar una figura presentan este tipo de visualización.

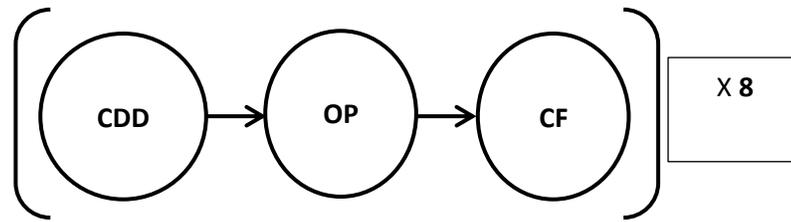
A manera de ejemplo, en la ilustración 24 se solicita observar la figura y unir los puntos de acuerdo a la numeración para completarla. Para ellos es necesario, en primera instancia centrar la atención en el punto inicial, punto 10, (CDD), luego unirlo con el punto 20 a través de la operación traslación (OPT), obteniendo una nueva posición, de esta forma la percepción de la figura es distinta a la de partida (CF). Este proceso se realiza ocho veces más completando la bandera. Aunque ya se evidencio, es necesario resaltar que todos los tratamientos que se aplican a la figura son en el plano (2D). El esquema 7 muestra en síntesis la interrelación de los elementos visuales que moviliza esta tarea, proceso que se repite en ocho ocasiones.

Ilustración 22. Tarea de series numéricas.



Fuente: (Angelitos C, 2012)

Esquema 7. Desarrollo de una tarea con V1.



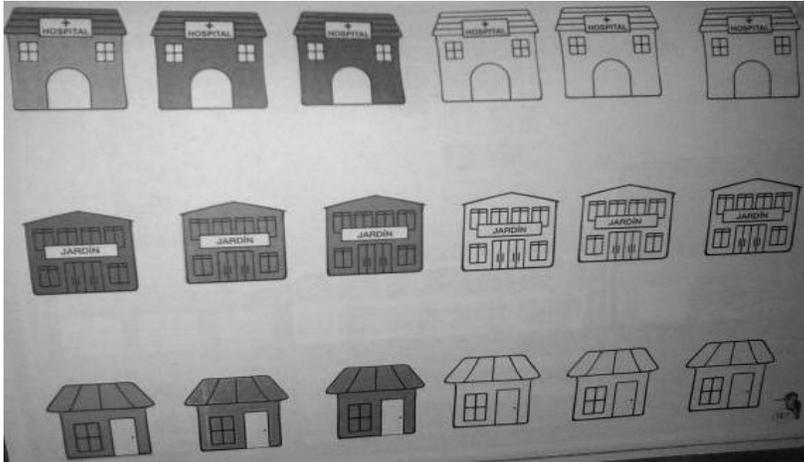
Fuente: De éste trabajo de investigación

VISUALIZACIÓN 2 (V2). La pareja (2D, FVC) dimensionalidad 2D y flujo visual en circuito es considerada como la visualización 2, en esta manera de ver la atención recae en más de una ocasión sobre las unidades 2D que constituyen la figura inicial, fijándose en sus características perceptuales internas o de contorno (CFBI y/o CFBC). La figura sufre cambios a nivel interno pero conserva el contorno. El proceso visual se inicia nuevamente cada vez que sea necesario pasar de centrar la atención de una parte 2D constituyente a otra, implicando un flujo visual lineal simple. Este tipo de visualización se presenta en tareas que consisten en completar series por color o forma de figuras.

Un ejemplo de visualización 2 se muestra en la ilustración 25, en esta tarea se pide pintar las casas de cada fila de acuerdo a la decoración de las primeras. Para desarrollarla se debe fijar en las características perceptuales de las unidades 2D constituyentes de la configuración de partida (CFBI), a continuación pintar la primera casa con lo cual cambia la percepción general de la figura (CF), este tratamiento aplicado se asocia con la operación traslación (OPT), ya que es el mismo objeto pero ha cambiado de ubicación en el plano. Tras terminar la decoración de la primera casa

se debe regresar a revisar las características de la configuración de partida para continuar el proceso con las figuras restantes. Se evidencia así, la presencia de un FVC cuyos tratamientos se aplican en el plano.

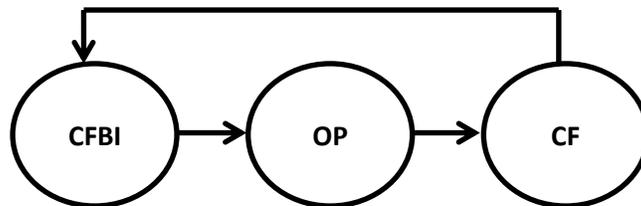
Ilustración 23. Tarea de series por color.



Fuente: (¡Uno, dos, tres por mí! C, 2012)

El esquema 8 resume el desarrollo de la anterior tarea indicando que se inicia con un CBFI, luego se aplica una operación en el plano lo cual implica un cambio en la percepción de la figura, este proceso se repite nuevamente para los objetos restantes hasta finalizar la tarea.

Esquema 8. Desarrollo de una tarea con V2.

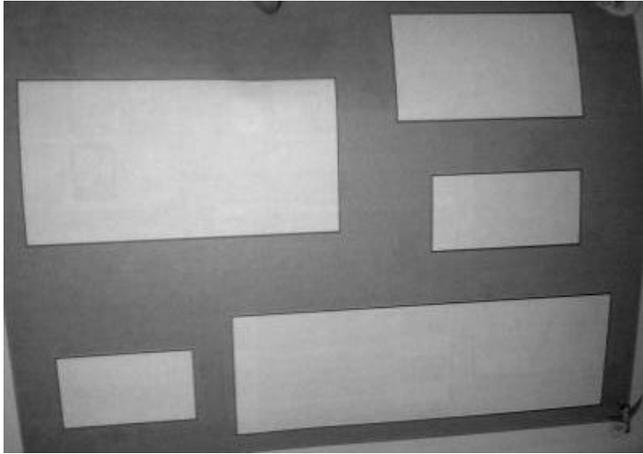


Fuente: De éste trabajo de investigación

VISUALIZACIÓN 3 (V3). Este tipo de visualización se caracteriza por la aplicación de un cambio de focalización bidimensional en una tarea que se debe desarrollar en el plano, es decir es de la forma (2D, FVA). Dependiendo de la tarea planteada la atención se centra en las características internas o de contorno de la(s) figura(s). Este tipo de visualización se presenta en tareas en las cuales se pide identificar una figura específica (cuadrado, rectángulo, triángulo o círculo) o comparar varias figuras y encontrar las diferencias entre ellas, lo que lleva a centrar la atención en las figuras o subfiguras 2D constituyentes, dando lugar a un cambio de focalización bidimensional configural o intrafigural según sea el caso.

En la tarea de la ilustración 26, se pide observar las figuras con el fin de identificar la figura geométrica presente, para lograr el objetivo el o la estudiante debe centrar la atención en el contorno de cada una de las figuras con el fin de reconocer el rectángulo, es decir hay un cambio de focalización bidimensional configural (CFC).

Ilustración 24. Tarea reconocimiento de la figura geométrica Rectángulo



Fuente: (¡Un, dos, tres por mí! C, 2012)

Esquema 9. Desarrollo con V2.



Fuente: De éste trabajo de investigación

3.1.2 CARACTERIZACIÓN DE VISUALIZACIONES FUERA DEL PLANO

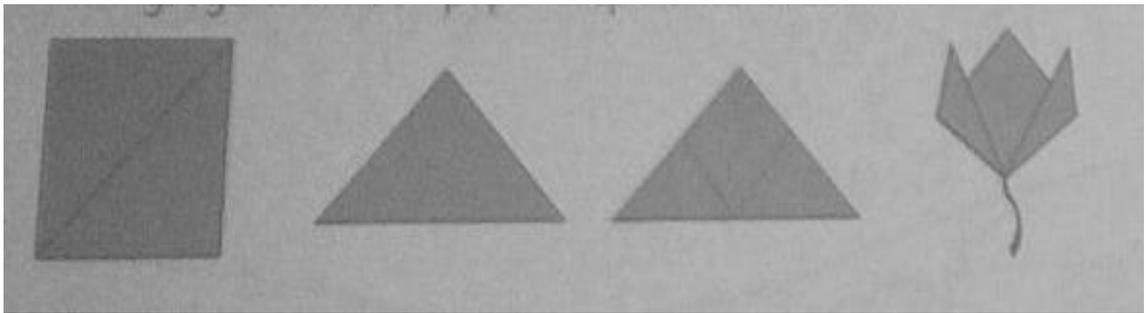
A este grupo pertenecen las visualizaciones de la forma (3D, FV), es decir, las formas de ver cuyas operaciones y demás tratamientos visuales se aplicaron fuera del plano. Son dos las visualizaciones caracterizadas cuya estructura se diferencia en el tipo de flujo visual, la V4 tienen la forma (3D, FVL) y la V5 (3D, FVC), a su vez la V4 se subdivide en dos subvisualizaciones (3D, FVLS) y (3D, FVLR) que se diferencian en la clase de flujo visual que puede ser lineal simple (FVLS) o reiterado compuesto (FVLR), a continuación se describe y ejemplifica cada una de ellas.

VISUALIZACIÓN 4 (V4). Esta visualización surge de la combinación dimensionalidad 3D y el flujo visual lineal (3D, FVL), según el tipo de flujo visual lineal se observó la presencia de dos visualizaciones con esta estructura que se describen detalladamente en seguida.

VISUALIZACIÓN 4.1 (V4.1). En esta visualización se fija la atención en las unidades figurales 1D y 2D que constituyen la figura de partida. Para el primer caso, cuando se centra la atención en las unidades 1D se hace sobre bordes o marcas de una hoja de papel (CDF) y se completa el desarrollo de la tarea con las operaciones rotación simétrica y no simétrica (OFRS, OFRN) obteniendo una figura de papel (CF). Por su lado cuando la atención recae sobre las unidades 2D (CFBC) se aplican las operaciones configuración (OFC) y/o rotación simétrica o no simétrica con el fin de unir las diferentes subfiguras para obtener una sola de papel.

A manera de ejemplo del primer caso, en la tarea de la ilustración 27 se pide hacer un tulipán con una hoja de papel. Para este fin es necesario realizar un doblado por la diagonal del cuadrado, es decir una rotación simétrica (OFRS) teniendo en cuenta que los bordes coincidan (CDF), luego fija la atención en los vértices del triángulo (CDF) y los une con el vértice superior con una rotación no simétrica (OFRN), desdobla y centra la atención en las nuevas marcas (CDF) como guía para aplicar una nueva rotación no simétrica (OFRN) para obtener los pétalos del tulipán, para terminar la tarea se agrega el tallo del tulipán con un pedazo de papel entorchado.

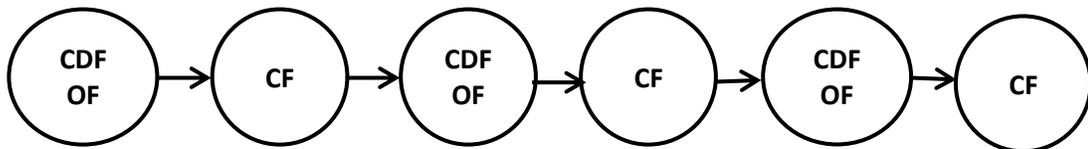
Ilustración 25. Tarea con doblado de papel.



Fuente: (Angelitos B, 2012)

En el esquema 10 se observa las relaciones y orden como se aplicaron los elementos visuales en esta tarea, aunque el esquema indique tres estructuras iguales estas se diferencian porque se aplican a distintas figuras en diferentes momentos

Esquema10. Desarrollo de una tarea con V4.1

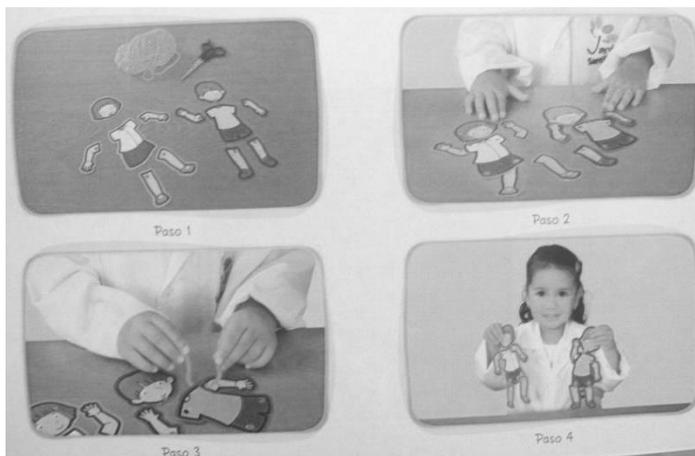


Fuente: De éste trabajo de investigación

Para ejemplificar el segundo caso, se presenta la tarea de la ilustración 28 que tiene como fin armar un niño y una niña de papel uniendo las subfiguras en que se han dividido. Para ello el estudiante debe centrar la atención en el contorno de cada una de estas (CFBC) y ubicarlas correctamente con las partes correspondientes, es decir se presenta una operación configuración lo cual hace que cambie la percepción de la figura (CF). Como resumen del proceso aplicado se encuentra el esquema 11

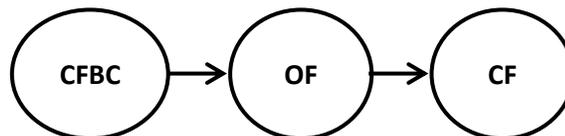
donde se observa los tres elementos visuales movilizados y el orden lineal como se aplicaron.

Ilustración 26. Tarea rompecabezas.



Fuente: (¡Uno, dos, tres por mí! A, 2012)

Esquema 11. Resumen del desarrollo de una tarea con V 4.1



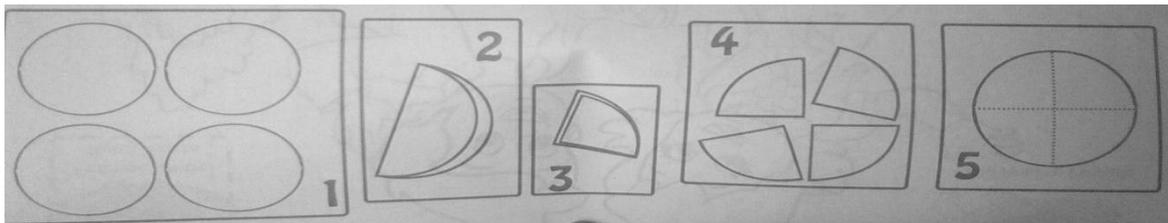
Fuente: De éste trabajo de investigación

VISUALIZACIÓN 4.2 (V4.2). Este tipo de visualización se define por la pareja (3D, FVLRC), se caracteriza por centrar la atención inicialmente en las unidades 1D de naturaleza fija (CDF), en este caso los bordes de la hoja de papel y las marcas que surgen por los doblados, sobre estos se aplican las operaciones rotación simétrica y no simétrica (OFRS, OFRNS) transformando la figura inicial en

otra de contorno diferente (CF). Este proceso con flujo lineal se aplica a diferentes piezas sobre las cuales se enfoca la atención (CFBC) para aplicar la operación configuración (OFC) y obtener la figura final (CF). La V4.2 se encuentra en tareas que se realizan con doblado de papel cuya figura final es el resultado de la unión de varias piezas de papel.

A manera de ejemplo se encuentra la tarea de la ilustración 29, donde el objetivo es construir una pelota de papel. Para ello, primero se dobla una de las hojas por la mitad presentándose un CDF simultáneamente con una rotación simétrica OFRS buscando que los bordes del papel coincidan y originando una marca en la mitad del papel, nuevamente se repite el doblado por la mitad, este proceso se repite para las hojas restantes. Cuando ya estén listas se presenta un CFBC al centrar la atención en cada una de las partes de la pelota en seguida se aplica pegante y se une (OFC) cada una de estas obteniendo la pelota de papel.

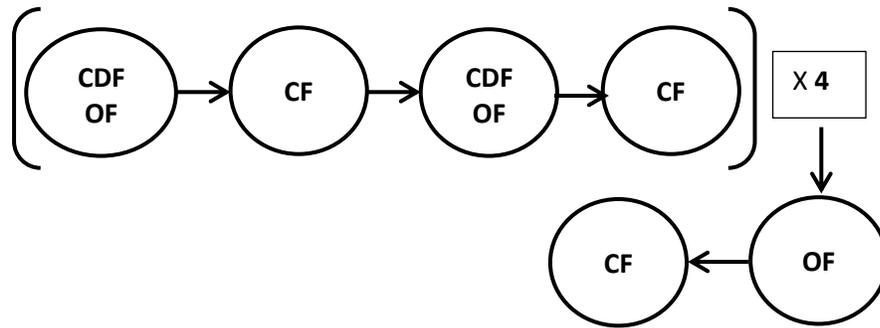
Ilustración 27. Tarea con doblado de papel.



Fuente: (Angelitos A, 2012)

En el esquema 12 se puede observar los elementos visuales que intervienen en el desarrollo de la tarea el cual se divide en dos partes, inicialmente se presenta un flujo lineal que se repite cuatro veces y se termina con una aplicación fuera del plano.

Esquema 12. Desarrollo de una tarea con V4.2.



Fuente: De éste trabajo de investigación

VISUALIZACIÓN 5 (V5). La pareja (3D, FVC) dimensionalidad 3D y flujo visual en circuito es considerada como la visualización 5, en este tipo de visualización la atención recae en más de una ocasión sobre las unidades 2D que constituyen la figura inicial, fijándose que los contornos coincidan cuando se hacen doblados y/o centrar la atención en una marca hecha por estos, es decir, se presentan cambios dimensionales fijos y operaciones de rotación simétrica y no simétrica lo cual implica un cambio perceptual en la figura inicial. Este tipo de visualización se presenta en tareas con doblado de papel.

A manera de ejemplo se presenta en la ilustración 30 una tarea con doblado de papel para la realización de un velero, para ello se toma un cuadrado de papel el cual se dobla por la diagonal (OFRS) luego se abre y se centra la atención en la marca hecha por el dobles (CDF) tomándola como punto de referencia para aplicar una rotación no simétrica a los dos partes del papel, cambiando la percepción de la figura

VISUALIZACIONES	Plano			Plano		
	V1	V2	V3	V4		V5
				V4.1	V4.2	
OPERACIONES	OPT	OPT		OFRS OFRN OFRCS	OFRS OFRN OFCS	OFRS OFRN
CAMBIO FIGURAL	CF	CF		CF	CF	CF
CAMBIOS DIMENSIONALES	CDD			CDF	CDF	CDF
CAMBIOS DE FOCALIZACIÓN BIDIMENSIONAL		CFBC CFBI	CFBC CFBI		CFBC CFBI	
DIMENSIONALIDAD	2D	2D	2D	3D	3D	3D
FLUJO VISUAL	FVLRS	FVC	FVA	FVLS	FVLR	FVC

En la tabla 2 se presenta un resumen con cada uno de los elementos visuales, los flujos y la dimensionalidad que caracterizan las visualizaciones encontradas en las tareas de los libros de texto analizados.

A continuación se presentan histogramas de frecuencia que relacionan las visualizaciones, las representaciones figurales y la editorial, en donde se toman en cuenta las características más relevantes de estas. Este análisis se realizó en tres niveles, primero un análisis general de las visualizaciones presentes en las tareas estudiadas, según el grado y tipo de figura involucrado independientemente de la editorial. En un segundo nivel se analizó cada libro de texto según el grado y la editorial. Finalmente se hizo un análisis comparativo de las visualizaciones de todas las tareas de una editorial con todas las tareas de la otra editorial. En el Anexo C se encuentran la información organizada en tablas.

3.2 VISUALIZACIÓN SEGÚN EL GRADO DE EDUCACIÓN PRE-ESCOLAR

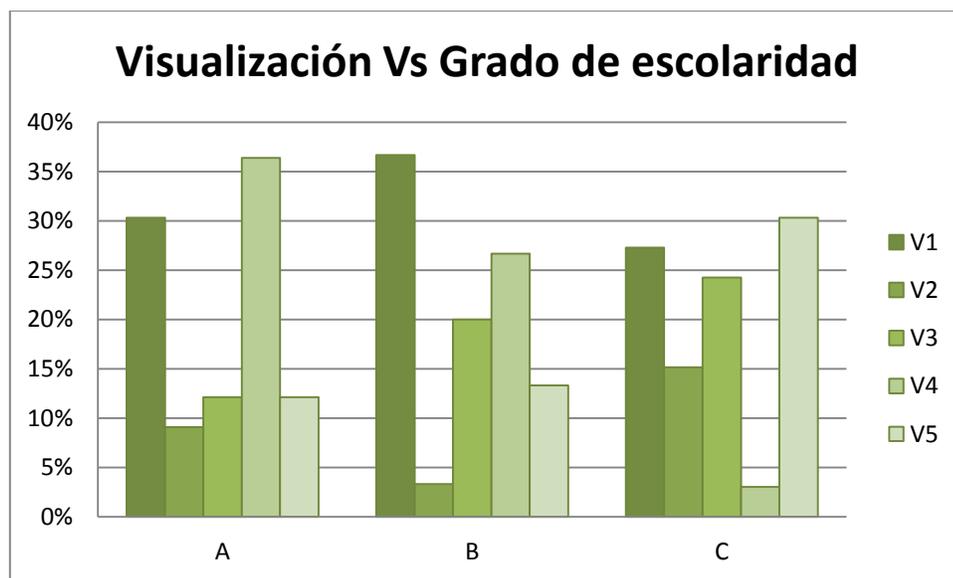
Para la investigación se consideraron editoriales cuyos libros de texto se dirijan a estudiantes de los tres grados de educación pre-escolar: Pre-jardín (A), Jardín (B) y Transición (C). En cada uno de estos se puede distinguir la relevancia de una visualización sobre otras, como se muestra en la gráfica 1.

Respecto al grado pre-jardín la visualización de mayor movilización es V4 con el 36% que corresponde a tareas que suscitan la unión de figuras de papel o el doblado de las mismas; a diferencia de las tareas con visualización V5, éstas son de menor complejidad y duración respecto al número de doblados que se deben realizar. En seguida se encuentra la visualización V1 a la cual corresponden las tareas donde los niños y las niñas se inician en el desarrollo de algunas de sus habilidades motoras como dibujar y pintar figuras en sus formas básicas (líneas o figuras geométricas). Por ultimo están las visualizaciones V2, V3 y V5 de menor a mayor frecuencia, aunque su dimensionalidad es diferente tiene en común que las tareas son más complejas ya que su desarrollo requiere de mayor atención por parte del estudiante.

En el grado Jardín (B) la visualización de mayor frecuencia es la V1 con el 37%, seguida de la visualización V4 con el 27%, las cuales se caracterizan por pertenecer al grupo de tareas que implican un flujo visual lineal. En un segundo plano se encuentran las visualizaciones V3 y V5 con porcentajes 20% y 13% respectivamente y con el menor porcentaje la V2 con solo el 3%.

En el grado transición se resaltan las visualizaciones V5, V1 y V3 con 30%, 27% y 24% respectivamente, dos de ellas con dimensionalidad 2D, en los tres casos las tareas son de mayor complejidad en comparación a los niveles anteriores, el nivel de concentración de los estudiantes aumenta al igual que la exigencia de sus habilidades motoras. En términos generales V4 es la visualización menos privilegiada y las visualizaciones restantes se distribuyen en proporciones similares.

Gráfica 1. Visualizaciones según el grado de educación pre-escolar.

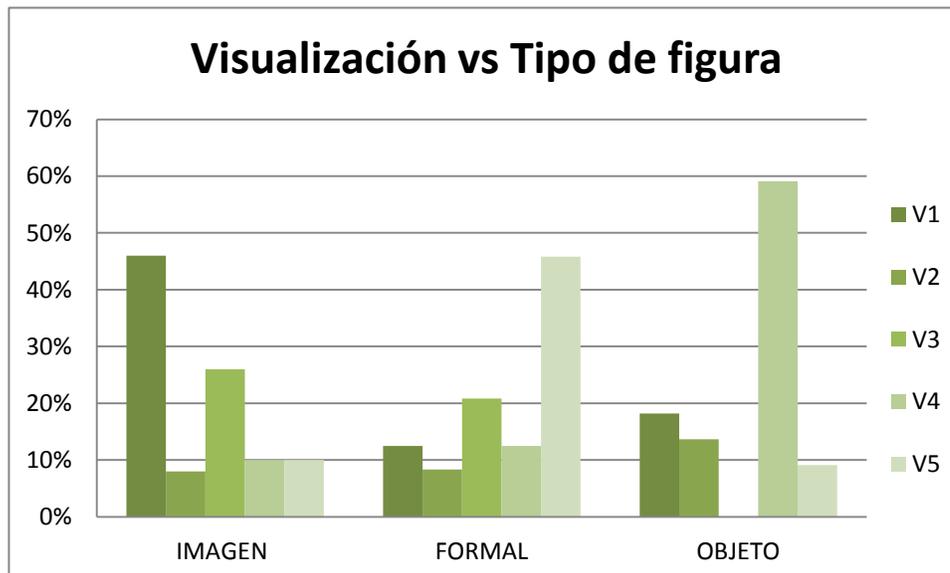


3.3 VISUALIZACIÓN SEGÚN LAS REPRESENTACIONES FIGURALES

Como se mencionó anteriormente son tres los tipos de figura considerados: figura imagen, figura formal y figura objeto. Respecto a la primera como se observa en la gráfica 2, son la visualización V1 y V3 las de mayor porcentaje con 46% y 26% en su orden, estas pertenecen al grupo de las visualizaciones con dimensionalidad 2D, es decir, las tareas que se realizan en el plano y son representaciones de objetos del

mundo real y cuyas instrucciones son completar las figuras, encontrar diferencias o presentar como serie. Con menor frecuencia se encuentran las visualizaciones fuera del plano V4, V5 con el 10% cada una, estas presentan mayormente figuras objeto que los otros tipos de figura, puesto que la mayoría de tareas son con doblado de papel y se inician con figuras geométricas de papel y en su desarrollo siempre se alude a una de ellas aunque al final se obtiene una figura de papel que simula un objeto de la vida real. En el último lugar está la visualización correspondiente a tareas con figura imagen y cuyo desarrollo implica un flujo visual en circuito y dimensionalidad 2D, es decir la visualización V2 con el 8%.

Gráfica 2. Visualizaciones según el tipo de figura involucrado.



En relación a la figura formal se destaca en gran medida la visualización V5 con el 46%, en esta visualización los elementos visuales movilizados se aplican fuera del plano a figuras de papel que representan una figura geométrica. En segundo lugar,

se encuentra la visualización V3 con el 21%, en este caso se trabaja formalmente las características de cada figura geométrica. Con porcentajes similares se encuentran las visualizaciones V1, V4 con 13% y V2 con el 8%.

Finalmente, las tareas que contienen figuras objeto implican en gran parte la visualización V4 con el 59%, el desarrollo de estas tareas siempre inicia con el estudio de forma indirecta de las figuras geométricas, sobre las cuales se aplican diferentes operaciones y tratamientos visuales para obtener una figura de papel que represente un objeto del mundo real. En menor medida se encuentran las visualizaciones V1, V2 y V3 con 18%, 14% y 9% respectivamente. Con este tipo de figura no se presentó la V3, pues siempre se hacían tareas centrando la atención con CFBC o CFBI sobre representaciones de objetos de la vida cotidiana o de objetos matemáticos directamente.

3.4 ANÁLISIS INDIVIDUAL DE LOS LIBROS DE TEXTO

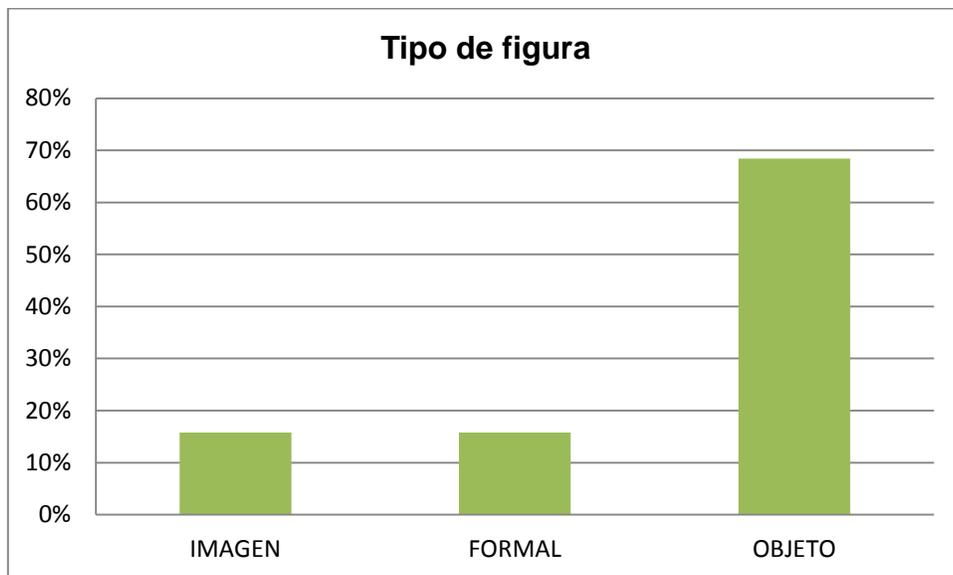
En un segundo nivel se llevó a cabo el análisis individual de los seis libros de texto considerados en esta investigación; claro está teniendo en cuenta el grado al cual se dirige y la editorial, con el fin de caracterizar la visualización y tipo de figura de mayor y menor uso.

3.4.1 ANGELITOS A. EDITORIAL HUELLITAS

El libro de texto Angelitos A de la Editorial Huellitas está dirigido a estudiantes de grado Pre-Jardín (A), este manual escolar contiene 19 tareas que suscitan el estudio de la geometría de las cuales el 68% corresponde a figuras tipo

objeto, las cuales son representaciones de objetos de la vida cotidiana pero que indirectamente implican el estudio de figuras geométricas y otros objetos de naturaleza matemática. El 32% restante corresponde a figuras tipo imagen y figura formal, como se observa en el gráfico 3 estas dos se presenta con la misma frecuencia.

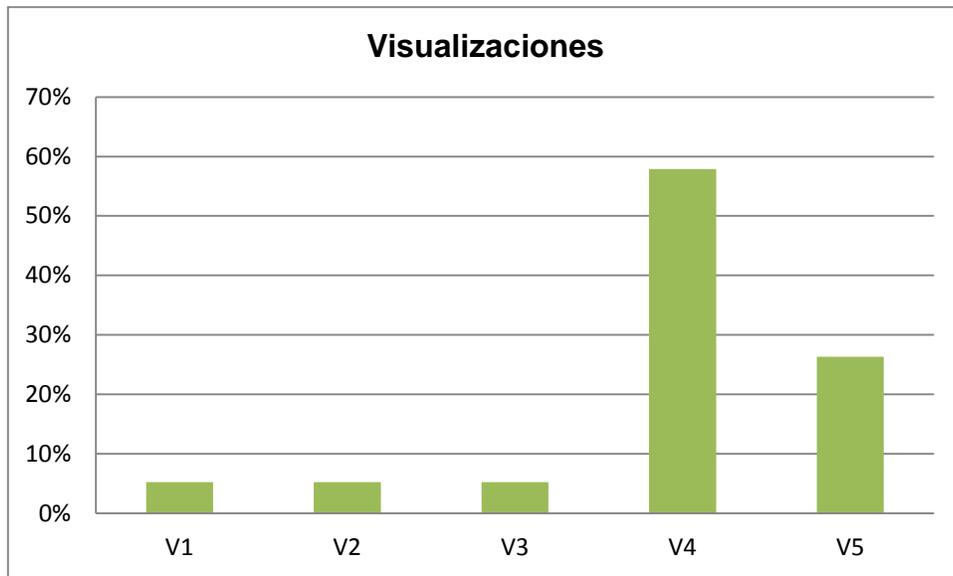
Gráfica 3. Tipo de figura en Angelitos A



Respecto a la distribución de las visualizaciones en este texto escolar, como se muestra en la gráfica 4 la visualización V4 se destaca con el 58%, la cual se relaciona con la figura objeto como se indicó anteriormente. En segundo lugar se encuentra la V5 con el 26% y con el 5% cada una se encuentran la V1, V2 y V3.

En general este libro se caracteriza por plantear más tareas cuyo desarrollo implica transformaciones fuera del plano y menos tareas a desarrollar en el plano, de ahí que se trabaje más con figuras tipo objeto.

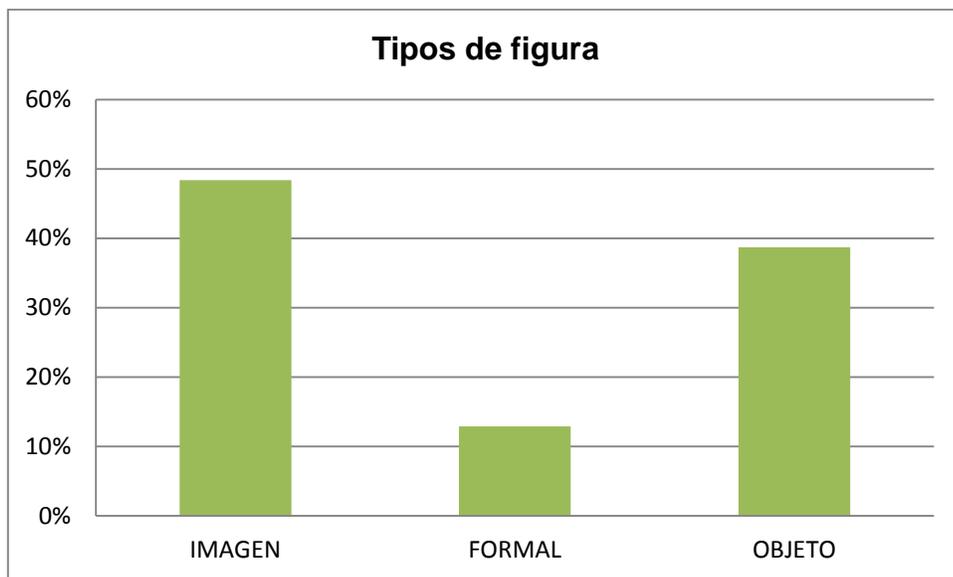
Gráfica 4. Visualizaciones en Angelitos A



3.4.2 ANGELITOS B. EDITORIAL HUELLITAS

El libro de texto Angelitos B de la Editorial Huellitas se dirige a estudiantes de grado Jardín (B), este manual escolar plantea 31 tareas que conllevan el estudio de la geometría de las cuales el 48% corresponde a figuras tipo imagen, el 39% a figuras tipo objeto y el 13% restante corresponde a figuras tipo formal como se muestra en la gráfica 5.

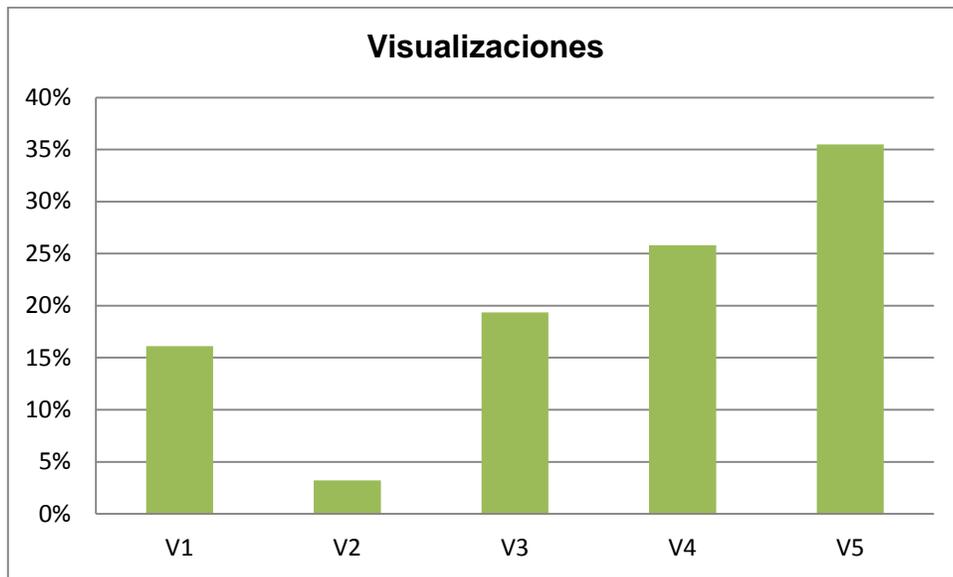
Gráfica 5. Tipos de figura en Angelitos B



En el gráfico 6 se puede observar que las visualizaciones con mayor frecuencia son las clasificadas como fuera del plano, la V5 con el 35%, seguida de la V4 con el 26%. En segundo término se encuentran las visualizaciones en el plano la V3 con el 19%, la V1 con el 16% y finalmente la V2 con el 3%.

Las tareas propuestas en este texto escolar aunque implican el uso de las distintas visualizaciones hecho que se relaciona con que la mayoría de figuras son de tipo imagen y objeto, el 61% de éstas son para desarrollar fuera del plano.

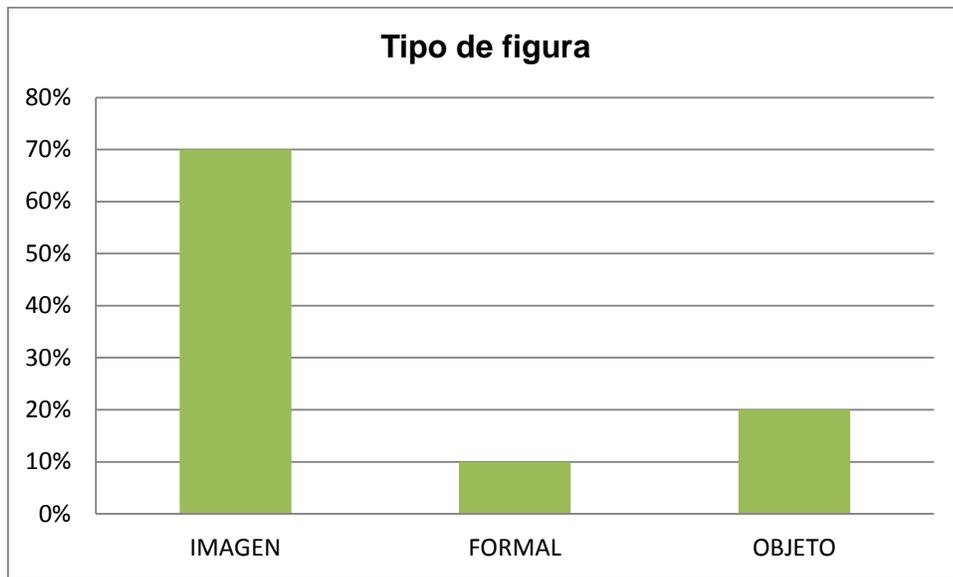
Gráfica 6. Visualizaciones en Angelitos B



3.4.3 ANGELITOS C. EDITORIAL HUELLITAS

Este manual escolar está dirigido a estudiantes de grado Transición (C) a quienes se plantean 10 tareas que suscitan el estudio de la geometría, de las cuales el 70% corresponde a figuras tipo imagen, el 20% a figuras objeto y el 10% a figuras formales.

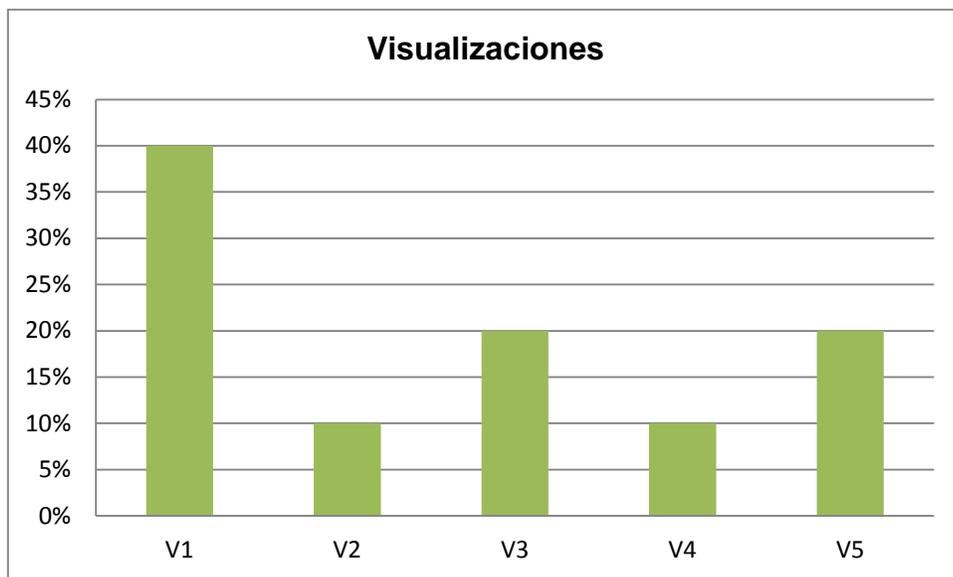
Gráfica 7. Tipos de figura en Angelitos C



Como se había mencionado anteriormente en el grabo C la visualización más movilizada es las V1 lo cual se reafirma tal como se observa en la gráfica 8, con el 40%, seguida de las V3 y V5 con el 20% cada una y as V2 y V4 con el 10% en cada caso.

De esta forma, este libro se caracteriza por proponer tareas que se desarrollan con la aplicación de transformaciones y demás elementos visuales en el plano lo cual se hace a figuras tipo objeto.

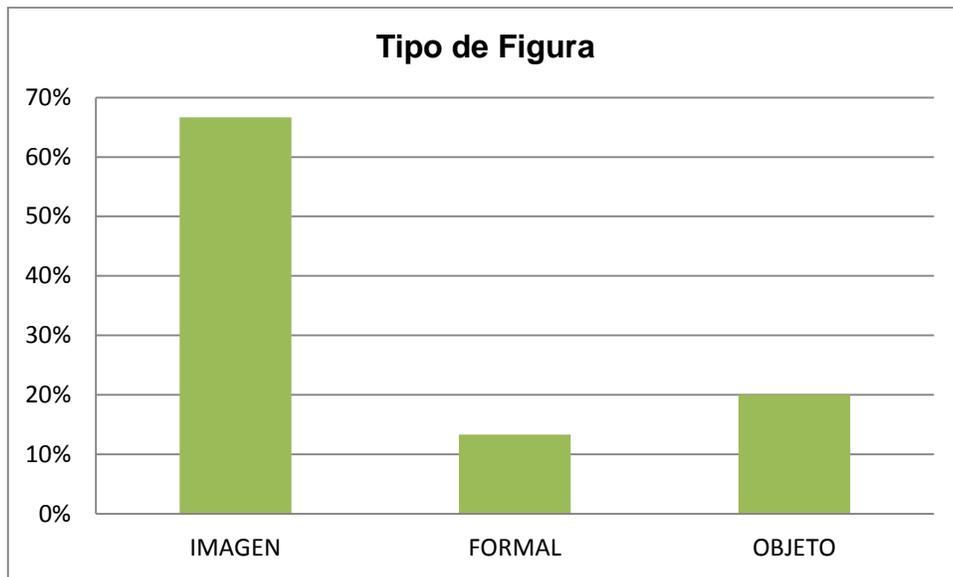
Gráfica 8. Visualizaciones en Angelitos C



3.4.4 ¡UNO, DOS, TRES POR MÍ! A. EDITORIAL SANTILLANA

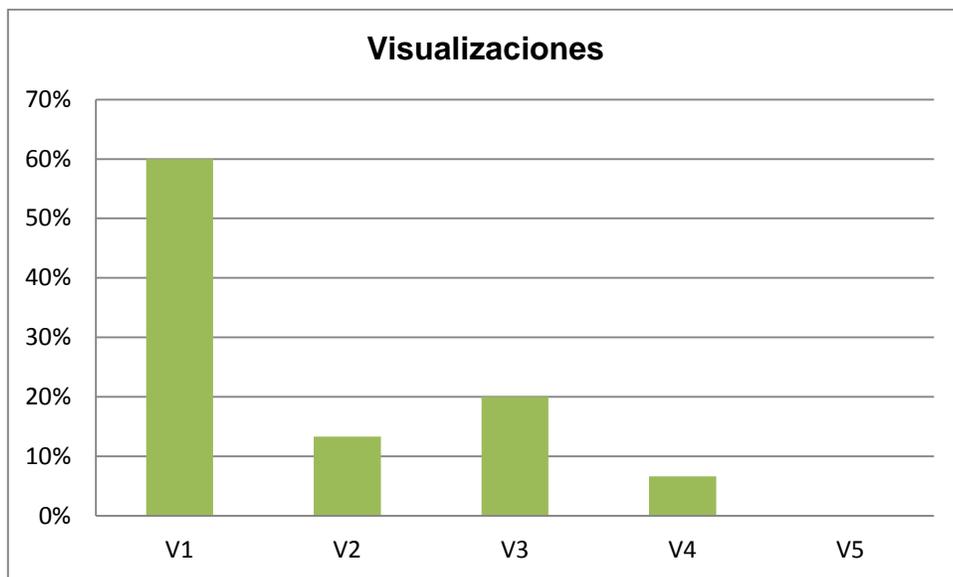
¡Uno, dos, tres por mí! A está dirigido a estudiantes de grado Pre-Jardín, en este texto escolar se encuentran 13 tareas que implican el estudio de la geometría, que se presentan en mayor medida a través de las figuras tipo imagen como se puede observar en la gráfica 9, figura tipo imagen 67%, figura objeto 20% y figura formal 13%.

Gráfica 9. Tipos de figura en ¡Uno, dos, tres por mí! A



Consecuente al resultado anterior y como se observa en la gráfica 10, la visualización con mayor frecuencia es la V1 con el 60%, seguida de la V3 con el 20%, la V2 con el 13% y la V4 con el 7%. Este libro de texto no presenta tareas que se desarrollen con V5 y como se observa es mínima la presencia de la V4, en su lugar son las visualizaciones en el plano las que caracterizan a este manual escolar.

Gráfica 10. Visualizaciones en ¡Uno, dos, tres por mí! A

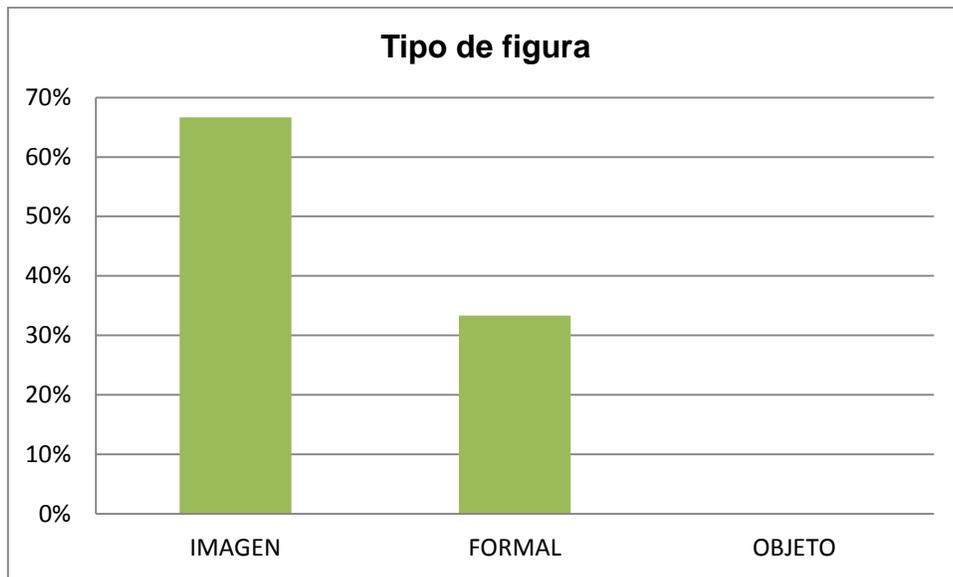


En comparación al texto Angelitos A de la Editorial Huellitas, el libro ¡Uno, dos, tres por mí! A trabaja con mayormente con representaciones de objetos del mundo real contrario al texto Angelitos A que lo hace a través de figuras objeto, de ahí que las visualizaciones también cambien de uno a otro texto, siendo las de mayor acogida en Angelitos A las visualizaciones fuera del plano V4 y V5 mientras que en el libro ¡Uno, dos, tres por mí! A son las visualizaciones en el plano V1, V2 y V3.

3.4.5 ¡UNO, DOS, TRES POR MÍ! B. EDITORIAL SANTILLANA

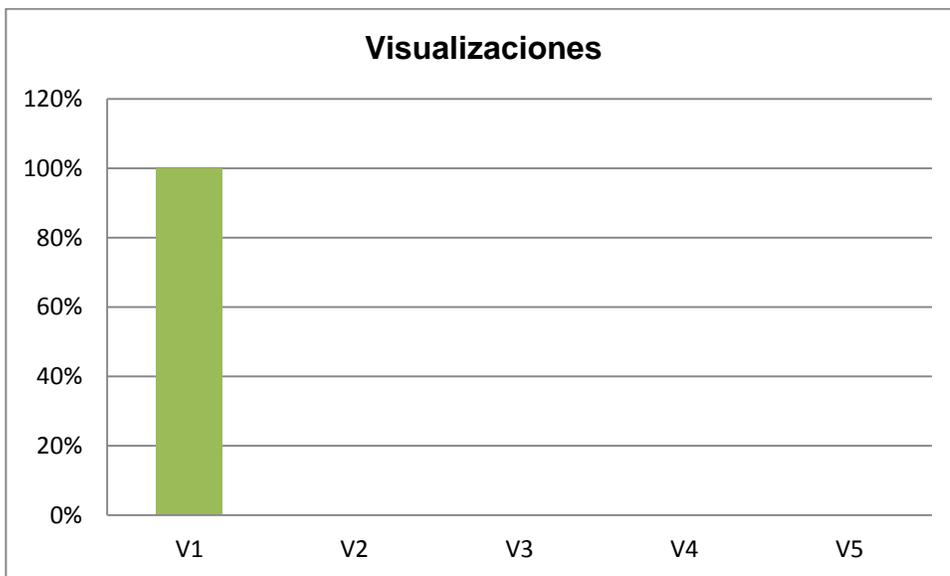
Este libro de texto corresponde a los niños y las niñas de grado Jardín y plantea únicamente 6 tareas que promueven el estudio de la geometría, de acuerdo a la gráfica 11 se observa que las tareas se presentan en su mayoría con figura imagen el 67%, figura formal el 33% y no se encuentran tareas con figuras formal.

Gráfica 11. Tipos de figura en ¡Uno, dos, tres por mí! B



Como se mencionó anteriormente este libro de texto contiene muy pocas tareas que den lugar a la actividad geométrica, las únicas tareas consideradas implican para su desarrollo el uso de la visualización en el plano V1.

Gráfica 12. Visualizaciones en ¡Uno, dos, tres por mí! B.

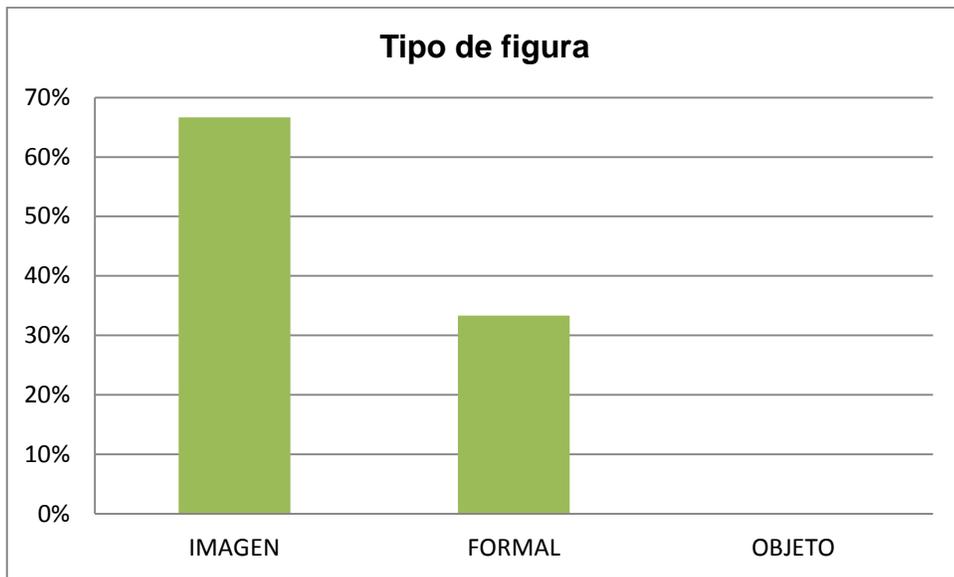


Haciendo un contraste entre los libros de grado Jardín de las editoriales Huellitas y Santillana, se puede observar que en los dos casos la representación figural sobresaliente es la figura imagen, pero ya en segundo lugar cambian las cosas figura objeto en Huellitas y figura formal en Santillana, este suceso influye en las visualizaciones presentes, así en Huellitas se destacan las visualizaciones fuera del plano sobre las del plano caso contrario en Santillana que solo moviliza la visualización V1.

3.4.6 ¡UNO, DOS, TRES POR MÍ! C. EDITORIAL SANTILLANA

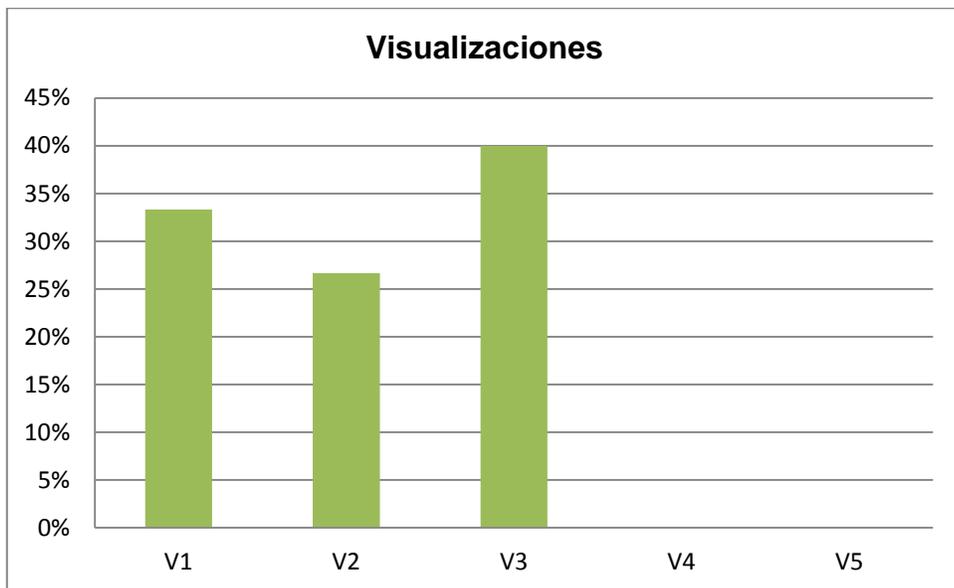
¡Uno, dos, tres por mí! C es el libro de texto de la editorial Santillana para los niños de grado transición, este texto escolar plantea 15 tareas que suscitan el estudio de la geometría. Como se puede apreciar en la gráfica 13, el 67% corresponden a figuras imagen y el 33% restante a figura formal, al igual que el anterior libro de texto no se presenta figura objeto.

Gráfica 13. Tipos de figura en ¡Uno, dos, tres por mí! C



Respecto a las visualizaciones, como se observa en la gráfica 14 solo se manejan las visualizaciones en el plano V3 con el 40%, V1 con el 33% y V2 con el 27%. Se puede resaltar nuevamente relación entre las visualizaciones V1 y V3 con las figura imagen y formal.

Gráfica 14 . Visualizaciones en ¡Uno, dos, tres por mí! C



Comparando los resultados de los textos escolares de grado transición de las dos editoriales se observa que la figura imagen es la de mayor frecuencia en los dos casos. Se destacan las visualizaciones en el plano V1 y V3 en los dos casos.

En general los textos de la Editorial Santillana proponen tareas cuyas representaciones son en su mayoría figuras imagen y formal, contrario a los textos de la editorial Huellitas que utilizan más figuras objeto e imagen respectivamente. En los libros de Santillana las imágenes formales implican para su desarrollo una visualización en el plano sobresaliendo las V1 y V3 respectivamente, en cambio en Huellitas este tipo de figura se encuentra estrechamente ligado a las visualizaciones fuera del plano V5 y V4.

3.5 VISUALIZACIÓN SEGÚN EDITORIAL

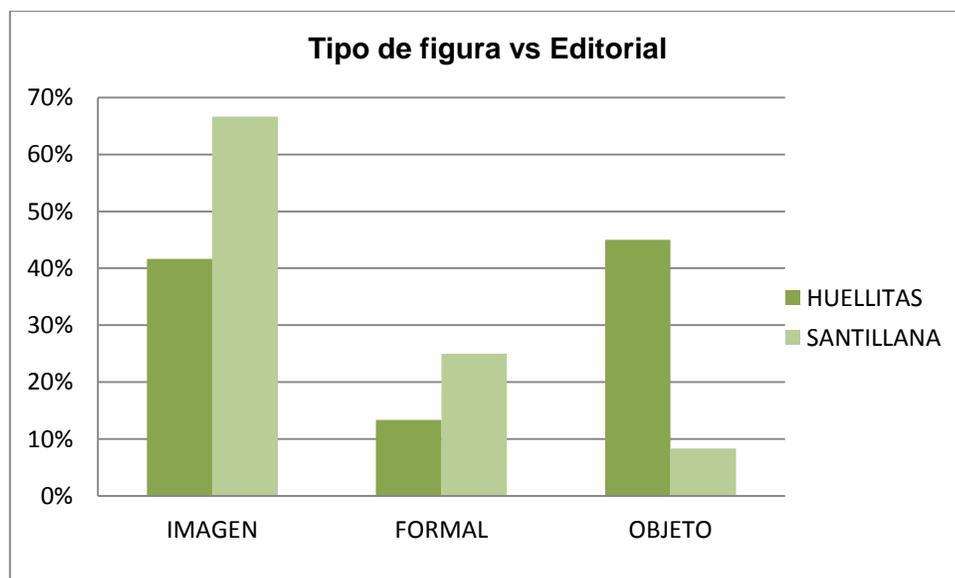
Por último se hizo un análisis comparativo de todas las tareas propuestas por la Editorial Huellitas con las tareas de la editorial Santillana, en total se consideraron 96 tareas que promueven el estudio de la geometría, sobre las cuales se analizó dos aspectos, en primer lugar el tipo de figura que sobresale en estas y las visualizaciones caracterizadas en cada editorial.

Las dos editoriales consideradas en la investigación manejan los tres tipos de representación figural. En el caso de la Editorial Huellitas como se indica en la gráfica 15, los tipos de figura de mayor frecuencia son la figura objeto con el 45% y la figura imagen con el 42% y solo con el 13 % se encuentra la figura formal. Las dos

primeras clases de figuras pertenecen a tareas con doblado de papel, rompecabezas, tangram y algunas sobre identificación de figuras geométricas.

En cuanto a la editorial Santillana se puede afirmar el manejo de menos tareas cuya representación sea figura objeto 8% y más figuras imagen 67%, ya que esta Editorial se caracteriza por presentar tareas enfocadas a la lecto-escritura de algunas letras del alfabeto y en la parte matemática se centra más en el reconocimiento de los primeros números naturales, su representación simbólica y cardinalidad, dando menos importancia al estudio de la geometría solo con tareas de reconocimiento de las figuras geométricas: cuadrado, triángulo, rectángulo y círculo, para lo cual utilizan representaciones figura formal.

Gráfica 15. Representación figural según la editorial.

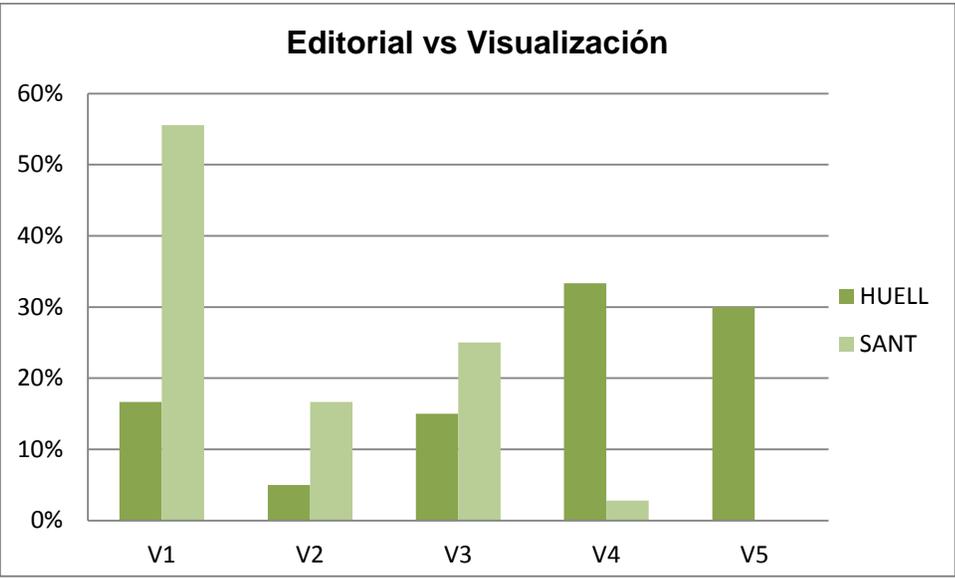


Como se describió anteriormente la estructura de los libros de texto de la Editorial Huellitas se diferencia de la organización y presentación de los libros de la

Editorial Santillana, como se observa en la gráfica 16 en los textos de la Editorial Santillana las visualizaciones que sobresalen son las visualizaciones en el plano, V1 con el 56%, V3 con el 25%, V2 con el 17% y el restante 35 corresponde a la V4, la V5 es totalmente ausente. Por el contrario y en consecuencia con las tareas propuestas a desarrollar con doblado de papel, en los libros de la Editorial Huellitas son las visualizaciones fuera del plano las de mayor frecuencia la V4 con el 33%, seguida de la V5 con el 30% y en menores porcentajes se encuentran las visualizaciones en el plano V1 con el 17%, V3 con el 15% y V2 con el 5%.

En los dos casos las visualizaciones que sobresalen V1 y V4 aunque con diferente dimensionalidad tienen en común el flujo visual lineal y la visualización que a lo largo de todo el análisis siempre presenta los menores porcentajes es la V2. Respecto a la V3 se presenta en porcentajes similares en las dos editoriales como resultado del tipo de tareas que la caracterizan.

Gráfica 16. Visualizaciones presentes en las Editoriales Huellitas y Santillana.



CONCLUSIONES

Este trabajo se caracteriza por sus aportes novedosos dentro del campo de la educación matemática y el pre-escolar, ya que trata el estudio de la visualización en los libros de texto de pre-escolar; actividad cognitiva que sustenta el estudio de la geometría en los primeros grados de la enseñanza de las matemáticas. Como tópico se consideró los capítulos donde los libros de texto de pre-escolar de mayor uso en la ciudad de Pasto promueven el estudio de la geometría.

Se asumió como marco conceptual las cinco dimensiones a través de las cuales Marmolejo y González caracterizan el estudio de la visualización asociado a las figuras geométricas bidimensionales, y que son promovidas en los libros de texto al tratar el concepto de área, a saber: operaciones visuales, cambios figurales, dimensionales y de focalización bidimensional, y flujos visuales (definidos en el apartado 1.6 y 2.5.1). La consideración, adaptación y aplicación de este marco conceptual a las tareas de geometría planteadas en los libros de pre-escolar, hizo posible el diseño de un instrumento metodológico único y original que permite caracterizar los tipos de visualización asumidos por estos libros al tratar el estudio de la geometría. En este sentido, fueron tres las categorías de análisis consideradas: flujo visual, dimensionalidad y tipo de representación figural (en el apartado 2.5 se definen y caracterizan cada una de las categorías). Así fueron seis las clases de visualización discriminadas en los libros analizados, una mitad

desarrolladas en el plano (V1, V2 y V3) y la otra mitad tanto en el plano como fuera de este (V4.1, V4.2 y V5).

Dentro del primer grupo, V1 y V2 se caracterizan por movilizar la operación traslación de unidades figurales 0D, 1D (V1) y 2D (V2), promoviéndose de esta manera el desarrollo de la motricidad fina (dibujar, pintar, escribir) del niño o niña. Además, las representaciones figurales en estas visualizaciones indican directamente la unidad figurale 0D, 1D o 2D, según sea el caso. Por su parte, V3 debido a los elementos visuales que maneja (CFBI-CFBC), conlleva a fortalecer la atención y concentración del niño en tareas donde la observación es necesaria para su desarrollo; respecto a las representaciones figurales, se caracterizan por contener configuraciones de las unidades figurales, dando lugar a un proceso de deconstrucción dimensional.

En cuanto a las visualizaciones fuera del plano: V4 y V5, se puede afirmar que se presentan en las tareas con doblado de papel, cuyo desarrollo permite al niño o niña trabajar según el tipo de operación alguna nociones de simetría y relaciones parte-todo. Las representaciones figurales se dan como configuraciones de las unidades figurales y de acuerdo a la tarea se puede dar un proceso de deconstrucción dimensional.

En cuanto a la relación visualización y grado de escolaridad se infiere que V1 presenta los porcentajes más altos en todos los grados A, B y C, pues su trabajo en el plano (2D) se presta para desarrollar las principales habilidades motoras que se busca en esta edad pre-escolar. Además, las visualizaciones con flujo visual lineal V1 y V4 son las visualizaciones

más imperantes en Pre-jardín y Jardín, contrario a V2, V3 y V5 que se presentan en tareas con un poco más de complejidad.

En las representaciones figurales se encontró que en su mayoría corresponden a figuras imagen, luego a objeto y por ultimo a formal. Por sus características la figura imagen se encuentra vinculada a las visualizaciones en el plano, contrario a las figuras objeto y formal que son características de las tareas que se realizan fuera del plano.

Contrastando las editoriales se observó una gran diferencia en cómo en el estudio de la geometría los libros de texto promueven el desarrollo de la visualización; la Editorial Santillana se caracteriza por plantear tareas que se realizan en el plano cuyo desarrollo involucra figuras imagen y con menor frecuencia las figuras formal y objeto, de ahí que la visualizaciones imperantes son las del plano y en ningún caso se presentó la V5. Por su parte, la Editorial Huellitas presenta los cinco tipos de visualización, sobresaliendo las visualizaciones fuera del plano y con ello las figuras tipo objeto, sin embargo se trabaja de forma paralela los aspectos fuera del plano y en él.

En conclusión, las cinco visualizaciones caracterizadas varían según el tipo de representación figural, grado de escolaridad y editorial; pero en todos los casos se evidencia su importancia en la actividad geométrica y la necesidad de ser incorporada en la enseñanza de la geometría desde estos niveles de educación, para “prevenir” futuros problemas con la

comprensión de algunos conceptos geométricos y por el contrario tener claridad y buen manejo de los distintos tópicos y destrezas en la actividad geométrica.

RECOMENDACIONES

Los libros de textos analizados proponen tareas que permiten el estudio de distintos tópicos geométricos asociados a las diferentes visualizaciones, sin embargo centran su atención en otros aspectos haciendo que las tareas se desarrollen de forma mecánica impidiendo el desarrollo de la capacidad analítica de los niños y las niñas.

Por ello, es necesario por parte de los autores de los manuales escolares que en las tareas propuestas brinden al estudiante espacios para que se cuestionen de los diferentes tratamientos aplicados de modo que, permitan el desarrollo de distintos procesos cognitivos como la visualización y el razonamiento, para lograr en los niños y niñas la comprensión y el aprendizaje significativo de temáticas en geometría, y se deje de lado la manera convencional que limita el estudio de la geometría a una visualización icónica con el reconocimiento de figuras geométricas según su forma.

Por otra parte, es importante que el docente de pre-escolar tenga una formación matemática más profunda, relacionada con los procesos matemáticos y no solo vinculada a los contenidos. Para el caso es necesario, que sea el docente quien inicialmente maneje los referentes teóricos en torno a la visualización y guíe de manera pertinente al estudiante en este proceso.

BIBLIOGRAFÍA

CASAS, Andrea y TRIANA, Sandra. Estado del Arte en Pedagogía de la Matemática en Niños de 3 a 7 años. Trabajo de grado Licenciado en Pedagogía Infantil. Chía: Universidad de la Sabana. Facultad de Educación, (2007).

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Matemáticas lineamientos curriculares. Santa fe de Bogotá D.C: MEN, 1998. 131 p. ISBN 958-691-067-9.

CÓRDOBA, Álvaro Raúl. Análisis semiótico de la función lineal en el álgebra de Baldor. Trabajo de grado Licenciado en matemáticas. San Juan de Pasto: Universidad de Nariño. Facultad de ciencias exactas y naturales. Departamento de matemáticas y estadística, (2008).

DUVAL, Raymond. La geometría desde un punto de vista cognitivo (1998). Traducción realizada por Víctor Hernández y Martha Villalba. [En línea]. [s.l.]. PMME-UNISON. Febrero 2001. [Citado en 8 de agosto de 2012]. Disponible en internet: <http://fractus.uson.mx/Papers/ICMI/LaGeometria.htm>

DUVAL, Raymond. Semiosis y Pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Santiago de Cali.: Traducción realizada por Myriam Vega Restrepo, Artes Gráficas Univalle, 1999. 314 p. ISBN 958-8030-23-4

FERNÁNDEZ, Edinsson y MEJÍA, María. Análisis de textos escolares para el diseño de situaciones de enseñanza. En: Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (11: 7-9, octubre: Bogotá D.C.). Memorias. Bogotá D.C.: Colegio Champagnat de Bogotá, 2011. p. 61-68.

GODINO, Juan, CAJARAVILLE, José, FERNÁNDEZ, Teresa y GONZATO, Margherita. Una aproximación ontosemiótica a la visualización en educación matemática. En: Enseñanza de las Ciencias, 30 (2), 2012. p.163-184.

GUTIÉRREZ, Ángel. Tendencias actuales de investigación en geometría y visualización. Ponencia en Encuentro de Investigación en Educación Matemática, TIEM-98. Centre de Recerca Matemàtica, Institut d'Estudis Catalans, Barcelona, 1998. P. 5-7.

GUZMAN, Lucy & INSUASTY, Ana. El papel del registro semiótico de las figuras en la construcción de los números fraccionarios desde la relación parte todo: análisis de textos escolares. Trabajo de grado Licenciado en Matemáticas. San Juan de Pasto. Universidad de Nariño. Departamento de matemáticas y estadística, (2008)

HURTADO, Andrés y ZÚÑIGA, Fanor. La función cuadrática en los textos escolares de grado noveno de la educación básica. Trabajo de grado Licenciado en educación básica con énfasis en matemáticas. Santiago de Cali: Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía, (2011).

MARMOLEJO, Gustavo. Algunos tópicos a tener en cuenta en el aprendizaje del registro semiótico de las figuras: procesos de visualización y factores de visibilidad. Tesis de maestría. Santiago de Cali: Universidad del Valle. Instituto de educación y Pedagogía, (2007).

MARMOLEJO, Gustavo. La visualización en los primeros ciclos de la educación básica. Posibilidades y complejidad. En: Revista Sigma. (2010). Vol.10, No. 2, p.10-26.

MARMOLEJO, Gustavo y GONZÁLEZ, María Teresa. Visualización en la construcción del área de superficies planas en la educación básica. Una metodología de análisis de actividades de manuales escolares de Colombia y España. En: Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (12: 6-8, octubre: Quindío, Armenia). Memorias. Armenia: Universidad del Quindío, 2011. p. 355-364.

MARMOLEJO, Gustavo y GONZÁLEZ, María Teresa. Visualización en el área de superficies planas. Elementos para el análisis de textos escolares. En: Coloquio Regional de

Matemáticas y Simposio de Estadística (11 y 1: 6-8, mayo: Nariño, Pasto). Memorias. Pasto: Universidad de Nariño, 2012.

MARMOLEJO, Gustavo y VEGA, Myriam. La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje. *Educación matemática*, (2012). Vol. 24, No. 2, p. 7-32.

MARMOLEJO, Gustavo Adolfo y GONZÁLEZ, María Teresa. Visualización en el área de regiones poligonales. Una metodología de análisis de textos escolares. *Educación Matemática*, 25(3), pp. 61-102

VÁZQUEZ, Myriam. La enseñanza de la geometría en el preescolar: estudios de caso en el Valle del Cauca Tesis. Universidad del Valle, Cali, (2011).

ANEXOS

Anexo A: Encuesta aplicada a docentes de educación pre-escolar, para indagar sobre la

N o	Profesor/ jardín	Nombre libro	Editorial	Año publicación	El libro está dividido en partes		El libro está dividido en partes ¿cuál usa?		
					si	no	1 estudiante	1 profesor	1 actividades

preferencia de los textos que siguen en su práctica pedagógica.

Anexo B:

- Instrumento de análisis adaptado

Nombre del libro										
Pág.	Dimensionalidad		Flujo visual					Tipo de representación		
	2D	3D	O	C F	C D	CFB	FV	Imagen	Objeto	Formal

- Codificación de las categorías de análisis

CATEGORÍA	CODIFICACIÓN
OPERACIONES	O
Traslación	OPT
Rotación Simétrica	OFRS
Rotación No Simétrica	OFRN
Configuración Simple	OFCS
Reconfiguración Simple	OFRCS
CAMBIO FIGURAL	CF
CAMBIOS DIMENSIONALES	CD
Cambio Dimensional Fijo	CDF
Cambio Dimensional Dinámico	CDD
CAMBIOS DE FOCALIZACIÓN BIDIMENSIONAL	CFB
Cambio De Focalización Bidimensional Intrafigural	CFBI
Cambio De Focalización Bidimensional Configural	CFBC
DIMENSIONALIDAD	D
Dimensionalidad En El Plano	2D
Dimensionalidad Fuera Del Plano	3D
FLUJO VISUAL	FV
Flujo Visual Lineal Simple	FVLS
Flujo Visual Lineal Reiterado Simple	FVLRS
Flujo Visual Lineal Reiterado Compuesto	FVLRC
Flujo Visual En Circuito	FVC
Flujo Visual Ausente	FVA

Anexo C: Tablas de frecuencia

Visualizaciones vs grado de escolaridad					
	V1	V2	V3	V4	V5
A	30%	9%	12%	36%	12%
B	37%	3%	20%	27%	13%
C	27%	15%	24%	3%	30%

Visualizaciones vs representación figural					
	V1	V2	V3	V4	V5
Imagen	46%	8%	26%	10%	10%
Formal	13%	8%	21%	13%	46%
Objeto	18%	14%	0%	59%	9%

Visualizaciones vs editorial					
	V1	V2	V3	V4	V5
Huellitas	17%	5%	15%	33%	30%
Santillana	56%	17%	25%	3%	0%

Angelitos A

Representación figural	
Imagen	16%
Formal	16%
Objeto	68%

Visualizaciones				
V1	V2	V3	V4	V5
5%	5%	5%	58%	26%

Angelitos B

Representación figural	
Imagen	48%
Formal	13%
Objeto	39%

Visualizaciones				
V1	V2	V3	V4	V5
16%	3%	19%	26%	35%

Angelitos C

Representación Figural	
Imagen	70%
Formal	10%
Objeto	20%

Visualizaciones				
V1	V2	V3	V4	V5
40%	10%	20%	10%	20%

Santillana A

Representación figurales	
Imagen	67%
Formal	13%
Objeto	20%

Visualizaciones				
V1	V2	V3	V4	V5
60%	13%	20%	7%	0%

Santillana B

Representación figurales	
Imagen	67%
Formal	33%
Objeto	0%

Visualizaciones				
V1	V2	V3	V4	V5
100%	0%	0%	0%	0%

Santillana C

Representación Figural	
Imagen	67%
Formal	33%
Objeto	0%

Visualizaciones				
V1	V2	V3	V4	V5
33%	27%	40%	0%	0%

Grados de escolaridad vs representación figural			
	A	B	C
Imagen	38%	51%	68%
Formal	15%	16%	24%
Objeto	47%	32%	8%

Editorial vs representación figural			
	Huellitas	Santillana	
Imagen	42%	67%	51%
Formal	13%	25%	18%
Objeto	45%	8%	31%