



Universidad de **Nariño**
FUNDADA EN 1904



Universidad de **Nariño**
ACREDITADA EN ALTA CALIDAD
RESOLUCIÓN MEN 000222 - ENERO 11 DE 2023



Universidad de **Nariño**



FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
TRABAJO DE GRADO



Masas de neutrinos en el modelo escotogénico

Yesid Sebastián Solarte Rodríguez
Director: Dr. Eduardo Rojas Peña



1. *Introducción*
2. *Objetivos*
3. *Modelo Escotogénico de Ma*
4. *Mecanismo de generación de masas*
5. *Reglas de Feynman*
6. *Rotación Wick*
7. *Cut-off*
8. *Matriz de masas*
9. *Espectro de masas en el sector escalar y masas físicas.*
10. *Diagonalización y autovalores*
11. *Cálculo numérico.*
12. *Conclusiones*
13. *Bibliografía*

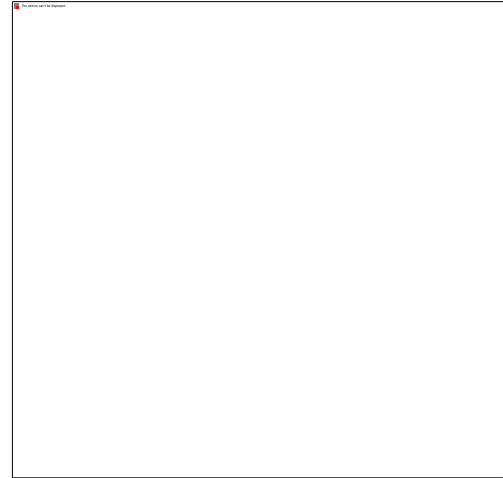


1. *Introducción*

El **Modelo Estándar** describe las interacciones electromagnéticas, débil y fuerte, siendo una teoría muy exitosa al predecir partículas como el bosón de Higgs y explicar fenómenos de altas energías. No obstante, presenta limitaciones importantes.

Modelo Escotogénico de Ma: Este busca resolver 3 incógnitas del ME.

1. ¿Cómo se genera la masa de un neutrino?
2. ¿Cuál es la naturaleza de la materia oscura?
3. ¿Por qué hay más materia que antimateria en el universo actual?



2. *Objetivos*

Objetivos generales

- Calcular las matrices de masa de los neutrinos en el marco del modelo escotogénico propuesto por Ernest Ma [8].

Objetivos específicos

- Establecer el marco teórico del modelo escotogénico de Ma, identificando sus campos y simetría.
- Identificar el diagrama a un loop responsable de la generación radiativa de masas de neutrinos.
- Evaluar las integrales asociadas al cálculo de la matriz de masas mediante regularización por corte en los momentos.
- Analizar la expresión analítica finita de la matriz de masas de neutrinos y su relevancia.



3. *Modelo Escotogénico de Ma*

Es una extensión del modelo estándar, inicialmente parte de la idea de complementar el modelo estándar con tres fermiones singlete neutros pesados

$$N_k, \quad k = e, \mu, \tau$$

con grandes masas de Majorana M_k . Adicionalmente introduce un nuevo doblete escalar

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta^+ \\ \eta^0 \end{pmatrix} \rightarrow \eta^0 = \frac{\eta_R^0 + i\eta_I^0}{\sqrt{2}}$$

Adicional a esto, se ve necesario considerar algunas condiciones

3. Modelo Escotogénico de Ma

- η y N_k son impares bajo simetría Z_2

$$\eta \rightarrow -\eta \quad ; \quad N_k \rightarrow -N_k$$

- Las simetrías prohíben que el doblete escalar η adquiriera un valor de expectación en el vacío.

$$\langle \eta \rangle = 0$$

esto además lo hace un candidato viable a materia oscura.

- La simetría prohíbe términos a nivel árbol:

$$\overline{N_k} P_L \nu_i \phi^0 \quad \rightarrow \quad \underbrace{\overline{N_k}}_{(-1)} \times \underbrace{\nu_i}_{(+1)} \times \underbrace{\phi^0}_{(+1)} = -1$$

Lo que deja la generación de masas de neutrinos a manos de una corrección cuántica a la auto-energía del neutrino.

3. Modelo Escotogénico de Ma

Se propone una lagrangiana de interacción para las nuevas partículas

$$\mathcal{L}_y = h_{ik} (\overline{N}_k P_L \nu_i \eta^0 - \overline{N}_k P_L l_i \eta^+) + h.c. ,$$

además, existe un término de masa de Majorana

$$\frac{1}{2} M_k \overline{N}_k^c N_k + h.c. ,$$

el potencial de Higgs renormalizable más general de este modelo es:

$$V = m_1^2 \Phi^\dagger \Phi + m_2^2 \eta^\dagger \eta + \frac{1}{2} \lambda_1 (\Phi^\dagger \Phi)^2 + \frac{1}{2} \lambda_2 (\eta^\dagger \eta)^2 + \lambda_3 (\Phi^\dagger \Phi) (\eta^\dagger \eta) \\ + \lambda_4 (\Phi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \Phi) + \frac{1}{2} \lambda_5 [(\Phi^\dagger \eta)^2 + h.c.] ,$$

4. Mecanismo de generación de masas

La masa de los neutrinos proviene de una corrección cuántica de primer orden al propagador de los neutrinos. La masa resultante se calcula exactamente considerando el mecanismo después de la ruptura espontánea de la simetría:

Término de interacción:

$$h_{ik} \bar{N}_k P_L \nu_i \eta^0$$

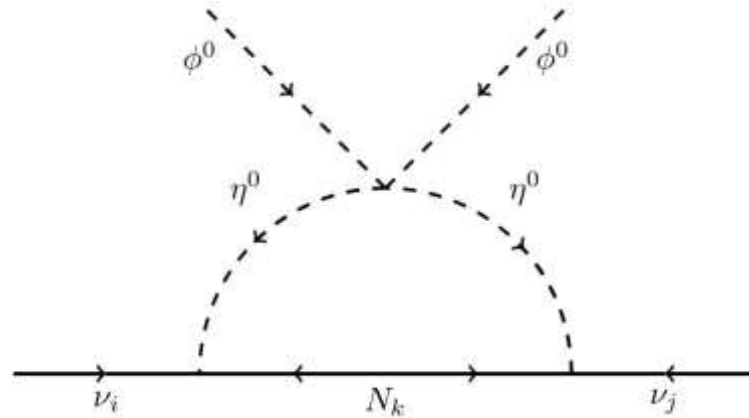


Figura 1: Mecanismo que genera masas de neutrinos



4. Mecanismo de generación de masas

Debido a que η^0 se compone de una parte real (η_R^0) e imaginaria (η_I^0), es posible dividir el diagrama en dos, representando las dos contribuciones

Término de interacción:

$$\frac{h_{ik}}{\sqrt{2}} \overline{N}_k P_L \nu_i \eta_R^0$$

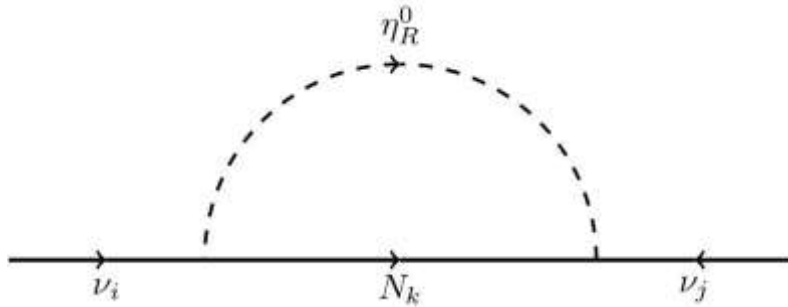


Figura 2: Contribución real.

Término de interacción:

$$\frac{h_{ik}}{\sqrt{2}} \overline{N}_k P_L \nu_i \eta_I^0$$

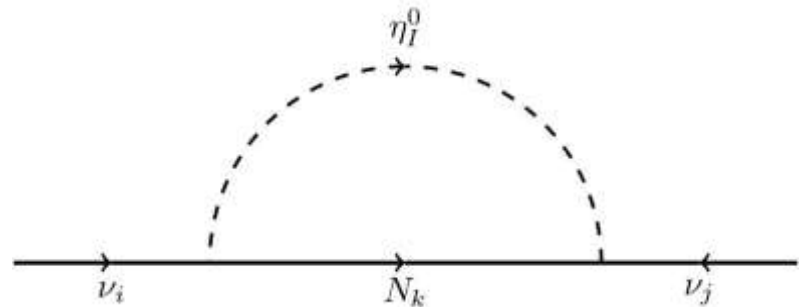


Figura 3: Contribución imaginaria.



5. Reglas de Feynmann

Aplicamos las reglas de Feynman para los diagramas anteriores

- Para vértices:

Para η_R^0

$$i \left(\frac{1}{\sqrt{2}} h_{ik} \right) P_L = \frac{i}{\sqrt{2}} h_{ik} P_L$$

Para η_I^0

$$i \left(\frac{i}{\sqrt{2}} h_{ik} \right) P_L = -\frac{1}{\sqrt{2}} h_{ik} P_L,$$

- Para propagadores:

Para N_k

$$\frac{i}{k - M_k} = \frac{i(k + M_k)}{k^2 - M_k^2},$$

Para η_R^0

$$\frac{i}{(p - k)^2 - m_R^2},$$

Para η_I^0

$$\frac{i}{(p - k)^2 - m_I^2},$$



5. Reglas de Feynmann

Recopilando la información se realiza el cálculo de la autoenergía

$$-i\Sigma_{ij}^{\nu} = \frac{1}{2} h_{ik} h_{jk} \left[\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{P_L(\not{k} + M_k) P_L}{k^2 - M_k^2} \frac{1}{(p - k)^2 - m_R^2} - \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{P_L(\not{k} + M_k) P_L}{k^2 - M_k^2} \frac{1}{(p - k)^2 - m_I^2} \right],$$

Consideremos algunas observaciones:

- El resultado debe ser válido para cualquiera que sea el momento de los neutrinos, por lo tanto podemos establecer el momento en cero sin pérdida de generalidad.
- La parte del numerador integral que es lineal en k se elimina.

$$P_L(\not{k} + M_k) P_L = M_k P_L$$

- En el momento en que $p = 0$, los efectos dinámicos relacionados con el movimiento desaparecen, y la energía de la partícula se relaciona únicamente con su masa en reposo. Por tanto, la matriz de masa $(\mathcal{M})_{ij}$ describe la masa efectiva de los neutrinos, que es independiente del momento.

5. Reglas de Feynmann

Resumiendo lo anterior

$$-i(\mathcal{M})_{ij} = \frac{1}{2} h_{ik} h_{jk} M_k \left[\underbrace{\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - M_k^2} \frac{1}{k^2 - m_R^2}}_{I_R} - \underbrace{\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - M_k^2} \frac{1}{k^2 - m_I^2}}_{I_I} \right],$$

Debido a la similitud de las integrales, basta con resolver una de ellas (I_R), para esto es necesario usar la formula de Feynman:

$$\int_0^1 \frac{dx}{(xA + (1-x)B)^2} = \frac{1}{AB}, \quad \rightarrow \quad \frac{1}{k^2 - m_R^2} \frac{1}{k^2 - M_k^2} = \int_0^1 \frac{dx}{\left(x(k^2 - m_R^2) + (1-x)(k^2 - M_k^2)\right)^2},$$

Se reescribe el denominador definiendo $\Delta_R = -x(M_k^2 - m_R^2) + M_k^2$,

$$I_R = \int_0^1 dx \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 - \Delta_R)^2},$$



6. Rotación Wick

Para estudiar la estructura de los polos de la integral es necesario introducir la denominada prescripción de Feynman $i\epsilon$ en el denominador de la integral:

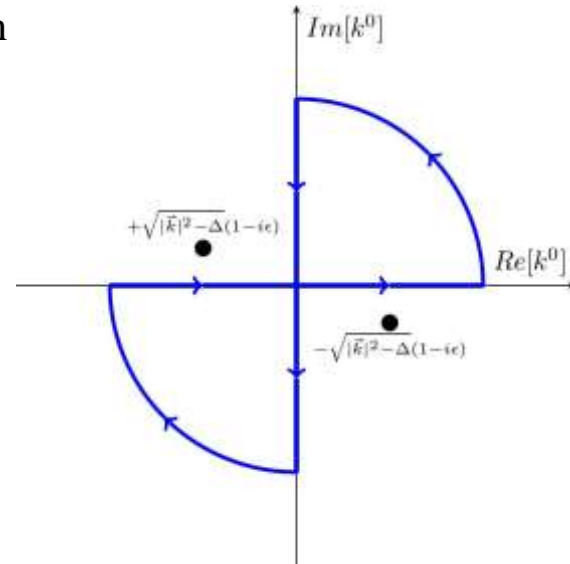
$$I_R = \int_0^1 dx \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 - \Delta_R + i\epsilon)^2},$$

De donde se sabe que $k^2 = (k^0)^2 - |\vec{k}|^2$ (métrica Lorentziana).

Se determinan los polos y se integra en un contorno bien definido:

$$\int_0^\infty dk^0 f(k^0) + \int_{C_1} dk^0 f(k^0) + \int_{i\infty}^0 dk^0 f(k^0) = 0,$$

$$\int_{-\infty}^0 dk^0 f(k^0) + \int_{C_2} dk^0 f(k^0) + \int_0^{-i\infty} dk^0 f(k^0) = 0.$$



6. Rotación Wick

Resolviendo las integrales de contorno se llega a la conclusión:

$$k^0 \rightarrow ik_E^0,$$

$$\vec{k} \rightarrow \vec{k}_E,$$

El sub índice “E” hace referencia a que se pasó de un espacio Minkowskiano a un espacio Euclídeo:

$$k^2 = (k^0)^2 - |\vec{k}|^2 \quad \rightarrow \quad k^2 = (ik_E^0)^2 - |\vec{k}_E|^2 = -(k_E^0)^2 - |\vec{k}_E|^2 = -k_E^2$$

Por lo tanto:

$$I_R = \int_0^1 dx \int \frac{id^4 k_E}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k_E^2 + \Delta_R)^2}, \quad \rightarrow \quad \Delta_R = (1-x)M_k^2 + x m_R^2,$$

En donde se tuvo en cuenta el cambio al espacio Euclídeo en el diferencial

$$d^4 k = i dk_E^0 d^3 k_E = i d^4 k_E$$



6. Rotación Wick

Se reescribe la integral en términos del ángulo sólido ($d^4k_E = k_E^3 d\Omega dk_E$):

$$I_R = \frac{i}{(2\pi)^4} \int_0^1 dx \left[\int_{\Omega} d\Omega \int_0^{\infty} k_E^3 \frac{dk_E}{(k_E^2 + \Delta_R)^2} \right],$$

El cual se determina mediante la expresión:

$$\int d\Omega_d = \frac{2\pi^{\frac{d}{2}}}{\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)} \quad \rightarrow \quad I_R = \frac{i}{8\pi^2} \int_0^1 dx \left[\int_0^{\infty} k_E^3 \frac{dk_E}{(k_E^2 + \Delta_R)^2} \right],$$

La integral en dk_E es divergente, de manera que se ve la necesidad de aplicar el método de regularización por corte (Cut-off)

7. Cut-off

Consiste en introducir un parámetro Λ (cutoff), el cuál trunca el dominio de integración. De esta manera, el límite superior de la integral pasará a ser el nuevo cut-off:

$$I_R = \frac{i}{8\pi^2} \int_0^1 dx \left[\lim_{\Lambda \rightarrow \infty} \int_0^\Lambda k_E^3 \frac{dk_E}{(k_E^2 + \Delta_R)^2} \right],$$

La solución de la integral es trivial, basta con realizar un cambio de variable, esto nos arroja:

$$I_R = \lim_{\Lambda \rightarrow \infty} \frac{i}{16\pi^2} \int_0^1 dx \left[\frac{\Delta_R}{\Lambda^2 + \Delta_R} + \ln(\Lambda^2 + \Delta_R) - 1 - \ln(\Delta_R) \right],$$



7. Cut-off

La integral I_I requiere el mismo análisis realizado hasta el momento, el resultado será semejante al de I_R salvo por $\Delta_R \rightarrow \Delta_I$, de manera que:

$$I_I = \lim_{\Lambda \rightarrow \infty} \frac{i}{16\pi^2} \int_0^1 dx \left[\frac{\Delta_I}{\Lambda^2 + \Delta_I} + \ln(\Lambda^2 + \Delta_I) - 1 - \ln(\Delta_I) \right],$$

Retomando el resultado de las integrales tenemos:

$$-i(\mathcal{M})_{ij} = \frac{1}{2} h_{ik} h_{jk} M_k [I_R - I_I],$$

$$-i(\mathcal{M})_{ij} = \lim_{\Lambda \rightarrow \infty} \frac{i h_{ik} h_{jk} M_k}{32\pi^2} \int_0^1 dx \left[\frac{\Lambda^2 (\Delta_R - \Delta_I)}{(\Lambda^2 + \Delta_R)(\Lambda^2 + \Delta_I)} + \ln \left(\frac{\Lambda^2 + \Delta_R}{\Lambda^2 + \Delta_I} \right) - \ln \left(\frac{\Delta_R}{\Delta_I} \right) \right],$$



7. Cut-off

Reorganizando:

$$(\mathcal{M})_{ij} = -\lim_{\Lambda \rightarrow \infty} \frac{h_{ik} h_{jk} M_k}{32\pi^2} \int_0^1 dx \left[\frac{\Lambda^2 (\Delta_R - \Delta_I)}{(\Lambda^2 + \Delta_R)(\Lambda^2 + \Delta_I)} + \ln \left(\frac{\Lambda^2 + \Delta_R}{\Lambda^2 + \Delta_I} \right) - \ln \left(\frac{\Delta_R}{\Delta_I} \right) \right],$$

Aplicamos el límites cuando $\Lambda \rightarrow \infty$

$$(\mathcal{M})_{ij} = -\frac{h_{ik} h_{jk} M_k}{32\pi^2} \int_0^1 dx \left[\lim_{\Lambda \rightarrow \infty} \frac{1}{\Lambda^2} \frac{(\Delta_R - \Delta_I)}{\left(1 + \frac{\Delta_R}{\Lambda^2}\right) \left(1 + \frac{\Delta_I}{\Lambda^2}\right)} + \lim_{\Lambda \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{1 + \frac{\Delta_R}{\Lambda^2}}{1 + \frac{\Delta_I}{\Lambda^2}} \right) - \ln \left(\frac{\Delta_R}{\Delta_I} \right) \right],$$

$$(\mathcal{M})_{ij} = \frac{h_{ik} h_{jk} M_k}{32\pi^2} \int_0^1 dx \ln \left(\frac{\Delta_R}{\Delta_I} \right),$$



7. Cut-off

En términos de las variables originales:

$$(\mathcal{M})_{ij} = \frac{h_{ik}h_{jk}M_k}{32\pi^2} \int_0^1 dx \ln \left(\frac{-x(M_k^2 - m_R^2) + M_k^2}{-x(M_k^2 - m_I^2) + M_k^2} \right),$$

El método de regularización por corte controla las divergencias ultravioletas imponiendo un límite en el dominio de integración mediante el parámetro Λ . Este procedimiento facilita el cálculo de integrales divergentes y permite evidenciar cancelaciones físicas, como la desaparición de divergencias al combinar I_R e I_I .

8. Matriz de masas

La integral en dx resulta fácil de calcular, basta con separar el logaritmo en dos y haciendo un cambio de variable, obteniendo así:

$$\int_0^1 dx \ln(-x(M_k^2 - m_R^2) + M_k^2) = \frac{-m_R^2}{(M_k^2 - m_R^2)} \ln\left(\frac{m_R^2}{M_k^2}\right) + \ln(-M_k^2) - 1,$$

$$\int_0^1 dx \ln(-x(M_k^2 - m_I^2) + M_k^2) = \frac{-m_I^2}{(M_k^2 - m_I^2)} \ln\left(\frac{m_I^2}{M_k^2}\right) + \ln(-M_k^2) - 1,$$

Reemplazando estos resultados y haciendo simplificaciones se obtiene la deseada matriz de masa, la cual coincide con los cálculos de Ernest Ma [7]

$$(\mathcal{M})_{ij} = \sum_k \frac{h_{ik}h_{jk}M_k}{32\pi^2} \left[\frac{m_R^2}{m_R^2 - M_k^2} \ln\left(\frac{m_R^2}{M_k^2}\right) - \frac{m_I^2}{m_I^2 - M_k^2} \ln\left(\frac{m_I^2}{M_k^2}\right) \right].$$

9. Espectro de masas en el sector escalar y masas físicas.

Consiste en expandir el potencial renormalizable de Higgs

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta^+ \\ \frac{\eta_R^0 + i\eta_I^0}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \frac{v+h+iA}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$



$$V = m_1^2 \Phi^\dagger \Phi + m_2^2 \eta^\dagger \eta + \frac{1}{2} \lambda_1 (\Phi^\dagger \Phi)^2 + \frac{1}{2} \lambda_2 (\eta^\dagger \eta)^2 + \lambda_3 (\Phi^\dagger \Phi) (\eta^\dagger \eta) + \lambda_4 (\Phi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \Phi) + \frac{1}{2} \lambda_5 [(\Phi^\dagger \eta)^2 + h.c.],$$



9. Espectro de masas en el sector escalar y masas físicas.

Obteniendo así

$$m^2(\eta_I^0) = m_I^2 = m_2^2 + \frac{1}{2}(\lambda_3 + \lambda_4 - \lambda_5)v^2,$$

$$m^2(\eta_R^0) = m_R^2 = m_2^2 + \frac{1}{2}(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)v^2.$$

De donde se destaca las siguientes observaciones:

- m_2^2 representa la masa intrínseca del doblete inerte η .
- $\lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$ provienen de la interacción entre η y el Higgs, luego de EWSB.
- El acoplamiento λ_5 rompe la degeneración entre η_R^0 y η_I^0 . Esa pequeña diferencia de masas es esencial, puesto que, suponiendo que $\lambda_5 = 0 \rightarrow m_R^2 = m_I^2$, y por tanto:

$$(\mathcal{M})_{ij} = \sum_k \frac{h_{ik}h_{jk}M_k}{32\pi^2} \left[\frac{m_R^2}{m_R^2 - M_k^2} \ln\left(\frac{m_R^2}{M_k^2}\right) - \frac{m_I^2}{m_I^2 - M_k^2} \ln\left(\frac{m_I^2}{M_k^2}\right) \right] = 0$$

mostrando que sin esta diferencia, desaparece el mecanismo de generación de masas



9. Espectro de masas en el sector escalar y masas físicas.

Bajo la condición $m_R, m_I \ll M_k$ reescribimos la matriz de masas a una aproximación

$$Z = \frac{m_R^2 + m_I^2}{2} \quad \rightarrow \quad \text{Definiendo así las cantidades pequeñas:}$$
$$\epsilon = m_I^2 - m_R^2 = -\lambda_5 v^2, \quad \tilde{\epsilon} = \frac{\epsilon}{M_k^2}, \quad \tilde{z} = \frac{z}{M_k^2}$$

Permitiendo la expansión:

$$(\mathcal{M})_{ij} \approx \sum_k \frac{h_{ik} h_{jk} M_k}{32\pi^2} \left[(\ln(\tilde{z}) + 1) \tilde{\epsilon} - \frac{\tilde{\epsilon}^3}{24\tilde{z}^2} - \frac{\tilde{\epsilon}^5}{320\tilde{z}^4} + \dots \right]$$



9. Espectro de masas en el sector escalar y masas físicas.

Obteniendo:

$$(\mathcal{M})_{ij} \approx \sum_k \frac{h_{ik} h_{jk} \lambda_5 v^2}{32\pi^2 M_k} \left[\ln \left(\frac{2M_k^2}{m_R^2 + m_I^2} \right) - 1 \right],$$

10. Diagonalización y autovalores

Para expresar las masas físicas de los neutrinos, diagonalizamos la matriz de masas mediante la reescritura de los acoplamientos de Yukawa

$$\sum_{i,j} h_{ki}^{-1} (\mathcal{M})_{ij} (h^T)_{jl}^{-1} \approx \frac{\lambda_5 v^2}{32\pi^2 M_l} \left[\ln \left(\frac{2M_l^2}{m_R^2 + m_I^2} \right) - 1 \right] \delta_{kl}$$

permitiéndome realizar el cambio de base desde los estados de sabor, hacia la base de masas.

10. Diagonalización y autovalores

Expresado matricialmente:

$$\sum_{i,j} h_{ki}^{-1} (\mathcal{M})_{ij} (h^T)^{-1}_{jl} = \frac{\lambda_5 v^2}{32\pi^2} \begin{pmatrix} \frac{1}{M_1} \left[\ln \left(\frac{2M_1^2}{m_R^2 + m_I^2} \right) - 1 \right] & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{M_2} \left[\ln \left(\frac{2M_2^2}{m_R^2 + m_I^2} \right) - 1 \right] & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{M_3} \left[\ln \left(\frac{2M_3^2}{m_R^2 + m_I^2} \right) - 1 \right] \end{pmatrix}$$

Además se debe garantizar que $\det(h) = \pm 1$, lo que me permite calcular los autovalores:

$$m_1 = \frac{\lambda_5 v^2}{32\pi^2 M_1} \left[\ln \left(\frac{2M_1^2}{m_R^2 + m_I^2} \right) - 1 \right], \quad 1 = e,$$

$$m_2 = \frac{\lambda_5 v^2}{32\pi^2 M_2} \left[\ln \left(\frac{2M_2^2}{m_R^2 + m_I^2} \right) - 1 \right], \quad 2 = \mu,$$

$$m_3 = \frac{\lambda_5 v^2}{32\pi^2 M_3} \left[\ln \left(\frac{2M_3^2}{m_R^2 + m_I^2} \right) - 1 \right], \quad 3 = \tau.$$



10. *Diagonalización y autovalores*

En general:

$$m_k = \frac{\lambda_5 v^2}{32\pi^2 M_k} \left[\ln \left(\frac{2M_k^2}{m_R^2 + m_I^2} \right) - 1 \right] \quad ;k = 1,2,3.$$

De donde se hace la observación:

$$m_k \propto \frac{v^2}{M_k}$$

Lo que recuerda directamente al **mecanismo seesaw tipo I**, a pesar de tener orígenes distintos

11. Cálculo numérico

Para un cálculo numérico es necesario considerar los siguientes valores:

Variable	Valor típico	Unidades	Origen
δm_{21}^2	7.39×10^{-5}	eV ²	Resultado del experimento KamLAND [1].
δm_{31}^2	2.528×10^{-3}	eV ²	Datos combinados de los experimentos Daya Bay, RENO y Double Chooz [2].
v	246	GeV	Valor esperado del Higgs en el vacío (VEV).
λ_5	1×10^{-6}	Adimensional	Acoplamiento del término $\lambda_5(\Phi^\dagger\eta)^2$ en el potencial escalar.
m_R	≈ 400	GeV	Valor hipotético utilizado para la estimación numérica.
m_I	≈ 400	GeV	Valor hipotético utilizado para la estimación numérica.

11. Cálculo numérico

A manera de ejemplo, se supone el valor de $m_1 = 1 \times 10^{-12} \text{GeV}$ y se derivan los demás:

$$1 \times 10^{-12} \text{GeV} = \frac{\lambda_5 v^2}{32\pi^2 M_1} \left[\ln \left(\frac{2M_1^2}{m_R^2 + m_I^2} \right) - 1 \right],$$

$$8.65 \times 10^{-12} \text{GeV} = \frac{\lambda_5 v^2}{32\pi^2 M_2} \left[\ln \left(\frac{2M_2^2}{m_R^2 + m_I^2} \right) - 1 \right],$$

$$5.03 \times 10^{-11} \text{GeV} = \frac{\lambda_5 v^2}{32\pi^2 M_3} \left[\ln \left(\frac{2M_3^2}{m_R^2 + m_I^2} \right) - 1 \right],$$

Empleando Mathematica se logró determinar las masas M_k . Así se obtuvo:

$$M_1 \approx 6.15 \times 10^9 \text{GeV}$$

$$M_2 \approx 6.08 \times 10^8 \text{GeV}$$

$$M_3 \approx 9.01 \times 10^7 \text{GeV}$$



12. Conclusiones

- Se verificó que las masas de los neutrinos ligeros se generan únicamente mediante correcciones radiativas a un loop, sin términos de masa a nivel árbol.
- Se obtuvo analíticamente la matriz de masas de los neutrinos en concordancia con el modelo escotogénico de Ernest Ma.
- La diferencia de masas $m_L^2 - m_R^2 = -\lambda_5 v^2$ es esencial para evitar la cancelación de las contribuciones radiativas y surge naturalmente del potencial renormalizable del modelo. La estructura de la matriz de masas conserva una similitud con los mecanismos tipo seesaw tradicionales $\left(\frac{v^2}{M_k}\right)$
- Los cálculos numéricos realizados permiten obtener una estimación del orden de magnitud esperado para las masas involucradas; sin embargo, no constituyen una predicción precisa debido a la presencia de múltiples parámetros libres dentro del modelo, cuyos valores pueden modificar significativamente los resultados finales.
- Como conclusión principal, la pequeñez de las masas de los neutrinos izquierdos puede entenderse como consecuencia de la existencia de grandes masas de Majorana.
- Las escalas de energía del modelo exceden las capacidades experimentales actuales, dificultando su validación o descarte directo.



13. *Bibliografía*

- S. Abe, T. Ebihara, S. Enomoto, K. Furuno, Y. Gando, K. Ichimura, et al. Precision measurement of neutrino oscillation parameters with kamland. *Physical Review Letters*, 100(22):221803, 2008.
- F. P. An et al. The Detector System of The Daya Bay Reactor Neutrino Experiment. *Nucl. Instrum. Meth. A*, 811:133–161, 2016.
- Riccardo Barbieri, Lawrence J. Hall, and Vyacheslav S. Rychkov. Improved naturalness with a heavy Higgs boson: An alternative road to LHC physics. 2006.
- Richard H. Benavides, Yithsbey Giraldo, Luis Muñoz, William A. Ponce, and Eduardo Ro-jas. Five Texture Zeros for Dirac Neutrino Mass Matrices. *J. Phys. G*, 47(11):115002, 2020.
- Paul A. M. Dirac. The quantum theory of the electron. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 117:610–624, 1928.
- R. P. Feynman. Relativistic cutoff for quantum electrodynamics. *Physical Review*, 74:1430–1438, 1948.M.



13. *Bibliografía*

- Fukugita and T. Yanagida. Baryogenesis without grand unification. *Physics Letters B*, 174:45, 1986.
- Murray Gell-Mann, Pierre Ramond, and Richard Slansky. Complex spinors and unified theories. In P. van Nieuwenhuizen and D. Z. Freedman, editors, *Supergravity*, page 315. North-Holland, Amsterdam, 1979.
- Carlo Giunti and Chung W. Kim. *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*. Oxford University Press, Oxford, UK, 2007. 1st Edition.
- V. A. Kuzmin, V. A. Rubakov, and M. E. Shaposhnikov. On anomalous electroweak baryon-number nonconservation in the early universe. *Physics Letters B*, 155B:36, 1985.
- Ernest Ma. Verifiable radiative seesaw mechanism of neutrino mass and dark matter. *Physical Review D*, 73:077301, 2006.
- R. N. Mohapatra and G. Senjanovic. Neutrino mass and spontaneous parity nonconservation. *Physical Review Letters*, 44:912, 1980
- Lewis H. Ryder. *Quantum Field Theory*. Cambridge University Press, 2nd edition, 1996.



13. *Bibliografía*

- Julian S. Schwinger. On quantum electrodynamics and the magnetic moment of the electron. *Physical Review*, 73:416–417, 1948.
- Sin-Itiro Tomonaga and J. Robert Oppenheimer. On infinite field reactions in quantum fieldtheory. *Physical Review*, 74:224–225, 1948.
- Steven Weinberg. Baryon and lepton nonconserving processes. *Physical Review Letters*,43:1566, 1979.
- Tsutomu Yanagida. Horizontal symmetry and masses of neutrinos. In O. Sawada and A. Sugamoto, editors, *Proceedings of the Workshop on the Unified Theory and the Baryon Number in the Universe*, KEK Report No. 79-18, page 95, Tsukuba, Japan, 1979. KEK.
- Merle, A., & Platscher, M. (2015). Running of radiative neutrino masses: the scotogenic model — revisited. *Journal of High Energy Physics*, 2015(11), 1-45.



Primer posible pregunta

$$h_{ki}^{-1} (\mathcal{M})_{ij} (h^T)_{jl}^{-1} \approx D_{kl}.$$

$$h^{-1} (\mathcal{M}) (h^T)^{-1} \approx D$$

$$\det (h^{-1} (\mathcal{M}) (h^T)^{-1}) \approx \det(D).$$

$$\det (h^{-1}) \det (\mathcal{M}) \det ((h^T)^{-1}) \approx \det(D).$$

donde se sabe que $\det (h^{-1}) = \det ((h^T)^{-1})$, de manera que

$$\det (\mathcal{M}) \det (h^{-1})^2 \approx \det(D).$$

$$\frac{\det (\mathcal{M})}{\det (h)^2} \approx \det(D).$$

$$\det (\mathcal{M}) \approx \det(D) \det (h)^2$$

donde se debe cumplir $\det (h) = \pm 1$



Segunda posible pregunta

$$|\bar{c}| < |\bar{z}|$$

$$\left| \frac{c}{M_k^2} \right| < \left| \frac{z}{M_k^2} \right|$$

$$|c| < |z|$$

$$|m_I^2 - m_R^2| < \left| \frac{m_I^2 + m_R^2}{2} \right|$$

$$|-\lambda_5 v^2| < \left| m_2^2 + \frac{1}{2} (\lambda_3 + \lambda_4) v^2 \right|$$

$$\lambda_5 v^2 < m_2^2 + \frac{1}{2} (\lambda_3 + \lambda_4) v^2$$