



Universidad de Nariño
FUNDADA EN 1904



Universidad de Nariño
ACREDITADA EN ALTA CALIDAD
RESOLUCIÓN MEN 000022 - ENERO 11 DE 2023





UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
TRABAJO DE GRADO

Caracterización de estrellas tipo pulsante y solar mediante el uso de técnicas de Astrosismología

Eddy Anthony Cruz Portilla

Directora: Karla Patricia Reyes Sánchez



Índice

1. Introdução
2. Planteamiento del problema y objetivos
3. Introdução a la Astrosismología y las estrellas
4. Oscilaciones estelares
5. Estrellas pulsantes y de tipo solar
7. Técnicas de análisis de datos observacionales
8. Metodología
9. Resultados
10. Análisis de resultados
11. Conclusiones
12. Referencias



1. Introducción

“Parece que el interior del Sol y las estrellas es menos accesible a la investigación científica que cualquier otra región del universo.

Nuestros telescopios pueden sondear cada vez más profundamente en las profundidades del espacio; pero ¿cómo podemos obtener un conocimiento certero de aquello que está oculto detrás de barreras sustanciales?

¿Qué aparato puede penetrar a través de las capas exteriores de una estrella y comprobar las condiciones en su interior?”



Figura 1. Antenas ALMA bajo la Vía Láctea. Imagen obtenida de: [1]

☀ **Arthur Eddington**

The Internal Constitution of the Stars (1926)



La Astrosismología

Para responder a la pregunta de Eddington, la astrofísica moderna, contempla la Astrosismología como una de sus herramientas principales.

Esta disciplina permite sondear el interior de las estrellas mediante el estudio de sus oscilaciones intrínsecas [6]

Así como los geólogos escuchan los terremotos para mapear el núcleo de nuestro planeta, nosotros “escuchamos” las vibraciones naturales de las estrellas para ver a través de sus capas superficiales y revelar su composición interna.



Figura 2. Sismógrafo registrando ondas sísmicas terrestres. Imagen obtenida de: [2]





2. Planteamiento del problema

¿Cómo se puede caracterizar y entender la estructura interna de las estrellas a través del estudio de sus oscilaciones utilizando datos observacionales, y cómo estas oscilaciones proporcionan información sobre densidad, composición química y edad?

Objetivo general

Introducir la Astrosismología mediante el estudio de las oscilaciones estelares.

Objetivos específicos

3

- Realizar una revisión de la literatura existente sobre la Astrosismología.
- Implementar un software capaz de analizar la variabilidad estelar a lo largo del tiempo.
- Analizar las oscilaciones estelares en una estrella no solar y una estrella de tipo solar.
- Estudiar las frecuencias de pulsaciones de las estrellas.





3. Introducción a las estrellas y la Astrosismología

- Equilibrio Hidrostático

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM_r\rho}{r^2} \quad (1)$$

- Conservación de la Masa

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad (2)$$

- Generación de Energía

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \epsilon \quad (3)$$

- Transporte Radiativo

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3\kappa\rho L_r}{16\pi a c r^2 T^3} \quad (4)$$

- Transporte Convectivo

El transporte de energía ocurre mediante el movimiento de masas de plasma cuando el gradiente térmico es muy elevado.

La estructura estelar define la estabilidad y el tipo de oscilación que la estrella presentará.

Evolución Estelar

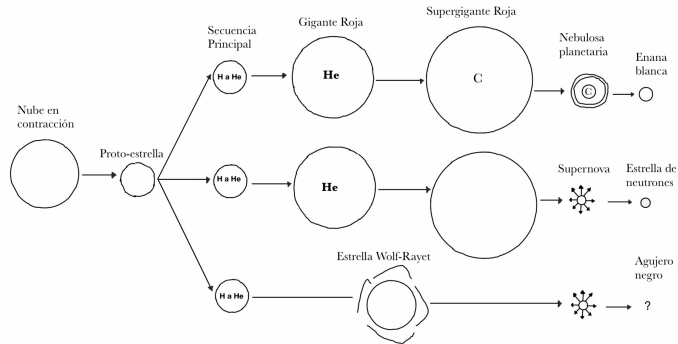


Figura 3: Esquema evolutivo de una estrella. Se ilustra los tres posibles caminos de una estrella tomando en consideración la masa inicial con la que se originó. Adaptada de: [3]



Clasificación Estelar

Para estudiar la diversidad de las estrellas, se han desarrollado sistemas que permiten agruparlas en función de sus características observables.

- Ley de Stefan-Boltzmann

$$F_{Bol} = \sigma T_{eff}^4 \quad (5)$$

- Luminosidad y temperatura efectiva

$$L = 4\pi(R^2\sigma)T_{eff}^4 \quad (6)$$

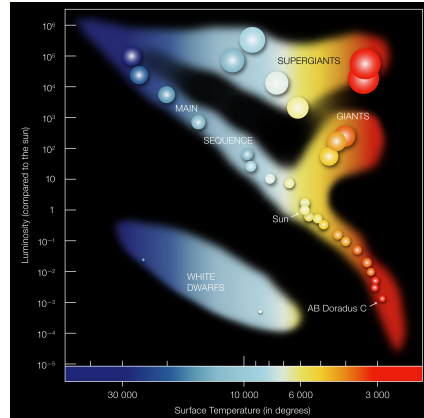


Figura 4: Diagrama H-R. Obtenido de: [4]

Caracterización Estelar

- **Fotometría:**

Técnica empleada para medir el brillo aparente y la variabilidad de una estrella mediante el uso de filtros ópticos.

- **Astrometría:**

Permite determinar con gran precisión las posiciones y movimientos estelares principalmente a través del método del paralaje.

- **Espectroscopía:**

Se centra en estudiar la composición química, física interna y dinámica de los astros mediante la dispersión de la luz en distintas longitudes de onda.

- **Astrosismología:**

Estudia las oscilaciones internas de las estrellas, analizando variaciones en su brillo para revelar su estructura interna, características y procesos evolutivos.



Historia de la Astrosismología

- **Siglo V A.C (Grecia):** los Pitagóricos (Grecia).
- **1571 - 1630:** Johannes Kepler.
- **1596:** David Fabricius.
- **1786:** William Herschel.
- **1890 - 1910:** Asociaciones astronómicas (BAA, AAVSO).
- **1907 - 1915:** Fotómetro de Selenio y celda fotoeléctrica.
- **1986:** Donald Kurtz
- **Siglo XXI:** Más de 40,000 estrellas variables catalogadas.

Desde el espacio

- **MOST:**
Primera misión astrosísmica. Observó más de 850 estrellas (180 variables).
- **CoRoT:**
Misión de la ESA para exploración de exoplanetas y astrosismología.
- **Kepler:**
Misión de la NASA; su objetivo principal fue la exploración de exoplanetas.
- **TESS:**
Monitoreó +200,000 estrellas y 1,900 candidatos a exoplanetas.



4. Oscilaciones estelares

Para una perturbación escalar Ψ se tiene:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - c_s^2 \nabla^2 \Psi = 0 \quad (7)$$

- Caso Unidimensional:

$$\Psi(x, t) = A_k \sin(K_x X) \cos(\omega_k t) \quad (8)$$

$$K_x = \frac{n\pi}{L} \quad (9)$$

$$\nu_k = \frac{\omega_k}{2\pi} = \frac{K c_s}{2L} \quad (10)$$

- Caso Tridimensional:

$$\xi_r(r, \theta, \phi, t) = a(r) Y_l^m(\theta, \phi) e^{-i2\pi\nu t} \quad (11)$$

$$\xi_\theta(r, \theta, \phi, t) = b(r) \frac{\partial Y_l^m(\theta, \phi)}{\partial \theta} e^{-i2\pi\nu t} \quad (12)$$

$$\xi_\phi(r, \theta, \phi, t) = \frac{c(r)}{\sin \theta} \frac{\partial Y_l^m(\theta, \phi)}{\partial \phi} e^{-i2\pi\nu t} \quad (13)$$

$$Y_l^m(\theta, \phi) = (-1)^m \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi} \quad (14)$$

donde,

$$P_l^m(\cos \theta) = \frac{(-1)^m}{2^l l!} (1 - \cos^2 \theta)^{\frac{m}{2}} \frac{d^{l+m}}{d(\cos \theta)^{l+m}} (\cos^2 \theta - 1)^l \quad (15)$$

Modos de oscilación

- **n (Orden del modo):** indica el número de nodos radiales.
- **l (Grado del modo):** indica el número de líneas que dividen la superficie estelar para oscilar en fases opuestas.
- **m (Grado azimutal):** indica cuántos nodos superficiales de "l" son líneas de longitud.

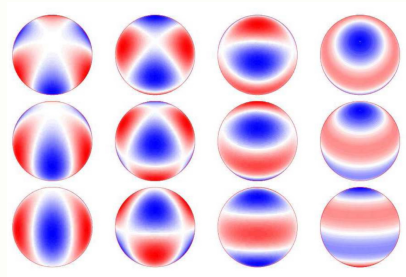


Figura 4: Modos no-radiales de oscilación donde $l = 3$. Las filas indican modos con distintos ángulos de inclinación: 30 grados, 60 grados y 90 grados, para la primera, segunda y tercera fila. Se muestran de izquierda a derecha los modos azimutales, con un comportamiento de decrecimiento 1 ($m = 3$) hasta ser cero en la columna 4. Obtenida de: [5]

Oscilaciones no radiales

- **Modos de presión (P):** este tipo de ondas son movimientos verticales de gas principalmente.
- **Modos de gravedad (g):** están localizados en menores frecuencias. Se propagan en regiones radiactivas de la estrella debido a su naturaleza.
- **Modos mixtos:** pueden propagarse como ondas tanto en regiones convectivas y radiactivas.

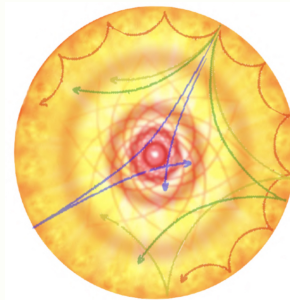


Figura 5: Representación del interior solar con las zonas radiativa y convectiva. Se ilustra la dinámica de la propagación de los diversos modos de oscilación en una estrella no radial como el Sol. Obtenida de: [6]



4. Estrellas Pulsantes

Franja de inestabilidad clásica:

- Cefeidas clásicas y de tipo II.
- Estrellas RR Lyrae.
- Estrellas δ Scuti.
- Estrellas SX Phoenixis.

Estrellas pulsantes azules:

- Estrellas β Cephei.
- Estrellas SPB.
- Estrellas γ Doradus.

Variables de largo periodo:

- Variables Mira.
- Variables Semirregulares.

Estrellas pulsantes compactas:

- Enana blancas variables.
- Estrellas subenanas variables (sdBV).

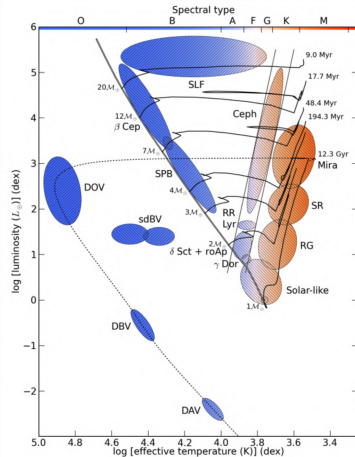


Figura 5: Diagrama H-R en estrellas pulsantes.
Obtenida de: [7]

Estrellas Pulsantes y sus propiedades características

Class name adopted here	Other names in the literature	Mode Type	Period Ranges	Amplitudes (brightness)	Amplitudes (velocity)	$\log T_{\text{eff}}$ (K) approx. range	$\log L/L_{\odot}$ approx. range
Solar-like pulsator	main sequence	p	3 to 10 min	few ppm	$< 50 \text{ cm s}^{-1}$	[3.70, 3.82]	[−0.5, 1.0]
	red giants	p	few hours	few 10 ppm	$\text{few } \text{m s}^{-1}$	[3.65, 3.70]	[−0.5, 2.0]
γ Dor	slowly pulsating F	g	8 h to 5 d	$< 50 \text{ mmag}$	$< 5 \text{ km s}^{-1}$	[3.83, 3.90]	[0.7, 1.1]
δ Sct	SX Phe (Pop. II)	p	15 min to 8 h	$< 0.3 \text{ mag}$	$< 10 \text{ km s}^{-1}$	[3.82, 3.95]	[0.6, 2.0]
roAp	—	p	5 to 22 min	$< 10 \text{ mmag}$	$< 10 \text{ km s}^{-1}$	[3.82, 3.93]	[0.8, 1.5]
SPB	53 Per	g	0.5 to 5 d	$< 50 \text{ mmag}$	$< 15 \text{ km s}^{-1}$	[4.05, 4.35]	[2.0, 4.0]
β Cep	β CMa, ζ Oph (SpT O)	p&g	1 to 12 h (p)	$< 0.1 \text{ mag}$	$< 20 \text{ km s}^{-1}$	[4.25, 4.50]	[3.2, 5.0]
	53 Per		few days (g)	$< 0.01 \text{ mag}$	$< 10 \text{ km s}^{-1}$		
pulsating Be	λ Eri, SPBe	p&g	0.1 to 5 d	$< 20 \text{ mmag}$	$< 20 \text{ km s}^{-1}$	[4.05, 4.50]	[2.0, 5.0]
pre-MS pulsator	pulsating T Tauri	p	1 to 8 h	$< 5 \text{ mmag}$			
	pulsating Herbig Ae/Be	p	1 to 8 h	$< 5 \text{ mmag}$			
	pulsating T Tauri	g	8 h to 5 d	$< 5 \text{ mmag}$			
p-mode sdBV	EC14026, V361 Hya	p	80 to 800 s	$< 0.1 \text{ mag}$		[4.20, 4.50]	[1.2, 2.2]
g-mode sdBV	PG1716+426, Betsy star, lpsdBV	g	0.5 to 3 h	$< 0.01 \text{ mag}$		[4.40, 4.60]	[1.2, 2.6]
PNNV	ZZ Lep, [WCE]	g	5 h to 5 d	$< 0.3 \text{ mag}$			
GW Vir	DOV, PG1159	g	5 to 80 min	$< 0.2 \text{ mag}$		[4.80, 5.10]	[1.5, 3.5]
DBV	V777 Her	g	2 to 16 min	$< 0.2 \text{ mag}$		[4.40, 4.60]	[−1.0, 0.7]
DAV	ZZ Ceti	g	0.5 to 25 min	$< 0.2 \text{ mag}$		[3.95, 4.15]	[−2.6, −2.2]

Figura 7: Tabla de estrellas pulsantes implementadas como apoyo para la clasificación de Star1 y Star2



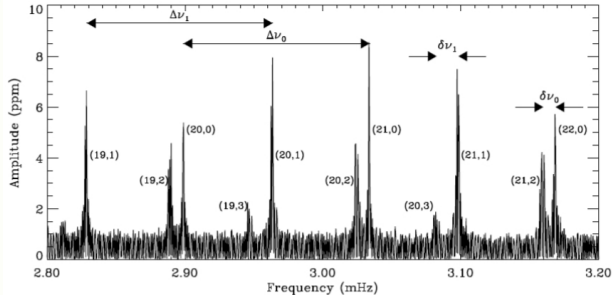


Figura 6: Separación de frecuencias en estrellas de tipo solar.
Obtenida de: [8]

Estrellas de tipo solar

13

- Abundancia de picos espectrales.
- Concentración notable en torno a 3 mHz.
- Oscilaciones excitadas de forma estocástica.
- Modos de oscilación con disipaciones temporales.
- Reactivaciones cíclicas.

$$\nu_{nl} \approx \Delta\nu \left(n + \frac{l}{2} + \epsilon \right) \quad (14)$$



- Gran separación de frecuencias:

$$\Delta\nu_{n,l} = \nu_{n+1,l} - \nu_{n,l} \quad (15)$$

- Pequeña separación de frecuencias:

$$\delta\nu_{n,l} = \nu_{n,l} - \nu_{n-1,l+2} \quad (16)$$

- Relaciones de escala sísmica:

$$\frac{R}{R_{\odot}} = \left(\frac{\nu_{\text{máx}}}{\nu_{\text{máx},\odot}} \right) \cdot \left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{\odot}} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{T_{\text{eff}}}{5777 \text{ K}} \right)^{1/2} \quad (17)$$

$$\frac{M}{M_{\odot}} = \left(\frac{R}{R_{\odot}} \right)^3 \cdot \left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{\odot}} \right)^2 \quad (18)$$

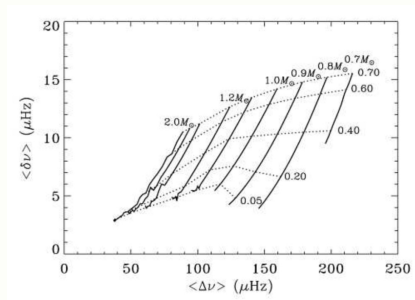


Figura 7: Diagrama de Christensen-Dalgaard. Obtenida de: [8]



7. Técnicas de análisis

La transformada de Fourier de una función $f(t)$ se define como:

$$F(\nu) := \mathcal{F}(f(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-2\pi i \nu t} dt \quad (19)$$

$$\text{DFT}_N(\nu) := \sum_{j=1}^N X(t_j) e^{-2\pi i \nu t_j} \quad (20)$$

La transformada de Fourier de la función ventana $W_n(\nu)$, se escribe como:

$$W_N(\nu) := \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{-2\pi i \nu t_j} \quad (21)$$

$$\text{DFT}_N/N = F(\nu) * W_N(\nu) \quad (22)$$

- **Periodograma clásico:**

$$P_N(\nu) := \frac{1}{N} |\text{DFT}_N(\nu)|^2 \quad (23)$$

- **Periodograma de Lomb-Scargle:**

$$P_N(\nu) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{(XC)^2}{CC} + \frac{(XS)^2}{SS} \right\} \quad (24)$$

$$\begin{cases} CC \equiv \sum_{j=1}^N \cos^2[2\pi\nu(t_j - \tau)], & SS \equiv \sum_{j=1}^N \sin^2[2\pi\nu(t_j - \tau)] \\ XC \equiv \sum_{j=1}^N X_j \cos[2\pi\nu(t_j - \tau)], & XS \equiv \sum_{j=1}^N X_j \sin[2\pi\nu(t_j - \tau)] \end{cases} \quad (25)$$

Criterios de significancia

Resulta imperativo establecer un criterio de parada para discernir si un pico en una frecuencia determinada mantiene su relevancia:

- Determinar la señal (S)
- Evaluar el ruido (N)

Búsqueda de múltiples periodos

- Identificación de frecuencias
- Ajuste paramétrico:

$$Z + \sum A_i \sin(2\pi\nu_i t + \phi_i) \quad (26)$$

- Eliminación de componentes:

$$\text{Datos}_{\text{res}} = \text{Datos}_{\text{orig}} - \sum A_i \sin(2\pi\nu_i t + \phi_i) \quad (27)$$

Diagrama de fase

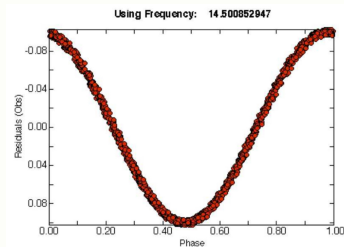


Figura 8: Diagrama de fase de una estrella modelo. Obtenida de: [5]

$$\text{Fase}(t) = \text{decimal} \left(\frac{t - T_0}{P} \right) \quad (28)$$



8. Metodología

Metodología para estrellas pulsantes

- Datos observacionales y preparación inicial.
- Análisis espectral primario.
- Pre-blanqueo (Proceso iterativo).
- Criterio de significancia y parada.
- Refinamiento global de parámetros de pulsación.
- Obtención de periodos y análisis en el dominio de la fase.
- Caracterización preliminar del tipo pulsante.
- Se replica el mismo proceso con el programa AD ASTRA Pulsantes.

Metodología para estrellas de tipo solar

- Observación y curva de luz.
- Análisis frecuencial.
- Identificación de modos.
- Cálculo de parámetros globales.

$$\langle \Delta \nu \rangle = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} (\nu_{i+1, l=0} - \nu_{i, l=0}) \quad (29)$$

$$\langle \delta \nu_{02} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\nu_{i, l=0} - \nu_{i, l=2}) \quad (30)$$

- Caracterización estelar.
- Validación y estado evolutivo.



8. Metodología

Muestra de estrellas

- **Para estrellas pulsantes:** datos de fotometría de dos estrellas (Star1 y Star2), obtenidas mediante el telescopio espacial Kepler.
- **Para estrellas de tipo solar:** datos de fotometría de dos estrellas (Sol y Star3), obtenidas mediante el telescopio SOHO y Kepler.



Figura 11: Telescopio Kepler

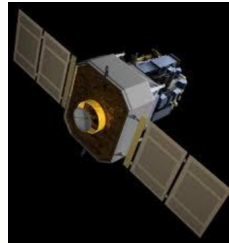


Figura 12: Telescopio SOHO

8. Metodología

Softwares de análisis

- Interfaz de Period04:

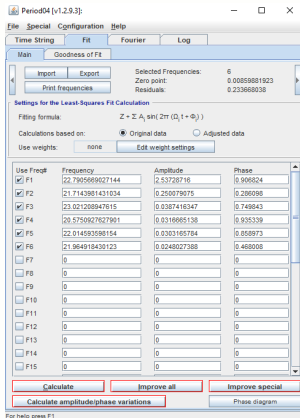


Figura 13: Telescopio Kepler

- Interfaz de AD ASTRA Solar:

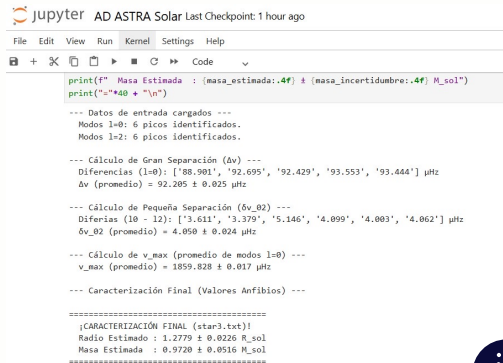


Figura 14: Telescopio SOHO

9. Resultados

Resultados para Star 2

- Presentación de la curva de luz

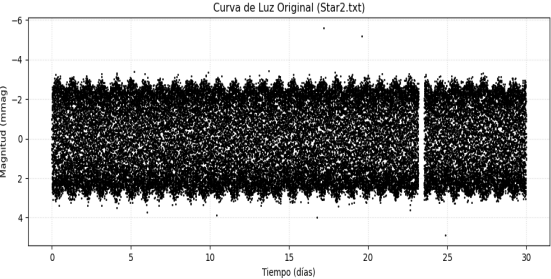


Figura 13: Curva de luz completa de Star2, obtenida por el telescopio Kepler.

- Frecuencias detectadas (Period04)

No.	Frecuencia (c/d)	Amplitud (mmag)	Fase (rad)	S/N Iterativo	S/N Global
F_1	$22.790 \pm 1.2 \times 10^{-5}$	2.537 ± 0.002	$0.907 \pm 1.0 \times 10^{-4}$	414.3	1307.5
F_2	$21.714 \pm 1.2 \times 10^{-4}$	0.250 ± 0.002	0.286 ± 0.001	76.9	135.6
F_3	23.021 ± 0.001	0.039 ± 0.002	0.745 ± 0.006	16.6	19.5
F_4	20.575 ± 0.001	0.032 ± 0.002	0.935 ± 0.008	18.1	17.8
F_5	22.015 ± 0.001	0.030 ± 0.002	0.859 ± 0.008	11.2	16.8
F_6	21.965 ± 0.001	0.025 ± 0.002	0.468 ± 0.010	13.5	13.5

Tabla 6: Análisis del espectro de amplitudes de Star2 con Period04.

• Clasificación estelar tentativa de Star2 (Period04)

Class name adopted here	Other names in the literature	Mode Type	Period Ranges	Amplitudes (brightness)	Amplitudes (velocity)	log T_{eff} (K) approx. range	log $L/L_{\odot}$ approx. range
Solar-like pulsator	main sequence red giants	p	3 to 10 min	few ppm	$< 50 \text{ cm s}^{-1}$	[3.70, 3.82]	[-0.5, 1.0]
γ Dor	slowly pulsating F	p	8 h to 5 d	$< 50 \text{ mmag}$	$< 5 \text{ km s}^{-1}$	[3.83, 3.90]	[0.7, 1.1]
δ Sct	SX Phe (Pop. II)	p	15 min to 8 h	$< 0.3 \text{ mag}$	$< 10 \text{ km s}^{-1}$	[3.82, 3.95]	[0.6, 2.0]
roAp	—	p	5 to 22 min	$< 10 \text{ mmag}$	$< 10 \text{ km s}^{-1}$	[3.82, 3.93]	[0.8, 1.5]
SPB	53 Per	g	0.5 to 5 d	$< 50 \text{ mmag}$	$< 15 \text{ km s}^{-1}$	[4.05, 4.35]	[2.0, 4.0]
β Cep	β CMa, ζ Oph (SpT O) 53 Per	p&g	1 to 12 h (p) few days (g)	$< 0.1 \text{ mag}$ $< 0.01 \text{ mag}$	$< 20 \text{ km s}^{-1}$ $< 10 \text{ km s}^{-1}$	[4.25, 4.50]	[3.2, 5.0]
pulsating Be	λ Eri, SPBe	p&g	0.1 to 5 d	$< 20 \text{ mmag}$	$< 20 \text{ km s}^{-1}$	[4.05, 4.50]	[2.0, 5.0]
pre-MS pulsator	pulsating T Tauri	p	1 to 8 h	$< 5 \text{ mmag}$			
	pulsating Herbig Ae/Be	p	1 to 8 h	$< 5 \text{ mmag}$			
	pulsating T Tauri	g	8 h to 5 d	$< 5 \text{ mmag}$			
p-mode sdBV	EC14026, V361 Hya	p	80 to 800 s	$< 0.1 \text{ mag}$		[4.20, 4.50]	[1.2, 2.2]
g-mode sdBV	PG1716+426, Betsy star, lpsdBV	g	0.5 to 3 h	$< 0.01 \text{ mag}$		[4.40, 4.60]	[1.2, 2.6]
PNNV	ZZ Lep, [WCE]	g	5 h to 5 d	$< 0.3 \text{ mag}$			
GW Vir	DOV, PG1159	g	5 to 80 min	$< 0.2 \text{ mag}$		[4.80, 5.10]	[1.5, 3.5]
DBV	V777 Her	g	2 to 16 min	$< 0.2 \text{ mag}$		[4.40, 4.60]	[-1.0, 0.7]
DAV	ZZ Ceti	g	0.5 to 25 min	$< 0.2 \text{ mag}$		[3.95, 4.15]	[-2.6, -2.2]

Figura 10: Posible tipo de estrella correspondiente a Star2, identificado en el recuadro azul por periodo y amplitud.

Frecuencia (c/d)	Período (días)	Período (horas)	Período (minutos)
20.575	0.04860	1.1664	69.98
23.021	0.04344	1.0426	62.56

Tabla 7: Periodos de oscilación de Star2.

Amplitudes de oscilación: Entre 0.025 y 2.537 mmag.

- Proceso iterativo de Star2

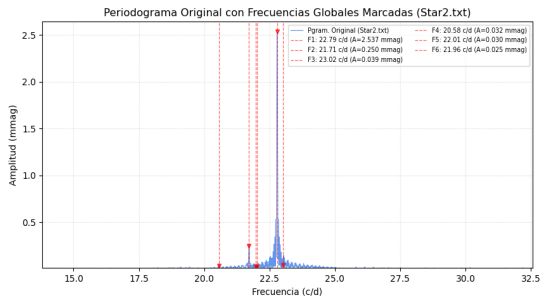


Figura 11: Periodograma e amplitud de la curva de luz original de Star2. Las líneas verticales discontinuas (rojas) indican las posiciones y las puntas de flecha las amplitudes de las 6 frecuencias estelares significativas finales.

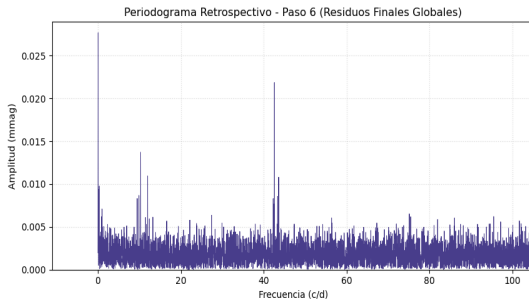


Figura 12: Periodograma de amplitud de los residuos finales para Star2, tras la sustracción del modelo multifrecuencia global. El nivel de ruido de fondo general es bajo, predominantemente por debajo de 0.005 mmag.

• Frecuencias detectadas de Star2 con AD ASTRA Pulsantes

No.	Frecuencia (c/d)	Amplitud (mmag)	Fase (rad)	S/N Iterativo (Bloque 3)	S/N Global (Bloque 4)
F1	$22.791 \pm 1.2 \times 10^{-5}$	2.537 ± 0.002	5.698 ± 0.001	74.63	1299.70
F2	$21.714 \pm 1.2 \times 10^{-4}$	0.250 ± 0.002	1.798 ± 0.013	51.80	127.16
F3	23.021 ± 0.001	0.039 ± 0.002	4.711 ± 0.082	13.69	19.92
F4	20.575 ± 0.001	0.032 ± 0.002	5.877 ± 0.100	12.96	16.42
F5	22.015 ± 0.001	0.030 ± 0.002	5.397 ± 0.110	13.93	15.91
F6	21.965 ± 0.001	0.025 ± 0.002	2.941 ± 0.140	12.18	13.05

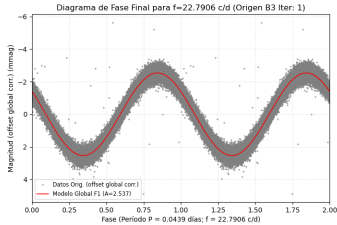
Tabla 8: Frecuencias significativas, amplitudes, fases y valores de S/N iterativo y global para Star2 con AD ASTRA Pulsantes.

Frecuencia (c/d)	Período (días)	Período (horas)	Período (minutos)
20.575	0.048602	1.166	69.99
23.021	0.043438	1.043	62.55

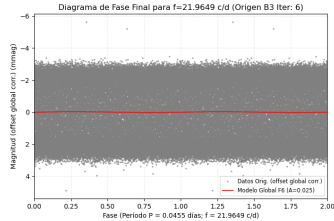
Tabla 9: Periodos de oscilación a las frecuencias mínima y máxima detectadas en Star1 con AD ASTRA Pulsantes.

Amplitudes de oscilación: Entre 0.025 y 2.537 mmag.

- Caracterización estelar tentativa de Star2 (AD ASTRA Pulsantes)



(a) Diagrama de fase tras la primera iteración.



(b) Diagrama de fase en la última iteración.

Tipo Estelar	Otros Nombres / Prototipos	Índice Jaccard Período (J_P)	Índice Jaccard Amplitud (J_A)
Pulsantes pre-Ms	Pulsantes T Tauri, Estrellas jóvenes	0.02	0.41
Pulsantes pre-Ms	Pulsantes Herbig Ae/Be	0.02	0.41

Tabla 10: Clasificación tentativa de Star2 basada en la similitud mediante el índice de Jaccard (J).

Figura 13: Periodograma del Sol generado por AD ASTRA Solar.

- Identificação de modos

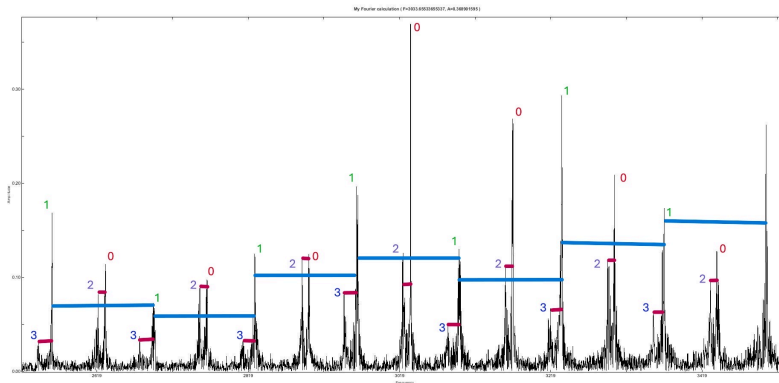


Figura 14: Periodograma del Sol y sus grados esféricos (l), a partir de Period04

Parámetros globales del Sol

No.	$l = 0$ (μHz)	$l = 1$ (μHz)	$l = 2$ (μHz)	$l = 3$ (μHz)
1	2630.2767 ± 0.0156	2559.6370 ± 0.0105	2620.5656 ± 0.0217	2541.7171 ± 0.0579
2	2764.5950 ± 0.0183	2694.0123 ± 0.0246	2755.1006 ± 0.0198	2675.3137 ± 0.0477
3	2899.3119 ± 0.0142	2827.7144 ± 0.0142	2890.2243 ± 0.0147	2811.9876 ± 0.0558
4	3033.6589 ± 0.0047	2962.3992 ± 0.0090	3023.0276 ± 0.0146	2945.7141 ± 0.0215
5	3168.9451 ± 0.0066	3097.8828 ± 0.0137	3159.1921 ± 0.0158	3082.8839 ± 0.0372
6	3303.4368 ± 0.0085	3233.6523 ± 0.0060	3294.0304 ± 0.0150	3218.3414 ± 0.0265
7	3438.6031 ± 0.0139	3368.9540 ± 0.0102	3430.4618 ± 0.0183	3354.6664 ± 0.0291

Tabla 11: Frecuencias de modos de oscilación del Sol ($l = 0, 1, 2, 3$) y sus incertidumbres.

Tabla 12: Cálculo de la Gran Separación para el Sol.

Modo $\nu_{i+1,l=0}$ (μHz)	Modo $\nu_{i,l=0}$ (μHz)	Diferencia $\Delta\nu_i$ (μHz)	Error $\sigma_{\Delta\nu,i}$ (μHz)
2764.5950	2630.2767	134.318	0.024
2899.3119	2764.5950	134.717	0.023
3033.6589	2899.3119	134.347	0.015
3168.9451	3033.6589	135.286	0.008
3303.4368	3168.9451	134.492	0.011
3438.6031	3303.4368	135.166	0.016

Tabla 13: Cálculo de la Pequeña Separación para el Sol.

Modo $\nu_{i,l=0}$ (μHz)	Modo $\nu_{i,l=2}$ (μHz)	Diferencia $\delta\nu_{02,i}$ (μHz)	Error $\sigma_{\delta\nu,i}$ (μHz)
2630.2767	2620.5656	9.711	0.027
2764.5950	2755.1006	9.494	0.027
2899.3119	2890.2243	9.088	0.020
3033.6589	3023.0276	10.631	0.015
3168.9451	3159.1921	9.753	0.017
3303.4368	3294.0304	9.406	0.017
3438.6031	3430.4618	8.141	0.023

$$\langle \Delta\nu \rangle = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} (\nu_{i+1,l=0} - \nu_{i,l=0}) \quad (31)$$

$$\langle \Delta\nu \rangle = \frac{1}{6} (134.318 + 134.717 + 134.347 + 135.286 + 134.492 + 135.166) \mu\text{Hz} \quad (32)$$

$$= 134.721 \mu\text{Hz}$$

$$\langle \delta\nu_{02} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\nu_{i,l=0} - \nu_{i,l=2}) \quad (33)$$

$$\langle \delta\nu_{02} \rangle = \frac{1}{7} (9.711 + 9.494 + 9.088 + 10.631 + 9.753 + 9.406 + 8.141) \mu\text{Hz} \quad (34)$$

$$= 9.461 \mu\text{Hz}$$

$$\langle \nu_{max} \rangle = (3034.118 \pm 0.005) \mu\text{Hz} \quad (35)$$

• Caracterización estelar

$$\frac{R}{R_{\odot}} = \left(\frac{3034.118 \mu\text{Hz}}{3090 \mu\text{Hz}} \right) \cdot \left(\frac{134.721 \mu\text{Hz}}{135.1 \mu\text{Hz}} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{5777 \text{ K}}{5777 \text{ K}} \right)^{1/2} \quad (36)$$

$$= 0.9874$$

$$\frac{M}{M_{\odot}} = (0.9874)^3 \cdot \left(\frac{134.721 \mu\text{Hz}}{135.1 \mu\text{Hz}} \right)^2 \quad (37)$$

$$= 0.9574$$

$$R_{\text{Sol}} = (0.9874 \pm 0.0001) R_{\odot} \quad (38)$$

$$M_{\text{Sol}} = (0.9574 \pm 0.0002) M_{\odot} \quad (39)$$

• Representación de la estrella en el Diagrama C-D

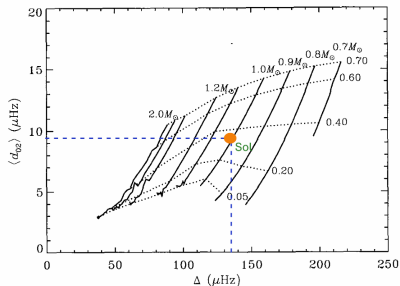


Figura 15: Representación del Sol en el Diagrama C-D

$$\langle \Delta \nu \rangle = 134.721 \pm 0.007 \mu\text{Hz} \quad (40)$$

$$\langle \delta \nu_{02} \rangle = 9.461 \pm 0.008 \mu\text{Hz} \quad (41)$$

Resultados para Star3

- Periodograma de Star3

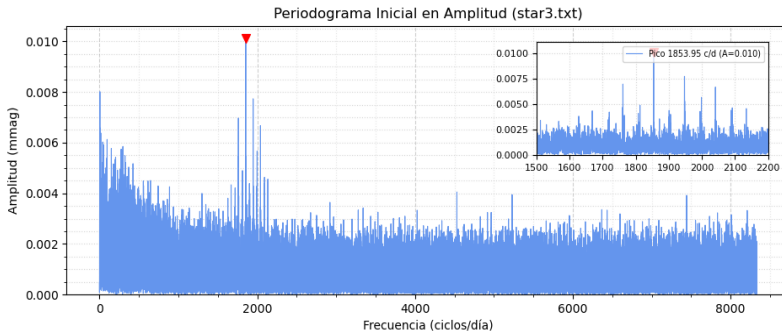


Figura 16: Periodograma de Star3 generado por AD ASTRA Solar.

- Identificación de modos

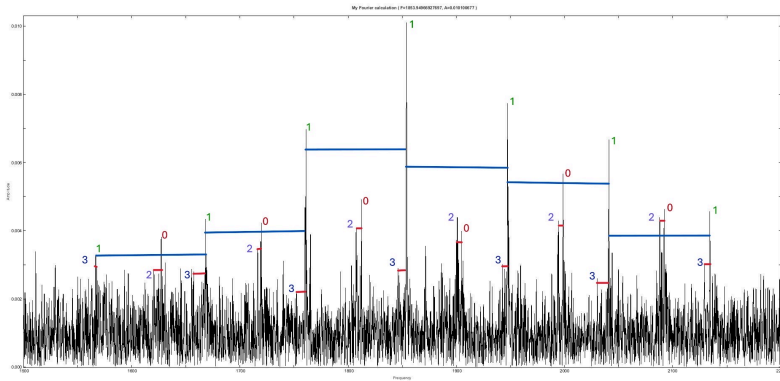


Figura 16: Periodograma de Star3 y sus grados esféricos (l), a partir de Period04

Tabla 12: Frecuencias de modos de oscilación de Star3 ($l = 0, 1, 2, 3$) y sus incertidumbres.

Tabla 14: Cálculo de la Gran Separación para Star3.

Modo $\nu_{i+1,l=0}$ (μHz)	Modo $\nu_{i,l=0}$ (μHz)	Diferencia $\Delta\nu_i$ (μHz)	Error $\sigma_{\Delta\nu,i}$ (μHz)
1719.8752	1630.9738	88.901	0.069
1812.5698	1719.8752	92.695	0.053
1904.9993	1812.5698	92.430	0.055
1998.5524	1904.9993	93.553	0.052
2091.9968	1998.5524	93.444	0.047

$$\langle \Delta\nu \rangle = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} (\nu_{i+1,l=0} - \nu_{i,l=0}) \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \langle \Delta\nu \rangle &= \frac{1}{5} (88.901 + 92.695 + 92.430 + 93.553 + 93.444) \mu\text{Hz} \\ &= 92.205 \mu\text{Hz} \end{aligned} \quad (43)$$

Tabla 15: Cálculo de la Pequeña Separación para Star3.

Modo $\nu_{i,l=0}$ (μHz)	Modo $\nu_{i,l=2}$ (μHz)	Diferencia $\delta\nu_{02,i}$ (μHz)	Error $\sigma_{\delta\nu,i}$ (μHz)
1630.9738	1627.3631	3.611	0.071
1719.8752	1716.4964	3.379	0.063
1812.5698	1807.4238	5.146	0.054
1904.9993	1900.8999	4.099	0.057
1998.5524	1994.5498	4.003	0.050
2091.9968	2087.9346	4.062	0.053

$$\langle \delta\nu_{02} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\nu_{i,l=0} - \nu_{i,l=2}) \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \langle \delta\nu_{02} \rangle &= \frac{1}{6} (3.611 + 3.379 + 5.146 + 4.099 + 4.003 + 4.062) \mu\text{Hz} \\ &= 4.050 \mu\text{Hz} \end{aligned} \quad (45)$$

$$\langle \nu_{max} \rangle = (1859.828 \pm 0.017) \mu\text{Hz} \quad (46)$$

- Representación de la estrella en el Diagrama C-D

- Caracterización estelar

$$\frac{R}{R_{\odot}} = \left(\frac{1859.828 \mu\text{Hz}}{3090 \mu\text{Hz}} \right) \cdot \left(\frac{92.205 \mu\text{Hz}}{135.1 \mu\text{Hz}} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{5650 \text{ K}}{5777 \text{ K}} \right)^{1/2} \quad (47)$$

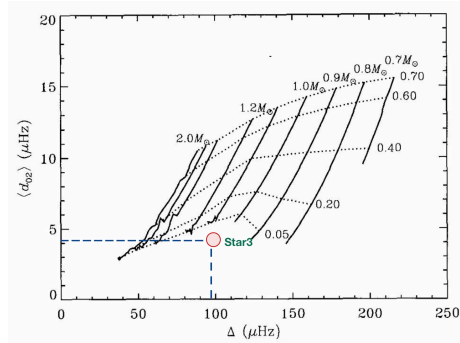
$$= 1.2779$$

$$\frac{M}{M_{\odot}} = (1.2779)^3 \cdot \left(\frac{92.205 \mu\text{Hz}}{135.1 \mu\text{Hz}} \right)^2 \quad (48)$$

$$= 0.9720$$

$$R_{\text{Star3}} = (1.28 \pm 0.02) R_{\odot} \quad (49)$$

$$M_{\text{Star3}} = (0.97 \pm 0.05) M_{\odot} \quad (50)$$



$$\langle \Delta \nu \rangle = 92.205 \pm 0.025 \mu\text{Hz} \quad (51)$$

$$\langle \delta \nu_{02} \rangle = 4.050 \pm 0.024 \mu\text{Hz} \quad (52)$$

10. Análisis de resultados

Comparación de los parámetros de pulsación para Star 1

- Frecuencias y amplitudes

No.	Frecuencia (c/d)			Amplitud (mmag)		
	Period04	AD ASTRA	$ \Delta $	Period04	AD ASTRA	$ \Delta $
F1	372.375	372.375	0.000	12.367	12.361	0.006
F2	372.084	372.084	0.000	10.294	10.300	0.006
F3	372.671	372.671	0.000	7.748	7.796	0.048
F4	438.052	438.052	0.000	7.764	7.789	0.025
F5	438.329	438.329	0.000	7.321	7.354	0.033
F6	318.111	318.111	0.000	4.778	4.779	0.001
F7	318.383	318.383	0.000	3.996	3.996	0.000
F8	284.623	284.623	0.000	3.221	3.219	0.002
F9	438.602	438.602	0.000	2.822	2.801	0.021

Tabla 16: Comparación cuantitativa de las frecuencias y amplitudes detectadas en Star1 mediante Period04 y AD ASTRA Pulsantes.

- Comparación de fases

No.	Period04 (Ciclos)	Period04 (Radianes)	AD ASTRA (Radianes)	Diferencia $ \Delta $ (Rad)
F1	0.554	3.481	3.482	0.001
F2	0.726	4.562	4.557	0.005
F3	0.646	4.059	4.061	0.002
F4	0.015	0.094	0.089	0.005
F5	0.677	4.254	4.262	0.008
F6	0.073	0.459	0.459	0.000
F7	0.584	3.669	3.670	0.001
F8	0.546	3.431	3.427	0.004
F9	0.148	0.930	0.905	0.025

Tabla 17: Comparación de la fase para Star1.

Comparación de los parámetros de pulsación para Star 2

- Frecuencias y amplitudes

No.	Frecuencia (c/d)			Amplitud (mmag)		
	Period04	AD ASTRA	$ \Delta $	Period04	AD ASTRA	$ \Delta $
F1	22.790	22.791	0.001	2.537	2.537	0.000
F2	21.714	21.714	0.000	0.250	0.250	0.000
F3	23.021	23.021	0.000	0.039	0.039	0.000
F4	20.575	20.575	0.000	0.032	0.032	0.000
F5	22.015	22.015	0.000	0.030	0.030	0.000
F6	21.965	21.965	0.000	0.025	0.025	0.000

Tabla 18: Comparación cuantitativa de las frecuencias y amplitudes detectadas en Star2 mediante Period04 y AD ASTRA Pulsantes.

- Comparación de fases

No.	Period04 (Ciclos)	Period04 (Radianes)	AD ASTRA (Radianes)	Diferencia $ \Delta $ (Rad)
F1	0.907	5.699	5.698	0.001
F2	0.286	1.797	1.798	0.001
F3	0.745	4.681	4.711	0.030
F4	0.935	5.875	5.877	0.002
F5	0.859	5.397	5.397	0.000
F6	0.468	2.941	2.941	0.000

Tabla 19: Comparación de la fase para Star2.

Tabla 20: Resumen final de parámetros sísmicos y físicos obtenidos en estrellas de tipo solar.

11. Conclusiones

Conclusiones metodológicas y Desarrollo del Software

- Eficacia de AD ASTRA Pulsantes
- Mitigación de artefactos
- Validación con el Sol

Caracterización y Clasificación estelar

- Star1: Sugieren una estrella variable α Ap
- Star2: Sugieren estrellas jóvenes T Tauro o Herbig Ae/Be
- Star3: Estrella con un núcleo químicamente evolucionado y un radio expandido

Limitaciones y perspectivas futuras

- Límites de la fotometría: Ausencia de escalas de temperatura absoluta.
- Origen de la incertidumbre: Degeneración en la clasificación de Star1 y Star2.
- Trabajo futuro: Integrar parámetros de metalicidad, temperatura efectiva y magnitudes de gravedad para realizar una inversión sísmica.

Referencias Bibliográficas

- [1] Salgado, J. F. / ESO. (2026). *As antenas ALMA sob a Via Láctea*. European Southern Observatory (ESO). Recuperado de: <https://www.eso.org/public/portugal/images/potw1341a/>
- [2] Geología Ciencia. (2026). *Sismógrafo: Qué Es, Partes, Función, Tipos Y Más*. Recuperado de: <https://geologiaciencia.com/sismografo/>
- [3] Romero, A. D. (2012). *Astrosismología de estrellas enanas blancas variables ZZ Ceti* (Tesis doctoral). Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Recuperado de: https://hdl.handle.net/20.500.12110/tesis_n5167_Romero
- [4] ESO – European Southern Observatory. (2007). *Stellar Evolution Diagram*. Recuperado de: <https://www.eso.org/public/images/eso0728c/> (Accedido: 2025-05-15)
- [5] Oreiro Rey, R. (2014). *Actividad Guiada 1: Introducción a la astrosismología y al Period04*. Máster Universitario en Astronomía y Astrofísica, VIU. (Curso 2013-14)
- [6] González Cuesta, L. (2023). *Sismología en estrellas de tipo solar con planetas observadas por las misiones K2 y TESS* (Tesis doctoral). Universidad de La Laguna.
- [7] Pápics, P. I. (2013). *PhD Thesis* (Tesis doctoral). Katholieke Universiteit Leuven, Astronomical Institute.
- [8] Oreiro, R. (2014). *Actividad Guiada 2: El Sol y estrellas de tipo solar*. Material didáctico para el Máster Universitario en Astronomía y Astrofísica, Valencian International University (VIU). (Curso 2013-14)



¡Muchas gracias!

