

**DETERMINACIÓN DE LAS PROPIEDADES TÉRMICAS DEL JUGO DE FIQUE
(*FURCRAEA SPP*) DE LAS VARIEDADES UÑA DE ÁGUILA Y NEGRA COMÚN,
PROVENIENTES DEL MUNICIPIO DE EL TAMBO - NARIÑO.**

**MIGUEL FERNANDO CORAL
AMPARO MARGOTH GUEVARA MELO**

**UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL
PROGRAMA DE INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL
SAN JUAN DE PASTO
2012**

**DETERMINACIÓN DE LAS PROPIEDADES TÉRMICAS DEL JUGO DE FIQUE
(*Furcraea spp*) DE LAS VARIEDADES UÑA DE ÁGUILA Y NEGRA COMÚN,
PROVENIENTES DEL MUNICIPIO DE EL TAMBO - NARIÑO.**

**MIGUEL FERNANDO CORAL
AMPARO MARGOTH GUEVARA MELO**

**Trabajo de grado, presentado como requisito parcial para optar al título de
Ingeniero Agroindustrial**

**Asesor:
DIEGO FERNANDO MEJÍA ESPAÑA
Ingeniero Agroindustrial**

**UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL
PROGRAMA DE INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL
SAN JUAN DE PASTO
2012**

NOTA DE RESPONSABILIDAD

“Las ideas y conclusiones aportadas en el trabajo son responsabilidad exclusiva de los autores”

Artículo 1º del acuerdo 324 de octubre 11 de 1966, emanado por el Honorable Consejo Directivo de la Universidad de Nariño

Nota de aceptación

Ing. DARÍO FERNANDO FAJARDO.

Ing. RENATO PANTOJA GUERRERO.

San Juan de Pasto, Agosto de 2012

DEDICATORIA

A Dios por ser mi fuente de fortaleza y sabiduría

A mi madre Elier y a mi padre Mauro por su apoyo y amor incondicional

A mis hermanas Diana y Ángela por contagiarme de su felicidad

A Amparito porque sin ella nada tendría sentido

A mis profesores por sus enseñanzas y valiosos consejos

A mis amigos por cada momento vivido

Y a todas las personas que de una u otra manera me ayudaron a alcanzar este triunfo.

Miguel Fernando Coral

DEDICATORIA

Este triunfo se lo dedico principalmente a Dios porque sin Él nada es posible.

*A mi familia porque son lo que más quiero en el mundo y porque siempre estuvieron apoyándome en todo,
sin importar las dificultades.*

*A Miguel, por ser el compañero de todas mis vivencias y ser quien cada día me recuerda que la vida vale
la pena.*

*A los verdaderos amigos que me han brindado su colaboración incondicional y se han preocupado porque
este proyecto salga adelante.*

Amparo Margoth Guevara Melo

AGRADECIMIENTOS

Nuestros agradecimientos especiales a:

Universidad de Nariño
Facultad de Ingeniería Agroindustrial
Grupo de investigación Tecnologías Emergentes en Agroindustria - TEA
Laboratorios Especializados Universidad de Nariño

PH.D Oswaldo Osorio Mora
PH.D Andrés Hurtado
Mg. Diego Fernando Mejía España
Mg. Marco Antonio Imués Figueroa
Mg. Álvaro Burbano Montenegro
Mg. Arsenio Hidalgo Troya
Mg. Carlos Arturo Rosales
Esp. Libardo Manuel Jácome
Ing. Darío Fernando Fajardo
Ing. Renato PantojaGuerrero
Ing. Jimmy Hidalgo
Ing. William Díaz
Ing. Hugo Gomajoa
Ing. Julián Acosta
Ing. David Álvarez
Ing. Roberto Barahona
Ing. Roberto García Criollo
Funcionarios Planta Piloto

De igual manera a todas aquellas personas que con su colaboración y apoyo incondicional hicieron posible el desarrollo de esta investigación.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	26
1. IDENTIFICACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	28
2. JUSTIFICACIÓN	29
3. OBJETIVOS	31
3.1 OBJETIVO GENERAL	31
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	31
4. MARCO TEÓRICO.....	32
4.1 GENERALIDADES DEL FIQUE	32
4.1.1 Características generales de las variedades de fique estudiadas.....	32
4.1.2 Jugo de fique.....	33
4.2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR	33
4.2.1 Transferencia de calor.....	33
4.2.2 Mecanismos de transferencia de calor.....	34
4.2.3 Propiedades térmicas.....	36
4.3 ANTECEDENTES DEL TEMA	38
4.3.1 Difusividad térmica.....	38
4.3.2 Calor específico	42
4.3.3 Conductividad térmica.....	44
5. DISEÑO METODOLÓGICO Y ESTADÍSTICO.....	46
5.1 LOCALIZACIÓN	46
5.2 ADECUACIÓN DE MATERIA PRIMA	46
5.2.1 Limpieza y lavado	46
5.2.2 Extracción	47
5.2.3 Clarificado.	48
5.2.4 Pasteurización.....	48
5.2.5 Almacenamiento y conservación.....	48
5.3 COMPONENTES GENERALES DEL SISTEMA DE ADQUISICIÓN Y	

	PROCESAMIENTO DE DATOS	49
5.3.1	Equipos básicos utilizados en la determinación de las propiedades térmicas del jugo de fique:	49
5.4	DETERMINACIÓN DE LAS PROPIEDADES FÍSICAS DEL JUGO DE FIQUE	54
5.4.1	Determinación de la densidad del jugo de fique.....	55
5.4.1.1	Análisis experimental de la densidad del jugo de fique.	55
5.4.2	Determinación del pH del jugo de fique.....	56
5.4.3	Determinación del punto de ebullición del jugo de fique	57
5.4.4	Determinación de los sólidos totales del jugo de fique.....	58
5.5	DETERMINACIÓN DE PROPIEDADES TÉRMICAS DEL JUGO DE FIQUE	58
5.5.1	Determinación de la difusividad térmica del jugo de fique.....	58
5.5.1.1	Método analítico.	60
5.5.1.2	Método gráfico.	60
5.5.1.3	Diseño y análisis estadístico para valores de difusividad térmica	61
5.5.2.1	Método de las mezclas utilizando un termo como calorímetro.....	64
5.5.2.2	Método de calentamiento por radiación con microondas	68
5.5.2.3	Comparación de los métodos utilizados para el cálculo del calor específico del jugo de fique.....	71
5.5.3	Determinación de la conductividad térmica del jugo de fique.....	72
6.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	73
6.1	PROPIEDADES FÍSICAS DEL JUGO DE FIQUE.....	73
6.1.1	Densidad del jugo de fique:.....	73
6.1.1.1	Resultados experimentales y análisis estadístico de la densidad del jugo de fique	73
6.1.2	Otras propiedades físicas:.....	77
6.2	PROPIEDADES TÉRMICAS DEL JUGO DE FIQUE	78
6.2.1	Difusividad térmica del jugo de fique.....	78
6.2.1.1	Resultados experimentales y análisis estadístico de los valores de	

difusividad térmica obtenidos mediante el método analítico:	78
6.2.1.2 Resultados experimentales y análisis estadístico de los valores de difusividad térmica obtenidos mediante el método gráfico	94
6.2.1.3 Comparación entre los métodos analítico y gráfico.....	104
6.2.2 Calor específico del jugo de fique:	106
6.2.2.1 Resultados experimentales y análisis estadístico de los valores de calor específico obtenidos mediante el método de las mezclas.....	106
6.2.2.2 Resultados experimentales y análisis estadístico de los valores de calor específico del jugo de fique obtenidos mediante el calentamiento con microondas.....	119
6.2.2.4 Comparación entre el método de las mezclas y el método de calentamiento por radiación con microondas	128
6.2.2. Conductividad térmica del jugo de fique.....	130
6.2.2.5 Análisis experimental de los resultados de la conductividad térmica del jugo de fique.....	132
7. CONCLUSIONES.....	136
8. RECOMENDACIONES	137
BIBLIOGRAFÍA.....	138
ANEXOS.....	144

LISTA DE CUADROS

	Pág.
Cuadro 1. Características generales de las variedades de fique Negra común y Uña de Águila	33
Cuadro 2. Diseño experimental para la toma de tiempo y temperaturas estudiados para medición de difusividad térmica.....	61
Cuadro 3. Intervalos de temperatura para cálculo de calor específico	66
Cuadro 4. Medidas de tendencia central de la densidad del jugo de fique	73
Cuadro 5. Comparación de medias para valores experimentales de densidad entre las variedades Uña de Águila y Negra Común	74
Cuadro 6. Tabla ANOVA para densidad del jugo fique variedad Negra Común ...	76
Cuadro 7. Tabla ANOVA para densidad del jugo fique variedad Uña de Águila...	76
Cuadro 8. Valores experimentales de pH, punto de ebullición y % de sólidos totales del jugo de fique	77
Cuadro 9. Medias aritméticas de las pendientes para agua destilada	80
Cuadro 10. Medias aritméticas de los valores de difusividad del agua obtenidas mediante el método analítico	81
Cuadro 11. Valores de sesgos estandarizados para prueba de normalidad de los datos experimentales de difusividad del agua.....	82
Cuadro 12. Prueba de t para una media aplicada a la difusividad experimental del agua destilada determinada por el método analítico	82
Cuadro 13. Tabla ANOVA para los valores de difusividad del agua destilada obtenidos con el método analítico.....	84
Cuadro 14. Medidas de tendencia central de las pendientes de las variedades de jugo de fique	88
Cuadro 15. Medidas de tendencia central de los valores de difusividad de Uña de Águila y Negra Común obtenidas mediante el método analítico.....	88

Cuadro 16. Sesgos estandarizados de los valores experimentales de difusividad térmica de las variedades de jugo de fique obtenidos mediante el método analítico.....	89
Cuadro 17. Prueba F de <i>Fisher</i> para valores experimentales de difusividades de las variedades de jugo fique obtenidos mediante el método analítico	89
Cuadro 18. Prueba t para dos medias aplicada a los valores experimentales de difusividad de las variedades de jugo de fique obtenidos mediante el método analítico	90
Cuadro 19. Tabla ANOVA para los valores medios de difusividad de la variedad Uña de Águila obtenidos mediante el método analítico	91
Cuadro 20. Tabla ANOVA para los valores de difusividad de la variedad Negra Común obtenidos con el método analítico	92
Cuadro 21. Ecuaciones modelo ajustadas para difusividad térmica de las variedades de jugo de fique Uña de Águila y Negra común, obtenidas mediante el método analítico.....	93
Cuadro 22. Medidas de tendencia central de los valores de difusividad térmica del agua obtenidos por el método gráfico	95
Cuadro 23. Sesgos estandarizados de los valores de difusividad térmica experimentales del agua obtenidos mediante el método gráfico	96
Cuadro 24. Prueba de t para una media aplicada a la difusividad experimental del agua destilada determinada por el método gráfico	96
Cuadro 25. Tabla ANOVA para los valores de difusividad del agua obtenidos con el método gráfico.....	98
Cuadro 26. Medidas de tendencia central de los valores de difusividad térmica de las variedades de jugo de fique obtenidos por el método gráfico	99
Cuadro 27. Sesgos estandarizados de los valores experimentales de difusividad térmica de las variedades de jugo de fique obtenidos mediante el método gráfico	99
Cuadro 28. Prueba F de <i>Fisher</i> para los valores de difusividad térmica de las variedades de jugo de fique obtenidos mediante el método gráfico	100

Cuadro 29. Prueba t para dos medias aplicada a los valores experimentales de difusividad de las variedades de jugo de fique obtenidos mediante el método gráfico	101
Cuadro 30. Tabla ANOVA para los datos de difusividad de la variedad Uña de Águila obtenidos con el método gráfico	102
Cuadro 31. Tabla ANOVA para los datos de difusividad de la variedad Negra común obtenidos con el método gráfico	103
Cuadro 32. Ecuaciones modelo ajustadas de los valores experimentales de difusividad térmica de las variedades de jugo de fique obtenidas mediante el método gráfico	103
Cuadro 33. Prueba F de <i>Fisher</i> para los valores de difusividad térmica de las variedades de jugo de fique obtenidos mediante el método analítico y gráfico ..	105
Cuadro 34. Prueba de t para dos medias aplicada a los valores experimentales de difusividad obtenidos mediante los métodos analítico y gráfico.....	105
Cuadro 35. Medidas de tendencia central para la constante del calorímetro	107
Cuadro 36. Comparación de rangos múltiples para la constante del calorímetro a diferentes temperaturas	107
Cuadro 37. Medidas de tendencia central para el calor específico del agua obtenido mediante el método de las mezclas	108
Cuadro 38. Sesgos estandarizados de los valores experimentales de calor específico del agua	109
Cuadro 39. Prueba de t para una media aplicada al calor específico experimental del agua.....	110
Cuadro 40. Errores relativos porcentuales entre valores experimentales de calor específico del agua y valores teóricos reportados por Cengel, 2007	111
Cuadro 41. Medidas de tendencia central para el calor específico del jugo de fique obtenido por el método de las mezclas	112
Cuadro 42. Sesgos estandarizados de los valores experimentales de calor específico del jugo de fique obtenido mediante el método de las mezclas	113

Cuadro 43. Prueba F de <i>Fisher</i> aplicada a los valores experimentales de calor específico del jugo de fique obtenidos mediante el método de las mezclas	114
Cuadro 44. Prueba de t para dos medias aplicada a los valores de calor específico del jugo de fique obtenidos por el método de las mezclas.....	114
Cuadro 45. Ecuaciones modelo ajustadas de los valores experimentales de calor específico de las variedades de jugo de fique obtenidas mediante el método de las mezclas	116
Cuadro 46. Tabla ANOVA para el calor específico de la variedad Negra Común obtenido mediante el método de las mezclas	118
Cuadro 47. Tabla ANOVA para el calor específico de la variedad Uña de Águila obtenido mediante el método de las mezclas	118
Cuadro 48. Medidas de tendencia central para el calor absorbido por el agua .	120
Cuadro 49. Medidas de tendencia central del calor específico experimental del jugo fique obtenido por calentamiento con microondas	122
Cuadro 50. Sesgos estandarizados de los valores experimentales de calor específico del jugo de fique obtenidos mediante el calentamiento con microondas	123
Cuadro 51. Prueba F de <i>Fisher</i> aplicada a los valores experimentales de calor específico del jugo de fique obtenidos mediante el calentamiento con microondas	124
Cuadro 52. Prueba t para dos medias aplicada a los valores de calor específico del jugo de fique obtenidos mediante el calentamiento con microondas	124
Cuadro 53. Ecuaciones modelo ajustadas de los valores experimentales de calor específico de las variedades de jugo de fique obtenidas mediante el calentamiento con microondas	126
Cuadro 54. Tabla ANOVA para calor específico del jugo de fique variedad Negra Común obtenido mediante el calentamiento con microondas	127
Cuadro 55. Tabla ANOVA para calor específico del jugo de fique variedad Uña de Águila obtenido mediante el calentamiento con microondas	128
Cuadro 56. Valores de calor específico obtenidos con las ecuaciones modelos ajustadas arrojadas por el método de las mezclas	128

Cuadro 57. Prueba t para dos medias aplicada a los valores experimentales de calor específico de la variedad Negra Común obtenidos mediante los métodos de las mezclas y calentamiento por radiación con microondas	129
Cuadro 58. Prueba t para dos medias aplicada a los valores experimentales de calor específico de la variedad Uña de Águila obtenidos mediante los métodos de la mezcla y calentamiento por radiación con microondas	129
Cuadro 59. Propiedades térmicas del jugo de fique de la variedad Uña de Águila	131
Cuadro 60. Propiedades térmicas del jugo de fique de la variedad Negra Común	131
Cuadro 61. Tabla ANOVA para la conductividad térmica de la variedad Uña de Águila	132
Cuadro 62. Tabla ANOVA para la conductividad térmica de la variedad Negra Común	132
Cuadro 63. Ecuaciones modelo ajustadas de los valores experimentales de conductividad térmica de las variedades de jugo de fique	133
Cuadro 64. Valores de conductividad térmica del jugo de fique obtenidos mediante la ecuación de Riedel (1949).....	134

LISTA DE IMÁGENES

	Pág.
Imagen 1. Plantas de fique	32
Imagen 2. Limpieza y corte de las hojas de fique	47
Imagen 3. Extracción del jugo de fique	47
Imagen 4. Centrífuga utilizada en la clarificación del jugo de fique.....	48
Imagen 5. Baño termostático modelo <i>EYELA OSB 2000</i>	50
Imagen 6. Celda cilíndrica de cobre.....	50
Imagen 7. Calorímetro con agitador magnético	51
Imagen 8. Microondas usado en la investigación	51
Imagen 9. Termocupla tipo K.....	52
Imagen 10. Tarjeta de adquisición de datos	52
Imagen 11. Panel frontal de control y visualización de datos	53
Imagen 12. Diagrama de bloques (programación del control del sistema)	54
Imagen 13. Montaje para el cálculo de la densidad del jugo de fique.....	55
Imagen 14. pH – metro <i>Metrohm 744</i>	57
Imagen 15. Montaje para la determinación del punto de ebullición	57
Imagen 16. Determinación de sólidos totales	58
Imagen 17. Montaje para la obtención de datos de tiempo y temperatura para el posterior cálculo de la difusividad térmica.	59
Imagen 18. Montaje para la determinación del calor específico por el método de las mezclas	64
Imagen 19. Montaje para la determinación del calor específico mediante el calentamiento con microondas	69
Imagen 20. Ubicación de la muestra y disposición de las termocuplas	70

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Esquema general del sistema de adquisición de datos	49
Figura 2. Condiciones del cilindro	59
Figura 3. Estructura interna del calorímetro	65

LISTA DE GRÁFICAS

Pág.

Gráfica 1. Comportamiento de la densidad de jugo de fique frente a la temperatura.....	75
Gráfica 2. Evolución de la temperatura del agua destilada respecto al tiempo.....	79
Gráfica 3. Evolución de las temperaturas promedio adimensionales (θ) del agua respecto al tiempo.....	79
Gráfica 4. Gráfico del modelo ajustado de los valores medios de difusividad térmica experimental del agua destilada obtenida mediante el método analítico	84
Gráfica 5. Evolución de la temperatura de la variedad Uña de Águila respecto al tiempo	85
Gráfica 6. Evolución de la temperatura de la variedad Negra Común respecto al tiempo	86
Gráfica 7. Evolución de las temperaturas promedio adimensionales (θ) de la variedad Uña de Águila respecto al tiempo	87
Gráfica 8. Evolución de las temperaturas promedio adimensionales (θ) de la variedad Negra Común respecto al tiempo.....	87
Gráfica 9. Gráfico del modelo ajustado de la difusividad térmica experimental de la variedad Uña de Águila obtenida mediante el método analítico.....	91
Gráfica 10. Gráfico del modelo ajustado de la difusividad térmica experimental de la variedad Negra Común obtenida mediante el método analítico.....	92
Gráfica 11. Evolución de la difusividad térmica experimental de las variedades de jugo de fique obtenidas mediante el método analítico respecto a la temperatura.....	94
Gráfica 12. Gráfico del modelo ajustado de la difusividad térmica experimental del agua destilada obtenida mediante el método gráfico	97
Gráfica 13. Gráfico del modelo ajustado de la difusividad térmica experimental de la variedad Uña de Águila obtenida mediante el método gráfico	101

Gráfica 14. Gráfico del modelo ajustado de la difusividad térmica experimental de la variedad Negra Común obtenida mediante el método gráfico	102
Gráfica 15. Evolución de la difusividades térmicas experimentales de las variedades de jugo de fique obtenidas mediante el método gráfico respecto a la temperatura.....	104
Gráfica 16. Progreso de la temperatura del agua destilada en la medición de la constante del calorímetro.....	106
Gráfica 17. Comportamiento del calor específico teórico y experimental del agua frente a la temperatura.....	111
Gráfica 18. Comparación del calor específico experimental del jugo de fique de las variedades Negra Común y Uña de Águila	115
Gráfica 19. Gráfico del modelo ajustado de los valores medios de calor específico de la variedad Negra Común obtenido mediante el método de las mezclas	117
Gráfica 20. Gráfico del modelo ajustado de los valores medios de calor específico de la variedad Uña de Águila obtenido mediante el método de las mezclas	117
Gráfica 21. Evolución de la temperatura en el agua durante el calentamiento con microondas.....	119
Gráfica 22. Progresión del calor ganado por el agua respecto al tiempo de calentamiento.....	120
Gráfica 23. Comportamiento del calor frente a los cambios de temperatura del jugo de fique variedad Negra Común	121
Gráfica 24. Comportamiento del calor frente a los cambios de temperatura del jugo de fique variedad Uña de Águila	121
Gráfica 25. Comparación del calor específico experimental del jugo de fique de las variedades Negra Común y Uña de Águila obtenido mediante el calentamiento por microondas	125
Gráfica 26. Gráfico del modelo ajustado de los valores medios de calor específico experimental de la variedad Negra Común obtenido mediante el calentamiento con microondas	126

Gráfica 27. Gráfico del modelo ajustado de los valores medios de calor específico experimental de la variedad Uña de Águila obtenido mediante el calentamiento con microondas 127

Gráfica 28. Comparación de la conductividad térmica del jugo de fique de las variedades Uña de Águila y Negra Común obtenidas por esta investigación con las obtenidas con la ecuación de Riedel (1949)..... 135

LISTA DE ANEXOS

Pág.

ANEXO A. RESULTADOS OBTENIDOS EN LA DETERMINACIÓN DE LA DENSIDAD DEL JUGO DE FIQUE	145
ANEXO B. RESULTADOS OBTENIDOS EN LA DETERMINACIÓN DE LA DIFUSIVIDAD TÉRMICA	147
ANEXO C. RESULTADOS OBTENIDOS EN LA DETERMINACIÓN DEL CALOR ESPECÍFICO DEL JUGO DE FIQUE	154
ANEXO D. ABLAS Y GRÁFICAS DE REFERENCIA.....	164
ANEXO E. CONCEPTOS GENERALES PARA SOLUCIONAR LA ECUACIÓN 1D FOURIER	174
ANEXO F. DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE CONVECTIVO DE TRANSFERENCIA DE CALOR (h)	181

NOMENCLATURA

Símbolo	Denominación	Unidades
Bi_o	Número de Biot	<i>Adimensional</i>
Bi_c	Número de Biot modificado	<i>Adimensional</i>
C_c	Constante del calorímetro	<i>J</i>
C_p	Calor específico	<i>J/Kg °C</i>
$C_{p_{ac}}$	Calor específico del agua caliente	<i>J/Kg °C</i>
$C_{p_{af}}$	Calor específico del agua fría	<i>J/Kg °C</i>
$C_{p_{jc}}$	Calor específico del jugo caliente	<i>J/Kg °C</i>
CV	Coefficiente de variación	<i>%</i>
D	Dimensión característica entre el centro del objeto y el punto en estudio	<i>m</i>
D_1	Dimensión característica entre el centro de objeto y la superficie	<i>m</i>
EE	Error estándar	<i>%</i>
F	Prueba F de Fisher	
F_o	Número de Fourier	<i>Adimensional</i>
F_{o_c}	Número de Fourier modificado	<i>Adimensional</i>
Gl	Grados de libertad	
h	Coefficiente convectivo	<i>W/m²°C</i>
H_0	Hipótesis nula	
H_1	Hipótesis alternativa	
J_0	Función de Bessel de primera clase de orden 0	<i>Adimensional</i>
J_1	Función de Bessel de primera clase de orden 1	<i>Adimensional</i>
k	Conductividad térmica	<i>w /m °C</i>
K^*	Constante	
L_c	Longitud del cilindro	<i>m</i>
m	Masa de la muestra	<i>Kg</i>
m	Parámetro usado en la lectura de las gráficas de Gurney-Lurie	
m_{af}	Masa del agua fría	<i>Kg</i>
m_{jc}	Masa del jugo caliente	<i>Kg</i>
n	Parámetro usado en la lectura de las gráficas de Gurney-Lurie	
n_1	Número de replicas de la muestra 1	
n_2	Número de replicas de la muestra 2	
q	Flujo de calor por conducción	<i>J/s</i>
Q	Cantidad de calor aplicado	<i>J</i>
Q^*	Potencia absorbida	<i>W/ cm³</i>
r	Radio de la celda	<i>m</i>

Símbolo	Denominación	Unidades
r^*	Radio de la celda reducido $r^* = r/R; 0 \leq r^* \leq 1$	<i>Adimensional</i>
R	Radio del cilindro en cualquier punto de interés (variable Radial)	<i>m</i>
R^2	Estadístico R-Cuadrado	<i>m</i>
S	Desviación estándar	
S^2	Coefficiente de variación	%
t	Estadístico t-Student de tabla	
t_0	Estadístico t-Student obtenido por el programa estadístico	
t^*	Tiempo	<i>s</i>
T	Temperatura	$^{\circ}C$
T_{af}	Temperatura del agua fría	$^{\circ}C$
T_e	Temperatura del baño térmico	$^{\circ}C$
T_f	Temperatura final	$^{\circ}C$
T_i	Temperatura inicial	$^{\circ}C$
T_{jc}	Temperatura del jugo caliente	$^{\circ}C$
T_m	Temperatura media	$^{\circ}C$
$T(r, t)$	Temperatura medida en cada instante en un punto del cilindro	$^{\circ}C$
T_0	Temperatura inicial de la muestra dentro de la celda.	$^{\circ}C$
T_p	Temperatura de película	$^{\circ}C$
V	Volumen de la muestra	<i>m³</i>
$valor - P$	Valor de significancia estadística	
X^m	Fracción másica	<i>Kg</i>
Δt	Diferencia de tiempos	<i>s</i>
ΔT	Diferencia de temperaturas	$^{\circ}C$
α	Difusividad térmica	<i>m²/s</i>
ρ	Densidad de la muestra	<i>Kg/m³</i>
ξ_m	Raíz positiva de la ecuación característica	
ξ_1	Primera raíz positiva de la ecuación característica	
τ	Tiempo constante	<i>s</i>
$\theta(r, t)$	Temperatura adimensional local	<i>Adimensional</i>
θ_{ci}	Temperatura adimensional para un cilindro	<i>Adimensional</i>
θ_{li}	Temperatura adimensional para una lámina	<i>Adimensional</i>

RESUMEN

El conocimiento de las propiedades térmicas de una sustancia es esencial para el diseño y optimización de cada uno de los procesos que impliquen transferencia de calor. En esta investigación fueron determinados experimentalmente la difusividad térmica, el calor específico y la conductividad térmica del jugo de fique de las variedades Uña de Águila y Negra Común y su variación en función de la temperatura. Los valores de difusividad térmica para la variedad Uña de Águila van desde $1,426 \times 10^{-7}$ a $1,609 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ y para la variedad Negra Común desde $1,429 \times 10^{-7}$ a $1,612 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$, en el rango de temperaturas de 20 a 65°C. Los valores de calor específico van desde 4079,1 a 4149,5 $J/Kg^{\circ}C$ para Uña de Águila y 4091,1 a 4157,6 $J/Kg^{\circ}C$ para Negra Común en el rango de temperaturas de 10 a 80°C. La conductividad térmica del jugo de fique, va desde 0,587 a 0,718 $W/m^{\circ}C$ para Uña de Águila y desde 0,589 a 0,719 para Negra Común en el rango de temperaturas de 5 a 80°C. Los resultados obtenidos experimentalmente permitieron modelar ecuaciones matemáticas para predecir estas propiedades en función de la temperatura.

Palabras claves: Jugo de fique, Propiedades térmicas, Difusividad térmica, Calor específico, Conductividad térmica.

ABSTRACT

The knowledge of the thermal properties of a substance is essential to design and optimization of heat transfer operations. Thermal diffusivity (α), specific heat (C_p) and thermal conductivity (k) of the fiqué juice extracted from genus Uña de Águila (UA) and Negra Común (NC) were determined. The values of thermal diffusivity ranged from $1,426 \times 10^{-7}$ to $1,609 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ and from $1,429 \times 10^{-7}$ to $1,612 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$, for UA and NC respectively, measured at mean temperatures 20°C - 65°C . Specific heat increased from 4079,1 to 4149,5 J/Kg $^\circ\text{C}$, UA and 4091,1 to 4157,6 J/Kg $^\circ\text{C}$ NC in the range of temperatures of 10 to 80°C . The thermal conductivity of the juice of fiqué was calculated, from this properties and was found to increase from 0,587 to 0,718 W/m $^\circ\text{C}$ for Uña de Águila and from 0,589 to 0,719 W/m $^\circ\text{C}$ for Negra Común in the range of temperatures of 5 to 80°C . The results obtained allowed to describe Mathematical equations to predict these properties based on temperature

Keywords: Fiqué juice, Thermal properties, Thermal diffusivity, Specific heat, Thermal conductivity

INTRODUCCIÓN

En Colombia, los departamentos con mayor área cultivada de fique son: Cauca, Nariño, Santander y Antioquia, representan el 96% de la producción nacional en el periodo 2008 – 2012, por lo cual según las evaluaciones agropecuarias del MADR, se estima que se generaron aproximadamente entre 14.252 y 16.325 empleos directos en las zonas productoras (MADR, 2012). Del desfibrado del fique queda un 96% de residuos y subproductos que en general se desechan, y de ellos el jugo constituye el 70% (MINISTERIO DE AMBIENTE y otros, 2006).

En el departamento de Nariño, se producen aproximadamente 103.000 toneladas/año de jugo de fique, que actualmente no son aprovechadas de forma alguna y está causando un grave impacto ambiental (ECOFIBRAS, 2005). Quince de los municipios tienen una trayectoria como productores de fique, entre los cuales, El Tambo es el principal, aportando el 14,4% de la producción departamental con 1.071 hectáreas sembradas y distribuidas en 29 veredas (MADR, MINISTERIO DE AGRICULTURA Y DESARROLLO RURAL, 2006).

El jugo de fique está conformado principalmente por agua, celulosa, materia orgánica y minerales, de igual forma, posee un alto contenido de azúcares, principalmente sacarosa, glucosa y fructosa, proteínas sapogénicas y esteroides (MARTÍNEZ y otros, 2002); (JARAMILLO, 2009).

Además, el jugo del fique tiene grandes bondades farmacéuticas, es utilizado para elaborar múltiples productos de alto valor agregado como sapogeninas (Hecogenina y tigogenina) y agentes tensoactivos biodegradables útiles en la elaboración de jabones (DUQUE JIMÉNEZ y otros, 1999). Como subproducto de la elaboración de la sapogeninas se obtienen azúcares que son objeto de estudio para la producción de alcoholes (MADR y otros, 2004). Por otra parte, las cualidades fungicidas, insecticidas y herbicidas del jugo del fique, lo hacen un excelente sustituto de productos de síntesis química; según Pimentel (2006), éstos productos de síntesis química causan la muerte de 220.000 personas todos los años y envenenan a otros tres millones (BOUKHARI, 1998).

Las múltiples utilidades del jugo de fique, le permiten ser una de las sustancias más promisorias dentro de la economía colombiana, especialmente de Nariño, y como estrategia para minimizar el impacto ambiental, producir valor agregado a los cultivadores y ofrecer alternativas en la elaboración de nuevos productos, la Cadena Nacional del Fique dentro del acuerdo para el fomento de la producción y la competitividad del subsector fiquero, ha priorizado continuar con las investigaciones tendientes a industrializar los diferentes compuestos que provienen del jugo de fique, y adelantar proyectos para precisar la oferta nacional de plantas, fibra, jugo y productos químicos (MADR y otros, 2004).

Sin embargo son pocos los estudios que se han realizado acerca del jugo de fique, en especial de sus propiedades térmicas, cuya importancia es relevante en procesos que impliquen transferencia de calor, pues el conocimiento de las propiedades termofísicas de un jugo en un amplio rango de temperaturas es vital en la industria ya que son útiles en operaciones unitarias como bombeo, intercambio de calor, evaporación, congelamiento y secado, las cuales deben ser correctamente proyectadas y controladas (TELIS ROMERO y otros, 1998).

En literatura se reportan diferentes métodos para la determinación de las propiedades térmicas en líquidos que van desde métodos empíricos, correlaciones matemáticas hasta avanzados software y equipos de alta tecnología, que implican alto costo y el conocimiento detallado de otras propiedades de la sustancia a estudiar.

En esta investigación se determinaron las propiedades térmicas del jugo de fique (*Furcraea spp*) de las variedades Uña de Águila y Negra Común, provenientes de El Tambo – Nariño, ya que son la variedades más cultivadas en esta región. Los métodos elegidos para el desarrollo e esta investigación permitieron obtener valores confiables y con un bajo porcentaje de error, además, su desarrollo no implicaron altos costos económicos, ni tecnológicos, a excepción del método de radiación con microondas del cual no se conocen investigaciones que busquen utilizar este método para determinar el calor específico en una sustancia líquida, sin embargo se desarrolló una propuesta a manera de ensayo que permitió observar las implicaciones que conlleva el uso de este método.

Como parámetros de validación tanto de los valores experimentales obtenidos como del método empleado se tuvo en cuenta la precisión y exactitud de estos. El agua fue la sustancia patrón de ensayo utilizada para validar los métodos empleados.

1. IDENTIFICACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Durante el desarrollo de la agenda prospectiva de investigación y desarrollo de la cadena productiva del fique en el periodo 2008-2009, adelantada por el entorno organizacional de la cadena figuera en Colombia, así como por los Ministerios de agricultura y desarrollo rural, Ministerio de ambiente, vivienda y desarrollo territorial, entidades como CORPOICA, SENA y diferentes Universidades, entre ellas la Universidad de Nariño, se definieron aspectos importantes como, el análisis de la cadena productiva, tendencias en investigación, desarrollo tecnológico y mercadeo, oportunidades y limitaciones y la visión prospectiva de la cadena para el año 2018 (TORRE P., 2009).

Como conclusión de esta agenda establecieron las necesidades y variables prioritarias para el desempeño de la cadena, principalmente en la búsqueda de mecanismos para el fortalecimiento de las capacidades de investigación en lo que respecta a productos derivados de hilos y telas y para productos derivados de jugos en el área química como son productos intermediarios de síntesis, estándares, surfactantes, insumos, y productos alimenticios como licores y edulcorantes (TORRE P., 2009).

Para el año 2010, la cadena productiva del fique contó con siete proyectos aprobados por el Ministerio de agricultura y desarrollo rural, de los cuales gran parte de ellos se dirigieron principalmente al aprovechamiento del jugo de fique y otros subproductos en la producción de abonos, insumos agropecuarios y biocombustibles como gas y etanol (MADR, 2010). Para el año 2012, se continúa con la investigación e innovación de productos y procesos. Sin embargo, aún se encuentran limitantes de información para continuar desarrollando las investigaciones especialmente en la optimización de los procesos. (MADR, 2012).

Una de las principales herramientas para la optimización de procesos específicamente los que requieren transferencia de calor, como la congelación, refrigeración, pasteurización, deshidratación, esterilización, destilación entre otros, es el conocimiento de las propiedades térmicas de la sustancia. Dichas propiedades permiten diseñar procesos térmicos adecuados evitando el deterioro de las cualidades y características del producto final durante su elaboración, almacenamiento, transporte y comercialización, disminuyendo el consumo de energía y por ende los costos de producción (WANG y otros, 2001); (TIJSKENS y otros, 2001); (SILVA y otros, 2004).

2. JUSTIFICACIÓN

La justificación de esta investigación, radica en la importancia que tienen las propiedades térmicas en los diferentes procesos que se llevan a cabo en la elaboración de nuevos productos, diseño de equipos, en la búsqueda de minimizar los costos energéticos y lograr una eficiencia óptima (RODRÍGUEZ y otros, 1993). La difusividad térmica, la conductividad térmica y el calor específico son propiedades de especial importancia en la utilización práctica de los materiales o sustancias; sirven para calcular cargas de calor y flujos de calor, y para fijar criterios sobre puntos críticos durante un proceso, pues la determinación de estas propiedades es útil para el control y comparación de la eficiencia de equipos y de plantas industriales y sirven también como índices de control de calidad de materia prima, durante su transformación y en los productos elaborados (ALVARADO, 2006).

Según Mafart (1994), la optimización de los tratamientos térmicos precisa entre otros elementos, el conocimiento de las cinéticas de penetración de calor y de las propiedades térmicas del producto. Entre los tratamientos térmicos más usados para mejorar la conservación de los jugos vegetales con mínimas pérdidas en su valor nutricional, se encuentra la pasteurización (FELLOWS, 1994). En la actualidad la industria diseña procesos de este tipo utilizando un enfoque empírico, dependiendo de las características del proceso, de la planta, del operario, así como experiencias previas con el alimento, entre otras (SILVA y otros, 2004). Por lo tanto, deben calcularse las condiciones aptas para su procesamiento para alcanzar el efecto requerido en cada producto.

Se sabe que en la mayoría de los casos las propiedades mecánicas y físicas de los materiales dependen de la temperatura a la cual se usan o se someten durante un procedimiento (GARCIA, 2002). Según Yañez y otros (2001), la medición de la dependencia de las propiedades térmicas de una sustancia, en especial la de la difusividad térmica con la temperatura tiene gran importancia práctica, ya que permite hacer cálculos que involucren flujo transitorio de calor; su determinación resulta útil en la selección y caracterización física de materiales.

Por otra parte, conocer las propiedades térmicas es muy útil, especialmente en la ingeniería de alimentos ya que el uso de los diversos tratamientos térmicos, junto con otras tecnologías como la refrigeración, facilita la existencia de productos sanos de larga vida comercial, pues el calor destruye a los patógenos e inactiva enzimas responsables de promover reacciones de oscurecimiento, pérdidas de vitaminas y oxidaciones que cambian el color, sabor y textura; por ello, conviene usar adecuadamente el calor ya que una mala aplicación en la industria provoca efectos contrarios a los deseados. Además el uso de los diversos tratamientos térmicos y el conocimiento de las propiedades térmicas determinan los procesos adecuados de transferencia de calor cuando se calientan o se enfrían los

alimentos o cuando están asociados a cambios de fase en la congelación, cristalización, evaporación y deshidratación (CLEAN MASTER, 2003).

Por último, el desarrollo de esta investigación aporta a los nuevos investigadores orientación fundamental para el dimensionamiento, diseño y construcción de equipos específicos para el desarrollo de nuevos productos a partir del jugo de fique y contribuye a definir criterios técnicos que permitan desarrollar sistemas adecuados de almacenamiento y transporte.

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Determinar las propiedades térmicas del jugo de fique (*Furcraea spp*) de las variedades Uña de Águila y Negra Común, provenientes de El Tambo – Nariño.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Comparar los valores de difusividad térmica del jugo de fique obtenidos de forma gráfica y analítica.
- Determinar el valor del calor específico del jugo de fique utilizando los métodos del calorímetro y de radiación con microondas.
- Calcular el valor de la conductividad térmica del jugo de fique utilizando los valores de difusividad térmica y calor específico obtenidos en este proyecto.

4. MARCO TEÓRICO

4.1 GENERALIDADES DEL FIQUE

Las plantas de fique (*Furcraea spp*), son grandes, de tallo erguido, su altura varía de 2 a 7 metros; posee hojas verdes y fuertes, con una longitud de 1 a 3 metros y 10 a 20 cm de ancho, son puntiagudas, acanaladas y presentan espinas de color marrón, en la mayoría de sus variedades. La altura y grosor del tronco dependen de la edad de la planta y también de la calidad de los suelos y el clima en donde se desarrolle. (MADR, MINISTERIO DE AGRICULTURA Y DESARROLLO RURAL, 2006).

Presenta floración una vez en toda su vida, al cabo de dicha floración la planta termina su ciclo de vida, su flor se denomina magüey o escapo, es de color blanco verdoso y puede medir hasta siete metros. Las semillas germinan en la misma planta las cuales al madurar se caen al piso; cuando los bulbillos ya están formados enraízan y comienzan a crecer de forma natural, por esta razón se considera una planta vivípara. (MADR, MINISTERIO DE AGRICULTURA Y DESARROLLO RURAL, 2006). En la imagen 1 se visualiza un cultivo tradicional de plantas de fique.

Imagen 1. Plantas de fique



Fuente: (PRIETO, 2009)

4.1.1 Características generales de las variedades de fique estudiadas. En el cuadro 1 se presenta las principales características de las variedades de fique estudiadas en esta investigación.

Cuadro 1. Características generales de las variedades de fique Negra común y Uña de Águila

Características	Variedad Negra común	Variedad Uña de Águila
Nombre Científico	<i>Furcraea gigantea</i>	<i>Furcraea macrophylla</i>
Nombres Comunes	Tunosa común, negra común, fique tunoso, piteira y pita en Brasil	Uña de águila, fique macho, perulero, jardineña
Origen	Brasil en donde crece casi espontáneamente	Colombia, crece espontáneamente, en Cauca, Santander, Antioquia, Cundinamarca, Boyacá y Nariño
Aspecto General	Sus hojas son de color verde brillante con espinas cafés en los bordes; es de larga vida útil, tolerante a suelos pobres en nutrientes, requiere para su desarrollo condiciones de semihumedad, temperatura cálida y exposición a la luz solar. Esta especie es la que más se cultiva y se explota en el departamento de Nariño y en el Municipio de El Tambo.	Sus hojas son de color verde claro por encima y ceniza por debajo, se distingue porque tiene espinas encorvadas en sus bordes y un aguijón pequeño en las puntas. Prefiere suelos secos y crece bien en los climas cafeteros (1.200 a 2.000 m.s.n.m.). Produce muy buena calidad y cantidad de fibra. De larga vida productiva (20 años o más).

Fuente: (MADR, MINISTERIO DE AGRICULTURA Y DESARROLLO RURAL, 2006).

4.1.2 Jugo de fique. El jugo de fique es una suspensión con características variables dependiendo de la edad, la estación del año y la fertilidad del suelo. Es de color verde ocre, tiene un olor fuerte característico, y es muy corrosivo. Su densidad media a escala experimental es de 1,02 kg/l y su pH varía entre 4 y 5.

Sus constituyentes se conocen en forma cualitativa, éstos son básicamente agua, celulosa, materia orgánica y minerales, que porcentualmente presentan los siguientes valores: 85% humedad; 6% celulosa (D-glucosa); 8% parte orgánica y amorfa: sacarosa, proteínas, nitrógeno, fósforo, calcio, potasio, saponinas y sapogeninas; y un 1% minerales (MADR, MINISTERIO DE AGRICULTURA Y DESARROLLO RURAL, 2006).

4.2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR

4.2.1 Transferencia de calor. El calor es una de las formas de energía, y es esta la que se conserva de acuerdo a la primera ley de la termodinámica. De otra parte

la energía se transfiere a través de los límites de un sistema termodinámico en forma de trabajo o de calor. Transferencia de calor es la expresión usada para indicar el transporte de energía originado en una diferencia de temperatura. La "Velocidad de Transferencia de Calor" o "Flujo de Calor", es la expresión de la energía térmica transportada por unidad de tiempo, y "Densidad de Flujo de Calor" o "Flux de Calor", es la velocidad de transferencia de calor por unidad de área. El cálculo de las velocidades locales de transferencia de calor requiere conocer las distribuciones locales de temperatura, las cuales proveen el potencial para la transferencia de calor (BETANCOURT, 2003).

A nivel industrial, la transferencia de calor es una de las operaciones unitarias del procesamiento de alimentos más importantes. Casi todos los procesos requieren transferencia de calor, ya sea en forma de entrada de calor o en forma de eliminación del mismo, para modificar las características físicas, químicas y biológicas del producto. Durante el almacenamiento de frutas, verduras, carnes y productos lácteos se elimina calor a fin de que el producto se enfríe y se conserve por un período largo. El calentamiento implica la destrucción de patógenos y otros microorganismos que causan el deterioro de los alimentos, para así hacer a éstos seguros y estables por períodos de almacenamientos más prolongados. La transferencia de calor la regulan algunas leyes físicas que permiten predecir el fenómeno de calentamiento y determinan las condiciones óptimas de operación (SHARMA y otros, 2003).

4.2.2 Mecanismos de transferencia de calor. Existen tres mecanismos diferentes por los cuales ocurre esta transferencia de calor: Conducción, convección y radiación. Todos los tipos de transferencia de calor requieren la existencia de una diferencia de temperatura y todos ellos ocurren del medio que posee la temperatura más elevada hacia uno de temperatura más baja (CENGEL, 2007).

- **Conducción.** La conducción es la forma en que tiene lugar la transferencia de energía a escala molecular. Cuando las moléculas absorben energía térmica vibran sin desplazarse, aumentando la amplitud de las vibraciones conforme aumenta el nivel de energía; estas vibraciones se transmiten de unas moléculas a otras sin que tenga lugar movimiento alguno de traslación (SINGH y otros, 2009). La conducción tiene lugar en los sólidos, líquidos o gases. En los gases y líquidos la conducción se debe a las colisiones y a la difusión de las moléculas durante su movimiento aleatorio. En los sólidos se debe a la combinación de las vibraciones de las moléculas en una retícula y al transporte de energía por parte de los electrones libres.

La rapidez o razón de la conducción de calor a través de un medio depende de la configuración geométrica de éste, su espesor y el material de que esté hecho, así como de la diferencia de temperatura a través de él y de la conductividad. Se ha

demostrado que la razón de la transferencia de calor, a través de la pared de un objeto plano se duplica cuando se duplica la diferencia de temperatura de uno a otro lado de este, o bien, se duplica el área perpendicular a la dirección de la transferencia de calor; pero se reduce a la mitad cuando se duplica el espesor de la pared. Por tanto, se concluye que la razón de la conducción de calor a través de una capa plana es proporcional a la diferencia de temperatura a través de ésta y al área de transferencia de calor, pero es inversamente proporcional al espesor de esa capa; es decir,

$$\text{Razón de conducción del calor} \propto \frac{(\text{Área})(\text{Diferencia de temperatura})}{\text{Espesor}}$$

o bien,

$$q = kA \frac{T_1 - T_2}{\Delta x} = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad \text{Ec. 1}$$

En el caso límite que $\Delta x \rightarrow 0$, la ecuación 1 se reduce a la forma diferencial. (CENGEL, 2007). Si existe un gradiente de temperatura en un cuerpo, tendrá lugar una transmisión de calor desde la zona de alta temperatura hacia la que está a temperatura más baja y el flujo de calor será proporcional al gradiente de temperatura dT/dx . La ecuación que describe la transmisión de calor por conducción en cualquier sistema, se denomina Ley de Fourier de la conducción:

$$q = -kA \frac{dT}{dx} \quad \text{Ec. 2}$$

Donde, q es el flujo de calor por conducción en la dirección x (W o J/s), k la conductividad térmica del material ($W/m \text{ } ^\circ C$), A el área (normal a la dirección x) a través de la que fluye el calor (m^2), T la temperatura ($^\circ C$) y x la distancia (m). (SINGH y otros, 2009). El signo negativo de esta ecuación implica que el calor se mueve de una temperatura alta a una baja o hacia abajo en el gradiente de temperatura. (SHARMA y otros, 2003).

- **Convección.** Cuando un fluido circula alrededor de un sólido, existiendo una diferencia de temperatura entre ambos, tiene lugar un intercambio de calor entre ellos. Esta transmisión de calor se debe al mecanismo de convección. Dependiendo de si el flujo del fluido es provocado artificialmente o no, se distinguen dos tipos de transmisión de calor por convección: forzada y libre. La convección forzada implica el uso de algún medio mecánico para provocar el movimiento del fluido y la convección natural tiene lugar a causa de diferencia de densidad provocada a su vez por gradientes de temperatura. El flujo de calor se expresa mediante la ley de Newton, que considera el efecto global de la convección (SINGH y otros, 2009).

$$q = hA\Delta T$$

Ec.3

Donde, q es el flujo de calor que se expresa en función del gradiente de temperatura ΔT (W o J/s). A es el área de contacto entre el líquido y el sólido (m^2), ΔT es la diferencia en temperatura entre la porción principal del líquido y el sólido a través de la capa límite y h es una constante de proporcionalidad llamada "coeficiente convectivo de transferencia de calor" ($W/m^2\text{°C}$), que depende de la naturaleza del sistema (SHARMA y otros, 2003).

- **Radiación.** Es la energía emitida por la materia en forma de ondas electromagnéticas (o fotones) como resultado de los cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos o moléculas. A diferencia de la conducción y la convección, la transferencia de calor por radiación no requiere la presencia de un medio. De hecho, la transferencia de calor por radiación es la más rápida (a la velocidad de la luz) y no sufre atenuación en un vacío. La radiación se da en diferentes longitudes de onda, como los rayos x, los rayos gamma, las microondas, las ondas de radio y de televisión. Todos los cuerpos a una temperatura arriba del cero absoluto emiten radiación térmica. La radiación es un fenómeno volumétrico y todos los sólidos, líquidos y gases emiten, absorben o transmiten radiación en diversos grados (CENGEL, 2007).

Por otra parte, cuando el producto se calienta utilizando microondas, la energía se enlaza directamente a dicho producto en forma de radiaciones electromagnéticas a frecuencia de microondas, de modo que la absorción de energía y el calentamiento consecuente se llevan a cabo en todos los puntos de este. Como resultado, la conducción de calor por todo el producto no constituye el modo principal de calentamiento, de manera que éste es muy rápido.

Sin embargo, puesto que la energía de las microondas es absorbida conforme penetra el producto a grandes profundidades no hay calentamiento eficiente en consecuencia los productos más gruesos dependen todavía de la conducción, para completar el proceso de calentamiento. A causa de esto las características geométricas constituyen una consideración importante al diseñar productos susceptibles de prepararse por medio de microondas (SHARMA y otros, 2003).

4.2.3 Propiedades térmicas. Las propiedades térmicas son parámetros requeridos para llevar a cabo cálculos de las velocidades de transferencia de calor en procesos de calentamiento y enfriamiento, son datos esenciales en el diseño de equipos en ingeniería de procesos; la importancia de la aplicación de las propiedades térmicas radica en el conocimiento y en la veracidad de dichos parámetros pero desafortunadamente la información de estas propiedades no está disponible fácilmente, se obtienen usando diferentes técnicas y los valores no siempre concuerdan entre sí (CHOI y otros, 1986).

Las principales propiedades térmicas utilizadas en ingeniería de procesos son: conductividad térmica, calor específico, difusividad térmica, entalpía, densidad y coeficiente de calor convectivo de superficie. Las de interés para esta investigación son: Calor específico, difusividad térmica y conductividad térmica.

• **Difusividad térmica.** Otra propiedad de los materiales que aparece en el análisis de la conducción del calor en régimen transitorio es la difusividad térmica, la cual representa cuán rápido se difunde el calor por un material y se define como:

$$\alpha = \frac{\text{Calor conducido}}{\text{Calor almacenado}} = \frac{k}{\rho C_p} \quad \text{Ec. 4}$$

La conductividad térmica k representa lo bien que un material conduce el calor y la capacidad calorífica ρC_p representa cuánta energía almacena un material por unidad de volumen. Por lo tanto, la difusividad térmica de un material se expresa como la razón entre el calor conducido a través del material y el calor almacenado por unidad de volumen (CENGEL, 2007).

• **Calor específico.** es la cantidad de calor necesario para modificar la temperatura de una masa determinada de una sustancia sin cambio de fase (SWEAT, 1985). La ecuación general que permite el cálculo del calor específico es:

$$C_p = \frac{Q}{m \Delta T} \quad \text{Ec. 5}$$

• **Conductividad térmica.** es una medida de la capacidad que tiene un material para conducir el calor a través del mismo, y se define como:

$$k = \alpha \rho C_p \quad \text{Ec. 6}$$

También se dice que la *Ec.1* para la razón de la transferencia de calor por conducción, en condiciones estacionarias, también se expresa como la ecuación de definición para la conductividad térmica. Por tanto, la conductividad térmica de un material se define como la razón de transferencia de calor a través de un espesor unitario del material por unidad de área por unidad de diferencia de temperatura (CENGEL, 2007).

En alimentos la conductividad térmica depende principalmente de la composición, pero también de algunos otros factores que afectan el camino del flujo de calor a través del material tales como porcentajes de espacios vacíos, homogeneidad,

longitud, área de transferencia de calor, forma y tamaño del producto (SINGH y otros, 2009).

4.3 ANTECEDENTES DEL TEMA

Diversos autores han realizado trabajos relacionados con la determinación de las propiedades térmicas de diferentes sustancias alimenticias y no alimenticias, tanto sólidas como líquidas; sin embargo, aún no existe ningún estudio en literatura para determinar las propiedades térmicas del jugo del fique. A continuación se hace una breve descripción de los principales estudios y métodos empleados para la determinación de propiedades térmicas de algunas sustancias.

4.3.1 Difusividad térmica. El valor de la difusividad térmica de un alimento dado se calcula si se conoce su conductividad térmica, densidad y calor específico. Dickerson (1969), da una expresión en que la difusividad térmica de una sustancia solo es función del contenido de agua y de la difusividad térmica de la misma:

$$\alpha = 8,8 * 10^{-8}(1 - X^m_{Agua}) + \alpha_{Agua}X^m_{Agua} \quad Ec.7$$

Por otra parte Martens (1980), da la siguiente ecuación:

$$\alpha = 5,7363 * 10^{-8} X^m_{Agua} + 2,8 * 10^{-10} \quad Ec.8$$

Según Sheindlin y otros (1998), reportan diferentes dispositivos para medir la difusividad térmica de varias sustancias, sin embargo, estos no permiten trabajar a bajas temperaturas, o bien de poder hacerlo, lo hacen con muestras muy pequeñas, por lo que se complica cuando se quiere medir sustancias no homogéneas o compuestos particulados.

Para Yañez y otros (2001), la difusividad térmica es una medida de cómo fluye el calor por un material y es la menos estudiada de las propiedades térmicas, quizás debido a la escasez de equipos comerciales destinados a tal fin. Generalmente el valor de la difusividad térmica se estima a partir de mediciones de la conductividad térmica, capacidad calorífica y densidad.

Ibarz Ribas y otros (2003), proponen una metodología para la determinación de las propiedades térmicas en líquidos mediante la utilización de celdas en forma cilíndrica, donde se envasa la sustancia a estudiar. En este método se obtienen dos valores de difusividad térmica: uno gráfico y otro analítico que posteriormente son comparados para determinar su exactitud.

Tansakul y otros (2005), determinaron la difusividad térmica de la leche de coco aplicando el método matemático que utiliza la Ec. 4. Los valores de conductividad térmica, densidad y calor específico de la leche de coco fueron determinados experimentalmente mediante la aplicación del método de la sonda térmica, el picnómetro y el calorímetro respectivamente.

Baïri y otros (2005), utilizan un método simple de medida de la difusividad basada en la solución analítica de la ecuación de calor 1D (en una dimensión) de Fourier aplicada a un cilindro, fácilmente aplicable a frutas y mezclas de hortalizas. Para determinar la exactitud del método realizaron mediciones de alimentos como agua, aceite de oliva y carne roja picada, para los cuales se obtuvo valores de difusividad térmica con una precisión de alrededor del 4%, aceptable para la mayoría de aplicaciones en ingeniería, en particular en la industria alimentaria. Los modelos ajustados presentaron un R² de 99,56 y 98,1% para agua y carne respectivamente.

Para el desarrollo del método analítico, es importante tener en cuenta las condiciones iniciales y de frontera en las que se encuentra el medio de trabajo, los diferentes factores que afectan el procedimiento y la geometría del sistema para determinar la forma de distribución de temperaturas dentro del mismo y por lo tanto es necesario saber también que ecuaciones gobiernan dichas condiciones. El hecho de aislar los dos extremos de la celda cilíndrica hace que la solución térmica transitoria se base en resolver la ecuación 1D de Fourier en coordenadas cilíndricas y no la de 2D. La ecuación que gobierna estas condiciones es:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial t^*} \quad \text{Ec. 9}$$

Donde la solución de esta ecuación proporciona la variación de la temperatura con el tiempo y con las coordenadas espaciales. Según Baïri y otros (2003), la solución analítica para la conducción de calor en estado no estacionario para un objeto cilíndrico sometido a cambios bruscos de temperatura y a convección forzada se basa en el método de separación de variables para r y t y aplica el uso de matemáticas avanzadas (ver ANEXO E).

La solución de la ecuación 1D de Fourier desarrollada por Baïri y otros (2003), se escribe de la siguiente manera:

$$\theta(r, t) = \frac{T(r, t) - T_e}{T_0 - T_e} = 2 \sum_{m=1}^{\infty} \exp(-\xi_m^2 F_0) \frac{1}{\xi_m J_0^2(\xi_m) + J_1^2(\xi_m)} J_1(\xi_m) J_0(\xi_m r^*) \quad \text{Ec. 10}$$

Donde, J_0 y J_1 son las funciones de Bessel de primera clase de orden 0 y 1 respectivamente, ξ_m las raíces positivas de la ecuación característica:

$$\xi_m J_1(\xi_m) - Bi_o J_0(\xi_m) = 0, \quad Ec. 11$$

y

$$r^* = \frac{r}{R} \quad Ec. 12$$

es el radio reducido.

Cuando un objeto es sumergido en un fluido que se encuentra a una temperatura diferente de la temperatura inicial de dicho objeto, es preciso decir que durante el periodo de calentamiento en estado no estacionario la temperatura en el interior de este varía con la posición y el tiempo; por lo tanto, considerando el centro del cilindro como el punto de interés, el flujo de calor desde el fluido hasta este punto encuentra resistencias en serie: resistencia al flujo de calor por convección en la capa del fluido que rodea el cilindro en sus inmediaciones y resistencia al flujo de calor por conducción en el interior del objeto. Así, el número de Biot, Bi_o relaciona la resistencia interna del objeto con la externa del fluido. Todo ello afecta la velocidad de calentamiento afectado a su vez por dos factores:

- Velocidad de transferencia de calor entre el medio y el objeto
- Velocidad de transferencia de calor dentro del objeto

Y para determinar que factor está limitando se calcula el número de Bi_o .

$$Bi_o = \frac{hD}{k} \quad Ec. 13$$

Siendo D la dimensión característica. La $Ec. 14$ muestra el número de Biot modificado para un cilindro, el cual es adimensional.

$$Bi_c = \frac{hR}{k} \quad Ec. 14$$

Por otra parte, en la $Ec. 10$ también interviene el número de Fourier:

$$F_o = \frac{\alpha t^*}{D^2} \quad Ec. 15$$

que al igual que el número de Biot es adimensional, en caso de utilizar un cilindro, la $Ec. 15$ queda:

$$F_{oc} = \frac{\alpha t^*}{R^2} \quad Ec. 16$$

obteniéndose el número de Fourier modificado.

Teniendo en cuenta que el coeficiente de convección h es muy alta (entre 50 y 10000 W/m²°C) la serie infinita anterior (Ec.10) se aproxima al primer término, (BAÏRI y otros, 2005); por tanto la ecuación Ec. 10 queda:

$$\theta(r, t^*) = \left[2 \left(\frac{1}{\xi_1} \frac{J_1(\xi_1)}{J_0^2(\xi_1) + J_1^2(\xi_1)} \right) J_0(\xi_1 r^*) \right] \exp [-(\xi_1^2 Fo_c)] \quad Ec. 17$$

Si se llama K^* la parte constante, la ecuación se convierte en:

$$\theta(r, t^*) = K^* \exp[-(\xi_1^2 Fo_c)] = K \exp \left[-\alpha \left(\frac{\xi_1^2}{R^2} \right) t^* \right] \quad Ec. 18$$

El valor de la primera raíz de la ecuación es $\xi_1 = 2,405$, considerando el número de $Bi_c \rightarrow \infty$ según el ANEXO D.4. Las mediciones muestran que después de algún tiempo la temperatura evoluciona, para cualquier radio, de forma exponencial y el tiempo mínimo corresponde al valor límite de Fo_c que permite la convergencia de la forma explícita de la ecuación de Fourier. El tiempo τ constante sería en este caso:

$$\tau = \left[\alpha \left(\frac{\xi_1^2}{R^2} \right) \right]^{-1} \quad Ec. 19$$

Se requiere medir cuidadosamente la pendiente de la curva $\ln(\theta) = f(t)$, para encontrar el valor de τ . Por último, despejando difusividad la ecuación Ec.19 queda:

$$\alpha = \frac{1}{\tau} \left(\frac{R}{2,405} \right)^2 \quad Ec. 20$$

Por otra parte, varios documentos presentan los resultados de la caracterización térmica de diferentes materiales con métodos sencillos, uno de ellos lo presentan Martins Assis y otros (2006), que determinan la difusividad térmica del jugo de jobo utilizando el método experimental de Dickerson (1965), que consiste en un instrumento con una celda cilíndrica (0,02475 m de radio interno y 0,2485 m de longitud) de cromo latón niquelado con dos cubiertas de nylon, de difusión térmica conocida, similar a la mayoría de productos alimenticios líquidos. Acoplaron dos termopares tipo T fijados en el centro de la celda. La celda se sumergió en un baño térmico el cual se calentó a un ritmo constante. Sin embargo, el coeficiente de correlación en esta experimentación fue $R^2 = 0,88$, llegando a la conclusión que este método no es lo suficientemente confiable.

Este método también fue aplicado por Giraldo Gómez y otros (2010), para determinar la difusividad térmica del jugo concentrado de lulo, en donde compararon los datos obtenidos experimentalmente con un modelo empírico desarrollado por Riedel (1951) citado por Singh (1982), obteniendo un valor medio del error del 13,11% con una desviación estándar del 4.06%, siendo mayor el error a temperatura superiores, por tal razón, solamente obtuvieron valores de difusividad para temperaturas inferiores a 28,8 °C.

Glavina y otros (2006), determinan la difusividad térmica utilizando funciones de transferencia derivadas de la solución de la ecuación de Fourier tanto para superficies planas como para objetos cilíndricos. La ventaja de este método es que tiene en cuenta todos los datos de temperatura y no sólo el intervalo de temperaturas donde el comportamiento de ésta en función del tiempo es lineal, además no tiene problemas cuando se trata de trabajar con rampas o pulsos térmicos. El problema del método se presenta cuando se trabaja en dos dimensiones principalmente por la complicación de las ecuaciones.

4.3.2 Calor específico. Unos de los instrumentos para el cálculo del calor específico son los calorímetros, que teniendo en cuenta la forma como se realiza la medida y el tipo de aislamiento que poseen, se clasifican como: calorímetros adiabáticos e isotérmicos. Estos últimos contienen a los calorímetros de conducción de calor, que a su vez se clasifican como macro y micro calorímetros, donde normalmente los micro calorímetros hacen referencia al tamaño de la celda y a la sensibilidad en la determinación de la cantidad de calor del mismo (HEMMINGER y otros, 1984); (WADSO, 1994). La medición del valor del calor específico de una sustancia mediante la utilización de un calorímetro es muy interesante debido a la diversidad de sistemas y a la manera como se generan los efectos térmicos y a la diversidad de equipos calorimétricos (HOHNE y otros, 1996).

Palmer (2002), planea que los calorímetros utilizados para medir la cantidad de calor que ha sido transferida en un proceso determinado, van desde aparatos básicos a muy elaborados; sin embargo, básicamente para su construcción se necesita un recipiente de un material conocido que absorba calor eficientemente, un sensor de temperatura (termómetro) y un medio para aislar térmicamente el recipiente de su entorno (atmósfera ambiente) como el vacío o un material de baja conductividad térmica. De acuerdo a los estudios realizados por Giraldo y otros (2005), el material idóneo para el aislamiento térmico de un calorímetro es el *nylon* en comparación con el *PVC* y el aislamiento metálico, ya que presentan valores de constantes de fugas térmicas de $6,37 \times 10^{-5}$, $6,50 \times 10^{-3}$ y $2,52 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, respectivamente.

Moura y otros (1998), determinaron el calor específico de jugo de frutas tropicales empleando una adaptación del método de la mezclas; para ello utilizaron un termo

y termocuplas tipo T. Utilizaron entre 100 a 150 g de muestra a 5°C, la cual fue colocada en bolsas de polietileno eliminando el contacto directo entre las muestras, posteriormente depositaron esta muestra dentro del calorímetro que contenía 500g de agua destilada a 90°C. Mediante este método obtuvieron un error relativo porcentual máximo de 4,61%. Este método también fue utilizado por Tabil y otros (2003), para determinar el calor específico de la remolacha azucarera obteniendo valores de C_p con una desviación estándar de 0.156 y un coeficiente de variación de 4,39%.

Ibarz Ribaz y otros (2003), plantearon la determinación del calor específico de un líquido mediante un calorímetro vaso Dewar el cual tiene acoplado en su interior un termómetro y una varilla agitadora. En este método se utilizaron masas iguales tanto de agua destilada como de pulpa de tomate; se mezclaron directamente y agitaron hasta llegar a una temperatura de equilibrio final.

Para la determinación del calor específico de alimentos líquidos en la mayoría de los casos se han usado diferentes tipos de calorímetros, sin embargo, dentro de la literatura no se ha encontrado aun la determinación de dicha propiedad mediante el uso de microondas, no obstante, Sharma y otros (2003), plantean una metodología donde se realizan mediciones de temperatura mediante sondas de fibra óptica y unidad acondicionadora de señales y se observa el efecto de la potencia de microondas en la velocidad de calentamiento, la potencia absorbida y la eficiencia de acoplamiento, en agua, aceite y soluciones salinas, aplicando las siguientes ecuaciones en orden respectivo:

$$\text{Velocidad de calentamiento} = \frac{\Delta T}{\Delta t} \text{ en } ^\circ\text{C/s}$$

$$\text{Potencia absorbida: } Q^* = \rho C_p \frac{\Delta T}{\Delta t} \text{ en } W/cm^3 \quad \text{Ec. 21}$$

$$\text{Eficiencia de la potencia acoplada} = \left(\frac{Q^* \text{ Volumen}}{\text{Voltaje del horno}} \right) * 100 \quad \text{Ec. 22}$$

Fuente:(SHARMA y otros, 2003).

Mediante el uso de la Ec. 21 al conocer el calor Q se despeja C_p para determinar su valor.

$$C_p = \frac{Q^*}{\rho \frac{\Delta T}{\Delta t}} \quad \text{Ec. 23}$$

La tecnología de microondas y la aplicación de campos electromagnéticos en el tratamiento de materias primas, desarrollo de nuevos materiales y procesos, así

como el mejoramiento de los ya disponibles, son áreas que hasta ahora se están documentando en nuestro país y son actualmente tema de estudio de muchos grupos de investigación alrededor del mundo. En esta dirección Ortiz y otros (2010), realizaron la modificación del sistema electrónico de un horno convencional de microondas para permitir la medición de temperatura en línea con termocupla, requerida para el estudio del efecto térmico de las microondas sobre muestras de pavimento, tomadas como ejemplo demostrativo. Esta forma de realizar la medición de temperatura demostró ser costo-efectiva comparada con un sistema de medición de fibra óptica; su precisión, exactitud y reproducibilidad fueron aceptables al compararse con este sistema alternativo, pero con la ventaja de utilizar simplemente termocuplas.

4.3.3 Conductividad térmica. La conducción de calor en estado estacionario ha sido utilizada en distintos experimentos para calcular la conductividad térmica de alimentos; aunque también se utilizan experimentos en estado no estacionario para determinarla. De cualquier modo, lo que interesa obtener son relaciones matemáticas que permitan calcular la conductividad térmica de un determinado alimento en función de la temperatura y composición. Para soluciones azucaradas, zumos de frutas y leche, una ecuación que permite el cálculo de la conductividad térmica según Riedel (1949), es:

$$K = (326,8 + 1,0412T - 0,00337 T^2)(0,44 + 0,54X_{AGUA}^m) 1,73 \times 10^{-3} \quad Ec. 24$$

Jakob y otros (1964), plantean un método en donde emplea la geometría cilíndrica el cual fue usado por primera vez en 1905; este método usa un dispositivo que consta de dos cilindros concéntricos, alojando el material a testear entre ellos. En el interior del cilindro de menor diámetro se coloca una resistencia calefactora, la cual está cubierta con otro cilindro para uniformar la temperatura superficial; la medición de temperatura se efectúa sobre los cilindros exterior e interior empleando termocuplas.

El método se emplea para medir conductividad en materiales tales como sólidos, aislantes, refractarios y materiales para la construcción, así como también para líquidos, gases y metales a altas temperaturas. Sin embargo, en este método se tienen pérdidas de calor por los extremos de los cilindros, esto se soluciona construyendo cilindros tan largos como sea posible, calentarlos en toda su longitud y efectuando la medición en la zona central, otra solución es aislar térmicamente las tapas del cilindro; si la longitud del cilindro a emplear es relativamente pequeña, se disponen termocuplas en el sentido del eje axial del cilindro, para determinar las pérdidas en los extremos. Otro método consiste en colocar calefactores auxiliares en el extremo para compensar las pérdidas. El valor de la conductividad térmica se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$q = \frac{\Delta T}{\frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{kL2\pi}} \quad \text{Ec. 25}$$

Por otra parte, Jakob y otros (1964), plantearon utilizar la ley de Fourier para el cálculo de la conductividad térmica para geometrías planas, cilíndricas y esféricas. Conocidas estas soluciones, podrán usarse dispositivos basados en las mencionadas geometrías para determinar el coeficiente de conductividad térmica del medio que se requiera. Dicho cálculo debe hacerse bajo un régimen de conducción estacionaria y unidimensional, lo cual en algunos casos constituye una aproximación.

Nithatkusol (1998), diseñó un modelo instrumental para calcular la conductividad térmica de la leche de coco utilizando una fuente de calor, la cual consta de una sonda de acero inoxidable que alberga un alambre de cromo níquel como hilo calefactor y una termocupla. Se introduce en un baño de agua a una temperatura constante y se registran los datos de tiempo y temperatura de la muestra. Al realizar la calibración del equipo con gel de agar y glicerina obtuvo valores de conductividad térmica con una desviación de 0,64% y 0,81% respectivamente. Wang y otros (2001), usaron el mismo método para la medición de la conductividad térmica de suelos, alimentos y líquidos.

Otro método, es el usado por Muñoz M. (2007), quien midió la conductividad térmica de las fibras de fique, siguiendo el procedimiento establecido por la norma ASTM C 177-63. El instrumento usado consta de: cuatro placas muy pulidas, iguales y construidas con materiales de alta conductividad térmica, colocadas por parejas simétricas, dos placas calientes y dos frías a las cuales se les mide la temperatura correspondiente, donde, los resultados finales de la medición de la conductividad térmica presentaron errores relativos aceptables inferiores al 10%.

Chaves y otros (2009), tomaron como ejemplo la investigación de los métodos dados por Hooper y otros que plantean la base de la teoría de la fuente de calor y construyeron un prototipo llamado micro controlador *Basic Stamp II* para determinar la conductividad térmica de alimentos líquidos y pastosos. Este dispositivo también utilizó un alambre de Níquel-Cromo especial, del 80% de níquel y 20% de Cromo de alta pureza y un circuito calefactor que disipa el calor por la sonda de manera constante y uniforme en toda su longitud. Dicho prototipo es muy fácil de manejar ya que las mediciones se hacen casi de manera automática pues los resultados se leen en una pantalla de cristal líquido después de seguir las instrucciones. Sin embargo el dispositivo *Basic Stamp II* presentó valores de conductividad térmica de los alimentos con una desviación del 10%.

5. DISEÑO METODOLÓGICO Y ESTADÍSTICO

5.1 LOCALIZACIÓN

Antes de comenzar con los cálculos correspondientes para la determinación tanto de las propiedades físicas como térmicas del jugo de fique se tuvieron en cuenta las siguientes condiciones de trabajo de acuerdo al lugar en donde se realizaron las pruebas:

- Lugar: Planta piloto, Universidad de Nariño, San Juan de Pasto, Nariño;
- Altura sobre el nivel del mar: 2527 *msnm*;
- Presión atmosférica: 565,17 *mmHg*

Estas condiciones de trabajo fueron útiles para determinar la temperatura de saturación del agua, parámetro que permite establecer la temperatura máxima (punto de ebullición del agua) a la cual los métodos planteados en esta investigación son aplicables. Tomando como referencia la presión atmosférica y utilizando las tablas de presión para agua saturada se calculó que la temperatura de saturación del agua es: 91,85°C.

5.2 ADECUACIÓN DE MATERIA PRIMA

Como materia prima para el desarrollo de esta investigación, se utilizaron hojas de fique de las variedades Negra Común y Uña de Águila procedentes del municipio de El Tambo – Nariño. Para obtener muestras de jugo que cumplan con las condiciones deseadas para los diferentes análisis se realizaron los siguientes procesos:

5.2.1 Limpieza y lavado. Las hojas de fique se pesaron, limpiaron y lavaron con agua potable eliminando suciedad y sustancias extrañas en las muestras, posteriormente, se retiraron las espinas y se cortó el cuerpo de la penca en trozos aplanados para su fácil acceso en el equipo extractor.

Imagen 2. Limpieza y corte de las hojas de fique



Fuente: Esta investigación

5.2.2 Extracción. La extracción de jugo de fique se llevó a cabo en la Planta Piloto de la Facultad de Ingeniería Agroindustrial de la Universidad de Nariño con un equipo desfibrador y extractor diseñado especialmente para el procesamiento de la hoja de fique. Este equipo consta de un motor que acciona dos rodillos giratorios superpuestos que presionan la hoja de fique cuando esta pasa entre ellos; en la parte inferior posee un canal que permite la recolección del jugo.

Imagen 3. Extracción del jugo de fique



Fuente: Esta investigación

5.2.3 Clarificado. Posterior a la extracción del jugo de fique se procedió a clarificarlo utilizando una centrifuga refrigerada *Thermo IEC Multi RF 8466*, las condiciones de centrifugado fueron las siguientes:

- Velocidad de centrifugación: 5000 rpm
- Tiempo de centrifugación: 1 minuto
- Temperatura de centrifugación: 4 °C
- Tubos de centrifugación: Falcon de 50 cm³

Imagen 4. Centrífuga utilizada en la clarificación del jugo de fique



Fuente: (LATORRE y otros, 2010)

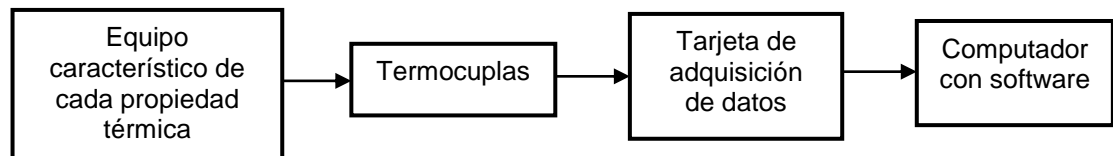
5.2.4 Pasteurización. Al jugo clarificado se lo pasteurizó utilizando un baño termostático *EYELA OSB 2000*, a una temperatura de 75°C durante un tiempo de 4 min, inmediatamente se enfrió hasta temperatura de (3 - 4°C). Estos parametros de pasteurización según Latorre y otros (2010), disminuyen la actividad enzimática de aproximadamente el 90%, asegurando la efectividad del jugo como bioinsumo presentando valores de actividad residual de 10,6% para POD y 3,2% para PPO, por tanto, este proceso termico asegura que las propiedades del jugo no se alteren.

5.2.5 Almacenamiento y conservación. El jugo pasteurizado se llenó en bolsas de polietileno de 250 cm³ y se almacenaron en un congelador *LG GR – P257STB* a -23 °C hasta el momento de realizar las pruebas.

5.3 COMPONENTES GENERALES DEL SISTEMA DE ADQUISICIÓN Y PROCESAMIENTO DE DATOS

Es importante aclarar que para el desarrollo de este proyecto y para todas las pruebas que implicaron medición de temperatura se utilizaron diferentes elementos para el acondicionamiento y control del sistema, el cual consta de: un equipo característico en el que se realiza la prueba, un sistema de medición de temperatura, un sistema de adquisición de datos con una tarjeta con conexión USB y un computador equipado con un software que controla el sistema. El diagrama de bloques correspondiente se presenta en la figura 1.

Figura 1. Esquema general del sistema de adquisición de datos



Fuente: Esta investigación

5.3.1 Equipos básicos utilizados en la determinación de las propiedades térmicas del jugo de fique:

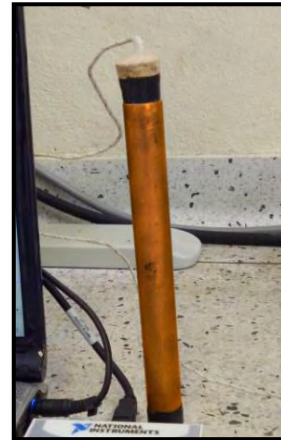
- **Baño termostático o baño maría:** El modelo utilizado en este proyecto es el *EYELA OSB 2000*, que se presenta en la imagen 5. Este, es un baño que posee un panel digital que permite programar temperaturas en el rango de 5 a 180 °C con una precisión de $\pm 1,5$ °C en agua, hecho de acero inoxidable con revestimiento de teflón lo que impide que no se adhieran materiales y que ningún elemento de calefacción esté expuesto, por lo que es seguro y fácil de limpiar.

Imagen 5. Baño termostático modelo EVELA OSB 2000.



Fuente: Esta investigación

Imagen 6. Celda cilíndrica de cobre

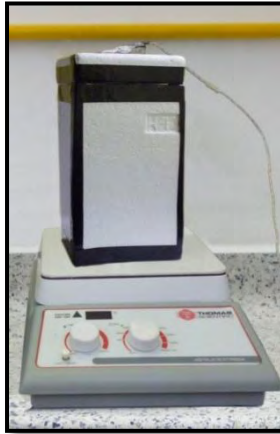


Fuente: Esta investigación

- **Celda cilíndrica:** En la imagen 6 se aprecia la celda cilíndrica usada en esta investigación; en dicha celda se colocó la muestra de jugo de figue a estudiar. Está elaborada en cobre con una longitud de $0,136\text{ m}$, un diámetro de $0,01\text{ m}$ y un espesor de $1 \times 10^{-3}\text{ m}$; según Cengel (2007), el cobre posee una conductividad térmica de $401\text{ W/m}^\circ\text{C}$ a temperatura ambiente, lo que asegura una resistencia muy baja a la conducción de calor. Se aislaron los extremos de la celda con una capa de corcho de $0,015\text{ m}$ de espesor que evita la transferencia de calor ya que el corcho presenta una conductividad térmica de $0,039\text{ W/m}^\circ\text{C}$.

- **Calorímetro:** Se utilizó un termo o vaso Dewar de acero inoxidable como calorímetro, el cual posee vacío como medio de aislamiento, para disminuir la velocidad de transferencia de calor con el medio ambiente, se le diseñó un recubrimiento en icopor de $0,02\text{ m}$ de espesor; como tapa del calorímetro se utilizó un tapón de corcho de $0,045\text{ m}$ de espesor a través del cual se perforó un pequeño orificio por el que se introdujo una termocupla para monitorear la temperatura; al calorímetro se le incorporó un agitador magnético marca Thomas Scientific 984TH7CHPUSA, el cual se presenta en la imagen 7.

Imagen 7. Calorímetro con agitador magnético



Fuente: Esta investigación

- **Microondas:** Se utilizó un horno microondas convencional en acero inoxidable, marca Whirlpool, modelo *WM2014S*, cuyas dimensiones son 0,311 x 0,553 x 0,453 m, de 2450 MHz y potencia nominal de 1500W.

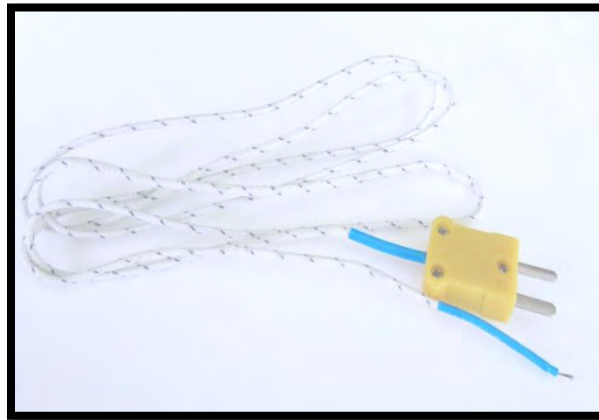
Imagen 8. Microondas usado en la investigación



Fuente: Esta investigación

- **Termocuplas:** se utilizaron termocuplas tipo K de aleación Chromel y Alumel de 1×10^{-3} m de diámetro, ideales para rangos de temperatura que van de 0°C a 1200°C, son termocuplas alta precisión, sensibilidad y velocidad de respuesta a los cambios de temperatura.

Imagen 9. Termocupla tipo K



Fuente: Esta investigación

- **Tarjeta de Adquisición de datos:** La recolección de datos se hizo con una tarjeta de adquisición NI 9211 de cuatro canales de salida y un Hi-Speed USB Carrier NI USB-9162 de National Instruments. Esta tarjeta posee compatibilidad con termopares tipo J, K, R, S, T, N, E, y B y está especialmente diseñada para toma de temperaturas, ya que posee un filtro incorporado el cual elimina señales indeseadas ya sean provenientes de ruido eléctrico o corrientes parásitas producidas por los equipos.

Imagen 10. Tarjeta de adquisición de datos



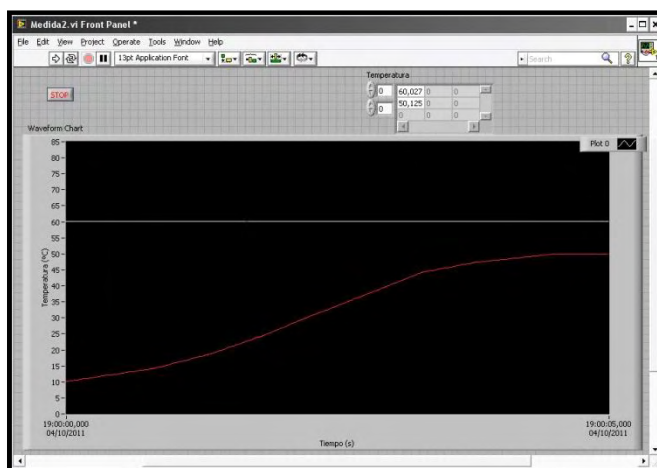
Fuente: Esta investigación

- **Computador, panel frontal y software de control del sistema:** Se utilizó un pc portátil *Hp pavilion dv6000* en el cual se ejecutó el programa *LabVIEW2010*.

Este programa, posee un entorno de programación gráfica en el que se crean aplicaciones de una forma rápida y sencilla. *LabVIEW* maneja dos ventanas principales: un panel frontal y un diagrama de bloques.

El panel frontal, es la interface de usuario y en ella se ubican los controles e indicadores los cuales están respaldados por un terminal de conexión en el diagrama de bloques. En este proyecto el panel frontal se compone de un plot en donde se observa gráficamente el comportamiento de temperatura vs el tiempo cada vez que se activan las termocuplas, también posee un display frontal en donde se presentan la leyenda de los datos numéricos de temperatura, al igual que un botón de *Run* y *Stop* para controlar el inicio y el final del proceso.

Imagen 11. Panel frontal de control y visualización de datos



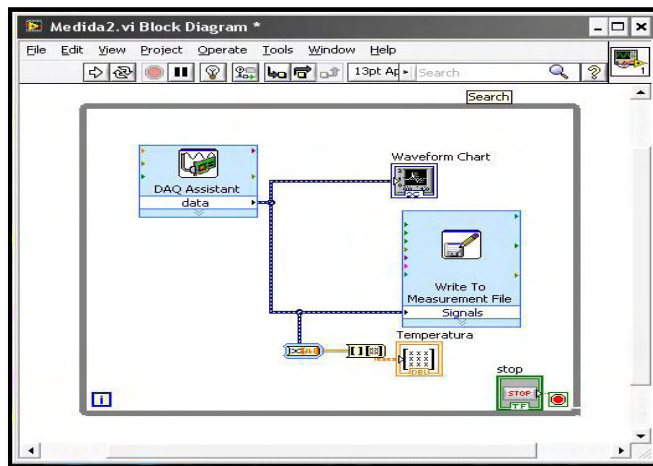
Fuente: Esta investigación

El diagrama de bloques, es una interface gráfica de programación en lenguaje G para el control del sistema de recolección de datos y es la parte en donde se realizaron las especificaciones funcionales; esto sucede mediante la asignación de iconos que representan los datos numéricos e iconos que representan los procedimientos, y que mediante una conexión simple como lo es una línea recta se enlazan para determinar una operación y/o una función. La programación gráfica que se realizó en este proyecto fue en un solo proceso y consta de un ícono llamado *DAQ Assistant* el cual permite la adquisición, lectura y escritura de datos de la tarjeta insertada, toma y control de las señales digitales, y el acondicionamiento de las mismas (amplificación y filtrado).

También, permite acondicionar parámetros como adición de canales para termocuplas, elegir la unidad de escala de temperatura, temperatura máxima a visualizar, tipo de termocupla y numero de mediciones. En este caso los

parámetros fueron: 3 canales de termocuplas asignadas, unidad de escala en grados Celsius, 85°C max de visualización, termocupla tipo K y aproximadamente 5 datos por segundo de medición. Siguiendo con la secuencia del diagrama de bloques por un lado de la línea se encuentra un ícono llamado *Waveform Chart*, el cual permite la visualización del panel frontal y su respectivo acondicionamiento, por el otro lado se encuentra un convertidor de datos dinámicos el cual toma todos los datos provenientes de los diferentes canales y los clasifica por canal, los pasa a un ícono llamado *Real Matrix* donde son leídos numéricamente. Luego, se encuentra otro ícono llamado *Write To Measurement File* cuya funcionalidad permite el manejo de archivos y almacenamiento de información en disco; dentro de este ícono también se configura el formato y el nombre del archivo que contiene los datos. Por último, se encuentra el ícono *Stop* el cual controla el inicio y final del proceso de toma de datos.

Imagen 12. Diagrama de bloques (programación del control del sistema)



Fuente: Esta investigación

5.4 DETERMINACIÓN DE LAS PROPIEDADES FÍSICAS DEL JUGO DE FIQUE

Las propiedades físicas del jugo de fique juegan un papel muy importante en la determinación de las propiedades térmicas, razón por la cual en la presente investigación se determinaron experimentalmente la densidad, pH, punto de ebullición y sólidos totales de cada una de las variedades de jugo. Cabe aclarar que de estas propiedades físicas únicamente a la densidad se le realizó análisis estadístico debido a su gran influencia en el cálculo tanto del calor específico como de la conductividad térmica; para las demás propiedades físicas solo se realizaron pruebas por triplicado y se tomaron los valores promedio los cuales se tuvieron en cuenta únicamente como información adicional, ya que no influyen directamente dentro de los cálculos matemáticos empleados en esta investigación.

5.4.1 Determinación de la densidad del jugo de fique. La densidad es una de las propiedades físicas que más influyen en la determinación de las propiedades térmicas del jugo de fique por lo que su cálculo se realizó de la manera más exacta posible garantizando la veracidad de los resultados. La densidad del jugo de fique se determinó mediante el método del picnómetro, debido a que este, es un instrumento sencillo para utilizar, que permite determinar con precisión la densidad de líquidos y cuya característica principal es la de mantener un volumen fijo al colocar el líquido en su interior. Para determinar la densidad del jugo de fique, fue necesario pesar el picnómetro vacío, luego se lo llenó con la muestra hasta el aforo, teniendo en cuenta que no haya burbujas de aire, se volvió a pesar para realizar la diferencia y por último se resolvió la siguiente ecuación:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{Ec. 26}$$

Para la determinación de la densidad se utilizaron 25 cm³ de jugo de fique de cada variedad, la medición se realizó mediante pruebas por triplicado cada 5°C en el rango de temperaturas entre los 10°C y los 80°C.

Imagen 13. Montaje para el cálculo de la densidad del jugo de fique



Fuente: Esta investigación

5.4.1.1 Análisis experimental de la densidad del jugo de fique. El análisis experimental de la densidad del jugo de fique incluyó la determinación de las medidas de tendencia central y de dispersión, la realización de una comparación de medias y una regresión simple para obtener un modelo ajustado.

- **Análisis de tendencia central y de dispersión de los valores experimentales de densidad del jugo de fique:** Los datos se analizaron utilizando el paquete estadístico *StatGraphics Centurion XV. II*. El análisis incluye

en primera instancia la determinación de las medidas de tendencia central como la media aritmética y las medidas de dispersión como la varianza, desviación estándar y el coeficiente de variación, medidas que indican la confiabilidad y precisión de los datos obtenidos. El error estándar fue calculado para determinar los límites de confianza de las medias aritméticas.

• **Comparación de medias para establecer diferencias significativas entre variedades:** Posteriormente se realizó una prueba de t para dos medias suponiendo varianzas iguales, con el fin de establecer si existen diferencias estadísticamente significativas entre las medias de los datos de densidad de una variedad respecto a la otra a un nivel de confianza del 95,0%. En la comparación de medias se planteó la siguiente hipótesis:

$$H_0: \bar{X}_{Negra\ Común} = \bar{X}_{Uña\ de\ Águila}$$
$$H_1: \bar{X}_{Negra\ Común} \neq \bar{X}_{Uña\ de\ Águila}$$

Donde la hipótesis nula H_0 , establece que las medias de las dos variedades de jugo de fique a una temperatura dada son iguales y la hipótesis alternativa H_1 , propone que las medias de las dos variedades son estadísticamente diferentes. Las anteriores hipótesis se evaluaron en cada una de las temperaturas estudiadas.

• **Análisis de regresión lineal:** Tomando los valores medios de densidad del jugo de fique obtenidos en cada temperatura, se realizó una regresión simple de la cual se tuvo en cuenta la tabla ANOVA y se analizaron parámetros como el R-Cuadrado, el coeficiente de correlación y la ecuación modelo ajustada que describe el comportamiento de la densidad del jugo de fique respecto a la temperatura.

5.4.2 Determinación del pH del jugo de fique. El método empleado fue la medición directa mediante el uso de un pH-metro *Metrohm* referencia 744. Para ello se usaron 50 cm³ de muestra de cada una de las variedades a temperatura de 20°C. Previa a la medición del pH del jugo de fique, el equipo fue purgado y se comprobó la exactitud de las mediciones mediante la utilización de un buffer.

Imagen 14. pH – metro *Metrohm* 744.



Fuente: Esta investigación

5.4.3 Determinación del punto de ebullición del jugo de fique. Para esta prueba se utilizó un rota-vapor tipo *OHB* – 2000 que posee un baño térmico de aceite. En el balón de evaporación de 1000 cm³ de capacidad se depositó 100 cm³ de jugo de fique y algunos núcleos para regular la ebullición y evitar proyecciones bruscas de líquido; se introdujo una termocupla por la cavidad central del condensador hasta llegar a la boca del balón para monitorear la temperatura. Se hizo rotar el balón a la velocidad más baja y se fue elevando la temperatura del aceite del baño, el cual progresa a una temperatura moderada hasta conseguir que el jugo entre en ebullición; en el momento que la temperatura fue constante se realizó la lectura.

Imagen 15. Montaje para la determinación del punto de ebullición



Fuente: Esta investigación

5.4.4 Determinación de los sólidos totales del jugo de fique. Los sólidos totales del jugo de fique se determinaron aplicando el método oficial de la *Association of Official Analytical Chemists (A. O. A. C)* basado en la evaporación del agua en una muestra, para ello se midieron 10cm³ de jugo de fique en una cápsula de porcelana previamente pesada, la cual fue llevada a una mufla a una temperatura de 60 °C durante 36 horas hasta conseguir peso constante. Se realizaron 5 pruebas para cada una de las variedades de jugo de fique. Posteriormente se pesó cada muestra y se realizaron cálculos respectivos. El porcentaje de sólidos se consigue por diferencia de pesos así:

$$\%sólidos\ totales = \left(\frac{\text{Peso de los sólidos}}{\text{Peso del jugo}} \right) * 100 \quad \text{Ec. 27}$$

Imagen 16. Determinación de sólidos totales



Fuente: Esta investigación

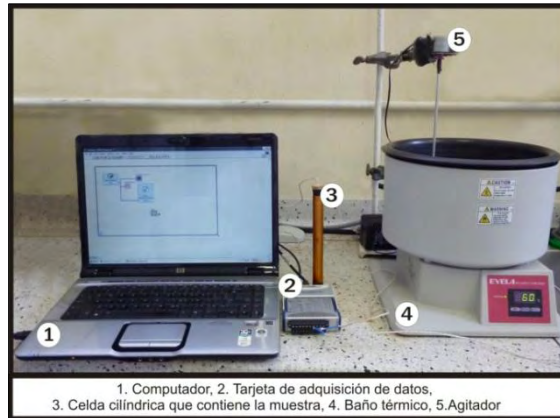
5.5 DETERMINACIÓN DE PROPIEDADES TÉRMICAS DEL JUGO DE FIQUE

5.5.1 Determinación de la difusividad térmica del jugo de fique. Para la toma de datos de tiempo y temperatura se realizó el montaje que se muestra en la imagen 17, el cual consta de:

- ✓ Baño térmico *EYELA OSB 2000*.
- ✓ Agitador eléctrico, el cual gira a 183 rpm para mantener uniforme la temperatura del baño térmico
- ✓ Celda cilíndrica de cobre
- ✓ Tres termocuplas tipo k ubicadas, una en el baño térmico, otra en el centro del cilindro a 1/3 de longitud de este y otra en la pared externa del mismo en la misma posición que la anterior.

- ✓ Tarjeta de adquisición de datos NI 9211 y Hi – Speed USB Carrier NI USB – 9162 de National Instruments

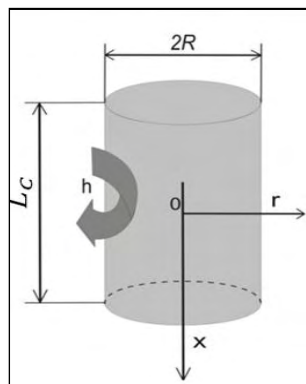
Imagen 17. Montaje para la obtención de datos de tiempo y temperatura para el posterior cálculo de la difusividad térmica.



Fuente: Esta investigación

Para la medición del tiempo y temperatura necesarios para la determinación de la difusividad térmica del jugo de fique se hizo uso de una celda cilíndrica de longitud L_C y diámetro $2R$, de alta conductividad térmica k , la cual contiene la muestra a una temperatura inicial T_0 , esta es sometida a un ambiente térmico de temperatura constante T_e y convección forzada se aisló la celda por sus dos extremos para que se dé la condición de cilindro infinito y el flujo de calor ingrese solo por la superficie lateral (figura 2); se considera que esta condición es razonable para cilindros donde la relación $L_C/R \geq 10$, (INCROPERA y otros, 1999), en este estudio dicha relación es igual a 27,2.

Figura 2. Condiciones del cilindro



Fuente: (BAÏRI y otros, 2005)

Para obtener los valores de difusividad térmica del jugo de fique se emplearon dos métodos: el analítico propuesto por Baïri y otros (2005), y el gráfico planteado por Ibarz Ribaz y otros (2003).

5.5.1.1 Método analítico. Para determinar la difusividad térmica del jugo de fique mediante este método fue necesario determinar en primer lugar el valor del coeficiente convectivo de transferencia de calor h del agua de calentamiento; el procedimiento se presenta en el ANEXO F. De igual manera fue necesario obtener un valor aproximado de la conductividad térmica del jugo de fique, para ello se usó la *Ec. 24* planteada por Riedel, 1949, obteniéndose valores de $k = 0.604 W/m^{\circ}C$ y $k = 0,598 W/m^{\circ}C$ para Negra Común y Uña de Águila respectivamente a la temperatura de la película $T_p = 45^{\circ}C$.

Los números de Biot Bi_c obtenidos para Negra Común y Uña de Águila fueron 47,4 y 47,87 respectivamente, es decir los números de Biot son mayores a 40 lo que significa que la resistencia exterior a la transmisión de calor es despreciable y que la rapidez de calentamiento está limitada por la transferencia conductiva de calor (SINGH y otros, 2009); (SHARMA, 2003).

A partir de las temperaturas experimentales se obtuvieron los valores de temperatura adimensional θ aplicando la *Ec. 10*; finalmente, se calculó el logaritmo natural de θ . Una vez obtenidos los datos experimentales de tiempo y el logaritmo natural de las temperaturas adimensionales se procedió a graficar estas variables para determinar las pendientes. El valor de la difusividad térmica se obtuvo desarrollando la *Ec. 20* donde $1/\tau$ es igual a la pendiente.

5.5.1.2 Método gráfico. Se aplicó el método de solución gráfica en el cual se consideró la conducción de calor en estado no estacionario para un cilindro infinito y con un $Biot > 40$. Se calculó el número de Fourier utilizando la *Ec. 15* suponiendo un valor de difusividad térmica de las sustancias estudiadas. Para obtener la temperatura adimensional se realizó la lectura directa en la gráfica de Gurney-Lurie (ANEXO D.1), y para ello se calcularon previamente los siguientes parámetros:

$$n = \frac{D}{D_1} \quad Ec. 28$$

$$m = \frac{k}{hD_1} = \frac{1}{Bi_o} \quad Ec. 29$$

En este caso, el valor de $D = 0$, ya que el punto de interés es el centro del objeto y el valor de D_1 es 0,005m, por lo tanto resolviendo la *Ec. 28* el valor de n es igual a

cero. El valor de m se tomó como la inversa del número de Biot, cuyo resultado fue $m = 0$ tanto para Uña de Águila y Negra Común teniendo en cuenta los valores de Biot obtenidos con la Ec. 13. Para la lectura de la gráfica, se parte del valor del número de Fourier, se asciende por el grupo de líneas teniendo en cuenta los valores calculados de m y n , y se lee el valor de $\theta(r, t)$ en el eje vertical.

5.5.1.3 Diseño y análisis estadístico para valores de difusividad térmica. Los parámetros que se tuvieron en cuenta para el diseño experimental y la toma de datos de tiempo y temperatura, se presenta en el cuadro 2, dicha toma fue directa y se hicieron 6 replicas tanto para agua como para cada una de las variedades estudiadas de jugo de fique (Uña de Águila y Negra Común), durante un tiempo estimado de 4 minutos.

Cuadro 2. Diseño experimental para la toma de tiempo y temperaturas estudiados para medición de difusividad térmica

Nº de rango	Rango de temperatura de la muestra (°C)	Temperatura media (°C)	Número de Réplicas (n)
1	5 – 35	20	6
2	10 – 60	35	6
3	10 – 70	40	6
4	30 – 80	55	6
5	50 – 80	65	6

Fuente: esta investigación.

Cabe aclarar que se manejó un mínimo de 5 y máximo de 80°C debido a que en este rango se tiene la seguridad de que las sustancias estudiadas no presentan cambios de estado, además, porque permite mantener un buen control de la temperatura ya que los valores de difusividad obtenidos a temperaturas superiores de dicho límite presentan alta variabilidad debido al efecto de convección.

- **Medidas de tendencia central y de dispersión:** Para el análisis de los datos se utilizó el paquete estadístico *StatGraphics Centurion XV. II*. En primer lugar, se determinaron para cada uno de los métodos estudiados medidas de tendencia central y medidas de dispersión, entre éstas, la media aritmética (\bar{X}), el rango (Ra), la desviación estándar (S), la varianza (S^2), el coeficiente de variación (CV) y el error estándar (EE), con el que se determinaron los límites de confianza para las medias aritméticas, utilizando la Ec. 30

$$\bar{X} \pm t_{n-1}S/\sqrt{n} \quad Ec. 30$$

- **Comparación de medias:** Para determinar diferencias significativas entre valores teóricos de difusividad del agua y las medias de los valores obtenidos por cada método en cada una de las temperaturas estudiadas, se realizó una prueba de t-student para muestras pequeñas en la que se hace un análisis comparativo simple. Para ello se planteó la siguiente hipótesis:

$$H_0: \bar{X}_{\alpha \text{ Experimental agua}} = \alpha \text{ teórica del agua}$$

$$H_1: \bar{X}_{\alpha \text{ Experimental agua}} \neq \alpha \text{ teórica del agua}$$

Como criterio de aceptación o rechazo de H_0 se tuvo en cuenta la comparación del valor t_0 arrojado por el análisis computalizado con el valor dado en la tabla de distribución t con $n - 1$ grados de libertad y 95,0% de significancia (ver ANEXO D.3). Por lo tanto H_0 se rechaza si el valor numérico del estadístico de prueba $t_0 > t_{0,05;n-1}$, o si $t_0 < -t_{0,05;n-1}$ y el *valor* $-P < 0,05$. Como prueba de normalidad se evaluó el sesgo estandarizado el cual se acepta para valores que se encuentren dentro del rango ± 2 y se rechaza si el valor se encuentra fuera de él.

Se llevó a cabo, también, una comparación de medias para encontrar diferencias significativas entre las variedades de jugo de fique estudiadas dentro del mismo método: para ello, se aplicó una prueba de t para comparación de dos medias muestrales y se planteó las siguientes hipótesis:

$$H_0: \bar{X}_{\alpha \text{ Negra Común}} = \bar{X}_{\alpha \text{ Uña de Águila}}$$

$$H_1: \bar{X}_{\alpha \text{ Negra Común}} \neq \bar{X}_{\alpha \text{ Uña de Águila}}$$

Estad fueron aplicadas para cada una de las temperaturas estudiadas. Antes de tomar alguna decisión fue importante realizar una prueba F de Fisher para determinar igualdad de varianzas y determinar que prueba de t aplicar. Para la prueba F se planteó la siguiente hipótesis:

$$H_0: S_1 = S_2$$

$$H_1: S_1 \neq S_2$$

La hipótesis H_0 se rechaza cuando el valor F_i dado por el programa estadístico StatGraphics se encuentra fuera del rango estipulado por el estadístico F de tabla, para $n_1 - 1$ grados de libertad para el numerador y $n_2 - 1$ grados de libertad para el denominador y a un 95% de significancia, de igual forma cuando el valor-p se encuentre por debajo de 0,05.

Las pruebas de t aplicadas de acuerdo al criterio de la prueba F son las siguientes:

- Si H_0 se rechaza: Prueba de t para comparar dos medias muestrales teniendo en cuenta varianzas diferentes.
- Si H_0 se acepta: Prueba de t para comparar dos medias muestrales teniendo en cuenta varianzas iguales.

Esta prueba se realizó con el objetivo de evitar invalidar las pruebas t al no considerar la condición y tomar la prueba correspondiente. Como criterio de aceptación o rechazo se realizó la comparación del valor t_0 arrojado por el análisis computalizado con el valor t dado en la distribución en tabla a un nivel de significancia del 95,0%. Para saber que grados de libertad manejar, se tuvo en cuenta el resultado de la prueba F , por lo tanto se aplicó la siguiente condición:

- Para varianzas iguales:

$$Gl = n_1 + n_2 - 2 \quad Ec. 31$$

- Para varianzas diferentes:

$$Gl = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\left(\frac{s_1^4}{n_1^2(n_1 - 1)} + \frac{s_2^4}{n_2^2(n_2 - 1)}\right)} \quad Ec. 32$$

Luego se determinó la respuesta teniendo en cuenta que H_0 se rechaza si el valor numérico del estadístico de prueba $t_0 > t_{0,05; Gl}$, o si $t_0 < -t_{0,05; Gl}$ y el *valor - P* $< 0,05$. De igual manera se realizó la prueba de normalidad siguiendo los mismos parámetros explicados anteriormente.

La prueba de t para dos medias muestrales también fue aplicada para determinar diferencias significativas entre los métodos empleados (gráfico y analítico), para cada una de las variedades de jugo de fique estudiadas en esta investigación. Las hipótesis planteadas en cada temperatura para este caso son las siguientes:

$$\begin{aligned} H_0: \bar{X}_{\alpha \text{ Analítico}} &= \bar{X}_{\alpha \text{ Gráfico}} \\ H_1: \bar{X}_{\alpha \text{ Analítico}} &\neq \bar{X}_{\alpha \text{ Gráfico}} \end{aligned}$$

Por último es importante aclarar que para determinar en cada comparación el sesgo de los resultados, se obtuvo el error relativo porcentual (%ER), el cual muestra el porcentaje de aproximación entre los valores que se comparan e incluye los errores sistemáticos y aleatorios que se causaron dentro del desarrollo de la experimentación y específicamente en la toma de datos. El Error relativo porcentual se lo calculó mediante la siguiente ecuación:

$$\%ER = \frac{\text{valor experimental} - \text{valor de referencia}}{\text{valor de referencia}} * 100 \quad \text{Ec. 33}$$

- **Análisis de regresión simple:** Se efectuó una regresión simple de la cual se tuvo en cuenta para el análisis, el R-Cuadrado (R^2), el coeficiente de correlación, el *valor - p*, la ecuación modelo ajustada y la gráfica que describe el comportamiento de la difusividad respecto a la temperatura. Todos estos parámetros fueron útiles tanto para el análisis de la sustancia patrón como para cada variedad de jugo de fique estudiada en cada método aplicado.

5.5.2 Determinación del calor específico del jugo de fique:

5.5.2.1 Método de las mezclas utilizando un termo como calorímetro. Para determinar el calor específico se utilizó el método de las mezclas propuesto por Ibarz Ribaz y otros (2003). Dicha metodología implicó la utilización de un calorímetro adiabático tipo termo elaborado en acero inoxidable, con una capacidad de 250 cm³ que usa vacío como medio de aislamiento, para homogenizar la mezcla dentro del calorímetro y evitar gradientes de temperatura que provoquen errores en las mediciones se acopló un agitador magnético que gira a 200 rpm; no se utilizaron velocidades superiores para no provocar el calentamiento de la muestra producto de la fricción con el agitador.

Imagen 18. Montaje para la determinación del calor específico por el método de las mezclas



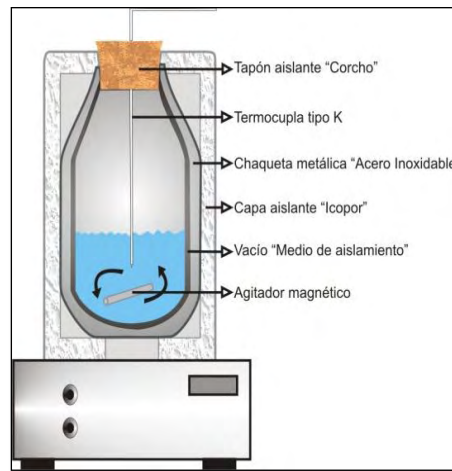
Fuente: Esta investigación

- **Cálculo de la constante del calorímetro:** El método propuesto por Ibarz Ribaz y otros (2003), implicó en primer lugar determinar la constante del calorímetro C_c haciendo uso de la siguiente ecuación:

$$C_c = m_{ac} * C_{p_{ac}} (T_i - T_f) \quad Ec. 34$$

Para determinar la C_c se midieron exactamente 100 cm^3 de agua destilada, a la cual se le midió la temperatura inicial, inmediatamente después se la adicionó al calorímetro, y se monitoreo la temperatura hasta llegar a una temperatura final constante.

Figura 3. Estructura interna del calorímetro



Fuente: Esta investigación

- **Cálculo del calor específico:** En esta investigación se utilizó el agua como parámetro de comparación para establecer la precisión y exactitud del método, por tal razón luego de determinada la constante del calorímetro C_c se determinó el calor específico del agua mediante la siguiente ecuación:

$$C_{p_{ac}} = \frac{m_{af} * C_{p_{af}} (T_m - T_{af}) + C_c}{m_{ac} * (T_{ac} - T_m)} \quad Ec. 35$$

Para ello, se midieron exactamente 50 cm^3 de agua destilada a alta temperatura y 50 cm^3 de agua a baja temperatura; esta diferencia de temperaturas permitió evidenciar con mayor claridad el comportamiento de la temperatura de la mezcla, para alcanzar dichas temperaturas de estudio se utilizó un baño termostático y un baño de hielo. Una vez se tuvo las dos sustancias a las temperaturas deseadas se agregó el agua a baja temperatura al calorímetro y se esperó hasta que esta se estabilice, esta temperatura se anota como T_{af} , inmediatamente se agregó el

agua a alta temperatura T_{ac} y se monitoreó el comportamiento de la temperatura de la mezcla hasta alcanzar el equilibrio térmico T_m . Posteriormente se determinó el calor específico del jugo de fique, realizando el mismo procedimiento desarrollado con el agua destilada, empleando la siguiente ecuación:

$$Cp_{jc} = \frac{m_{af} * Cp_{af} (T_m - T_{af}) + Cc}{m_{jc} * (T_{jc} - T_m)} \quad Ec. 36$$

- Análisis experimental de la constante del calorímetro:** Para la determinación de la Cc se trabajó con temperaturas iniciales de agua destilada de 20, 30, 40, 50, 60, 70 y 80 grados centígrados; tomando tres replicas por cada temperatura con el fin de obtener un valor de Cc promedio que sea representativo para todo el rango de temperaturas a las cuales se va a determinar el calor específico. Teniendo en cuenta que la precisión del valor de Cc es muy importante para el cálculo de calor específico, fue necesario determinar la variabilidad de los datos obtenidos experimentalmente, para ello se utilizó el paquete estadístico *StatGraphics Centurion XV. II*, con el cual se realizó el análisis de las medidas de tendencia central como la media aritmética y las medidas de dispersión como la varianza, el rango, el coeficiente de variación y la desviación estándar. De igual forma se desarrolló una comparación de rangos múltiples realizando la prueba de diferencia mínima significativa (*LSD*) de *Fisher*, con el fin de determinar si existen diferencias estadísticamente significativas entre los valores de Cc calculados a las diferentes temperaturas.

- Análisis experimental del calor específico del agua:** En el cálculo del calor específico del agua se estudiaron 8 intervalos de temperatura que van desde los 10 a los 80 grados centígrados, haciendo seis replicas para cada intervalo. Los intervalos estudiados se muestran en el siguiente cuadro:

Cuadro 3. Intervalos de temperatura para cálculo de calor específico

Intervalo N^o	Rango de Temperaturas de la muestra ($^{\circ}C$)
1	10 - 30
2	20 -35
3	20 - 40
4	20 - 45
5	20 - 50
6	20 - 60
7	30 - 70
8	50 - 80

Fuente: Esta investigación

Los anteriores intervalos fueron tomados teniendo en cuenta el comportamiento del C_p del agua respecto a la temperatura, ya que dicho comportamiento no es completamente lineal por lo que se debió prestar especial atención en los puntos de la curva en donde el C_p presenta cambios en su comportamiento.

El análisis estadístico de los datos se realizó a través del paquete *StatGraphics Centurion XV.II*, dicho análisis incluyó el estudio de las medidas de tendencia central y de dispersión de los valores experimentales de C_p del agua.

De igual forma que para el análisis de los datos de difusividad, para el análisis de C_p se realizó una prueba de t-student para una media, la cual realiza un análisis comparativo simple que permite determinar si existen diferencias estadísticamente significativas entre valores teóricos de C_p del agua y las medias de los valores experimentales obtenidos para cada una de las temperaturas estudiadas. Para ello se planteó las siguientes hipótesis generales:

$$H_0: \bar{X}_{C_p \text{ agua Experimental}} = \text{valor teórico } C_p \text{ agua}$$
$$H_1: \bar{X}_{C_p \text{ agua Experimental}} \neq \text{valor teórico } C_p \text{ agua}$$

Sin embargo, antes de desarrollar esta prueba fue necesario determinar si los datos provienen de una distribución normal, para ello se tuvieron en cuenta los sesgos estandarizados, los cuales indican que si los valores experimentales se encuentran dentro del rango ± 2 cumplen con la normalidad y por lo tanto es factible realizar la prueba t .

Las hipótesis planteadas por la prueba t se aplicaron para cada una de las temperaturas a las cuales fue determinado el C_p . Los valores teóricos del agua se tomaron del libro *Introducción a la Ingeniería de Alimentos* de Singh y otros (2009) (ver ANEXO D.5).

Para aceptar o rechazar H_0 se comparó el valor t_0 arrojado por *StatGraphics* con los valores correspondientes de tabla de distribución t con $n - 1$ grados de libertad y 95,0% de significancia (ver ANEXO D.3). Por lo tanto H_0 se rechaza si el valor numérico del estadístico de prueba $t_0 > t_{0,05; n-1}$, o si $t_0 < -t_{0,05; n-1}$ y el $\text{valor} - P < 0,05$. Por último se calculó el error relativo porcentual (%ER), mediante la *Ec. 33* el cual muestra el porcentaje de aproximación entre los valores comparados.

• **Análisis experimental del calor específico del jugo de fique:** Para la determinación del calor específico del jugo de fique, se estudiaron los mismos intervalos de temperatura que para el calor específico del agua, para la mayoría de las mediciones se llevo el jugo a temperatura alta y el agua a baja temperatura a excepción de los intervalos $N^{\circ} 1$ y 2 en los cuales se invirtieron las condiciones de temperaturas.

Igualmente se realizó un análisis de tendencia central y de dispersión de los valores experimentales de C_p de cada una de las variedades de jugo de fique y para determinar si existen diferencias estadísticamente significativas entre los valores de C_p de Negra Común y Uña de Águila se aplicó una prueba de t para dos medias muestrales y se planteó las siguientes hipótesis:

$$\begin{aligned}H_0: \bar{X}_{Cp \text{ Negra Común}} &= \bar{X}_{Cp \text{ Uña de Águila}} \\H_1: \bar{X}_{Cp \text{ Negra Común}} &\neq \bar{X}_{Cp \text{ Uña de Águila}}\end{aligned}$$

De igual forma, antes de desarrollar esta prueba fue necesario analizar tanto los sesgos estandarizados que me indiquen que los valores experimentales de C_p del jugo de fique provienen de una distribución normal, como la prueba F de Fisher que me indica igualdad de varianza y tiene como objetivo evitar invalidar las pruebas t al no considerar la condición y tomar la prueba correspondiente.

Para la prueba F de Fisher, se aplicó la hipótesis planteada en el apartado 5.5.1 de esta investigación y se tuvo en cuenta sus parámetros para el uso de la Ec. 31 y la Ec. 32, según sea el caso.

Una vez efectuadas estas pruebas como criterio de aceptación o rechazo de la prueba t se tuvo en cuenta la comparación de t_0 con el estadístico t de tabla, tomando parámetros ya establecidos en la prueba de comparación de medias para la difusividad térmica de las dos variedades de jugo de fique en el apartado 5.5.1, así como el cálculo del error relativo porcentual ($\%ER$), mediante la Ec. 33.

Por último, un aspecto importante dentro del análisis de los datos fue determinar la tendencia y el comportamiento del C_p del jugo de fique respecto a la temperatura, por lo cual se realizó una regresión polinomial de orden 2 con las medias aritméticas de cada una de las temperaturas estudiadas. De la tabla ANOVA, se analizaron el R-Cuadrado y la ecuación modelo ajustada.

5.5.2.2 Método de calentamiento por radiación con microondas. La determinación del calor específico por este método fue de forma demostrativa y se fundamentó en la metodología expuesta por Sharma y otros (2003); para medir la temperatura se utilizaron termocuplas tipo k como lo realizan Ortiz y otros (2010). Dicho método implicó en primer lugar establecer la potencia de calentamiento del microondas a la cual se va trabajar, en esta investigación se trabajó al 20% de la potencia total del microondas debido a que potencias mas altas se producen variaciones muy marcadas de temperatura lo que dificulta la recolección de los datos.

Aunque se monitoreó todo el proceso de calentamiento de las muestras solo se consideraron las temperaturas alcanzadas después de cada minuto de

calentamiento debido a que el microondas produce variaciones muy altas de temperatura que limitan la recolección de los datos ocasionado por pulsos electromagnéticos que se presentan aproximadamente cada 30 segundos.

El montaje utilizado para determinar el calor específico se muestra en la siguiente imagen:

Imagen 19. Montaje para la determinación del calor específico mediante el calentamiento con microondas



Fuente: Esta investigación

El cálculo del calor específico utilizando el microondas como medio de calentamiento se fundamenta en la solución de la siguiente ecuación:

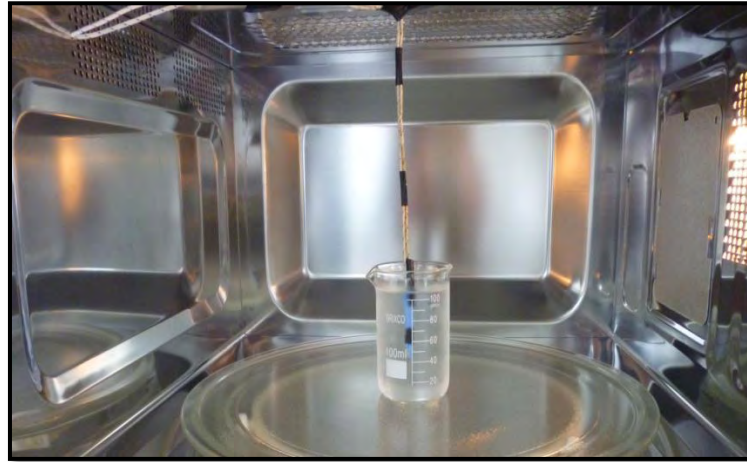
$$Q = m_{agua} * C_{p_{agua}} * (T_f - T_i) \quad Ec.37$$

Para dar solución a la anterior ecuación en primer lugar se calculó el valor de Q para lo cual se utilizó agua destilada, debido a que se conocen los valores teóricos de cada una sus propiedades lo que permite la solución de la Ec. 37.

Para calcular Q se pesaron exactamente $0,1Kg$ de agua destilada, los cuales fueron llevados a una temperatura inicial T_i de $20^{\circ}C$, la cual se introdujo en el microondas colocándola exactamente en el centro de la bandeja giratoria que este posee, esta posición de la muestra dentro del equipo de calentamiento asegura la homogeneidad del calentamiento permitiendo realizar replicas que arrojen valores de Q con baja variabilidad. Estando la muestra en posición, se introdujeron 2 termocuplas tipo K en el centro de la misma como se observa en la imagen 20 y

se procedió a realizar el calentamiento durante el tiempo establecido hasta obtener la temperatura final T_f .

Imagen 20. Ubicación de la muestra y disposición de las termocuplas



Fuente: Esta investigación

Después de calculada Q se procedió a determinar el C_p del jugo de fique, para lo cual se pesaron exactamente $0,1Kg$ de jugo el cual se calibró a una temperatura inicial de $20^{\circ}C$ y se calentó con el microondas a las mismas condiciones que se realizó el calentamiento del agua para el cálculo de Q . Una vez procesadas las muestras de jugo, se tomaron los valores de las temperaturas finales alcanzadas después de cada minuto de calentamiento. Con los valores de T_i y T_f se calculó ΔT , así:

$$\Delta T = T_f - T_i \quad Ec. 38$$

Posteriormente se realizó una regresión lineal de los valores Q versus ΔT obtenidos para un mismo tiempo de calentamiento, de la ecuación modelo de esta regresión se tomó el valor de la pendiente P y se calculó el calor específico del jugo de fique, con la siguiente ecuación:

$$C_{p_{Jugo}} = \frac{\text{Pendiente } (P)}{\text{Peso del jugo}} \quad Ec. 39$$

El valor de calor específico obtenido corresponde a la temperatura media T_m para cada uno de los tiempos de calentamiento, y se calcula mediante la siguiente expresión:

$$T_m = \frac{T_i + T_f}{2} \quad Ec. 40$$

- **Diseño y análisis experimental.** Para el cálculo del calor Q se calentó los 100 gramos de agua durante 540 segundos y se registraron cada 60 segundos las temperaturas finales alcanzada por dicha sustancia; se realizaron 6 replicas de todo el proceso de calentamiento con microondas con el fin de obtener 6 valores de Q que permitan obtener un valor promedio para cada tiempo de calentamiento. El análisis de los valores experimentales de Q se realizó a través del paquete estadístico *StatGraphics Centurion XV.II* y consistió en determinar las medidas de tendencia central y las medidas de dispersión, para avalar la repetitividad y precisión del método y determinar la confiabilidad de los datos obtenidos.

Con los datos experimentales de C_p del jugo de fique se realizó un análisis comparativo simple por medio de una prueba de t para dos medias muestrales para establecer si existen diferencias estadísticamente significativas entre el jugo de la variedad Negra Común y la variedad Uña de Águila obtenidos para un mismo tiempo de calentamiento. Las hipótesis planteadas para establecer diferencias entre las medias de las variedades estudiadas se muestran a continuación:

$$H_0: \bar{X}_{Cp \text{ Negra Común}} = \bar{X}_{Cp \text{ Uña de Águila}}$$

$$H_1: \bar{X}_{Cp \text{ Negra Común}} \neq \bar{X}_{Cp \text{ Uña de Águila}}$$

En este caso, también fue necesario llevar a cabo el análisis de los sesgos estandarizados y la prueba F de Fisher, los cuales validan la realización de la prueba de t , y para ello se tuvieron en cuenta los mismos parámetros de aceptación utilizados en la comparación de medias de los valores experimentales de C_p para las dos variedades de fique obtenidos mediante el método de las mezclas, también se determinó el error relativo porcentual (%ER), mediante la Ec. 33. Por medio de una regresión polinomial de orden 2 de C_p del jugo versus T_m se analizó el R-Cuadrado y la ecuación modelo ajustada.

5.5.2.3 Comparación de los métodos utilizados para el cálculo del calor específico del jugo de fique. Uno de los aspectos mas importantes dentro del análisis experimental fue establecer si existen diferencias estadísticamente significativas entre el método de las mezclas y el del calentamiento mediante microondas. Para ello, se aplicó una prueba de t para una media muestral comparando los 6 valores de C_p de cada variedad obtenidos a las temperaturas medias estudiadas mediante el método del microondas, frente a un valor de C_p obtenido por el método de las mezclas a la misma temperatura media; para establecer dichos valores fue necesario hacer uso de la ecuación del modelo ajustado obtenidos para cada variedad. Las hipótesis planteadas para este caso son las siguientes:

$$H_0: \bar{X}_{Cp \text{ microondas}} = Cp_{\text{Método mezclas}}$$

$$H_1: \bar{X}_{Cp \text{ microondas}} \neq Cp_{\text{Método mezclas}}$$

Como criterio de aceptación o rechazo de H_0 , se comparó el valor t_0 arrojado por *StatGraphics* con los valores correspondientes de tabla de distribución t con $n - 1$ grados de libertad y 95,0% de significancia (ver ANEXO D.3). Por lo tanto H_0 se rechaza si el valor numérico del estadístico de prueba $t_0 > t_{0,05;n-1}$, o si $t_0 < -t_{0,05;n-1}$ y el *valor - P* $< 0,05$. Por último se calculó el error relativo porcentual (%ER), mediante la *Ec.33* el cual muestra el porcentaje de aproximación entre los valores comparados.

5.5.3 Determinación de la conductividad térmica del jugo de fique. La conductividad térmica del jugo de fique, se determinó utilizando los valores de densidad, de difusividad térmica y calor específico calculados experimentalmente por los métodos anteriores. Se eligieron los que arrojaron resultados más precisos y exactos en el caso de la difusividad el método analítico y el método de las mezclas para el calor específico. La conductividad térmica se calculó mediante la *Ec.6*.

- **Análisis estadístico:** Una vez obtenidos los resultados se les aplicó un análisis de regresión simple con el paquete estadístico *StatGraphics*, para determinar el comportamiento de la conductividad frente a la temperatura. Se tuvieron en cuenta el R^2 , el coeficiente de variación, el *valor - P* de la tabla ANOVA, la gráfica de dispersión, y la ecuación modelo ajustada.

Para tener un parámetro de referencia también se calculó la conductividad térmica del jugo de fique mediante la *Ec.24* planteada por Riedel (1949). Se realizó una gráfica con los valores de conductividad obtenidos por dicha ecuación y los valores experimentales obtenidos en esta investigación frente a la temperatura para hacer una comparación visual. Con la *Ec.33*, se obtuvieron los errores relativos porcentuales.

6. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

6.1 PROPIEDADES FÍSICAS DEL JUGO DE FIQUE

6.1.1 Densidad del jugo de fique:

6.1.1.1 Resultados experimentales y análisis estadístico de la densidad del jugo de fique. Los valores de densidad de jugo de fique obtenidos experimentalmente para las variedades Negra común y Uña de águila se muestran en el ANEXO A.1.

- **Medidas de tendencia central y dispersión de los datos experimentales de densidad del jugo de fique.** En el siguiente cuadro se muestra las medidas de tendencia central y los límites de confianza que se obtuvieron del análisis estadístico de la densidad para cada una de las variedades de jugo de fique.

Cuadro 4. Medidas de tendencia central de la densidad del jugo de fique

Temperatura (°C)	\bar{X}_{ρ} Negra Común (Kg/m ³)	\bar{X}_{ρ} Uña Águila (Kg/m ³)
5	1041,327 ± 0,55	1053,900 ± 0,28
10	1040,207 ± 0,16	1050,260 ± 0,17
15	1037,46 0± 0,06	1049,087 ± 0,04
20	1034,713 ± 0,04	1048,153 ± 0,10
25	1031,300 ± 0,06	1047,927 ± 0,10
30	1030,873 ± 0,24	1046,020 ± 0,13
35	1029,847 ± 0,16	1045,420 ± 0,06
40	1028,540 ± 0,06	1042,820 ± 0,06
45	1027,513 ± 0,16	1041,633 ± 0,10
50	1025,607 ± 0,04	1040,447 ± 0,04
55	1023,913 ± 0,07	1038,953 ± 0,04
60	1023,447 ± 0,07	1036,327 ± 0,07
65	1020,873 ± 0,04	1036,033 ± 0,04
70	1019,673 ± 0,04	1034,807 ± 0,04
75	1017,673 ± 0,04	1033,393 ± 0,04
80	1016,873 ± 0,04	1031,540 ± 0,06
85	1016,127 ± 0,04	1029,993 ± 0,04

Fuente: Esta investigación

Para determinar la validez de las medias aritméticas obtenidas, en el ANEXO A.2 se muestran las medidas de dispersión arrojadas por el análisis estadístico de los valores de densidad, dicho análisis permite observar valores muy pequeños en la desviación estándar y el coeficiente de variación, lo que indica que existe baja variabilidad de los datos o replicas experimentales a una determinada temperatura respecto a la media, estas medidas de variabilidad también permiten concluir que la metodología utilizada es precisa y que por tanto los valores obtenidos son confiables para ser usados en el cálculo de las propiedades térmicas del jugo de fique.

- **Comparación de medias.** Para establecer si existen diferencias significativas entre los valores de densidad de las dos variedades de jugo de fique, se realizó una comparación de medias cuyos resultados se muestran a continuación:

Cuadro 5. Comparación de medias para valores experimentales de densidad entre las variedades Uña de Águila y Negra Común

Temperatura (°C)	Valor - p	t-Student (t_0)	Error relativo porcentual (%)
5	5,9361E- 7	-56,355	1,193
10	2,9688E- 8	-119,218	0,957
15	1,6603E-10	-436,000	1,108
20	3,7193E-10	-356,382	1,282
25	2,4812E-10	-394,336	1,587
30	1,0895E- 8	-153,178	1,448
35	1,5602E- 9	-249,018	1,490
40	1,6416E-10	-437,234	1,369
45	3,2244E- 9	-207,687	1,356
50	1,5639E-11	-786,010	1,426
55	9,2649E-11	-504,457	1,448
60	4,4095E-10	-341,553	1,243
65	1,4360E-11	-803,980	1,463
70	1,4462E-11	-802,566	1,462
75	1,2421E-11	-833,679	1,521
80	6,5567E-11	-550,000	1,422
85	2,0515E-11	-735,391	1,346

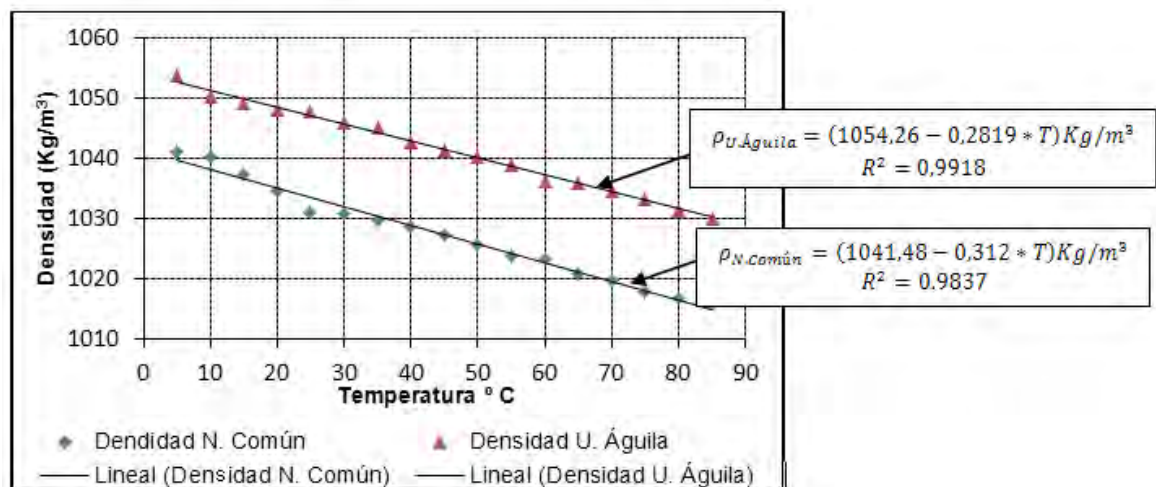
Fuente: Esta investigación

Del cuadro anterior se establece que existen diferencia significativas a un nivel de confianza del 95,0% entre las medias de la densidad de las variedades Uña de Águila y Negra Común puesto que los valores-p calculados para cada una de las temperaturas son inferiores a 0,05, con lo cual se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa. La anterior afirmación se valida al comparar el valor

t de tabla (rango desde $-2,78 a + 2,78$ para 4 grados de libertad y 95% de significancia) con los valores de t_0 arrojados por el programa estadístico StatGraphics los cuales se encuentran fuera de los rangos permitidos para aceptar la hipótesis nula H_0 .

- **Análisis de regresión lineal:** Realizando una regresión simple de los valores de las medias aritméticas de densidad del jugo de fique se pudo determinar el comportamiento de la densidad del jugo respecto a la temperatura como se observa en la gráfica 1.

Gráfica 1. Comportamiento de la densidad de jugo de fique frente a la temperatura



Fuente: Esta investigación

De la gráfica anterior, se establece que la densidad de las dos variedades de jugo de fique disminuye a medida que se incrementa la temperatura, también se observa que los valores de densidad de la variedad Uña de Águila son mayores que los de densidad de la variedad Negra Común debido a que la primera posee un contenido más alto de sólidos totales que la segunda.

Aunque no se cuente con valores teóricos de densidad del jugo de fique a diferentes temperaturas; los valores de densidad obtenidos en esta investigación y la variación de los mismos frente a la temperatura presentan semejanzas con otros jugos con características aproximadas en el % de sólidos totales o en cuanto al descenso de la densidad con el aumento de la temperatura como se observa en el ANEXO D.9, en el cual se presentan valores de densidad para zumos de diferentes frutas similares a los obtenidos para el jugo de fique. Giraldo Gómez y otros (2010), afirman que no solo existe una fuerte relación entre la densidad y la temperatura sino que también confirma el efecto que tiene el aumento en el %

de sólidos en el incremento de la densidad de un líquido, demostrando que la relación inversamente proporcional obtenidas entre estas variables en la presente investigación está dentro de lo normal. La relación entre densidad del jugo de fique y temperatura se describe por medio de los siguientes modelos lineales ajustados:

$$\text{Densidad Negra Común} = 1041,48 - 0,312572 * \text{Temperatura} \quad \text{Ec. 41}$$

$$\text{Densidad Uña de Águila} = 1054,26 - 0,281937 * \text{Temperatura} \quad \text{Ec. 42}$$

Los cuadros 6 y 7 muestran los análisis de varianza para densidad de Negra Común y Uña de Águila respectivamente.

Cuadro 6. Tabla ANOVA para densidad del jugo fique variedad Negra Común

Análisis de Varianza					
<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
Modelo	996,553	1	996,553	905,82	0,0000
Residuo	16,5025	15	1,10017		
Total (Corr.)	1013,06	16			

Coeficiente de Correlación = -0,991822
R-cuadrada = 98,371 por ciento
R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 98,2624 por ciento
Error estándar del est. = 1,04889
Error absoluto medio = 0,761718

Fuente: Esta investigación

Cuadro 7. Tabla ANOVA para densidad del jugo fique variedad Uña de Águila

Análisis de Varianza					
<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
Modelo	810,784	1	810,784	1817,43	0,0000
Residuo	6,69175	15	0,446117		
Total (Corr.)	817,476	16			

Coeficiente de Correlación = -0,995899
R-cuadrada = 99,1814 por ciento
R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 99,1268 por ciento
Error estándar del est. = 0,66792
Error absoluto medio = 0,497548

Fuente: Esta investigación

El análisis de varianza para las dos variedades presentadas en las tablas 6 y 7, poseen valores de p-valor inferiores a 0,05 que confirma que existe una relación estadísticamente significativa entre densidad y temperatura a un nivel de confianza del 95 %, de igual forma los coeficientes de correlación del -0,991822 para Negra Común y -0,995899 para Uña de Águila indican que existe una relación estadísticamente significativa y muy fuerte entre las densidades y la temperatura para un intervalo de confianza del 95%; el signo negativo confirma que a medida de que aumenta la temperatura, la densidad disminuye.

Al analizar los valores del estadístico R^2 se concluye que los modelos ajustados obtenidos para cada variedad de jugo de fique son confiables puesto que presentan valores de R^2 del 98,371% para Negra Común y del 99,1814% para la Uña de Águila, demostrando no solo que los modelos ajustados explican en dichos porcentajes el comportamiento lineal de la densidad frente a la temperatura sino que no es necesario ajustar los datos de densidad a un modelo polinomial pues este no solo complica el cálculo de la densidad sino que no presenta mayor ventaja frente al modelo lineal en cuanto a precisión y exactitud de la densidad del jugo de fique.

6.1.2 Otras propiedades físicas:

Cuadro 8. Valores experimentales de pH, punto de ebullición y % de sólidos totales del jugo de fique

Variedad jugo de Fique	Propiedad Física		
	pH	Punto de ebullición (°C)	% de sólidos totales
Negra Común	4,47	92,042	5,2797
Uña de Águila	4,41	92,411	7,0905

Fuente: Esta investigación.

Los valores de pH observados en el cuadro 8 fueron tomados en el momento de realizar las mediciones de las propiedades térmicas, dichos valores son conformes a los reportados por Ministerio de Ambiente (2006), donde afirma que el pH del jugo de fique varía entre 4 y 5.

Propiedades físicas del jugo de fique como el % de sólidos totales y el punto de ebullición fueron parámetros muy importantes de referencia, que permitieron deducir el comportamiento de algunas propiedades del jugo de fique y dieron pautas para planificar las metodologías y la recolección de los datos.

El % de sólidos totales permitió entender el porque de las diferencias entre la densidad de las variedades del jugo de fique, también se observó su influencia en los valores experimental de las propiedades térmicas.

Se observa que el punto de ebullición de la variedad Negra Común es más bajo que el reportado para la Uña de Águila, como consecuencia del menor porcentaje de sólidos presentados en la primer variedad cumpliendo con una de las propiedades coligativas de las sustancias denominada elevación del punto de ebullición la cual indica la temperatura de ebullición depende directamente del porcentaje de sólidos no volátiles presentes en la misma. (MONTES y otros, 2006); (WESTPHALEN, 1988). El punto de ebullición sirvió para establecer las temperaturas máximas de trabajo, garantizando que se trabajen en condiciones óptimas que no afecten las metodologías propuestas para determinar cada una de las propiedades estudiadas en esta investigación.

6.2 PROPIEDADES TÉRMICAS DEL JUGO DE FIQUE

6.2.1 Difusividad térmica del jugo de fique. Para determinar la difusividad térmica del jugo de fique se estipularon y analizaron en primera instancia los valores de difusividad térmica experimental del agua obtenidos tanto con el método analítico como con el método gráfico; de esta manera se comprobó la confiabilidad del método y sus limitaciones.

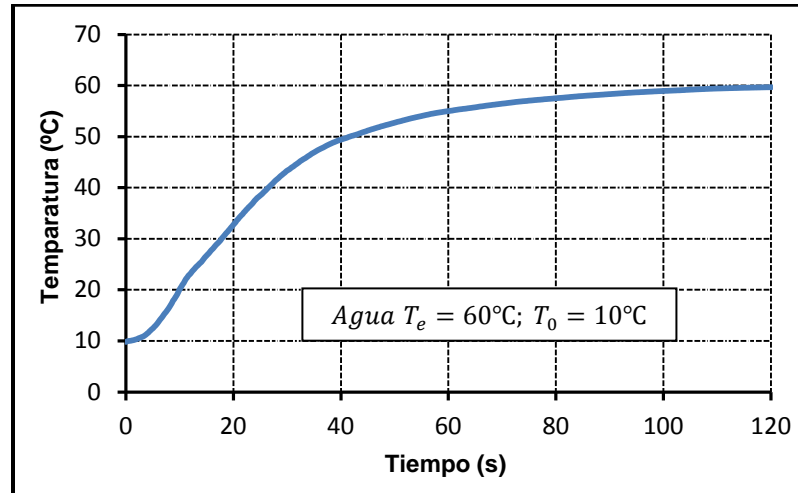
6.2.1.1 Resultados experimentales y análisis estadístico de los valores de difusividad térmica obtenidos mediante el método analítico:

- **Difusividad térmica del agua obtenida mediante el método analítico:** De acuerdo a la metodología planteada en el apartado 5.5.1.1, con los datos obtenidos de tiempo y temperatura se ilustró la evolución de la temperatura respecto al tiempo. La gráfica 2, únicamente corresponden a la temperatura media (35 °C) del rango de $T_e = 60^{\circ}\text{C}$ y $T_0 = 10^{\circ}\text{C}$, tomando los valores promedios de los tiempos y temperaturas de las 6 corridas para agua destilada, sin embargo, es una representación general de dicha evolución en todos los rangos estudiados.

Se observa que, después de un cierto tiempo de inmersión de la muestra en el baño (5 s aproximadamente en este caso), la evolución de la temperatura es exponencial y que la velocidad de transferencia de calor disminuye a medida que la diferencias de temperaturas también disminuyen, concluyendo que el intercambio de calor por unidad de tiempo es proporcional a la diferencia entre las temperaturas de las dos sustancias que intervienen en a transferencia de calor.

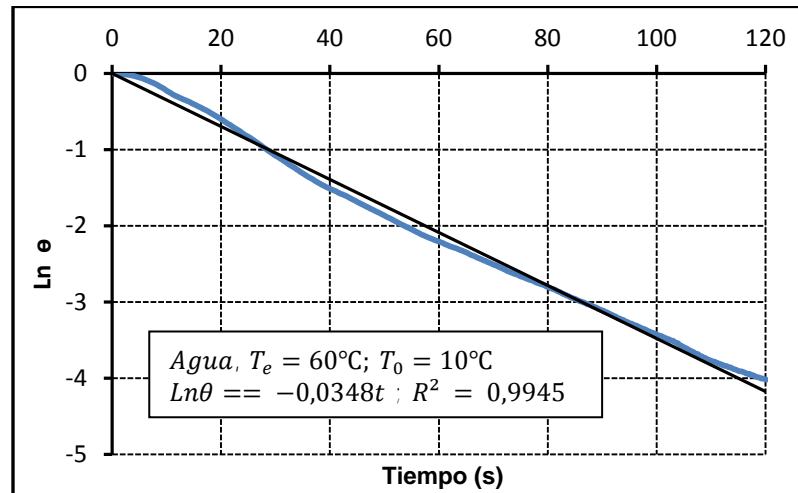
Para el agua destilada el tiempo requerido para alcanzar la temperatura constante fue de 120s aproximadamente.

Gráfica 2. Evolución de la temperatura del agua destilada respecto al tiempo



Fuente: Esta investigación

Gráfica 3. Evolución de las temperaturas promedio adimensionales (θ) del agua respecto al tiempo



Fuente: esta investigación

La gráfica 3, corresponden a la evolución de temperaturas adimensionales θ para los intervalos de tiempo $0 < t^* < 120$ s. Con un ajuste de mínimos cuadrados del $\text{Ln}\theta$ vs el tiempo se obtiene un coeficiente de correlación R^2 del 99,45, lo que

demuestra que los datos experimentales corresponden perfectamente a una línea recta. Las pendiente ($1/\tau$) obtenidas de esta forma permite calcular el valor de difusividad para una temperatura media (T_m) de 35 °C, utilizando la *Ec. 20*. De esta manera se llevó a cabo el procedimiento para determinar la difusividad térmica en los diferentes rangos de temperaturas, tanto para el agua como para las dos variedades de jugo de fique estudiadas en esta investigación.

- **Análisis de tendencia central y dispersión de los datos experimentales del agua obtenidos con el método analítico:** Una vez obtenidas las 6 pendientes correspondientes al número de réplicas realizadas para los diferentes rangos de temperaturas se las organizó de acuerdo a la temperatura media de dichos rangos. Las pendientes obtenidas para el agua se presentan en el ANEXO B.1; en él se observa que las corridas individuales difieren, debido a que existen fluctuaciones o errores experimentales en los resultados a pesar de que las muestras fueron tratadas de manera idéntica e independiente, sin embargo, este error estadístico se origina por la variación que no está bajo control y que es inevitable.

En el cuadro 9, se muestra las medias aritméticas como medida de tendencia central de las pendientes, punto representativo de todos los datos para agua en cada una de las temperaturas.

Cuadro 9. Medias aritméticas de las pendientes para agua destilada

Temperatura (°C)	(\bar{X} Pendientes Agua Destilada)
20	0,0331
35	0,0348
40	0,0350
55	0,0366
65	0,0373

Fuente: Esta investigación

Se observa que las medias aritméticas de las pendientes no poseen diferencias muy elevadas, pero tienen una tendencia ascendente.

En el ANEXO B.2, se encuentran los valores experimentales de difusividad obtenidos mediante la *Ec.20*, utilizando los valores de las pendientes anteriormente expuestas. Los valores de difusividad térmica presentados en dicho anexo, también presentan pequeñas diferencias entre sí, para cada una de las temperaturas estudiadas, sin embargo, lo importante es saber cómo es dicha variación y como se distribuye frente al promedio, por lo tanto fue conveniente

analizar los datos más a detalle realizando pruebas de medida de dispersión y tendencia central.

Cuadro 10. Medias aritméticas de los valores de difusividad del agua obtenidas mediante el método analítico

Temperatura (°C)	\bar{X}_a agua destilada (m^2/s)
20	1,432E-07 ± 7,40E-10
35	1,506E-07 ± 6,84E-10
40	1,514E-07 ± 5,29E-10
55	1,583E-07 ± 3,70E-10
65	1,614E-07 ± 6,19E-10

Fuente: Esta investigación

Las medias aritméticas de difusividad presentadas en el cuadro 10 representan los valores medios de las 6 réplicas que se realizaron para cada temperatura y para cada sustancia y miden su tendencia central. Se observa que la diferencia entre las medias de las difusividades para cada temperatura es baja pero aumentan los valores al aumentar la temperatura.

En el ANEXO B.3, se muestran las medidas de dispersión correspondientes a las difusividades experimentales del agua. En la información descrita en dicho anexo, las desviaciones estándar, las varianzas y los rangos del agua tienden a cero, lo que significa que la variación de los datos respecto a la medida de tendencia central no es altamente representativa y que la mayor parte de los datos son muy cercanos entre sí. Lo anterior lo corrobora el coeficiente de variación que posee valores menores al 0,493%, representado alta homogeneidad en los datos.

Los errores estándar también poseen valores muy bajos, estiman que los datos se concentran muy cerca alrededor de la media aritmética y que esta representa con alta confiabilidad en un solo valor todos los datos experimentales; por lo que se concluye que el método es preciso.

- **Comparación de los valores experimentales de difusividad del agua obtenidos mediante el método analítico con valores teóricos:** Fue conveniente, antes de realizar las pruebas de comparación de medias determinar que los datos provienen de una distribución normal para ello se evaluaron los valores de sesgo estandarizado arrojados por el programa *StatGraphics*. A continuación en el cuadro 11, se presentan los resultados:

Cuadro 11. Valores de sesgos estandarizados para prueba de normalidad de los datos experimentales de difusividad del agua

Temperatura (°C)	Sesgos Estandarizados
20	-0,4
35	-0,8
40	-0,9
55	-0,8
65	-0,9

Fuente: Esta investigación

Valores de estos estadísticos fuera del rango de -2 a +2 indican desviaciones significativas de la normalidad, lo que tendería a invalidar las pruebas que comparan las desviaciones estándar. En este caso, todos los valores de sesgo estandarizado para el agua se encuentran dentro del rango esperado, por lo tanto se concluye que los datos experimentales provienen de una distribución normal.

Algo más necesario aún es medir la exactitud del método, es decir saber que tan cercanos son los datos experimentales frente al teórico, para ello se aplicó una prueba de t para una media. Esta prueba solo se aplica para el agua, ya que de esta sustancia si se poseen datos bibliográficos de las propiedades térmicas con los que se comparan. Los resultados de las hipótesis planteadas en el apartado 5.5.1.3, se consignan en el cuadro 12.

Cuadro 12. Prueba de t para una media aplicada a la difusividad experimental del agua destilada determinada por el método analítico

Temperatura (°C)	t-Student (t_0)	Valor - p	Valor de la difusividad bajo la hipótesis nula (H_0)*	Error Relativo porcentual (%)
20	0,7307	0,4978	1,43E-07	0,147
35	2,1018	0,0896	1,50E-07	0,372
40	1,7004	0,1498	1,51E-07	0,232
55	2,3489	0,0657	1,58E-07	0,214
65	1,5098	0,1915	1,61E-07	0,226

Fuente:*Valores teóricos de difusividad del agua destilada expresados bajo la hipótesis nula (H_0) (SINGH y otros, 2009). Otros valores esta investigación.

De acuerdo a los criterios de aceptación se observa que los valores de t_0 arrojados por el paquete estadístico *StatGraphics* se encuentran dentro de los

rangos permitidos para aceptar la H_0 de acuerdo al estadístico t encontrado en tabla para 5 grados de libertad y 95% de significancia, es decir que se encuentran entre el intervalo de -2,57 y +2,57, por lo que se afirma que los datos experimentales no poseen diferencias significativas frente a los reportados en literatura y prácticamente son iguales. Esta afirmación la confirma los valores de p , pues ninguno se ubica por debajo de 0,05.

El error relativo brinda una estimación porcentual de cuanto es la diferencia entre los valores experimentales y los teóricos; dicho valor no supera el 0,372% de error, siendo el 10% el límite para considerar aceptable las diferencias. Valores teóricos de difusividad del agua expuestos por otros autores también son muy cercanos a los obtenidos experimentalmente con este método, entre ellos está el planteado por Hayes (1992), quien afirma que el valor de difusividad del agua es de $1,48E-7 \text{ m}^2/\text{s}$ y $1,60E-7 \text{ m}^2/\text{s}$ para 30 y 60°C respectivamente (ver ANEXO D.11).

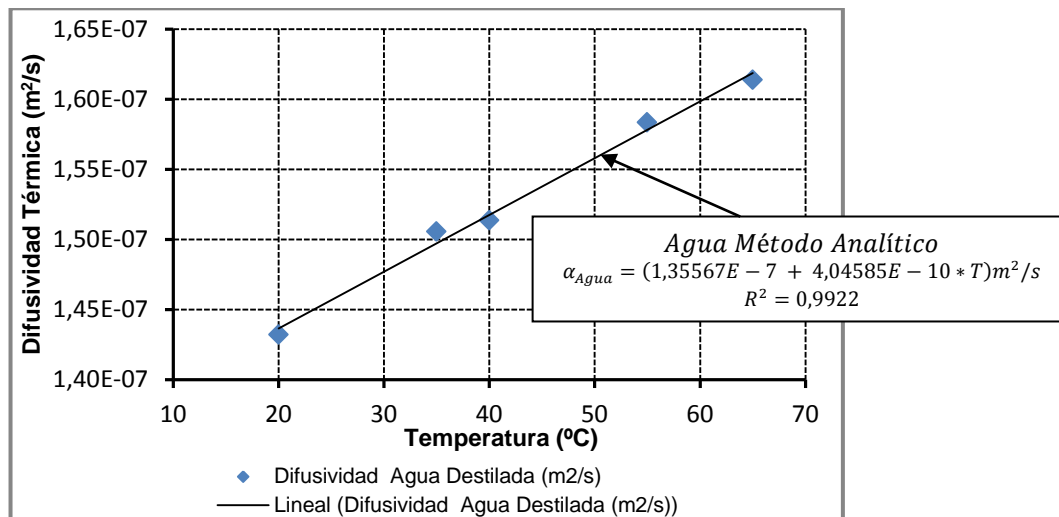
- **Análisis de regresión lineal de los valores de difusividad del agua obtenidos con el método analítico:** Este análisis permite determinar la relación de dependencia que existe entre las variables estudiadas; en este caso se aplicó un análisis de regresión simple para determinar la relación entre la difusividad térmica frente a la temperatura.

Los dos objetivos fundamentales de este análisis fue, por un lado, determinar en qué sentido se da dicha asociación, es decir, si los valores de difusividad tienden a aumentar o disminuir al aumentar los valores de la temperatura; y por otro, estudiar si los valores de temperatura pueden ser utilizados para predecir el valor de la difusividad térmica.

En la gráfica 4, se visualiza la relación existente entre las variables mediante un gráfico de dispersión, en el que los valores de temperatura se disponen en el eje horizontal y los valores medios de difusividad térmica experimental del agua destilada en el vertical.

Se aprecia que los datos experimentales de difusividad térmica del agua destilada arrojados por esta investigación se incrementan respecto al aumento de la temperatura, es decir son directamente proporcionales y que esa dependencia obedece con alta precisión a una línea recta. La recta que mejor ajustó dichos valores de difusividad se calculó aplicando el método de mínimos cuadrados.

Gráfica 4. Gráfico del modelo ajustado de los valores medios de difusividad térmica experimental del agua destilada obtenida mediante el método analítico



Fuente: Esta investigación

En el cuadro 13, se presenta un análisis de varianza o tabla ANOVA que corrobora las anteriores afirmaciones e indica que si existe relación significativa entre las variables.

Cuadro 13. Tabla ANOVA para los valores de difusividad del agua destilada obtenidos con el método analítico

Análisis de Varianza					
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
Modelo	2,01338E-09	1	2,01338E-09	382,03	0,0003
Residuo	1,58106E-11	3	5,27020E-12		
Total (Corr.)	2,02919E-09	4			

Coeficiente de Correlación = 0,996097
 R-cuadrada = 99,2208 por ciento
 R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 98,9611 por ciento
 Error estándar del est. = 7,25961E-10
 Error absoluto medio = 5,41463E-10

Fuente: Esta investigación

Al observar en la tabla un valor de $p < 0,05$, indica que la temperatura tiene efecto significativo en los valores de difusividad térmica del agua destilada, el coeficiente de correlación de 0,996097 muestra que esa relación es lineal y el

R^2 del 99,2208% obtenido del análisis de los datos experimentales confirma que ese ajuste es altamente congruente. La ecuación modelo que gobierna dicho ajuste es:

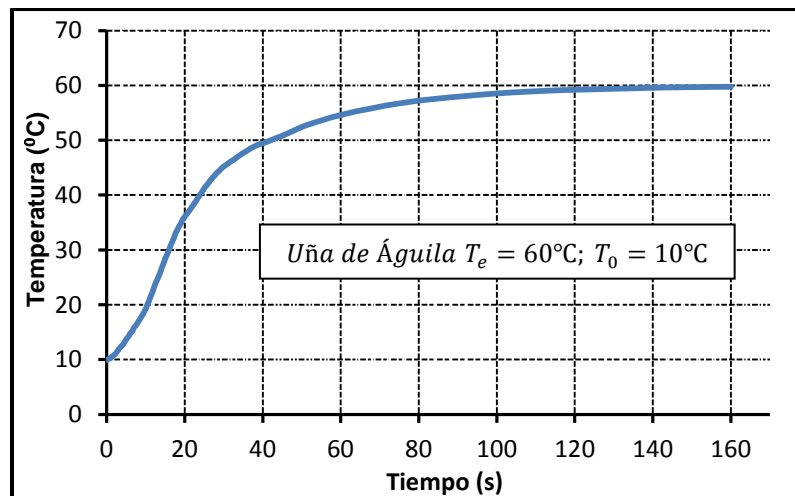
$$\alpha_{\text{Agua Método Analítico}} = (1,35567E - 7 + 4,04585E - 10 * T)m^2/s \quad \text{Ec.43}$$

Esta ecuación es muy similar a la ecuación expuesta por Bairi y otros (2005), quienes aplicaron el mismo método; su similitud confirma nuevamente la precisión y exactitud del método.

- **Difusividad térmica del jugo de fique obtenida mediante el método analítico:** La difusividad térmica del jugo de fique tanto de la variedad Uña de Águila como de la Negra común se determinó a las mismas condiciones e idéntica metodología que la del agua para garantizar que al igual que con los datos analizados anteriormente su variabilidad sea baja y por tanto proporcione alta confiabilidad en los datos obtenidos.

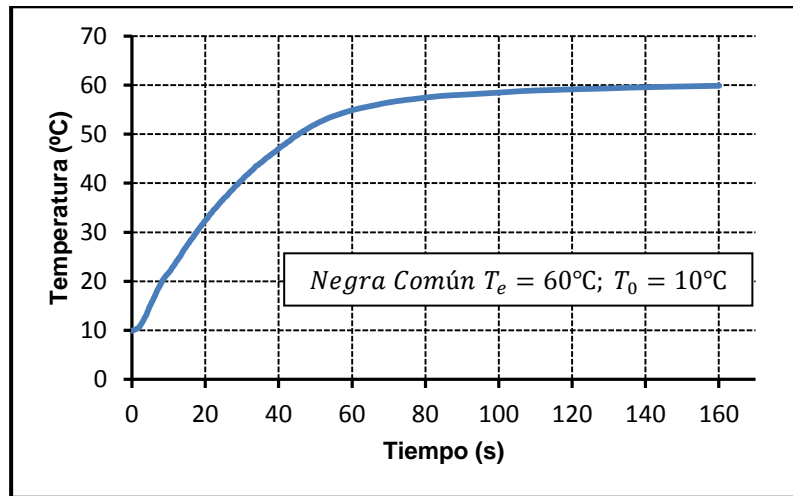
La evolución de la temperatura respecto al tiempo representadas en las gráficas 5 y 6, únicamente corresponden a la temperatura media (35 °C) del rango de $T_e = 60^\circ\text{C}$ y $T_0 = 10^\circ\text{C}$, tomando los valores promedios de los tiempos y temperaturas de las 6 corridas para Uña de águila y Negra común respectivamente, sin embargo, es una representación general de dicha evolución en todos los rangos estudiados.

Gráfica 5. Evolución de la temperatura de la variedad Uña de Águila respecto al tiempo



Fuente: Esta investigación

Gráfica 6. Evolución de la temperatura de la variedad Negra Común respecto al tiempo

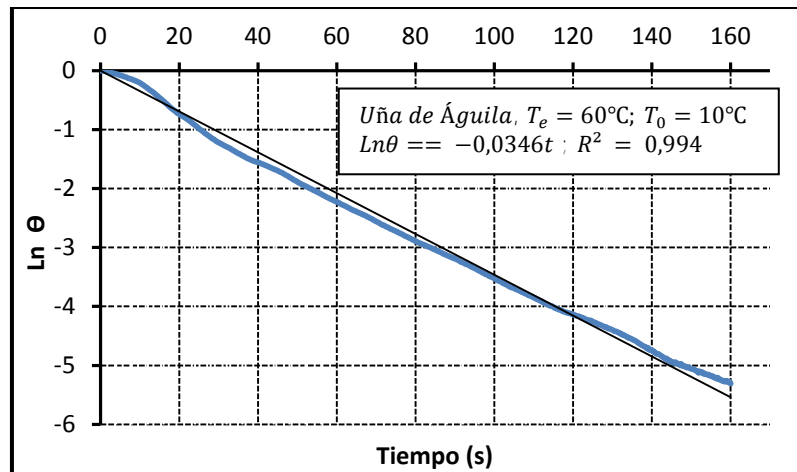


Fuente: Esta investigación

En las gráficas anteriores, se observa que al igual que en la del agua, después de un cierto tiempo de inmersión de la muestra en el baño la evolución de la temperatura es exponencial y que la velocidad de transferencia de calor disminuye a medida que las diferencias de temperaturas también disminuyen. Para las dos variedades de jugo de fide, el tiempo requerido para alcanzar la temperatura constante fue de 160s aproximadamente, un poco más que la que alcanzó la del agua.

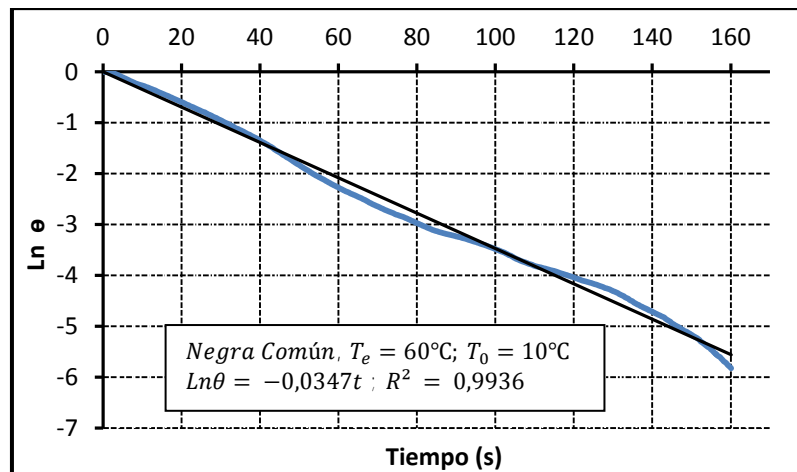
Las gráficas 7 y 8, corresponden a la evolución de temperaturas adimensionales θ de Uña de Águila y Negra común respectivamente para los intervalos de tiempo $0 < t^* < 160$ s. Al realizar un ajuste de mínimos cuadrados del $\ln\theta$ vs el tiempo se obtiene un coeficiente de correlación R^2 del 99,4 y 99,36%, un poco más bajos que el del agua pero son valores suficientemente altos que demuestran que los datos experimentales corresponden perfectamente a una línea recta.

Gráfica 7. Evolución de las temperaturas promedio adimensionales (θ) de la variedad Uña de Águila respecto al tiempo



Fuente: Esta investigación

Gráfica 8. Evolución de las temperaturas promedio adimensionales (θ) de la variedad Negra Común respecto al tiempo



Fuente: esta investigación

- Análisis de tendencia central y dispersión de los datos experimentales del jugo de fique obtenidos con el método analítico:** Las pendientes obtenidas para cada variedad de jugo de fique estudiada se presentan en el ANEXO B.1. En el cuadro 14 se muestra las medias aritméticas como medida de tendencia central de las pendientes de la variedad Uña de Águila y Negra Común en cada una de las temperaturas.

Cuadro 14. Medidas de tendencia central de las pendientes de las variedades de jugo de fique

Temperatura (°C)	($\bar{X}_{Uña\ de\ Águila}$)	($\bar{X}_{Negra\ Común}$)
20	0,0330	0,0331
35	0,0347	0,0348
40	0,0349	0,0349
55	0,0366	0,0366
65	0,0372	0,0373

Fuente: Esta investigación

Se observa que las medias aritméticas de las pendientes no poseen diferencias muy elevadas entre sustancias, sin embargo poseen dependencia frente a las temperaturas al igual que en el agua. En el ANEXO B.2, se encuentran los valores experimentales de difusividad obtenidos mediante la *Ec. 20*, utilizando los valores de las pendientes anteriormente expuestas. Los valores de difusividad térmica presentados en el ANEXO B.2, también presentan pequeñas diferencias entre sí, para cada una de las temperaturas estudiadas, sin embargo al igual que en el anterior análisis es necesario saber si esta variabilidad es altamente significativa y para ello también se realizan medidas de tendencia central y de dispersión.

Cuadro 15. Medidas de tendencia central de los valores de difusividad de Uña de Águila y Negra Común obtenidas mediante el método analítico

Temperatura (°C)	$\bar{X}_{\alpha\ Uña\ de\ Águila}$ (m^2/s)	$\bar{X}_{\alpha\ Negra\ Común}$ (m^2/s)
20	1,426E-07 ± 2,88E-10	1,429E-07 ± 2,34E-10
35	1,500E-07 ± 7,58E-10	1,503E-07 ± 7,81E-10
40	1,507E-07 ± 7,40E-10	1,510E-07 ± 7,40E-10
55	1,581E-07 ± 3,70E-10	1,582E-07 ± 4,06E-10
65	1,609E-07 ± 6,68E-10	1,612E-07 ± 4,96E-10

Fuente: Esta investigación

Las medias aritméticas de difusividad mostradas en el cuadro 15, representan los valores medios de las 6 réplicas que se realizaron para cada temperatura y para cada variedad y miden su tendencia central. Se observa que la diferencia entre las medias de las difusividades para cada variedad es muy baja. De acuerdo al ANEXO B.3, en donde se muestran las medidas de dispersión correspondientes a las difusividades experimentales de las dos variedades de jugo de fique, se afirma que dichos valores de difusividad no presentan alta variabilidad ya que tanto el rango, la desviación estándar, la varianza, el coeficiente de variación y el error

estándar poseen valores muy bajos, cercanos a cero, lo que indica que los datos no se encuentran muy dispersos y que tienden a ser idénticos entre sí, es decir que las pequeñas diferencias que existen entre los datos no son altamente representativas.

- **Comparación de los valores experimentales de difusividad térmica de las variedades de jugo de fique obtenidos mediante el método analítico:** Para poder realizar esta comparación de medias fue necesario determinar que los datos provienen de una distribución normal para ello se evaluaron los valores de sesgo estandarizado arrojados por el programa *StatGraphics*. A continuación en el cuadro 16 se presentan los resultados.

Cuadro 16. Sesgos estandarizados de los valores experimentales de difusividad térmica de las variedades de jugo de fique obtenidos mediante el método analítico

Temperatura (°C)	Sesgos Estandarizados	
	Uña de Águila	Negra Común
20	0,1	-1,0
35	-0,4	0,03
40	0,4	0,4
55	0,9	0,02
65	-0,4	1,4

Fuente: Esta investigación

De acuerdo al cuadro 16, los valores de sesgo estandarizado para las dos variedades de jugo de fique se encuentran dentro del rango esperado, por lo tanto se concluye que los datos experimentales provienen de una distribución normal. Una vez confirmada la normalidad de los datos, se realizó la prueba de *t* para comparar las medias entre variedades. Pero antes de ello se aplicó una prueba de *F* de Fisher para determinar igualdad de varianzas. Los resultados se ven en el cuadro 17.

Cuadro 17. Prueba *F* de Fisher para valores experimentales de difusividades de las variedades de jugo fique obtenidos mediante el método analítico

Temperatura (°C)	F	Valor - p
20	1,4662	0,6848
35	1,0674	0,9447
40	0,9942	0,9951
55	1,2055	0,8425
65	0,5487	0,5261

Fuente: Esta investigación

Puesto que los valores-p calculados, fueron mayores a 0,05 en cada una de las temperaturas de estudio, no se rechaza la hipótesis nula. Es decir que las varianzas de los datos son iguales y por lo tanto para la comparación de las medias de los datos experimentales de difusividad y determinar si existen diferencias significativas entre las variedades de jugo de fique estudiadas se empleó la prueba de t para dos medias teniendo en cuenta varianzas iguales y se aplicó la *Ec. 31*, para encontrar los grados de libertad. En el cuadro 18 se reportan los resultados obtenidos de dicha prueba.

Cuadro 18. Prueba t para dos medias aplicada a los valores experimentales de difusividad de las variedades de jugo de fique obtenidos mediante el método analítico

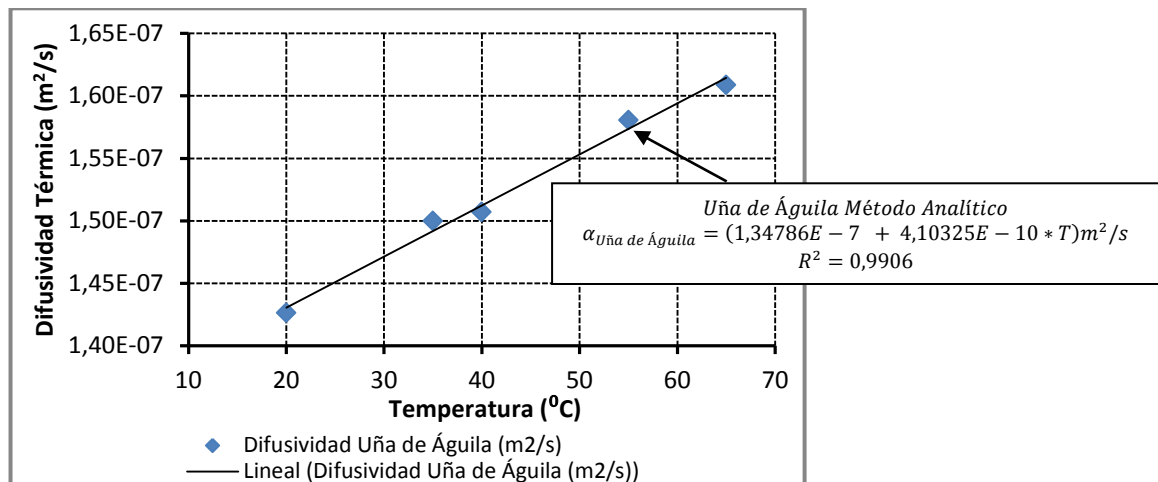
Temperatura (°C)	t-Student (t_0)	Valor - p	Error relativo porcentual (%)
20	-2,0022	0,0731	-0,252
35	-0,8535	0,4134	-0,240
40	-0,7114	0,4931	-0,191
55	-0,6749	0,5151	-0,091
65	-1,1143	0,2912	-0,223

Fuente: Esta investigación

En este caso, los valores de t_0 arrojados por el programa estadístico *StatGraphics* también se encuentran dentro de los rangos permitidos para aceptar la H_0 , los valores del estadístico t de tabla se los obtiene con 10 grados de libertad y 95% de significancia, es decir que el rango de aceptación se encuentra entre el -2,23 y 2,23, además, los valores-p no se encuentran por debajo 0,05. Con lo anteriormente expuesto se concluye que entre los valores de difusividad de la variedad Uña de Águila y la variedad Negra Común no existen diferencias significativas y que esas diferencias no superan el 0,252% de error relativo porcentual.

- **Análisis de regresión lineal de los valores de difusividad de las variedades Uña de Águila y Negra Común obtenidos con el método analítico:** Las gráficas 9 y 10 corresponden al comportamiento de los valores de difusividad térmica experimental según la temperatura, de las variedades Uña de Águila y Negra Común respectivamente y los cuadros 19 y 20, sus análisis de varianzas. De acuerdo a la información que estos aportan, dichos valores de difusividad también presentan un comportamiento similar a los del agua destilada es decir demuestran un incremento al aumentar la temperatura.

Gráfica 9. Gráfico del modelo ajustado de la difusividad térmica experimental de la variedad Uña de Águila obtenida mediante el método analítico



Fuente: Esta investigación

Cuadro 19. Tabla ANOVA para los valores medios de difusividad de la variedad Uña de Águila obtenidos mediante el método analítico

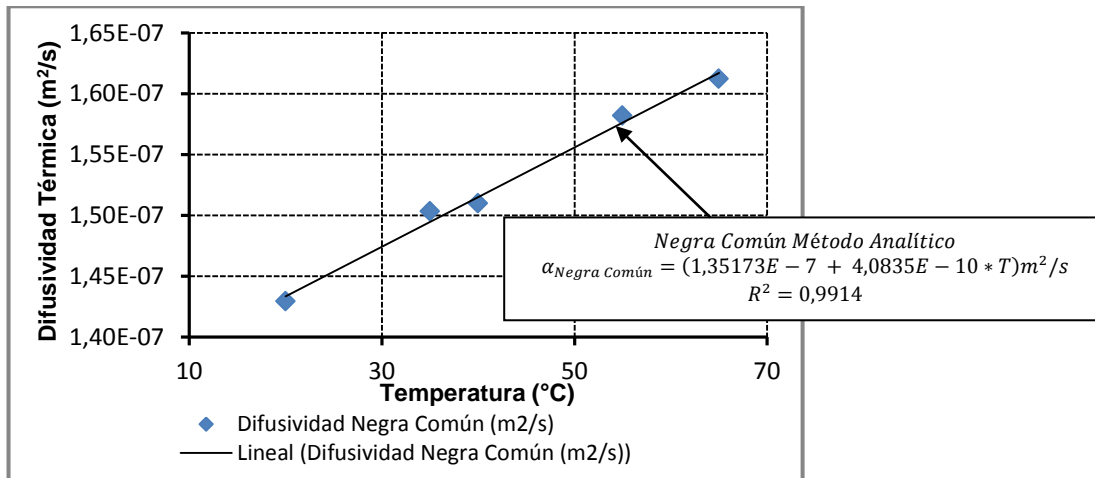
Análisis de Varianza					
<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
Modelo	2,07091E-09	1	2,07091E-09	315,29	0,0004
Residuo	1,97047E-11	3	6,56823E-12		
Total (Corr.)	2,09062E-09	4			

Coeficiente de Correlación = 0,995276
R-cuadrada = 99,0575 por ciento
R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 98,7433 por ciento
Error estándar del est. = 8,10446E-10
Error absoluto medio = 6,1148E-10

Fuente: Esta investigación

Al presentar valores de $p < 0,05$ en los cuadros ANOVA, muestran efecto significativo entre las variables. Sin embargo, difieren en pequeña proporción los valores obtenidos de coeficiente de correlación y R^2 . La variedad Negra común presenta mayor ajuste con un coeficiente de correlación del 0,9954 y con R^2 del 99,08%, mientras que la variedad Uña de Águila tiene un coeficiente de correlación del 0,9958 y R^2 del 99,16%. Estos valores representan buen ajuste y fuerte relación entre variables.

Gráfica 10. Gráfico del modelo ajustado de la difusividad térmica experimental de la variedad Negra Común obtenida mediante el método analítico



Fuente: Esta investigación

Cuadro 20. Tabla ANOVA para los valores de difusividad de la variedad Negra Común obtenidos con el método analítico

Análisis de Varianza					
<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
Modelo	2,05102E-09	1	2,05102E-09	348,47	0,0003
Residuo	1,76573E-11	3	5,88577E-12		
Total (Corr.)	2,06867E-09	4			

Coeficiente de Correlación = 0,995723
 R-cuadrada = 99,1464 por ciento
 R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 98,8619 por ciento
 Error estándar del est. = 7,67187E-10
 Error absoluto medio = 5,73041E-10

Fuente: Esta investigación

En cuadro 21 se presentan las ecuaciones que representan el modelo ajustado para cada una de las variedades de jugo de fique estudiadas en esta investigación. Estas ecuaciones permiten ver si los datos son coherentes con el comportamiento esperado o no.

Cuadro 21. Ecuaciones modelo ajustadas para difusividad térmica de las variedades de jugo de figue Uña de Águila y Negra común, obtenidas mediante el método analítico

Variedad	Ecuación modelo ajustado
Uña de Águila	$\alpha = (1,34786E - 7 + 4,10325E - 10 * T)m^2/s$ Ec. 44
Negra Común	$\alpha = (1,35173E - 7 + 4,0835E - 10 * T)m^2/s$ Ec. 45

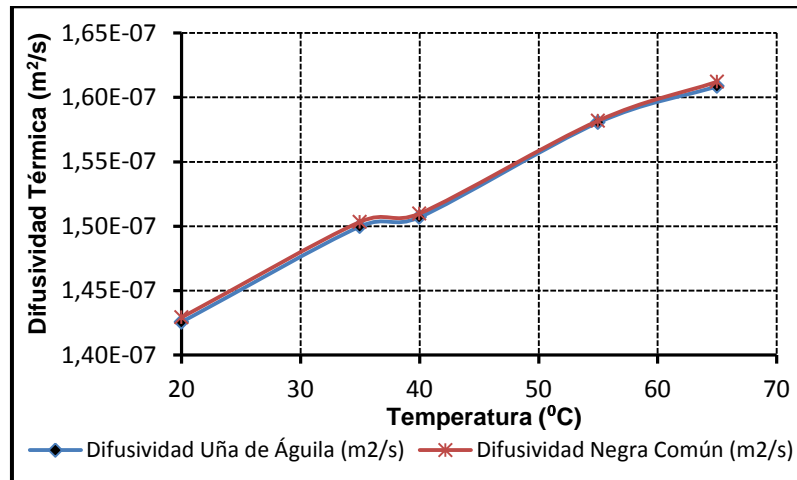
Fuente: Esta investigación

Es conveniente anotar que las ecuaciones obtenidas experimentalmente poseen pendientes de signo positivo lo que indican que las rectas son crecientes; es decir que los datos obtenidos confirman que a mayor temperatura, la difusividad térmica es mayor y que dicho comportamiento es de forma lineal. De igual manera, la dependencia lineal y el comportamiento ascendente de la difusividad respecto al aumento de temperatura coincide con el comportamiento normal de difusividad expuesto por Peleg (1983), quien asegura que la difusividad térmica es directamente proporcional a la temperatura.

Por otra parte, las ecuaciones modelos obtenidas para el jugo de figue para las dos variedades presentan similitud entre ellas y también con la del agua; esto, debido a que el jugo posee una baja concentración de sólidos y la gran parte de su composición es agua, lo anterior lo corrobora Cengel (2007), al afirmar algunos vegetales y frutas frescas que están constituidos en su mayor parte por agua, poseen las propiedades térmicas de ésta. Esto, no quiere decir que todos los alimentos tienen la misma difusividad térmica, sino que por tener en su gran mayoría agua, las difusividades térmicas de estos son muy similares.

Realizando una comparación visual entre los valores promedios de las difusividades experimentales de la Uña de Águila y Negra común en la gráfica 11, se aprecia la pequeña diferencia entre estas y de acuerdo a dicha apreciación la variedad Uña de Águila posee valores más bajos que la variedad Negra común, esto debido tal vez al porcentaje de sólidos de cada variedad ya que según esta investigación la variedad Uña de Águila obtuvo el 7,09% y la variedad Negra Común el 5,28% de sólidos totales (ver cuadro 8). Es decir que el valor de difusividad también depende del porcentaje de sólidos como lo afirman Giraldo Gómez y otros (2010), quienes realizaron un estudio de las propiedades termofísicas del jugo de lulo y concluyen que la difusividad térmica de este se incrementó con el aumento del contenido de agua y la temperatura. En este caso la variedad con mayor contenido de agua es la Negra Común y es la que efectivamente posee un valor de difusividad también mayor respecto a la Uña de Águila.

Gráfica 11. Evolución de la difusividad térmica experimental de las variedades de jugo de fique obtenidas mediante el método analítico respecto a la temperatura



Fuente: Esta investigación

Por otra parte, las ecuaciones permitieron predecir confiablemente valores de difusividad en el rango de temperatura de 5 a 80°C. Los valores experimentales de difusividad obtenidos por este método coinciden en gran parte con los valores de difusividad de alimentos encontrados en literatura, según Peleg (1983), los valores de la difusividad térmica para alimentos se encuentran en el rango de 1 a 2 x10-7 m²/s. Efectivamente los valores experimentales de difusividad tanto de agua como los de las dos variedades de jugo de fique se encuentran dentro de ese rango.

En el ANEXO D.9 se reportan otros valores de difusividad de algunos alimentos entre ellos el de zumo de naranja con 1,37E-7 m²/s y el zumo de fresa con 1,39E-7 m²/s, los cuales fueron medidos a un porcentaje de humedad del 91,7% y 89% respectivamente (HAYES, 1992), es decir en condiciones de humedad similares a las de esta investigación. Como se observa los datos experimentales son muy cercanos, sin embargo, no son iguales ya que estas propiedades dependen de las características propias del alimento, de las condiciones de trabajo y de los métodos empleados para su determinación.

6.2.1.2 Resultados experimentales y análisis estadístico de los valores de difusividad térmica obtenidos mediante el método gráfico. A partir de los datos de tiempo y temperatura adimensional que se usaron para el método analítico, se obtuvieron también los resultados para el método gráfico.

- **Difusividad térmica del agua obtenida mediante el método gráfico:** Los resultados de difusividad térmica del agua obtenidos mediante este método se presentan en ANEXO B.4. De acuerdo a la información suministrada por este

anexo, se afirma que dichos valores presentan variaciones debido a la inexactitud del método, de los errores de lectura de las gráficas y de los redondeos de datos ya que no se pueden manejar más de tres cifras significativas.

- **Medidas de tendencia central y dispersión de los datos experimentales de difusividad del agua obtenidos mediante el método gráfico:** En el cuadro 22 se presentan las medias aritméticas de los valores de difusividad del agua obtenidas por este método y aunque los valores arrojados sean similares a los reportados en literatura se observa con claridad considerables variaciones que se estudian para saber si son estadísticamente representativas. Para ello, es conveniente observar el ANEXO B.7, en el que se encuentran las medidas de dispersión.

Cuadro 22. Medidas de tendencia central de los valores de difusividad térmica del agua obtenidos por el método gráfico

Temperatura (°C)	\bar{X}_{α} Agua Destilada (m^2/s)
20	1,40E-07 ± 2,36E-09
35	1,51E-07 ± 3,16E-09
40	1,53E-07 ± 1,03E-09
55	1,57E-07 ± 3,52E-09
65	1,66E-07 ± 1,95E-09

Fuente: Esta investigación

Del ANEXO B.7, se afirma que aunque los valores de rango, desviación estándar, varianza y error estándar del agua son bajos presentan mayor variabilidad que los reportados para el método analítico. Los valores de coeficiente de variación también presentan valores altos en comparación con los del método analítico, pero no superan el 2,127%, es decir tienen un porcentaje de variabilidad aceptable. Sin embargo fue preciso hacer la comparación de los valores experimentales con los teóricos y observar los resultados.

- **Comparación de los valores experimentales de difusividad del agua obtenidos mediante el método gráfico con valores teóricos:** En primer lugar al igual que en el anterior método fue necesario hacer la prueba de normalidad de los datos. Los resultados de dicha prueba para el agua se observan en el cuadro 23.

Cuadro 23. Sesgos estandarizados de los valores de difusividad térmica experimentales del agua obtenidos mediante el método gráfico

Temperatura (°C)	Sesgos Estandarizados
20	0,9587
35	-0,2808
40	-0,4559
55	0,0480
65	0,3925

Fuente: Esta investigación

Todos los valores de sesgos estandarizados que se observan en el cuadro anterior se encuentran dentro del parámetro establecido para considerar que los valores experimentales obtenidos mediante el método gráfico provienen de una distribución normal.

Antes de tomar cualquier decisión se debe saber cuan exacto es el método; para ello se realizó la comparación de los valores de difusividad del agua destilada obtenidos mediante el método gráfico frente a valores teóricos reportados en literatura. Los resultados se exponen en el cuadro 24.

Cuadro 24. Prueba de t para una media aplicada a la difusividad experimental del agua destilada determinada por el método gráfico

Temperatura (°C)	t-Student (t_0)	Valor - p	Valor de la media bajo la hipótesis nula (H_0)*	Error Relativo porcentual (%)
20	-2,9019	0,0337	1,43E-07	-1,865
35	1,0847	0,3276	1,50E-07	0,622
40	7,8893	0,0005	1,51E-07	1,104
55	1,4639	0,2031	1,58E-07	-0,422
65	5,7009	0,0023	1,61E-07	3,313

Fuente:*Valores teóricos de difusividad del agua destilada expresados bajo la hipótesis nula (H_0) (SINGH y otros, 2009). Otros valores esta investigación

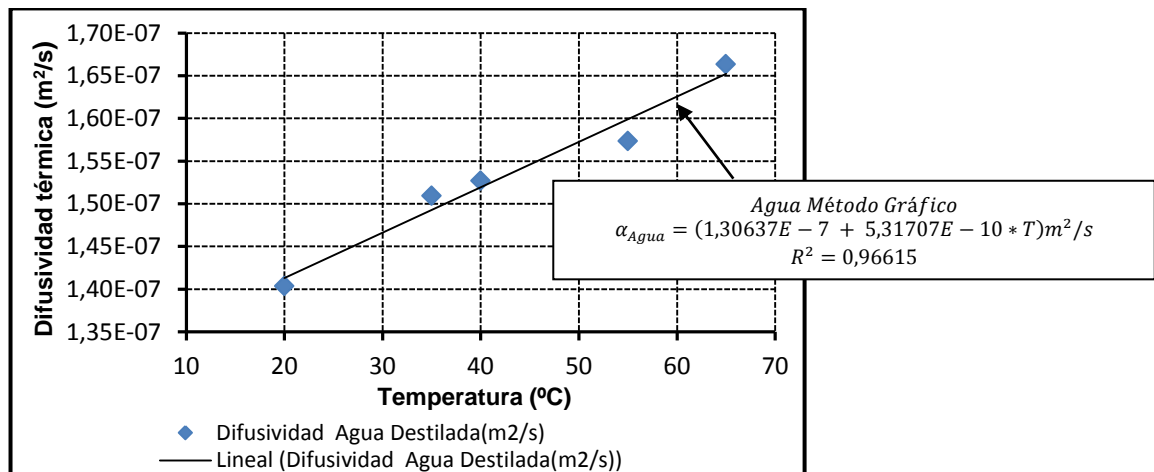
En el anterior cuadro se observa que 3 valores de t_0 y sus respectivos valores-p obtenidos para las temperaturas de 20, 40 y 65°C hacen que la hipótesis de igualdad planteada en la sección 5.5.1.3 se rechace, es decir que se demuestra que los valores experimentales no son estadísticamente iguales con los teóricos, sin embargo, al observar el error relativo porcentual en estos puntos se manifiesta

que la diferencia no es muy alta y que se encuentra dentro de los parámetros aceptables. A temperatura de 35 y 55 °C no se encontró diferencia significativa y se acepta la hipótesis nula H_0 ; este hecho muestra que el método en estos puntos de temperatura tuvo mayor exactitud, en cambio en los anteriormente nombrados el método presenta baja exactitud y precisión.

De lo anterior, se dice que el solo hecho de que en ciertas temperaturas sean iguales los valores teóricos con los experimentales y en otras no, hace que el método no sea confiable a la hora de buscar alta precisión y exactitud, pero es útil al querer tener simplemente un valor estimado de difusividad térmica de alguna sustancia.

- **Análisis de regresión lineal de los valores de difusividad del agua obtenidos con el método gráfico:** Se aplicó un análisis de regresión simple para determinar la relación entre la difusividad térmica frente a la temperatura. En el gráfico de dispersión 12 se visualiza mejor el comportamiento.

Gráfica 12. Gráfico del modelo ajustado de la difusividad térmica experimental del agua destilada obtenida mediante el método gráfico



Fuente: Esta investigación

Efectivamente, el comportamiento de la difusividad térmica del agua obtenida mediante el método gráfico coincide con el del método analítico, sin embargo el método gráfico arrojó valores de difusividad con menor ajuste en comparación con el del método analítico. De acuerdo a la tabla ANOVA presentada en el cuadro 25, se observa que al aplicar la regresión lineal se obtuvo un R^2 de 96,615% y un coeficiente de variación de 0,983, lo que indica que su ajuste a una tendencia lineal es más baja pero que los valores siguen una tendencia de crecimiento a

medida que se incrementa la temperatura. El valor-p menor de 0,05 confirma que hay un fuerte efecto de la temperatura frente a los valores de difusividad.

Cuadro 25. Tabla ANOVA para los valores de difusividad del agua obtenidos con el método gráfico

Análisis de Varianza					
<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
Modelo	3,47737E-09	1	3,47737E-09	85,63	0,0027
Residuo	1,21834E-10	3	4,06114E-11		
Total (Corr.)	3,5992E-09	4			

Coeficiente de Correlación = 0,982929
 R-cuadrada = 96,615 por ciento
 R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 95,4866 por ciento
 Error estándar del est. = 2,01523E-09
 Error absoluto medio = 1,42049E-9

Fuente: Esta investigación

La ecuación modelo que gobierna esta regresión lineal es:

$$\alpha_{\text{Agua Método Gráfico}} = (1,30637E - 7 + 5,31707E - 10 * T)m^2/s \quad \text{Ec. 46}$$

El signo de los coeficientes de la Ec. 46 indica un efecto positivo de la temperatura sobre la difusividad térmica, ratificando lo expresado anteriormente y coincidiendo con el análisis del anterior método. Con este análisis podemos concluir que el método gráfico es confiable simple y cuando se lo use para obtener valores estimados y no se busque alta exactitud.

- Difusividad térmica del jugo de fique obtenida mediante el método gráfico:** Los resultados de difusividad térmica de las variedades Uña de Águila y Negra Común obtenidos mediante este método se encuentran en los ANEXOS B.5 y B.6 respectivamente. Dichos resultados cumplen a cavallidad con la regla de Newman tanto para Uña de Águila como para Negra Común.
- Análisis de tendencia central y dispersión de los datos experimentales del jugo de fique obtenidos con el método gráfico:** Los valores experimentales de difusividad expuestas en el cuadro 26 representan los valores medios de las 6 réplicas realizadas en cada temperatura. Se observa que se presentan algunas diferencias entre las variedades y que poseen tendencia ascendente a medida de que aumenta la temperatura.

Cuadro 26. Medidas de tendencia central de los valores de difusividad térmica de las variedades de jugo de fique obtenidos por el método gráfico

Temperatura (°C)	\bar{X}_α Uña de Águila (m ² /s)	\bar{X}_α Negra Común (m ² /s)
20	1,444E-07 ± 1,84E-09	1,418E-07 ± 3,73E-09
35	1,488E-07 ± 3,29E-09	1,487E-07 ± 5,19E-09
40	1,508E-07 ± 4,37E-09	1,530E-07 ± 4,52E-09
55	1,555E-07 ± 1,05E-08	1,575E-07 ± 3,24E-09
65	1,575E-07 ± 4,86E-09	1,640E-07 ± 5,68E-09

Fuente: Esta investigación

En el ANEXO B.7, se presentan las medidas de tendencia central para las dos variedades de jugo de fique, de este se dice que aunque los valores de rango, desviación estándar, varianza y error estándar son bajos presentan mayor variabilidad que los reportados para el método analítico. Los valores más altos del coeficiente de variación correspondientes a la variedad Uña de águila son de 6,441% a 55°C y 2,944 a 65°C y los correspondientes a la variedad Negra Común son 3,34 a 35°C y 3,295 a 65°C. Dichos valores aunque no son superiores al 10% y se encuentren en un porcentaje de variación aceptable, representan amplia oscilación de los datos frente a la media aritmética, lo que significa que el método no es muy preciso. Cabe resaltar que a pesar de las variaciones los valores de difusividad de las variedades de jugo de fique obtenidos por este método se encuentran dentro del rango reportados en literatura para alimentos. Sin embargo, se creyó conveniente realizar una comparación entre variedades para determinar si hay diferencias significativas.

- **Comparación entre los valores experimentales de difusividad térmica de las variedades de jugo de fique obtenidos mediante el método gráfico:** Como primera medida para realizar esta prueba de comparación es verificar si los datos provienen de una distribución normal. Los resultados se presenta en el cuadro 27.

Cuadro 27. Sesgos estandarizados de los valores experimentales de difusividad térmica de las variedades de jugo de fique obtenidos mediante el método gráfico

Temperatura (°C)	Sesgos Estandarizados	
	Uña de Águila	Negra Común
20	-1,8	1,3
35	-0,6	0,1
40	0,8	1,5
55	0,4	1,4
65	1,3	-0,5

Fuente: Esta investigación

De acuerdo a la información del cuadro 27 se concluye que los valores experimentales de difusividad de las variedades uña de Águila y Negra Común poseen normalidad ya que se encuentran dentro del rango establecido (± 2) para aceptar esta afirmación. Una vez confirmada su normalidad se realizó una prueba *F* de Fisher para determinar igualdad de varianzas. Los resultados se ven en el cuadro 28.

Cuadro 28. Prueba *F* de Fisher para los valores de difusividad térmica de las variedades de jugo de fique obtenidos mediante el método gráfico

Temperatura (°C)	F	Valor - p
20	0,2440	0,1478
35	0,3976	0,3343
40	0,9304	0,9389
55	10,5579	0,0217
65	0,7363	0,7451

Fuente: Esta investigación

Debido a que los valores-p de las temperaturas 20, 35,40 y 65°C no son menores a 0,05, fue conveniente que la prueba de *t* aplicada para estos casos fuese teniendo en cuenta varianzas iguales y se usara la ecuación Ec.31 para determinar los grados de libertad. En cambio, para la temperatura de 55°C el valor-p fue menor a 0,05, lo que hizo que la prueba de *t* se efectúe teniendo en cuenta varianzas diferentes y se use la Ec. 32 para obtener los grados de libertad.

En el cuadro 29 se presentan los resultados de comparación de los valores experimentales de difusividad entre las dos variedades de jugo de fique estudiadas. Dicho reporte afirma que no existen diferencias significativas entre variedades en la mayoría de las temperaturas estudiadas a excepción de la de 65°C, pero a pesar de que en la prueba de *t* se rechazara la H_0 para esta temperatura, se observa que está al límite de los parámetros permitidos, en este caso $t_0 = \pm 2,23$ y $valor - p > 0,05$; además, el error relativo porcentual del 3,963%, muestra que la diferencia es mínima.

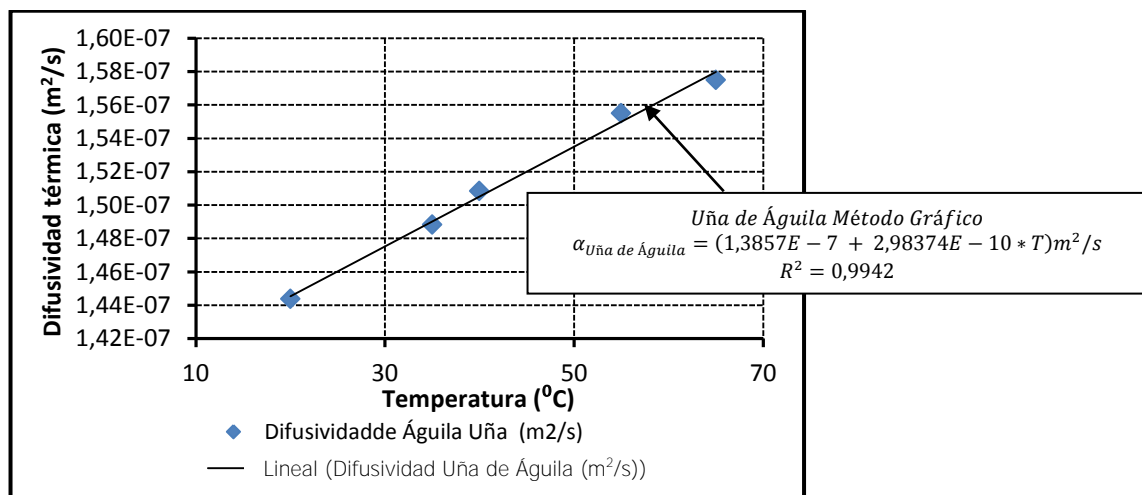
Cuadro 29. Prueba t para dos medias aplicada a los valores experimentales de difusividad de las variedades de jugo de fique obtenidos mediante el método gráfico

Temperatura (°C)	t-Student	Valor - p	Error relativo porcentual (%)
20	1,5488	0,1525	1,812
35	0,0000	1,0000	0,112
40	-0,6121	0,5541	-1,416
55	-0,4675	0,6568	-1,270
65	-2,2361	0,0499	-3,963

Fuente: Esta investigación

- Análisis de regresión lineal de los valores de difusividad de las variedades Uña de Águila y Negra Común obtenidos con el método gráfico:** Se aplicó un análisis de regresión simple para cada una de las variedades de jugo de fique; en las gráficas 13 y 14 se visualiza el comportamiento de la difusividad térmica de la variedad Uña de Águila y Negra Común frente a la temperatura, respectivamente.

Gráfica 13. Gráfico del modelo ajustado de la difusividad térmica experimental de la variedad Uña de Águila obtenida mediante el método gráfico



Fuente: Esta investigación

Estas gráficas muestran que las dos variedades poseen un comportamiento idéntico al presentado en el análisis del método analítico, sin embargo la variedad Uña de Águila posee mayor ajuste lineal al presentar un R^2 del 99,42% y un coeficiente de variación del 0,997; estos valores también son mayores en

comparación con el R^2 y el CV obtenidos para la variedad Negra común que de acuerdo al cuadro 31, fueron de 98,57% y 0,993. Lo anterior no quiere decir que los valores sean más exactos, simplemente que su tendencia es más acorde a la linealidad.

Cuadro 30. Tabla ANOVA para los datos de difusividad de la variedad Uña de Águila obtenidos con el método gráfico

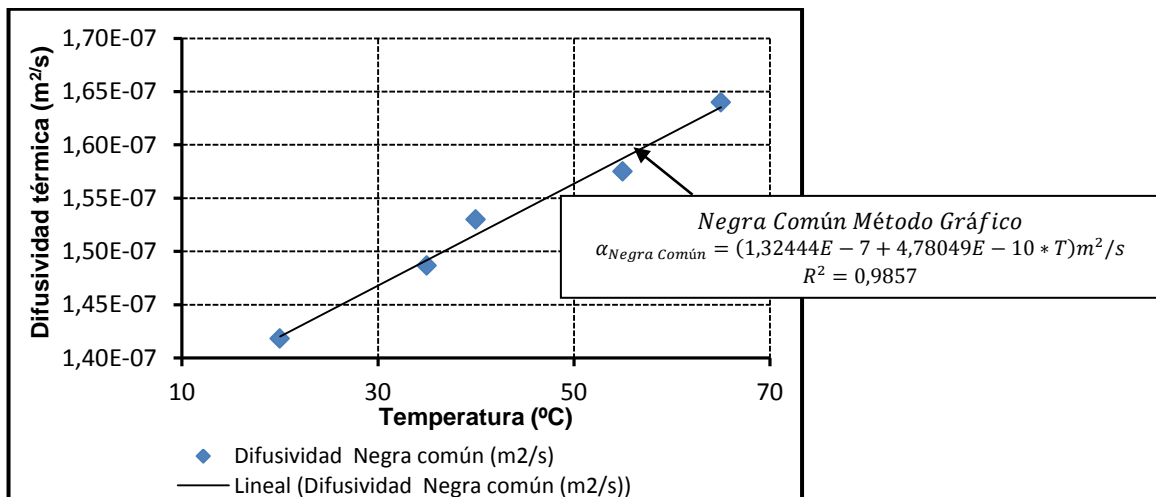
Análisis de Varianza					
<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
Modelo	1,09503E-09	1	1,09503E-09	515,92	0,0002
Residuo	6,36748E-12	3	2,12249E-12		
Total (Corr.)	1,1014E-09	4			

Coeficiente de Correlación = 0,997105
R-cuadrada = 99,4219 por ciento
R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 99,2292 por ciento
Error estándar del est. = 4,60705E-10
Error absoluto medio = 3.25854E-10

Fuente: Esta investigación

Por otra parte, los valores-p presentados en las tablas ANOVA de los cuadros 30 y 31 ratifican que la temperatura posee un fuerte efecto en el valor de difusividad térmica.

Gráfica 14. Gráfico del modelo ajustado de la difusividad térmica experimental de la variedad Negra Común obtenida mediante el método gráfico



Fuente: Esta investigación

Cuadro 31. Tabla ANOVA para los datos de difusividad de la variedad Negra común obtenidos con el método gráfico

Análisis de Varianza					
<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
Modelo	2,81093E-09	1	2,81093E-09	206,32	0,0007
Residuo	4,08732E-11	3	1,36244E-11		
Total (Corr.)	2,8518E-09	4			

Coeficiente de Correlación = 0,992808
 R-cuadrada = 98,5668 por ciento
 R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 98,089 por ciento
 Error estándar del est. = 1,16724E-09
 Error absoluto medio = 7,66829E-10

Fuente: Esta investigación

Las ecuaciones modelo ajustada para las dos variedades de jugo de fique se presentan en el siguiente cuadro.

Cuadro 32. Ecuaciones modelo ajustadas de los valores experimentales de difusividad térmica de las variedades de jugo de fique obtenidas mediante el método gráfico

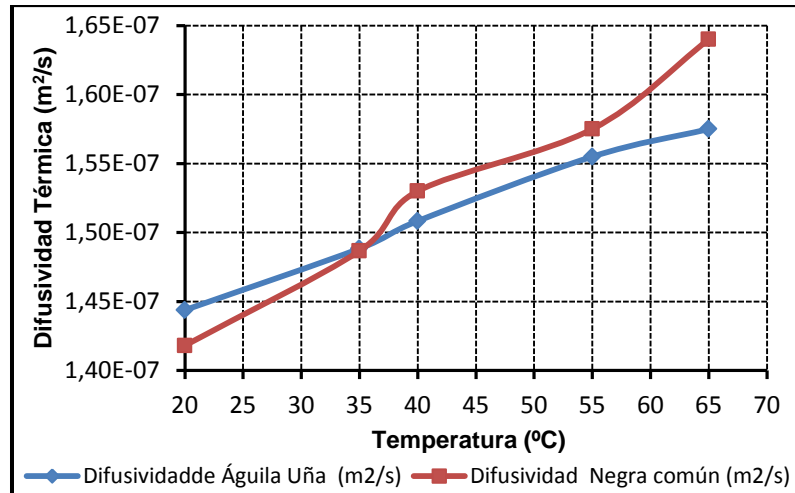
Variedad	Ecuación modelo ajustado	
Uña de Águila	$\alpha = (1,3857E - 7 + 2,98374E - 10 * T)m^2/s$	<i>Ec. 47</i>
Negra Común	$\alpha = (1,32444E - 7 + 4,78049E - 10 * T)m^2/s$	<i>Ec. 48</i>

Fuente: Esta investigación

Al igual que en el método analítico las ecuaciones obtenidas experimentalmente poseen pendientes de signo positivo lo que indican que las rectas son crecientes; es decir que a mayor temperatura, la difusividad térmica es mayor y que dicho comportamiento es de forma lineal. Esto, coincide con el comportamiento normal de difusividad expuesto por Peleg (1983).

Por otra parte, las ecuaciones modelos obtenidas para el jugo de fique mediante el método gráfico para las dos variedades presentan similitud entre ellas y también con la del agua, corroborando lo afirmado en el análisis aplicado al método analítico.

Gráfica 15. Evolución de la difusividades térmicas experimentales de las variedades de jugo de fique obtenidas mediante el método gráfico respecto a la temperatura



Fuente: Esta investigación

En la gráfica 15, se observa que los resultados obtenidos mediante el método gráfico poseen mayor variabilidad. De acuerdo a la literatura la difusividad térmica se incrementa con la temperatura y también con el contenido de agua (GIRALDO GÓMEZ y otros, 2010), en nuestro caso, en la temperatura de 20°C la variedad Negra Común posee un valor más bajo que la variedad Uña de Águila, lo que no concuerda con lo anteriormente planteado ya que esta al poseer menor cantidad de sólidos, debió presentar un valor mayor de difusividad; sin embargo a medida de que la temperatura se incrementa los valores de difusividad térmica de la variedad Negra Común también lo hacen y los valores son mayores que los de la variedad Uña de Águila; coincidiendo con la afirmación en literatura.

Estos resultados cambiantes son debidos tal vez a que en este método las lecturas de las gráficas van a criterio del lector y depende de este la precisión y exactitud de ellos, además en este método al realizar la lectura no se pueden manejar más de 2 a 3 cifras significativas, lo que lo hace un método muy limitado.

6.2.1.3 Comparación entre los métodos analítico y gráfico. Para realizar la comparación entre valores experimentales de difusividad de las variedades de jugo de fique, fue necesario realizar la prueba F para determinar si las varianzas son iguales o no. Los resultados se observan en el cuadro 33.

Cuadro 33. Prueba F de Fisher para los valores de difusividad térmica de las variedades de jugo de fique obtenidos mediante el método analítico y gráfico

Temperatura (°C)	Uña de Águila		Negra Común	
	F	Valor-P	F	Valor-P
20	0,0247	0,0009	0,0041	0,0000
35	0,0534	0,0059	0,0226	0,0008
40	0,0288	0,0014	0,0266	0,0011
55	0,0013	0,0000	0,0159	0,0003
65	0,0188	0,0005	0,0076	0,0001

Fuente: Esta investigación

Los valores-p obtenidos al aplicar esta prueba de F son menores a 0,05, lo que hizo que se rechazara la H_0 , por lo tanto para el análisis de comparación se aplicó una prueba de t teniendo en cuenta varianzas diferentes. Los resultados de comparación se presentan en el cuadro 34.

Cuadro 34. Prueba de t para dos medias aplicada a los valores experimentales de difusividad obtenidos mediante los métodos analítico y gráfico

Temperatura (°C)	Variedad Uña de Águila		Error Relativo porcentual (%)	Variedad Negra Común		Error Relativo porcentual (%)
	t-Student	Valor - p		t-Student	Valor - p	
20	-2,3514	0,0630	1,274	0,7516	0,48587	-0,779
35	0,8770	0,4011	-0,766	0,7379	0,49234	-1,115
40	-0,0763	0,9420	0,087	-0,7507	0,48500	1,331
55	0,6229	0,5606	-1,614	0,5467	0,60741	-0,439
65	1,7585	0,1369	-2,089	-1,2554	0,26402	1,724

Fuente: Esta investigación

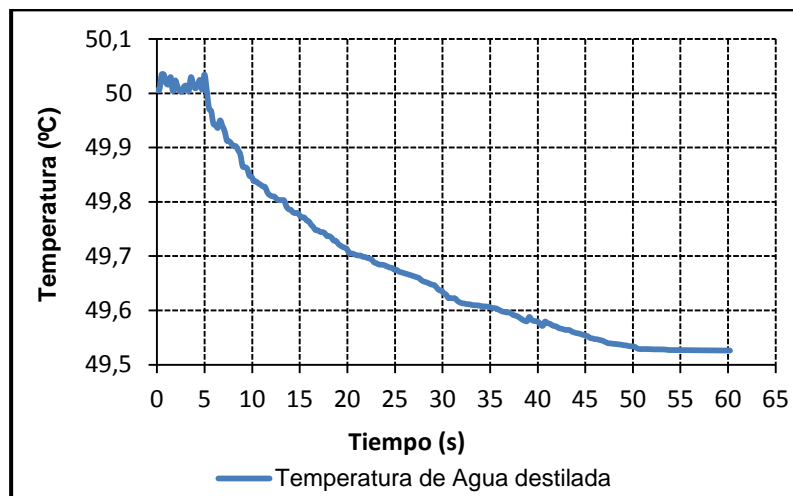
Como se observa, la determinación de la difusividad térmica de las variedades de jugo de fique por ambos métodos mantienen una similitud razonable. Los resultados obtenidos frente a la prueba de medias aplicada para comparar estos valores experimentales aceptan la H_0 , es decir que los métodos no brindan valores con diferencias estadísticamente significativas entre ellos. El promedio del error relativo porcentual entre métodos no supera el 1,15%, lo que confirma su igualdad estadística. Sin embargo, el método analítico presenta mayor precisión y exactitud que el método gráfico, de acuerdo al análisis realizados de las medidas de dispersión y la comparación frente al valor teórico del agua.

6.2.2 Calor específico del jugo de fique:

6.2.2.1 Resultados experimentales y análisis estadístico de los valores de calor específico obtenidos mediante el método de las mezclas. Para determinar el calor específico del jugo de fique se analizó en primera instancia la constante del calorímetro, posteriormente se calculó el calor específico del agua destilada, ya que esta permitió determinar la precisión y exactitud del método, para finalmente obtener el calor específico del jugo del fique.

- **Constante del calorímetro:** En la gráfica 16 se visualiza un ejemplo de la disminución de la temperatura del agua destilada en la medición de la constante del calorímetro. En este caso, la gráfica corresponde a la temperatura inicial T_i de 50°C , cuyo valor disminuye en el momento en que ésta es agregada al calorímetro y se estabiliza aproximadamente a los $49,527^{\circ}\text{C}$ que es la temperatura final T_f ; empleando esta información, con la *Ec. 34*, se calculó la constante del calorímetro.

Gráfica 16. Progreso de la temperatura del agua destilada en la medición de la constante del calorímetro



Fuente: Esta investigación

En el ANEXO C.1 se recopilan todos los valores experimentales de la constante del calorímetro; en el cuadro 35 se presentan los valores medios de C_c obtenidas en cada una de las temperaturas estudiadas.

Cuadro 35. Medidas de tendencia central para la constante del calorímetro

Temperatura (°C)	\bar{X} Constante Calorímetro (Julios)
20	194,6696
30	194,9070
40	195,2468
50	195,2677
60	195,4314
70	195,3622
80	194,7605

Fuente: Esta investigación

Las medidas de variabilidad calculadas para los valores de C_c que se muestran en el ANEXO C.2 indican baja variabilidad de los valores experimentales, por lo que se considera que el método desarrollado es preciso permitiendo la repetitividad y la obtención de datos confiables para ser usados en el cálculo de calor específico del jugo de fique.

Se desarrolló la prueba de diferencia mínima significativa (LSD) de Fisher con el fin de determinar si existen diferencias estadísticamente significativas entre los valores de C_c calculados a diferentes temperaturas; los resultados obtenidos se presentan en el cuadro 36:

Cuadro 36. Comparación de rangos múltiples para la constante del calorímetro a diferentes temperaturas

Pruebas de Múltiple Rangos			
Método: 95,0 porcentaje LSD			
	<i>Casos</i>	<i>Media</i>	<i>Grupos Homogéneos</i>
Temperatura 20	3	194,6696	X
Temperatura 30	3	194,9070	X
Temperatura 40	3	195,2468	X
Temperatura 50	3	195,2677	X
Temperatura 60	3	195,4314	X
Temperatura 70	3	195,3622	X
Temperatura 80	3	194,7605	X

Fuente: Esta investigación

El cuadro anterior en el cual se aplica un procedimiento de comparación múltiple, muestra que no hay diferencias estadísticamente significativas con un nivel del

95,0% de confianza. Esta similitud entre las medias también se evidencian en la columna de grupos homogéneos donde la perfecta alineación de las $X's$ muestra que los valores medios de Cc para cada una de las temperaturas estudiadas no difieren entre si.

Teniendo en cuenta las anteriores consideraciones se utilizó un solo valor promedio de Cc igual a 195,0922 Julios que es valida únicamente para el calorímetro utilizado en esta investigación a unas condiciones específicas de operación y para un intervalo de temperatura entre los 20 y 80 °C.

- **Análisis de tendencia central y dispersión de los datos experimentales de calor específico del agua obtenidos con el método de las mezclas:** Los valores experimentales de Cp del agua que se obtuvieron utilizando el método de la mezclas se presentan en el ANEXO C.3, los valores medios de Cp del agua obtenidas experimentalmente para cada una de las temperaturas de estudio a través del análisis estadístico con el programa *StatGraphics* se muestra en el cuadro 37:

Cuadro 37. Medidas de tendencia central para el calor específico del agua obtenido mediante el método de las mezclas

Temperatura (°C)	$\bar{X}_{Cp\ agua}$ (J/Kg°C)
10	4190,8135 ± 0,29
20	4181,2380 ± 0,49
30	4176,1259 ± 0,60
35	4174,6010 ± 0,46
40	4175,0259 ± 0,35
45	4176,9386 ± 1,34
50	4178,1406 ± 1,40
60	4181,6980 ± 1,44
70	4187,8589 ± 1,55
80	4194,1138 ± 1,01

Fuente: Esta investigación

Los datos experimentales de Cp del agua en cada una de las temperaturas estudiadas muestran baja variabilidad como se observa en el ANEXO C.4; solamente a las temperaturas mas altas se observa un leve aumento de variabilidad de los datos respecto a la media, estas variaciones no afectan de ninguna manera la precisión del método empleado ya que de acuerdo al análisis arrojado por *StatGraphics* los valores obtenidos se encuentran dentro de los parámetros aceptables como lo indican las bajas desviaciones estándar y los

porcentajes del coeficiente de variación, indicadores que sustentan la repetitividad del método para todas las temperatura estudiadas.

- **Comparación entre los valores experimentales de calor específico y los valores teóricos del agua:** Teniendo en cuenta que no solo son importantes la precisión de los datos y la repetitividad del método, sino que un factor esencial es determinar su grado de exactitud, se desarrolló una prueba t para una media que compara los valores experimentales de C_p del agua con un valor teórico de referencia. Antes de realizar la prueba t es esencial determinar que los datos experimentales provienen de una distribución normal, ya que en caso contrario la prueba t se invalidaría, en el cuadro 38 se muestra los valores de sesgos estandarizados generados por *StatGraphics* que validan la realización de la prueba de t .

Cuadro 38. Sesgos estandarizados de los valores experimentales de calor específico del agua

Temperatura (°C)	Sesgo estandarizado
10	0,2
20	1,1
30	0,9
35	0,5
40	0,9
45	0,8
50	0,2
60	-0,5
70	-0,8
80	0,1

Fuente: Esta investigación

Estadísticamente los valores de sesgos fuera del rango de $-2a + 2$ indican desviaciones significativas de la normalidad de los datos, como se observa en el cuadro 38 los valores de sesgo estandarizado calculados para los valores experimentales de C_p del agua se encuentran dentro del rango esperado, indicando que dichos valores provienen de una distribución normal y que por lo tanto es viable realizar la prueba de t .

Los valores generados por la prueba t realizada a los datos experimentales del agua se presentan en el cuadro 39.

Cuadro 39. Prueba de t para una media aplicada al calor específico experimental del agua

Temperatura °C	t- Student (t_0)	Valor - p	Valor de la media bajo la hipótesis nula H_0^*	Error relativo porcentual %
10	-37,601	0,0001	4195	-0,0998
20	-4,0321	0,01	4182	-0,0182
30	0,5426	0,6107	4176	0,0030
35	-2,2247	0,0767	4175	-0,0096
40	0,1893	0,8573	4175	0,0006
45	1,8020	0,1314	4176	0,0225
50	0,2575	0,8071	4178	0,0034
60	1,2431	0,2689	4181	0,0167
70	1,4261	0,2132	4187	0,0205
80	0,2890	0,7842	4194	0,0027

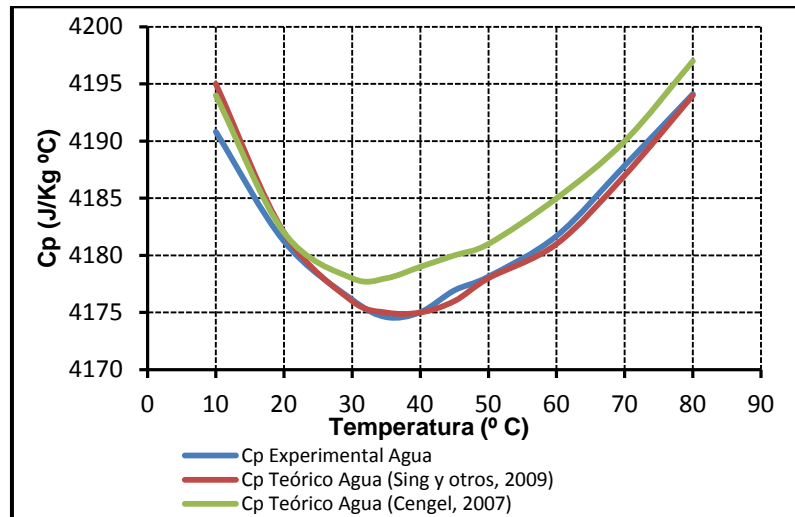
Fuente:* (SINGH y otros, 2009); Esta investigación

Estadísticamente los valores de t_0 que se encuentran fuera del rango establecido en tabla ($-2,57$ a $+2,57$ para 5 grados de libertad y a un 95% de significancia) indican diferencias estadísticas de los valores experimentales respecto a un valor teórico de referencia; en el cuadro 39 se observan que la mayoría de los valores de t_0 se encuentran dentro del rango esperado indicando que los valores experimentales de C_p del agua no son estadísticamente diferentes a los valores teóricos reportados por Singh y otros (2009), esta afirmación la corrobora el *valor - p* mayor a 0,05 que indica la aceptación de la H_0 .

También se observan valores de t_0 para las temperaturas de 10 y 20 °C fuera del rango esperado que indican diferencias significativas respecto a los valores teóricos, sin embargo estas diferencias no invalidan el método propuesto por Ibarz Ribaz y otros (2003), ya que si se analiza el error relativo porcentual calculado para estas temperaturas se encuentra que son valores muy pequeños (-0,0998 y -0,0182 respectivamente), por lo que se concluye que el método no es exacto en un 100% pero que permite obtener C_p experimentales muy confiables y útiles para ser usados en la ingeniería de alimentos y la agroindustria.

En la gráfica 17, se detalla el comportamiento del C_p del agua y se comparan los valores teóricos con los experimentales obtenidos en esta investigación.

Gráfica 17. Comportamiento del calor específico teórico y experimental del agua frente a la temperatura



Fuente: Esta investigación

En la gráfica anterior se visualiza que los valores experimentales obtenidos son muy próximos a los valores teóricos, razón por la cual este método se utilizó para el cálculo del calor específico del jugo de fique de las variedades Negra Común y Uña de Águila. Cabe aclarar que según la *Ec. 35* en el cálculo del C_p experimental del agua interviene el C_p teórico de la misma, reportado por Singh y otros (2009), lo que provoca que el valor obtenido experimentalmente tenga mayor ajuste a los valores propuestos por dicho autor.

Cuadro 40. Errores relativos porcentuales entre valores experimentales de calor específico del agua y valores teóricos reportados por Cengel, 2007

Temperatura (°C)	C_p Experimental Agua (J/Kg °C)	C_p Teórico Agua (Cengel, 2007)* (J/Kg °C)	Error relativo porcentual %
10	4190,8135	4194	-0,0760
20	4181,2380	4182	-0,0182
30	4176,1259	4178	-0,0449
35	4174,6010	4178	-0,0814
40	4175,0259	4179	-0,0951
45	4176,9386	4180	-0,0732
50	4178,1406	4181	-0,0684
60	4181,6980	4185	-0,0789
70	4187,8589	4190	-0,0511
80	4194,1138	4197	-0,0688

Fuente: * (CENGEL, 2007); Esta investigación.

Sin embargo, si se realiza la comparación entre los datos experimentales de C_p con los valores teóricos reportados por Cengel (2007), que se encuentran en el ANEXO D.6, se observa que aunque el ajuste es mas bajo, la diferencia entre los valores no es alta, ya que ningún valor supera el 1% de error relativo como se observa en el cuadro 40.

- **Análisis de tendencia central y dispersión de los valores experimentales de calor específico del jugo de fique obtenidos mediante el método de las mezclas:** Los valores experimentales de C_p obtenidos para jugo de fique variedades Negra Común y Uña de Águila se detallan en los ANEXOS C.5 y C.6 respectivamente; las medidas de tendencia central calculadas para dichos valores de C_p se observan a continuación.

Cuadro 41. Medidas de tendencia central para el calor específico del jugo de fique obtenido por el método de las mezclas

Temperatura (°C)	$\bar{X}_{Cp \text{ Negra Común}} (J/Kg^{\circ}C)$	$\bar{X}_{Cp \text{ Uña de Águila}} (J/Kg^{\circ}C)$
10	4091,1420 ± 0,69	4079,0967 ± 0,56
20	4094,8354 ± 0,73	4084,8998 ± 0,81
30	4102,3927 ± 1,21	4093,1624 ± 1,19
35	4106,0528 ± 0,36	4097,0057 ± 0,62
40	4114,5378 ± 0,38	4101,9094 ± 0,15
45	4122,2733 ± 0,92	4111,7180 ± 0,49
50	4128,8338 ± 0,79	4118,5652 ± 0,14
60	4138,8813 ± 0,51	4128,6435 ± 1,24
70	4148,7993 ± 1,09	4140,0685 ± 1,17
80	4157,6303 ± 0,88	4149,4691 ± 1,20

Fuente: Esta investigación

De acuerdo al cuadro 41, se establece que los valores medios de C_p experimental de las dos variedades aumentan a medida que la temperatura se incrementa. Los resultados del análisis de variabilidad presentados en el ANEXO C.7, muestran que el método cumple con los parámetros para considerarlo preciso y que los resultados obtenidos tiene baja variabilidad respecto a las medias, por lo cual estas ultimas fueron utilizar para elaborar los modelos ajustados para cada una de las variedades de jugo de fique.

- **Comparación de los valores experimentales de calor específico de las variedades de jugo de fique obtenidos mediante el método de las mezclas:** Una vez comprobado que los valores experimentales de C_p cumplen con los parámetros de variabilidad estadísticamente aceptados fue importante aplicar una prueba de t para dos medias asumiendo varianzas iguales que determine si

existen diferencias estadísticamente significativas entre las medias de las dos variedades de jugo de fique.

Antes de proceder a realizar la prueba t se realizó un análisis de sesgos estandarizados para verificar que los valores experimentalmente de calor específico provienen de una distribución normal; en el cuadro 42 se observan los valores de sesgos estandarizados generados por *StatGraphics*:

Cuadro 42. Sesgos estandarizados de los valores experimentales de calor específico del jugo de fique obtenido mediante el método de las mezclas

Temperatura °C	Sesgo estandarizado	
	Negra Común	Uña de Águila
10	-0,3	-0,4
20	-0,8	0,9
30	-0,2	-1,1
35	-0,4	0,7
40	-0,3	1,4
45	-0,7	0,8
50	1,6	-0,04
60	2,0	-0,5
70	0,8	-1,0
80	-2,0	1,4

Fuente: Esta investigación

En el cuadro anterior se visualiza que los sesgos estandarizados están dentro de los límites aceptables para considerar que los valores de C_p provienen de una distribución normal y que por lo tanto se valida la comparación de medias. Por otra parte, la prueba F de Fisher indicó que las varianzas entre las muestras comparadas son iguales debido a que las F_i se encuentra dentro del rango de aceptación ($-7,146 a + 7,146$ para 5 grados de libertad a un 95% de significancia) obtenido mediante la tabla de distribución F que se encuentra en el ANEXO D.2.

Además, el valor-p para esta prueba es mayor a 0,05, por lo tanto se acepta la hipótesis nula y la prueba de t a aplicar fue teniendo en cuenta varianzas iguales. Excepto para la temperatura de 50°C, a la cual se debió aplicar una prueba de t teniendo en cuenta varianzas diferentes ya que no se cumple con ninguno de los parámetros antes mencionados. Los resultados de la prueba F se presentan a continuación.

Cuadro 43. Prueba F de Fisher aplicada a los valores experimentales de calor específico del jugo de fique obtenidos mediante el método de las mezclas

Temperatura (°C)	F-Fisher F_i	Valor - p
10	1,5363	0,6490
20	0,8100	0,8230
30	1,0251	0,9790
35	0,3265	0,2447
40	6,2173	0,0664
45	3,5526	0,1904
50	31,5291	0,0017
60	0,1678	0,0723
70	0,8631	0,8756
80	0,5424	0,5182

Fuente: Esta investigación

En el cuadro 44 se muestran los datos arrojados por la prueba t :

Cuadro 44. Prueba de t para dos medias aplicada a los valores de calor específico del jugo de fique obtenidos por el método de las mezclas

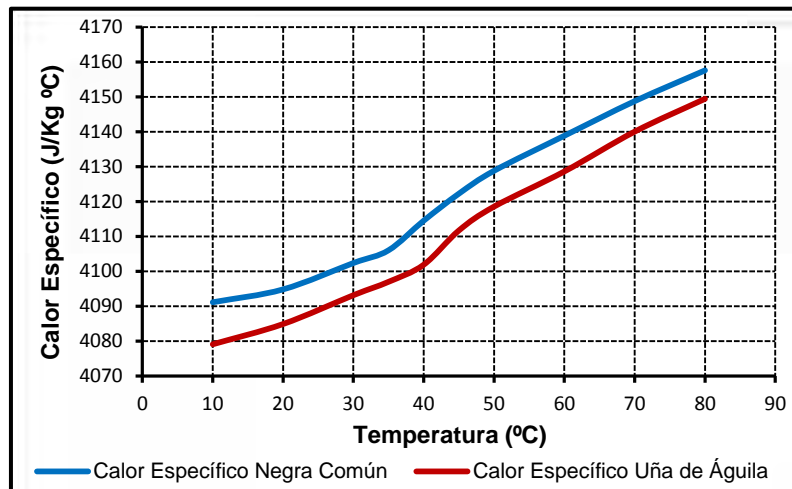
Temperatura (°C)	t-Student t_0	Valor - p	Error relativo porcentual (%)
10	34,6877	9,3945E-12	0,2953
20	23,3577	4,6842E-10	0,2432
30	13,9592	6,9636E-8	0,2255
35	32,3988	1,8490E-11	0,2208
40	80,2885	0,00	0,3079
45	26,1666	1,5303E-10	0,2567
50	32,6856	1,6943E-11	0,2493
60	19,6092	2,6025E-9	0,2480
70	14,0477	6,5559E-8	0,2109
80	14,0611	6,4964E-8	0,1967

Fuente: Esta investigación

Analizando los anteriores valores de t_0 se observa que estos se encuentran fuera del rango de la tabla t ($-2,23 a + 2,23$ para 10 grados de libertad y con un 95% de significancia), así como también se detallan valores-p menores a 0,05; estos dos parámetros permiten rechazar la hipótesis nula H_0 y aceptar la hipótesis alternativa la cual indica que existen diferencias estadísticamente significativas entre las medias del calor específico del jugo de fique de las variedades Negra Común y Uña de Águila. Al analizar el error relativo porcentual se establece que las diferencias existentes entre las variedades de jugo no superan el 0,6%, esta

diferencia entre variedades permite concluir que para realizar estudios ó análisis que demanden gran exactitud es necesario tener en cuenta la variedad de jugo a utilizar para tal fin. En la siguiente gráfica se visualiza a detalle el comportamiento y las diferencias existentes entre los valores de C_p de las dos variedades de jugo de fique estudiadas:

Gráfica 18. Comparación del calor específico experimental del jugo de fique de las variedades Negra Común y Uña de Águila



Fuente: Esta investigación

En la gráfica 18 se observa que la variedad Negra Común tiene un C_p mas alto que el jugo de fique de la variedad Uña de Águila, debido a que la primera variedad tiene menor densidad y menor porcentaje de sólidos totales, factores que influyen directamente en el comportamiento del calor específico de una sustancia como lo enuncian Giraldo Gómez y otros (2010), quienes demostraron experimentalmente como disminuye el C_p de un jugo de frutas con el aumento en la concentración de sólidos presentes en dicha sustancia; también demostraron el efecto que tiene la temperatura en el calor específico de un líquido. En el ANEXO D.7, se observan los calores específicos de algunos alimentos comunes, pudiéndose constatar que el calor específico es mayor en aquellos alimentos que poseen mayor contenido de agua; algunos de ellos como la espinaca, sandía, berenjena, lechuga y pepinos poseen porcentajes de agua similares a los obtenidos en esta investigación para el jugo de fique (ver cuadro 8), y presentan valores de calor específico igualmente similares.

En el ANEXO D.8 se reportan valores de calor específico de $3990 J/kg^{\circ}C$ para moras frescas con un contenido de agua del 92%, en el ANEXO D.9, se encuentra algunas propiedades térmicas de frutas, hortalizas frescas y zumos, entre estos el

zumo de fresa que tiene un contenido de agua del 91,7% y un C_p de 3980J/kg°C el cual concuerda con los obtenidos para el jugo de fique. Las pequeñas diferencias entre los valores de C_p reportados en los anexos anteriormente mencionados y los experimentales del jugo de fique se deben a que no se conocen las condiciones en que los valores reportados fueron obtenidos; además, porque cada sustancia posee propiedades térmicas únicas.

- **Análisis de regresión polinomial de los valores de calor específico de las variedades del jugo de fique obtenidos con el método de las mezclas:** las ecuaciones Ec.49 y Ec.50 presentan los modelos ajustados obtenidos de la regresión polinomial de grado 2 aplicada a los valores de C_p experimental del jugo de fique frente a la temperatura, dichos modelos describen de la manera mas exacta el valor de C_p para un intervalo de temperaturas entre los 10 y 80°C:

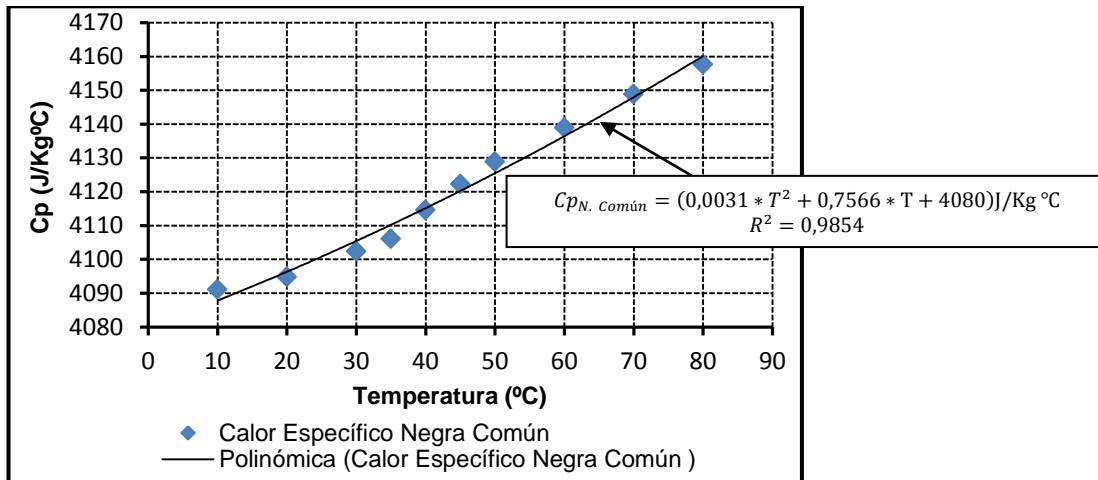
Cuadro 45. Ecuaciones modelo ajustadas de los valores experimentales de calor específico de las variedades de jugo de fique obtenidas mediante el método de las mezclas

Variedad	Ecuación modelo ajustado
Negra Común	$C_p = (0,0030663 * T^2 + 0,756604 * T + 4080)J/Kg°C$ Ec. 49
Uña de Águila	$C_p = (0,00353963 * T^2 + 0,74916 * T + 4069,12)J/Kg°C$ Ec. 50

Fuente: Esta investigación

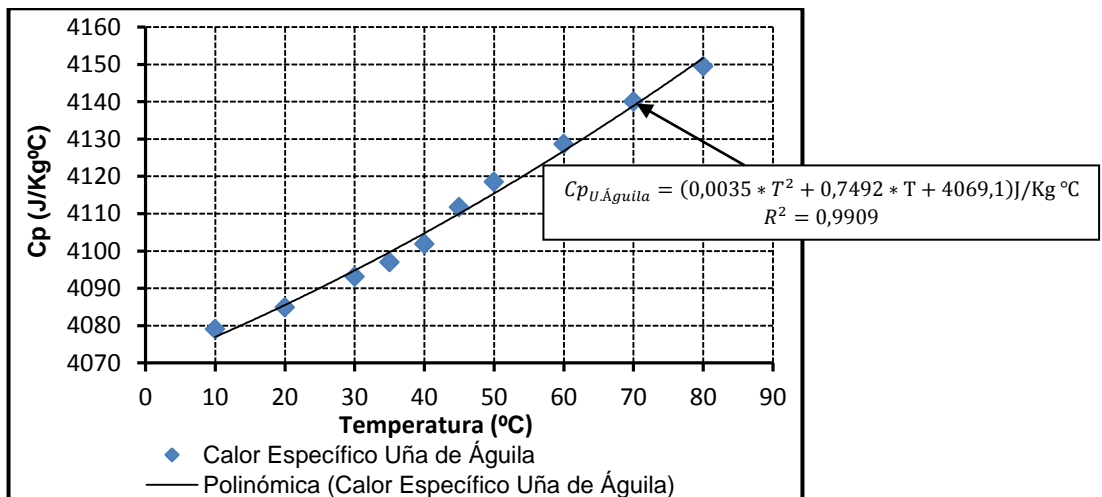
Las gráficas 19 y 20 muestran el ajuste de los valores medios de C_p del jugo de fique a una línea de tendencia polinomial, también se observa el comportamiento creciente del C_p respecto al aumento de la temperatura.

Gráfica 19. Gráfico del modelo ajustado de los valores medios de calor específico de la variedad Negra Común obtenido mediante el método de las mezclas



Fuente: Esta investigación

Gráfica 20. Gráfico del modelo ajustado de los valores medios de calor específico de la variedad Uña de Águila obtenido mediante el método de las mezclas



Fuente: Esta investigación

En los cuadros 46 y 47 se muestran los análisis de varianza ANOVA resultante de la regresión polinomial realizada al Cp de jugo de fique obtenido experimentalmente en esta investigación:

Cuadro 46. Tabla ANOVA para el calor específico de la variedad Negra Común obtenido mediante el método de las mezclas

Análisis de Varianza					
<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
Modelo	4614,14	2	2307,07	235,66	0,0000
Residual	68,5293	7	9,7899		
Total (Corr.)	4682,67	9			

R-cuadrada = 98,5365 por ciento
R-cuadrada (ajustada por g.l.) = 98,1184 por ciento
Error estándar del est. = 3,12888
Error absoluto medio = 2,38102

Fuente: Esta investigación

Cuadro 47. Tabla ANOVA para el calor específico de la variedad Uña de Águila obtenido mediante el método de las mezclas

Análisis de Varianza					
<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
Modelo	4941,35	2	2470,68	382,15	0,0000
Residual	45,2566	7	6,46524		
Total (Corr.)	4986,61	9			

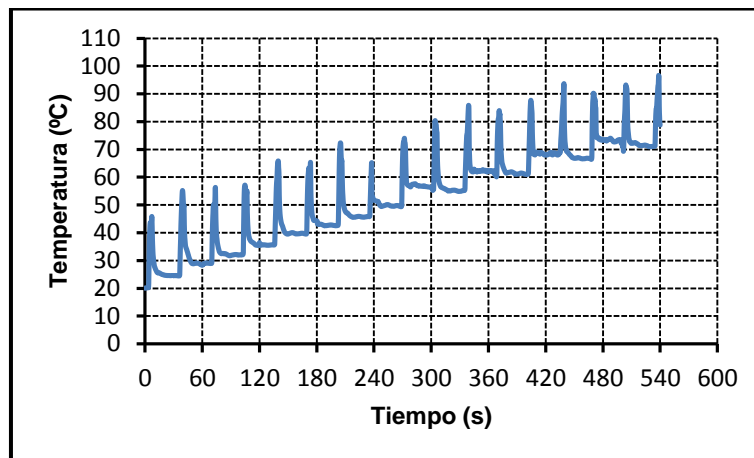
R-cuadrada = 99,0924 por ciento
R-cuadrada (ajustada por g.l.) = 98,8331 por ciento
Error estándar del est. = 2,54268
Error absoluto medio = 1,99677

Fuente: Esta investigación

Las tablas ANOVA muestran valores-p menores a 0,05 lo que indica que existe una relación estadísticamente significativa entre el C_p del jugo de fique y la temperatura a un nivel de confianza del 95%; también muestran valores del estadístico R-Cuadrado del 98,5365% y 99,0924% para Negra Común y Uña de Águila respectivamente indicando que los modelos ajustados explican en dichos porcentajes la variabilidad del C_p del jugo de fique, concluyéndose que los modelos polinomiales obtenidos entregan tanto exactitud como fácil manejo en la predicción del C_p , aspectos que no lo cumplen el modelo lineal y polinomial de orden 3 respectivamente.

6.2.2.2 Resultados experimentales y análisis estadístico de los valores de calor específico del jugo de fique obtenidos mediante el calentamiento con microondas. Durante el calentamiento con microondas se producen variaciones muy significativas de la temperatura ocasionadas por aumentos en la potencia de salida del microondas, en la gráfica 21 se muestra el comportamiento de la temperatura del agua durante el calentamiento con microondas. Como se observa, el calentamiento con microondas es muy irregular lo que impide obtener temperaturas confiables para cualquier tiempo de calentamiento, por esta razón solo se consideraron las temperaturas alcanzadas después de cada minuto en donde la temperatura se estabiliza.

Gráfica 21. Evolución de la temperatura en el agua durante el calentamiento con microondas



Fuente: Esta investigación

- **Cálculo del calor absorbido por el agua durante el calentamiento con microondas:** En el ANEXO C.8 se registran los valores experimentales de calor Q obtenidos para el agua calculados para cada minuto de calentamiento; los valores medios resultantes se consignan en el cuadro 48.

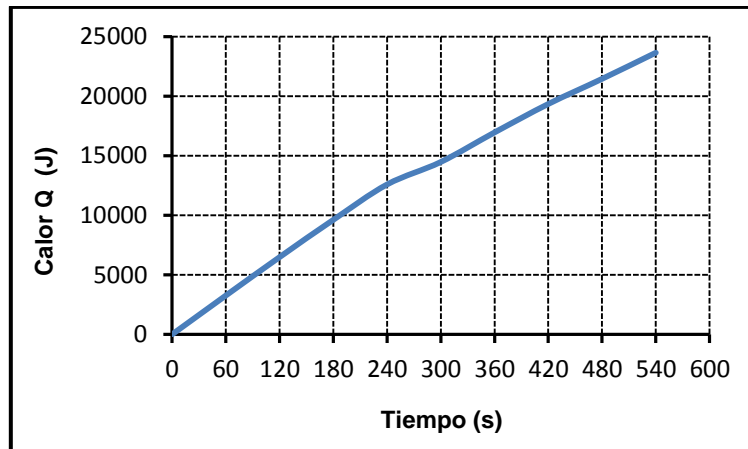
Cuadro 48. Medidas de tendencia central para el calor absorbido por el agua

Tiempo Calentamiento (s)	Temperatura Final T_f ($^{\circ}\text{C}$)	$\bar{X}_{\text{Calor } Q}$ (J)
60	28,0238	3261,1294
120	35,7463	6485,2220
180	43,2481	9615,8548
240	50,3584	12582,9647
300	54,8845	14472,5815
360	60,8234	16952,5218
420	66,5373	19340,7506
480	71,5756	21448,1258
540	76,8146	23642,0167

Fuente: Esta investigación

Las medidas de variabilidad que se muestran en el ANEXO C.9 permiten concluir que los valores de Q presentan variabilidad respecto a la media, sin embargo esta variabilidad se encuentra dentro de los parámetro estadísticos establecidos para considerar utilizar un valor medio de Q para el cálculo del calor específico del jugo de fique en cada tiempo de calentamiento. En la gráfica 22, se observa el aumento de Q frente al tiempo de calentamiento para la muestra de agua.

Gráfica 22. Progresión del calor ganado por el agua respecto al tiempo de calentamiento



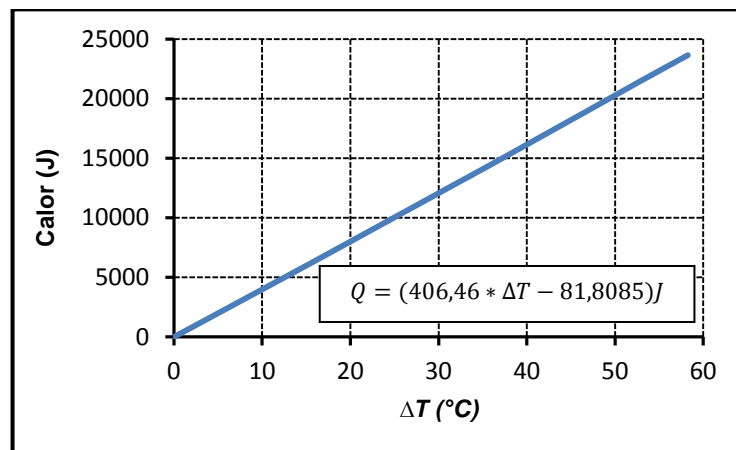
Fuente: Esta investigación

En la gráfica anterior se observa que el calor absorbido por el agua se incrementa a medida que aumenta el tiempo de exposición de la muestra a la radiación por microondas, este incremento de calor obedece a una tendencia lineal,

presentando similitud con otros tipos de calentamiento que utilizan diferentes fuentes de calor como la energía térmica, eléctrica, etc.

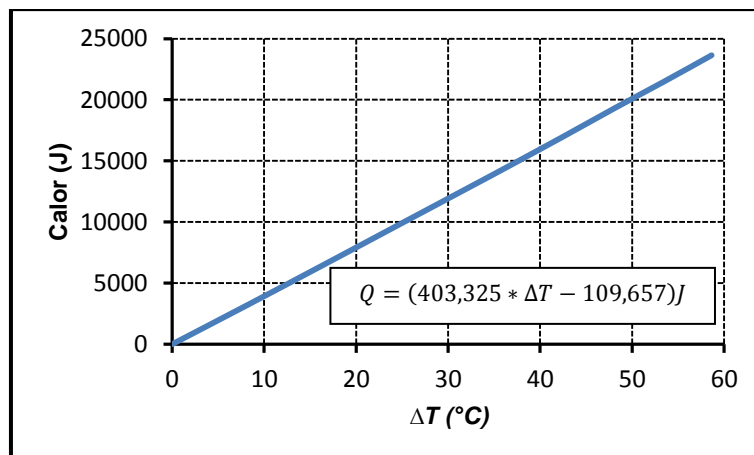
- **Cálculo del calor específico del jugo de fique mediante el calentamiento con microondas:** La relación de Q respecto los ΔT obtenidos del calentamiento con microondas del jugo de fique de las variedades Negra Común y Uña de Águila se visualiza en las gráficas 23 y 24 respectivamente:

Gráfica 23. Comportamiento del calor frente a los cambios de temperatura del jugo de fique variedad Negra Común



Fuente: Esta investigación

Gráfica 24. Comportamiento del calor frente a los cambios de temperatura del jugo de fique variedad Uña de Águila



Fuente: Esta investigación

En las gráficas 23 y 24 se observan los modelos lineales ajustados para jugo de fique variedad Negra Común y Uña de Águila respectivamente correspondientes a 540 segundos de calentamiento, de dichos modelos se obtienen las pendientes necesarias para el cálculo del Calor específico.

Los valores experimentales de C_p obtenidos para las dos variedades correspondientes a cada minuto de calentamiento se presentan en los ANEXOS C.10 y C.11 para Negra Común y Uña de Águila respectivamente.

- **Análisis de tendencia central y dispersión de los valores experimentales de calor específico del jugo de fique obtenidos mediante calentamiento con microondas:** En el siguiente cuadro se registran los calores específicos promedios del jugo de fique obtenidos a la temperatura media para cada tiempo de calentamiento mediante microondas.

De acuerdo al cuadro 49, el calor específico en las dos variedades de jugo de fique se incrementa a medida que aumenta el tiempo de calentamiento, siendo mayor el calor específico de la variedad Negra Común que el de Uña de Águila.

Cuadro 49. Medidas de tendencia central del calor específico experimental del jugo fique obtenido por calentamiento con microondas

Tiempo Calentamiento (s)	$\bar{X}_{Cp \text{ Negra Común}} (J/Kg^{\circ}C)$	$\bar{X}_{Cp \text{ Uña de Águila}} (J/Kg^{\circ}C)$
60	3985,2470 ± 2,95	3920,4851 ± 2,76
120	3992,6568 ± 2,57	3947,0604 ± 3,16
180	4010,3534 ± 2,53	3966,6163 ± 2,60
240	4022,7869 ± 1,91	3978,3521 ± 2,08
300	4028,3834 ± 1,58	3985,0188 ± 1,34
360	4038,7344 ± 1,68	3996,1274 ± 1,56
420	4049,2116 ± 1,10	4011,9660 ± 0,87
480	4059,3089 ± 1,23	4021,9659 ± 1,00
540	4064,5820 ± 1,55	4033,2530 ± 1,36

Fuente: Esta investigación

Según los datos del análisis de dispersión presentados en el ANEXO C.12 se establece que los valores experimentales de C_p para el jugo fique presentan mayor dispersión estadística en comparación a los valores de C_p obtenidos con el método de las mezclas como lo reflejan las desviaciones estándar superiores a 1 en la gran mayoría de los tiempos de calentamiento, sin embargo estos valores de C_p aun se encuentran dentro de los parámetros estadísticamente aceptados a

excepción de los valores correspondientes a 120 segundos de calentamiento para el jugo de fique de la variedad Uña de Águila cuya desviación estándar se sale levemente del rango establecido, lo que lleva a concluir que el calentamiento con microondas es un método que no garantiza la realización de réplicas con precisión, y que por lo tanto el calor específico obtenido no es recomendable cuando se necesite alta precisión en los cálculos.

- **Comparación de los valores experimentales de calor específico entre variedades de jugo de fique obtenidos mediante calentamiento con microondas:** Teniendo en cuenta que dentro de esta investigación es importante establecer si existen diferencias significativas entre los C_p de las dos variedades de jugo de fique se realizó una prueba de t para dos medias suponiendo varianzas iguales.

En el cuadro 50 se presentan los valores correspondientes al análisis de sesgos estandarizados que determinan que los valores experimentales de C_p provienen de una distribución normal y que por lo tanto es viable la realización de la mencionada prueba de t .

Cuadro 50. Sesgos estandarizados de los valores experimentales de calor específico del jugo de fique obtenidos mediante el calentamiento con microondas

Tiempo (s)	Sesgo estandarizado	
	Negra Común	Uña de Águila
60	0,6	0,7
120	1,1	-1,4
180	-0,3	-0,3
240	0,9	0,3
300	0,2	-2,0
360	0,2	-1,3
420	0,4	0,5
480	1,1	0,7
540	0,9	0,1

Fuente: Esta investigación

De la tabla anterior se establece que los valores experimentales de C_p provienen de una distribución normal ya que se encuentran dentro del rango estadísticamente aceptable de $-2 a + 2$, por lo tanto se considera viable aplicar la prueba t para dos medias. Los resultados de la prueba F de Fisher se presentan en el cuadro 51.

Cuadro 51. Prueba F de Fisher aplicada a los valores experimentales de calor específico del jugo de fique obtenidos mediante el calentamiento con microondas

Tiempo (s)	F-Fisher F_i	Valor - p
60	1,1453	0,8853
120	0,6627	0,6627
180	0,9516	0,9580
240	0,8459	0,8588
300	1,3878	0,7279
360	1,1565	0,8772
420	1,5866	0,6248
480	1,5351	0,6496
540	1,2882	0,7879

Fuente: Esta investigación

Dado que los valores de F_i se encuentran dentro del rango de aceptación de acuerdo al valor del estadístico F de tabla ($-7,146 a + 7,146$ para 5 grados de libertad a un 95% de significancia) se acepta la H_0 , es decir los valores experimentales de C_p de las dos variedades poseen varianzas iguales; por lo tanto se aplicó la prueba de t teniendo en cuenta dicha condición. Los datos arrojados por la prueba t se presentan a continuación.

Cuadro 52. Prueba t para dos medias aplicada a los valores de calor específico del jugo de fique obtenidos mediante el calentamiento con microondas

Tiempo (s)	t-Student t_0	Valor - p	Error relativo porcentual (%)
60	41,224	1,6904E-12	1,652
120	28,796	5,9414E-11	1,155
180	30,981	2,8809E-11	1,103
240	40,394	2,0692E-12	1,117
300	53,670	0,0	1,088
360	47,719	0,0	1,066
420	68,424	0,0	0,928
480	60,491	0,0	0,928
540	39,032	2,9097E-12	0,777

Fuente: Esta investigación

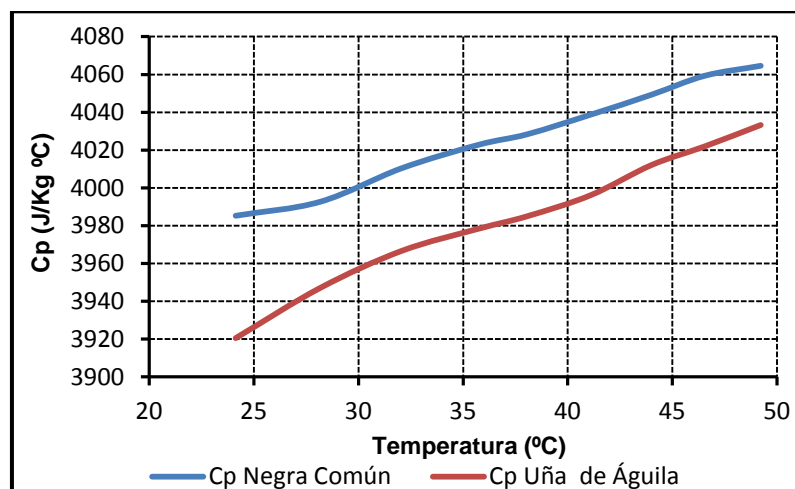
Analizando la información del cuadro anterior se rechaza la hipótesis nula H_0 y se acepta la hipótesis alternativa, concluyendo que existen diferencias estadísticamente significativas entre las medias del calor específico del jugo de

fique de las variedades Negra Común y Uña de Águila, ya que los valores t_0 se encuentran fuera del rango establecido por la tabla de distribución t ($-2,23 a + 2,23$ para 10 grados de libertad y con un 95% de significancia), y los valores-p obtenidos son menores a 0,05.

Los errores relativos porcentuales indican que la diferencia entre los C_p de las dos variedades no superan el 1,66%, sin embargo, fueron muy superiores a los obtenidos por el método de las mezclas.

En la gráfica 25 se observa más a detalle el comportamiento del C_p obtenido por calentamiento con microondas respecto a la temperatura así como las diferencias entre los valores de C_p de las dos variedades de jugo. Muestra que el C_p de la variedad Negra Común es en gran medida superior al C_p de la Uña de Águila, también se observa que el incremento del C_p a pequeños cambios de temperatura es muy alto permitiendo concluir que el método no es altamente confiable principalmente por la dificultad que existe para controlar los pulsos de potencia generados por el microondas que interfieren en la correcta lectura de la temperatura.

Gráfica 25. Comparación del calor específico experimental del jugo de fique de las variedades Negra Común y Uña de Águila obtenido mediante el calentamiento por microondas



Fuente: Esta investigación

- **Análisis de Regresión polinomial de los valores de calor específico de las variedades Uña de Águila y Negra Común obtenidos mediante el calentamiento con microondas:** Con el programa estadístico *StatGraphics* se realizó una regresión polinomial de orden 2 de los valores medios de

C_p experimental de jugo de fique frente a las temperaturas medias correspondientes a cada tiempo de calentamiento generando los siguientes modelos ajustados:

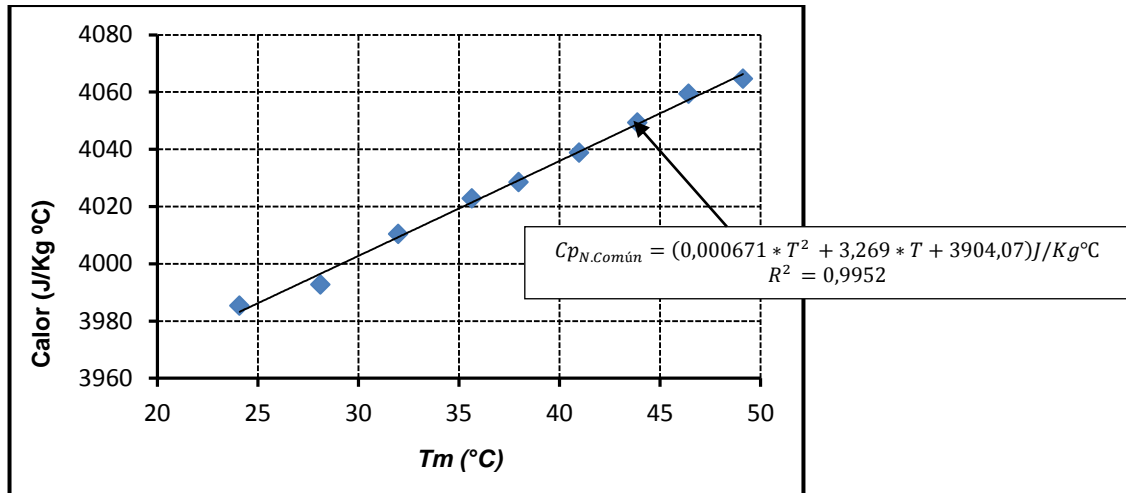
Cuadro 53. Ecuaciones modelo ajustadas de los valores experimentales de calor específico de las variedades de jugo de fique obtenidas mediante el calentamiento con microondas

Variedad	Ecuación modelo ajustado	
Negra Común	$C_p = (0,000671 * T^2 + 3,26925 * T + 3904,07)J/Kg^{\circ}C$	Ec. 51
Uña de Águila	$C_p = (-0,025948 * T^2 + 6,16502 * T + 3790,43)J/Kg^{\circ}C$	Ec. 52

Fuente: Esta investigación

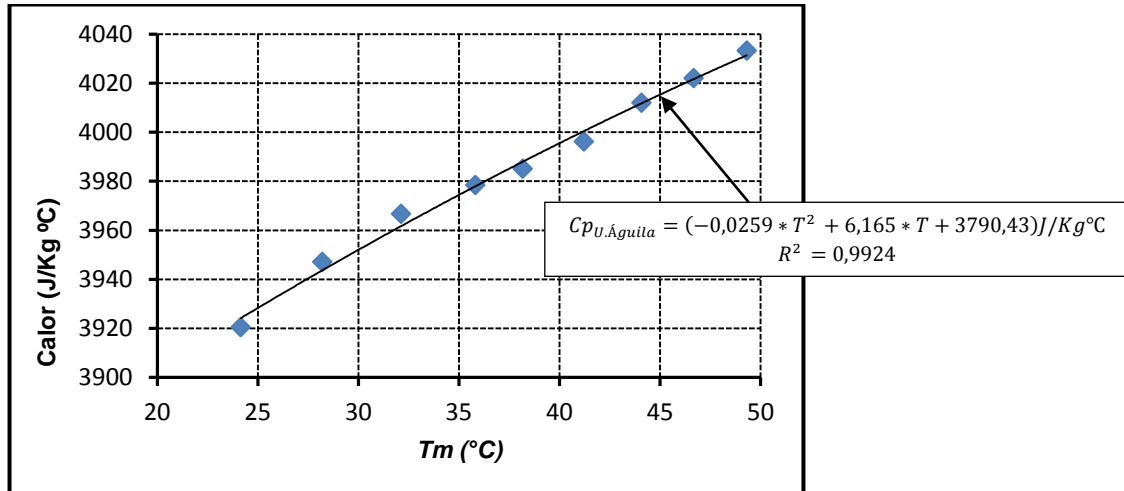
En las gráficas 26 y 27 se detalla el comportamiento del C_p del jugo de fique de las variedades Negra Común y Uña de Águila frente a la temperatura, igualmente se observa el ajuste del C_p experimental a los modelos propuestos, el análisis de varianza respectivo se presenta en los cuadros 54 y 55.

Gráfica 26. Gráfico del modelo ajustado de los valores medios de calor específico experimental de la variedad Negra Común obtenido mediante el calentamiento con microondas



Fuente: Esta investigación

Gráfica 27. Gráfico del modelo ajustado de los valores medios de calor específico experimental de la variedad Uña de Águila obtenido mediante el calentamiento con microondas



Fuente: Esta investigación

Cuadro 54. Tabla ANOVA para calor específico del jugo de fique variedad Negra Común obtenido mediante el calentamiento con microondas

Análisis de Varianza					
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
Modelo	6269,65	2	3134,82	624,04	0,0000
Residual	30,1405	6	5,02341		
Total (Corr.)	6299,79	8			

R-cuadrada = 99,5216 por ciento
R-cuadrada (ajustada por g.l.) = 99,3621 por ciento
Error estándar del est. = 2,2413
Error absoluto medio = 1,52058

Fuente: Esta investigación

Cuadro 55. Tabla ANOVA para calor específico del jugo de fique variedad Uña de Águila obtenido mediante el calentamiento con microondas

Análisis de Varianza					
<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
Modelo	10447,9	2	5223,95	389,72	0,0000
Residual	80,4261	6	13,4043		
Total (Corr.)	10528,3	8			

R-cuadrada = 99,2361 por ciento
R-cuadrada (ajustada por g.l.) = 98,9815 por ciento
Error estándar del est. = 3,66119
Error absoluto medio = 2,44299

Fuente: Esta investigación

Las tablas ANOVA de los cuadros 54 y 55 muestran valores-p menores a 0,05 indicando que existe una relación estadísticamente significativa entre el C_p del jugo de fique y la temperatura, también se concluye que los valores experimentales de C_p se ajustan en un 99,5216% y en 99,2361 % a los modelos resultantes de la regresión polinomial de grado 2 para Negra Común y Uña de Águila respectivamente.

6.2.2.4 Comparación entre el método de las mezclas y el método de calentamiento por radiación con microondas. En el siguiente cuadro se muestran los valores de C_p del jugo de fique calculados a través de los modelos ajustados arrojados por el método de las mezclas, a las temperaturas medias correspondientes.

Cuadro 56. Valores de calor específico obtenidos con las ecuaciones modelos ajustadas arrojadas por el método de las mezclas

Jugo Negra Común		Jugo Uña de Águila	
Temperatura (°C)	Calor específico (J/Kg °C)	Temperatura (°C)	Calor específico (J/Kg °C)
24,09	4100,0074	24,16	4089,2850
28,12	4103,7016	28,22	4093,0754
31,98	4107,3367	32,12	4096,8376
35,64	4110,8606	35,82	4100,5004
37,98	4113,1542	38,18	4102,8780
40,98	4116,1580	41,21	4106,0065
43,88	4119,1025	44,08	4109,0230
46,42	4121,7265	46,68	4111,8074
49,13	4124,5695	49,32	4114,6782

Para establecer si existen diferencias significativas entre los métodos utilizados para la determinación de C_p se desarrollo una prueba t para una media, que toma los valores de C_p del cuadro 56 como referencia y se compara con los 6 valores experimentales obtenidos con el método de radiación por microondas del ANEXO C.10 y C.11, respectivamente para cada una de las variedades; los valores de t_0 y los valor-p resultantes de la prueba t se presentan en los cuadros 57 y 58:

Cuadro 57. Prueba t para dos medias aplicada a los valores experimentales de calor específico de la variedad Negra Común obtenidos mediante los métodos de las mezclas y calentamiento por radiación con microondas

Temperatura (°C))	t-Student t_0	Valor - p	Error relativo porcentual (%)
24,09	-99,9773	<0,0001	-2,799
28,12	-111,0820	<0,0001	-2,706
31,98	-98,3793	<0,0001	-2,361
35,64	-118,2713	<0,0001	-2,142
37,98	-137,6182	<0,0001	-2,061
40,98	-118,4091	<0,0001	-1,881
43,88	-163,9390	<0,0001	-1,697
46,42	-129,9337	<0,0001	-1,514
49,13	-99,6082	<0,0001	-1,454

Fuente: Esta investigación

Cuadro 58. Prueba t para dos medias aplicada a los valores experimentales de calor específico de la variedad Uña de Águila obtenidos mediante los métodos de las mezcla y calentamiento por radiación con microondas

Temperatura (°C)	t-Student t_0	Valor - p	Error relativo porcentual (%)
24,1591	-157,3773	<0,0001	-4,128
28,2150	-118,9086	<0,0001	-3,567
32,1228	-128,8621	<0,0001	-3,179
35,8238	-150,8622	<0,0001	-2,979
38,1754	-225,4010	<0,0001	-2,873
41,2123	-180,7151	<0,0001	-2,676
44,0823	-286,7627	<0,0001	-2,362
46,6834	-231,7144	<0,0001	-2,185
49,3196	-153,4547	<0,0001	-1,979

Fuente: Esta investigación

Según los cuadros anteriores se establece que existen diferencias estadísticamente significativas entre los valores de C_p calculados con el método de las mezclas y el método de radiación por microondas para las dos variedades de jugo de fique estudiadas, esta afirmación se sustenta en que los valores de t_0 se salen ampliamente de los parámetros aceptados para este caso (rango $-2,57 a + 2,57$ para 5 grados de libertad, a un 95% de significancia), además, los valores-p son menores a 0,05, parámetro que ratifica la diferencia entre métodos. De acuerdo a los errores relativos porcentuales la diferencia entre los valores de un método y otro son muy elevados y aunque dichos porcentajes se encuentran aún dentro de los parámetros aceptables, afectan significativamente la estimación del calor específico del jugo de fique.

Además, hay que considerar que en el método en que se aplica calentamiento con microondas las temperaturas son muy inestables lo que lleva a estimar valores de C_p con alto grado de incertidumbre, por lo tanto el método que brinda mayor confiabilidad y exactitud es el de las mezclas, el cual ya ha sido probado por otros autores y ampliamente utilizado en diversas investigaciones, una de estas es la de Moura y otros (1998), quienes para determinar el calor específico de jugos de frutas tropicales emplearon de igual manera el método de las mezclas obteniendo errores no superiores al 1,51% en comparación con los valores obtenidos al aplicar la ecuación propuesta por Siebel (1982). El calor específico de las raíces de remolacha fue medido por Tabil y otros (2003), utilizando el mismo método, obtuvieron un C_p de $3546,4 J / kg^{\circ}C$, para las muestras con un 80% en contenido de agua; dichos valores presentaron el 3,30% de diferencia con el calor específico pronosticado de la correlación de Siebel (1982) y el 2,45% con el calculado con la ecuación de Riedel (1951).

6.2.2. Conductividad térmica del jugo de fique. Para la determinación de la conductividad térmica del jugo de fique se eligieron los resultados de difusividad térmica y calor específico obtenidos mediante los métodos: analítico y el de las mezclas respectivamente para las dos variedades de jugo de fique estudiadas en esta investigación. Los resultados se observan en el cuadro 59 para Uña de Águila y en el cuadro 60 para la variedad Negra Común.

Dado a que experimentalmente no se calcularon los valores de calor específico y difusividad a todas las temperaturas reportadas en los cuadros 59 y 60, estos se obtuvieron con los modelos ajustados correspondientes logrados en esta investigación.

Cuadro 59. Propiedades térmicas del jugo de fique de la variedad Uña de Águila

Temperatura T (°C)	Calor específico C_p (J/Kg °C)	Difusividad térmica α (m ² /s)	Densidad ρ (Kg/m ³)	Conductividad térmica k (W/m°C)
5	4072,95	1,368E-07	1053,90	0,587
10	4076,97	1,389E-07	1050,26	0,595
15	4081,15	1,409E-07	1049,09	0,603
20	4085,52	1,426E-07	1048,15	0,611
25	4090,06	1,450E-07	1047,93	0,621
30	4094,78	1,471E-07	1046,02	0,630
35	4099,68	1,500E-07	1045,42	0,643
40	4104,75	1,507E-07	1042,82	0,645
45	4110,00	1,533E-07	1041,63	0,656
50	4115,43	1,553E-07	1040,45	0,665
55	4121,03	1,581E-07	1038,95	0,677
60	4126,81	1,594E-07	1036,33	0,682
65	4132,77	1,609E-07	1036,03	0,689
70	4138,91	1,635E-07	1034,81	0,700
75	4145,22	1,656E-07	1033,39	0,709
80	4151,71	1,676E-07	1031,54	0,718

Fuente: Esta investigación

Cuadro 60. Propiedades térmicas del jugo de fique de la variedad Negra Común

Temperatura T (°C)	Calor específico C_p (J/Kg °C)	Difusividad térmica α (m ² /s)	Densidad ρ (Kg/m ³)	Conductividad térmica k (W/m°C)
5	4083,86	1,372E-07	1041,33	0,589
10	4087,87	1,393E-07	1040,21	0,596
15	4092,04	1,413E-07	1037,46	0,605
20	4096,36	1,429E-07	1034,71	0,612
25	4100,83	1,454E-07	1031,30	0,623
30	4105,46	1,474E-07	1030,87	0,632
35	4110,24	1,503E-07	1029,85	0,645
40	4115,17	1,510E-07	1028,54	0,647
45	4120,26	1,535E-07	1027,51	0,658
50	4125,50	1,556E-07	1025,61	0,667
55	4130,89	1,582E-07	1023,91	0,679
60	4136,43	1,597E-07	1023,45	0,683
65	4142,13	1,612E-07	1020,87	0,690
70	4147,99	1,638E-07	1019,67	0,702
75	4153,99	1,658E-07	1017,67	0,711
80	4160,15	1,678E-07	1016,87	0,719

Fuente: Esta investigación

6.2.2.5 Análisis experimental de los resultados de la conductividad térmica del jugo de fique. En los cuadros 61 y 62, se presentan las tablas ANOVA para Uña de Águila y negra común respectivamente.

Cuadro 61. Tabla ANOVA para la conductividad térmica de la variedad Uña de Águila

Análisis de Varianza					
<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
Modelo	0,026075	1	0,026075	8311,88	0,0000
Residuo	0,0000439191	14	0,00000313708		
Total (Corr.)	0,0261189	15			

Coeficiente de Correlación = 0,999159
R-cuadrada = 99,8318 por ciento
R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 99,8198 por ciento
Error estándar del est. = 0,00177118
Error absoluto medio = 0,00107904

Fuente: Esta investigación

Cuadro 62. Tabla ANOVA para la conductividad térmica de la variedad Negra Común

Análisis de Varianza					
<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
Modelo	0,0259963	1	0,0259963	6559,01	0,0000
Residuo	0,0000554882	14	0,00000396345		
Total (Corr.)	0,0260518	15			

Coeficiente de Correlación = 0,998934
R-cuadrada = 99,787 por ciento
R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 99,7718 por ciento
Error estándar del est. = 0,00199084
Error absoluto medio = 0,00128493

Fuente: Esta investigación

De los cuadros 61 y 62, se observa que los resultados se ajustan a un modelo lineal y que la temperatura y la conductividad de las variedades de jugo de fique se relacionan fuertemente entre si ya que los valores-p para las dos variedades son menores a 0,05, los R^2 son del 99,83% y 99,78%, y los coeficiente de correlación son de 0,9992 para Uña de Águila y 0,9989 para Negra Común. En

este caso, la relación de la conductividad frente a la temperatura es directa, es decir a medida de que aumenta la temperatura la conductividad también lo hace. Las ecuaciones del modelo ajustado que predicen los valores de conductividad térmica del jugo de fique respecto a la temperatura se encuentran en el cuadro 63:

Cuadro 63. Ecuaciones modelo ajustadas de los valores experimentales de conductividad térmica de las variedades de jugo de fique

Variedad	Ecuación modelo ajustado	
Negra Común	$k = (0,5793 + 0,00174882 * T)W/m^{\circ}C$	<i>Ec. 53</i>
Uña de Águila	$k = (0,5775 + 0,00175147 * T)W/m^{\circ}C$	<i>Ec. 54</i>

Fuente: Esta investigación

De acuerdo a la información suministrada por el análisis los valores de conductividad térmica de las dos variedades de jugo de fique obtenidos en esta investigación, éstos, poseen comportamientos lineales y dependientes, muy similares a los valores de conductividad teóricos del agua. Lo anterior, es conforme a lo dicho por Singh (2009), quien afirma que la mayoría de los alimentos con alto contenido de humedad tiene una conductividad térmica cercana a la del agua.

Por otra parte, los valores de conductividad térmica obtenidos en esta investigación concuerdan en gran parte con los obtenidos aplicando la *Ec.24* propuesta por Riedel (1949), quien la usa para determinar la conductividad térmica a soluciones azucaradas, zumos de frutas y leche. En el cuadro 64, se observan los valores.

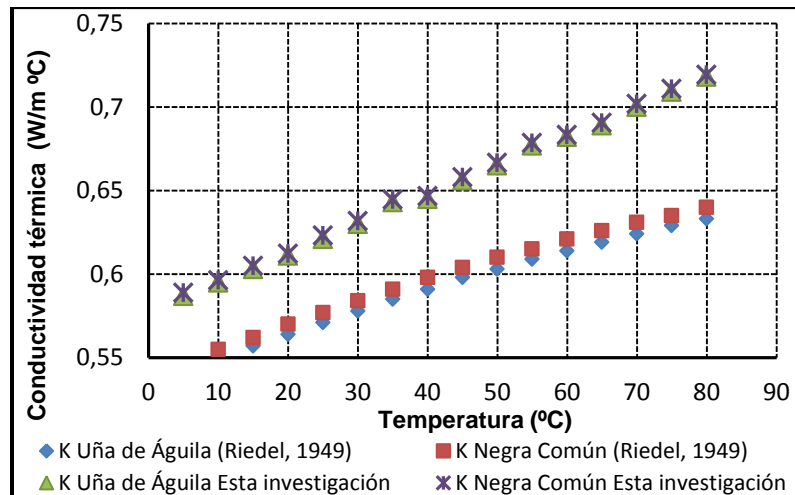
Cuadro 64. Valores de conductividad térmica del jugo de fique obtenidos mediante la ecuación de Riedel (1949)

Temperatura (°C)	Conductividad térmica del jugo de fique Uña de Águila k ($W/m^{\circ}C$)	Error relativo porcentual Uña de Águila %	Conductividad térmica del jugo de fique Negra Común k ($W/m^{\circ}C$)	Error relativo porcentual Negra Común %
5	0,541	-7,91	0,546	-6,53
10	0,549	-7,71	0,555	-6,57
15	0,557	-7,65	0,562	-6,35
20	0,564	-7,46	0,570	-5,96
25	0,571	-7,92	0,577	-6,16
30	0,578	-7,93	0,584	-6,27
35	0,585	-8,70	0,591	-6,99
40	0,591	-8,01	0,598	-6,48
45	0,598	-8,71	0,604	-7,16
50	0,603	-9,08	0,610	-7,45
55	0,609	-9,76	0,615	-8,01
60	0,614	-9,68	0,621	-8,22
65	0,619	-9,83	0,626	-8,16
70	0,624	-10,62	0,631	-8,93
75	0,629	-11,12	0,635	-9,36
80	0,633	-11,61	0,640	-9,94

Fuente: Riedel (1949).

En la gráfica 28, se visualiza que aunque los valores experimentales son mayores, los obtenidos por la ecuación propuesta por Riedel (1949), son muy cercanos. La mayor diferencia se la encuentra a temperaturas altas como se observa en el cuadro 54. La ecuación obtenida en esta investigación sigue una tendencia lineal y la propuesta por Riedel se ajusta mejor como un polinomio de segundo grado. Sin embargo, las diferencias no son muy altas al tener en cuenta que la ecuación de Riedel fue propuesta para sustancias con mayor cantidad de sólidos solubles. Además, no se conocen las condiciones a las que Riedel trabajó para obtener la ecuación propuesta.

Gráfica 28. Comparación de la conductividad térmica del jugo de fique de las variedades Uña de Águila y Negra Común obtenidas por esta investigación con las obtenidas con la ecuación de Riedel (1949)



Fuente: Riedel (1949). Esta investigación

Los datos experimentales de conductividad obtenidos en esta investigación coinciden con los reportados en literatura para algunos alimentos; según Hayes (1992), el zumo de fresa posee una conductividad térmica de $0,571 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ medida a 91,7% de contenido de agua y el zumo de naranja $0,554 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ a 89% de contenido de agua. Tabil y otros (2003), midieron la conductividad térmica de la remolacha azucarera, obtuvieron valores de $0,574 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ a 8°C y a 72,15 % en porcentaje de contenido de agua.

Por último, se muestra que la conductividad térmica se ve afectada de manera directa por el contenido de agua y la temperatura, ya que en la gráfica se observa que la Negra Común presentó mayor conductividad térmica que la variedad Uña de Águila, lo que va de acuerdo a lo planteado por Giraldo Gómez y otros (2010), quienes midieron esta propiedad al jugo de lulo y determinaron una ecuación empírica que muestra la dependencia lineal de la conductividad térmica con la concentración y la temperatura.

7. CONCLUSIONES

Los valores de difusividad térmica del jugo de fique obtenidos de forma analítica y gráfica, no presentaron diferencias estadísticamente significativas, sin embargo, al evaluar la confiabilidad de los métodos con agua se determinó que el método analítico arroja datos más exactos y precisos.

Los valores experimentales de difusividad térmica del jugo de fique obtenidos mediante el método analítico para la variedad Uña de Águila van desde $1,426 \times 10^{-7}$ a $1,609 \times 10^{-7} \text{ m}^2 / \text{s}$ y para la variedad Negra Común desde $1,429 \times 10^{-7}$ a $1,612 \times 10^{-7} \text{ m}^2 / \text{s}$ en el rango de temperaturas de 20 a 65°C. No se encontraron diferencias significativas entre las dos variedades a un nivel de confiabilidad del 95%.

Estadísticamente se encontraron diferencias significativas entre los valores de calor específico obtenidos mediante el método del calorímetro y el de radiación con microondas a un nivel del 95% de confiabilidad, siendo el primero el método que brinda mayor precisión y exactitud al ser evaluado con agua.

Los valores experimentales de calor específico del jugo de fique van desde 4079,0967 a 4149,4691 $\text{J}/\text{Kg}^\circ\text{C}$ para Uña de Águila y 4091,1420 a 4157,6303 $\text{J}/\text{Kg}^\circ\text{C}$ para Negra Común en el rango de temperaturas de 10 a 80°C. Se encontraron diferencias significativas entre las dos variedades a un nivel de confiabilidad del 95%.

La conductividad térmica del jugo de fique obtenida utilizando los valores experimentales de densidad, difusividad térmica y calor específico de esta investigación, va desde 0,587 a 0,718 $\text{W}/\text{m}^\circ\text{C}$ para Uña de Águila y desde 0,589 a 0,719 para Negra Común en el rango de temperaturas de 5 a 80°C. Dichos valores concuerdan en gran parte con los obtenidos con la ecuación propuesta por Riedel (1949); encontrándose una diferencia máxima del 11,61% para Uña de Águila y 9,94 % para Negra Común a los 80 °C.

Las ecuaciones modelo ajustadas obtenidas en esta investigación, son recomendadas para determinar las propiedades termofísicas del jugo de fique entre el rango de temperaturas de 5 a 80°C. Estos resultados pueden ser utilizados para modelar la transferencia de calor en procesos de concentración, esterilización, pasteurización y enfriamiento del jugo de fique, y consecuentemente obtener una correcta dimensión de los equipos a utilizar para su procesamiento.

8. RECOMENDACIONES

Los métodos usados en esta investigación son recomendados para determinar las propiedades térmicas de otras sustancias con alto contenido de humedad, a diferentes rangos de temperatura, ya que son económicos, de fácil aplicación y arrojan resultados confiables.

Se recomienda evaluar las propiedades térmicas del jugo de fique en rangos de temperaturas inferiores al punto de congelación y superiores al punto de ebullición, así como también determinar el efecto del porcentaje de humedad en el comportamiento de estas.

En la medición de temperatura en un procesamiento con microondas se recomienda desarrollar un sistema de protecciones que permitan mantener seguros tanto el equipo como el operador del mismo ya que en este sistema se presentan corrientes inducidas por el campo electromagnético que pueden afectarlos directamente.

BIBLIOGRAFÍA

ALVARADO, Juan de Dios. Principios de Ingeniería Aplicados a Alimentos [Libro]. - [s.l.] : Universidad Técnica de Ambato, Facultad de Ciencia e Ingeniería en Alimentos, 2006. - pág. 20.

BAÏRI, A., LARAQUI N. y GARCIA DE MARÍA, J.M. Determination of thermal diffusivity of foods using 1D Fourier cylindrical solution [Publicación periódica] // Journal of Food Engineering. - Ville d' Avray, Francia : [s.n.], 2005. - Vol. 78. - págs. 669–675.

BAÏRI, Abderrahmane y LARAQUI, Najib. Diagrams for fast transient conduction in sphere and long cylinder subject to sudden and violent thermal effects on its surface [Publicación periódica] // Applied Thermal Engineering. - Paris : Pergamon, 2003. - 23. - págs. 1373-1390.

BETANCOURT, Ramiro. Transferencia molecular de calor, masa y/o cantidad de movimiento [Libro]. - Manizales : Centro de publicaciones Universidad Nacional de Colombia, 2003. - Vol. Primera Edición.

PRIETO, María. www.veoverde.com [En línea] = Fibra de fique / prod. BETAZETA NETWORKS S.A.. - 2009. - Febrero de 2012. - <http://www.veoverde.com/2009/07/fibra-de-fique/>.

BOUKHARI, Sophie. Viajeros Clandestinos [En línea]. - 1998. - 20 de Enero de 2010. - http://www.unesco.org/courier/1998_08/sp/planete/intro3.htm.

CENGEL, Yunus A. Transferencia de calor y masa. Un enfoque práctico [Libro]. - México : McGraw-Hill Interamericana, 2007. - Vol. Tercera Edición.

CHAVES, Modesto Antonio y OLIVEIRA, Alexsandro. Development of a Microcontrolled Instrument to Determinate Thermal Conductivity of Foods [Publicación periódica] // International Journal of Food Engineering. - Itapetinga, Brazi : [s.n.], 2009. - Vol. 5.

CHOI, Y. y OKOS, M.R. Effects of temperature and composition on the thermal properties of foods [Publicación periódica] // Food engineering and process applications. - London : Elsevier, 1986. - Vol. 1. - págs. 93-101.

CLEAN MASTER LTDA. [consumaseguridad.com](http://www.consumaseguridad.com)/ Diario de la seguridad Alimentaria [En línea]. - 2003. - Abril de 2010. - http://www.cleanmasterltda.com/descargas/lecturas/tratados_calor_calorphp.2003.

DICKERSON, R.W. Thermal properties of foods, in The Freezing Preservation of Foods (D.K. Tressler, W.B. Van Arsdel, and M.J. Copley, Eds.) [Libro]. - Westport : [s.n.], 1969. - 4th ed : Vol. 2.

DUQUE JIMÉNEZ, Jaime Andrés y GONZÁLEZ TERÁN, Liliana Patricia. Propuesta tecnológica para la producción de un agente tensoactivo bidegradable a partir del jugo de fique como desecho del desfibrado // Universidad Pontificia Bolivariana de Medellín, Facultad de Ingeniería Química. - Medellín : [s.n.], 1999.

ECOFIBRAS, EMPRESA COOPERATIVA DE FIBRAS SANTANDER LTDA - VI Encuentro Nacional de fique // Memoria del encuentro. - Provincia del Alto Ricaurte : [s.n.], 2005.

FELLOWS, Peter. Tecnología del procesado de los alimentos: Principios y Prácticas [Libro]. - Zaragoza, España : Acribia S.A., 1994.

GIRALDO, Liliana, CUBILLOS, Gloria Ivonne y MORENO, Juan Carlos. Evaluación de las pérdidas térmicas en calorimetría isoperibólica. Importancia de los alrededores en la obtención de constantes instrumentales [Publicación periódica] // Revista colombiana de química. - 2005. - 2 : Vol. 34.

GIRALDO GÓMEZ, Glória Ines y otros. Propiedades termofísicas del jugo concentrado de lulo a temperaturas por encima del punto de congelación [Publicación periódica] // Ciência y Tecnología de Alimentos. - Mayo de 2010. - págs. 90-95.

GLAVINA, M. Y. y otros. Estimation of thermal diffusivity of foods using transfer functions [Publicación periódica] // Science direct / ed. Ltd Elsevier. - 2006. - 39. - págs. 455-459.

HAYES, G.D. Manual de datos para ingeniería de los alimentos [Libro]. - Zaragoza, España : Editorial Acribia, S.A., 1992.

HEMMINGER, W. y HOHNE, G. Calorimetry fundamentals and practice [Publicación periódica] // Verlag Chemie. - 1984. - 2a Edition. - págs. 121-123.

HOHNE, G.W.H., W. , HEMMINGER y FLAMMERSHEIM , H.J. Differential Scanning Calorimetry. An Introduction for practitioners [Libro]. - [s.l.] : Springer, 1a Edition, 1996. - págs. 193-194.

IBARZ , Albert. y BARVOSA CANOVAS , Gustavo. Unit operations in food engineering [Libro]. - Washington, D.C. : [s.n.], 2003.

IBARZ RIBAZ, Alberto y otros. Métodos experimentales en la ingeniería alimentaria [Libro]. - Zaragoza : Acribia S.A., 2003.

INCROPERA, Frank P. y DE WITT, David P. Fundamentos de transferencia de calor [Libro]. - [s.l.] : Prentice Hall, 1999. - Cuarta.

JAKOB, Max; WILEY, John y SONS. Heat Transfer [Libro]. - 1964. - Vol. 1. 9 vols.

JARAMILLO, Leyla Yamile. Evaluación del jugo de fique como aditivo oclisor de aire y su influencia en la durabilidad y resitencia del concreto // Tesis de Maestría Área de materiales y procesos. - Manizales : Universidad Nacional de Colombia, 2009.

LATORRE, Laura y PANTOJA, Ana. Evaluación de tratamientos térmicos para la inactivación de las enzimas polifenol oxidasa y peroxidasa en e jugo de fique (*Furcraea gigantea* Vent.) producido en el Departamento de Nariño. - Pasto : Universidad de Nariño, Facultad de Ingeniería Agroindustrial, 2010.

MADR - MINISTERIO DE AGRICULTURA Y DESARROLLO RURAL y CORPOICA - CORPORACIÓN COLOMBIANA DE INVESTIGACIÓN AGROPECUARIA - Acuerdo para el fomento de la producción y la competitividad del subsector fiquero. - Bogotá : [s.n.], 2004.

MADR, MINISTERIO DE AGRICULTURA Y DESARROLLO RURAL. Ciencia y tecnología para la competitividad del sector agropecuario 2002-2010 [Libro]. - Bogotá D.C : AGROPRESS SERVICE, 2010. - págs. 60-67.

MADR, MINISTERIO DE AGRICULTURA Y DESARROLLO RURAL. Observatorio Agrocadenas Colombia [En línea] = LA CADENA DEL FIQUE EN COLOMBIA. - Noviembre de 2006. - 10 de Diciembre de 2009. - <http://www.agrocadenas.gov.co>.

MADR - MINISTERIO DE AGRICULTURA Y DESARROLLO RURAL. Sistema de información, de gestión y desempeño de organizaciones de cadena - SIOC [En línea]. - 30 de Junio de 2012. - 15 de Julio de 2012. - <http://www.sioc.gov.co/documentosP.aspx>.

MAFART, Pierre. Ingeniería industrial alimentaria. - Zaragoza, España : Acribia S.A., 1994.

MARTENS, T. Mathematical model of heat processing in flat containers [Informe] / Universidad Católica. - Leuven, Bélgica : Tesis Doctoral, 1980.

MARTINEZ, Angélica María y CAICEDO, Tania Ximena. Bioensayo de toxicidad de los jugos de fique en peces, en el Municipio de El Tambo (Nariño) // Tesis de Postgrado en la especialización de Salud Ambiental, Universidad El Bosque. - Bogotá : [s.n.], 2002. - pág. 26.

MARTINS ASSIS, Mitzi María y otros. Influence of temperature and concentration on thermophysical properties of yellow mombin (*Spondias mombin*, L.)

[Publicación periódica]. - Journal of food engineering : [s.n.], 2006. - 223. - págs. 585-593.

MINISTERIO DE AMBIENTE VIVIENDA Y DESARROLLO TERRITORIAL y MINISTERIO DE AGRICULTUA Y DESARROLLO RURAL. Guía ambiental del subsector figuero. - Bogotá : [s.n.], 2006. - pág. 27.

MILLER, James N. y MILLER , Jane C. Estadística y quimiometría para química analítica [Libro]. - Madrid : Prentice Hall, 2002. - Cuarta Edición.

MONTES, Everaldo J., TORRES , Ramiro y ANDRADE , Ricardo D. Aumento del punto de ebullición de soluciones modelos para jugo de caña de azúcar [Publicación periódica] // Temas Agrarios. - [s.l.]: Universidad de Córdoba, Departamento de Ingeniería de Alimentos, 2006. - Vol. 11. - págs. 5-13.

MOURA, Silvia y otros. Thermophysical properties of tropical fruit juices [Publicación periódica] // Braz. J. Food Technol.. - 1998. - 2. - págs. 70-76.

MUÑOZ M. , Deyanira. El Figue como aislante térmico. - Marzo de 2007. - Vol. 5.

NITHATKUSOL, A. The development of apparatus for determination of thermal conductivities of nonfrozen food by the line heat source method. - Thonburi : Master's degree thesis, King Mongkut's University of Technology, 1998.

ORTIZ, Favian, CRUZ, Ricardo y CORREA, Rodrigo Medición en línea de la temperatura de una muestra en una cavidad de microondas [Publicación periódica]. - Medellín : Rev. Fac. Ing. Univ. Antioquia, Marzo de 2010. - N.º 52. - págs. 123-133.

PALMER, C. Latent heat provides fuel for storms [En línea]. - 2002. - Marzo de 2010. - <http://www.usatoday.com/weather/wlatent.htm>.

PELEG, M. Physical Properties of Food [Publicación periódica] // AVI PublishingCompany, INC. - Westport, Connecticut : [s.n.], 1983. - págs. 13 -16.

RODRÍGUEZ, María y LÓPEZ, José María. Una revisión de las propiedades térmicas de los alimentos [Informe] : Tesis de grado / Departamento de Ingeniería Química y Metalurgia ; Universidad de Sonora. - Hermosillo, Sonora (México) : [s.n.], 1993.

SHARMA, Shri K., MULVANEY, Steven J. y RIZVI , Syed S.H. INGENIERÍA DE ALIMENTOS, Operaciones Unitaria y prácticas de laboratorio [Libro]. - New York : Limisa S.A, 2003.

SHEINDLIN, M., HALTON, D. y RONCHI, C. Advances in the use of laser-flash techniques for thermal diffusivity measurement [Publicación periódica] // Rev. Sci. Instr. - 1998. - 69. - págs. 1426-1432.

SILVA, Filipa V.M. y GIBBS, Paul. Target selection in designing pasteurization processes for shelf-stable high-acid fruit products [Publicación periódica] // Critical reviews in food science and nutrition. - 2004. - 44 : Vol. 5. - págs. 353 -360.

SINGH, R. Paul. HELDMAN, Dennis R. Introduction Food Engineering [Libro]. - Oxford, California : Elsevier's Science & Technology Rights, 2009. - Vol. Fourth Edition.

SWEAT, V.E. Thermal properties of food [Publicación periódica] // Engineering properties of foods . - 1985. - págs. 49-85.

TABIL, Lope G., ELIASON, Marshall V. y QI, Hong. Thermal Properties of Sugarbeet Roots [Publicación periódica] // Journal of Sugar Beet Research . - Edmonton, Canadá : [s.n.], 2003. - 4 : Vol. 40.

TANSAKUL, Ampawan y CHAISAWANG, Pawinee. Thermophysical properties of coconut milk [Publicación periódica] // Journal of food Engineering. - 2005. - 73. - págs. 276–280.

TELIS ROMERO, J. [y otros. Thermophysical properties of Brazilian orange juice as affected by temperature and water content [Publicación periódica]. - [s.l.] : Journal of food Engineering, 1998. - 1 : Vol. 38. - págs. 27-40.

TIJSKENS, L. M. M. y SCHIJVENS, E. P. H. M. y BIEKMAN, E. S. A. Modelling the change in color of broccoli and green beans during blanching [Publicación periódica] // Innovative Food Science & Emerging Technologies. - 2001. - 4 : Vol. 2. - págs. 303–313.

TORRE P., Luz Marina. Agenda prospectiva de investigación y desarrollo tecnológico de la cadena productiva del fique. - [s.l.] : Universidad Nacional de Colombia, 2009.

GARCIA, Claudia Patricia. Unalmed.edu.co [En línea]= Ciencias de los materiales / ed. UNALMED Universidad Nacional de Colombia sede Medellín.. - 2002. - Marzo de 2011. - <http://www.unalmed.edu.co/~cpgarcia/termicas.PDF>.

WADSO, I. Microcalorimetry of aqueous and biological systems, in Solution Calorimetry [Libro] / ed. O'Hare K.N. Marsh and P.A.G.. - [s.l.] : Blackwell Scientific Publications (IUPAC, Commission on Thermodynamics), 1994. - págs. 267-299.

WANG, L. y SUN , D. W. Rapid cooling of porous and moisture foods by using vacuum cooling technology. [Publicación periódica] // Trends in Food Science and Technology. - 2001. - 12. - págs. 174-184.

WESTPHALEN, Denis Libert. Cálculo da Elevação do Ponto de Ebulição de Soluções a partir de Dados de Pressão Parcial [Publicación periódica]. - São Caetano do Sul : Escola de Engenharia Mauá, Dep. de Engenharia Química e Alimentos, 1988.

YAÑEZ, R. y otros. Nuevo dispositivo para la medición de la difusividad térmica [Publicación periódica]. - Septiembre de 2001.

ANEXOS

ANEXO A. RESULTADOS OBTENIDOS EN LA DETERMINACIÓN DE LA DENSIDAD DEL JUGO DE FIQUE

A.1 VALORES EXPERIMENTALES DE DENSIDAD DE JUGO DEL FIQUE

Temperatura (°C)	Densidad Negra Común (Kg/m ³)	Densidad Uña Águila (Kg/m ³)	Temperatura (°C)	Densidad Negra Común (Kg/m ³)	Densidad Uña Águila (Kg/m ³)
5	1041,26	1053,82	50	1025,62	1040,46
	1041,70	1054,10		1025,62	1040,42
	1041,02	1053,78		1025,58	1040,46
10	1040,22	1050,34	55	1023,86	1038,98
	1040,10	1050,30		1023,94	1038,94
	1040,30	1050,14		1023,94	1038,94
15	1037,42	1049,10	60	1023,42	1036,38
	1037,50	1049,06		1023,50	1036,30
	1037,46	1049,10		1023,42	1036,30
20	1034,74	1048,14	65	1020,90	1036,02
	1034,70	1048,22		1020,86	1036,02
	1034,70	1048,10		1020,86	1036,06
25	1031,34	1047,86	70	1019,66	1034,82
	1031,26	1047,98		1019,70	1034,82
	1031,30	1047,94		1019,66	1034,78
30	1030,94	1046,02	75	1017,66	1033,38
	1030,70	1045,94		1017,70	1033,38
	1030,98	1046,10		1017,66	1033,42
35	1029,74	1045,42	80	1016,90	1031,54
	1029,94	1045,46		1016,86	1031,50
	1029,86	1045,38		1016,86	1031,58
40	1028,58	1042,82	85	1016,14 1016,10 1016,14	1029,98 1029,98 1030,02
	1028,54	1042,78			
	1028,50	1042,86			
45	1027,50	1041,62			
	1027,62	1041,58			
	1027,42	1041,70			

Fuente: Esta investigación

A.2 MEDIDAS DE DISPERSIÓN DE LOS VALORES EXPERIMENTALES DE DENSIDAD DEL JUGO DEL FIQUE

Temperatura (°C)	Variedad	Rango (Ra)	Desviación estándar (S)	Varianza (S ²)	Coefficiente Variación (CV) %	Error Estándar (EE)
5	Negra Común	0,68	0,3449	0,1189	0,03312	0,1991
	Uña de Águila	0,32	0,1744	0,0304	0,01654	0,1007
10	Negra Común	0,20	0,1007	0,0101	0,00968	0,0581
	Uña de Águila	0,20	0,1058	0,0112	0,01008	0,0611
15	Negra Común	0,08	0,0400	0,0016	0,00386	0,0231
	Uña de Águila	0,04	0,0231	0,0005	0,00220	0,0133
20	Negra Común	0,04	0,0231	0,0005	0,00223	0,0133
	Uña de Águila	0,12	0,0611	0,0037	0,00583	0,0353
25	Negra Común	0,08	0,0400	0,0016	0,00388	0,0231
	Uña de Águila	0,12	0,0611	0,0037	0,00583	0,0353
30	Negra Común	0,28	0,1514	0,0229	0,01469	0,0874
	Uña de Águila	0,16	0,0800	0,0064	0,00765	0,0462
35	Negra Común	0,20	0,1007	0,0101	0,00977	0,0581
	Uña de Águila	0,08	0,0400	0,0016	0,00383	0,0231
40	Negra Común	0,08	0,0400	0,0016	0,00389	0,0231
	Uña de Águila	0,08	0,0400	0,0016	0,00384	0,0231
45	Negra Común	0,20	0,1007	0,0101	0,00980	0,0581
	Uña de Águila	0,12	0,0611	0,0037	0,00587	0,0353
50	Negra Común	0,04	0,0231	0,0005	0,00225	0,0133
	Uña de Águila	0,04	0,0231	0,0005	0,00222	0,0133
55	Negra Común	0,08	0,0462	0,0021	0,00451	0,0267
	Uña de Águila	0,04	0,0231	0,0005	0,00222	0,0133
60	Negra Común	0,08	0,0462	0,0021	0,00451	0,0267
	Uña de Águila	0,08	0,0462	0,0021	0,00446	0,0267
65	Negra Común	0,04	0,0231	0,0005	0,00226	0,0133
	Uña de Águila	0,04	0,0231	0,0005	0,00223	0,0133
70	Negra Común	0,04	0,0231	0,0005	0,00226	0,0133
	Uña de Águila	0,04	0,0231	0,0005	0,00223	0,0133
75	Negra Común	0,04	0,0231	0,0005	0,00227	0,0133
	Uña de Águila	0,04	0,0231	0,0005	0,00223	0,0133
80	Negra Común	0,04	0,0231	0,0005	0,00227	0,0133
	Uña de Águila	0,08	0,0400	0,0016	0,00388	0,0231
85	Negra Común	0,04	0,0231	0,0005	0,00227	0,0133
	Uña de Águila	0,04	0,0231	0,0005	0,00224	0,0133

Fuente: Esta investigación

ANEXO B. RESULTADOS OBTENIDOS EN LA DETERMINACIÓN DE LA DIFUSIVIDAD TÉRMICA

B.1 PENDIENTES OBTENIDAS APLICANDO AJUSTE DE MÍNIMOS CUADRADOS DEL $\ln\theta$ VS EL TIEMPO

Temperatura (°C)	Pendientes Uña de Águila	Pendientes Negra Común	Pendientes Agua Destilada
20	0,0331	0,0331	0,0329
	0,0330	0,0330	0,0332
	0,0329	0,0331	0,0330
	0,0330	0,0331	0,0333
	0,0330	0,0330	0,0333
	0,0330	0,0331	0,0331
35	0,0348	0,0349	0,0349
	0,0345	0,0349	0,0349
	0,0347	0,0346	0,0347
	0,0345	0,0350	0,0350
	0,0348	0,0347	0,0349
40	0,0349	0,0347	0,0351
	0,0347	0,0350	0,0348
	0,0347	0,0349	0,0350
	0,0351	0,0349	0,0351
	0,0351	0,0352	0,0350
	0,0350	0,0349	0,0351
55	0,0365	0,0367	0,0367
	0,0367	0,0366	0,0366
	0,0366	0,0365	0,0367
	0,0365	0,0366	0,0365
	0,0366	0,0365	0,0367
	0,0365	0,0367	0,0366
65	0,0373	0,0372	0,0373
	0,0371	0,0373	0,0375
	0,0370	0,0375	0,0373
	0,0372	0,0372	0,0374
	0,0373	0,0373	0,0374
	0,0374	0,0373	0,0371

*Fuente: esta investigación

B.2 VALORES EXPERIMENTALES DE DIFUSIVIDAD OBTENIDOS MEDIANTE EL MÉTODO ANALÍTICO

Temperatura (°C)	Difusividad Uña de Águila (m^2/s)	Difusividad Negra Común (m^2/s)	Difusividad Agua Destilada (m^2/s)
20	1,4307E-07	1,4307E-07	1,4220E-07
	1,4263E-07	1,4263E-07	1,4350E-07
	1,4220E-07	1,4307E-07	1,4263E-07
	1,4263E-07	1,4307E-07	1,4393E-07
	1,4263E-07	1,4263E-07	1,4393E-07
	1,4263E-07	1,4307E-07	1,4307E-07
35	1,5041E-07	1,5085E-07	1,5085E-07
	1,4912E-07	1,5085E-07	1,5085E-07
	1,4998E-07	1,4955E-07	1,4998E-07
	1,4912E-07	1,5128E-07	1,5128E-07
	1,5041E-07	1,4998E-07	1,5085E-07
	1,5085E-07	1,4955E-07	1,4955E-07
40	1,5085E-07	1,4998E-07	1,5171E-07
	1,4998E-07	1,5128E-07	1,5085E-07
	1,4998E-07	1,5085E-07	1,5128E-07
	1,5171E-07	1,5085E-07	1,5171E-07
	1,5041E-07	1,5214E-07	1,5128E-07
	1,5128E-07	1,5085E-07	1,5171E-07
55	1,5776E-07	1,5863E-07	1,5863E-07
	1,5863E-07	1,5819E-07	1,5819E-07
	1,5819E-07	1,5776E-07	1,5863E-07
	1,5776E-07	1,5819E-07	1,5776E-07
	1,5819E-07	1,5776E-07	1,5863E-07
	1,5776E-07	1,5863E-07	1,5819E-07
65	1,6122E-07	1,6079E-07	1,6122E-07
	1,6036E-07	1,6122E-07	1,6208E-07
	1,5992E-07	1,6208E-07	1,6122E-07
	1,6079E-07	1,6079E-07	1,6165E-07
	1,6122E-07	1,6122E-07	1,6165E-07
	1,6165E-07	1,6122E-07	1,6036E-07

Fuente: esta investigación

B.3 MEDIDAS DE DISPERSIÓN DE LOS VALORES EXPERIMENTALES DE DIFUSIVIDAD OBTENIDOS POR EL MÉTODO ANALÍTICO

Temperatura (°C)	Sustancia de estudio	Rango (Ra)	Desviación estándar (S)	Varianza (S ²)	Coficiente de Variación (CV)	Error estándar (EE)
20	Uña de Águila	8,70E-10	2,734E-10	7,47E-13	0,192	1,12E-10
	Negra Común	4,30E-10	2,232E-10	4,982E-20	0,156	9,11E-11
	Agua Destilada	1,73E- 9	7,058E-10	4,982E-19	0,493	2,88E-10
35	Uña de Águila	1,73E- 9	7,233E-10	5,231E-19	0,482	2,95E-10
	Negra Común	1,73E- 9	7,445E-10	5,542E-19	0,495	3,04E-10
	Agua Destilada	1,73E- 9	6,507E-10	4,235E-19	0,432	2,66E-10
40	Uña de Águila	1,73E- 9	7,058E-10	4,982E-19	0,468	2,88E-10
	Negra Común	2,16E- 9	7,058E-10	4,982E-19	0,467	2,88E-10
	Agua Destilada	2,16E- 9	5,053E-10	2,553E-19	0,334	2,06E-10
55	Uña de Águila	8,64E-10	3,529E-10	1,245E-19	0,223	1,44E-10
	Negra Común	8,64E-10	3,866E-10	1,495E-19	0,244	1,58E-10
	Agua Destilada	8,64E-10	3,529E-10	1,245E-19	0,223	1,44E-10
65	Uña de Águila	1,73E- 9	6,362E-10	4,048E-19	0,396	2,60E-10
	Negra Común	1,30E- 9	4,735E-10	2,242E-19	0,294	1,93E-10
	Agua Destilada	1,73E- 9	5,905E-10	3,487E-19	0,366	2,41E-10

Fuente: Esta investigación

B.4 RESULTADOS DE LOS VALORES DE DIFUSIVIDAD CALCULADOS PARA EL AGUA DESTILADA MEDIANTE EL MÉTODO GRÁFICO

Temperatura (°C)	Réplica (n)	Tiempo (s)	Temperatura adimensional de referencia (θ_r)	Difusividad supuesta (m^2/s)	Número de Fourier para cilindro infinito ($F_{o\ ci}$)	Temperatura adimensional para cilindro infinito (θ_{ci})
20	1	27,7656	0,494	1,39E-07	0,15	0,494
	2	24,4688	0,496	1,44E-07	0,14	0,496
	3	27,7253	0,493	1,39E-07	0,15	0,493
	4	23,5938	0,499	1,42E-07	0,13	0,499
	5	27,9813	0,494	1,38E-07	0,15	0,494
	6	27,5069	0,494	1,40E-07	0,15	0,494
35	1	21,1719	0,499	1,55E-07	0,13	0,499
	2	21,1719	0,499	1,47E-07	0,12	0,499
	3	21,8281	0,499	1,52E-07	0,13	0,499
	4	22,0469	0,498	1,51E-07	0,13	0,498
	5	22,9375	0,497	1,54E-07	0,14	0,497
	6	22,2656	0,498	1,49E-07	0,13	0,498
40	1	17,5938	0,500	1,53E-07	0,11	0,500
	2	18,0625	0,500	1,55E-07	0,11	0,500
	3	17,5938	0,500	1,55E-07	0,11	0,500
	4	17,5938	0,502	1,53E-07	0,11	0,502
	5	17,5938	0,500	1,55E-07	0,11	0,500
	6	18,9844	0,499	1,54E-07	0,12	0,499
55	1	19,0000	0,499	1,59E-07	0,12	0,499
	2	23,2188	0,494	1,62E-07	0,15	0,494
	3	21,1094	0,496	1,65E-07	0,14	0,496
	4	22,2813	0,496	1,59E-07	0,14	0,496
	5	22,0469	0,496	1,60E-07	0,14	0,496
	6	23,2188	0,494	1,55E-07	0,14	0,494
65	1	16,3906	0,500	1,63E-07	0,11	0,500
	2	16,3906	0,500	1,64E-07	0,11	0,500
	3	15,9219	0,500	1,67E-07	0,11	0,500
	4	15,9219	0,500	1,65E-07	0,11	0,500
	5	15,6875	0,500	1,68E-07	0,11	0,500
	6	16,3906	0,500	1,65E-07	0,11	0,500

Fuente: Esta investigación

B.5 RESULTADOS DE LOS VALORES DE DIFUSIVIDAD CALCULADOS PARA LA VARIEDAD UÑA DE ÁGUILA MEDIANTE EL MÉTODO GRÁFICO

Temperatura (°C)	Réplica (n)	Tiempo (s)	Temperatura adimensional de referencia (θ_r)	Difusividad supuesta (m^2/s)	Número de Fourier para cilindro infinito ($F_{o\ ci}$)	Temperatura adimensional para cilindro infinito (θ_{ci})
20	1	20,9219	0,499	1,41E-07	0,12	0,499
	2	18,7031	0,500	1,45E-07	0,11	0,500
	3	18,9531	0,500	1,45E-07	0,11	0,500
	4	18,7031	0,500	1,45E-07	0,11	0,500
	5	18,8131	0,500	1,46E-07	0,11	0,500
	6	18,7344	0,501	1,44E-07	0,11	0,501
35	1	17,8750	0,500	1,51E-07	0,11	0,500
	2	19,5938	0,500	1,45E-07	0,11	0,500
	3	18,1469	0,500	1,49E-07	0,11	0,500
	4	19,0998	0,500	1,45E-07	0,11	0,500
	5	19,8438	0,498	1,52E-07	0,12	0,498
	6	19,8969	0,498	1,51E-07	0,12	0,498
40	1	18,2656	0,499	1,57E-07	0,11	0,499
	2	18,5156	0,499	1,55E-07	0,11	0,499
	3	24,9750	0,494	1,50E-07	0,15	0,494
	4	25,3281	0,494	1,48E-07	0,15	0,494
	5	25,5313	0,494	1,47E-07	0,15	0,494
	6	25,3125	0,494	1,48E-07	0,15	0,494
55	1	22,2344	0,497	1,46E-07	0,13	0,497
	2	16,5156	0,500	1,67E-07	0,11	0,500
	3	20,8906	0,496	1,68E-07	0,14	0,496
	4	23,0938	0,496	1,52E-07	0,14	0,496
	5	24,1875	0,494	1,55E-07	0,15	0,494
	6	24,1875	0,495	1,45E-07	0,14	0,495
65	1	22,3594	0,496	1,57E-07	0,14	0,496
	2	21,1094	0,496	1,66E-07	0,14	0,496
	3	20,5000	0,498	1,52E-07	0,12	0,498
	4	22,4438	0,496	1,56E-07	0,14	0,496
	5	22,2031	0,496	1,58E-07	0,14	0,496
	6	22,4531	0,496	1,56E-07	0,14	0,496

Fuente: Esta investigación

B.6 RESULTADOS DE LOS VALORES DE DIFUSIVIDAD CALCULADOS PARA LA VARIEDAD NEGRA COMÚN MEDIANTE EL MÉTODO GRÁFICO

Temperatura (°C)	Réplica (n)	Tiempo (s)	Temperatura adimensional de referencia (θ_r)	Difusividad supuesta (m^2/s)	Número de Fourier para cilindro infinito ($F_{o\ ci}$)	Temperatura adimensional para cilindro infinito (θ_{ci})
20	1	23,1094	0,497	1,44E-07	0,13	0,497
	2	19,9063	0,499	1,39E-07	0,11	0,499
	3	19,5781	0,502	1,40E-07	0,11	0,502
	4	19,5156	0,500	1,41E-07	0,11	0,500
	5	23,6719	0,496	1,48E-07	0,14	0,496
	6	23,3438	0,497	1,39E-07	0,13	0,497
35	1	18,5469	0,499	1,55E-07	0,12	0,499
	2	18,8594	0,499	1,54E-07	0,12	0,499
	3	25,0781	0,496	1,44E-07	0,14	0,496
	4	24,1250	0,496	1,48E-07	0,14	0,496
	5	23,9673	0,496	1,49E-07	0,14	0,496
	6	26,8438	0,494	1,43E-07	0,15	0,494
40	1	19,5469	0,499	1,50E-07	0,12	0,499
	2	19,8594	0,499	1,49E-07	0,12	0,499
	3	20,6406	0,498	1,50E-07	0,12	0,498
	4	18,5469	0,499	1,55E-07	0,11	0,499
	5	16,4688	0,500	1,60E-07	0,11	0,500
	6	17,7656	0,500	1,50E-07	0,11	0,500
55	1	16,2813	0,503	1,63E-07	0,11	0,503
	2	17,1563	0,500	1,55E-07	0,11	0,500
	3	16,9419	0,500	1,56E-07	0,11	0,500
	4	16,7188	0,500	1,59E-07	0,11	0,500
	5	16,9375	0,500	1,57E-07	0,11	0,500
	6	17,1563	0,500	1,55E-07	0,11	0,500
65	1	19,3125	0,499	1,58E-07	0,12	0,499
	2	19,0781	0,497	1,70E-07	0,13	0,497
	3	20,7188	0,497	1,57E-07	0,13	0,497
	4	20,9531	0,496	1,67E-07	0,14	0,496
	5	19,0781	0,498	1,64E-07	0,12	0,498
	6	19,3125	0,497	1,68E-07	0,13	0,497

Fuente: Esta investigación

B.7 MEDIDAS DE DISPERSIÓN DE LOS VALORES EXPERIMENTALES DE DIFUSIVIDAD OBTENIDOS POR EL MÉTODO GRÁFICO

Temperatura (°C)	Sustancia de estudio	Rango (R)	Desviación estándar (S)	Varianza (S²)	Coficiente de Variación (CV)	Error estándar (EE)
20	Uña de Águila	5,0E-09	1,7512E-09	3,0667E-18	1,213	7,15E-10
	Negra Común	9,0E-09	3,5449E-09	1,2567E-17	2,500	1,45E-09
	Agua Destilada	6,0E-09	2,2509E-09	5,0667E-18	1,604	9,19E-10
35	Uña de Águila	7,0E-09	3,1252E-09	9,7667E-18	2,100	1,28E-09
	Negra Común	1,2E-08	4,9565E-09	2,4567E-17	3,334	2,02E-09
	Agua Destilada	8,0E-09	3,0111E-09	9,0667E-18	1,995	1,23E-09
40	Uña de Águila	1,0E-08	4,1673E-09	1,7367E-17	2,763	1,70E-09
	Negra Común	1,1E-08	4,3205E-09	1,8667E-17	2,824	1,76E-09
	Agua Destilada	2,0E-09	9,8319E-10	9,6667E-19	0,644	4,01E-10
55	Uña de Águila	2,3E-08	1,0015E-08	1,0030E-16	6,441	4,09E-09
	Negra Común	8,0E-09	3,0822E-09	9,5000E-18	1,957	1,26E-09
	Agua Destilada	1,0E-08	3,3466E-09	1,1200E-17	2,127	1,37E-09
65	Uña de Águila	1,4E-08	4,6368E-09	2,1500E-17	2,944	1,89E-09
	Negra Común	1,3E-08	5,4037E-09	2,9200E-17	3,295	2,21E-09
	Agua Destilada	5,0E-09	1,8619E-09	3,4667E-18	1,119	7,60E-10

Fuente: Esta investigación

ANEXO C. RESULTADOS OBTENIDOS EN LA DETERMINACIÓN DEL CALOR ESPECÍFICO DEL JUGO DE FIQUE

C.1 VALORES EXPERIMENTALES DE LA CONSTANTE DEL CALORÍMETRO

Temperatura (°C)	Constante del calorímetro C_c (Julios)
20	194,530
	194,530
	194,948
30	194,181
	195,012
	195,428
40	195,109
	195,523
	195,109
50	195,681
	194,855
	195,268
60	195,261
	194,850
	196,083
70	197,661
	195,941
	193,485
80	194,738
	195,187
	193,556

Fuente: Esta investigación

C.2 MEDIDAS DE DISPERSIÓN DE LOS VALORES EXPERIMENTALES DE LA CONSTANTE DEL CALORÍMETRO

Temperatura (°C)	Rango (Ra)	Desviación estándar (S)	Varianza (S^2)	Coefficiente Variación (CV) %	Error estándar (EE)
20	0,417	0,2410	0,0581	0,1238	0,1391
30	1,147	0,5809	0,3375	0,2980	0,3354
40	0,414	0,2392	0,0572	0,1225	0,1381
50	0,826	0,4128	0,1704	0,2114	0,2383
60	1,133	0,5855	0,3428	0,2996	0,3380
70	1,638	0,9182	0,8430	0,4700	0,5301
80	0,830	0,4156	0,1727	0,2134	0,2399

Fuente: Esta investigación

C.3 VALORES EXPERIMENTALES DE CALOR ESPECÍFICO DEL AGUA

Temperatura (°C)	Calor específico C_p (J/Kg°C)	Temperatura (°C)	Calor específico C_p (J/Kg°C)
10	4190,7800	45	4176,9364
	4191,2088		4176,4308
	4191,0150		4177,7951
	4190,8263		4175,8892
	4190,4633		4175,5871
	4190,5874		4178,9927
20	4180,9339	50	4176,9157
	4180,9450		4179,7020
	4180,9465		4178,7863
	4181,6732		4176,8251
	4181,9726		4177,1250
	4180,9566		4179,4890
30	4176,2013	60	4181,6867
	4177,0821		4180,3075
	4176,3930		4179,8170
	4175,5907		4182,8147
	4175,5933		4183,2238
	4175,8949		4182,3379
35	4174,1126	70	4188,0424
	4174,4245		4187,5586
	4175,0101		4188,7598
	4174,2284		4187,6747
	4175,2245		4185,3530
	4174,6063		4189,7647
40	4175,5888	80	4194,4908
	4175,1793		4193,2673
	4174,8939		4194,9105
	4175,0781		4193,6675
	4174,7004		4192,9584
	4174,7151		4195,3884

Fuente: Esta investigación

C.4 MEDIDAS DE DISPERSIÓN DE LOS VALORES EXPERIMENTALES DE CALOR ESPECÍFICO DEL AGUA

Temperatura (°C)	Rango (Ra)	Desviación estándar (S)	Varianza (S ²)	Coficiente Variación (CV) %	Error estándar (EE)
10	0,745	0,2727	0,0744	0,0065	0,1113
20	1,039	0,4629	0,2143	0,0111	0,1889
30	1,491	0,5683	0,3230	0,0136	0,2320
35	1,112	0,4392	0,1929	0,0105	0,1793
40	0,888	0,3356	0,1126	0,0080	0,1370
45	3,406	1,2758	1,6277	0,0305	0,5209
50	2,877	1,3368	1,7871	0,0320	0,5458
60	3,407	1,3752	1,8913	0,0329	0,5614
70	4,412	1,4752	2,1762	0,0352	0,6022
80	2,430	0,9646	0,9304	0,0230	0,3938

Fuente: Esta investigación

C.5 VALORES EXPERIMENTALES DE CALOR ESPECÍFICO DEL JUGO DE FIQUE VARIEDAD NEGRA COMÚN OBTENIDOS POR EL MÉTODO DE LAS MEZCLAS

Temperatura (°C)	Calor específico C_p (J/Kg°C)	Temperatura (°C)	Calor específico C_p (J/Kg°C)
10	4090,0946	45	4123,3992
	4092,1031		4122,7858
	4091,4116		4120,8464
	4091,1730		4121,8157
	4090,8427		4122,4373
	4091,2272		4122,3553
20	4095,4180	50	4130,2376
	4095,4590		4128,6007
	4094,5896		4129,0996
	4094,4586		4128,4631
	4095,3588		4128,4867
	4093,7287		4128,1152
30	4101,0563	60	4139,8325
	4101,0050		4138,7284
	4102,7196		4138,6479
	4103,1255		4138,4757
	4102,5543		4138,7145
	4103,8953		4138,8887
35	4105,5806	70	4149,0169
	4106,1977		4150,5447
	4106,0257		4148,8928
	4106,4657		4147,7716
	4105,7419		4147,7015
	4106,3056		4148,8687
40	4114,9680	80	4155,9681
	4114,4316		4158,2440
	4114,2939		4158,1210
	4114,6843		4157,6008
	4114,8348		4157,9111
	4114,0145		4157,9368

Fuente: Esta investigación

C.6 VALORES EXPERIMENTALES DE CALOR ESPECÍFICO DEL JUGO DE FIQUE VARIEDAD UÑA DE ÁGUILA OBTENIDOS POR EL MÉTODO DE LAS MEZCLAS

Temperatura (°C)	Calor específico C_p (J/Kg°C)	Temperatura (°C)	Calor específico C_p (J/Kg°C)
10	4079,0643	45	4112,4913
	4079,5572		4111,9082
	4078,2561		4111,3438
	4078,9065		4111,7551
	4079,7780		4111,1806
	4079,0179		4111,6290
20	4086,1868	50	4118,3521
	4084,8165		4118,7756
	4084,7938		4118,5471
	4084,1146		4118,5524
	4084,1697		4118,5940
	4085,3176		4118,5701
30	4093,0184	60	4128,6578
	4094,4886		4127,7826
	4093,7442		4129,8209
	4093,7160		4129,9206
	4092,8307		4126,8519
	4091,1768		4128,8274
35	4097,0310	70	4140,6360
	4096,3649		4141,1166
	4096,7870		4140,6453
	4097,9454		4138,3475
	4096,4971		4140,6674
	4097,4091		4138,9979
40	4102,1624	80	4149,6397
	4101,8443		4149,6661
	4101,8053		4149,0071
	4101,8528		4151,5435
	4101,7954		4148,4168
	4101,9963		4148,5415

Fuente: Esta investigación

C.7 MEDIDAS DE DISPERSIÓN DE LOS VALORES EXPERIMENTALES DE CALOR ESPECÍFICO DEL JUGO DE FIQUE DE LAS VARIEDADES NEGRA COMÚN Y UÑA DE ÁGUILA OBTENIDOS POR EL MÉTODO DE LAS MEZCLAS.

Temperatura (°C)	Variedad	Rango (R)	Desviación estándar (S)	Varianza (S²)	Coefficiente Variación (CV) %	Error estándar (EE)
10	Negra Común	2,0085	0,6620	0,4382	0,0162	0,2703
	Uña de Águila	1,5219	0,5341	0,2853	0,0131	0,2180
20	Negra Común	1,7303	0,6971	0,4859	0,0170	0,2846
	Uña de Águila	2,0722	0,7744	0,5997	0,0190	0,3162
30	Negra Común	2,8903	1,1523	1,3279	0,0281	0,4704
	Uña de Águila	3,3118	1,1382	1,2954	0,0279	0,4647
35	Negra Común	0,8851	0,3393	0,1152	0,0083	0,1385
	Uña de Águila	1,5805	0,5939	0,3527	0,0145	0,2425
40	Negra Común	0,9535	0,3576	0,1279	0,0087	0,1460
	Uña de Águila	0,3670	0,1434	0,0206	0,0035	0,0585
45	Negra Común	2,5528	0,8729	0,7619	0,0212	0,3563
	Uña de Águila	1,3107	0,4631	0,2145	0,0113	0,1891
50	Negra Común	2,1224	0,7576	0,5740	0,0183	0,3093
	Uña de Águila	0,4235	0,1349	0,0182	0,0033	0,0551
60	Negra Común	1,3568	0,4848	0,2350	0,0117	0,1979
	Uña de Águila	3,0687	1,1834	1,4005	0,0287	0,4831
70	Negra Común	2,8432	1,0362	1,0737	0,0250	0,4230
	Uña de Águila	2,7691	1,1153	1,2440	0,0270	0,4553
80	Negra Común	2,2759	0,8431	0,7108	0,0203	0,3442
	Uña de Águila	3,1267	1,1448	1,3105	0,0277	0,4673

Fuente: Esta investigación

C.8 VALORES EXPERIMENTALES DE CALOR Q OBTENIDOS MEDIANTE EL CALENTAMIENTO CON MICROONDAS

Tiempo (s)	Calor Q (J)	Tiempo (s)	Calor Q (J)	Tiempo (s)	Calor Q (J)
60	3263,7673	240	12583,1254	420	19338,2251
	3262,8000		12580,9368		19341,2356
	3261,0214		12585,2452		19338,9265
	3259,3360		12581,2254		19343,5255
	3258,9395		12584,0012		19342,2251
	3260,9124		12583,2542		19340,3658
120	6488,2354	300	14472,0656	480	21450,0225
	6482,3154		14470,2354		21447,2354
	6485,2254		14474,5442		21448,3268
	6484,4543		14472,6546		21446,2369
	6486,2564		14474,0035		21450,3652
	6484,8451		14471,9856		21446,5682
180	9615,2454	360	16950,1254	540	23645,4582
	9615,4852		16953,1254		23642,4227
	9614,5462		16955,3325		23640,0543
	9616,1254		16953,2254		23642,6581
	9618,3039		16950,9567		23640,2527
	9615,4225		16952,3652		23641,2541

Fuente: Esta investigación

C.9 MEDIDAS DE DISPERSIÓN DE LOS VALORES EXPERIMENTALES DE CALOR Q OBTENIDOS MEDIANTE EL CALENTAMIENTO CON MICROONDAS

Tiempo (s)	Rango (Ra)	Desviación estándar (S)	Varianza (S^2)	Coefficiente Variación (CV) %	Error estándar (EE)
60	4,8277	1,8878	3,5640	0,0579	0,7707
120	5,9200	1,9662	3,8660	0,0303	0,8027
180	3,7577	1,3022	1,6957	0,0135	0,5316
240	4,3083	1,6445	2,7044	0,0131	0,6714
300	4,3088	1,5495	2,4010	0,0107	0,6326
360	5,2071	1,8426	3,3953	0,0109	0,7522
420	5,3004	1,9981	3,9926	0,0103	0,8157
480	4,1283	1,7572	3,0879	0,0082	0,7174
540	5,4039	1,9982	3,9930	0,0085	0,8158

Fuente: Esta investigación

C.10 VALORES EXPERIMENTALES DE CALOR ESPECÍFICO DE LA VARIEDAD NEGRA COMÚN OBTENIDOS MEDIANTE EL CALENTAMIENTO CON MICROONDAS

Tiempo (s)	Calor específico C_p (J/Kg°C)	Tiempo (s)	Calor específico C_p (J/Kg°C)	Tiempo (s)	Calor específico C_p (J/Kg°C)
60	3983,3891	240	4021,6817	420	4048,2575
	3989,6011		4023,9595		4048,3117
	3982,2928		4022,1069		4050,6605
	3986,5151		4020,6790		4048,3728
	3986,6385		4022,4987		4050,1129
	3983,0456		4025,7954		4049,5539
120	3992,6227	300	4026,4693	480	4059,5439
	3990,2711		4027,8729		4058,8632
	3993,1061		4030,0658		4061,3559
	3990,2705		4028,4910		4059,6456
	3992,7259		4030,1866		4058,1747
	3996,9447		4027,2150		4058,2701
180	4008,0694	360	4036,5176	540	4064,0526
	4012,8454		4037,8426		4063,5094
	4009,7715		4041,0198		4067,0696
	4007,1217		4038,2805		4065,3479
	4011,6846		4040,0333		4064,5658
	4012,6279		4038,7123		4062,9465

Fuente: Esta investigación

C.11 VALORES EXPERIMENTALES DE CALOR ESPECÍFICO DE LA VARIEDAD UÑA DE ÁGUILA OBTENIDOS MEDIANTE EL CALENTAMIENTO CON MICROONDAS

Tiempo (s)	Calor específico C_p (J/Kg°C)	Tiempo (s)	Calor específico C_p (J/Kg°C)	Tiempo (s)	Calor específico C_p (J/Kg°C)
60	3922,6758	240	3980,8825	420	4012,9328
	3917,3497		3978,6897		4011,2330
	3924,5035		3977,3616		4011,1047
	3918,9117		3976,4292		4011,6441
	3919,4757		3980,4327		4013,0188
	3919,9942		3976,3168		4011,8622
120	3945,7276	300	3985,0078	480	4022,6447
	3948,9989		3986,0326		4021,8713
	3941,6291		3982,5219		4021,1205
	3947,6566		3985,3152		4020,9695
	3949,8472		3985,3582		4023,4727
	3948,5032		3985,8772		4021,7164
180	3967,8972	360	3995,7925	540	4033,8389
	3969,6755		3996,8875		4034,0022
	3963,2906		3993,4749		4032,7362
	3966,2798		3997,2340		4031,5111
	3968,3065		3995,8181		4035,0958
	3964,2485		3997,5574		4032,3339

Fuente: Esta investigación

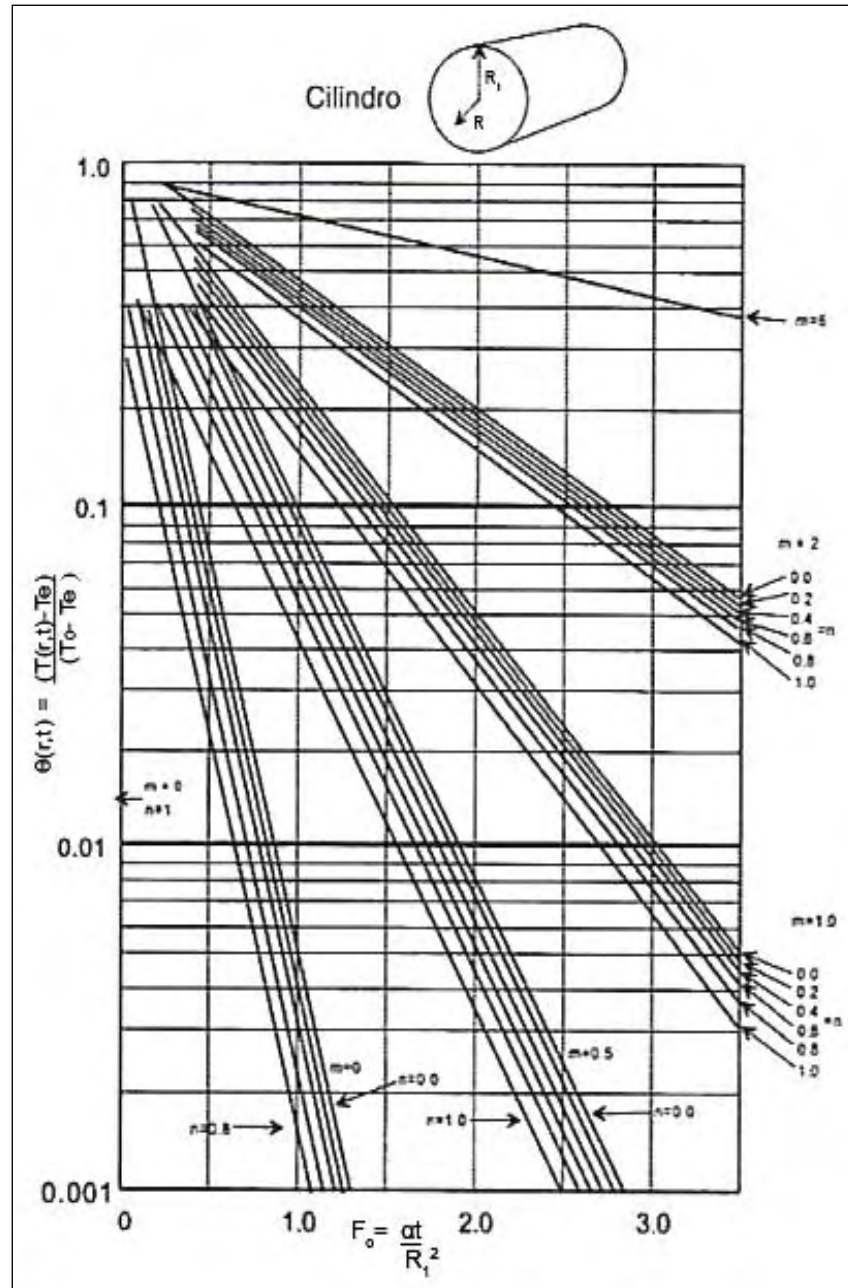
C.12 MEDIDAS DE DISPERSIÓN DE LOS VALORES EXPERIMENTALES DE CALOR ESPECÍFICO DEL JUGO DE FIQUE DE LAS VARIETADES NEGRA COMÚN Y UÑA DE ÁGUILA OBTENIDOS MEDIANTE CALENTAMIENTO CON MICROONDAS

Tiempo (s)	Variedad	Rango (R)	Desviación estándar (S)	Varianza (S ²)	Coficiente Variación (CV) %	Error estándar (EE)
60	Negra Común	7,3083	2,8117	7,9056	0,0706	1,1479
	Uña de Águila	7,1538	2,6273	6,9026	0,0670	1,0726
120	Negra Común	6,6743	2,4487	5,9961	0,0613	0,9997
	Uña de Águila	8,2180	3,0078	9,0471	0,0762	1,2279
180	Negra Común	5,7236	2,4147	5,8308	0,0602	0,9858
	Uña de Águila	6,3849	2,4753	6,1273	0,0624	1,0106
240	Negra Común	5,1163	1,8241	3,3272	0,0453	0,7447
	Uña de Águila	4,5657	1,9833	3,9334	0,0499	0,8097
300	Negra Común	3,7173	1,5089	2,2767	0,0375	0,6160
	Uña de Águila	3,5106	1,2808	1,6404	0,0321	0,5229
360	Negra Común	4,5022	1,6016	2,5653	0,0397	0,6539
	Uña de Águila	4,0825	1,4893	2,2181	0,0373	0,6080
420	Negra Común	2,4029	1,0443	1,0905	0,0258	0,4263
	Uña de Águila	1,9141	0,8291	0,6873	0,0207	0,3385
480	Negra Común	3,1812	1,1767	1,3846	0,0290	0,4804
	Uña de Águila	2,5032	0,9497	0,9020	0,0236	0,3877
540	Negra Común	4,1231	1,4752	2,1762	0,0363	0,6022
	Uña de Águila	3,5847	1,2997	1,6893	0,0322	0,5306

Fuente: Esta investigación

ANEXO D. ABLAS Y GRÁFICAS DE REFERENCIA

D.1 GRÁFICAS DE GURNEY- LURIE APLICADAS A UN CILINDRO



Fuente: (SHARMA y otros, 2003)

D.2 VALORES CRÍTICOS DE F PARA UN CONTRASTE DE DOS COLAS (P=0,05)

v_2	v_1												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20
1	647.8	799.5	864.2	899.6	921.8	937.1	948.2	956.7	963.3	968.6	976.7	984.9	993.1
2	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40	39.41	39.43	39.45
3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42	14.34	14.25	14.17
4	12.22	10.65	9.979	9.605	9.364	9.197	9.074	8.980	8.905	8.844	8.751	8.657	8.560
5	10.01	8.434	7.764	7.388	7.146	6.978	6.853	6.757	6.681	6.619	6.525	6.428	6.329
6	8.813	7.260	6.599	6.227	5.988	5.820	5.695	5.600	5.523	5.461	5.366	5.269	5.168
7	8.073	6.542	5.890	5.523	5.285	5.119	4.995	4.899	4.823	4.761	4.666	4.568	4.467
8	7.571	6.059	5.416	5.053	4.817	4.652	4.529	4.433	4.357	4.295	4.200	4.101	3.999
9	7.209	5.715	5.078	4.718	4.484	4.320	4.197	4.102	4.026	3.964	3.868	3.769	3.667
10	6.937	5.456	4.826	4.468	4.236	4.072	3.950	3.855	3.779	3.717	3.621	3.522	3.419
11	6.724	5.256	4.630	4.275	4.044	3.881	3.759	3.664	3.588	3.526	3.430	3.330	3.226
12	6.554	5.096	4.474	4.121	3.891	3.728	3.607	3.512	3.436	3.374	3.277	3.177	3.073
13	6.414	4.965	4.347	3.996	3.767	3.604	3.483	3.388	3.312	3.250	3.153	3.053	2.948
14	6.298	4.857	4.242	3.892	3.663	3.501	3.380	3.285	3.209	3.147	3.050	2.949	2.844
15	6.200	4.765	4.153	3.804	3.576	3.415	3.293	3.199	3.123	3.060	2.963	2.862	2.756
16	6.115	4.687	4.077	3.729	3.502	3.341	3.219	3.125	3.049	2.986	2.889	2.788	2.681
17	6.042	4.619	4.011	3.665	3.438	3.277	3.156	3.061	2.985	2.922	2.825	2.723	2.616
18	5.978	4.560	3.954	3.608	3.382	3.221	3.100	3.005	2.929	2.866	2.769	2.667	2.559
19	5.922	4.508	3.903	3.559	3.333	3.172	3.051	2.956	2.880	2.817	2.720	2.617	2.509
20	5.871	4.461	3.859	3.515	3.289	3.128	3.007	2.913	2.837	2.774	2.676	2.573	2.464

v_1 = número de grados de libertad del numerador y v_2 = número de grados de libertad del denominador.

Fuente: (MILLER y otros, 2002)

D.3 TABLA DE DISTRIBUCIÓN t

Valor de t para un intervalo de confianza de Valor crítico de $ t $ para valores de P de número de grados de libertad	90%	95%	98%	99%
	0.10	0.05	0.02	0.01
1	6.31	12.71	31.82	63.66
2	2.92	4.30	6.96	9.92
3	2.35	3.18	4.54	5.84
4	2.13	2.78	3.75	4.60
5	2.02	2.57	3.36	4.03
6	1.94	2.45	3.14	3.71
7	1.89	2.36	3.00	3.50
8	1.86	2.31	2.90	3.36
9	1.83	2.26	2.82	3.25
10	1.81	2.23	2.76	3.17
12	1.78	2.18	2.68	3.05
14	1.76	2.14	2.62	2.98
16	1.75	2.12	2.58	2.92
18	1.73	2.10	2.55	2.88
20	1.72	2.09	2.53	2.85
30	1.70	2.04	2.46	2.75
50	1.68	2.01	2.40	2.68
∞	1.64	1.96	2.33	2.58

Los valores críticos de $|t|$ son adecuados para un contraste de *dos* colas. Para un contraste de *una* cola el valor se toma de la columna para *dos veces* el valor de P deseado, es decir, para un contraste de una cola, $P = 0.05$, 5 grados de libertad, el valor crítico se lee de la columna $P = 0.10$ y es igual a 2.02.

Fuente: (MILLER y otros, 2002).

D.4 COEFICIENTES QUE SE USAN EN LA APROXIMACIÓN DE UN TÉRMINO PARA LA SOLUCIONES DE SERIE DE LA CONDUCCIÓN TRANSITORIA UNIDIMENSIONAL

Bi^*	Pared plana		Cilindro infinito		Esfera	
	ζ_1 (rad)	C_1	ζ_1 (rad)	C_1	ζ_1 (rad)	C_1
0.01	0.0998	1.0017	0.1412	1.0025	0.1730	1.0030
0.02	0.1410	1.0033	0.1995	1.0050	0.2445	1.0060
0.03	0.1732	1.0049	0.2439	1.0075	0.2989	1.0090
0.04	0.1987	1.0066	0.2814	1.0099	0.3450	1.0120
0.05	0.2217	1.0082	0.3142	1.0124	0.3852	1.0149
0.06	0.2425	1.0098	0.3438	1.0148	0.4217	1.0179
0.07	0.2615	1.0114	0.3708	1.0173	0.4550	1.0209
0.08	0.2791	1.0130	0.3960	1.0197	0.4860	1.0239
0.09	0.2956	1.0145	0.4195	1.0222	0.5150	1.0268
0.10	0.3111	1.0160	0.4417	1.0246	0.5423	1.0298
0.15	0.3779	1.0237	0.5376	1.0365	0.6608	1.0445
0.20	0.4328	1.0311	0.6170	1.0483	0.7593	1.0592
0.25	0.4801	1.0382	0.6856	1.0598	0.8448	1.0737
0.30	0.5218	1.0450	0.7465	1.0712	0.9208	1.0880
0.4	0.5932	1.0580	0.8516	1.0932	1.0528	1.0164
0.5	0.6533	1.0701	0.9408	1.1143	1.1656	1.1441
0.6	0.7051	1.0814	1.0185	1.1346	1.2644	1.1713
0.7	0.7506	1.0919	1.0873	1.1539	1.3225	1.1978
0.8	0.7910	1.1016	1.1490	1.1725	1.4320	1.2236
0.9	0.8274	1.1107	1.2048	1.1902	1.5044	1.2488
1.0	0.8603	1.1191	1.2558	1.2071	1.5708	1.2732
2.0	1.0769	1.1795	1.5995	1.3384	2.0288	1.4793
3.0	1.1925	1.2102	1.7887	1.4191	2.2889	1.6227
4.0	1.2646	1.2287	1.9081	1.4698	2.4556	1.7201
5.0	1.3138	1.2402	1.9898	1.5029	2.5704	1.7870
6.0	1.3496	1.2479	2.0490	1.5253	2.6537	1.8338
7.0	1.3766	1.2532	2.0937	1.5411	2.7165	1.8674
8.0	1.3978	1.2570	2.1286	1.5526	2.7654	1.8921
9.0	1.4149	1.2598	2.1566	1.5611	2.8044	1.9106
10.0	1.4289	1.2620	2.1795	1.5677	2.8363	1.9249
20.0	1.4961	1.2699	2.2881	1.5919	2.9857	1.9781
30.0	1.5202	1.2717	2.3261	1.5973	3.0372	1.9898
40.0	1.5325	1.2723	2.3455	1.5993	3.0632	1.9942
50.0	1.5400	1.2727	2.3572	1.6002	3.0788	1.9962
100.0	1.5552	1.2731	2.3809	1.6015	3.1102	1.9990
∞	1.5707	1.2733	2.4050	1.6018	3.1415	2.000

* $Bi = hL_c/k$ para la pared plana y $h r_c/k$ para el cilindro infinito y la esfera. Véase la figura 3.6.

Fuente: (INCROPERA y otros, 1999).

D.5 PROPIEDADES DEL AGUA A PRESIÓN DE SATURACIÓN

Temperature		Density ρ (kg/m ³)	Coefficient of volumetric thermal expansion β ($\times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$)	Specific heat c_p (kJ/ [kg $^{\circ}$ C])	Thermal conductivity k (W/(m $^{\circ}$ C))	Thermal diffusivity α ($\times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$)	Absolute viscosity μ ($\times 10^{-6} \text{ Pa s}$)	Kinematic viscosity ν ($\times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$)	Prandtl number N_{Pr}
T ($^{\circ}$ C)	T (K)								
0	273.15	999.9	-0.7	4.226	0.558	0.131	1793.636	1.789	13.7
5	278.15	1000.0	-	4.206	0.568	0.135	1534.741	1.535	11.4
10	283.15	999.7	0.95	4.195	0.577	0.137	1296.439	1.300	9.5
15	288.15	999.1	-	4.187	0.587	0.141	1135.610	1.146	8.1
20	293.15	998.2	2.1	4.182	0.597	0.143	993.414	1.006	7.0
25	298.15	997.1	-	4.178	0.606	0.146	880.637	0.884	6.1
30	303.15	995.7	3.0	4.176	0.615	0.149	792.377	0.805	5.4
35	308.15	994.1	-	4.175	0.624	0.150	719.808	0.725	4.8
40	313.15	992.2	3.9	4.175	0.633	0.151	658.026	0.658	4.3
45	318.15	990.2	-	4.176	0.640	0.155	605.070	0.611	3.9
50	323.15	988.1	4.6	4.178	0.647	0.157	555.056	0.556	3.55
55	328.15	985.7	-	4.179	0.652	0.158	509.946	0.517	3.27
60	333.15	983.2	5.3	4.181	0.658	0.159	471.650	0.478	3.00
65	338.15	980.6	-	4.184	0.663	0.161	435.415	0.444	2.76
70	343.15	977.8	5.8	4.187	0.668	0.163	404.034	0.415	2.55
75	348.15	974.9	-	4.190	0.671	0.161	376.575	0.366	2.23
80	353.15	971.8	6.3	4.194	0.673	0.165	352.059	0.364	2.25
85	358.15	968.7	-	4.198	0.676	0.166	328.523	0.339	2.04
90	363.15	965.3	7.0	4.202	0.678	0.167	308.909	0.326	1.95
95	368.15	961.9	-	4.206	0.680	0.168	292.238	0.310	1.84
100	373.15	958.4	7.5	4.211	0.682	0.169	277.528	0.294	1.75
110	383.15	951.0	8.0	4.224	0.684	0.170	254.973	0.268	1.57
120	393.15	943.5	8.5	4.232	0.684	0.171	235.360	0.244	1.43
130	403.15	934.8	9.1	4.250	0.685	0.172	211.824	0.226	1.32
140	413.15	926.3	9.7	4.257	0.686	0.172	201.036	0.212	1.23
150	423.15	916.9	10.3	4.270	0.684	0.173	185.346	0.201	1.17
160	433.15	907.6	10.8	4.285	0.680	0.173	171.616	0.191	1.10
170	443.15	897.3	11.5	4.396	0.679	0.172	162.290	0.181	1.05

Fuente: (SINGH y otros, 2009).

D.6 PROPIEDADES DEL AGUA SATURADA

Temp., T °C	Presión de saturación, P _{sat} , kPa	Densidad, ρ kg/m ³		Entalpía de vaporización, h _{fg} , kJ/kg	Calor específico, c _p , J/kg · K		Conductividad térmica, k W/m · K		Viscosidad dinámica, μ kg/m · s		Número de Prandtl, Pr		Coefficiente de expansión volumétrica, β 1/K
		Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	
0.01	0.6113	999.8	0.0048	2 501	4 217	1 854	0.561	0.0171	1.792 × 10 ⁻³	0.922 × 10 ⁻⁵	13.5	1.00	-0.068 × 10 ⁻³
5	0.8721	999.9	0.0068	2 490	4 205	1 857	0.571	0.0173	1.519 × 10 ⁻³	0.934 × 10 ⁻⁵	11.2	1.00	0.015 × 10 ⁻³
10	1.2276	999.7	0.0094	2 478	4 194	1 862	0.580	0.0176	1.307 × 10 ⁻³	0.946 × 10 ⁻⁵	9.45	1.00	0.733 × 10 ⁻³
15	1.7051	999.1	0.0128	2 466	4 186	1 863	0.589	0.0179	1.138 × 10 ⁻³	0.959 × 10 ⁻⁵	8.09	1.00	0.138 × 10 ⁻³
20	2.339	998.0	0.0173	2 454	4 182	1 867	0.598	0.0182	1.002 × 10 ⁻³	0.973 × 10 ⁻⁵	7.01	1.00	0.195 × 10 ⁻³
25	3.169	997.0	0.0231	2 442	4 180	1 870	0.607	0.0186	0.891 × 10 ⁻³	0.987 × 10 ⁻⁵	6.14	1.00	0.247 × 10 ⁻³
30	4.246	996.0	0.0304	2 431	4 178	1 875	0.615	0.0189	0.798 × 10 ⁻³	1.001 × 10 ⁻⁵	5.42	1.00	0.294 × 10 ⁻³
35	5.628	994.0	0.0397	2 419	4 178	1 880	0.623	0.0192	0.720 × 10 ⁻³	1.016 × 10 ⁻⁵	4.83	1.00	0.337 × 10 ⁻³
40	7.384	992.1	0.0512	2 407	4 179	1 885	0.631	0.0196	0.653 × 10 ⁻³	1.031 × 10 ⁻⁵	4.32	1.00	0.377 × 10 ⁻³
45	9.593	990.1	0.0655	2 395	4 180	1 892	0.637	0.0200	0.596 × 10 ⁻³	1.046 × 10 ⁻⁵	3.91	1.00	0.415 × 10 ⁻³
50	12.35	988.1	0.0831	2 383	4 181	1 900	0.644	0.0204	0.547 × 10 ⁻³	1.062 × 10 ⁻⁵	3.55	1.00	0.451 × 10 ⁻³
55	15.76	985.2	0.1045	2 371	4 183	1 908	0.649	0.0208	0.504 × 10 ⁻³	1.077 × 10 ⁻⁵	3.25	1.00	0.484 × 10 ⁻³
60	19.94	983.3	0.1304	2 359	4 185	1 916	0.654	0.0212	0.467 × 10 ⁻³	1.093 × 10 ⁻⁵	2.99	1.00	0.517 × 10 ⁻³
65	25.03	980.4	0.1614	2 346	4 187	1 926	0.659	0.0216	0.433 × 10 ⁻³	1.110 × 10 ⁻⁵	2.75	1.00	0.548 × 10 ⁻³
70	31.19	977.5	0.1983	2 334	4 190	1 936	0.663	0.0221	0.404 × 10 ⁻³	1.126 × 10 ⁻⁵	2.55	1.00	0.578 × 10 ⁻³
75	38.58	974.7	0.2421	2 321	4 193	1 948	0.667	0.0225	0.378 × 10 ⁻³	1.142 × 10 ⁻⁵	2.38	1.00	0.607 × 10 ⁻³
80	47.39	971.8	0.2935	2 309	4 197	1 962	0.670	0.0230	0.355 × 10 ⁻³	1.159 × 10 ⁻⁵	2.22	1.00	0.653 × 10 ⁻³
85	57.83	968.1	0.3536	2 296	4 201	1 977	0.673	0.0235	0.333 × 10 ⁻³	1.176 × 10 ⁻⁵	2.08	1.00	0.670 × 10 ⁻³
90	70.14	965.3	0.4235	2 283	4 206	1 993	0.675	0.0240	0.315 × 10 ⁻³	1.193 × 10 ⁻⁵	1.96	1.00	0.702 × 10 ⁻³
95	84.55	961.5	0.5045	2 270	4 212	2 010	0.677	0.0246	0.297 × 10 ⁻³	1.210 × 10 ⁻⁵	1.85	1.00	0.716 × 10 ⁻³
100	101.33	957.9	0.5978	2 257	4 217	2 029	0.679	0.0251	0.282 × 10 ⁻³	1.227 × 10 ⁻⁵	1.75	1.00	0.750 × 10 ⁻³
110	143.27	950.6	0.8263	2 230	4 229	2 071	0.682	0.0262	0.255 × 10 ⁻³	1.261 × 10 ⁻⁵	1.58	1.00	0.798 × 10 ⁻³
120	198.53	943.4	1.121	2 203	4 244	2 120	0.683	0.0275	0.232 × 10 ⁻³	1.296 × 10 ⁻⁵	1.44	1.00	0.858 × 10 ⁻³
130	270.1	934.6	1.496	2 174	4 263	2 177	0.684	0.0288	0.213 × 10 ⁻³	1.330 × 10 ⁻⁵	1.33	1.01	0.913 × 10 ⁻³
140	361.3	921.7	1.965	2 145	4 286	2 244	0.683	0.0301	0.197 × 10 ⁻³	1.365 × 10 ⁻⁵	1.24	1.02	0.970 × 10 ⁻³
150	475.8	916.6	2.546	2 114	4 311	2 314	0.682	0.0316	0.183 × 10 ⁻³	1.399 × 10 ⁻⁵	1.16	1.02	1.025 × 10 ⁻³
160	617.8	907.4	3.256	2 083	4 340	2 420	0.680	0.0331	0.170 × 10 ⁻³	1.434 × 10 ⁻⁵	1.09	1.05	1.145 × 10 ⁻³
170	791.7	897.7	4.119	2 050	4 370	2 490	0.677	0.0347	0.160 × 10 ⁻³	1.468 × 10 ⁻⁵	1.03	1.05	1.178 × 10 ⁻³
180	1 002.1	887.3	5.153	2 015	4 410	2 590	0.673	0.0364	0.150 × 10 ⁻³	1.502 × 10 ⁻⁵	0.983	1.07	1.210 × 10 ⁻³
190	1 254.4	876.4	6.388	1 979	4 460	2 710	0.669	0.0382	0.142 × 10 ⁻³	1.537 × 10 ⁻⁵	0.947	1.09	1.280 × 10 ⁻³
200	1 553.8	864.3	7.852	1 941	4 500	2 840	0.663	0.0401	0.134 × 10 ⁻³	1.571 × 10 ⁻⁵	0.910	1.11	1.350 × 10 ⁻³
220	2 318	840.3	11.60	1 859	4 610	3 110	0.650	0.0442	0.122 × 10 ⁻³	1.641 × 10 ⁻⁵	0.865	1.15	1.520 × 10 ⁻³
240	3 344	813.7	16.73	1 767	4 760	3 520	0.632	0.0487	0.111 × 10 ⁻³	1.712 × 10 ⁻⁵	0.836	1.24	1.720 × 10 ⁻³
260	4 688	783.7	23.69	1 663	4 970	4 070	0.609	0.0540	0.102 × 10 ⁻³	1.788 × 10 ⁻⁵	0.832	1.35	2.000 × 10 ⁻³
280	6 412	750.8	33.15	1 544	5 280	4 835	0.581	0.0605	0.094 × 10 ⁻³	1.870 × 10 ⁻⁵	0.854	1.49	2.380 × 10 ⁻³
300	8 581	713.8	46.15	1 405	5 750	5 980	0.548	0.0695	0.086 × 10 ⁻³	1.965 × 10 ⁻⁵	0.902	1.69	2.950 × 10 ⁻³
320	11 274	667.1	64.57	1 239	6 540	7 900	0.509	0.0836	0.078 × 10 ⁻³	2.084 × 10 ⁻⁵	1.00	1.97	—
340	14 586	610.5	92.62	1 028	8 240	11 870	0.469	0.110	0.070 × 10 ⁻³	2.255 × 10 ⁻⁵	1.23	2.43	—
360	18 651	528.3	144.0	720	14 690	25 800	0.427	0.178	0.060 × 10 ⁻³	2.571 × 10 ⁻⁵	2.06	3.73	—
374.14	22 090	317.0	317.0	0	—	—	—	—	0.043 × 10 ⁻³	4.313 × 10 ⁻⁶	—	—	—

Nota 1: La viscosidad cinemática ν y la difusividad térmica α se pueden calcular a partir de sus definiciones, $\nu = \mu/\rho$ y $\alpha = k/\rho c_p = \nu/Pr$. Las temperaturas de 0.01°C, 100°C y 374.14°C son las temperaturas de los puntos triple, de ebullición y crítico del agua, respectivamente. Las propiedades cuya lista se da arriba (excepto la densidad del vapor) se pueden usar a cualquier presión con error despreciable, excepto a temperaturas cercanas al valor del punto crítico.

Nota 2: La unidad kJ/kg · °C, para el calor específico, es equivalente a kJ/kg · K y la unidad W/m · °C, para la conductividad térmica es equivalente a W/m · K.

Fuente: Los datos de la viscosidad y la conductividad térmica se tomaron de J. V. Sengers y J. T. R. Watson, *Journal of Physical and Chemical Reference Data* 15 (1986), págs. 291-1322. Los otros datos se obtuvieron de diversas fuentes o se calcularon.

Fuente: (CENGEL, 2007)

D.7 CALOR ESPECÍFICO DE ALIMENTOS COMUNES

Propiedades de alimentos comunes											
a) Calores específicos y propiedades en el punto de congelación											
Alimento	Contenido de agua, ^a % (masa)	Punto de congelación ^a °C	Calor específico, ^b kJ/kg · K		Calor latente de fusión, ^c kJ/kg	Alimento	Contenido de agua, ^a % (masa)	Punto de congelación ^a °C	Calor específico, ^b kJ/kg · K		Calor latente de fusión, ^c kJ/kg
			Arriba del punto de congelación	Debajo del punto de congelación					Arriba del punto de congelación	Debajo del punto de congelación	
Vegetales						Duraznos					
Alcachofas	84	-1.2	3.65	1.90	281	89	-0.9	3.82	1.96	297	
Espárragos	93	-0.6	3.96	2.01	311	Peras	83	-1.6	3.62	1.89	
Frijoles	89	-0.7	3.82	1.96	297	Piñas	85	-1.0	3.69	1.91	
Brócoli	90	-0.6	3.86	1.97	301	Ciruelas	86	-0.8	3.72	1.92	
Col	92	-0.9	3.92	2.00	307	Membrillos	85	-2.0	3.69	1.91	
Zanahorias	88	-1.4	3.79	1.95	294	Pasas	18	—	—	1.07	
Coliflor	92	-0.8	3.92	2.00	307	Fresas	90	-0.8	3.86	1.97	
Apio	94	-0.5	3.99	2.02	314	Mandarinas	87	-1.1	3.75	1.94	
Maíz tierno	74	-0.6	3.32	1.77	247	Sandías	93	-0.4	3.96	2.01	
Papinos	96	-0.5	4.06	2.05	321	Pescado/mariscos					
Berenjena	93	-0.8	3.96	2.01	311	Bacalao entero	78	-2.2	3.45	1.82	
Rábano	75	-1.8	3.35	1.78	251	Hipoploto entero	75	-2.2	3.35	1.78	
Poro	85	-0.7	3.69	1.91	284	Langosta	79	-2.2	3.49	1.84	
Lechuga	95	-0.2	4.02	2.04	317	Macarela	57	-2.2	2.75	1.56	
Hongos	91	-0.9	3.89	1.99	304	Salmón entero	64	-2.2	2.98	1.65	
Quimbombó	90	-1.8	3.86	1.97	301	Camarón	83	-2.2	3.62	1.89	
Cebollas frescas	89	-0.9	3.82	1.96	297	Carnes					
Cebollas secas	88	-0.8	3.79	1.95	294	Res, canal de	49	-1.7	2.48	1.46	
Perejil	85	-1.1	3.69	1.91	284	Hígado	70	-1.7	3.18	1.72	
Chicharos frescos	74	-0.6	3.32	1.77	247	Bistec	67	—	3.08	1.68	
Pimientos	92	-0.7	3.92	2.00	307	Lomo	56	—	2.72	1.55	
Papas	78	-0.6	3.45	1.82	261	Pollo	74	-2.8	3.32	1.77	
Calabazas	91	-0.8	3.89	1.99	304	Cordero, pierna de	65	—	3.02	1.66	
Espinaca	93	-0.3	3.96	2.01	311	Cerdo, canal de	37	—	2.08	1.31	
Tomate rojo	94	-0.5	3.99	2.02	314	Jamón	56	-1.7	2.72	1.55	
Nabos	92	-1.1	3.92	2.00	307	Salchicha de puerco	38	—	2.11	1.32	
Frutas						Pavo	64	—	2.98	1.65	
Manzanas	84	-1.1	3.65	1.90	281	Otros					
Chabacanos	85	-1.1	3.69	1.91	284	Aimendras	5	—	—	0.89	
Aguaques	65	-0.3	3.02	1.66	217	Mantequilla	16	—	—	1.04	
Plátanos	75	-0.8	3.35	1.78	251	Queso americano	37	-12.9	2.08	1.31	
Moras azules	82	-1.6	3.59	1.87	274	Queso suizo	39	-10.0	2.15	1.33	
Melones	92	-1.2	3.92	2.00	307	Chocolate con leche	1	—	—	0.85	
Cerezas ácidas	84	-1.7	3.65	1.90	281	Huevos enteros	74	-0.6	3.32	1.77	
Cerezas dulces	80	-1.8	3.52	1.85	267	Miel de abeja	17	—	—	1.05	
Higos secos	23	—	—	1.13	77	Mantecado	63	-5.6	2.95	1.63	
Higos frescos	78	-2.4	3.45	1.82	261	Leche entera	88	-0.6	3.79	1.95	
Toronja	89	-1.1	3.82	1.96	297	Cacahuates	6	—	—	0.92	
Uvas	82	-1.1	3.59	1.87	274	Cacahuates tostados	2	—	—	0.87	
Limonas	89	-1.4	3.82	1.96	297	Nueces encarameladas	3	—	—	0.87	
Aceitunas	75	-1.4	3.35	1.78	251	Nueces	4	—	—	0.88	
Naranjas	87	-0.8	3.75	1.94	291						

Fuentes: ^aLos datos sobre los contenidos de agua y los puntos de congelación se tomaron del *Handbook of Fundamentals* de la ASHRAE, versión en el SI (Atlanta, GA: American Society of Heating, Refrigerating, and Air-Conditioning Engineers, Inc., 1993), Cap. 30, tabla 1. Usado con autorización. El punto de congelación es la temperatura a la cual esa congelación se inicia para las frutas y los vegetales, y la temperatura promedio de congelación para los otros alimentos.

^bLos datos del calor específico están basados en los valores del calor específico del agua y el hielo a 0°C y se determinan con base en las fórmulas de Siebel: $c_{p, \text{frutas}} = 3.35 \times (\text{contenido de agua}) + 0.84$, arriba del punto de congelación, y $c_{p, \text{congelado}} = 1.26 \times (\text{contenido de agua}) + 0.84$, debajo del punto de congelación.

^cEl calor latente de fusión se determina al multiplicar el calor de fusión del agua (334 kJ/kg) por el contenido de agua del alimento.

Fuente: (CENGEL, 2007)

D.8 OTRAS PROPIEDADES DE ALIMENTOS COMUNES

Propiedades de alimentos comunes (conclusión)						
b) Otras propiedades						
Alimento	Contenido de agua, % (masa)	Temperatura, T°C	Densidad, ρ kg/m ³	Conductividad térmica, kW/m · °C	Difusividad térmica, α m ² /s	Calor específico, c_p kJ/kg · K
Frutas/Vegetales						
Manzana, jugo de	87	20	1 000	0.559	0.14×10^{-6}	3.86
Manzanas	85	8	840	0.418	0.13×10^{-6}	3.81
Manzanas secas	41.6	23	856	0.219	0.096×10^{-6}	2.72
Chabacanos secos	43.6	23	1 320	0.375	0.11×10^{-6}	2.77
Plátanos frescos	76	27	980	0.481	0.14×10^{-6}	3.59
Brócoli	—	-6	560	0.385	—	—
Moras frescas	92	0-30	1 050	0.545	0.13×10^{-6}	3.99
Higos	40.4	23	1 241	0.310	0.096×10^{-6}	2.69
Toronja, jugo de	89	20	1 000	0.567	0.14×10^{-6}	3.91
Duraznos	89	2-32	960	0.526	0.14×10^{-6}	3.91
Ciruelas	—	-16	610	0.247	—	—
Membrillos	—	—	—	—	—	—
Papas	78	0-70	1 055	0.498	0.13×10^{-6}	3.64
Pasas	32	23	1 380	0.376	0.11×10^{-6}	2.48
Carnes						
Res, bistec de	67	6	950	0.406	0.13×10^{-6}	3.36
Res, carne magra de	74	3	1 090	0.471	0.13×10^{-6}	3.54
Res, carne grasosa de	0	35	810	0.190	—	—
Res, hígado de	72	35	—	0.448	—	3.49
Gatos, alimento para	39.7	23	1 140	0.326	0.11×10^{-6}	2.68
Pollo, pechuga de	75	0	1 050	0.476	0.13×10^{-6}	3.56
Perros, alimento para	30.6	23	1 240	0.319	0.11×10^{-6}	2.45
Bacalao	81	3	1 180	0.534	0.12×10^{-6}	3.71
Salmón	67	3	—	0.531	—	3.36
Jamón	71.8	20	1 030	0.480	0.14×10^{-6}	3.48
Cordero	72	20	1 030	0.456	0.13×10^{-6}	3.49
Puerco, carne magra	72	4	1 030	0.456	0.13×10^{-6}	3.49
Pavo, pechuga de	74	3	1 050	0.496	0.13×10^{-6}	3.54
Ternera	75	20	1 060	0.470	0.13×10^{-6}	3.56
Otros						
Mantequilla	16	4	—	0.197	—	2.08
Chocolate, pastel de	31.9	23	340	0.106	0.12×10^{-6}	2.48
Margarina	16	5	1 000	0.233	0.11×10^{-6}	2.08
Leche descremada	91	20	—	0.566	—	3.96
Leche entera	88	28	—	0.580	—	3.89
Olivo, aceite de	0	32	910	0.168	—	—
Cacahuete, aceite de	0	4	920	0.168	—	—
Agua	100	0	1 000	0.569	0.14×10^{-6}	4.217
	100	30	995	0.618	0.15×10^{-6}	4.178
Pastel blanco	32.3	23	450	0.082	0.10×10^{-6}	2.49

Fuente: Los datos se obtuvieron principalmente del *Handbook of Fundamentals* de la ASHRAE, versión en el SI (Atlanta, GA: American Society of Heating, Refrigerating, and Air-Conditioning Engineers, Inc., 1993), Cap. 30, tablas 7 y 9. Usado con autorización.

La mayor parte de los calores específicos se calculan a partir de $c_p = 1.68 + 2.51 \times (\text{contenido de agua})$, lo cual es una buena aproximación en el rango de temperatura de 3 hasta 32°C. La mayor parte de las difusividades térmicas se calculan a partir de $\alpha = k/\rho c_p$. Los valores patentados dados son válidos para el contenido específico de agua.

Fuente: (CENGEL, 2007).

D.9 TABLA DE PROPIEDADES TÉRMICAS DE FRUTAS, HORTALIZAS FRESCAS Y ZUMOS

Producto	Contenido en agua %	Conductividad térmica W/m K	Densidad aparente kg/m ³	Calor específico medio	Difusividad térmica m ² /s × 10 ⁷
Manzana	84-85	0.415	878	3.77	1.25
Zumo de manzana	87.2	0.554	1051	3.85	1.37
Zumo de manzana concentrado	49.8	0.433	1227	3.01	1.17
Compota de manzana	82.8	-	-	3.73	-
Zumo de arándano	89.5	0.554	1041	3.89	1.37
Zumo de cereza	86.7	0.554	1052	3.85	1.37
Pomelo	84.7	0.537	1062	3.81	1.33
Naranja	87.2	0.415	878	3.77	1.25
Zumo de naranja	89.0	0.554	1043	3.89	1.37
Zumo de frambuesa	88.5	0.554	1046	3.89	1.36
Zumo de fresa	91.7	0.571	1033	3.98	1.39

Adaptado de los datos publicados por Gane (1936), Riedel (1951) y Slavicek *et al.* (1962). Difusividad térmica calculada a partir de los datos citados.

Fuente: (HAYES, 1992)

D.10 VALORES DE DIFUSIVIDAD TÉRMICA DE ALGUNOS PRODUCTOS ALIMENTICIOS

4.3.6 Difusividad térmica de algunos productos alimenticios			
Producto	Contenido en agua %	Temperatura °C	Difusividad térmica $m^2/s \times 10^7$
Frutas y hortalizas			
Manzana entera, Red Delicious	85	0-30	1.37
Compota de manzana	37	5	1.05
Compota de manzana	37	65	1.12
Compota de manzana	80	5	1.22
Compota de manzana	80	65	1.40
Compota de manzana	-	26-129	1.67
Aguacate, porción comestible	-	24, 0	1.24
Aguacate, semillas	-	24, 0	1.29
Aguacate, entero	-	41, 0	1.54
Plátano, porción comestible	76	5	1.18
Plátano, porción comestible	76	65	1.42
Judías horneadas	-	4-122	1.68
Cerezas, porción comestible	-	30, 0	1.32
Patas cocidas, puré	78	5	1.23
Fresas, porción comestible	92	5	1.27
Carne y productos de la pesca			
Bacalao	81	5	1.22
Bacalao	81	65	1.42
Corned beef	65	5	1.32
Corned beef	65	65	1.18
Vaca, aguja	66	40-65	1.23
Vaca, pierna	71	40-65	1.33
Vaca, lengua	68	40-65	1.47
Eglefino	76	40-65	1.47
Jamón ahumado	64	5	1.18
Jamón ahumado	64	40-65	1.38
Agua	-	30	1.48
Agua	-	65	1.60

Adaptado de Ashrae (1981) y Gaffney *et al.* (1980).

Fuente: (HAYES, 1992)

ANEXO E. CONCEPTOS GENERALES PARA SOLUCIONAR LA ECUACIÓN 1D FOURIER

E.1 SERIE DE TAYLOR

Una función que tiene las derivadas de todos los órdenes en la vecindad del punto $x = a$ se expresa como una SERIE DE TAYLOR.

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + \frac{f''(a)(x - a)^2}{2!} + \frac{f'''(a)(x - a)^3}{3!} + \dots$$

Ejemplo: Desarrollar en serie de Taylor la función $f(x) = \text{sen}x, a = 0$

$$\begin{aligned}f(x) &= \text{sen} \Rightarrow f(0) = \text{sen}0 = 0 \\f'(x) &= \text{cos}x \Rightarrow f'(0) = \text{cos}0 = 1 \\f''(x) &= -\text{sen}x \Rightarrow f''(0) = -\text{sen}0 = 0 \\f'''(x) &= -\text{cos}x \Rightarrow f'''(0) = -\text{cos}0 = -1 \\f^{iv}(x) &= \text{sen}x \Rightarrow f^{iv}(0) = \text{sen}0 = 0 \\f^v(x) &= \text{cos}x \Rightarrow f^v(0) = \text{cos}0 = 1 \\f^{vi}(x) &= -\text{sen}x \Rightarrow f^{vi}(0) = -\text{sen}0 = 0 \\f^{vii}(x) &= -\text{cos}x \Rightarrow f^{vii}(0) = -\text{cos}0 = -1\end{aligned}$$

Se reemplazan estos valores en la fórmula y se obtiene:

$$\text{sen}x = x \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \dots$$

Por otro lado se sabe que las ecuaciones diferenciales se presentan por grupos como ecuaciones diferenciales ordinarias, ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, ecuaciones lineales, etc., y cada uno de ellas se resuelve de manera particular.

En método para resolver la ecuación diferencial $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ * es por series. Se desarrolla $p(x), q(x)$ en serie de potencias y se plantea la solución de la ecuación diferencial de la misma forma.

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n, q(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$$

$$y = f(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$$

$$y' = c_1 + 2c_2x + 3c_3x^2 + 4c_4x^3 + 5c_5x^4 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} nc_n x^{n-1}$$

$$y'' = 2c_2 + 2(3)c_3x + 3(4)c_4x^2 + 4(5)c_5x^3 + 5(6)c_6x^4 \dots = \sum_{n=0}^{\infty} nc_n x^{n-1}$$

Se reemplazan estas expresiones en *, se realizan operaciones y luego se determinan las constantes a_0, a_1, a_2, \dots igualando a cero los coeficientes de las distintas potencias de x .

Ejemplo: Resolver la ecuación diferencial $y'' + y = 0$ usando series.

Solución: se reemplaza en la ecuación y'' , y en forma de serie y se obtiene:

$$(2c_2 + 2(3)c_3x + 3(4)c_4x^2 + 4(5)c_5x^3 + 5(6)c_6x^4 + \dots) + (c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4 + \dots) = 0$$

Asociando términos semejantes se obtiene:

$$(2c_2 + c_0) + (2(3)c_3 + c_1)x + (3(4)c_4 + c_2)x^2 + (4(5)c_5 + c_3)x^3 + (5(6)c_6 + c_4)x^4 + \dots) = 0$$

Igualando a cero los coeficientes de las distintas potencias y despejando c_2, c_3, \dots se obtiene:

$$2c_2 + c_0 = 0 \Rightarrow c_2 = -\frac{c_0}{2!}$$

$$2(3)c_3 + c_1 = 0 \Rightarrow c_3 = -\frac{c_1}{3!}$$

$$3(4)c_4 + c_2 = 0 \Rightarrow c_4 = -\frac{c_2}{2(4)} = -\frac{-\frac{c_0}{2!}}{3(4)} = \frac{c_0}{4!}$$

$$4(5)c_5 + c_3 = 0 \Rightarrow c_5 = -\frac{c_3}{4(5)} = -\frac{-\frac{c_1}{3!}}{4(5)} = \frac{c_1}{5!}$$

$$5(6)c_6 + c_4 = 0 \Rightarrow c_6 = -\frac{c_4}{5(6)} = -\frac{\frac{c_0}{4!}}{5(6)} = -\frac{c_0}{6!}$$

....

Por tanto la solución queda;

$$y = f(x) = c_0 + c_1x - \frac{c_0}{2!}x^2 - \frac{c_1}{3!}x^3 + \frac{c_0}{4!}x^4 + \frac{c_1}{5!}x^5 - \frac{c_0}{6!}x^6 - \dots$$

Asociando se tiene:

$$y = f(x) = \left(c_0 - \frac{c_0}{2!}x^2 + \frac{c_0}{4!}x^4 - \frac{c_0}{6!}x^6 + \dots \right) + \left(c_1x - \frac{c_1}{3!}x^3 + \frac{c_1}{5!}x^5 - \dots \right)$$

Finalmente se obtiene:

$$y = f(x) = \left(1 - \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{4!}x^4 - \dots \right) c_0 + \left(x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 - \dots \right) c_1$$

E2. SOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES DE ORDEN 2 CON COEFICIENTES VARIABLES

$$p(x)y'' + q(x)y' + r(x)y = 0$$

- Método de Frobenius

Si $x = x_0$ es una raíz de $p(x)$ de orden s , de orden $s - 1$ o superior de $q(x)$ si $(s > 1)$ y raíz de orden no inferior a $s - 2$ de $r(x)$ si $(s > 2)$ entonces existe por lo menos una solución no trivial en la forma:

$$y = x^k \sum_{m=0}^{\infty} a_m (x - x_0)^m = \sum_{m=0}^{\infty} a_m (x - x_0)^{m+k}$$

- Ecuación de Bessel de orden n

$$x^2y'' + xy' + (x^2 - n^2)y = 0$$

$x^2 = 0$ tiene la raíz $x = 0$ de orden 2

La solución se la plantea de la forma:

$$y = x^k \sum_{m=0}^{\infty} a_m x^m = \sum_{m=0}^{\infty} a_m x^{m+k} = 0$$

$$y' = \sum_{m=0}^{\infty} (m+k) a_m x^{m+k-1}$$

$$y'' = \sum_{m=0}^{\infty} (m+k-1)(m+k)a_m x^{m+k-2}$$

Remplazando en la ecuación de Bessel se tiene:

$$x^2 \sum_{m=0}^{\infty} (m+k-1)(m+k)a_m x^{m+k-2} + \sum_{m=0}^{\infty} (m+k)a_m x^{m+k-1} + (x^2 - n^2) \sum_{m=0}^{\infty} a_m x^{m+k} = 0$$

Realizando operaciones se obtiene:

$$\sum_{m=0}^{\infty} (m+k-1)(m+k)a_m x^{m+k} + \sum_{m=0}^{\infty} (m+k)a_m x^{m+k} - n^2 \sum_{m=0}^{\infty} a_m x^{m+k} + x^2 \sum_{m=0}^{\infty} a_m x^{m+k} = 0$$

Las tres primeras expresiones se escriben como una sumatoria.

$$\sum_{m=0}^{\infty} [(m+k-1)(m+k) + (m+k) - n^2] a_m x^{m+k} + \sum_{m=0}^{\infty} a_m x^{m+k+2} = 0$$

Y simplificando obtenemos:

$$\sum_{m=0}^{\infty} [(m+k)^2 - n^2] a_m x^{m+k} + \sum_{m=0}^{\infty} a_m x^{m+k+2}$$

Desarrollando y asociando se tiene:

$$(k^2 - n^2)a_0 x^k + [(k+1)^2 - n^2]a_1 x^{k+1} + [((k+2)^2 - n^2)a_2 + a_0]x^{k+2} \\ + [((k+3)^2 - n^2)a_3 + a_1]x^{k+3} + [((k+4)^2 - n^2)a_4 + a_2]x^{k+4} + \dots = 0$$

$$m = 0, a_0(k^2 - n^2) = 0$$

$$m = 1, a_1((k-1)^2 - n^2) = 0$$

$$m = 2, a_2((k-1)^2 - n^2) + a_0 = 0$$

$$m = 3, a_3((k-1)^2 - n^2) + a_1 = 0$$

$$m = 4, a_4((k-1)^2 - n^2) + a_2 = 0$$

.....

$$a_m((k-m)^2 - n^2) + a_{m-2} = 0$$

Se considera $a_0 \neq 0 \Rightarrow K = \pm n$ por el momento se toma $k = n > 0$ entonces $a_1 = 0, a_3 = 0, \dots a_{2m+1} = 0$

$$a_2 = -\frac{a_0}{(k+2)^2 - n^2} = -\frac{a_0}{2^2(n+1)}$$

$$a_4 = -\frac{a_2}{(n+4)^2 - n^2} = -\frac{a_2}{2^2(n+2)2} = -\frac{\frac{a_0}{2^2(n+1)}}{2^2(n+2)2} = \frac{a_0}{2^4(n+1)(n+2)1.2}$$

$$a_4 = -\frac{a_4}{(n+6)^2 - n^2} = -\frac{a_4}{2^2(n+3)3} = -\frac{\frac{a_0}{2^4(n+1)(n+2)1.2}}{2^2(n+3)3}$$

$$= \frac{a_0}{2^6(n+1)(n+2)(n+3)1.2.3}$$

$$a_{2m} = \frac{(-1)^m a_0}{2^{2m} m! (n+1)(n+2)(n+3) \dots (n+m)}$$

$k = -n, a_{2m+1} = 0$ y de manera similar se tiene:

$$a_{2m} = \frac{(-1)^m a_0}{2^{2m} m! (-n+1)(-n+2)(-n+3) \dots (-n+m)}$$

$$k = n, y = x^k \sum_{m=0}^{\infty} a_m x^m = \sum_{m=0}^{\infty} a_0 x^{m+k} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m a_0}{2^{2m} m! (n+1)(n+2)(n+3) \dots (n+m)} x^{2m+n}$$

$$k = -n, y = x^k \sum_{m=0}^{\infty} a_m x^m = \sum_{m=0}^{\infty} a_0 x^{m+k} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m a_0}{2^{2m} m! (-n+1)(-n+2)(-n+3) \dots (-n+m)} x^{2m-n}$$

A estas soluciones se las torna más sencillas si se toma:

$$a_0 = \frac{1}{2^n \Gamma(n+1)}$$

Donde, Γ es la FUNCIÓN GAMMA DE EULER: $\Gamma(m) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{m-1} dx$ para $m > 0, \Gamma(m+1) = m\Gamma(m)$

$$\Gamma(1) = \int_0^{\infty} e^{-x} dx = \lim_{\beta \rightarrow \infty} \int_0^{\beta} e^{-x} dx = \lim_{\beta \rightarrow \infty} (-e^{-x}) \Big|_0^{\beta} = \lim_{\beta \rightarrow \infty} (-e^{-\beta} - (-e^{-0})) = \lim_{\beta \rightarrow \infty} (-e^{-\beta} + 1) = 1$$

Entonces,

$$y = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{x}{2}\right)^{2m+n}}{m! \Gamma(n+m+1)} = J_{-n}(x)$$

Llamada función de Bessel de primera especie de orden n .

$$k = -n, a_0 = \frac{1}{2^{-n} \Gamma(-n+1)}, \quad y = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{x}{2}\right)^{2m-n}}{m! \Gamma(-n+m+1)} = J_{-n}(x)$$

Llamada función de Bessel de primera especie de orden $-n$.

Si $n \notin \mathbb{Z} \Rightarrow J_n(x), J_{-n}(x)$ son linealmente independientes. Entonces la solución se la toma así:

$$y = c_1 J_n(x) + c_2 J_{-n}(x)$$

Si $n \in \mathbb{Z} \Rightarrow J_n(x), J_{-n}(x)$ son linealmente dependientes ya que $J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$. Y la solución se la toma así:

$$y = c_1 J_n(x) + c_2 Y_n(x)$$

Donde,

$$Y_n(x) = \frac{J_n(x) \cos n\pi - J_{-n}(x)}{\operatorname{sen}(n\pi)}$$

$$Y_n(x) = \lim_{\eta \rightarrow n} \left(\frac{J_{\eta}(x) \cos \eta\pi - J_{-\eta}(x)}{\operatorname{sen}(\eta\pi)} \right) = \lim_{\eta \rightarrow n} \frac{\frac{\partial}{\partial \eta} [J_{\eta}(x)] \cos \eta\pi - J_n(x) \pi \operatorname{sen} \eta\pi - \frac{\partial}{\partial \eta} [J_{-n}(x)]}{\pi \cos(\eta\pi)}$$

$$= \frac{1}{\pi} \left\{ \lim_{\eta \rightarrow n} \frac{\partial}{\partial \eta} [J_{\eta}(x)] - \lim_{\eta \rightarrow n} \frac{\frac{\partial}{\partial \eta} [J_{-n}(x)]}{\cos(\eta\pi)} \right\} = \frac{1}{\pi} \left\{ \lim_{\eta \rightarrow n} \frac{\partial}{\partial \eta} [J_{\eta}(x)] - (-1)^n \lim_{\eta \rightarrow n} \frac{\partial}{\partial \eta} [J_{-n}(x)] \right\}$$

Para encontrar este límite se aplicó regla de L'HOPITAL. Si la ecuación se presenta en la forma $x^2 y'' + xy' + (h^2 x^2 - n^2) = 0$, se realiza el cambio de variable $z = hx \Rightarrow x = \frac{z}{h}$ entonces:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \frac{dz}{dx} = h \frac{dy}{dz}$$

La segunda derivada queda:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(h \frac{dy}{dz} \right) = h \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dz} \right) = h \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dz} \right) \frac{dz}{dx} = h \frac{d^2y}{dz^2} h = h^2 \frac{d^2y}{dz^2}$$

Remplazando en la ecuación se obtiene:

$$\left(\frac{z}{h} \right)^2 h^2 \frac{d^2y}{dz^2} + \frac{z}{h} h \frac{dy}{dz} + (z^2 - n^2) = 0$$

Y simplificando queda:

$$z^2 \frac{d^2y}{dz^2} + z \frac{dy}{dz} + (z^2 - n^2) = 0$$

Que es la ecuación de Bessel de orden n.

ANEXO F. DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE CONVECTIVO DE TRANSFERENCIA DE CALOR (h)

El coeficiente de convección, h , se calcula mediante correlaciones empíricas; este coeficiente depende de varios parámetros, como son el tipo y la velocidad del fluido, sus propiedades físicas, la diferencias de temperatura de entre el fluido y el objeto y la geometría del sistema (SINGH y otros, 2009). Las propiedades del medio de calentamiento se evalúan a temperatura de la película T_p , que se expresa como:

$$T_p = \frac{T_{pared} + T_{agua}}{2} \quad Ec. B1$$

En esta investigación el fluido como medio de calentamiento fue agua, se trabajó con una T_{pared} de 10°C y una T_{agua} de 80°C, obteniéndose una temperatura de película T_p de 45°C; a esta temperatura y utilizando la tabla de propiedades físicas del agua del anexo D.5 se tomaron los siguientes parámetros:

Conductividad térmica, $k = 0,640 (W/m^{\circ}C)$
Viscosidad cinemática, $\gamma = 0,611 * 10^{-6}(m^2/s)$
Número de Prandtl, $N_{Pr} = 3,9$

Debido a que el fluido de calentamiento presenta convección forzada fue necesario el cálculo del número de Reynolds para determinar que flujo se presenta en el medio de calentamiento y para el posterior cálculo del Número de Nusselt, Nu_{θ} ; el número de Reynolds se calculó mediante la siguiente ecuación:

$$R_e = \frac{\bar{v} * D}{\gamma} \quad Ec. B2$$

Para ello, se debe tener presente que el diámetro D del tubo utilizado fue de 0,01m, las revoluciones por minuto y el radio del agitador tomadas en laboratorio fueron 183 rpm y 0,025m respectivamente. Con esta información se establece que la velocidad lineal \bar{v} fue:

$$\bar{v} = 0,4791 \frac{m}{s}$$

Por lo tanto el Número de Reynolds R_e fue 7841,24.

Finalmente, para el cálculo del coeficiente de convección, h , fue necesario determinar el número de Nusselt promedio, Nu_{θ} , ya que el patrón del flujo a través de un cilindro influye mucho sobre la transferencia de calor, sin embargo dicho flujo presenta un comportamiento que comprende separación del flujo en ciertas

partes de la superficie del cilindro el cual es difícil de manejar en forma analítica y conlleva a una variación del número local de Nusselt, por lo tanto es necesario calcular el Nu_{θ} promedio. De varias relaciones para el cálculo del número de Nusselt promedio, Nu_{θ} , en lo relativo al flujo cruzado sobre un cilindro, disponibles en literatura, se empleó la ecuación propuesta por Churchill y Bernstein:

$$Nu_{\theta} = \frac{h D}{k} = 0,3 + \frac{0,62 Re^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0,4/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re}{282000} \right)^{5/8} \right]^{4/5} \quad Ec. B3$$

Esta relación es bastante completa en el sentido de que correlaciona bien los datos de los que se dispone para $Re Pr > 0,2$. Además, dicha ecuación está diseñada especialmente para un solo cilindro de superficie lisa y proporciona resultados más exactos respecto a la ecuación general para la determinación del número de Nusselt promedio presentados en la mayoría de literaturas.

Según la *Ec.B3* el numero Nusselt Nu_{θ} obtenido para esta investigación fue 89,465.

Para el cálculo del coeficiente de convección h se empleó la siguiente ecuación:

$$h = \frac{Nu_{\theta} * k}{D} \quad Ec. B4$$

Haciendo uso de valores de Nu_{θ}, K y D anteriormente calculados y mediante la ecuación *B4* el coeficiente convectivo de transferencia de calor h fue:

$$h = 5725,76 \text{ W/m}^2\text{°C}$$