

**EVALUACIÓN DEL ENRIQUECIMIENTO DE CONCENTRADO DE UN METAL  
DE ALTA DENSIDAD USANDO UN SEPARADOR DE VÓRTICE**

**LADY CRISTINA MOLINA PATIÑO  
OSVEL GIOVANNY RODRIGUEZ ARTEAGA**

**UNIVERSIDAD DE NARIÑO  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA CIVIL  
SAN JUAN DE PASTO  
2012**

**EVALUACIÓN DEL ENRIQUECIMIENTO DE CONCENTRADO DE UN METAL  
DE ALTA DENSIDAD USANDO UN SEPARADOR DE VÓRTICE**

**LADY CRISTINA MOLINA PATIÑO  
OSVEL GIOVANNY RODRIGUEZ ARTEAGA**

**Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de  
Ingeniero Civil**

**Director De Investigación:**

**HERNÁN JAVIER GÓMEZ ZAMBRANO**

**Ingeniero Civil  
Magíster en recursos hidráulicos**

**UNIVERSIDAD DE NARIÑO  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA CIVIL  
SAN JUAN DE PASTO  
2012**

## **NOTA DE RESPONSABILIDAD**

Las ideas y conclusiones aportadas en el siguiente trabajo son responsabilidad exclusiva del autor.

Artículo 1<sup>ro</sup> del Acuerdo No. 324 de octubre 11 de 1966 emanado del Honorable Consejo Directivo de la Universidad de Nariño.

**Nota de aceptación:**

---

---

---

---

---

---

---

**Presidente de Tesis**

---

**Jurado**

---

**Jurado**

**San Juan de Pasto, Enero de 2012**

## AGRADECIMIENTOS

A nuestros padres por brindarnos el apoyo necesario para alcanzar esta meta importante en nuestra vida y por guiarnos con sus consejos y direcciones.

Especial agradecimiento al ingeniero civil, magister en recursos hidráulicos **HERNÁN JAVIER GÓMEZ ZAMBRANO**, por brindarnos la oportunidad de trabajar en la línea de investigación denominada “Transporte hidráulico de mezclas y flujo torrencial” perteneciente al grupo de investigación GRAMA de la Universidad de Nariño, y por el apoyo durante el trabajo realizado dentro de las instalaciones del laboratorio de hidráulica de esta misma institución.

**ROBERTO GARCÍA CRIOLLO**, auxiliar de laboratorio en la Universidad de Nariño en el área de hidráulica, por sus atenciones y su disposición en todo momento.

A la Universidad de Nariño, por darnos la oportunidad de desarrollarnos profesionalmente en la carrera de ingeniería civil.

A los docentes que compartieron sus enseñanzas y conocimientos para poder alcanzar objetivos cada vez más grandes.

## CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN .....	15
1. MARCO TEÓRICO .....	18
1.1 GEOMETRÍA DEL SEPARADOR DE VÓRTICE .....	18
1.2 CONCEPTO DEL FUNCIONAMIENTO DEL SEPARADOR DE VÓRTICE.....	19
1.3 PROPIEDADES DEL METAL.....	22
2. MATERIALES Y MÉTODOS.....	23
2.1 MONTAJE DE LABORATORIO.....	23
2.1.3 Tolva de sólidos.....	29
2.2 PROPIEDADES DE LOS SÓLIDOS.....	30
2.2.1 Granulometría.....	30
2.2.1.1 Preparación de la mezcla .....	34
2.2.2 Gravedad específica:.....	36
2.3 VARIABLES DE RESPUESTA .....	36
2.3.1 Partición de agua.....	36
2.3.2 Remoción de metal ferroso por la descarga: .....	36
2.4 PARÁMETROS ADIMENSIONALES.....	37
2.5 DISEÑO EXPERIMENTAL .....	39
2.6 PROCEDIMIENTO DE MEDICIÓN.....	41
2.6.1 Valores experimentales obtenidos en laboratorio.....	43
3. ANÁLISIS Y RESULTADOS .....	45
3.1 CORRELACIONES MATEMÁTICAS PARA LAS VARIABLES DE RESPUESTA.....	45
3.1.1 Partición de agua: $P_A$ .....	47
3.1.2 Remoción de sedimento: $R_S$ .....	47
3.1.3 Remoción de metal:.....	47
3.1.4 Concentración de metal:.....	48
3.2 VERIFICACIÓN DE LA CORRELACIONES.....	48

3.3	ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD .....	50
4.	METODOLOGÍA DE DISEÑO DEL SEPARADOR DE VÓRTICE .....	52
4.1	INTRODUCCIÓN.....	52
4.2	DATOS DE ENTRADA .....	52
4.3	INFLUENCIA DE FACTORES INDEPENDIENTES.....	52
4.4	PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO.....	53
4.4.1	Datos de entrada .....	54
4.4.2	Viscosidad del agua.....	54
4.4.4	Caudal del sedimento y metal.....	54
4.4.5	Concentración volumétrica de sedimento y metal en la alimentación.....	54
4.4.6	Caudal volumétrico de la mezcla .....	55
4.4.7	Viscosidad cinemática de la mezcla .....	55
4.4.8	Numero deam modificado.....	55
4.4.9	Longitud normalizada .....	55
4.4.10	Concentración volumétrica de la mezcla .....	55
4.4.11	Número de restricción.....	55
4.4.12	Densidad específica del Agua .....	55
4.4.13	Densidad específica de la mezcla .....	56
4.4.14	Parámetro adimensional de densidades.....	56
4.4.15	Parámetro adimensional de partícula .....	56
4.4.16	Número de Reynolds de la partícula.....	56
4.4.17	Coeficiente de arrastre de la partícula .....	56
4.4.18	Concentración del metal en la descarga calculada:.....	57
4.4.19	Remoción de sedimentos calculada: .....	57
4.4.20	Partición de agua calculada:.....	57
4.4.21	Remoción de metal:.....	58
5.	FUTURAS INVESTIGACIONES .....	59
6.	CONCLUSIONES .....	60
7.	RECOMENDACIONES.....	62
	BIBLIOGRAFÍA .....	63
	ANEXOS .....	64

## LISTA DE SÍMBOLOS

$C_D$ : Coeficiente de arrastre

$C_{MA}$ : Concentración del metal en la alimentación del separador de vórtice

$C_{MD}$ : Concentración del metal en la descarga del separador de vórtice

$C_{MDW \text{ CALCULADA}}$ : Concentración del metal en la descarga calculada

$C_v$ : Concentración volumétrica de partículas

$C_{VM}$ : Concentración volumétrica de la mezcla

$d^*$ : Parámetro adimensional de partícula

$d^*$ : Diámetro adimensional de partícula

$D_A$ : Diámetro de alimentación en el separador de vórtice

$D_c$ : Diámetro del cilindro del separador de vórtice

$D_D$ : Diámetro de descarga en el separador de vórtice

$De$ : Número de Dean modificado de la mezcla

$Dn$ : Número de Dean para un conducto curvado

$D_R$ : Diámetro de rebose en el separador de vórtice

$g$ : gravedad

$K$ : Cuadrado del Número de Dean para un conducto curvado

$L_N$ : Número Longitud Normalizada del "vortexfinder"

$L_v$ : altura libre del separador de vórtice entre salidas

$N_R$ : Número de restricción del "vortexfinder"

$P_A$ : Correlación matemática para la Partición de Agua

$Q_{CsMwVA}$ : Concentración volumétrica de sedimento y metal en la alimentación

**Q<sub>L</sub>**: Caudal de agua

**Q<sub>m</sub>**: Caudal de la mezcla

**Q<sub>s</sub>**: Caudal de sólidos

**Q<sub>SM</sub>**: Caudal del sedimento y metal

**Q<sub>sMw</sub>**: Caudal volumétrico de la mezcla

**R<sub>M</sub>**: Remoción de metal

**R<sub>S</sub>**: Remoción de sedimentos

**R<sub>SM</sub>**: Numero de Reynolds de la partícula

**W<sub>M</sub>**: Peso de metal contenido en la muestra seca de arena

**W<sub>MS</sub>**: Peso de metal contenido en la muestra seca de arena recuperada por el separador

**W<sub>s</sub>**: Peso del sedimento

**W<sub>T</sub>**: Peso seco de la muestra de arena y metal total

**W<sub>TS</sub>**: Peso del sedimento seco más el peso de metal obtenido recuperado por el separador

**s<sub>M</sub>**: Densidad específica del material ferroso

**s<sub>Mw</sub>**: Densidad específica de la mezcla

## SÍMBOLOS GRIEGOS

$\rho$ : Densidad del fluido

$\Pi_H$ : Variables de respuesta para el separador de vórtice

$\nu_m$ : Viscosidad cinemática de la mezcla

$\nu_w$ : Viscosidad cinemática del agua

$s_M$ : Parámetro adimensional de densidades

## LISTA DE FIGURAS

	<b>Pág.</b>
Figura 1. Esquema del separador de vórtice. ....	18
Figura 2. Esquema general del montaje de laboratorio. ....	23
Figura 3. Fotografía del montaje con el separador de vórtice. ....	24
Figura 4. Geometría general del separador de vórtice. ....	25
Figura 5. Geometría del separador de vórtice. ....	26
Figura 6. Detalle de una sección con el empaque de sellamiento del separador de vórtice .....	27
Figura 7. Secciones del separador. ....	27
Figura 8. Separador acoplado al aparato recirculatorio. ....	28
Figura 9. Salida del flujo por el rebose N° 3, tapones en salidas 1 y 2. ....	28
Figura 10. Calibración de la tolva de sólidos. ....	29
Figura 11. Diámetros que se utilizaron en la tolva de sólidos. ....	30
Figura 12. Grafica de las granulometrías del sedimento fino, intermedio, grueso y metal ferroso. ....	34
Figura 13. Máquina de los ángeles. ....	35
Figura 14. Proceso de obtención de material fino. ....	35
Figura 15. Comparación de los valores medidos y calculados para $C_{MD}$ del separador de vórtice. ....	50
Figura 16. Análisis de sensibilidad utilizando ecuaciones de correlaciones matemáticas. ....	51

## LISTA DE TABLAS

	<b>Pág.</b>
Tabla 1. Relaciones de distintos diseños del ciclón de tipo estándar adaptada de Morales 2008 (4). .....	19
Tabla 2. Granulometría del sedimento fino. ....	31
Tabla 3. Características del sedimento fino. ....	31
Tabla 4. Granulometría del sedimento intermedio.....	31
Tabla 5. Características del sedimento intermedio.....	32
Tabla 6. Granulometría del sedimento grueso. ....	32
Tabla 7. Características del sedimento grueso. ....	32
Tabla 8. Granulometría del material ferroso.....	33
Tabla 9. Características del material ferroso.....	33
Tabla 10. Matriz de diseño experimental para el separador de vórtice adaptada del software statgraphics.....	41
Tabla 11. Datos de laboratorio según el diseño experimental.....	43
Tabla 12. Valores de los errores promedio calculados de las variables de respuesta afectadas por la mezcla de agua.....	49
Tabla 13. Datos de entrada.....	54

## RESUMEN

En el presente estudio se da a conocer los resultados de la investigación experimental llevada a cabo para evaluar el enriquecimiento de concentrado de un metal de alta densidad (hierro) contenido en una mezcla de agua y sedimentos, usando un separador de vórtice. Para establecer los parámetros adimensionales a estudiar se utilizó el método del análisis dimensional y para conocer el número de ensayos experimentales y el orden de ejecución de los tratamientos experimentales, se realizó un diseño experimental con arreglos factoriales, utilizando el software *statgraphics*<sup>1</sup>. Para la medición experimental, se construyó un montaje de laboratorio el cual permite recircular la mezcla de sedimento, hierro y agua, y hacerla fluir a través del separador de vórtice.

Las variables de respuesta estudiadas fueron: la concentración de metal en la descarga, la partición de agua, la remoción de sedimentos y la remoción de hierro, las cuales dependen de parámetros adimensionales como: número de Dean modificado, número de restricción, longitud normalizada y el coeficiente de arrastre de partícula. Con los datos experimentales se obtuvo ecuaciones empíricas por medio de regresión lineal múltiple para cada una de las variables de respuesta con bajos errores de predicción.

El enriquecimiento de concentrado se midió con base a la concentración de hierro en la descarga del separador. El proceso consistió en introducir en el separador una mezcla de sedimento y hierro con una concentración determinada en la alimentación ( $C_{MA}$ ) y recuperar la mezcla evacuada por la descarga a la cual se le midió la concentración ( $C_{MD}$ ).

Como resultado de la presente investigación se obtuvo correlaciones que relacionan la concentración de metal pesado, la partición de agua, la remoción de sedimentos y la remoción de metal pesado, con las variables que identifican las propiedades del agua, las de los sedimentos, las de la mezcla y la geometría del separador de vórtice. Con dichas correlaciones es posible saber cuál es la concentración de metal pesado en la salida del separador, con relación a la concentración en la entrada del mismo.

---

<sup>1</sup>Autorizado para: M.J.P.- M.J.P - Numero de Serie: 53672191048141 Algunas páginas de internet ofrecen el programa por un tiempo corto, como formato de licencia, como son: [http://statgraphics.softonic.com/http://www.software-shop.com/in.php?mod=ver\\_producto&prdlD=40](http://statgraphics.softonic.com/http://www.software-shop.com/in.php?mod=ver_producto&prdlD=40).

## ABSTRACT

This study will share the results of the experimental research carried out in order to evaluate the extract enrichment of a high density metal (iron) contained in a mix of water and sediments, using a swirl separator. With aims to establish the adimensional parameters to be studied the dimensional analysis method was used and in order to know the number of experimental essays and the order of execution of the experimental treatments, an experimental design with factorial arrangements was developed, using the software *statgraphics*<sup>2</sup>. Regarding the experimental measure, a lab set up was built in order to recirculate the mix of sediment, iron and water, and make it flow through the swirl separator.

The response variables studied were the following: the concentration of metal in the discharge, the water partition, the sediment removal and the iron removal, which depend on adimensional parameters such as the modified Dean number, the Restriction number, the Normalized Length number and the particles entrainment quotient. With the experimental data empiric equations were obtained, by means of multiple lineal regressions for each one, the response variables with low prediction errors.

The extract enrichment was measured based on the iron concentration in the separator discharge. The process consisted of introducing a mix of sediment and iron in the separator with a determined concentration in the supply ( $C_{MA}$ ) and recovering the mix evacuated by the discharge in which the concentration was measured ( $C_{MD}$ ).

As a result of the current research correlations were obtained which relate the concentration of heavy metal, the water partition, the sediment removal and the heavy metal remotion with the variables that identify water, sediment, mix and the geometry of the swirl separator properties. With those correlations it is possible to know what the concentration of heavy metal is in the separator exit, in relation to the concentration in the entrance of the separator.

---

<sup>2</sup>Authorized for: M.J.P.- M.J.P – Series Number: 53672191048141Some websites offer the program for a short period of time, as a license format, i. e: [http://statgraphics.softonic.com/http://www.software-shop.com/in .php?mod=ver\\_producto&prdID=40](http://statgraphics.softonic.com/http://www.software-shop.com/in .php?mod=ver_producto&prdID=40).

## INTRODUCCIÓN

En el presente informe se expone los resultados de la investigación denominada “Evaluación del Enriquecimiento de Concentrado de un Metal de Alta Densidad Usando un Separador de Vórtice”, (tomado del inglés swirl separator) definido como un dispositivo formado por un cilindro vertical de fondo plano y una entrada tangencial, que basa su funcionamiento en la fuerza centrífuga que aparece en cualquier ciclón que se observa en la naturaleza.

La tecnología de remolinos, o separación de vórtice, es una forma comprobada de tratamiento para acelerar la separación gravitacional de residuos sólidos.

Existen varios métodos de separación de materiales de diferentes densidades utilizando la fuerza de gravedad y, últimamente las tecnologías modernas aprovechan también la fuerza centrífuga para este fin, se refiere a que en un movimiento circular, existe una fuerza perpendicular a la trayectoria de la partícula con dirección hacia el exterior de la curva que se forma; se debe resaltar que la fuerza centrífuga produce un efecto en las partículas de incrementar su velocidad de sedimentación, por lo que debido a ese efecto las partículas más densas de cierta sustancia que ingresen al dispositivo caerán al fondo, mientras que el resto, saldrá por la parte superior del separador debido a otro efecto que se produce en el ciclón y que viene siendo un segundo vórtice que se genera en el interior del vórtice principal, solo que este es de sentido opuesto, lo cual permite que las partículas que no alcanzaron a sedimentarse puedan salir del ciclón por esa ruta (Morales, A. 2008).

Aunque han pasado muchos años desde la implementación del primer separador de vórtice en un proceso de separación, su extenso uso y variadas ventajas han hecho que hasta el día de hoy se continúe con la investigación de la operación de este tipo de dispositivos con el fin de lograr una comprensión detallada de los fenómenos que ocurren dentro del proceso de separación que se lleva a cabo dentro de estos equipos.

Estos métodos se usan para tratar una gran diversidad de minerales que van desde los sulfuros metálicos pesados hasta el carbón, en algunos casos los separadores de vórtice se han usado en la industria para capturar partículas con diámetros de 10, 2.5 e incluso  $1\mu\text{m}$ , modificando sus dimensiones. Esto permite usarlos en tareas de monitoreo ambiental de partículas. (Morales, A. 2008).

El empleo del término separador de vórtice comenzó con la patente del primer separador de este tipo realizada por la empresa American Morse. Una de las

primeras aplicaciones de estos separadores está documentada en reportes de que el primer carro Renault estaba equipado con ciclones en el sistema de extracción.

En 1894, la revista "Prometeus" describía a este instrumento como "un pequeño dispositivo de dimensiones relativamente reducidas y gran simplicidad constructiva", el cual separaba el polvo debido a la fuerza centrífuga y a la brusca inversión del flujo del fluido que circula en él.

Varios trabajos independientes de investigación para la optimización de estos equipos fueron realizados por Lapple en Estados Unidos, Stairmand en Reino Unido y Linoya en Japón. (Martínez, 2000)

En 1984, Svarovsky introdujo el concepto de hidrociclones, empleados para la separación de fluidos de diferente densidad. (Hoffmann, 2002)

Los estudios que se han realizado sobre el separador de vórtice a superficie libre son muy escasos, solamente Veerapen (2005) (4), estudia el dispositivo con aplicación a la remoción de carga orgánica en agua usada en acuicultura. El tema se ha trabajado también a nivel de tesis doctoral Silvado (2006) (5), quien evalúa numérica y experimentalmente un separador hidrodinámico por vórtice con aplicación en una unidad compacta de tratamiento primario en aguas negras. Otro estudio que trata el tema es el dado por Jawarneh (2008) (6), quien propone un modelo matemático usando las ecuaciones diferenciales de continuidad y momento, para el estudio del vórtice en flujo bifásico. Otros dispositivos similares son ofrecidos a nivel comercial, para ser usados en cámaras de inspección de alcantarillados, pero su sustentación científica no es divulgada. En todo caso, el uso del separador de vórtice como concentrador de material ferroso u otro metal pesado no es reportado en la literatura.

Como resultado de la presente investigación y gracias a las nuevas correlaciones matemáticas encontradas, se realizó un artículo científico que fue enviado a la revista ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA el 26 de octubre del 2011, para su evaluación y futura publicación, el cual se indica en el anexo N° 6.

En primera instancia se da a conocer los objetivos propuestos al comienzo de la investigación y se amplían los conceptos con el marco teórico, en el cual se da a conocer la geometría, usos, aplicaciones y funcionamiento del separador de vórtice; también se da una explicación paso a paso de la adecuación del montaje en el laboratorio de hidráulica, preparación de la mezcla, diseño experimental, procedimiento de medición y valores experimentales obtenidos en el laboratorio; se da a conocer el análisis y resultados obtenidos de la investigación, encontrando unas correlaciones matemáticas de las variables de respuesta: partición de agua  $P_A$ , remoción de sedimentos  $R_S$ , remoción de metal  $R_M$  y concentración de metal en la descarga  $C_{MD}$ , por último se realiza una metodología de diseño del

dispositivo separador de vórtice con base a las características geométricas en las que éste posea mayor eficiencia en el enriquecimiento de concentrado del metal de alta densidad.

### **Objetivos**

**Objetivo general:** Determinar la eficiencia de enriquecimiento de concentrado de un metal de alta densidad usando un separador de vórtice.

### **Objetivos específicos:**

- ✓ Diseñar y construir un dispositivo de laboratorio que permitan medir la eficiencia en el enriquecimiento de concentrado de material ferroso.
- ✓ Evaluar en laboratorio por medio de ensayos prácticos la eficiencia en el enriquecimiento de concentrado de material ferroso.
- ✓ Elaborar una metodología de diseño del dispositivo, con base a las características geométricas en las que éste posea mayor eficiencia, para separar material ferroso de acuerdo a los desarrollos matemáticos de la presente investigación.

## 1. MARCO TEÓRICO

### 1.1 GEOMETRÍA DEL SEPARADOR DE VÓRTICE

El separador de vórtice (tomado del inglés swirl separator) es un dispositivo formado por un cilindro vertical de fondo plano y una entrada tangencial, que basa su funcionamiento en la fuerza centrífuga que aparece en cualquier ciclón que se observa en la naturaleza, consta de las siguientes partes:  $D_D$  es el diámetro de Descarga,  $D_A$  es el diámetro de alimentación,  $D_R$  es el diámetro de rebose,  $D_C$  es el diámetro del Cilindro,  $L_V$  es la altura del rebose con respecto a la alimentación. En este dispositivo el fluido se encuentra en contacto con la atmosfera en la parte superior del cilindro, trabajando con vórtice a flujo libre, a diferencia de los ciclones o hidrociclones que lo hacen a flujo a presión como se indica en la figura 1.

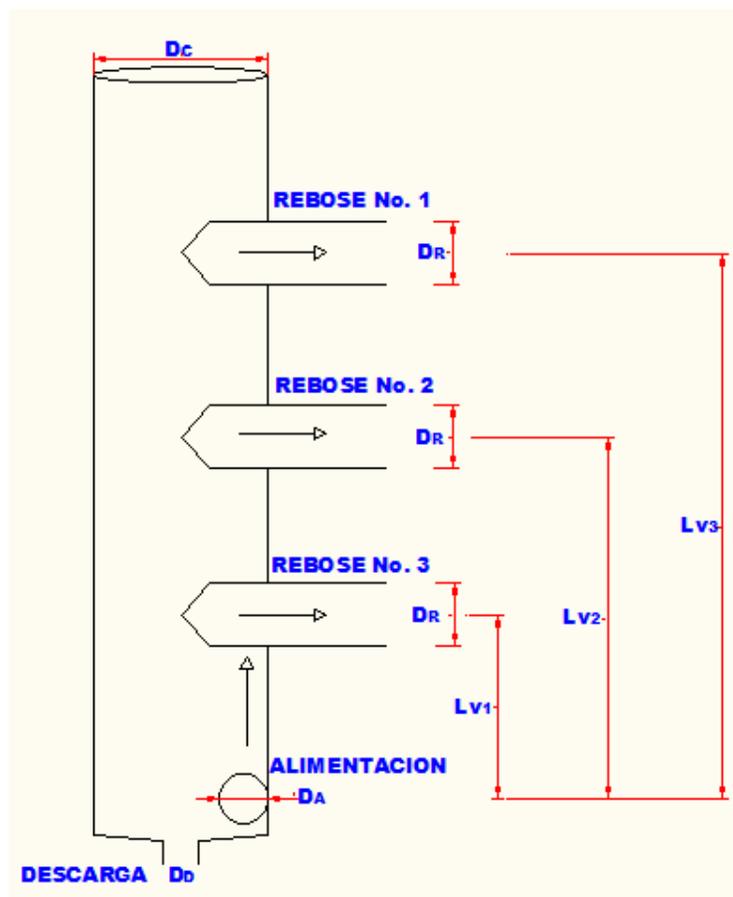


Figura 1. Esquema del separador de vórtice.

En la literatura no existen parámetros para el diseño de un separador de vórtice como el evaluado en la presente investigación, en comienzo se podrían usar los datos para ciclones o hidrociclones, por ejemplo para diseño de los separadores ciclónicos se emplean una serie de relaciones empíricas que han sido propuestas por diferentes autores, en las que se toman como dimensión base el diámetro del cilindro principal ( $D_c$ ) y a partir de esta magnitud, el resto de las dimensiones se obtienen empleando las relaciones empíricas que se muestran en la Tabla 1.

Relación	stairmand ( 1951)	swift ( 1969)	Lapple (1951)	swift ( 1969)	stairmand ( 1951)	swift ( 1969)
$D_c$	1	1	1	1	1	1
$D_c/D_c$	0,5	0,4	0,5	0,5	0,75	0,75
$a/D_c$	0,5	0,44	0,5	0,5	0,75	0,8
$b/D_c$	0,2	0,21	0,25	0,25	0,375	0,35
$S/D_c$	0,5	0,5	0,625	0,6	0,875	0,85
$H/D_c$	4	3,9	4	3,75	4	3,7
$h/D_c$	1,5	1,4	2	1,75	1,5	1,7
$b/D_c$	0,375	0,4	0,25	0,4	0,375	0,4

**Tabla 1. Relaciones de distintos diseños del ciclón de tipo estándar adaptada de Morales 2008 (4).**

## 1.2 CONCEPTO DEL FUNCIONAMIENTO DEL SEPARADOR DE VÓRTICE

A pesar que en la literatura no se reporta el funcionamiento del separador de vórtice para separar metales, se puede tomar como base la descripción dada por Veerapen et. al. Hoffmann, (2002); quienes separan sólidos a través de dicho dispositivo de aguas residuales producto de la actividad de acuicultura. En este sentido se puede decir que el separador de vórtice funciona introduciendo tangencialmente una corriente de agua cargada con partículas sólidas, la cual por entrar tangencialmente genera un flujo en remolino o vórtice, una fracción del flujo sale a través del fondo del separador de vórtice y es llamado flujo de descarga, el cual por lo general posee una concentración de sólidos mucho mayor; la fracción restante consiste principalmente en agua clara y sale por la parte superior y es llamado flujo de rebose.

Veerapen et. al., también aporta información sobre el dimensionamiento del separador de vórtice. El tamaño de este lo calcularon sobre la base de la eficiencia de remoción de sólidos deseada y el caudal de agua a tratar. Dicho enfoque fue validado mediante la realización de experimentos en el separador de vórtice con un diámetro del cilindro o cuerpo principal de 0,6 y 1,5 m, llevada a

cabo usando dinámica de fluido computacional (CFD), con el software Fluent. Los resultados muestran que la altura del tanque y la posición de la entrada tienen una influencia menor en el rendimiento de separación respecto a la geometría de salida, diámetro de entrada y el diámetro del tanque. También encontraron que la separación de los sólidos se debe principalmente a la fuerza de gravedad antes que a fuerza centrífuga, esto se debe a que usaron un caudal muy bajo donde el efecto de la fuerza centrífuga se pierde, esto seguramente es más válido para separación de material orgánico suspendido. Para concentrar metales el caudal usado es muy alto y el efecto de la fuerza centrífuga puede ser mucho mayor.

Matemáticamente se utiliza el concepto del número de Dean para explicar el flujo con trayectorias curvadas.

### Número de Dean modificado, ( $De$ ).

El primer intento de describir matemáticamente el flujo en un tubo enrollado o curvado lo hizo Dean entre los años 1927 y 1928. El primer artículo sobre este tema lo publicó Dean en 1927, donde se describe una primera aproximación al movimiento uniforme de un fluido incompresible que fluye a través de un tubo curvado de sección transversal circular. En trabajos siguientes Dean observó que la reducción de la tasa del flujo debido a la curvatura dependían de una sola variable  $K$ , la cual es igual a  $2(Re)^2 r/R$ , donde  $Re$  es el número de Reynolds,  $r$  el radio de la sección transversal del tubo y  $R$  es el radio de curvatura (7). A la raíz de  $K$  con algunas modificaciones es lo que se denominó posteriormente número de Dean.

Tal como lo expone Rao (1999) en el caso del flujo a través de tubería curvada, la presencia de un flujo secundario, (comúnmente conocido como vórtices de Dean), perpendicular al flujo principal, hace que la caracterización de este tipo de flujo sea bastante complicada. En lugar del número de Reynolds, otro número, sin dimensiones llamado número de Dean ( $Dn$ ) se utiliza para caracterizar el flujo en un tubo curvado de sección transversal circular y se define como:

$$D_1(n) = ((DV\rho)/(\mathbf{m}) (D/2R)^{\dagger(1/2)} \quad [1a]$$

En otras palabras, ( $Dn$ ) es igual al número de Reynolds multiplicado por la raíz cuadrada de la relación entre el diámetro del tubo circular y el diámetro de curvatura del conducto. Donde ( $\mathbf{m}$ ) es la viscosidad cinemática del fluido,  $V$  es la velocidad media del flujo,  $\rho$  es la densidad del fluido,  $D$  es el diámetro del tubo,  $R$  es el radio de la curvatura. El número de Dean es un número adimensional que relaciona la fuerza de viscosidad que actúa sobre un fluido que fluye en una tubería curvada y la fuerza centrífuga.

Para un canal o una sección transversal diferente a la circular es posible expresar el Número de Dean como:

$$D_1(n) = ((D_{1eq} V \rho) / (\mu)) (D_{1eq} / 2R)^{\dagger(1/2)} \quad [1b]$$

Donde  $D_{eq}$  es el diámetro equivalente, dado como  $D_{eq} = 4R_H$ ,  $R_H$  es el radio hidráulico de la sección mojada.

Con base a la definición clásica del número de Dean y considerando que el separador de vórtice hace que las líneas de corriente del flujo formen trayectorias curvadas (4), para la presente investigación se propone un número de Dean modificado  $De$ , donde en vez del radio de curvatura se introduce el radio del cuerpo principal del separador de vórtice,  $R_c = D_c/2$ , que hace las veces de conducto curvado, obteniéndose la siguiente expresión:

$$D_1(n) = ((D_{1eq} V \rho) / (\mu)) (D_A / D_C)^{\dagger(1/2)} \quad [2]$$

En ec. [2],  $D_A$  es el diámetro del tubo de entrada del separador de vórtice,  $D_c$  es el diámetro del cilindro vertical del separador,  $V$  es la velocidad media en el tubo de entrada. Este número adimensional será la base para relacionar las variables de respuesta con las propiedades del flujo dentro del cuerpo principal del separador.

Similar a la ec. [2] se plantea en la literatura (9), con base a el funcionamiento de un hidrociclón, que se puede tomar el número de Reynolds  $Re$ , calculado con el diámetro del separador en vez del diámetro del tubo de entrada,  $Re = D_c V / \nu$ , donde  $D_c$  es el diámetro del cuerpo del separador y  $\nu$  es la viscosidad cinemática del agua,  $V$  es la velocidad media calculada como  $V = 4Q / (\pi D_c^2)$ , que sería otra manera de modificar el número de Dean.

Analizando la ec. [2] se puede observar que si el diámetro del hidrociclón tiende a cero el número de Dean modificado tiende a infinito, generando una curvatura mayor en el cilindro, caso poco probable en la práctica, pero es importante destacar que para incrementar el número de Dean modificado es posible disminuir la curvatura lo que implica disminuir el diámetro del separador, hasta un diámetro posible de construir. También se puede incrementar el caudal tanto líquido como sólido que es mucho más factible, o disminuir el diámetro del tubo a la entrada, ya que si se reemplaza la velocidad como  $V = 4Q / (\pi D_A^2)$ , el número de Dean modificado es función de  $D_A^{-1/2}$ . Cambiar las propiedades del fluido como la densidad y la viscosidad para variar el número de Dean no es muy práctico en la realidad; si el diámetro del hidrociclón tiende a infinito, es decir si se crea un separador gigante la curvatura sería demasiado grande y el flujo se aproximaría a un flujo recto.

### 1.3 PROPIEDADES DEL METAL

Se utilizó como metal pesado la limadura de hierro, por ser un metal que se puede separar por medio magnético, y así se determinó las concentraciones de metal en el sedimento a la salida con mayor facilidad y economía, ya que la concentración de metales se puede hacer por medios químicos como la espectrometría de absorción atómica, pero cada ensayo es muy costoso como para asumir su costo por parte de los estudiantes.

El Hierro metal de transición con símbolo químico Fe es el cuarto elemento más abundante en la corteza terrestre (5%), tiene un número atómico de 26 y pesa 55,847 g/mol. Se conocen 4 isótopos estables del hierro Fe54, Fe56, Fe57 y Fe58. Posee una densidad media de 7,86 g/ml con puntos de fusión y ebullición respectivos de 1808 K (1535°C) y 3023 K (2750°C), y es el material más usado (como aceros y fundiciones) en numerosos campos de la ingeniería teniendo una cuota de producción de más del 95% del total mundial, debido a sus interesantes propiedades químicas, físicas, mecánicas y magnéticas.

Se obtiene principalmente de 4 minerales Hematites ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ), Limonita ( $2\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$ ), Magnetita ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) y Siderita ( $\text{FeCO}_3$ ). El hierro se usa para fabricar aceros de muy diversos tipos, y en menor medida fundiciones. La estructura cristalina del hierro es variable según la temperatura, cristalizando en un sistema bcc (hasta 910°C y a partir de 1395°C aprox.) con ferrita, y en un sistema fcc con la austenita. Estos cambios de estructura a nivel de malla implican un cambio en el volumen que no llega al 5%, pero debe tomarse en cuenta en la construcción de componentes con variaciones térmicas importantes.

Como el hierro es un material ferro magnético, un campo magnético induce a cada partícula para que se convierta en una pequeña barra magnética. Este proceso recibe el nombre de imantación o magnetización.

El polo sur de cada partícula atrae a los polos norte de sus partículas vecinas, y este proceso repetido en una amplia zona crea cadenas de limaduras paralelas a la dirección del campo magnético.

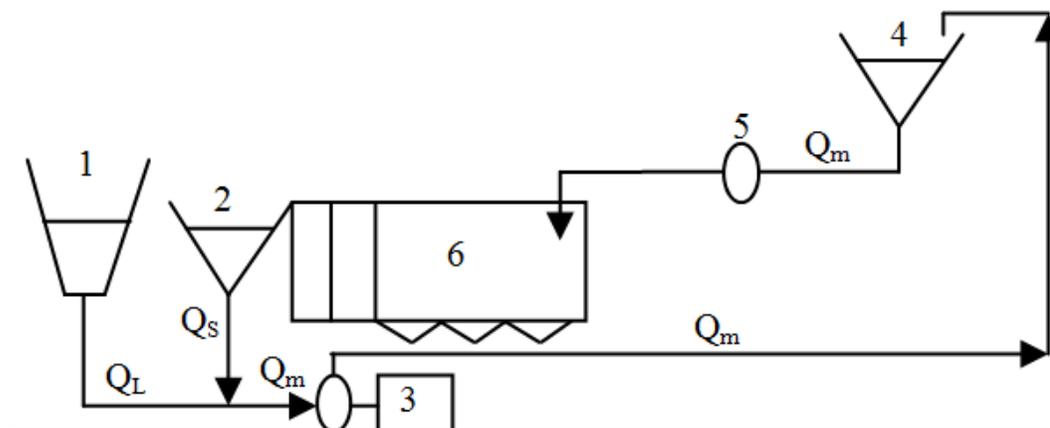
En el agua se puede encontrar presencia de limaduras de hierro que son en su mayoría un subproducto de la molienda, la limadura o la trituración de los productos acabados de hierro, por lo que su historia en gran medida sigue el desarrollo del hierro. En su mayor parte, han sido un producto de desecho.

Las limaduras de hierro tienen alguna utilidad como componente de las pólvoras primitivas. En forma de polvo fino, el hierro puede quemarse, debido a su mayor superficie. En ese proceso se libera calor. En la moderna electrónica, algunos transformadores tienen núcleos de hierro en polvo. El hierro se lo puede encontrar en forma de compuestos químicos, está distribuido por todo el mundo (10).

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

### 2.1 MONTAJE DE LABORATORIO

Para la realización de la investigación experimental se construyó un montaje de laboratorio que consta de los siguientes componentes principales según se indica esquemáticamente en la figura 2: 1) Un tanque de succión; 2) una tolva de abastecimiento sólido; 3) una bomba para impulsión de lodos, de impulsor semiabierto, autocebante, de 3 HP y diámetros de entrada y salida de 3 pulgadas; 4) un tanque de cabeza constante; 5) el dispositivo separador de vórtice y 6) un tanque desarenador para recuperar el sedimento y medir el caudal líquido a la salida del tanque por medio de vertederos triangulares.



**Figura 2. Esquema general del montaje de laboratorio.  $Q_m$  es el caudal de la mezcla,  $Q_s$  es el caudal sólido, y  $Q_L$  es el caudal líquido.**

Tomando como base el esquema de la figura 2, se diseñó el montaje del separador de vórtice, usando las recomendaciones encontradas en la literatura como se observa en las figuras 3, 4 y 5.



**Figura 3. Fotografía del montaje con el separador de vórtice.**

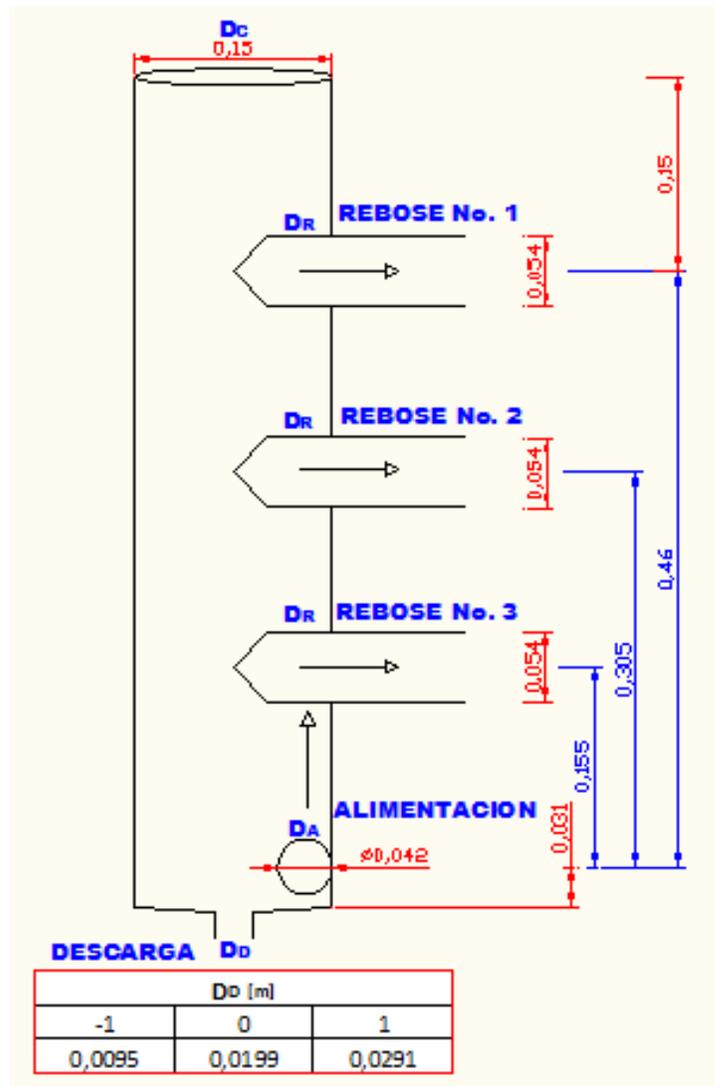
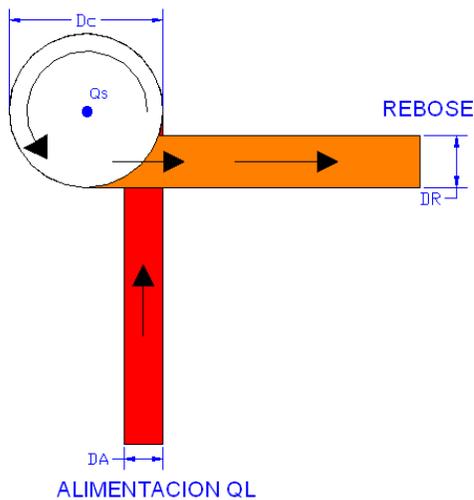


Figura 4. Geometría general del separador de vórtice.



a)

b)

**Figura 5. Geometría del separador de vórtice.**

a) Vista en planta separador de vórtice; b) Vista frontal separador de vórtice instalado en laboratorio.

**2.1.1 Diseño y adecuación del montaje.** Para la realización de la investigación experimental se realizó una modificación al montaje existente en el laboratorio de hidráulica; el montaje del separador de vórtice se adecuó de acuerdo a lo establecido en el anteproyecto de investigación con algunas modificaciones en el aparato recirculatorio como: el cambio de diámetro de 2" a 3" en el tubo de entrada a la bomba de impulsión de lodos, y en el tubo de salida del tanque de almacenamiento, para evitar la entrada de aire al aparato recirculatorio y así disminuir las pérdidas.

**2.1.2 Dispositivo separador de vórtice.** El separador de vórtice se construyó en acrílico, se unió cada pieza con tornillos, tuercas y arandelas, sellando la unión con un empaque, para evitar fugas de agua. En los tubos de rebose se instaló codos de 90° de 2" y una sección de tubería de 2"; en la descarga se instala una sección de caucho para disminuir las pérdidas por accesorios. (ver figuras 6-8)



**Figura 6. Detalle de una sección con el empaque de sellamiento del separador de vórtice**



**Figura 7. Secciones del separador.**



**Figura 8. Separador acoplado al aparato recirculatorio.**

Las dos salidas del rebose que no se utilizan dependiendo del ensayo de experimentación se sellaron con tapones de 2", como se muestra en la figura 9.



**Figura 9. Salida del flujo por el rebose N° 3, tapones en salidas 1 y 2.**

Se practicaron tres diámetros en la descarga del separador de vórtice, los diámetros son: diámetro menor = 0,0095 m, diámetro medio = 0,0199 m y diámetro mayor: 0,0291 m

**2.1.3 Tolva de sólidos** Se calibró la tolva de sólidos con los tres tipos de muestras, utilizando tres diámetros, los cuales descargan aproximadamente 20 kilos en 57 segundos. En la figura 10 y 11, se indica la localización de la tolva de abastecimiento del caudal sólido en el montaje general.

Diámetro para la muestra de tamaño menor (T1): 3.8cm; diámetro para la muestra de tamaño medio (T2): 3.4cm; diámetro para la muestra de tamaño mayor (T3): 2.83 cm.



**Figura 10. Calibración de la tolva de sólidos.**

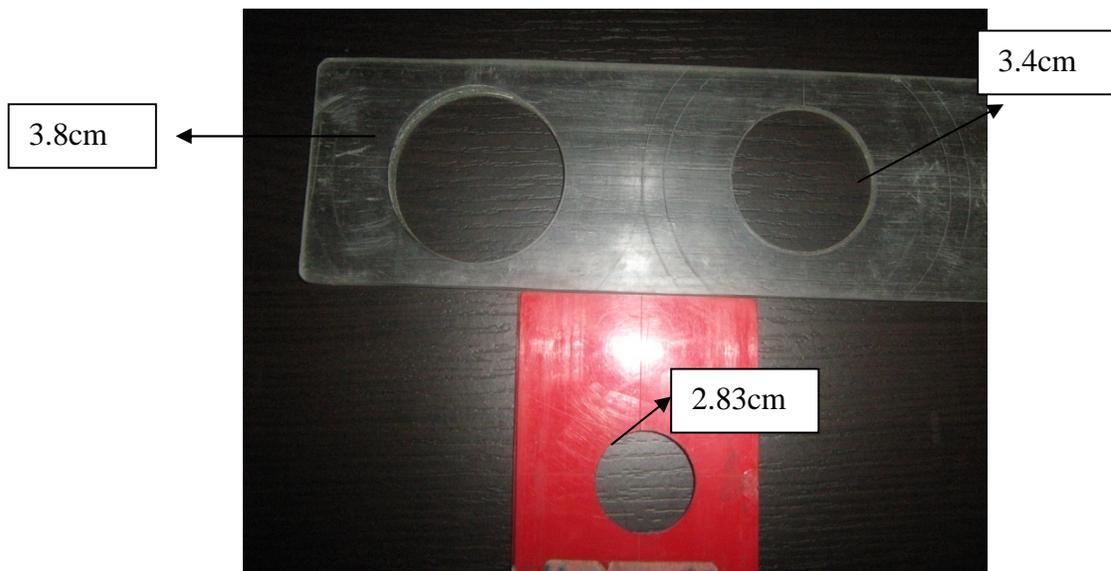


Figura 11. Diámetros que se utilizaron en la tolva de sólidos.

## 2.2 PROPIEDADES DE LOS SÓLIDOS

Entre las propiedades analizadas para el material sólido se encuentra la granulometría, la gravedad específica y el coeficiente de arrastre, los cuales se describen a continuación:

**2.2.1 Granulometría** La mezcla se preparó usando sedimento con tamaños comprendidos entre el tamiz n° 200 hasta el tamiz n° 16 y limadura de hierro entre los mismos tamices. Para los sedimentos se usó tres tipos de granulometría correspondientes a arena de sílice de cuarzo de igual origen, la muestra T1 corresponde a una granulometría comprendida entre el tamiz n° 16 y el n° 30, la muestra T2 entre el tamiz n°30 y el n° 50, y la muestra T3 entre el tamiz n° 50 y el n° 200, las granulometrías y características de las muestras se indican a continuación en las Tablas 2 a 9.

Nº de Tamiz	Abertura [mm]	Peso ret [gr]	% retenido	% Ret acumu	% pasa
30	0,600	0,00	0,00	0,00	100,00
40	0,425	59,00	3,67	3,67	96,33
50	0,300	65,00	4,04	7,71	92,29
60	0,250	342,00	21,26	28,96	71,04
80	0,180	229,00	14,23	43,19	56,81
100	0,150	345,00	21,44	64,64	35,36
200	0,074	371,00	23,06	87,69	12,31
fondo	0,000	198,00	12,31	100,00	0,00
<b>suma total</b>		<b>1609,00</b>	<b>100</b>		

**Tabla 2. Granulometría del sedimento fino.**

Abertura por la cual pasa determinado porcentaje de material					
D <sub>84</sub> =	0,2805	Mm	D <sub>30</sub> =	0,1323	mm
D <sub>50</sub> =	0,1705	Mm	D <sub>16</sub> =	0,0862	mm
D <sub>60</sub> =	0,1957	Mm	D <sub>10</sub> =	0,0603	mm
Cu =	3,24	Sedimento uniforme			
$\sigma_g$	3,25	Sedimento no uniforme			
Cc	1,48				

**Tabla 3. Características del sedimento fino.**

Nº de Tamiz	Abertura [mm]	Peso ret [gr]	% retenido	% Ret acumu	% pasa
20	0,850	0,00	0,00	0,00	100,00
30	0,600	145,00	7,17	7,17	92,83
40	0,425	1239,00	61,31	68,48	31,52
50	0,300	354,00	17,52	86,00	14,00
100	0,150	221,00	10,94	96,93	3,07
200	0,074	55,00	2,72	99,65	0,35
fondo	0,000	7,00	0,35	100,00	0,00
<b>suma total</b>		<b>2021,00</b>	<b>100</b>		

**Tabla 4. Granulometría del sedimento intermedio.**

Abertura por la cual pasa determinado porcentaje de material					
D <sub>84</sub> =	0,5748	Mm	D <sub>30</sub> =	0,4142	mm
D <sub>50</sub> =	0,4778	Mm	D <sub>16</sub> =	0,3143	mm
D <sub>60</sub> =	0,5063	Mm	D <sub>10</sub> =	0,2451	mm
Cu=	2,07	Sedimento uniforme			
$\sigma_g$	1,83	Sedimento no uniforme			
Cc	1,38				

**Tabla 5. Características del sedimento intermedio.**

Nº de Tamiz	Abertura [mm]	Peso ret [gr]	% retenido	% Ret acumu	% pasa
16	1,180	0	0,00	0,00	100,00
20	0,850	204,00	7,56	7,56	92,44
30	0,600	1304,00	48,30	55,85	44,15
40	0,425	696,00	25,78	81,63	18,37
50	0,300	450,00	16,67	98,30	1,70
100	0,150	35,00	1,30	99,59	0,41
200	0,074	7,00	0,26	99,85	0,15
fondo	0,000	4,00	0,15	100,00	0,00
<b>suma total</b>		<b>2700,00</b>	<b>100</b>		

**Tabla 6. Granulometría del sedimento grueso.**

Abertura por la cual pasa determinado porcentaje de material					
D <sub>84</sub> =	0,8063	Mm	D <sub>30</sub> =	0,5040	mm
D <sub>50</sub> =	0,6303	Mm	D <sub>16</sub> =	0,4072	mm
D <sub>60</sub> =	0,6821	Mm	D <sub>10</sub> =	0,3622	mm
Cu=	1,88	Sedimento uniforme			
$\sigma_g$	1,98	Sedimento no uniforme			
Cc	1,03				

**Tabla 7. Características del sedimento grueso.**

Nº de Tamiz	Abertura [mm]	Peso ret [gr]	% retenido	% Ret acumu	% pasa
16	1,180	0	0,00	0,00	100,00
20	0,850	212	7,12	7,12	92,88
30	0,600	733	24,63	31,75	68,25
40	0,425	657	22,08	53,83	46,17
50	0,300	285	9,58	63,41	36,59
60	0,250	330	11,09	74,50	25,50
80	0,180	336	11,29	85,79	14,21
100	0,150	189	6,35	92,14	7,86
200	0,074	154	5,17	97,31	2,69
fondo	0,000	80,0	2,69	100,00	0,00
<b>suma total</b>		<b>2976,00</b>	<b>100</b>		

**Tabla 8. Granulometría del material ferroso.**

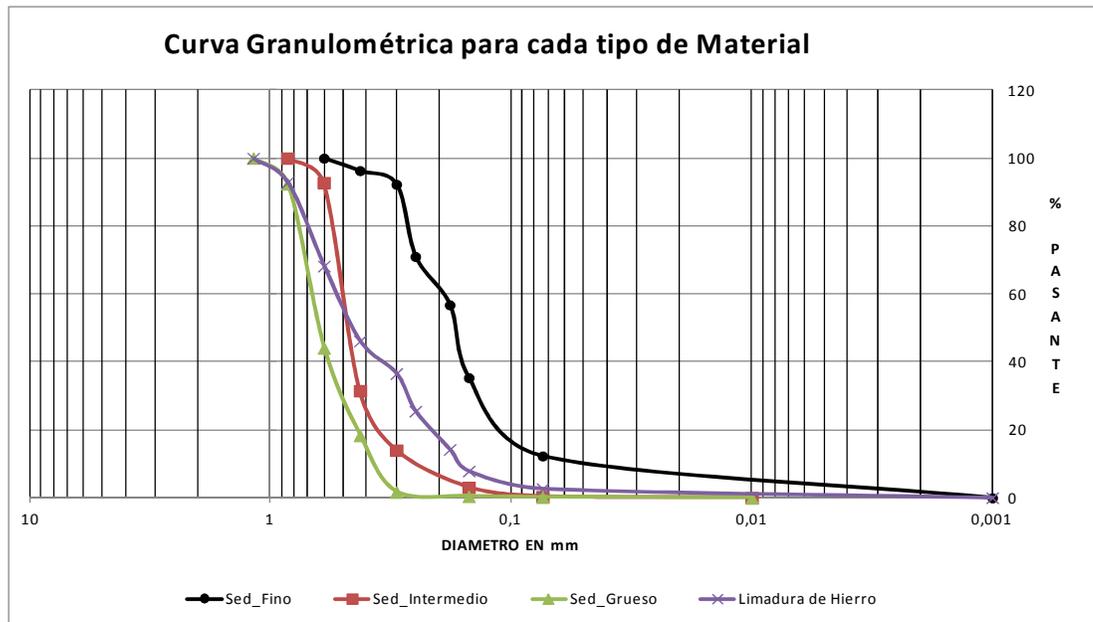
Abertura por la cual pasa determinado porcentaje de material					
D <sub>84</sub> =	0,7599	Mm	D <sub>30</sub> =	0,2703	mm
D <sub>50</sub> =	0,4554	Mm	D <sub>16</sub> =	0,1911	mm
D <sub>60</sub> =	0,5346	Mm	D <sub>10</sub> =	0,1601	mm
Cu =	3,34	Sedimento uniforme			
$\sigma_g$	3,98	Sedimento no uniforme			
Cc	0,85				

**Tabla 9. Características del material ferroso.**

Donde

Cu: coeficiente de uniformidad relacionado con el origen del suelo y cuanto menor es, más uniforme es el suelo; Cu < 5 corresponde a suelos uniformes.

Cc: indicador del equilibrio relativo que existe entre los diferentes rangos de tamaño de partículas del suelo; 1 < Cc < 3 indica regularidad en la curva. (ver figura 12).





**Figura 13. Máquina de los ángeles.**



**Figura 14. Proceso de obtención de material fino.**

Para realizar la mezcla se agregó a diecinueve 19 kilos de arena un 1 kilo de hierro para alcanzar una concentración del 5%. Es de anotar que esta concentración del 5% fue para el primer ensayo de cada muestra ya que para los siguientes ensayos se reutilizó el sedimento y la concentración ya no era del 5%, la cual se calculó midiendo las concentraciones en la descarga y el rebose.

**2.2.2 Gravedad específica:  $G_s$**  Se midió en laboratorio las gravedades específicas,  $G_s$ , de cada tipo de muestra de sedimento y del hierro, donde, para la muestra T1 se obtuvo  $G_s = 2.53$ , la muestra T2 una  $G_s = 2.57$  y para T3 con  $G_s = 2.56$ . La gravedad específica del hierro obtenida fue de  $G_s = 5.33$ .

El procedimiento de medición se explica en el **Anexo N° 1**.

## 2.3 VARIABLES DE RESPUESTA

El separador de vórtice está compuesto por una entrada la cual se denomina *alimentación*, una salida para la recuperación del hierro o concentrado la cual se denomina *descarga* y una salida principal para la salida del material, la cual se denomina *rebose*; las variables de respuesta son: partición de agua ( $P_A$ ), la remoción de metal ( $R_M$ ), la remoción de sedimento ( $R_S$ ) y la concentración de metal a la salida del separador  $C_{MD}$ .

**2.3.1 Partición de agua.  $P_A$**  Esta variable se incluye, debido a que es de suma importancia conocer la distribución del agua a la salida del separador, con el fin de conocer el grado de espesamiento y ser usada en etapas posteriores de separación. La partición de agua está definida como la relación de caudales de la mezcla entre la descarga  $Q_{LD}$  y el caudal en la alimentación  $Q_{LA}$  del Separador, expresada como:

$$P_A = \frac{Q_{LD}}{Q_{LA}} \quad [3]$$

**2.3.2 Remoción de metal ferroso por la descarga:  $R_M$**  Definida como la relación de pesos de metal ferroso entre la descarga  $W_{MD}$  y el peso de metal en la alimentación  $W_{MA}$ , expresada como:

$$R_M = \frac{W_{MD}}{W_{MA}} = \frac{(Y_M \times V_{MD})/t}{(Y_M \times V_{MA})/t} = \frac{Q_{MDV}}{Q_{MAV}} \quad [4]$$

Donde,  $V_{MD}$  es el volumen de metal en la descarga,  $V_{MA}$  es el volumen de metal en la alimentación,  $Q_{MDV}$  es el caudal volumétrico de metal en la descarga,  $Q_{MAV}$  es el caudal volumétrico de metal pesado en la alimentación.

**2.3.3 Remoción de sedimento por la descarga:  $R_S$**  Definida como la relación de pesos del sedimento entre la descarga  $W_{SD}$  y el peso total de sedimentos en la alimentación  $W_{SA}$ , dada como:

$$R_S = \frac{W_{SD}}{W_{SA}} = \frac{\gamma_S \times V_{SD}}{\gamma_S \times V_{SA}} = \frac{V_{SD}/t}{V_{SA}/t} = \frac{Q_{SDV}}{Q_{SAV}} \quad [5]$$

Donde,  $V_{SD}$  es el volumen de sólidos en la descarga,  $V_{SA}$  es el volumen de sólidos en la alimentación,  $Q_{SDV}$  es el caudal volumétrico de sólidos en la descarga,  $Q_{SAV}$  es el caudal volumétrico de sólidos en la alimentación.

**2.3.4 Concentraciones de metal ferroso en la descarga:  $C_{MD}$ .** Esta variable de respuesta está definida como la relación del peso de metal recuperado por el separador en la descarga  $W_{MD}$  y el peso total de metal más sedimento recuperado en la descarga  $W_{sMD}$ , expresada como:

$$C_{MD} = \frac{W_{MD}}{W_{sMD}} \quad [6]$$

Introduciendo las ecuaciones 4 y 5, se logra una expresión para  $C_{MD}$ , dada como:

$$C_{MD} = R_M \times \left( \frac{C_{MA}}{1 - C_{MA}} \right) \left[ R_M \left( \frac{C_{MA}}{1 - C_{MA}} \right) + R_S \right]^{-1} \quad [7]$$

$$C_{MA} = \frac{W_{MA}}{W_{sMA}} \quad [8]$$

Donde,  $C_{MA}$  es la concentración de metal en la alimentación, valor que debe ser conocido y relaciona el peso de metal en la alimentación  $W_{MA}$  y el peso total de sedimento y metal a la entrada,  $W_{sMA}$ ,

Conocidos los valores de  $R_S$  y  $R_M$ , se puede usar la ec. [7] Y [8], para el cálculo de la concentración de metal en la descarga, sin recurrir a una correlación para  $C_{MD}$ .

## 2.4 PARÁMETROS ADIMENSIONALES

Para el diseño se seleccionaron los siguientes parámetros:

- **De** es el número de Dean modificado del flujo de la mezcla agua, arena y metal ferroso.
- **NR** indica el número de Restricción.
- **LN** es el número Longitud Normalizada tomando como base el estudio de (Etayo, 2008), (11) los cuales representan los aspectos geométricos del Separador de vórtice.
- **CD**, Es el coeficiente de arrastre de partícula. Se calculará según (Cheng, 1997a) (12) y (Cheng, 1997b) (13).

Las ecuaciones correspondientes a cada parámetro se indican a continuación:

$$De = \left( \frac{DV\rho}{V_m} \right) \left( \frac{D_A}{D_C} \right)^{\frac{1}{2}} \quad [9]$$

Los valores de  $\nu_m$  que es la viscosidad cinemática de la mezcla, se calculan como:

$$\nu_m = \left[ \frac{2\nu_w}{2-3C_v} \right] \quad [10]$$

$\nu_w$  que es la viscosidad cinemática del agua y  $C_v$  es la concentración volumétrica de sólidos.

$$N_R = \frac{D_R^2 + D_D^2}{D_A^2} \quad [11]$$

$$L_N = \frac{L_V}{D_C} \quad [12]$$

Donde, **DR** es el diámetro del rebose, **DD** es el diámetro de la descarga y **LV** es la altura libre del separador de vórtice entre salidas. **DA** es el diámetro del tubo de la alimentación, **DC** es el diámetro del cilindro.

Las variables de respuesta para el separador de vórtice se denotan como  $\Pi_H$  y se correlacionan con los parámetros adimensionales, como se establece en la siguiente relación funcional adimensional:

$$\Pi_H = f(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4) \quad [13a]$$

La cual se correlaciona con los datos experimentales de la siguiente manera.

$$\Pi_H = a (\Pi_1^b, \Pi_2^c, \Pi_3^d, \Pi_4^e) \quad [13b]$$

Donde  $\Pi_1 = De$ ,  $\Pi_2 = N_R$ ,  $\Pi_3 = L_N$ , y el parámetro  $\Pi_4$  representa las propiedades de las partículas sólidas el cual puede tomar el valor de  $C_D$ . Los coeficientes y los exponentes se hallan (por medio de regresión lineal múltiple (RLM), aplicada a los datos experimentales linealizando la ecuación a través de logaritmos, como se indica a continuación:

$$\text{Log}(\Pi_H) = \log a + b\text{Log}(\Pi_1) + c\text{Log}(\Pi_2) + d\text{Log}(\Pi_3) + e\text{Log}(\Pi_4) \quad [13c]$$

Las variables manipulables son las siguientes:

**Q<sub>L</sub>**            [m<sup>3</sup>/s]    El cual hará variar el número de Dean modificado. **De**

**L<sub>v</sub>**            [m]        La cual hace variar **L<sub>N</sub>**.

**D<sub>D</sub>**            [m]        El cual hace variar **N<sub>R</sub>**.

**D<sub>50</sub>**           [mm]      Diámetro por el cual pasa el 50 % en la granulometría de alimentación del separador de vórtice, el cual hace variar el **C<sub>D</sub>**.

## 2.5 DISEÑO EXPERIMENTAL

A continuación se indica el tipo de diseño que se realizó para cada condición de flujo.

El diseño experimental se obtiene mediante el software *statgraphics*:

Resumen del Diseño.

-----

Clases de Diseño: En Pantalla  
 Nombre de Diseño: Factorial                      2<sup>4</sup>  
 Nombre de fichero: <Sin título>

Base de Diseño

Número de factores experimentales: 4    Número de bloques: 1  
 Número de residuos 1  
 Número de ejecuciones: 20    Error Grados de libertad: 9  
 Aleatorizado: Si

Factores	Pequeño	Grande	Unidades	Continuo
Q <sub>L</sub>	-1.0	1.0	L/s	Si
L <sub>V</sub>	-1.0	1.0	m	Si
D <sub>D</sub>	-1.0	1.0	m	Si
d50	-1.0	1.0	m	Si

Respuestas	Unidades
CMD	%

Se ha creado un número factorial de diseños que estudiarán los efectos de 4 factores en 20 ejecuciones. El diseño será ejecutado en un solo bloque. El orden de los experimentos se ha aleatorizado totalmente como se muestra en la tabla 10. Esto protegerá contra los efectos de variables ocultas.

1	2	3	4	5
No	Q <sub>L</sub>	L <sub>V</sub>	D <sub>D</sub>	d <sub>50</sub>
1	1.0	-1.0	-1.0	1.0
2	1.0	-1.0	-1.0	-1.0
3	0.0	0.0	0.0	0.0
4	1.0	1.0	-1.0	-1.0
5	-1.0	-1.0	-1.0	1.0
6	-1.0	1.0	1.0	1.0
7	1.0	1.0	1.0	-1.0
8	-1.0	-1.0	1.0	-1.0
9	1.0	1.0	-1.0	1.0
10	1.0	1.0	1.0	1.0
11	-1.0	-1.0	1.0	1.0
12	0.0	0.0	0.0	0.0
13	0.0	0.0	0.0	0.0
14	-1.0	1.0	-1.0	-1.0
15	-1.0	-1.0	-1.0	-1.0
16	1.0	-1.0	1.0	1.0
17	-1.0	1.0	-1.0	1.0
18	1.0	-1.0	1.0	-1.0
19	-1.0	1.0	1.0	-1.0
20	0.0	0.0	0.0	0.0

**Tabla 10. Matriz de diseño experimental para el separador de vórtice adaptada del software statgraphics.**

## 2.6 PROCEDIMIENTO DE MEDICIÓN

Para minimizar los errores de medición debido a posibles fallas humanas, se procedió a grabar en video el sistema de medición del montaje de laboratorio para cada corrida experimental, y luego se obtuvieron los valores del video. Para cada experimento se siguió el siguiente procedimiento:

- ✓ Se verificó en la tabla de diseño experimental el tipo de muestra a utilizar, el diámetro de descarga, la longitud entre la alimentación y el rebose y el caudal líquido.
- ✓ Se prendió la bomba para recircular el agua hasta lograr flujo permanente, con el caudal de agua requerido según la corrida experimental del diseño.
- ✓ Se suministró el caudal sólido por medio de una tolva con un orificio calibrado, según el tipo de muestra a utilizar para que dosifique el valor establecido.

- ✓ Se procedió a grabar con la cámara de video en el siguiente orden: vertederos para aforo de caudal líquido correspondientes a la descarga y rebose; la lectura del termómetro y tipo de muestra de sedimentos durante la ejecución del ensayo.
- ✓ Las muestras de sedimento y hierro se recuperaron del sedimentador y se llevaron al horno a una temperatura de 110 °C.
- ✓ Se pesaron las muestras de sólidos de forma separada según la correspondiente salida.
- ✓ Se realizó una granulometría a las muestras de sólidos de forma separada según la correspondiente salida. Las granulometrías de cada ensayo se encuentran en el **anexo N° 5**.
- ✓ Se tomó 100 gr de cada muestra por cuarteo y se separó la limadura de hierro de la arena con la ayuda de un imán, la cual se pesó, siendo su peso el metal recuperado por la descarga del separador.

Del video se obtuvo los siguientes datos: altura del vertedero correspondiente al caudal de la descarga  $h_{VD}$ ; Altura del vertedero correspondiente al caudal del rebose  $h_{VR}$ ; temperatura en grados centígrados  $T$ ; tipo de muestra de sedimentos (T1, T2, T3) y longitud de descarga ( $L_{V1}$ ,  $L_{V2}$ ,  $L_{V3}$ ). Los valores numéricos de cada arreglo experimental se indican en la Tabla 11.

Siendo T1, el tamaño de sedimento menor: 0.0001699 m, T2 el tamaño de sedimento medio: 0.0004773m, T3 el tamaño de sedimento mayor: 0.0007082 m.

Siendo  $L_{V1}$ , distancia vertical entre la alimentación y el rebose N°3: 0.15 m,  $L_{V2}$  distancia vertical entre la alimentación y el rebose N°2: 0.305 m,  $L_{V3}$ : distancia vertical entre la alimentación y el rebose N° 1: 0.460 m.

El caudal del agua se calculó con tres vertederos triangulares calibrados, donde el vertedero 1 y 2 miden el caudal líquido del rebose y el vertedero 3, mide el caudal de la descarga. Las ecuaciones de calibración se indican a continuación:

*Ecuación de calibración de los vertederos 1-2:*

$$Q_e = 1242.4086(h_{ve})^{2.4113} \quad [14]$$

Donde,  $h_{ve}$  en m,  $Q$  en L/s.

*Ecuación de calibración del vertedero 3:*

$$Q_i = 647.288(h_{vi})^{2.4143} \quad [15]$$

Donde,  $h_{vi}$  en m,  $Q$  en L/s.

**2.6.1 Valores experimentales obtenidos en laboratorio.** En la tabla 11 se indican los valores medidos en laboratorio para cada ensayo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
No	$Q_L$	$L_v$	DD	d50	$Q_L$ [m <sup>3</sup> /s]	$L_v$ [m]	DD [m]	d50 [m]	T [°C]	$h_{vD}$ [m]	$h_{vR}$ [m]
1	1	-1	-1	1	0,002516	0,155	0,0095	0,0007082	17	2,8	7,6
2	1	-1	-1	-1	0,002516	0,155	0,0095	0,0001699	18	2,4	7,7
3	0	0	0	0	0,001832	0,305	0,0199	0,0004773	16	3,8	5,9
4	1	1	-1	-1	0,002516	0,46	0,0095	0,0001718	17	3,5	7,6
5	-1	-1	-1	1	0,001147	0,155	0,0095	0,0005257	17	2,5	3,6
6	-1	1	1	1	0,001147	0,46	0,0291	0,0006289	18	7,1	1,1
7	1	1	1	-1	0,002516	0,46	0,0291	0,0001799	17	6,4	6,3
8	-1	-1	1	-1	0,001147	0,155	0,0291	0,0001715	17	5,2	4,3
9	1	1	-1	1	0,002516	0,46	0,0095	0,0007129	19	3,5	7,2
10	1	1	1	1	0,002516	0,46	0,0291	0,0006899	18	7,5	5,3
11	-1	-1	1	1	0,001147	0,155	0,0291	0,0006000	16	5,2	4,3
12	0	0	0	0	0,001832	0,305	0,0199	0,0005167	17	3,9	6,1
13	0	0	0	0	0,001832	0,305	0,0199	0,0004939	18	3,9	6,1
14	-1	1	-1	-1	0,001147	0,46	0,0095	0,0002481	19	3,5	5,1
15	-1	-1	-1	-1	0,001147	0,155	0,0095	0,0002201	19	2,7	5,2
16	1	-1	1	1	0,002516	0,155	0,0291	0,0006765	19	5,5	7
17	-1	1	-1	1	0,001147	0,46	0,0095	0,0006209	17	3,5	5
18	1	-1	1	-1	0,002516	0,155	0,0291	0,0002305	18	4,1	7,2
19	-1	1	1	-1	0,001147	0,46	0,0291	0,0001686	19	7,6	0,6
20	0	0	0	0	0,001832	0,305	0,0199	0,0004978	16	4,6	5,6

**Tabla 11. Datos de laboratorio según el diseño experimental.**

Columna 2 y 6: caudal líquido. Columna 3 y 7: longitud entre salidas del rebose. Columna 3 y 8: diámetro de descarga. Columna 4 y 9: tipo de muestra. Columna 10: temperatura de la mezcla. Columna 11: altura en el vertedero de descarga con ec. [14]. Columna 12: altura en el vertedero de rebose con ec. [13].

1	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
No	$W_{sMD}$	$W_{sMR}$	$W_{MD}$	$W_{MR}$	$Q_{sMA}$	$G_{ss}$	$G_{sM}$	$D_C$	$D_A$	$D_R$
	[g]	[g]	[g]	[g]	[g/s]	[-]	[-]	[m]	[m]	[m]
1	3431	16569	257,325	646,191	380,695	2,56	5,33	0,15	0,042	0,054
2	587	19413	35,220	1164,780	397,85	2,53	5,33	0,15	0,042	0,054
3	7985	12015	435,981	351,439	350,235	2,57	5,33	0,15	0,042	0,054
4	800	19200	40,800	998,400	397,85	2,53	5,33	0,15	0,042	0,054
5	18924	1076	984,048	39,812	380,695	2,53	5,33	0,15	0,042	0,054
6	19242	758	683,091	38,279	380,695	2,56	5,33	0,15	0,042	0,054
7	1847	18153	97,891	680,738	397,85	2,53	5,33	0,15	0,042	0,054
8	9598	10402	502,455	249,648	397,85	2,53	5,33	0,15	0,042	0,054
9	5780	14220	354,314	319,950	380,695	2,56	5,33	0,15	0,042	0,054
10	10720	9280	452,920	206,944	380,695	2,56	5,33	0,15	0,042	0,054
11	17895	2015	701,415	96,720	380,695	2,56	5,33	0,15	0,042	0,054
12	7717	12283	451,445	365,419	350,235	2,57	5,33	0,15	0,042	0,054
13	8205	11795	430,763	329,670	350,235	2,57	5,33	0,15	0,042	0,054
14	4862	15138	316,030	454,140	397,85	2,53	5,33	0,15	0,042	0,054
15	3950	16050	279,660	507,180	397,85	2,53	5,33	0,15	0,042	0,054
16	8684	11316	358,649	260,268	380,695	2,56	5,33	0,15	0,042	0,054
17	15929	4071	512,117	69,614	380,695	2,56	5,33	0,15	0,042	0,054
18	1403	18597	101,297	673,211	397,85	2,53	5,33	0,15	0,042	0,054
19	15653	4347	586,988	176,488	397,85	2,53	5,33	0,15	0,042	0,054
20	7959	12041	452,867	301,627	350,235	2,57	5,33	0,15	0,042	0,054

**(Continuación) Tabla 12. Datos de laboratorio según el diseño experimental.**

Columna 13: peso del sedimento y metal en la descarga. Columna 14: peso del sedimento y el metal en el rebose. Columna 15: peso del metal en la descarga. Columna 16: peso del metal en el rebose. Columna 17: caudal sólido del metal en la alimentación. Columna 18: gravedad específica del sedimento. Columna 19: gravedad específica del metal. Columna 20: diámetro del cilindro del separador de vórtice. Columna 21: diámetro en el tubo de alimentación. Columna 22: diámetro en el tubo del rebose.

### 3. ANÁLISIS Y RESULTADOS

A partir de los datos experimentales, se procesó la información, se realizaron los cálculos respectivos y se propuso nuevas correlaciones para el cálculo de la remoción de sedimentos y la remoción de metal pesado.

En el **anexo 3**, se indican los datos en la Tabla 2 y el procedimiento para calcular cada columna con la respectiva ecuación.

Según el análisis de los resultados obtenidos en la Tabla 2 del **anexo 3** se determinó que el punto óptimo de operación para mejores concentraciones de metal en la descarga se consigue utilizando el caudal máximo, con la longitud menor entre la alimentación y el rebose, un diámetro de descarga mínimo y el tamaño mayor de sedimento, logrando una concentración de metal en la descarga del 7.5%, calculado con la ecuación [6], expresado en porcentaje.

$$C_{MDW} = \left( \frac{W_{MD}}{W_{SMD}} \right) * 100 \quad [6]$$

#### 3.1 CORRELACIONES MATEMÁTICAS PARA LAS VARIABLES DE RESPUESTA

Con ayuda del software statGraphics, que realiza análisis complejos de datos estadísticos, se obtienen las regresiones lineales múltiples y como resultado se obtienen las correlaciones matemáticas para cada una de las variables de respuesta y además indica los datos del análisis de varianza de los datos.

En la regresión lineal múltiple de la concentración de metal en la descarga se obtiene:

## Análisis de Regresión Múltiple

Variable dependiente:  
Log\_CMDW

Parámetro	Estimación	Error estándar	T	P-Valor
CONSTANTE	-1,49937	0,314988	-4,76009	0,0003
Log_Dem	0,136611	0,0717651	1,90358	0,0763
Log_LN	-0,161377	0,0754599	-2,13858	0,0493
Log_NR	-1,30891	0,369957	-3,538	0,0030
Log_Cd	0,0396263	0,0395336	1,00234	0,3321

## Análisis de Varianza

Fuente	Suma de cuadrados	GL	Cuadrado medio	Cociente-F	P-Valor
Modelo	0,0968097	4	0,0242024	4,81	0,0107
Residuo	0,0754141	15	0,00502761		

P-Valor: 0.0107

Total (Corr.) 0,172224 19

**R-cuadrado = 56,2116 porcentaje**

R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 44,5346 porcentaje

Error estándar de est. = 0,0709056

Error absoluto medio = 0,0516141

Estadístico de Durbin-Watson = 2,60228 (P=0,0958)

Auto correlación residual en Lag 1 = -0,32638

El StatAdvisor

La salida muestra los resultados del ajuste a un modelo de regresión lineal múltiple para describir la relación entre Log\_CMDW y 4 variables independientes. La ecuación del modelo ajustado es

$$\text{Log\_CMDW} = -1,49937 + 0,136611 * \text{Log\_Dem} - 0,161377 * \text{Log\_LN} - 1,30891 * \text{Log\_NR} + 0,0396263 * \text{Log\_Cd}$$

Dado que el p-valor es inferior a 0.05 existe relación estadísticamente significativa entre las variables para un nivel de confianza del 95%.

El estadístico R-cuadrado indica que el modelo explica un 56,2116% de la variabilidad en Log\_CMDW. El estadístico R-cuadrado ajustado, que es más conveniente para comparar modelos con diferentes números de variables independientes, es 44,5346%.

El procedimiento de obtención de regresión lineal múltiple para las demás variables de respuesta se explica en el **anexo N° 4**

### 3.1.1 Partición de agua: $P_A$

$$\text{Log}P_A = 1.12586 - 0.945431 * \text{Log}De + 7.5771 * \text{Log}N_R + 0.717531 * \text{Log}L_N - 0.0296412 * \text{Log}C_D \quad [16]$$

$$P_A = 10^{1.12586} De^{-0.945431} N_R^{7.5771} L_N^{0.717531} C_D^{-0.0296412} \quad [17]$$

### 3.1.2 Remoción de sedimento: $R_S$

$$\text{Log}R_S = 4,52993 - 1,34458 * \text{Log}De + 4,08867 * \text{Log}N_R + 0,398053 * \text{Log}L_N - 0,566393 * \text{Log}C_D \quad [18]$$

$$R_S = 10^{4,52993} De^{-1,34458} N_R^{4,08867} L_N^{0,398053} C_D^{-0,566393} \quad [19]$$

### 3.1.3 Remoción de metal:

$$\text{Log}R_M = 4.12536 - 1.18373 \text{Log}De + 3.63763 \text{Log}N_R + 0.304392 \text{Log}L_N - 0.604977 \text{Log}C_D \quad [20]$$

$$R_M = 10^{4.12536} De^{-1.18373} N_R^{3.63763} L_N^{0.304392} C_D^{-0.604977} \quad [21]$$

### 3.1.4 Concentración de metal:

$$\text{Log}C_{MDW} = -1,49937 + 0,136611 \cdot \text{Log}D_e - 0,161377 \cdot \text{Log}L_N - 1,30891 \cdot \text{Log}N_R + 0,0396263 \cdot \text{Log}C_D \quad [22]$$

$$C_{MDW} = 10^{-1,49937} D_e^{0,136611} L_N^{-0,161377} N_R^{-1,30891} C_D^{0,0396263} \quad [23]$$

El valor de  $C_{MDW}$  también se calcula remplazando los valores de las ecuaciones de  $R_S$  y  $R_M$ , en ec. [7].

### 3.2 VERIFICACIÓN DE LA CORRELACIONES

Para evaluar el error de predicción de las correlaciones, se utiliza el criterio de error promedio  $\bar{E}$ , el cual es dado como:

$$\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^{ND} (E_i)}{ND} \quad [24]$$

Donde  $ND$  es el número de experimentos,  $E_i$  en [%] es el error de predicción para cada uno de los datos, calculado como:

$$E_i = \left| \frac{\text{Valor}_{calculado} - \text{Valor}_{medidos}}{\text{Valor}_{medidos}} \right| * 100$$

Para las ecuaciones correspondientes a la mezcla de agua, sedimento y metal ferroso, se calculan los errores de predicción para cada ensayo como se indica en la Tabla 12.

Para comprender mejor la diferencia entre los valores calculados y medidos, se presenta gráficamente estos valores en la Figura 15, donde se observa una buena correlación.

1	51	52	53	54	55	56	57	58
No	C <sub>M</sub> DW	error	Rs	error	PA	error	Rm	error
	C <sub>calculada</sub>	C <sub>M</sub> DW	C <sub>calculada</sub>	Rs	C <sub>calculada</sub>	PA	C <sub>calculada</sub>	Rm
	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
1	6,83	8,87	13,36	19,64	3,6	18,49	21,7	23,95
2	7,50	24,93	3,66	24,59	3,3	8,43	5,5	86,89
3	5,12	6,25	40,77	3,77	19,8	30,64	53,6	3,18
4	6,28	23,22	5,66	41,40	7,2	2,54	7,7	94,92
5	5,25	0,88	160,45	69,72	26,5	13,07	180,0	87,32
6	3,84	8,07	147,90	53,63	95,5	2,43	169,5	78,95
7	4,62	12,86	16,87	85,37	42,7	22,22	20,4	61,88
8	5,00	4,53	26,90	43,07	41,0	8,86	31,3	53,16
9	5,70	7,09	22,11	21,26	8,2	1,09	32,2	38,74
10	4,23	0,06	58,42	10,04	47,0	13,63	76,0	10,75
11	4,57	17,26	94,51	5,00	44,6	0,83	119,1	35,55
12	5,17	11,65	37,90	0,07	18,0	20,36	50,9	7,83
13	5,19	1,09	35,96	11,02	17,5	17,44	48,5	14,46
14	5,45	16,09	25,73	8,82	16,2	5,88	31,2	24,01
15	6,53	7,80	15,31	19,86	7,7	19,88	20,2	43,17
16	5,15	24,81	30,33	29,40	18,4	17,95	44,9	22,52
17	5,13	15,34	59,20	24,45	17,8	9,65	74,8	11,72
18	5,40	25,18	14,56	114,98	19,4	45,28	20,0	52,63
19	4,28	14,24	34,05	56,52	75,7	23,99	36,9	51,98
20	5,10	10,37	42,62	9,28	20,1	17,52	56,0	6,64
Promedio		12,03		32,59		15,01		40,51

**Tabla 13. Valores de los errores promedio calculados de las variables de respuesta afectadas por la mezcla de agua.**

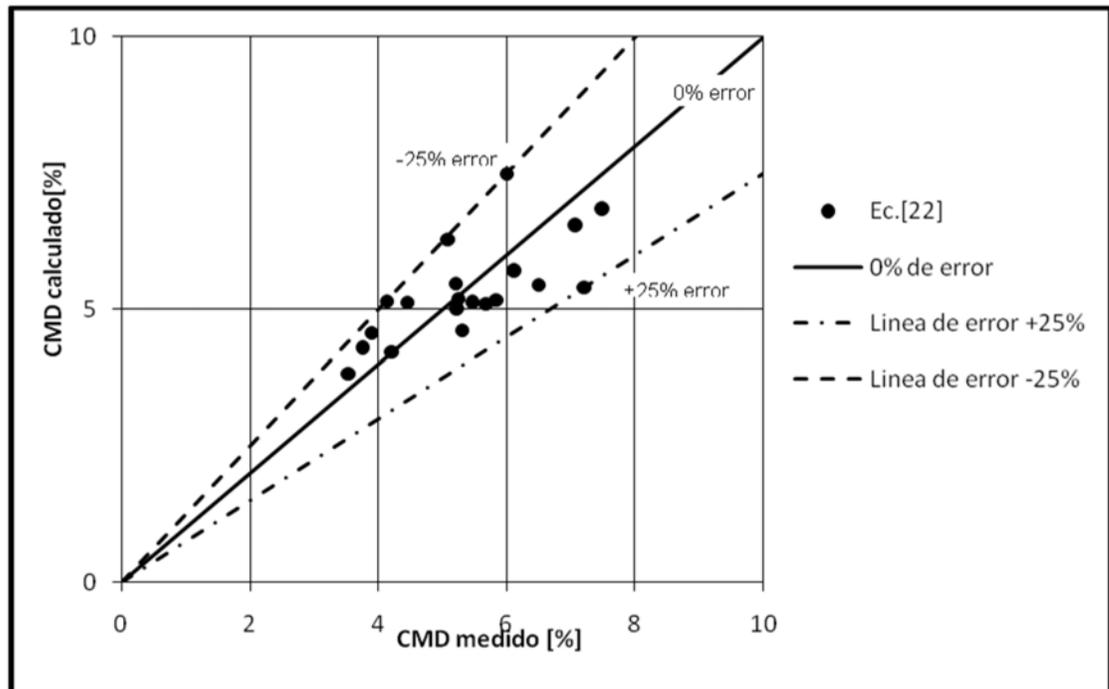
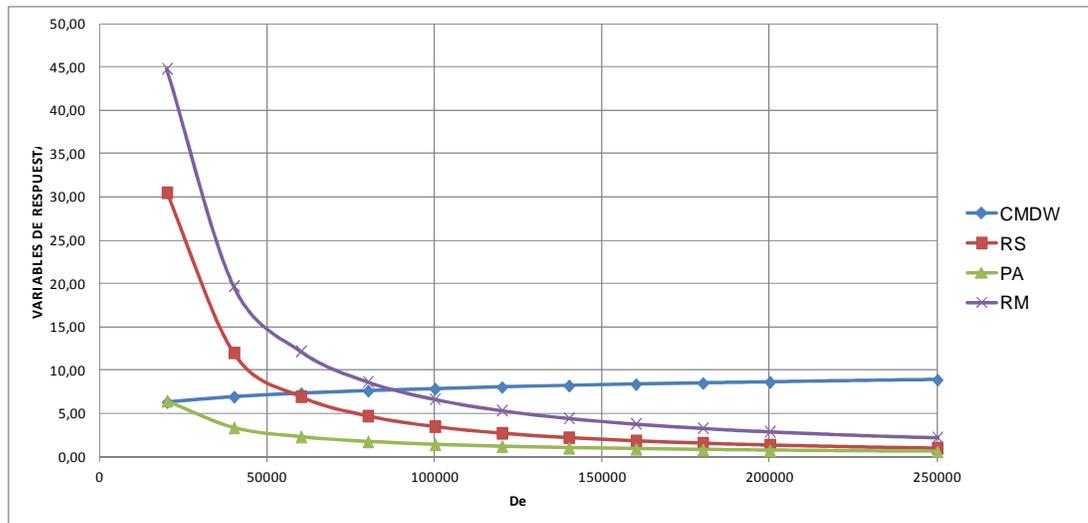


Figura 15. Comparación de los valores medidos y calculados para  $C_{MD}$  del separador de vórtice.

### 3.3 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Analizando las ecuaciones [17], [19] y [21] se puede decir que las variables de respuesta  $P_A$ ,  $R_M$  y  $R_S$  son inversamente proporcionales al número de Dean modificado  $De$ , directamente proporcionales a la relación  $N_R$  y  $L_N$ , y el coeficiente de arrastre  $C_D$  es inversamente proporcional con  $R_S$  y con  $R_M$ . Por otro lado para analizar la ecuación [23] para el cálculo de la concentración de hierro en la descarga, se representa en la figura 16 la variación de  $P_A$ ,  $R_M$ ,  $R_S$  y  $C_{MDW}$  contra cada uno de los parámetros, donde  $L_N$ : 1.033,  $N_R$ : 1.703 y  $C_D$ : 2.383, en la cual se observa que al aumentar el  $De$ , los valores de las variables de respuesta  $P_A$ ,  $R_M$  y  $R_S$ , disminuyen, pero  $C_{MDW}$  aumenta. Este comportamiento es muy favorable en el sentido de que permite aumentar la concentración de metal en la descarga, incrementando el número de Dean modificado, lo que implica que se pueda tratar mayor caudal de la mezcla de sedimento y metal por unidad de tiempo.

El cambio en las variables de respuesta se indica gráficamente en la figura 16.



**Figura 16. Análisis de sensibilidad utilizando ecuaciones de correlaciones matemáticas.**

## 4. METODOLOGÍA DE DISEÑO DEL SEPARADOR DE VÓRTICE

### 4.1 INTRODUCCIÓN

Las ventajas que ofrecen los dispositivos de separación al momento de concentrar materiales pesados de un material aluvial han conllevado a su uso en muchas aplicaciones como la minería, plantas de potabilización de agua, en aguas residuales entre otras.

Una de las herramientas para el diseño de estos dispositivos, es la experimentación en laboratorio mediante ensayos que simulan cada uno de los factores, que podrían afectar el proceso de separación de partículas aumentando o disminuyendo la eficiencia en la concentración de un material de alta densidad respecto a otro menos denso.

### 4.2 DATOS DE ENTRADA

Los datos de partida para el cálculo y desarrollo del diseño del dispositivo son los siguientes:

- ✓ Características físicas de cada uno de los materiales que ingresan al separador.
- ✓ Características técnicas del dispositivo
- ✓ Valores de los caudales de cada uno de los materiales que ingresan al dispositivo
- ✓ Valores de los diámetros de cada uno de los orificios por donde ingresan y salen los materiales.
- ✓ Valor de la longitud entre la entrada y el rebose centro a centro del dispositivo.

### 4.3 INFLUENCIA DE FACTORES INDEPENDIENTES

Para obtener las dimensiones del dispositivo más eficiente se estudia en detalle cada uno de los factores influyen en el proceso de concentración de metal.

**L<sub>v</sub>**: hace variar la longitud normalizada.  $L_N$

Para el estudio de este factor, se probó tres longitudes de 0.155 m, 0.305 m, 0.46 m, logrando determinar que a medida que la longitud entre la alimentación y el rebose crece, la concentración de metal en la descarga disminuye, razón por la

cual para el diseño se adopta longitudes pequeñas aproximadamente de 0.155 m centro a centro.

**$d_{50}$** : hace variar el coeficiente de arrastre de partícula  $C_D$

Para el estudio de este factor, se probó tres tamaños de sedimento de 0.0001699 m, 0.0004773m y 0.0007082 m, logrando determinar que a medida que el tamaño de las partículas aumentan se mejora la concentración de metal en la descarga, razón por la cual el dispositivo sería más eficiente con tamaño de partículas grandes. Para nuestro diseño adoptaremos  **$d_{50}$**  aproximadamente de 0.0007082 m aunque cabe aclarar que para las dimensiones que tiene este dispositivo, el tamaño de partícula no afecta considerablemente la concentración de metal en la descarga.

**$Q_L$** : hace variar el número de Dean modificado de la mezcla. De

Para el estudio de este factor se probó tres caudales de 0,001147 m<sup>3</sup>/s, 0.001832 m<sup>3</sup>/s y 0,002516 m<sup>3</sup>/s, logrando determinar que a medida que los caudales aumentan favorecen el proceso de separación y concentración de metal en la descarga, razón por la cual para el diseño se adopta 0.002516 m<sup>3</sup>/s.

**$D_D$** : hace variar el número de restricción.  $N_R$

Para el estudio de este factor se probó tres diámetros de descarga de 0,0095 m, 0,0199 m y 0,0291 m, logrando determinar que a medida que disminuye el diámetro de descarga mejora la concentración de metal, razón por la cual es mejor adoptar diámetros pequeños aproximadamente de 0.0095 m.

#### **4.4 PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO**

Para el cálculo se optimiza la geometría del dispositivo separador de tal manera que produzca la mayor concentración de metal en la descarga.

#### 4.4.1 Datos de entrada

Parámetro	Descripción	Valor	Medida
$Q_{LA}$	Caudal líquido en la alimentación	0.0026018	[m <sup>3</sup> /s]
$Q_{sMA}$	Caudal de sólidos y metal pesado en la alimentación en peso	1.370502	[ton/hora]
$T$	Temperatura del agua	17	°C
$C_{MA}$	Concentración de metal en la alimentación	4.52	%
$D_C$	Diámetro del Cilindro	0.15	[m]
$D_A$	Diámetro del tubo de la alimentación	0.042	[m]
$D_R$	Diámetro del tubo de rebose	0.054	[m]
$D_D$	Diámetro del orificio de descarga	0.0095	[m]
$L_V$	Altura del rebose desde el nivel de la alimentación	0.155	[m]
$\gamma_M$	Peso específico del metal	5330	[kp/m <sup>3</sup> ]
$\gamma_s$	Peso específico de la arena	2560	[kp/m <sup>3</sup> ]
$d_{50}$	Diámetro del tamiz por el cual pasa el 50% del material sólido en la alimentación	0.7082	[mm]

Tabla 14. Datos de entrada

#### 4.4.2 Viscosidad del agua:

$$\nu_w = \left( \frac{1.792 \cdot 10^{-6}}{1 + 0.0337 \cdot T^{\circ} + 0.000221 \cdot T^{\circ 2}} \right) = \left( \frac{1.792 \cdot 10^{-6}}{1 + 0.0337 \cdot 17^{\circ} + 0.000221 \cdot 17^{\circ 2}} \right) = 1.09484 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2/\text{s}] \quad [25]$$

#### 4.4.3 Densidad específica del material ferroso:

$$\gamma_{sM} = \left( 1 - \frac{C_{VM}}{100} \right) \cdot G_{SS} \cdot 1000 + G_{SM} \cdot 1000 \cdot \frac{C_{VM}}{100} = \left( 1 - \frac{2.22}{100} \right) \cdot 2.56 \cdot 1000 + 5.33 \cdot 1000 \cdot \frac{2.22}{100} = 2621.55 \text{ [kg/m}^3] \quad [26]$$

#### 4.4.4 Caudal del sedimento y metal:

$$Q_{SM} = Q_M + Q_S = 3.2267 \cdot 10^{-6} + 1.4199 \cdot 10^{-4} = 0.000145 \text{ [m}^3/\text{s}] \quad [27]$$

#### 4.4.5 Concentración volumétrica de sedimento y metal en la alimentación:

$$Q_{CsMwVA} = \left( \frac{Q_{SM}}{Q_{SM} + Q_{LA}} \right) \cdot 100 = \left( \frac{0.000145}{0.000145 + 0.0026018} \right) \cdot 100 = 5.29\% \quad [28]$$

#### 4.4.6 Caudal volumétrico de la mezcla:

$$Q_{sMw} = Q_{LA} + Q_{SM} = 0,0026018 + 0,000145 = 0,002747[\text{m}^3/\text{s}] \quad [29]$$

#### 4.4.7 Viscosidad cinemática de la mezcla:

$$\nu_m = \left( \frac{2 * \nu_w}{2 - \frac{3 * Q_{CsMwVA}}{100}} \right) = \left( \frac{2 * 1,09484 * 10^{-6}}{2 - \frac{3 * 5,29}{100}} \right) = 1,18913 * 10^{-6} [\text{m}^2/\text{s}] \quad [30]$$

#### 4.4.8 Número de dean modificado:

$$D_e = \frac{4 * Q_{sMw}}{\pi * D_a * \nu_m} * \sqrt{\frac{D_A}{D_C}} = \frac{4 * 0,002747}{\pi * 1,18913 * 10^{-6} * 0,042} * \sqrt{\frac{0,042}{0,15}} = 36942,3049 [-] \quad [31]$$

#### 4.4.9 Longitud normalizada:

$$L_N = \frac{L_V}{D_C} = \frac{0,155}{0,15} = 1,033 [-] \quad [32]$$

#### 4.4.10 Número de restricción:

$$N_R = \frac{D_D^2 + D_R^2}{D_A^2} = \frac{0,0095^2 + 0,054^2}{0,042^2} = 1,703 [-] \quad [33]$$

#### 4.4.11 Concentración volumétrica de la mezcla:

$$C_{VM} = \left( \frac{Q_M}{Q_M + Q_S} \right) * 100 = \left( \frac{3,2267 * 10^{-6}}{3,2267 * 10^{-6} + 1,4199 * 10^{-4}} \right) * 100 = 2,22\% \quad [34]$$

#### 4.4.12 Densidad específica del Agua:

$$\gamma_w = 999,939900 + 4,216485 (10^{-2})T - 7,09745(10^{-3})T^2 + 3,50957(10^{-5})T^3 - 9,903778(10^{-8})T^4$$

$$\gamma_w = 999,939900 + 4,216485 (10^{-2}) * 17^{\circ} - 7,09745(10^{-3})T^2 + 3,50957(10^{-5})17^3 - 9,903778(10^{-8})17^4$$

$$\gamma_w = 998.77[\text{kg}_f/\text{m}^3] \quad [35]$$

#### 4.4.13 Densidad específica de la mezcla:

$$\gamma_{sMw} = \frac{C_M}{100} * G_{sM} * 1000 + \frac{C_S}{100} * G_{SS} * 1000 + \left(1 - \frac{C_M}{100} - \frac{C_S}{100}\right) * \gamma_w \quad [36]$$

$$\gamma_{sMw} = \frac{0,1175}{100} * 5,33 * 1000 + \frac{5,1690}{100} * 2,56 * 1000 + \left(1 - \frac{0,1175}{100} - \frac{5,1690}{100}\right) * 998,77$$

$$\gamma_{sMw} = 1084.5571[\text{kg}_f/\text{m}^3]$$

#### 4.4.14 Parámetro adimensional de densidades:

$$\Delta_{sM} = \frac{\gamma_{sM} - \gamma_{sMw}}{\gamma_{sMw}} = \frac{2621,55 - 1131,0207}{1131,0207} = 1.32[-] \quad [37]$$

#### 4.4.15 Parámetro adimensional de partícula:

$$d_* = \left( \frac{\Delta_{sM} * g}{\nu_w^2} \right)^{1/3} - d_{50} = \left( \frac{1,32 * 9.80665}{1,18913E-06^2} \right)^{1/3} - 0,0007082 = 15.645 [-] \quad [38]$$

#### 4.4.16 Número de Reynolds de la partícula:

$$R_{sM} = \left[ (25 + 1.2 * d_*^2)^{0.5} - 5 \right]^{1.5} = \left[ (25 + 1.2 * 15.645^2)^{0.5} - 5 \right]^{1.5} = 46.080 [-] \quad [39]$$

$R_{sM}$  : es el número de Reynolds de partícula individual.

#### 4.4.17 Coeficiente de arrastre de la partícula:

$$C_D = \left[ \left( \frac{32}{R_{sM}} \right)^{2/3} + 1 \right]^{3/2} = \left[ \left( \frac{32}{46.080} \right)^{2/3} + 1 \right]^{3/2} = 2.38[-] \quad [40]$$

#### 4.4.18 Concentración del metal en la descarga calculada:

$$C_{MDWcalculada} = (10^{-1,49937} * De^{0,136611} * L_N^{-0,16137} * N_R^{-1,30891} * C_D^{0,0396263}) * 100 \quad [41]$$

$$C_{MDWcalculada} = (10^{-1,49937} * 36942,30^{0,136611} * 1,033^{-0,16137} * 1,703^{-1,30891} * 2,383^{0,0396263}) * 100$$

$$C_{MDWcalculada} = 6,83\%$$

#### 4.4.19 Remoción de sedimentos calculada:

$$(R_{S\_calculada}) = (10^{4,529937} * De^{-1,34458} * N_R^{4,08867} * L_N^{0,3980531} * C_D^{-0,566393}) * 100 \quad [42]$$

$$R_{S\_calculada} = (10^{4,529937} * 36942,30^{-1,34458} * 1,703^{4,08867} * 1,033^{0,3980531} * 2,383^{-0,566393}) * 100$$

$$R_{S\_calculada} = 13,36\%$$

#### 4.4.20 Partición de agua calculada:

$$(P_{A\_calculada}) = (10^{1,12586} * De^{-0,9454431} * N_R^{7,5771} * L_N^{0,717531} * C_D^{-0,0296412}) * 100$$

[43]

$$P_{A\_calculada} = (10^{1,12586} * 36942,30^{-0,9454431} * 1,703^{7,5771} * 1,033^{0,717531} * 2,383^{-0,0296412}) * 100$$

$$P_{A\_calculada} = 3,6\%$$

#### 4.4.21 Remoción de metal:

$$(R_{M\_calculada}) = (10^{4.12536} * De^{-1.18373} * N_R^{3.63763} * L_N^{0.304392} * C_D^{-0.604977}) * 100 \quad [44]$$

$$R_{M\_calculada} = (10^{4.12536} * 36942,30^{-1.18373} * 1,703^{3.63763} * 1,033^{0.304392} * 2,383^{-0.604977}) * 100$$

$$R_{M\_calculada} = 21.7\%$$

## 5. FUTURAS INVESTIGACIONES

En vista de los resultados obtenidos y para optimizar la eficiencia del dispositivo encaminado al mejorando las variables de respuesta, se plantean los siguientes temas que pueden servir como futuras investigaciones:

- EFECTO DEL ÁNGULO DEL CONO DE DESCARGA DEL SEPARADOR DE VÓRTICE A FLUJO LIBRE SOBRE EL ENRIQUECIMIENTO DE CONCENTRADO.
- EFECTO DE LA DENSIDAD DEL METAL SOBRE EL ENRIQUECIMIENTO DE CONCENTRADO.
- EVALUACION DEL SEPARADOR DE VORTICE USADO COMO SEDIMENTADOR.
- COMPARACION DE EFICIENCIAS DE SEPARACION ENTRE EL SEPARADOR DE VORTICE Y LA ELUTRIACION VERTICAL.

## 6. CONCLUSIONES

Se establecieron correlaciones matemáticas para predecir el grado de enriquecimiento del concentrado de metal ferroso a través del separador de vórtice, con lo que es posible saber la concentración en la descarga que se obtendrá con respecto a los datos de entrada con un nivel de confianza del 95%. Estas ecuaciones correlacionan las propiedades de los sedimentos, las propiedades del metal pesado, las propiedades geométricas del separador de vórtice y las propiedades del flujo de la mezcla que pueden servir para diseño u optimización.

En el estudio de la eficiencia de separación, en la remoción de metal pesado utilizando el separador de vórtice, se encontró que este dispositivo es útil para la recuperación de metal pesado por la descarga con un valor de remoción de metal ( $R_M$ ) por encima del 45%, aunque la concentración de metal por la descarga es relativamente baja ( $C_{MDW}$ ) alcanzando un 6% para números de Dean modificados bajos. Al ser incrementado el número de Dean modificado ( $De$ ), aumenta la concentración de metal pesado en la descarga con respecto a la concentración de metal pesado en la alimentación, alcanzando un valor máximo del 10%, este efecto se puede lograr con el incremento del volumen de la mezcla de agua, sedimentos y metal por unidad de tiempo.

Se encontró que el diámetro de partícula de los sólidos tiene poca influencia en las variables de respuesta, debido a que el rango de tamaños seleccionado es muy pequeño.

Con el estudio se confirma que es posible usar el separador de vórtice, para enriquecimiento de concentrado de metales pesados, en las etapas iniciales del tratamiento de metales, donde es más importante la remoción de metal (o recuperación del metal) que su incremento en la concentración.

Este dispositivo tiene su aplicación en el tratamiento de aguas residuales y en la industria de la minería principalmente, ya que estos metales pesados se encuentran frecuentemente en matrices de materiales más livianos, lo que facilita su separación, con un efecto positivo para el medio ambiente.

Según el análisis de los resultados obtenidos se determinó que el punto óptimo de operación para mejores concentraciones de metal en la descarga se consigue utilizando el caudal máximo, con la longitud menor entre la alimentación y el rebose, un diámetro de descarga mínimo y el tamaño mayor de sedimento, logrando una concentración de metal en la descarga del 7.5%.

En términos idealizados el separador de vórtice ideal como concentrador de metales, será el que expulse el 100% de la arena por el rebose, en este caso se obtendría el mayor porcentaje en la concentración de metal pesado en la descarga del 100%, esto tal vez sea posible para tamaños de partícula por debajo de 100 micras. Aunque esto implica posiblemente una muy baja remoción de metales y una remoción de sedimentos igual a cero.

Este dispositivo separador de vórtice debido a su facilidad de operación y su bajo costo de fabricación, se puede incluir en un tratamiento preliminar de separación.

## 7. RECOMENDACIONES

Estas recomendaciones van enfocadas a la realización de los ensayos experimentales

Acondicionar un mecanismo más eficiente en la descarga de la tolva de sólidos para la correcta medición del caudal sólido, en lo posible un dispositivo de medición electrónica.

Aumentar el volumen del tanque de cabeza constante para evitar que las partículas regresen al tanque de succión y así disminuir el porcentaje de error.

Buscar un método más eficiente para la recuperación del sedimento fino (pasante del tamiz N° 200), ya que su tiempo de decantación es muy prolongado.

Usar una bomba neumática de doble diafragma, ya que permite la recirculación de flujos hiperconcentrados con tamaños de partícula grandes.

Utilizar el equipo de protección adecuado para la manipulación de los materiales como: guantes, tapabocas, botas impermeables, delantal, gafas.

## BIBLIOGRAFÍA

A. C. Hoffmann, L.E. Stein, "Gas Cyclones and Swirl Tubes. Principles, Design and Operation" Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2002.

A.G. Martínez, "Modelo experimental de flujo frío del ciclón primario de una planta de lecho fluido a presión" Tesis Doctoral, Dpto. de Ingeniería Mecánica, Universidad de Zaragoza, 2000.

CHENG, N.-S. (1997a) "Simplified settling velocity formula for sediment particle". Journal of Hydraulic Engineering. Vol. 123. No 2. February. 1997a. ASCE. Tech. note No. 10734.

ETAYO J. & BARRAZA J. (2009). Correlaciones matemáticas para la obtención de rendimiento de producción, remoción de cenizas y partición de agua usando un hidrociclón "solo agua". *Dyna*, Año 76, Nro. 157, pp. 181-193. Medellín, Marzo de 2009. ISSN 0012-7353.

JAWARNEH Ali M., TlilanHitham, Al-Shyyab Ahmad & AbabnehAmer, (2008). Strongly swirling flows in a cylindrical separator", *Minerals Engineering*, Vol. 21, p 366–372.5

## ANEXOS

Los anexos están incluidos en medio magnético en CD adjunto; en el cual se indican en el siguiente orden:

### TABLA DE CONTENIDO

<b>ANEXO 1. PROCEDIMIENTO DE MEDICIÓN DE LA GRAVEDAD ESPECÍFICA.....</b>	<b>7</b>
<b>ANEXO 2. ENSAYOS EXPERIMENTALES.....</b>	<b>10</b>
ENSAYO N° 1 .....	10
ENSAYO N° 2 .....	17
ENSAYO N° 3 .....	22
ENSAYO N° 4 .....	27
ENSAYO N° 5 .....	32
ENSAYO N° 6 .....	37
ENSAYO N° 7 .....	41
ENSAYO N° 8 .....	45
ENSAYO N° 9 .....	49
ENSAYO N° 10 .....	53
ENSAYO N° 11 .....	57
ENSAYO N° 12 .....	62
ENSAYO N° 13 .....	66
ENSAYO N° 14 .....	70
ENSAYO N° 15 .....	74
ENSAYO N° 16 .....	79
ENSAYO N° 17 .....	83
ENSAYO N° 18 .....	87
ENSAYO N° 19 .....	91
ENSAYO N° 20 .....	94
<b>ANEXO 3. MEMORIAS DE CÁLCULO .....</b>	<b>99</b>
<b>ANEXO 4. MEMORIA DE CÁLCULO DE LA REGRESION LINEAL MULTIPLE.....</b>	<b>120</b>
4.1 REGRESION LINEAL MULTIPLE DE LA CONCENTRACION DE METAL EN LA DESCARGA .....	120
4.2 REGRESION LINEAL MULTIPLE DE LA REMOCION DE SEDIMENTOS .....	121
4.3 REGRESION LINEAL MULTIPLE DE LA PARTICION DE AGUA.....	122
4.4 REGRESION LINEAL MULTIPLE DE LA REMOCION DE METAL .....	123
<b>ANEXO 5. GRANULOMETRIAS DE LOS ENSAYOS EXPERIMENTALES.....</b>	<b>125</b>
<b>ANEXO N° 6. ARTICULO CIENTIFICO .....</b>	<b>165</b>