

RELACIÓN ENTRE LOS MODELOS DE SERIES DE TIEMPO UNIVARIADAS CON
LOS MODELOS DE SERIES MULTIVARIADAS

Johana Katherine Sánchez Eraso

UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SAN JUAN DE PASTO

2013

RELACIÓN ENTRE LOS MODELOS DE SERIES DE TIEMPO UNIVARIADAS CON
LOS MODELOS DE SERIES MULTIVARIADAS

Johana Katherine Sánchez Eraso

Trabajo de grado presentado como requisito
parcial para optar al título de Licenciado en Matemáticas

Hector Julio Villota Oviedo
Especialista en Estadística
Director

UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SAN JUAN DE PASTO

2013

NOTA DE RESPONSABILIDAD

Las ideas y conclusiones aportadas en el siguiente trabajo son responsabilidad exclusiva del autor.

Artículo 1^o del Acuerdo No. 324 de octubre 11 de 1966 emanado del Honorable Consejo Directivo de la Universidad de Nariño.

Nota de Aceptación

Hector Villota

Director

Leonel Delgado

Jurado

Alvaro Bravo

Jurado

San Juan de Pasto, Marzo de 2013

Resumen

La presente tesis tiene como objetivo encontrar la relación entre los modelos de análisis de series de tiempo estacionarias univariadas con los modelos de las series estacionarias multivariadas con el fin de buscar bajo qué condiciones se puede aplicar los modelos AR, MA, ARMA para series de tiempo multivariadas estacionarias.

En primer lugar se realizó un estudio de la teoría sobre modelos univariados para series estacionarias y modelos multivariados para series estacionarias, analizando sus ventajas y desventajas. Luego se escogió una base de datos multivariada en el campo de la econometría sobre las variaciones porcentuales del producto interno bruto en Colombia para realizar el análisis tanto univariado como multivariado. Dicho análisis se basó en la metodología de Box - Jenkins para identificar, estimar y diagnosticar el modelo más adecuado.

Se concluye que es posible el análisis univariado a una serie multivariada estacionaria teniendo en cuenta que la principal condición es que la serie sea estacionaria y normal. Las ventajas en usar los métodos univariados están tanto en la facilidad para encontrar fuentes teóricas como en la aplicación de diversos software, caso que no ocurre con los métodos multivariados.

Abstract

This thesis is intended to find the ratio analysis model stationary time series models univariate with stationary multivariate series order to search under what conditions may apply models AR, MA, ARMA for time series multivariate stationary.

Took first study on theory series univariate for stationary and multivariate models for stationary series, analyzing its advantages and disadvantages. Then chose a database in the field of multivariate econometrics percentage changes on gross domestic product in colombia to make the multivariate analysis as much univariate. Analysis that is based on the Box - Jenkins methodology to identify, estimate and diagnose the most suitable model.

Resolved that may univariate analysis to a series stationary multivariate noting that the main condition is that the series is stationary and normal. Advantages in using both are univariate methods ease theory as finding sources in various application software if not occur with multivariate methods.

Tabla de Contenido

Resumen	IV
Abstract	V
Índice de figuras	IX
Índice de tablas	XI
Introducción	XII
1. Análisis de Series Temporales	1
1.1. Análisis Descriptivo de una Serie Temporal	1
1.1.1. Métodos de descomposición	2
1.1.2. Función de autocorrelación	3
1.2. Modelos Univariados de Series Temporales	4
1.2.1. Proceso autorregresivo general (AR(p))	4
1.2.2. Proceso de media móvil (MA(q))	7
1.2.3. Modelo ARMA	9
1.3. Modelos de Serie de Tiempo Multivariantes	10
1.3.1. Procesos vectoriales estacionarios	10
1.3.2. Modelo VAR	10
1.3.3. Modelo VMA	12
1.3.4. Modelo VARMA	12

2. Aplicación del Análisis de Series Temporales	14
2.1. Análisis de Series de Tiempo Univariantes	14
2.1.1. Análisis de la serie temporal PIB a precios corrientes	14
2.1.2. Análisis de la serie temporal PIB a precios constantes	22
2.1.3. Análisis de la serie temporal oferta y demanda finales en el territorio nacional a precios corrientes	29
2.2. Análisis de Series de Tiempo Multivariadas	37
2.2.1. Análisis descriptivo de la serie temporal multivariada	38
 3. Resultados de la Investigación	 52
3.1. Serie temporal PIB a precios corrientes	52
3.1.1. Modelo univariado	52
3.1.2. Modelo multivariado	53
3.2. Serie temporal PIB a precios constantes	54
3.2.1. Modelo univariado	54
3.2.2. Modelo multivariado	55
3.3. Serie temporal oferta y demanda a precios corrientes	56
3.3.1. Modelo univariado	56
3.3.2. Modelo multivariado	57
 Conclusiones	 60
 Bibliografía	 62
 A. Anexo: Base de datos	 64
A.1. Datos: variaciones porcentuales trimestrales del PIB a precios corrientes (primer trimestre 2001 a segundo trimestre 2012)	64
A.2. Datos: variaciones porcentuales trimestrales del PIB a precios constantes (primer trimestre 2001 a segundo trimestre 2012)	66

A.3. Datos: variaciones porcentuales trimestrales oferta y demanda finales en el territorio nacional a precios corrientes (primer trimestre 2001 a segundo trimestre 2012)	68
--	----

Lista de figuras

2.1. Variaciones porcentuales del PIB trimestral a precios corrientes de 2001 a 2012	15
2.2. Normalidad de la serie PIB a precios corrientes	16
2.3. Función de autocorrelación simple de la serie PIB a precios corrientes .	17
2.4. Función de autocorrelación parcial de la serie PIB a precios corrientes .	18
2.5. ACF, PACF y Q-Q Plot de los residuos de la serie PIB a precios corrientes	20
2.6. Pronósticos de la variación porcentual trimestral de la serie PIB a precios corrientes	21
2.7. Variaciones porcentuales del PIB trimestral a precios constantes de 2001 a 2012	23
2.8. Normalidad de la serie PIB a precios constantes	24
2.9. Función de autocorrelación simple de la serie PIB a precios constantes .	25
2.10. Función de autocorrelación parcial de la serie PIB a precios constantes	25
2.11. ACF, PACF y Q-Q Plot de los residuos de la serie PIB a precios constantes	27
2.12. Pronósticos de la variación porcentual trimestral de la serie PIB a precios constantes	28
2.13. Variaciones porcentuales de la oferta y demanda finales a precios corrientes de 2001 a 2012	30
2.14. Normalidad de la serie oferta y demanda a precios corrientes	32
2.15. Función de autocorrelación simple de la serie oferta y demanda a precios corrientes	33

2.16. Función de autocorrelación parcial de la serie oferta y demanda a precios corrientes	33
2.17. ACF, PACF y Q-Q Plot de los residuos de la serie oferta y demanda a precios corrientes	35
2.18. Pronósticos de la variación porcentual trimestral de la serie oferta y demanda a precios corrientes	36
2.19. Serie de tiempo multivariada trimestral 2001 a 2012	38
2.20. Pronósticos de la variación porcentual trimestral de la serie PIB a precios constantes	43
2.21. Raíces inversas del polinomio autorregresivo del VAR	44
2.22. Pronósticos de la variación porcentual trimestral de la serie PIB a precios corrientes	46
2.23. Pronósticos de la variación porcentual trimestral de la serie PIB a precios constantes	48
2.24. Pronósticos de la variación porcentual trimestral de la serie oferta y demanda	50

Lista de tablas

1.1. Resumen de la fas y fap de procesos ARMA	9
2.1. Análisis básico de la serie PIB a precios corrientes	16
2.2. Prueba de normalidad de la serie PIB a precios corrientes	17
2.3. Análisis básico de la serie PIB a precios constantes	23
2.4. Prueba de normalidad de la serie PIB a precios constantes	24
2.5. Análisis básico de la serie oferta y demanda a precios corrientes	31
2.6. Prueba de normalidad de la serie oferta y demanda a precios corrientes	32

Introducción

Hoy en día diversas organizaciones requieren conocer el comportamiento futuro de ciertos fenómenos con el fin de planificar y prevenir, basándose en lo ocurrido en el pasado. La técnica estadística utilizada para estudiar dicho comportamiento es el análisis de series temporales, que comprende métodos que ayudan a interpretar los datos observados, extrayendo información representativa que posibilite hacer predicciones sobre su comportamiento futuro. Los métodos se aplican según el comportamiento de la variable o las variables. Así, se considerará los modelos de series temporales univariadas estacionarias: proceso autorregresivo (AR), proceso de media móvil (MA), proceso ARMA, con los modelos de las series de tiempo multivariadas entre estos están el proceso autorregresivo vectorial (VAR), proceso de media móvil vectorial (VMA), proceso VARMA.

Así, para su desarrollo se ha dividido en tres capítulos. En el primero se establecen las definiciones generales y se hace la presentación de los modelos para el análisis de series temporales estacionarias. El siguiente capítulo propondrá un procedimiento que será aplicado a un ejemplo de serie de tiempo multivariada estacionaria. El tercer capítulo tratará sobre la relación de los modelos univariados con los multivariados. Finalmente se presentarán conclusiones sobre el estudio realizado.

Capítulo 1

Análisis de Series Temporales

En este primer capítulo se establecen algunos de los conceptos fundamentales en el estudio de series temporales estacionarias y la teoría sobre su análisis, particularmente los modelos univariados: proceso autorregresivo (AR), proceso de media móvil (MA), proceso ARMA y los modelos multivariados: autorregresivo vectorial (VAR), proceso de media móvil vectorial (VMA), proceso VARMA. Los cuales se utilizan a lo largo de este trabajo y son de ayuda para el lector como base para una mejor comprensión del trabajo desarrollado en los siguientes capítulos.

1.1. Análisis Descriptivo de una Serie Temporal

Definición 1 (Proceso Estocástico). Un conjunto de variables aleatorias ordenadas en el tiempo $\{z_t\}$, donde $t \in T \subseteq R$, se denomina proceso estocástico.

Definición 2 (Serie de Tiempo). Es un conjunto de observaciones de un evento registradas a lo largo del tiempo en intervalos regulares. Éstas serán denotadas por $\{z(t_1), z(t_2), \dots, z(t_n)\} = \{z(t) : t \in T \subseteq R\}$ con $z(t_i)$ el valor de la variable z en el instante t_i .

Definición 3 (Proceso Estacionario Estricto). Un proceso estocástico es estacionario en

sentido estricto si:

- Las distribuciones marginales de todas las variables son idénticas.
- Las distribuciones finito-dimensionales de cualquier conjunto de variables sólo dependen de los retardos entre ellas.

Definición 4 (Proceso Estacionario en Sentido Débil). Un proceso estocástico es estacionario en sentido débil si para todo t :

- $\mu_t = \mu = cte.$
- $\sigma_t^2 = \sigma^2 = cte.$
- $\gamma(t, t - k) = E[(z_t - \mu)(z_{t-k} - \mu)] = \gamma_k, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2.$

Definición 5 (Proceso de Ruido Blanco). Es un proceso estocástico con esperanza cero, varianza constante y sus variables están incorreladas para todos los retardos, es decir, cumple las siguientes condiciones:

- $E[z_t] = 0.$
- $Var(z_t) = \sigma^2.$
- $Cov(z_t, z_{t-k}) = 0$ para $t \neq k.$

1.1.1. Métodos de descomposición

Para hacer un análisis de serie temporal, primero hay que realizar un gráfico del comportamiento de la variable a lo largo del tiempo, luego con el fin de estudiar las propiedades y la naturaleza de sus componentes se debe expresar la serie como suma de tres componentes: tendencia (μ_t), estacionalidad (S_t) y un componente aleatorio (a_t).

$$z_t = \mu_t + S_t + a_t.$$

Definición 6 (Tendencia). Es el cambio a largo plazo de la media de la serie de tiempo.

Definición 7 (Estacionalidad). Cuando las observaciones tienden a repetirse en periodos relativamente cortos de tiempo, se dice que existe estacionalidad en la serie de tiempo.

Definición 8 (Componente Aleatorio). Recoge efectos originados por factores imprevisibles en una serie de tiempo.

Definición 9 (Filtro). Es un proceso para analizar series con tendencia. Éste convierte una serie z_t en otra y_t a través de la siguiente operación lineal

$$y_t = \sum_{j=-q}^s a_j x_{t+j},$$

donde a_j es un conjunto de pesos.

1.1.2. Función de autocorrelación

Definición 10 (Coeficiente de Autocorrelación). La relación entre los valores de la serie separados por k retardos se mide con el coeficiente de autocorrelación.

Dada una serie temporal se puede formar parejas de observaciones separadas una distancia k y calcular el coeficiente de correlación de éstas, el cual se denomina coeficiente de autocorrelación de orden k y está dado por

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (z_t - \bar{z})(z_{t+k} - \bar{z})}{\sum_{t=1}^n (z_t - \bar{z})^2}.$$

Cuando $r_k \neq 0$ el comportamiento futuro de los datos se transmite k unidades de tiempo, así será posible hacer previsiones para un tiempo $T + k$ con información hasta T ; de lo contrario si $r_k = 0$ una predicción para $T + k$ no sería posible bajo este

procedimiento, pues con los datos que se tiene no se transmite ninguna información a una distancia como la considerada.

Definición 11 (Función de Autocorrelación). Proporciona los coeficientes de correlación de las observaciones de la serie, aportando al análisis de la estacionalidad de ésta.

Puesto que si la serie es estacional las observaciones distanciadas k retardos, igual al periodo estacional, deben estar correlacionados, es decir para que la serie sea estacional el coeficiente de correlación debe ser significativamente diferente de 0.

Definición 12 (Correlograma). La representación gráfica de la función de autocorrelación se denomina correlograma. Sirve para confirmar la presencia de estacionalidad y su periodo. Para elaborarlo se estiman las siguientes características: media, autocorrelación y autocovarianza.

Definición 13 (Observaciones Discrepantes). Corresponden a un comportamiento anormal del fenómeno o a un error de medición. Si una serie de tiempo contiene uno o más valores atípicos el correlograma puede verse seriamente afectado. También se las conoce como outliers.

1.2. Modelos Univariados de Series Temporales

1.2.1. Proceso autorregresivo general (AR(p))

Los modelos autorregresivos generalizan la idea de regresión para representar la dependencia lineal entre dos variables aleatorias, en este caso la dependencia entre las observaciones contiguas en una serie temporal z_t , es decir, el valor actual de la serie z_t depende de z_{t-1} y de los p retardos anteriores, z_{t-2}, \dots, z_{t-p} , a éste proceso se le

denomina proceso autorregresivo de orden p . (Peña, 2005)

Una serie temporal z_t estacionaria sigue un proceso autoregresivo de orden p si

$$\tilde{z}_t = \phi_1 \tilde{z}_{t-1} + \dots + \phi_p \tilde{z}_{t-p} + a_t$$

donde $\tilde{z}_t = z_t - \mu$, siendo μ la media de proceso estacionario z_t y a_t un proceso de ruido blanco.

El operador B se define de tal manera que $Bz_t = z_{t-1}$, es decir, retrasa el índice de un período, debido a esta propiedad se llama operador de retardo.

Utilizando la notación de operadores, la ecuación de un AR(p) es

$$(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) \tilde{z}_t = a_t,$$

y llamando $\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) \tilde{z}_t$ al polinomio de grado p en el operador de retardo, cuyo primer termino es la unidad, se tiene

$$\phi_p(B) \tilde{z}_t = a_t$$

que es la expresión general de un proceso autoregresivo.

Llamando ecuación característica del proceso a la ecuación

$$\phi_p(B) = 0$$

considerada como función de B , tendrá p raíces $G_1^{-1}, \dots, G_p^{-1}$, en general distintas y se puede escribir

$$\phi_p(B) = \prod_{i=1}^p (1 - G_i B)$$

de manera que los coeficientes G_i son los factores de la ecuación característica. Se demuestra que el proceso es estacionario si $|G_i| < 1$, para todo i .

1.2.1.1. Función de autocorrelación simple (fas)

Siguiendo el mismo proceso para calcular el coeficiente de correlación, se tiene que los coeficientes de autocorrelación de un $AR(p)$ verifican la siguiente ecuación en diferencias

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \dots + \phi_p \rho_{k-p}, \quad k > 0$$

y utilizando la notación de operadores

$$\phi_p(B) \rho_k = 0, \quad k > 0,$$

la solución general de ésta ecuación es

$$\rho_k = \sum_{i=1}^p A_i G_i^k$$

donde las A_i son constantes a determinar a partir de las condiciones iniciales y los G_i son los factores de la ecuación característica.

1.2.1.2. Ecuaciones de Yule-Walker

Tomando valores para $k = 1, \dots, p$ se obtiene un sistema de p ecuaciones que relacionan las primeras autocorrelaciones con los parámetros del proceso. Éste sistema es llamado ecuaciones de Yule-Walker.

$$\begin{aligned}
\rho_1 &= \phi_1 + \phi_2\rho_1 + \dots + \phi_p\rho_{p-1} \\
\rho_2 &= \phi_1\rho_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p\rho_{p-2} \\
&\vdots \\
\rho_p &= \phi_1\rho_{p-1} + \phi_2\rho_{p-2} + \dots + \phi_p
\end{aligned}$$

1.2.1.3. Función de autocorrelación parcial (fap)

El coeficiente de correlación parcial de orden k , ρ_k^p , es el coeficiente de correlación entre datos separados k periodos, cuando eliminamos de la relación entre las dos variables la dependencia lineal debida a los valores intermedios.

A la representación de los coeficientes de autocorrelación parcial en función del retardo se le llama función de autocorrelación parcial.

El último coeficiente ρ_k^p no es tenido en cuenta en el modelo $AR(P - 1)$, es decir, un proceso $AR(p)$ tendrá los primeros p coeficientes de autocorrelación parcial distintos de cero, lo cual determina el orden del proceso.

1.2.2. Proceso de media móvil (MA(q))

Son procesos cuyo valor actual depende de las q últimas innovaciones. Se obtiene entonces el proceso de media móvil $MA(q)$, con representación general

$$\tilde{z}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}.$$

Introduciendo la notación de operadores

$$\tilde{z}_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) a_t,$$

puede escribirse de manera más compacta como

$$\tilde{z}_t = \theta_q(B)a_t.$$

Un proceso $MA(q)$ es siempre estacionario por ser la suma de procesos estacionarios.

1.2.2.1. Función de autocorrelación simple (fas)

Dividiendo la función de autocovarianzas por la varianza se obtiene la siguiente ecuación

$$\rho_k = \frac{\sum_{i=0}^q \theta_i \theta_{k+i}}{\sum_{i=0}^q \theta_i^2}, \quad k = 1, \dots, q,$$
$$\rho_k = 0, \quad k > q,$$

donde $\theta_0 = -1$ y $\theta_k = 0$ para $k \geq q + 1$.

1.2.2.2. Función de autocorrelación parcial (fap)

Para obtener la función de autocorrelación parcial se expresa el proceso como un $AR(\infty)$ y se tiene que

$$\tilde{z}_t = \sum_{i=1}^{\infty} \pi_i \tilde{z}_{t-i} + a_t,$$

donde π_i son los coeficientes de la representación $AR(\infty)$.

Se puede ver que la fap de un MA será no nula para cualquier retardo, ya que en esta expresión \tilde{z}_{t-i} afecta a \tilde{z}_t para cualquier i . El proceso será estacionario si las raíces de $\phi_p = 0$ son mayores que uno. Análogamente el proceso es invertible si las soluciones de la ecuación $\theta_q = 0$ están fuera del círculo unidad.

1.2.3. Modelo ARMA

Los procesos ARMA resultan de añadir estructura MA a un proceso AR o viceversa.

El proceso ARMA(p,q) se escribe

$$(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) \tilde{z}_t = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) a_t,$$

o en notación compacta

$$\phi_p(B) \tilde{z}_t = \theta_q(B) a_t.$$

Cuando $q = 0$, el modelo se llama un modelo autorregresivo de orden p , $AR(p)$, y cuando $p = 0$, el modelo se llama un modelo de media móvil de orden q , $MA(q)$. Para un proceso ARMA(p,q) estacionario la función de autocorrelación tiene un decrecimiento exponencial u oscilatorio después de un retardo q , en cuanto que la *fap* tiene el mismo comportamiento a partir de p .

En la tabla 2.1 se muestra las propiedades teóricas de la *fas* y *fap* para procesos ARMA(p,q).

	<i>fas</i>	<i>fap</i>
$AR(p)$	Decrecimiento como mezcla de exponenciales y senoidales	p Primeros coeficientes no nulos, el resto 0
$MA(q)$	q Primeros coeficientes diferente de 0, resto 0	Decrecimiento como mezcla de exponenciales y senoidales
$ARMA(p,q)$	Decrecimiento hacia 0 desde q	Decrecimiento hacia 0 desde p

TABLA 1.1. Resumen de la *fas* y *fap* de procesos ARMA

1.3. Modelos de Serie de Tiempo Multivariantes

Cuando se dispone de más de una serie temporal y se pretende modelar conjuntamente las relaciones entre estas es necesario utilizar otro tipo de modelos para su análisis, que son extensiones de los casos univariados mencionados en la sección anterior y por ello se puede utilizar herramientas similares a las estudiadas para identificar el modelo, estimarlo y realizar contrastes diagnósticos (Lütkepohl,2006).

1.3.1. Procesos vectoriales estacionarios

Dado un vector de k series temporales $Z_t = (z_{1t}, \dots, z_{kt})'$ definiremos su esperanza como el vector obtenido tomando las esperanzas en cada uno de los componentes. Este proceso vectorial es estacionario si el vector de medias

$$E(Z_t) = \mu,$$

es constante, y sus matrices de autocovarianzas, definidas por

$$\Gamma(m) = E[(Z_{t-m} - \mu)(Z_t - \mu)'] = E[(Z_t - \mu)(Z_{t+m} - \mu)'] = \{\gamma_{ij}(m)\},$$

solo dependen del retardo.

1.3.2. Modelo VAR

El modelo VAR(p) es de la forma

$$Z_t = \mu + \Phi_1 Z_{t-1} + \dots + \Phi_p Z_{t-p} + a_t, \quad t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

Donde $Z_t = (Z_{1t}, \dots, Z_{kt})'$ es un vector ($K \times 1$) aleatorio, Φ_i son coeficientes fijos de matrices ($K \times K$), $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_k)'$ es un vector fijo de medias de ($K \times 1$) y

$a_t = (a_{1t}, \dots, a_{kt})'$ es el proceso de ruido blanco K -dimensional.

El proceso es estable si las raíces del polinomio característico inverso están fuera del círculo unidad, es decir,

$$\det(I_k - \Phi_1 y - \dots - \Phi_p y^p) \neq 0 \quad \text{para } |z| \leq 1.$$

Escribiendo el proceso VAR(p) en notación de operadores se tiene

$$\begin{aligned} Z_t &= \mu + (\Phi_1 B + \dots + \Phi_p B^p) Z_t + a_t, \\ \Phi(B) Z_t &= \mu + a_t, \end{aligned}$$

donde $\Phi(B) = I_k - \Phi_1 B - \dots - \Phi_p B^p$.

1.3.2.1. Autocorrelaciones de un proceso estable VAR(p)

Las autocorrelaciones de un proceso VAR(p) están dadas por

$$R_Z(h) = D^{-1} \Gamma_Z(h) D^{-1},$$

D es una matriz diagonal con las desviaciones estándar de los componentes de Z_t sobre la diagonal principal. Es decir, los elementos diagonales de D son las raíces cuadradas de los elementos de la diagonal de $\Gamma_Z(0)$. Denotando la covarianza entre $Z_{i,t}$ y $Z_{j,t-h}$ por $\gamma_{ij}(h)$, los elementos de la diagonal de $\Gamma_Z(0)$ son la varianza de Z_{1t}, \dots, Z_{kt} . Tal que

$$D^{-1} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{\gamma_{11}(0)} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1/\sqrt{\gamma_{kk}(0)} \end{pmatrix}$$

y la correlación entre $Z_{i,t}$ y $Z_{j,t-h}$ es

$$\rho_{ij}(h) = \frac{\gamma_{ij}(h)}{\sqrt{\gamma_{ii}(0)}\sqrt{\gamma_{jj}(0)}},$$

el cual es el ij -ésimo elemento de $R_Z(h)$.

1.3.3. Modelo VMA

La expresión de un modelo de media móvil vectorial es

$$Z_t = (I - \Theta_1 B - \dots - \Theta_q B^q) a_t,$$

donde las matrices de autocovarianzas se calculan como

$$\Gamma(m) = E[(Z_t - \mu)(Z_{t+m} - \mu)'],$$

que conducirá al resultado

$$\begin{aligned} \Gamma(m) &= -\Sigma\Theta'_m + \Theta_1\Sigma\Theta'_{m+1} + \dots + \Theta_{q-m}\Sigma\Theta'_q, & \text{con } m \leq q \\ \Gamma(m) &= 0, & \text{con } m > q \end{aligned}$$

Por lo tanto, el proceso VMA tendrá únicamente q matrices de autocovarianzas distintas de cero.

1.3.4. Modelo VARMA

Una serie multivariante Z_t , sigue un modelo vectorial autorregresivo y de media móvil de ordenes p y q si sigue el modelo,

$$\Phi(B)Z_t = C + \Theta(B)A_t, \quad \text{para } t = \dots, -1, 0, 1, \dots$$

donde $\Phi(B) = 1 - \Phi_1 B - \dots - \Phi_p B^p$ y $\Theta(B) = 1 - \Theta_1 B - \dots - \Theta_q B^q$, son polinomios matriciales de grados finitos p y q sin factores comunes, C es un vector constante de tamaño $k \times 1$ y A_t es una secuencia de variables aleatorias multivariantes independientes Gaussianas de media el vector de ceros y matriz de covarianzas Σ .

En el caso particular en que $q = 0$, se dirá que la serie temporal Z_t , ha sido generada por un modelo autorregresivo vectorial de orden p , $VAR(p)$, y si $p = 0$, se dirá que la serie temporal Z_t , ha sido generada por un modelo de media móvil vectorial de orden q , $VMA(q)$.

1.3.4.1. Autocorrelaciones de un proceso estable VARMA(p,q)

Las autocorrelaciones de un proceso VARMA(p,q) están dadas por

$$R_Z(h) = D^{-1} \Gamma_Z(h) D^{-1},$$

Donde D es una matriz diagonal con las raíces cuadradas de los elementos de la diagonal de $\Gamma_Z(0)$ en la diagonal principal.

Capítulo 2

Aplicación del Análisis de Series Temporales

A continuación se encuentra el análisis de las bases de datos proporcionada por el Banco de la República en la sección series estadísticas, esta información corresponde al producto interno bruto (PIB) de Colombia en el periodo comprendido de enero de 2001 a junio de 2012. De dichas bases se han escogido sólo tres variables: variaciones porcentuales trimestrales del PIB a precios corrientes por grandes ramas de actividad económica, variaciones porcentuales trimestrales del PIB a precios constantes por grandes ramas de actividad económica, oferta y demanda finales en el territorio nacional a precios corrientes. El propósito es estudiar su comportamiento empleando análisis de series temporales y los paquetes estadísticos R y Grelt.

2.1. Análisis de Series de Tiempo Univariantes

Dadas las tres variables, se realiza el análisis univariante de cada una de ellas que consiste en el análisis descriptivo, identificación, estimación y aplicación del modelo. Este proceso se realiza utilizando el software estadístico R.

2.1.1. Análisis de la serie temporal PIB a precios corrientes

Los datos de la serie a estudiar se encuentran en el ANEXO y están dados por trimestres desde el año 2001 al segundo trimestre de 2012 que representan la variación del producto

interno bruto dada en porcentajes.

2.1.1.1. Análisis descriptivo de la serie temporal PIB a precios corrientes

En primer lugar se presenta la gráfica de la serie para determinar si es estacionaria, se realiza el análisis estadístico básico y se verifica la normalidad.

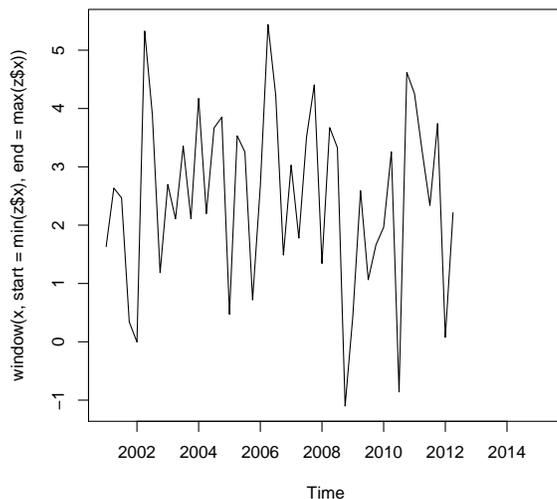


FIGURA 2.1. Variaciones porcentuales del PIB trimestral a precios corrientes de 2001 a 2012

la serie de tiempo para el porcentaje de variación del PIB durante los últimos 11 años se mantiene estable y esto conduce a que la serie es estacionaria.

<i>PIB</i>	<i>Estadísticas</i>
<i>Media</i>	2.478
<i>Mediana</i>	2.613
<i>Mínimo</i>	-1.101
<i>Máximo</i>	5.437
<i>Desviación típica</i>	1.554
<i>Varianza</i>	2.417
<i>Curtosis</i>	-0.550
<i>Asimetría</i>	-0.321

TABLA 2.1. *Análisis básico de la serie PIB a precios corrientes*

Como se observa, en esta variable el valor asimetría es positivo, por lo que la distribución de esta variable es sesgada a la izquierda. El coeficiente de kurtosis para esta variable es menor que tres, por lo que se puede afirmar que la distribución de esta variable es platicúrtica. La distribución es casi simétrica, y se puede comprobar esto, al verificar que el valor de la media de esta variable está muy cercana al valor de la mediana.

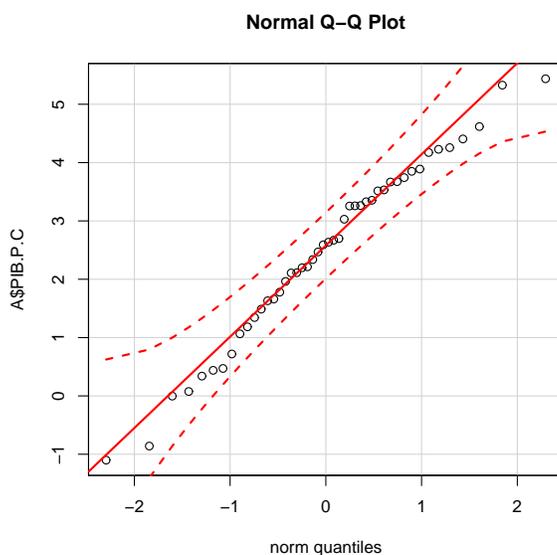


FIGURA 2.2. *Normalidad de la serie PIB a precios corrientes*

<i>Estadística</i>	<i>p-valor</i>
<i>Jarque - Bera Normalality Test</i>	<i>0.543</i>
<i>Shapiro-Wilk normality test</i>	<i>0.626</i>

TABLA 2.2. Prueba de normalidad de la serie PIB a precios corrientes

En la figura 2.2 y la tabla 2.2 se tiene que los datos se distribuyen normalmente a lo largo del periodo. Dado que el p-valor computado es mayor que el nivel de significación $\alpha=0,05$ se debe aceptar la hipótesis nula H_0 , la variable sigue una distribución normal.

2.1.1.2. Identificación del modelo de la serie temporal PIB a precios corrientes

El siguiente paso es analizar las funciones de autocorrelación simple (ACF) y autocorrelación parcial (PACF) para determinar un posible modelo.

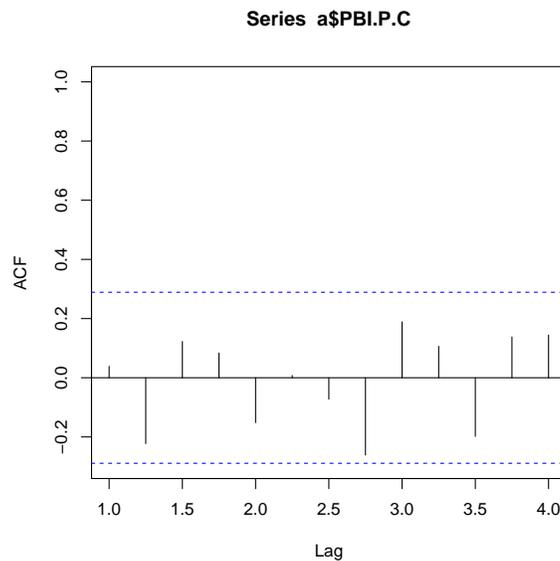


FIGURA 2.3. Función de autocorrelación simple de la serie PIB a precios corrientes

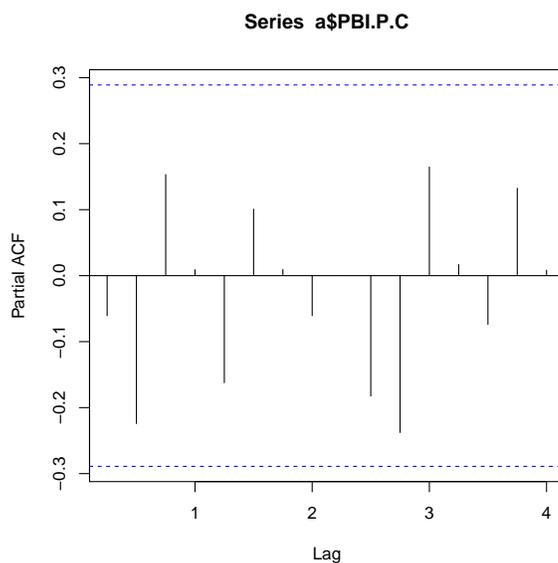


FIGURA 2.4. Función de autocorrelación parcial de la serie PIB a precios corrientes
 Se puede ver en los gráficos de autocorrelación simple y parcial (Figuras 2.3 y 2.4) que estas funciones alterna valores positivos y negativos, el modelo adecuado sería un $ARMA(p,q)$ para la determinación de los valores p y q se realiza un ajuste del modelo por medio del criterio de información Akaike (AIC).

```
$min
      ar      d      ma      AIC
2.0000  0.0000  2.0000 171.1216
```

el modelo adecuado se elige por el menor valor para el AIC según los valores arrojados por el programa R es un $ARMA(2,2)$.

2.1.1.3. Estimación de los parámetros del modelo de la serie temporal PIB a precios corrientes

Una vez identificado el posible modelo para la serie, se realiza la estimación de los parámetros del modelo. Los resultados obtenidos por el paquete estadístico R son:

Series: a\$PBI.P.C

ARIMA(2,0,2) with non-zero mean

Coefficients:

	ar1	ar2	ma1	ma2	intercept
	-0.8661	-0.9933	0.9345	1.0000	2.4980
s.e.	0.0367	0.0161	0.0997	0.0952	0.1965

sigma^2 estimated as 1.682: log likelihood=-79.56

AIC=171.12 AICc=173.28 BIC=182.09

Fuente: datos tomados con el programa R

Un modelo ARMA(2,2) es de la siguiente forma:

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)\tilde{z}_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)a_t,$$

2.1.1.4. Verificación del modelo de la serie temporal PIB a precios corrientes

En este punto se trata de determinar si el modelo considerado representa adecuadamente los datos. Este procedimiento de validación del modelo consiste en obtener las funciones ACF y PACF de los residuos para mostrar que estos se comportan como ruido blanco y realizar pruebas estadísticas para comprobarlo.

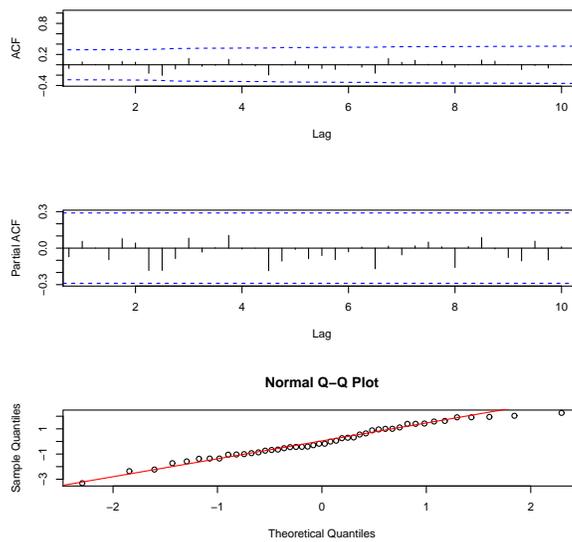


FIGURA 2.5. ACF, PACF y Q-Q Plot de los residuos de la serie PIB a precios corrientes. En los correlogramas de los residuos se observa que permanecen dentro del intervalo de confianza, es decir, son suficientemente pequeños para estar correlacionados. Además el gráfico de la prueba de normalidad para los residuos muestra que estos se distribuyen normalmente. Las pruebas de aleatoriedad, independencia y normalidad lo verifican:

Box-Ljung test

data: r1

X-squared = 26.4758, df = 45, p-value = 0.9874

Durbin-Watson test

data: a\$PBI.P.C ~ It

DW = 2.1002, p-value = 0.6815

alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0

Shapiro-Wilk normality test

data: r1

W = 0.976, p-value = 0.4534

Fuente: datos tomados con el programa R

los tres se superan con p -valores altos lo que indica un razonable ajuste del modelo. Por lo tanto, los residuos cumplen con las características de ruido blanco.

2.1.1.5. Pronósticos de la serie temporal PIB a precios corrientes

Por ultimo se realizan los pronósticos para periodos futuros del tercer trimestre del año 2012 al cuarto trimestre del año 2017.

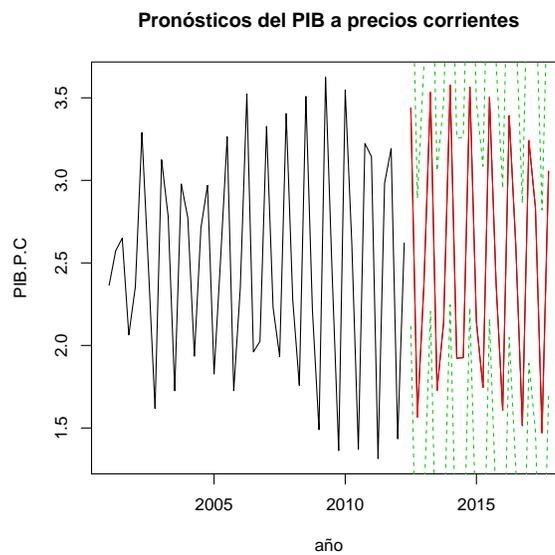


FIGURA 2.6. *Pronósticos de la variación porcentual trimestral de la serie PIB a precios corrientes*

\$pred

	Qtr1	Qtr2	Qtr3	Qtr4
2012			3.437757	1.566737
2013	2.371029	3.532883	1.727659	2.137160
2014	3.575602	1.922960	1.925570	3.564875

2015	2.142423	1.746141	3.502293	2.374854
2016	1.606987	3.391946	2.608651	1.514095
2017	3.240173	2.832376	1.471074	3.055210

\$se

	Qtr1	Qtr2	Qtr3	Qtr4
2012			1.322179	1.323508
2013	1.327055	1.326246	1.328596	1.331295
2014	1.330415	1.333575	1.335233	1.334731
2015	1.338339	1.338962	1.339190	1.342808
2016	1.342594	1.343741	1.346946	1.346234
2017	1.348301	1.350758	1.349964	1.352769

Fuente: datos tomados con el programa R

2.1.2. Análisis de la serie temporal PIB a precios constantes

Los datos de la serie a estudiar se encuentran en el ANEXO y están dados por trimestres desde el año 2001 al segundo trimestre de 2012 que representan la variación porcentual del producto interno bruto a precios constantes.

2.1.2.1. Análisis descriptivo de la serie temporal PIB a precios constantes

La gráfica de la serie indica que los valores oscilan alrededor de un nivel constante, la serie es estacionaria para el periodo de 2001 a 2012.

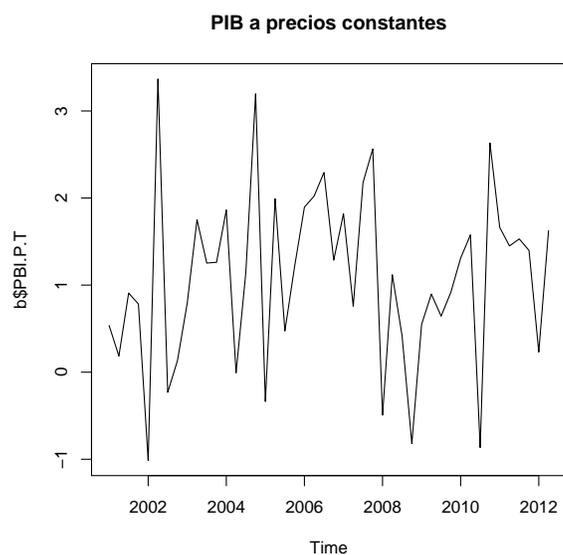


FIGURA 2.7. Variaciones porcentuales del PIB trimestral a precios constantes de 2001 a 2012

Para el análisis estadístico básico se obtienen los siguientes resultados:

<i>PIB</i>	<i>Estadísticas</i>
<i>Media</i>	<i>1.084</i>
<i>Mediana</i>	<i>1.180</i>
<i>Mínimo</i>	<i>-1.012</i>
<i>Máximo</i>	<i>3.367</i>
<i>Desviación típica</i>	<i>1.011</i>
<i>Varianza</i>	<i>1.022</i>
<i>Curtosis</i>	<i>-0.329</i>
<i>Asimetría</i>	<i>-0.038</i>

TABLA 2.3. Análisis básico de la serie PIB a precios constantes

En esta variable el valor del sesgo es negativo, por lo que la distribución de esta variable es sesgada a la izquierda. El coeficiente de kurtosis para esta variable es menor que tres, por lo tanto la distribución de esta variable es platicúrtica. La distribución es casi

simétrica, dado que el valor de la media de esta variable está muy cercana al valor de la mediana. Se analiza a continuación la normalidad de la variable:

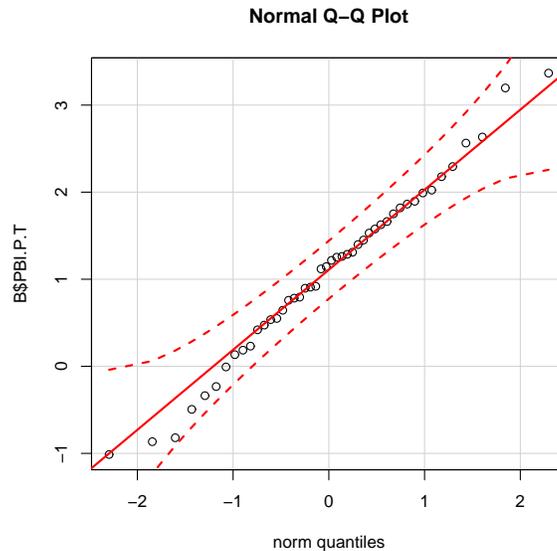


FIGURA 2.8. Normalidad de la serie PIB a precios constantes

Estadística	p-valor
Jarque - Bera Normalality Test	0.953
Shapiro-Wilk normality test	0.930

TABLA 2.4. Prueba de normalidad de la serie PIB a precios constantes

En la figura 2.8 y la tabla 2.4 se tiene que los datos se distribuyen normalmente a lo largo del periodo. Dado que el p-valor computado es mayor que el nivel de significación $\alpha=0,05$ se debe aceptar la hipótesis nula H_0 , la variable sigue una distribución normal.

2.1.2.2. Identificación del modelo de la serie temporal PIB a precios constantes

Se presentan las funciones de autocorrelación simple (ACF) y autocorrelación parcial (PACF) para determinar un modelo adecuado.

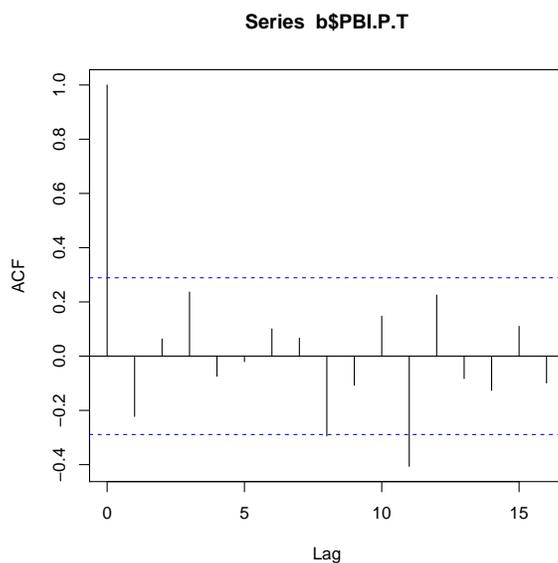


FIGURA 2.9. Función de autocorrelación simple de la serie PIB a precios constantes

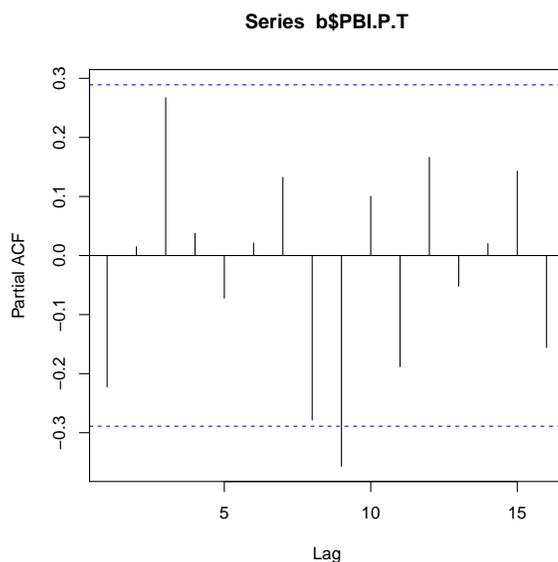


FIGURA 2.10. Función de autocorrelación parcial de la serie PIB a precios constantes
 Observando los resultados, se puede apreciar que tanto la función de autocorrelación simple y parcial (Figuras 2.9 y 2.10) tiene coeficientes no nulos, esto indica que es un proceso ARMA. Según el ajuste del modelo realizado con R, el menor valor AIC es para un modelo ARMA(2,2).

```

$min
      ar      d      ma      AIC
2.0000  0.0000  2.0000 133.7963

```

2.1.2.3. Estimación de los parámetros del modelo de la serie temporal PIB a precios constantes

Un modelo ARMA(2,2) es de la siguiente forma:

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)\tilde{z}_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)a_t,$$

y la estimación de sus parámetros obtenidos con el paquete estadístico R son:

Series: b\$PBI.P.T

ARIMA(2,0,2) with non-zero mean

Coefficients:

```

      ar1      ar2      ma1      ma2  intercept
1.1919 -0.5351 -1.5395  1.0000    1.0793
s.e.  0.1499  0.1345  0.1080  0.1203    0.1678

```

sigma^2 estimated as 0.7551: log likelihood=-60.9

AIC=133.8 AICc=135.95 BIC=144.77

Fuente: datos tomados con el programa R

2.1.2.4. Verificación del modelo de la serie temporal PIB a precios constantes

Se realiza la evaluación de diagnóstico analizando los residuos y de esta forma comprobar si el modelo es adecuado. Observando el ACF y PACF de los residuos muestran un comportamiento de ruido blanco, ningún valor corta la banda de confianza. El gráfico de normalidad confirma que los residuos son normales.

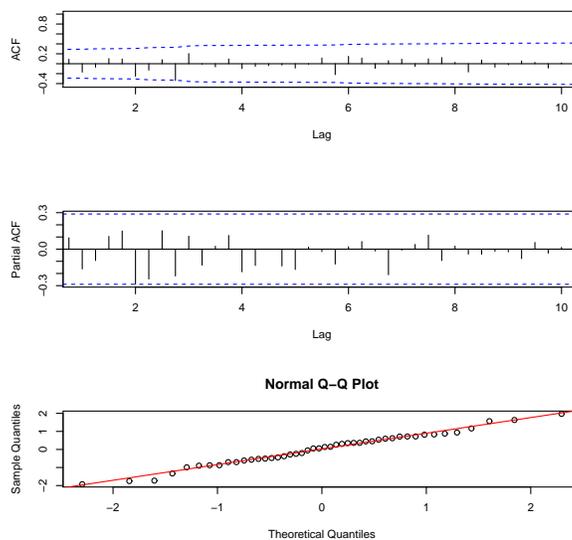


FIGURA 2.11. ACF, PACF y Q-Q Plot de los residuos de la serie PIB a precios constantes

al verificar lo anterior con las pruebas de aleatoriedad, independencia y normalidad se tiene:

Box-Ljung test

data: r1

X-squared = 29.1627, df = 24, p-value = 0.2141

Durbin-Watson test

data: b\$PBI.P.T ~ It

DW = 2.3239, p-value = 0.8867

alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0

Shapiro-Wilk normality test

data: r1

W = 0.9853, p-value = 0.8218

Fuente: datos tomados con el programa R

Las pruebas indican que los residuos cumplen con las características de ruido blanco. Por tanto, el modelo se ajusta adecuadamente a los datos.

2.1.2.5. Pronósticos de la serie temporal PIB a precios constantes

Por último se realizan los pronósticos para periodos futuros del tercer trimestre del año 2012 al cuarto trimestre del año 2017.

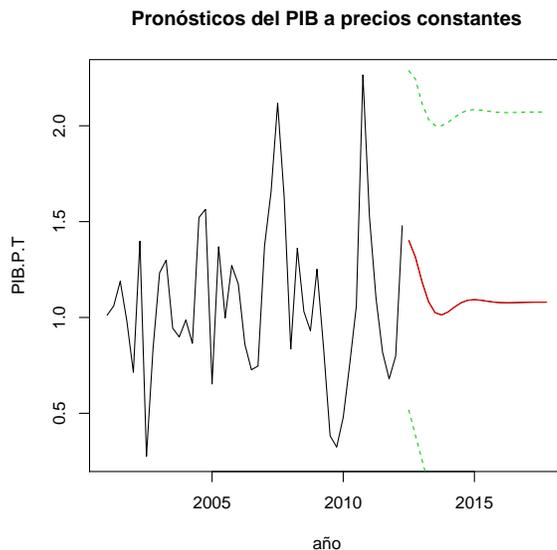


FIGURA 2.12. *Pronósticos de la variación porcentual trimestral de la serie PIB a precios constantes*

\$pred

	Qtr1	Qtr2	Qtr3	Qtr4
2012			1.401744	1.315433
2013	1.188205	1.082746	1.025128	1.012882
2014	1.029117	1.055020	1.077206	1.089790
2015	1.092917	1.089910	1.084654	1.079997
2016	1.077260	1.076489	1.077035	1.078098
2017	1.079073	1.079666	1.079851	1.079755

\$se

	Qtr1	Qtr2	Qtr3	Qtr4
2012			0.8852841	0.9292152
2013	0.9300733	0.9514313	0.9758396	0.9874831
2014	0.9895619	0.9895692	0.9903609	0.9913757
2015	0.9919001	0.9920052	0.9920051	0.9920355
2016	0.9920786	0.9921023	0.9921076	0.9921076
2017	0.9921088	0.9921106	0.9921117	0.9921119

Fuente: datos tomados con el programa R

2.1.3. Análisis de la serie temporal oferta y demanda finales en el territorio nacional a precios corrientes

Los datos de la serie a estudiar se encuentran en el ANEXO y están dados por variaciones porcentuales trimestrales desde el año 2001 al segundo trimestre de 2012 de la oferta y demanda total a precios corrientes.

2.1.3.1. Análisis descriptivo de la serie temporal oferta y demanda a precios corrientes

El gráfico donde se muestra la evolución de la variable a lo largo del tiempo aparece en la figura 2.13.

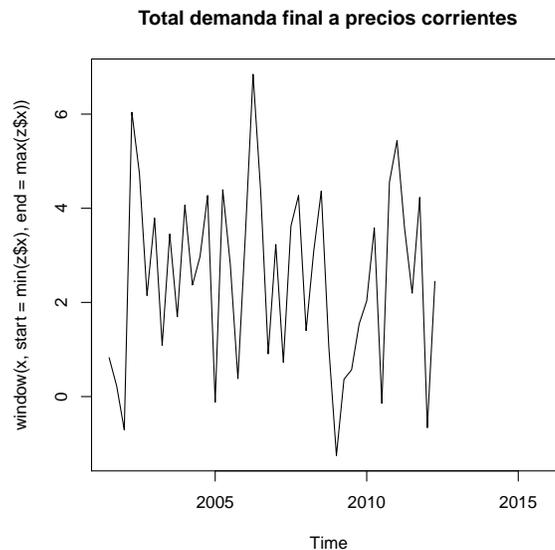


FIGURA 2.13. Variaciones porcentuales de la oferta y demanda finales a precios corrientes de 2001 a 2012

es claro que la serie es estacionaria, en todo el periodo de tiempo permanece estable. Su análisis estadístico básico presenta lo siguiente:

<i>Oferta y demanda</i>	<i>Estadísticas</i>
<i>Media</i>	<i>2.538</i>
<i>Mediana</i>	<i>2.885</i>
<i>Mínimo</i>	<i>-1.254</i>
<i>Máximo</i>	<i>6.846</i>
<i>Desviación típica</i>	<i>1.903</i>
<i>Varianza</i>	<i>3.622</i>
<i>Curtosis</i>	<i>-0.794</i>
<i>Asimetría</i>	<i>-0.040</i>

TABLA 2.5. Análisis básico de la serie oferta y demanda a precios corrientes

En esta variable el valor del sesgo es negativo, por lo que la distribución de esta variable es sesgada a la izquierda. El coeficiente de kurtosis para esta variable es menor que tres, por lo tanto la distribución de esta variable es platicúrtica. La distribución es casi simétrica, dado que el valor de la media de esta variable está muy cercana al valor de la mediana.

Al realizar el análisis de normalidad en la figura 2.14 y la tabla 2.6 se acepta la hipótesis que la variable sigue una distribución normal.

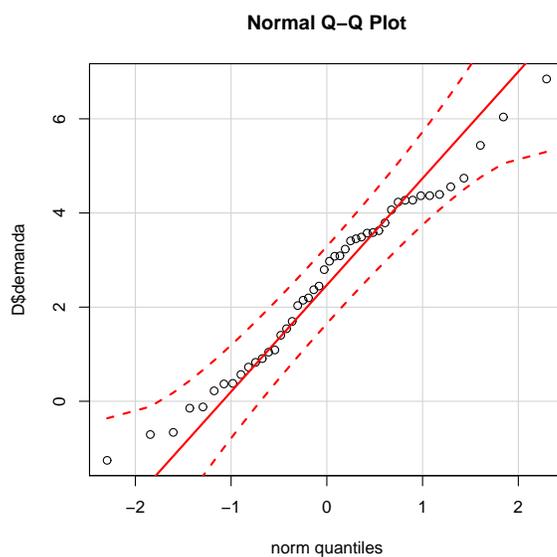


FIGURA 2.14. Normalidad de la serie oferta y demanda a precios corrientes

<i>Estadística</i>	<i>p-valor</i>
<i>Jarque - Bera Normalality Test</i>	<i>0.624</i>
<i>Shapiro-Wilk normality test</i>	<i>0.513</i>

TABLA 2.6. Prueba de normalidad de la serie oferta y demanda a precios corrientes

2.1.3.2. Identificación del modelo de la serie temporal oferta y demanda a precios corrientes

Para realizar la identificación del modelo se analizan las gráficas de autocorrelaciones simple y parcial de la serie.

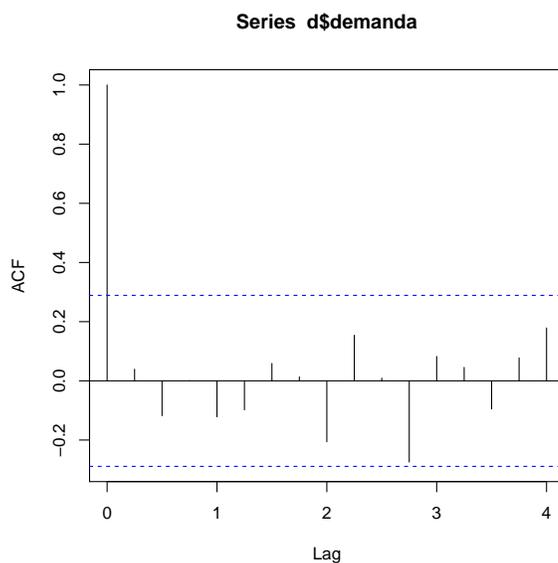


FIGURA 2.15. *Función de autocorrelación simple de la serie oferta y demanda a precios corrientes*

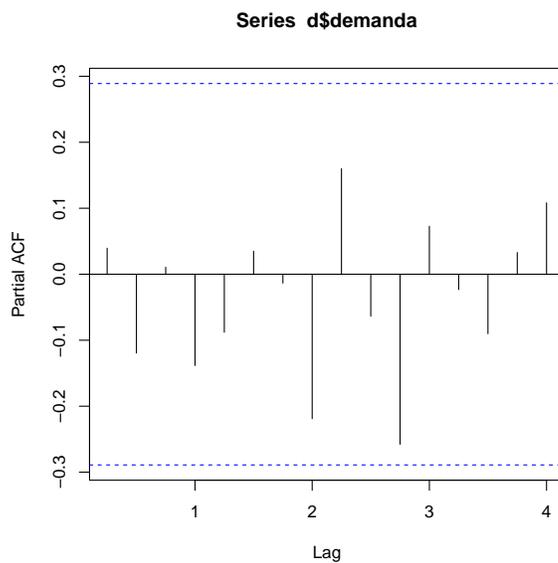


FIGURA 2.16. *Función de autocorrelación parcial de la serie oferta y demanda a precios corrientes*

Como se observa en los gráficos de autocorrelación simple y parcial (figuras 2.15 y 2.16), la serie se puede modelar con un $MA(1)$ debido a que el resultado de la función de autocorrelación simple solo tiene un valor no nulo, mientras que en la función de

autocorrelación parcial hay muchos coeficientes diferentes de cero.

```
$min
      ar      d      ma      AIC
0.0000  0.0000  1.0000  194.6502
```

Se comprueba dicho modelo por el AIC menor obtenido en R.

2.1.3.3. Estimación de los parámetros del modelo de la serie temporal oferta y demanda a precios corrientes

Con el modelo seleccionado se estima sus parámetros utilizando las herramientas del paquete R:

```
Series: c$ofertademanda
```

```
ARIMA(0,0,1) with non-zero mean
```

```
Coefficients:
```

```
      ma1  intercept
      0.0508    2.5391
s.e.  0.1670    0.2911
```

```
sigma^2 estimated as 3.537:  log likelihood=-94.33
```

```
AIC=194.65  AICc=195.22  BIC=200.14
```

Fuente: datos tomados con el programa R

Un modelo MA(1) es de la siguiente forma

$$\tilde{z}_t = a_t - \theta a_{t-1}$$

2.1.3.4. Verificación del modelo de la serie temporal oferta y demanda a precios corrientes

la diagnosis del modelo se realiza analizando los residuos, sus autocorrelaciones y su normalidad.

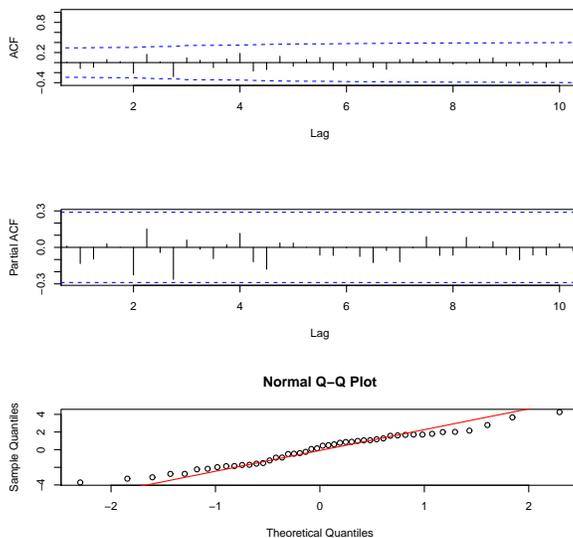


FIGURA 2.17. ACF, PACF y Q-Q Plot de los residuos de la serie oferta y demanda a precios corrientes

Box-Ljung test

```
data: r1
```

```
X-squared = 24.7374, df = 24, p-value = 0.4201
```

Durbin-Watson test

```
data: c$ofertademanda ~ It
```

```
DW = 1.8844, p-value = 0.4081
```

```
alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

Shapiro-Wilk normality test

```
data: r1
```

```
W = 0.9748, p-value = 0.4117
```

Fuente: datos tomados con el programa R

Observando el ACF y PACF de los residuos muestran un comportamiento de ruido blanco al igual que las pruebas estadísticas. El gráfico de normalidad y el test Shapiro-Wilk confirma que los residuos son normales. Por tanto, el modelo se ajusta adecuadamente a los datos.

2.1.3.5. Pronósticos de la serie temporal oferta y demanda a precios corrientes

Por último se realizan los pronósticos para periodos futuros del tercer trimestre del año 2012 al cuarto trimestre del año 2017.

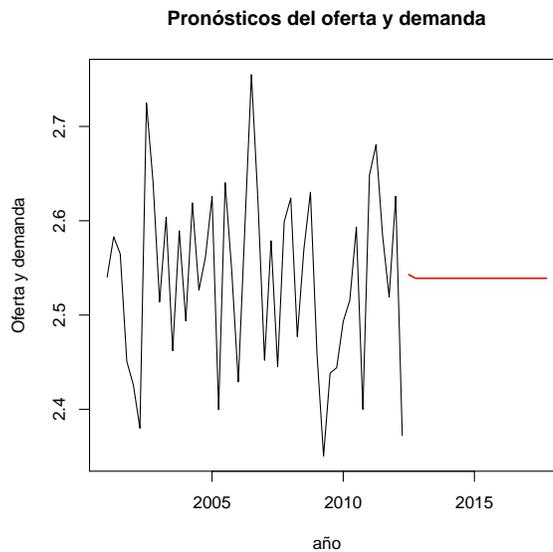


FIGURA 2.18. Pronósticos de la variación porcentual trimestral de la serie oferta y demanda a precios corrientes

\$pred

Qtr1 Qtr2 Qtr3 Qtr4

2012			2.542885	2.539086
2013	2.539086	2.539086	2.539086	2.539086
2014	2.539086	2.539086	2.539086	2.539086
2015	2.539086	2.539086	2.539086	2.539086
2016	2.539086	2.539086	2.539086	2.539086
2017	2.539086	2.539086	2.539086	2.539086

\$se

	Qtr1	Qtr2	Qtr3	Qtr4
2012			1.880579	1.882999
2013	1.882999	1.882999	1.882999	1.882999
2014	1.882999	1.882999	1.882999	1.882999
2015	1.882999	1.882999	1.882999	1.882999
2016	1.882999	1.882999	1.882999	1.882999
2017	1.882999	1.882999	1.882999	1.882999

Fuente: datos tomados con el programa R

2.2. Análisis de Series de Tiempo Multivariadas

En esta sección se encuentra el análisis multivariado de las tres variables estudiadas anteriormente por medio del software Gretl. Los datos de la serie a estudiar se encuentran en el ANEXO y son las tres variables analizadas anteriormente pero ahora se trabajaran en conjunto.

Las variables forman el vector de 3 series temporales $Z_t = (z_{1t}, z_{2t}, z_{3t})'$, donde

z_{1t} : Representa la variación porcentual del PIB a precios corrientes.

z_{2t} : Representa la variación porcentual del PIB a precios constantes.

z_{3t} : Representa la variación porcentual de la oferta y demanda a precios corrientes.

2.2.1. Análisis descriptivo de la serie temporal multivariada

Se presenta el gráfico que muestra las tres variables, se observa que estas son estacionarias entonces se procede a elegir el modelo. Como el programa que se va usar es Gretl este nos permite trabajar solo con el modelo VAR, por tanto este es el modelo que se va usar para hacer los pronósticos.

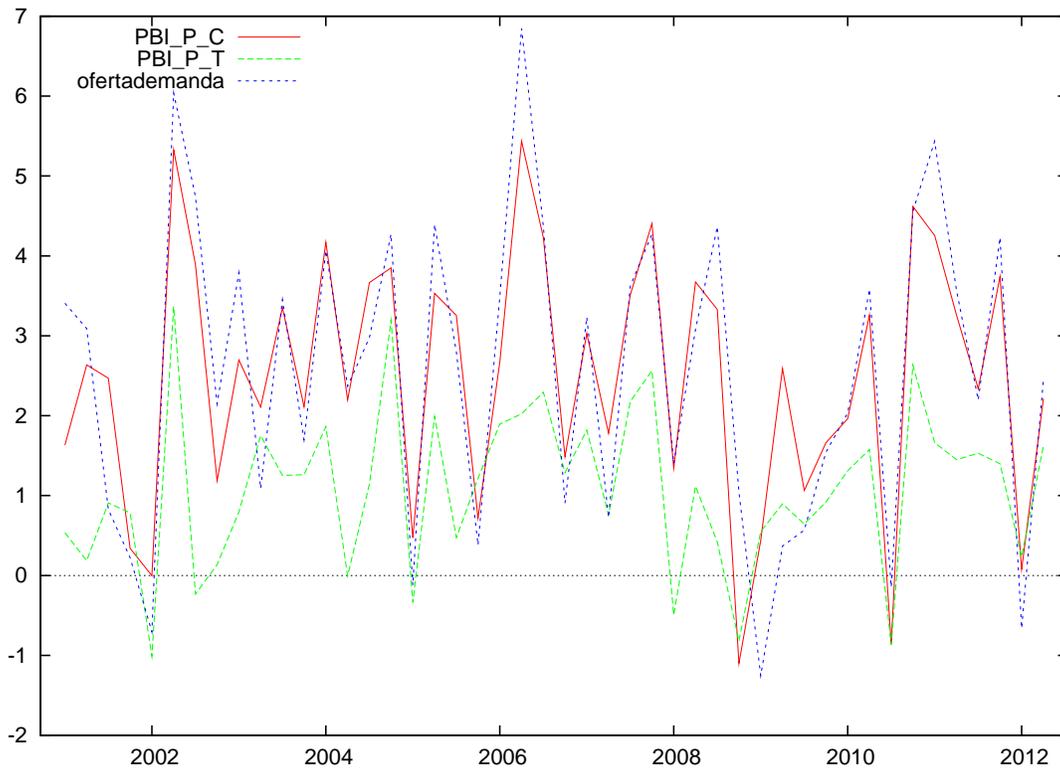


FIGURA 2.19. Serie de tiempo multivariada trimestral 2001 a 2012

2.2.1.1. Identificación del modelo

Primero se comienza estimando el orden del modelo VAR. Al efectuar el procedimiento en el programa Gretl se obtiene los resultados:

Los asteriscos de abajo indican los mejores (es decir, los mínimos) valores de cada criterio de información, AIC = criterio de Akaike, BIC = criterio bayesiano de Schwartz y HQC = criterio de Hannan-Quinn.

retardos	log.veros	p(RV)	AIC	BIC	HQC
1	-145,94479		8,312883*	8,830016*	8,496875*
2	-142,35213	0,61783	8,597480	9,502462	8,919466
3	-137,52062	0,37845	8,816875	10,109706	9,276854
4	-134,40682	0,71694	9,126675	10,807355	9,724648
5	-126,88846	0,08993	9,204656	11,273186	9,940623

Fuente: datos tomados con el programa gretl

Los criterios de Akaike, Schwarz y Hannan y Quinn arrojan valores que permiten decidir un VAR de orden 1.

2.2.1.2. Estimación de parámetros

Ahora aplicamos el modelo y se obtiene lo siguiente:

Sistema VAR, orden del retardo 1

estimaciones MCO, observaciones 2001:2–2012:2 ($T = 45$)

Log-verosimilitud = $-178,457$

Determinante de la matriz de covarianzas = 0,558669

AIC = 8,4648

BIC = 8,9465

HQC = 8,6444

Ecuación 1: PBI_P_C (z_{1t})

<i>Variable</i>	<i>Coefficiente</i>	<i>Desv. típica</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>valor p</i>
<i>const</i>	2,66861	0,459937	5,8021	0,0000
<i>PBI_P_C_{t-1}</i>	-0,123046	0,409747	-0,3003	0,7655
<i>PBI_P_T_{t-1}</i>	0,179434	0,364063	0,4929	0,6247
<i>ofertademandat_{t-1}</i>	-0,0227319	0,283041	-0,0803	0,9364

Suma de cuadrados de los residuos

106,939

Desviación típica de los residuos ($\hat{\sigma}$)

1,61501

R²

0,0102135

\bar{R}^2 corregido

-0,0622099

F(3, 41)

0,141025

valor p para F()

0,934824

Estadístico de Durbin-Watson

2,03840

Coef. de autocorr. de primer orden.

-0,0205318

Criterio de información de Akaike

174,656

Criterio de información Bayesiano de Schwarz

181,883

Criterio de Hannan-Quinn

177,350

Ecuación 2: PBI_P_T (z_{2t})

<i>Variable</i>	<i>Coefficiente</i>	<i>Desv. típica</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>valor p</i>
<i>const</i>	1,42282	0,286932	4,9587	0,0000
<i>PBI_P_C_{t-1}</i>	0,137805	0,255621	0,5391	0,5927
<i>PBI_P_T_{t-1}</i>	-0,147470	0,227121	-0,6493	0,5198
<i>ofertademandat_{t-1}</i>	-0,201104	0,176575	-1,1389	0,2613

<i>Suma de cuadrados de los residuos</i>	41,6193
<i>Desviación típica de los residuos ($\hat{\sigma}$)</i>	1,00752
R^2	0,0896821
\bar{R}^2 corregido	0,0230735
$F(3, 41)$	1,34640
valor p para $F()$	0,272628
<i>Estadístico de Durbin–Watson</i>	1,92533
<i>Coef. de autocorr. de primer orden.</i>	0,0313817
<i>Criterio de información de Akaike</i>	132,190
<i>Criterio de información Bayesiano de Schwarz</i>	139,417
<i>Criterio de Hannan–Quinn</i>	134,884

Ecuación 3: ofertademanda (z_{3t})

<i>Variable</i>	<i>Coeficiente</i>	<i>Desv. típica</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>valor p</i>
<i>const</i>	2,40670	0,565596	4,2552	0,0001
<i>PBI_P_C_{t-1}</i>	-0,0224605	0,503876	-0,0446	0,9647
<i>PBI_P_T_{t-1}</i>	0,108451	0,447698	0,2422	0,8098
<i>ofertademanda_{t-1}</i>	0,0203349	0,348063	0,0584	0,9537

Suma de cuadrados de los residuos	161,715
Desviación típica de los residuos ($\hat{\sigma}$)	1,98602
R^2	0,00327053
\bar{R}^2 corregido	-0,0696609
$F(3, 41)$	0,0448440
valor p para $F()$	0,987201
Estadístico de Durbin-Watson	2,00150
Coef. de autocorr. de primer orden.	-0,00183707
Criterio de información de Akaike	193,267
Criterio de información Bayesiano de Schwarz	200,494
Criterio de Hannan-Quinn	195,961

Fuente: datos tomados con el programa grelt

Los resultados obtenidos permiten escribir el modelo VAR(1) usando la notación matricial así:

$$\begin{bmatrix} z_{1t} \\ z_{2t} \\ z_{3t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,123 & 0,179 & -0,023 \\ 0,138 & -0,147 & -0,201 \\ -0,022 & 0,108 & 0,020 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{1(t-1)} \\ z_{2(t-1)} \\ z_{3(t-1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2,669 \\ 1,423 \\ 2,407 \end{bmatrix} \left[CONST \right] + \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \end{bmatrix}$$

2.2.1.3. Verificación del modelo

La siguiente fase es realizar la validación del modelo analizando los residuos. En el gráfico 2.20 se observa que el modelo se ajusta bien a las variables observadas, pero hay que analizar ausencia de autocorrelación de los residuales de cada una de las ecuaciones individuales del modelo y la distribución normal multivariada de los mismos. Además, comprobar la estabilidad del modelo estimado mediante el análisis de los eigenvalores y un contraste para determinar la existencia de efecto ARCH (Heteroscedasticidad Condicional Autorregresiva) en cada una de las ecuaciones.

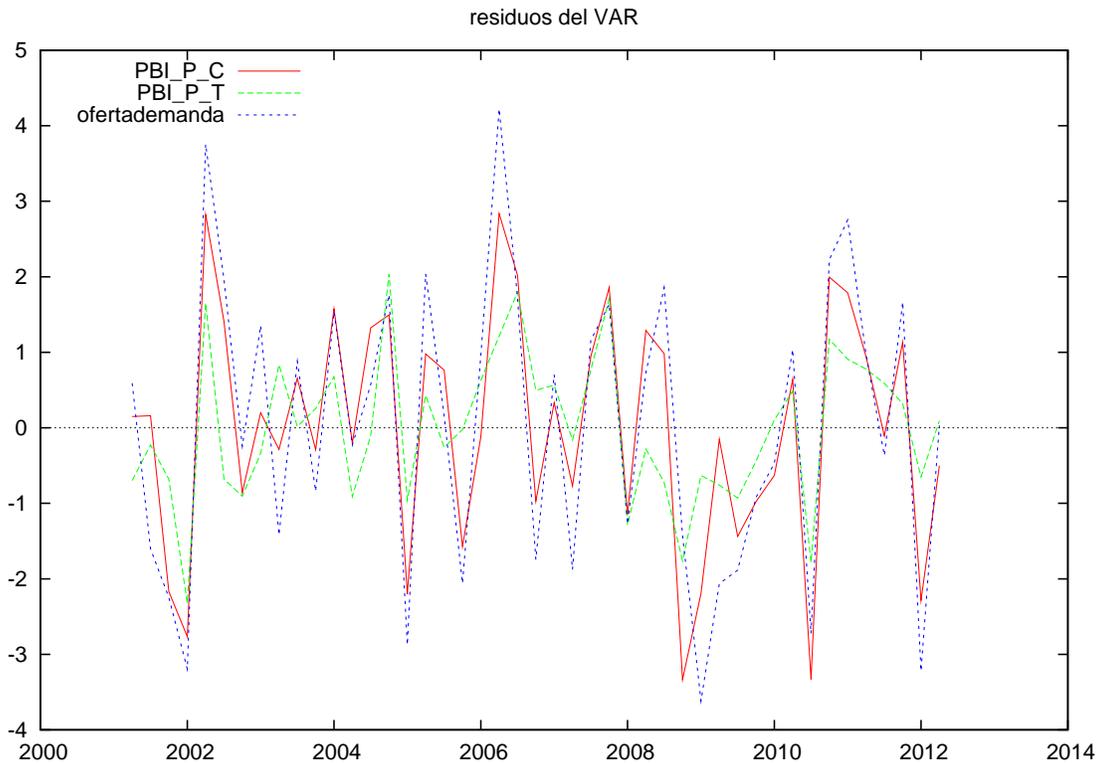


FIGURA 2.20. *Pronósticos de la variación porcentual trimestral de la serie PIB a precios constantes*

Ecuación 1:

Contraste LM de autocorrelación hasta el orden 4 -

Hipótesis nula: no hay autocorrelación

Estadístico de contraste: LMF = 0,957451

con valor p = $P(F(4,33) > 0,957451) = 0,443694$

Ecuación 2:

Contraste LM de autocorrelación hasta el orden 4 -

Hipótesis nula: no hay autocorrelación

Estadístico de contraste: LMF = 0,593057

con valor p = $P(F(4,33) > 0,593057) = 0,670078$

Ecuación 3:

Contraste LM de autocorrelación hasta el orden 4 -

Hipótesis nula: no hay autocorrelación

Estadístico de contraste: LMF = 0,521681

con valor $p = P(F(4,33) > 0,521681) = 0,720404$

Fuente: datos tomados con el programa grelt

Se observa que se cumple la ausencia de correlación serial en los residuos de cada una de las ecuaciones.

Residual correlation matrix, C (3 x 3)

1,0000	0,76904	0,90836
0,76904	1,0000	0,67172
0,90836	0,67172	1,0000

Test for multivariate normality of residuals

Doornik-Hansen Chi-square(6) = 4,31936, with p-value = 0,633544

Fuente: datos tomados con el programa grelt

El contraste de normalidad se cumple, el vector de residuales tiene una distribución normal.

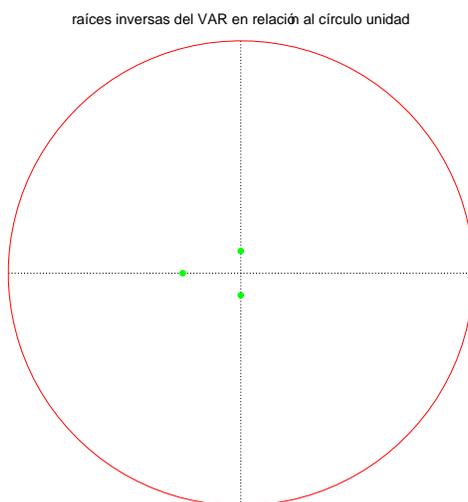


FIGURA 2.21. Raíces inversas del polinomio autorregresivo del VAR

Ecuación 1:

PARÁMETRO	ESTIMACIÓN	DESV. TÍP.	T.	VALOR P
alpha(0)	3,07998	0,889459	3,463	0,00140 ***

Hipótesis nula: no hay efecto ARCH

con valor p = $P(\text{Chi-Square}(4) > 4,29766) = 0,367218$

Ecuación 2:

PARÁMETRO	ESTIMACIÓN	DESV. TÍP.	T.	VALOR P
alpha(0)	1,21203	0,337235	3,594	0,00097 ***

Hipótesis nula: no hay efecto ARCH

con valor p = $P(\text{Chi-Square}(4) > 5,45692) = 0,243543$

Ecuación 3:

PARÁMETRO	ESTIMACIÓN	DESV. TÍP.	T.	VALOR P
alpha(0)	4,49465	1,36200	3,300	0,00219 ***

Hipótesis nula: no hay efecto ARCH

con valor p = $P(\text{Chi-Square}(4) > 4,51949) = 0,340243$

Fuente: datos tomados con el programa grelt

Se puede apreciar que el sistema satisface la condición de estabilidad y estacionariedad porque todos los eigenvalores del polinomio autorregresivo del VAR son menores que uno (caen dentro del círculo unitario). Se acepta la hipótesis nula de no existencia de efecto ARCH. Por tanto, se concluye que el modelo se considera adecuado.

2.2.1.4. Pronósticos del modelo

Ahora se realiza las predicciones correspondientes a cada variable con su respectivo gráfico:

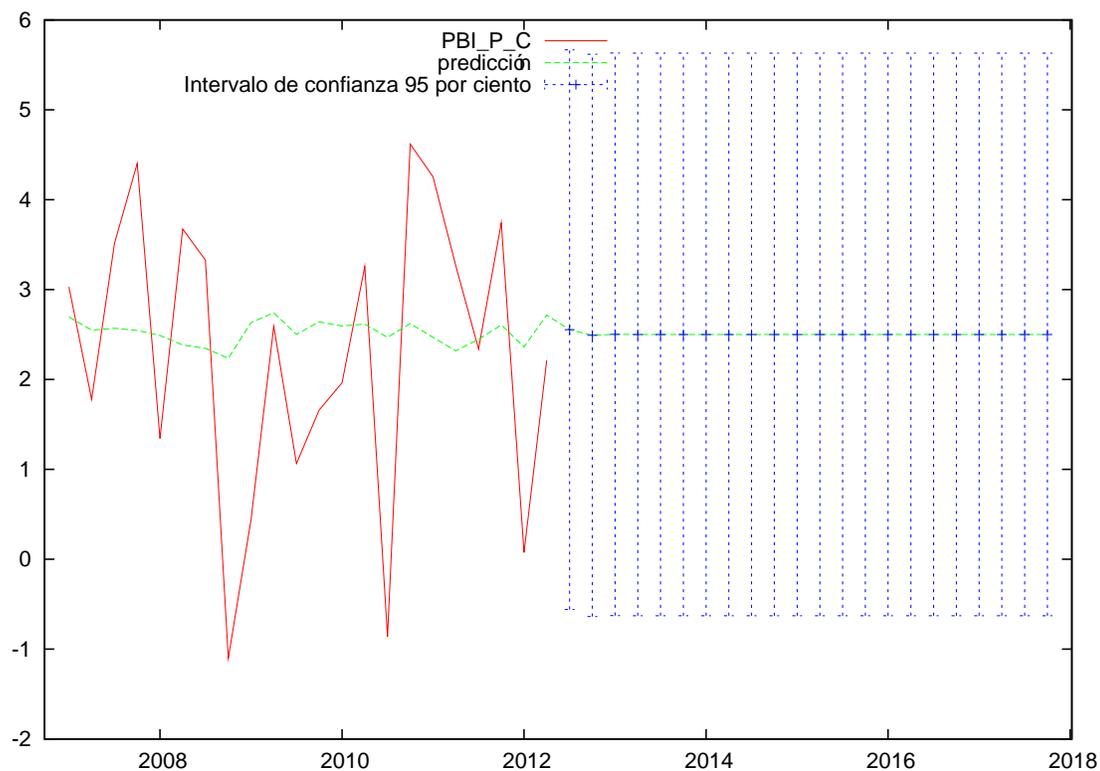


FIGURA 2.22. Pronósticos de la variación porcentual trimestral de la serie PIB a precios corrientes

Para intervalos de confianza 95 %, $t(41, .025) = 2,020$

$z1$ (PBI_P_C)	predicción	desv. típica	Intervalo de confianza 95 %	
			low	high
2012:3	2,554393	1,541562	-0,558855	5,667640
2012:4	2,490795	1,548723	-0,636914	5,618505
2013:1	2,502198	1,549581	-0,627245	5,631640
2013:2	2,500298	1,549619	-0,629221	5,629817

2013:3	2,500813	1,549621	-0,628710	5,630335
2013:4	2,500675	1,549621	-0,628848	5,630199
2014:1	2,500709	1,549621	-0,628814	5,630232
2014:2	2,500701	1,549621	-0,628822	5,630224
2014:3	2,500703	1,549621	-0,628820	5,630226
2014:4	2,500703	1,549621	-0,628821	5,630226
2015:1	2,500703	1,549621	-0,628820	5,630226
2015:2	2,500703	1,549621	-0,628820	5,630226
2015:3	2,500703	1,549621	-0,628820	5,630226
2015:4	2,500703	1,549621	-0,628820	5,630226
2016:1	2,500703	1,549621	-0,628820	5,630226
2016:2	2,500703	1,549621	-0,628820	5,630226
2016:3	2,500703	1,549621	-0,628820	5,630226
2016:4	2,500703	1,549621	-0,628820	5,630226
2017:1	2,500703	1,549621	-0,628820	5,630226
2017:2	2,500703	1,549621	-0,628820	5,630226
2017:3	2,500703	1,549621	-0,628820	5,630226
2017:4	2,500703	1,549621	-0,628820	5,630226

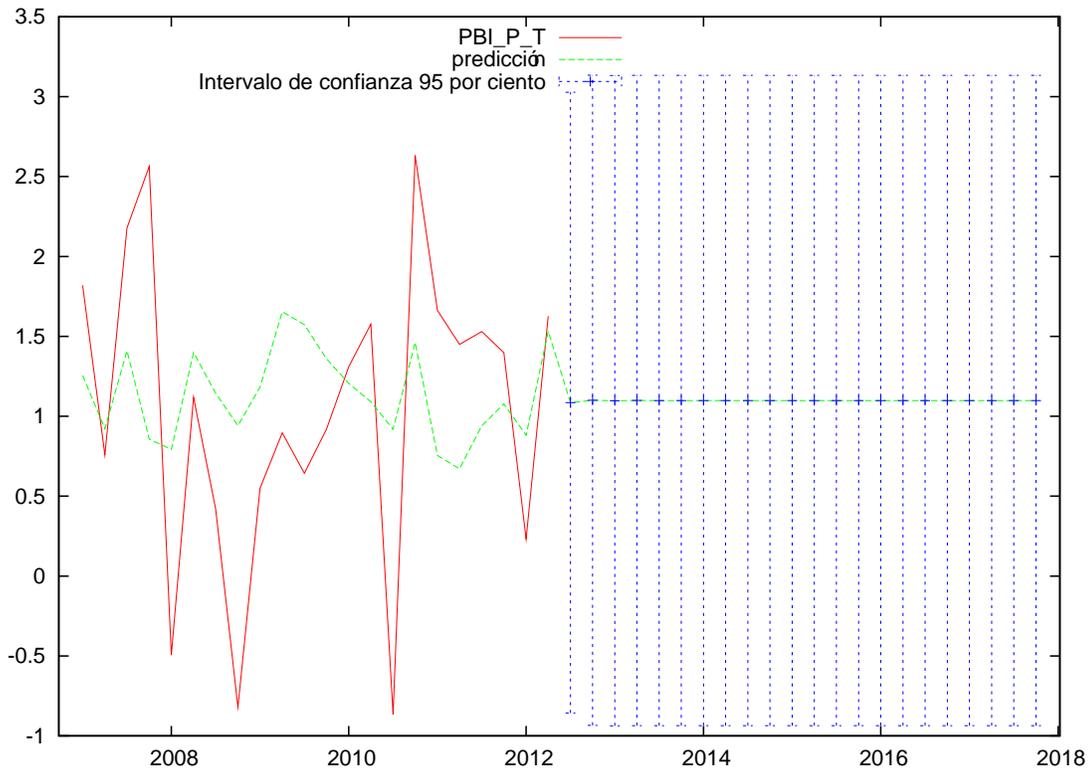


FIGURA 2.23. Pronósticos de la variación porcentual trimestral de la serie PIB a precios constantes

Para intervalos de confianza 95 %, $t(41, .025) = 2,020$

z_2 (PBI_P_T)	predicción	desv. típica	Intervalo de confianza 95 %	
			low	high
2012:3	1,085146	0,961703	-0,857053	3,027346
2012:4	1,099771	1,007284	-0,934479	3,134022
2013:1	1,097277	1,007548	-0,937507	3,132062
2013:2	1,098782	1,007561	-0,936029	3,133593
2013:3	1,098395	1,007562	-0,936418	3,133209
2013:4	1,098484	1,007562	-0,936330	3,133297
2014:1	1,098462	1,007562	-0,936352	3,133275
2014:2	1,098467	1,007562	-0,936346	3,133281

<i>2014:3</i>	1,098466	1,007562	-0,936348	3,133279
<i>2014:4</i>	1,098466	1,007562	-0,936347	3,133280
<i>2015:1</i>	1,098466	1,007562	-0,936348	3,133280
<i>2015:2</i>	1,098466	1,007562	-0,936348	3,133280
<i>2015:3</i>	1,098466	1,007562	-0,936348	3,133280
<i>2015:4</i>	1,098466	1,007562	-0,936348	3,133280
<i>2016:1</i>	1,098466	1,007562	-0,936348	3,133280
<i>2016:2</i>	1,098466	1,007562	-0,936348	3,133280
<i>2016:3</i>	1,098466	1,007562	-0,936348	3,133280
<i>2016:4</i>	1,098466	1,007562	-0,936348	3,133280
<i>2017:1</i>	1,098466	1,007562	-0,936348	3,133280
<i>2017:2</i>	1,098466	1,007562	-0,936348	3,133280
<i>2017:3</i>	1,098466	1,007562	-0,936348	3,133280
<i>2017:4</i>	1,098466	1,007562	-0,936348	3,133280

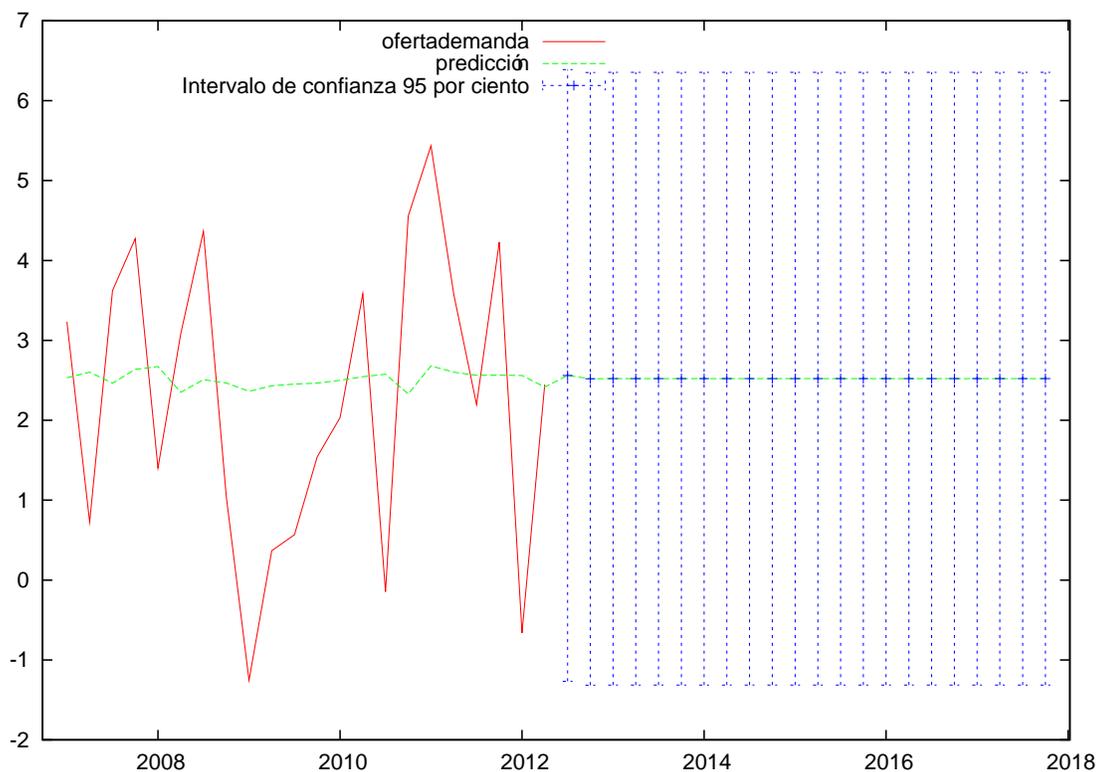


FIGURA 2.24. Pronósticos de la variación porcentual trimestral de la serie oferta y demanda

Para intervalos de confianza 95 %, $t(41, .025) = 2,020$

$z3$ (ofertademanda)	predicción	desv. típica	Intervalo de confianza 95 %	
			low	high
2012:3	2,560990	1,895697	-1,267448	6,389428
2012:4	2,519087	1,898592	-1,315198	6,353372
2013:1	2,521249	1,898820	-1,313497	6,355995
2013:2	2,520767	1,898823	-1,313984	6,355517
2013:3	2,520963	1,898823	-1,313788	6,355714
2013:4	2,520913	1,898823	-1,313838	6,355664
2014:1	2,520925	1,898823	-1,313826	6,355676
2014:2	2,520922	1,898823	-1,313829	6,355673

2014:3	2,520923	1,898823	-1,313828	6,355674
2014:4	2,520922	1,898823	-1,313829	6,355673
2015:1	2,520922	1,898823	-1,313829	6,355673
2015:2	2,520922	1,898823	-1,313829	6,355673
2015:3	2,520922	1,898823	-1,313829	6,355673
2015:4	2,520922	1,898823	-1,313829	6,355673
2016:1	2,520922	1,898823	-1,313829	6,355673
2016:2	2,520922	1,898823	-1,313829	6,355673
2016:3	2,520922	1,898823	-1,313829	6,355673
2016:4	2,520922	1,898823	-1,313829	6,355673
2017:1	2,520922	1,898823	-1,313829	6,355673
2017:2	2,520922	1,898823	-1,313829	6,355673
2017:3	2,520922	1,898823	-1,313829	6,355673
2017:4	2,520922	1,898823	-1,313829	6,355673

Fuente: datos tomados con el programa grelt

Capítulo 3

Resultados de la Investigación

En este capítulo se expondrán los pronósticos obtenidos para cada variable haciendo la comparación de los métodos usados con el fin de obtener conclusiones de los modelos univariados con respecto a los multivariados.

3.1. Serie temporal PIB a precios corrientes

3.1.1. Modelo univariado

<i>Observaciones</i>	<i>z1 (PBI_P_C)</i>	<i>predicción</i>
2012:3		3,437757
2012:4		1,566737
2013:1		2,371029
2013:2		3,532883
2013:3		1,727659
2013:4		2,137160
2014:1		3,575602
2014:2		1,922960
2014:3		1,925570
2014:4		3,564875

2015:1	2,142423
2015:2	1,746141
2015:3	3,502293
2015:4	2,374854
2016:1	1,606987
2016:2	3,391946
2016:3	2,608651
2016:4	1,514095
2017:1	3,240173
2017:2	2,832376
2017:3	1,471074
2017:4	3,055210

3.1.2. Modelo multivariado

<i>Observaciones</i>	<i>z1 (PBI_P_C)</i>	<i>predicción</i>
2012:3		2,554393
2012:4		2,490795
2013:1		2,502198
2013:2		2,500298
2013:3		2,500813
2013:4		2,500675
2014:1		2,500709
2014:2		2,500701
2014:3		2,500703
2014:4		2,500703
2015:1		2,500703

2015:2	2,500703
2015:3	2,500703
2015:4	2,500703
2016:1	2,500703
2016:2	2,500703
2016:3	2,500703
2016:4	2,500703
2017:1	2,500703
2017:2	2,500703
2017:3	2,500703
2017:4	2,500703

3.2. Serie temporal PIB a precios constantes

3.2.1. Modelo univariado

<i>Observaciones</i>	<i>z2 (PBI_P_T)</i>	<i>predicción</i>
2012:3		1,401744
2012:4		1,315433
2013:1		1,188205
2013:2		1,082746
2013:3		1,025128
2013:4		1,012882
2014:1		1,029117
2014:2		1,055020
2014:3		1,077206
2014:4		1,089790

2015:1	1,092917
2015:2	1,089910
2015:3	1,084654
2015:4	1,079997
2016:1	1,077260
2016:2	1,076489
2016:3	1,077035
2016:4	1,078098
2017:1	1,079073
2017:2	1,079666
2017:3	1,079851
2017:4	1,079755

3.2.2. Modelo multivariado

<i>Observaciones</i>	<i>z2 (PBI_P_T)</i>	<i>predicción</i>
2012:3		1,085146
2012:4		1,099771
2013:1		1,097277
2013:2		1,098782
2013:3		1,098395
2013:4		1,098484
2014:1		1,098462
2014:2		1,098467
2014:3		1,098466
2014:4		1,098466
2015:1		1,098466

<i>2015:2</i>	1,098466
<i>2015:3</i>	1,098466
<i>2015:4</i>	1,098466
<i>2016:1</i>	1,098466
<i>2016:2</i>	1,098466
<i>2016:3</i>	1,098466
<i>2016:4</i>	1,098466
<i>2017:1</i>	1,098466
<i>2017:2</i>	1,098466
<i>2017:3</i>	1,098466
<i>2017:4</i>	1,098466

3.3. Serie temporal oferta y demanda a precios corrientes

3.3.1. Modelo univariado

<i>Observaciones</i>	<i>z3 (ofertademanda)</i>	<i>predicción</i>
<i>2012:3</i>		2,542885
<i>2012:4</i>		2,539086
<i>2013:1</i>		2,539086
<i>2013:2</i>		2,539086
<i>2013:3</i>		2,539086
<i>2013:4</i>		2,539086
<i>2014:1</i>		2,539086
<i>2014:2</i>		2,539086
<i>2014:3</i>		2,539086
<i>2014:4</i>		2,539086

2015:1	2,539086
2015:2	2,539086
2015:3	2,539086
2015:4	2,539086
2016:1	2,539086
2016:2	2,539086
2016:3	2,539086
2016:4	2,539086
2017:1	2,539086
2017:2	2,539086
2017:3	2,539086
2017:4	2,539086

3.3.2. Modelo multivariado

<i>Observaciones</i>	<i>z3 (ofertademanda)</i>	<i>predicción</i>
2012:3		2,560990
2012:4		2,519087
2013:1		2,521249
2013:2		2,520767
2013:3		2,520963
2013:4		2,520913
2014:1		2,520925
2014:2		2,520922
2014:3		2,520923
2014:4		2,520922
2015:1		2,520922

2015:2	2,520922
2015:3	2,520922
2015:4	2,520922
2016:1	2,520922
2016:2	2,520922
2016:3	2,520922
2016:4	2,520922
2017:1	2,520922
2017:2	2,520922
2017:3	2,520922
2017:4	2,520922

En el modelo de serie de tiempo univariado se utilizó el programa estadístico de R y el paquete R-commander, aplicando la metodología Box-Jenkins se eligió el modelo más adecuado para cada variable y a partir de esto se procedió con el pronóstico. Caso diferente para el modelo multivariado debido a la falta de información del programa R en el ámbito de series multivariadas se uso el programa estadístico gretl pero este sólo permite aplicar el modelo VAR, por lo cual no se tuvo opción para hacer un ajuste del modelo escogiendo entre los VAR, VMA y VARMA. Se realizó la selección del orden VAR y se obtuvieron los pronósticos.

Los valores obtenidos con el método univariado se observan más cercanos a los reales, en la primera y segunda variable PIB para precios corrientes y constantes sus predicciones varían de manera próxima a la serie original, aunque en la tercera variable oferta y demanda no ocurre lo mismo se mantiene constante en la media. Para las predicciones obtenidas en el método multivariado todas se mantienen en un valor constante la media pero muy cercanas a las obtenidas con el método univariante.

Las condiciones principales que se deben tener en cuenta al aplicar los modelos AR, MA y ARMA son la estacionariedad y la normalidad de las series, esto permite un

buen ajuste del modelo y obtener pronósticos más confiables. El objetivo de esta tesis fue alcanzado y se concluye que los métodos para series univariadas proporcionan buenas predicciones comparadas con las predicciones del modelo multivariado de serie de tiempo.

Conclusiones

- 1. Las condiciones a la hora de aplicar métodos univariados a series multivariadas en primer lugar debe estar enfocado en el objetivo de obtener pronósticos. No para analizar las relaciones entre las variables. En segundo lugar las series deben ser estacionarias para aplicar los métodos univariados expuestos, de lo contrario habría que estudiar otros métodos para series que se transforman en estacionarias. Y por último las series deben ser normales para evitar valores atípicos o realizar transformaciones en la serie.*
- 2. Los modelos multivariantes son mucho más difíciles de estimar y entender, primero por la falta de información estadística sobre los modelos multivariados VAR, VMA y VARMA que permita estudiarlos detalladamente. Segundo la complejidad por el número excesivo de coeficientes a estimar dada la cantidad de rezagos de las variables incluidas en los modelos. Y por último la escasez de bases de datos y de software disponible a tal fin.*
- 3. Para los métodos univariados existen varios softwares diseñados para el análisis de series temporales esto facilita su aplicación. Además la información obtenida fue suficiente para entender teóricamente estos métodos y las diversas aplicaciones permitieron darle gran importancia a estos métodos que se han usado en diversos campos.*

4. *De acuerdo a los análisis estadísticos realizados, los métodos univariados de series temporales fueron los que proporcionaron mayor ajuste de las series estudiadas.*

5. *En este trabajo se presenta un panorama general de la teoría de métodos para análisis de series temporales estacionarias tanto univariados como multivariados, con el ánimo de motivar al lector a iniciar investigaciones en relación con el tema en cuestión. Y motivar a desarrollar algunos problemas relacionados al presente trabajo que aún están abiertos para la investigación y que se espera sean tenidos en cuenta para futuras investigaciones.*
 - *Software En este trabajo se utilizó el programa estadístico R para métodos univariados pero por falta de información y de códigos no se aplicó para métodos multivariados. Profundizar en este aspecto sería interesante, creando un manual de R para serie temporales univariada y multivariadas.*

 - *Métodos Multivariados El estudio de los métodos multivariados para series temporales del presente trabajo, sólo contiene los conceptos necesarios para la aplicación en el ejemplo, es por esto que se requiere profundizar su estudio, para conocer más las ventajas y debilidades que éstos poseen, además se puede conocer otras aplicaciones de esta teoría, por ejemplo en el estudio de las relaciones que existen entre variables y la influencia en el pronóstico.*

Bibliografía

- [1] Colombia Banco de la República, Series estadísticas, Recuperado: 17 mayo 2012, Disponible en <http://www.banrep.gov.co/series-estadisticas/see-prod-salar-2005.html>.
- [2] Daniel Bocanegra, Análisis de la relación entre el precio de la acción de ecopetrol y los precios internacionales del petróleo, Recuperado: 12 julio 2012, Disponible en <http://www.calstatela.edu/faculty/rcastil/Personal/LibroEconometriaInternet.pdf>.
- [3] Jovan Alfonso Botero Botero, Sergio; Cano Cano, Análisis de series de tiempo para la predicción de los precios de la energía en la bolsa de colombia, Recuperado: 7 septiembre 2012, Disponible en <http://www.scielo.org.co/pdf/ceco/v27n48/v27n48a07.pdf>.
- [4] Carlos Casas Tragodara, Econometría moderna, Universidad del Pacífico, 2001.
- [5] Joanna V Collantes, Predicción con redes neuronales: Comparación con las metodologías de box y jenkins, Master's thesis, Universidad de los Andes, Venezuela, 2001.
- [6] Norman Giraldo, Series de tiempo con r, Recuperado: 25 junio 2012, Disponible en <http://www.unalmed.edu.co/ndgirald/Archivos>.
- [7] Helmut Lütkepohl, New introduction to multiple time series analysis, Edición: 1st ed, Springer Berlin Heidelberg, New York, 2006.

- [8] Viñals Montserrat Pepió, *Series temporales, Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya, SL, Barcelona, 2001.*
- [9] Walter Zucchini Oleg Nenadi, *Time series analysis with r - part i, Recuperado: 25 junio 2012, Disponible en <http://dataservices.gmu.edu/software/r/>.*
- [10] Daniel Peña, *Análisis de series temporales, Alianza Editorial, Madrid, 2005.*
- [11] Ricardo Sánchez, *Un modelo de series temporales para el fenómeno de el niño, Master's thesis, Escuela Superior Politécnica del Litoral, Guayaquil, Ecuador, 2002.*
- [12] John Villavicencio, *Introducción a series de tiempo, Recuperado: 7 septiembre 2012, Disponible en <http://esta.uprrp.edu/facultad/mecu-villavicencioJ.php>.*
- [13] William W. S. Wei., *Time series analysis univariate and multivariate methods, Pearson Education, United States of America, 2006. MR)*

Anexo A

Anexo: Base de datos

A continuación se encuentran los datos de las tres variables: variaciones porcentuales trimestrales del PIB a precios corrientes por grandes ramas de actividad económica, variaciones porcentuales trimestrales del PIB a precios constantes por grandes ramas de actividad económica, variaciones porcentuales trimestrales a oferta y demanda finales en el territorio nacional a precios corrientes. Base de datos suministrada por el Banco de la República en la sección series estadísticas de su página de internet [1], esta información corresponde al producto interno bruto (PIB) de Colombia en el periodo comprendido de primer trimestre de enero de 2001 a segundo trimestre de junio de 2012.

A.1. Datos: variaciones porcentuales trimestrales del PIB a precios corrientes (primer trimestre 2001 a segundo trimestre 2012)

Obs	PBI_P_C
2001:1	1,631173
2001:2	2,635335

2001:3	2,467815
2001:4	0,339331
2002:1	-0,003469
2002:2	5,327876
2002:3	3,889282
2002:4	1,183967
2003:1	2,697368
2003:2	2,107928
2003:3	3,353549
2003:4	2,111607
2004:1	4,172682
2004:2	2,197071
2004:3	3,666822
2004:4	3,850000
2005:1	0,470510
2005:2	3,531349
2005:3	3,255372
2005:4	0,718622
2006:1	2,669041
2006:2	5,437260
2006:3	4,227788
2006:4	1,487342
2007:1	3,028792
2007:2	1,778561
2007:3	3,514927
2007:4	4,404971
2008:1	1,343327
2008:2	3,673611
2008:3	3,328254

2008:4	-1,101234
2009:1	0,438352
2009:2	2,590898
2009:3	1,063940
2009:4	1,660936
2010:1	1,963501
2010:2	3,258568
2010:3	-0,860054
2010:4	4,617849
2011:1	4,256676
2011:2	3,263042
2011:3	2,337691
2011:4	3,741967
2012:1	0,075650
2012:2	2,213245

A.2. Datos: variaciones porcentuales trimestrales del PIB a precios constantes (primer trimestre 2001 a segundo trimestre 2012)

Obs	PBI_P_T
2001:1	0,536167
2001:2	0,185195
2001:3	0,908977
2001:4	0,782337
2002:1	-1,012696
2002:2	3,367389

2002:3	-0,232406
2002:4	0,133878
2003:1	0,794171
2003:2	1,750919
2003:3	1,252787
2003:4	1,261748
2004:1	1,862683
2004:2	-0,007489
2004:3	1,144690
2004:4	3,196505
2005:1	-0,337256
2005:2	1,990784
2005:3	0,472980
2005:4	1,216699
2006:1	1,895088
2006:2	2,023345
2006:3	2,293721
2006:4	1,285971
2007:1	1,819608
2007:2	0,758511
2007:3	2,177782
2007:4	2,563787
2008:1	-0,494545
2008:2	1,118508
2008:3	0,419021
2008:4	-0,820701
2009:1	0,549336
2009:2	0,896345
2009:3	0,643684

2009:4	0,918829
2010:1	1,310061
2010:2	1,576766
2010:3	-0,865935
2010:4	2,632827
2011:1	1,662447
2011:2	1,449829
2011:3	1,530356
2011:4	1,397861
2012:1	0,231506
2012:2	1,626348

A.3. Datos: variaciones porcentuales trimestrales oferta y demanda finales en el territorio nacional a precios corrientes (primer trimestre 2001 a segundo trimestre 2012)

Obs	ofertademanda
2001:1	3,407575
2001:2	3,089426
2001:3	0,827074
2001:4	0,221700
2002:1	-0,706396
2002:2	6,038913
2002:3	4,739761
2002:4	2,146296

2003:1	3,790011
2003:2	1,089808
2003:3	3,452535
2003:4	1,697000
2004:1	4,066747
2004:2	2,369312
2004:3	2,975753
2004:4	4,271398
2005:1	-0,120270
2005:2	4,394087
2005:3	2,796146
2005:4	0,380155
2006:1	3,488417
2006:2	6,846879
2006:3	4,367946
2006:4	0,906836
2007:1	3,232293
2007:2	0,726258
2007:3	3,623413
2007:4	4,273163
2008:1	1,402351
2008:2	3,080421
2008:3	4,365932
2008:4	1,043798
2009:1	-1,254853
2009:2	0,368112
2009:3	0,568347
2009:4	1,541215
2010:1	2,032786

2010:2	3,583399
2010:3	-0,146798
2010:4	4,555549
2011:1	5,435856
2011:2	3,572320
2011:3	2,196032
2011:4	4,231204
2012:1	-0,660971
2012:2	2,447107