

EVALUACIÓN DE UN SOFTWARE EDUCATIVO PARA LA ENSEÑANZA Y
APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS RACIONALES

NURY HELENA IBARRA CHAVEZ
MARIA VICTORIA VILLOTA TUTALCHA

UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SAN JUAN DE PASTO
2009

EVALUACIÓN DE UN SOFTWARE EDUCATIVO PARA LA ENSEÑANZA Y
APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS RACIONALES

NURY HELENA IBARRA CHAVEZ
MARIA VICTORIA VILLOTA TUTALCHA

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para
Licenciado en Matemáticas

Director:
EDINSSON FERNÁNDEZ MOSQUERA.

UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SAN JUAN DE PASTO
2009

Las ideas y conclusiones aportadas en la tesis de grado, son responsabilidad exclusiva de sus autores”.

Artículo 1º del acuerdo No. 32 de octubre 11 de 1966, emanado del Honorable Consejo Directo de la Universidad de Nariño.

Nota de aceptación:

Director

Jurado

Jurado

San Juan de Pasto, mayo de 2009

AGRADECIMIENTOS

A Dios porque Él es la luz que fortalece nuestro camino.

A nuestros padres por su apoyo incondicional.

De manera muy especial agradecemos los aportes recibidos para la realización del presente trabajo a TODOS nuestros profesores, quienes nos brindaron sus conocimientos durante toda la carrera, en especial a la profesora CLAUDIA GÓMEZ.

A nuestros compañeros por su amistad sincera.

DEDICATORIA

Este trabajo lo dedico a mi papá a mi mamá, a mis hermanos y a toda mi familia. Gracias a ellos culminé una meta más en mi vida a pesar de las dificultades que se me presentaron en el camino.

NURY HELENA

DEDICATORIA

Este trabajo se lo dedico a mi mamá por darme el regalo mas hermoso que es la vida y el apoyo suficiente para alcanzar una más de las metas que forman parte de mí vida, a mi hermano porque es mi amigo y siempre comprende cada uno de mis sentimientos y agradezco a mi perrito por ser un compañero mas.

A toda mi familia y compañeros por brindarme su ayuda a lo largo de todo este proceso.

MARIA VICTORIA

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	21
1. DESCRIPCIÓN	22
1.1. CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA	22
1.2. PLANTEAMIENTO Y JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA	23
1.2.1. Un Estudio Preliminar	23
2. OBJETIVOS	27
2.1. OBJETIVO GENERAL	27
2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	27
3. ESTADO DEL ARTE	28
3.1. INVESTIGACIONES SOBRE LAS FORMAS DE EVALUACIÓN Y LOS TIPOS DE SOFTWARE EDUCATIVO	28
3.1.1. Formas de Evaluación de un Software Educativo	28
3.1.1.1. Evaluación de un Software Educativo bajo un Enfoque Didáctico	29
3.1.1.2. Evaluación de un Software Educativo bajo un Enfoque Sistémico	29
3.1.1.3. Evaluación de un Software a través de una Ficha Técnica	29
3.1.2. Tipos de Software Educativo	29
3.1.2.1. Programas Tutoriales	30
3.1.2.2. Bases de Datos	30
3.1.2.3.	

3.1.2.4.	Simuladores	30
3.1.2.5.	Constructores	31
3.2.	INVESTIGACIONES SOBRE ALGUNOS ASPECTOS DIDÁCTICOS PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS RACIONALES	31
3.2.1.	Enfoques sobre la Enseñanza y Aprendizaje de los Números Racionales	31
3.2.1.1.	Los Números Racionales a partir de la Relación Parte- Todo	31
3.2.1.2.	Los Números Racionales como un Cociente	32
3.2.1.3.	Los Números Racionales como Razón	32
3.2.1.4.	Los Números Racionales y los Operadores	32
3.2.2.	Breve Reseña Histórica de los Procesos de Enseñanza y Aprendizaje de los Números Racionales a través de los Enfoques	32
4.	MARCO TEÓRICO	35
4.1.	DIMENSIÓN HISTÓRICA-EPISTEMOLÓGICA Y MATEMÁTICA	35
4.1.1.	Análisis Histórico-Epistemológico de los Números Racionales	35
4.1.2.	Estructura y significado de los Números Racionales	38
4.2.	DIMENSIÓN DIDÁCTICA	42
4.2.1.	La Relación Parte-Todo para la Enseñanza y Aprendizaje de los Números Racionales	42
4.2.2.	Errores, obstáculos y dificultades sobre el Aprendizaje de los Números Racionales	43
4.2.2.1.	Errores en la noción de Equivalencia de los Números Racionales	43
4.2.2.2.		

4.2.2.3.	Errores en la Adición y Sustracción de los Números Racionales	44
4.2.2.4.	Errores en la Multiplicación y la División de los Números Racionales	44
4.2.3.	Estructura Curricular	45
4.2.3.1.	Los Números Racionales en los Lineamientos Curriculares en Matemáticas	46
4.2.3.1.1.	Pensamiento Numérico y Sistemas de Numeración	47
4.2.3.2.	Los Números Racionales en los Lineamientos Curriculares en Nuevas Tecnologías y en el Currículo de Matemáticas	47
4.2.3.2.1.	Organización del Currículo a través de la Integración de las TIC's	48
4.2.3.2.2.	El Contexto y la Tecnología	48
4.2.3.2.3.	¿Qué Procesos y Habilidades Cognitivos se pueden favorecer?	48
4.2.3.2.4.	¿Cómo contribuye el uso de la Tecnología al Aprendizaje de diferentes contenidos del Currículo de Matemáticas?	49
4.2.3.3.	Los Números Racionales en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas	49
4.2.3.3.1.	Coherencia Vertical y Horizontal en los Estándares Para Grados cuarto y quinto de Básica Primaria	51
4.2.3.3.1.1.	Coherencia Vertical	51
4.2.3.3.1.2.	Coherencia Horizontal	52
4.3.	DIMENSIÓN TECNOLÓGICA	53
4.3.1.	Ambiente Informático de Aprendizaje	55
4.3.1.1.	Tipo de Software Educativo	55

4.3.1.2.	Transposición Informática	56
4.3.2.	Evaluación de Software Educativo	56
4.3.2.1.	Evaluación Relacional	57
4.3.2.2.	Evaluación Externa	58
5.	ASPECTOS METODOLÓGICOS	59
5.1.	DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN	59
5.1.1.	Muestra	59
5.1.2.	Aspectos Técnicos de Recolección de Datos	60
5.1.3.	Desarrollo de la Experiencia	60
6.	ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN	65
6.1.	ANÁLISIS DEL SWE FRACCIONES A TRAVÉS DE LA DIMENSIÓN MATEMÁTICA	65
6.1.1.	Concepto de Número Racional	66
6.1.2.	Términos de Número Racional	67
6.1.3.	Lectura de los Números Racionales	68
6.1.4.	Clases de Números Racionales	69
6.1.5.	Simplificación	70
6.2.	ANÁLISIS DEL SWE FRACCIONES A TRAVÉS DE LA DIMENSIÓN DIDÁCTICA	70
6.2.1.	Evaluación Relacional Interna	71
6.2.2.	Evaluación Externa	76
6.2.3.	Evaluación a partir de la Relación Parte-Todo	85

6.3. ANÁLISIS DEL SWE FRACCIONES A TRAVÉS DE LA DIMENSIÓN TECNOLÓGICA	86
7. CONCLUSIONES	87
7.1. ACERCA DE LOS RESULTADOS	87
7.2. RECOMENDACIONES	88
BIBLIOGRAFÍA	90
ANEXOS	93

LISTA DE CUADROS

	Pág.
Cuadro 1. Concepto de la fracción	24
Cuadro 2. Relación de las fracciones con la cotidianidad	24
Cuadro 3. Algoritmos de las operaciones con fracciones	25

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Campo de la Matemática	55
Tabla 2. Tipo de Tecnología	55
Tabla 3. Países	56
Tabla 4. Parte de Evaluación del SWE Fracciones	

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. La Concepción de fracción	68
Figura 2. Contención de fracciones	68
Figura 3. Términos de una fracción	69
Figura 4. Términos de una fracción	69
Figura 5. Lectura de fracciones	70
Figura 6. Lectura de fracciones	71
Figura 7. Lectura de fracciones	71
Figura 8. Equivalencia importante	72
Figura 9. Equivalencia importante	72
Figura 10. Comparación de fracciones	72
Figura 11. Comparación de fracciones	73
Figura 12. Simplificación	73
Figura 13. Adición de fracciones	74
Figura 14. Sustracción de fracciones	74
Figura 15. Común denominador	74
Figura 16. Común denominador	74
Figura 17. Multiplicación de fracciones	75
Figura 18. Multiplicación de fracciones	75
Figura 19. División de fracciones	75
Figura 20. Icono de entrada del programa	82
Figura 21. Cuestionario	83
Figura 22. Inicio	85
Figura 23. Icono de entrada a las tablas de multiplicar	87
Figura 24. Ejercicio	87
Figura 25. Común denominador	88

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
Anexo A. Cuestionario	98
Anexo B. Ficha técnica	100
Anexo C. Diario de campo	105

RESUMEN

En la actualidad se ha desarrollado gran cantidad de *Software Educativo* (en este documento de ahora en adelante lo denominaremos como SWE), diseñado para facilitar la aprehensión del *conocimiento matemático*, por esta razón es pertinente evaluar diversos aspectos que se movilizan mediante la ejecución del mismo.

En particular, se evaluó la concepción didáctica, metodológica y matemática que subyace en un SWE diseñado para la enseñanza - aprendizaje de los números racionales que se llamara *SWE Fracciones*, partiendo del diagnostico preliminar realizado a los estudiantes de cuarto grado de educación Básica Primaria de la Institución Educativa Municipal INEM de la ciudad de Pasto quienes en ese momento se encontraban finalizando el año escolar (año escolar: 2007-2008), los cuales presentaron dificultades en la interpretación, conceptualización y operatoria de los números racionales, cabe resaltar que los fines del *recurso didáctico*¹ elaborado es aportar con herramientas creativas que incentivan al estudiante a acercarse al contexto matemático escolar, sin embargo, hay que medir la calidad de la información que este recurso proporciona.

De esta manera, para la realización del presente Trabajo de Grado se tuvo en cuenta los diferentes procesos de evaluación que permitieron analizar de manera global los aspectos didácticos que desarrolla el SWE en pro de la conceptualización de los números racionales, partiendo de la *relación parte-todo* como enfoque didáctico principal que guió el estudio de los números racionales.

Finalmente, el actual Trabajo de Grado produjo ciertos elementos conceptuales, metodológicos, didácticos y matemáticos indispensables para que el docente tenga en cuenta al momento de utilizar recursos didácticos tales como el SWE diseñado para la enseñanza de los números racionales.

¹ Los recursos didácticos: son aquellos recursos creados con fines educativos. CORIAT, M. (1997). Materiales, Recursos y Actividades un panorama. En Rico, L. (coordinador). La Educación Matemática en la enseñanza Secundaria 12. Colección cuadernos de formación del profesorado. Editorial Horsori. Universitat de Barcelona. 1990, pag. 155.

ABSTRACT

At present it have been developet many *Educational Softwares* (in this document from now on we will name it as SWE), designed to facilitate the apprehension of the mathematical knowledge, for this reason is pertinent to evaluate diverse aspects that are mobilized by means of the execution of the same one.

Especially, there was evaluated the didactic, methodological and mathematical conception that sublies in a SWE designed for the education - learning of the rational numbers that we will be call it *SWE Divide*, departing from the preliminary diagnosis realized to the students of fourth degree of basic primary education of the Educational Municipal Institution INEM of the city of San Juan de Pasto who in this moment were finishing the school year (school year: 2007-2008), which presented difficulties in the interpretation, conceptualization and operative of the rational numbers, it is necessary to highlight that the purposes of the didactic elaborated resource it is to reach with creative tools that stimulate the student to approach the mathematical school context, nevertheless, it is necessary to measure the quality of the information that this resource provides.

In this way, for the accomplishment of this final work pipe in counts the different processes of evaluation that allowed to analyze in a global way the didactic aspects that the SWE develops in favor of the conceptualization of the rational numbers, departing from the relation departs - everything as didactic principal approach that guided the study of the rational numbers.

Finally, the current final work produced certain conceptual, methodological, didactic elements and indispensable mathematicians in order that the teacher bears in mind to the moment to use such didactic resources as SWE designed for the education of the rational numbers.

INTRODUCCIÓN

Este documento presenta los elementos teóricos, didácticos, tecnológicos y los resultados del trabajo de grado “Evaluación De Un Software Educativo Para La Enseñanza Y Aprendizaje De Los Números Racionales”, este título conjetura el estudio de recursos tecnológicos antes de ser llevados al aula de clases.

El aprendizaje del sistema de los números racionales se considera como un tema que trae dificultades a los estudiantes tanto de Básica Primaria como de Básica Secundaria y si a este proceso integramos las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC's), entonces este conocimiento será de mayor complejidad. Es importante que antes de integrar un recurso tecnológico a un ambiente educativo lo primero que se deba hacer sea evaluar este recurso para reflexionar si este va ayudar al aprendizaje o por el contrario va ha dificultar la asimilación de los temas matemáticos.

Para el análisis del *SWE Fracciones* se parte de estudiar varias formas de evaluación de las cuales solo se escogió las investigaciones de Glabán y Ortega (2002) bajo un enfoque didáctico y la de Marqués (2001) a través de la ficha técnica, puesto que ellas cumplieron con los requisitos necesarios para la evaluación total del recurso.

Para el desarrollo de esta investigación se escogió dos grupos: el primer grupo fueron los 19 estudiantes de grado quinto de Básica Primaria de la Institución Educativa Municipal San José Bethlemitas y el otro grupo fueron los seis docentes de matemáticas de algunas Instituciones Educativas de la ciudad de San Juan de Pasto, al primer grupo se le aplicó el *SWE Fracciones* y a el otro grupo se le entregó la ficha técnica de evaluación, con el fin de que con su experiencia y formación pedagógica aportaran de manera significativa al análisis del *SWE*.

Finalmente, se realiza un análisis de la relación del *SWE Fracciones* con las dimensiones matemática, didáctica y tecnológica. En la dimensión matemática se analizan las imágenes del *SWE* partiendo del estudio de la evolución y estructura de los números racionales, en la dimensión didáctica se analiza el *SWE* a partir de las investigaciones mencionadas con anterioridad y a partir de la relación parte-todo y en la dimensión tecnológica se analiza la integración del *SWE* al aula de clases.

1. DESCRIPCIÓN

1.1. CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA

La línea de investigación de este proyecto se realiza mediante la investigación acción y un estudio de casos enfocándose en el campo de la Educación Matemática y de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC's). Si bien, el incesante progreso e inserción de las TIC's en nuestras vidas, obliga a realizar reflexiones muy serias sobre como los docentes puedan estar utilizando recursos didácticos sin antes haber sido evaluados, por esta razón y teniendo en cuenta que el aprendizaje de los números racionales es un tema tan complejo, se estudia la influencia de un ambiente informático de aprendizaje en el que el computador desempeña un papel decisivo en la construcción de nuevos conocimientos, motivando el interés en el estudiante por aprender de una manera no tradicional y teniendo la expectativa que estos recursos informáticos propicien el aprendizaje de las matemáticas.

De esta manera, se utiliza como metodología la investigación acción en la que se estudian nuevos enfoques y modos de entender el hecho educativo, en este caso, cómo la integración del *SWE Fracciones* transforma el conocimiento matemático llevado al contexto escolar a través de la investigación–acción² (I.A).

En consecuencia, se analiza un corpus teórico en donde se encuentra elementos matemáticos indispensables para la enseñanza de los números racionales, que son el producto de un largo proceso de estudio y análisis que no solo le dan sentido a la estructura formal, sino que facilitan el entendimiento de este conjunto numérico.

Por consiguiente, se considera desde la Didáctica de las Matemáticas los diferentes enfoques sobre el aprendizaje de los números racionales enfocándose en la investigación que realizó Obando (2003) quien propone el estudio de la *relación parte-todo* como la aproximación más pertinente ya que recoge aspectos históricos, matemáticos y didácticos que son importantes para la comprensión de los números racionales.

² Según Kurt Lewin (1988): la investigación acción es una forma de cuestionamiento autoreflexivo, llevada a cabo por los propios participantes en determinadas ocasiones con la finalidad de mejorar la racionalidad y la justicia de situaciones, de la propia práctica social educativa, con el objetivo también de mejorar el conocimiento de dicha práctica y sobre las situaciones en las que la acción se lleva a cabo. COHEN, L. y MANION, L. (1990). Métodos de Investigación Educativa. Editorial Aula Abierta. Barcelona, España.

Por otro lado, reconociendo los diferentes métodos de evaluación de SWE, se realizó un proceso de valoración del *SWE Fracciones* mediante la investigación realizada por Glabán y Ortega (2002) y tomando como referencia la

Ficha técnica de Marqués (2001), quienes analizan todos los elementos que intervienen en el proceso de enseñanza y aprendizaje mediante la utilización de SWE.

1.2. PLANTEAMIENTO Y JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

Teniendo en cuenta que el tema de estudio es importante para los docentes y que los números racionales son un tema tan conocido pero a la vez tan complejo de impartir, se parte de la necesidad de que este sistema de numeración se asocie a situaciones que signifiquen algo para el estudiante, que además pueda utilizarlas, relacionarlas y aplicarlas.

Por esta razón se colocó especial interés en la creación del recurso diseñado para la enseñanza y aprendizaje de los números racionales, ahí radica el objeto de la investigación pues es imprescindible realizar un estudio minucioso de este antes de ser llevado al aula de clases.

1.2.1. Un Estudio Preliminar. Es importante tener en cuenta la concepción de los estudiantes a quienes está dirigido el software educativo³ para la enseñanza y aprendizaje de los números racionales, por esta razón se realizó un cuestionario a siete estudiantes de grado cuarto de Básica Primaria de la Institución Educativa Municipal INEM en la cual se estudiaron aspectos como:

1. Concepto de número racional.
2. Relación de número racional con la cotidianidad.
3. Algoritmos de las operaciones con números racionales.

Los resultados obtenidos por el procesamiento del cuestionario permitieron hacer un estudio preliminar acerca del trabajo de grado, debido a que los estudiantes presentaron errores en la interpretación, conceptualización y operatoria con los números racionales a pesar de haber tenido un acercamiento a esta temática en el aula de clases, lo cual nos lleva al estudio de los números racionales considerando como una hipótesis preliminar que la implementación del *SWE Fracciones* facilita el aprendizaje.

A continuación se presentara los resultados de este estudio preliminar de acuerdo a los tres aspectos mencionados anteriormente:

- ACERCA DEL CONCEPTO NÚMERO RACIONAL

Este primer aspecto pone al descubierto la falta de conocimiento por parte de los estudiantes acerca del concepto de ración o fracción, esta investigación permite

³ El software educativo se denomina *Fracciones*, el cual fue elaborado por un grupo de estudiantes Universidad de Nariño para optar por el título de Licenciados en Informática en el año 2006.

reconocer la posición del docente frente al *SWE Fracciones* en la formación matemática del niño, ya que permite indagar acerca de la integración de este tipo de recursos como estrategia que favorece el proceso de aprendizaje, así es importante tener en cuenta el concepto de número racional que emite el docente y como este influye en la construcción individual del mismo. Por tal efecto se indagó tres ítems:

Cuadro 1. Concepto de Número Racional



- A. Un número racional es una división.
- B. No reconocen, ni diferencian los números racionales de otros sistemas numéricos.
- C. No sabe, no responde.

En el Cuadro 1, se puede apreciar los resultados obtenidos y lo interpretamos de la siguiente manera: el 71.44% de los estudiantes de grado cuarto no reconocen, ni diferencian los números racionales de otros sistemas numéricos, el 14.28% reconocen que el número racional es una división y el otro 14.28% no saben, no responden.

- ACERCA DE LA RELACIÓN DE NÚMERO RACIONAL CON LA COTIDIANIDAD

De acuerdo a las respuestas que se obtienen de los estudiantes, se puede percibir que la palabra ración o fracción únicamente se asocia a situaciones de su entorno olvidándose totalmente de la universalidad del significado de los números racionales, es así como se consideró dos ítems:

Cuadro 2. Relación de Número Racional con la cotidianidad



- A. Únicamente asocian el número racional con cantidades conocidas en su medio como: un medio, un tercio y un cuarto.
- B. Indica una parte de algo.

En el Cuadro 2, se puede apreciar que el 85.71% de los estudiantes asocian a la fracción únicamente con cantidades conocidas en su entorno como: un medio, un tercio y un cuarto (pero cabe destacar que los estudiantes no saben que significa la palabra un medio, un tercio, etc.) y el otro 14.29% de los estudiantes reconocen que la ración o fracción es una parte de algo.

- ACERCA DE LOS ALGORITMOS DE LAS OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES

Los estudiantes reconocen que poseen dificultades en el desarrollo y ejecución de procesos aritméticos, pues emplean algoritmos iguales o similares a los que se emplean con los números naturales. De acuerdo a esto se plantean dos ítems:

Cuadro 3. Algoritmos de las Operaciones con Números Racionales



- A. No sabe, no recuerda.
- B. Realiza procesos equívocos.

En el Cuadro 3, podemos observar que el 85.71% de los estudiantes realizó procesos equívocos en el momento de efectuar las operaciones de la suma, la resta, la multiplicación y la división con números racionales y el otro 14.29% de ellos no recuerda como se opera con los números racionales.

El anterior estudio preliminar mostró que los siete niños de cuarto grado de Básica Primaria de la Institución Educativa Municipal INEM de Pasto tuvieron dificultades al trabajar con los números racionales, también conocidos como fracciones. Aunque “la palabra fracción forma parte de un vocabulario relativamente familiar, realmente su significado no es claro a ese nivel de escolaridad”⁴, no obstante a pesar de ser utilizada por los niños con frecuencia la palabra fracción no se asocia a una parte de un todo, sino a una parte mas pequeña de algo; particularmente su uso cotidiano se restringe a: un medio, un cuarto y tres cuartos, por tanto el campo de aplicaciones de cada una de ellas se va reduciendo considerablemente.

De esta manera, el proyecto de investigación que se desarrolla tiene como fines evaluar el *SWE Fracciones*, teniendo en cuenta el marco teórico y metodológico

⁴ Linares, S. y Sánchez, V. (1997). *Fracciones*. Colección: Matemáticas y Cultura. Editorial Síntesis. Universidad de Sevilla. pág. 18

con el cual fue diseñado, partiendo de las dificultades que poseen los niños al estudiar esta temática.

Ahora, planteamos la siguiente hipótesis: el *SWE Fracciones* no posee bases teóricas matemáticas necesarias e indispensables para la enseñanza y aprendizaje de los números racionales, sin embargo se enfatiza en metodologías que despiertan en el niño el interés y la motivación en el desarrollo de actividades lúdicas.

Por lo tanto, se plantea la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué aspectos didácticos aporta el SWE Fracciones dentro del campo de la educación matemática para la enseñanza de los números racionales?

El propósito de este proyecto es evaluar el proceso teórico y referencial del *SWE Fracciones* de manera que esta investigación produzca ciertos elementos conceptuales, metodológicos, didácticos y matemáticos necesarios para tener en cuenta cuando se emplee una estrategia didáctica al utilizar el *SWE* de tal manera que propicie y favorezca la comprensión de los números racionales.

2. OBJETIVOS

2.1.OBJETIVO GENERAL

Evaluar los aspectos teóricos y didácticos que aporta el *SWE Fracciones* en la enseñanza y aprendizaje de los números racionales.

2.2.OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Estudiar los aspectos teóricos, didácticos y metodológicos necesarios para el análisis del SWE.
- Aplicar la ficha técnica a algunos docentes de matemáticas.
- Aplicar el *SWE Fracciones* a algunos estudiantes de quinto grado de la educación Básica Primaria donde se ponga en práctica todas las herramientas del SWE.
- Identificar cuáles son los aspectos matemáticos y didácticos del *SWE Fracciones*.

3. ESTADO DEL ARTE

En los últimos 50 años ha aparecido una gran cantidad de SWE que cada vez se han integrado a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Este proceso complejo de la integración con las TIC's a la Educación Matemática, se debe revisar detenidamente su puesta en acto y sus usos, por esa razón es importante que los docentes de matemáticas se pongan al día con los desarrollos tecnológicos actuales y con las investigaciones que se están dando a conocer con respecto a dicha integración.

Los estudios en Educación Matemática, relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de los números racionales permiten que el estudiante mejore sus destrezas cognitivas, fomente el análisis de problemas, facilite el trabajo en grupo y además sea de gran soporte de las actividades para el docente en el momento de dar su clase, en el sentido más amplio, mejora las habilidades del pensamiento matemático y los procesos de resolución de problemas.

Para que todo lo anterior sea favorable se debe tener en cuenta que el SWE que se quiere aplicar en el aula de clases sea de calidad. Cuando se hace referencia a calidad de SWE, se requiere de un producto que satisfaga tanto las expectativas de los docentes como de los estudiantes, a un menor costo, libre de errores y cumpliendo con ciertas especificaciones instruccionales y tecnológicas. Esta necesidad conlleva al estudio de investigaciones que generan modelos para medir la calidad del software tanto como producto y como servicio, es decir, saber cómo se puede evaluar un SWE.

A continuación se presentará el estado del arte en este documento de acuerdo a dos apartados importantes que direccionan esta investigación como son: las investigaciones que tienen que ver con las formas de evaluación y los tipos de SWE, así como las investigaciones sobre aspectos didácticos para la enseñanza aprendizaje de los números racionales.

3.1. INVESTIGACIONES SOBRE LAS FORMAS DE EVALUACIÓN Y LOS TIPOS DE SOFTWARE EDUCATIVO.

En este apartado se realizó un estudio sobre algunas formas de evaluación y los tipos de SWE que permitieron analizar el *SWE Fracciones*.

3.1.1. Formas de Evaluación de un Software Educativo. A continuación se presentan las investigaciones realizadas por diversos autores del ámbito educativo que han estudiado y documentado las formas de evaluación de SWE proporcionando instrumentos de evaluación en el área educativa y técnica. Dichas

formas se dividirán en evaluación del SWE bajo un enfoque didáctico, sistémico y a través de una ficha técnica

3.1.1.1. Evaluación de un SWE bajo un Enfoque Didáctico. Esta es una propuesta que fue realizada por Glabán y Ortega (2002) de la Facultad de Pedagogía en la Universidad Panamericana, de la ciudad de México, en la cual la evaluación del SWE comprende dos aspectos: el primero es una evaluación relacional con siete elementos didácticos: educando-educador, objetivo educativo, contenido educativo, metodología didáctica, recursos didácticos, tiempo y lugar; y el otro aspecto es una evaluación externa basado en los criterios técnicos, estéticos y económicos del propio recurso didáctico.

3.1.1.2. Evaluación de un SWE bajo un Enfoque Sistémico. Esta investigación fue realizada por Díaz, Pérez, Grimán y Mendoza (2002) quienes proponen un modelo de evaluación de SWE que permite medir la calidad del mismo a partir de tres categorías: funcionalidad, usabilidad y fiabilidad, además se fundamenta en el Modelo Sistémico de Calidad de Software (MOSCA) elaborado por LISI-USB (Laboratorio de Información y Sistemas de Información - Universidad Simón Bolívar) y lo amplían de acuerdo a los requerimientos particulares de calidad del software educativo, tomando en cuenta los aspectos técnicos del producto, el diseño pedagógico y los recursos de soporte didáctico.

3.1.1.3. Evaluación de un SWE a través de una Ficha Técnica. Esta investigación fue realizada por Marqués (2001) de la Facultad de Educación de la Universidad Autónoma de Barcelona en España, en la cual propone una ficha de catalogación y evaluación multimedia que permite analizar los datos principales del SWE y algunas valoraciones sobre sus aspectos: técnicos (aquí se recogen los aspectos técnicos relacionados con referente al hardware necesario, a la instalación, etc.), pedagógicos (donde se trabajan los aspectos más relevantes del proceso de enseñanza y aprendizaje) y funcionales (aquí se refiere a la eficacia, facilidad de uso e instalación y versatilidad del recurso didáctico).

3.1.2. Tipos de Software Educativo. Los ambientes informáticos de aprendizaje⁵ diseñados con fines educativos como son los SWE se relacionan con diferentes áreas del conocimiento (Matemáticas, Idiomas, Geografía, etc.), su estructura contiene herramientas de información, ejercitación y evaluación que ofrecen a los estudiantes ambientes interesantes, ya que una de sus principales características es permitir el dialogo e intercambio de información entre la computadora y el estudiante, además son fáciles de usar porque solo se necesita saber los conocimientos básicos de informática.

⁵ Los ambientes informáticos de aprendizaje se describirán en detalle en el marco teórico de este documento de acuerdo a TROUCHE, L. (2004). Environnements Informatisés Et Mathématiques: Quels Usages Pour Quels Apprentissages? En: Educational Studies of Mathematics Education. Vol. 55, No. 1-3. Editorial Springer Netherlands. pp. 181 – 197. Holanda.

Según Marqués (2001), los SWE (o Programas Educativos) tienen unos rasgos esenciales básicos y una estructura general común, sin embargo, también hay diversos tipos de SWE que parten de diferentes criterios:

- Uno de estos criterios se basa en la consideración del tratamiento de los errores que cometen los estudiantes y son: los programas tutoriales directivos y los programas no directivos.
- Otro criterio es la posibilidad de modificar los contenidos del programa como son: los programas cerrados y los programas abiertos.
- Y otro criterio toma en cuenta el grado de control que tiene el programa sobre la actividad de los estudiantes y la estructura de su algoritmo.

Para el actual estado del arte se enfatiza solo en el último criterio porque este proporciona una clasificación que ayudara a determinar los tipos de SWE:

3.1.2.1. Programas Tutoriales. Son programas que en mayor o menor medida dirigen, tutorizan, el trabajo de los estudiantes. Pretenden que a partir de unas informaciones y mediante la realización de ciertas actividades previstas de antemano, los estudiantes pongan en juego determinadas capacidades y aprendan o refuercen unos conocimientos y/o habilidades. Cuando se limitan a proponer ejercicios de refuerzo sin proporcionar explicaciones conceptuales previas se denominan programas tutoriales de ejercitación.

En cualquier caso, son programas basados en los planteamientos conductistas de la enseñanza que comparan las respuestas de los estudiantes con los patrones que tienen como correctos.

3.1.2.2. Bases de Datos. Proporcionan unos datos organizados, en un entorno estático, según determinados criterios, y facilitan su exploración y consulta selectiva. Se pueden emplear en múltiples actividades como por ejemplo: seleccionar datos relevantes para resolver problemas, analizar y seleccionar datos, extraer conclusiones, comprobar hipótesis.

3.1.2.3. Simuladores. Presentan un entorno dinámico (generalmente a través de gráficos o animaciones interactivas) y facilitan su exploración y modificación a los estudiantes, que pueden realizar aprendizajes inductivos o deductivos mediante la observación y la manipulación de la estructura subyacente; de esta manera pueden describir los elementos del modelo, sus interrelaciones, y pueden tomar decisiones y adquirir experiencia directa delante de unas situaciones que frecuentemente resultarían difícilmente accesibles a la realidad, facilitan el desarrollo de los reflejos, la percepción visual y la coordinación psicomotriz en general, además de estimular la capacidad de interpretación y de reacción ante un medio concreto.

3.1.2.4. Constructores. Son programas que tienen un entorno programable. Facilitan a los usuarios unos elementos simples con los cuales pueden construir elementos más complejos. De esta manera potencian el aprendizaje heurístico y, de acuerdo con las teorías cognitivas, facilitan a los estudiantes la construcción de sus propios aprendizajes, que surgirán a través de la reflexión que realizarán al diseñar programas y comprobar inmediatamente cuando los ejecuten la relevancia de sus ideas.

3.2. INVESTIGACIONES SOBRE ALGUNOS ASPECTOS DIDÁCTICOS PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS RACIONALES.

Según Llinares y Sánchez (1997) dentro de las normas didácticas específicas para la enseñanza de las matemáticas señala como un aspecto importante “la fundamentación sólida de los conocimientos como punto de partida indispensable para la ampliación y adquisición de otros nuevos”, de esta manera, es relevante conocer los diferentes enfoques metodológicos empleados como medios de apropiación del conocimiento matemático, en particular para la interpretación, conceptualización y operatoria de los números racionales.

De esta manera, es de gran interés conocer los siguientes aspectos: algunos enfoques sobre la enseñanza aprendizaje de los números racionales y algunas investigaciones sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de los números racionales a través de los enfoques.

3.2.1. Enfoques sobre la Enseñanza y Aprendizaje de los Números Racionales. Las diferentes interpretaciones de los números racionales conlleva a un estudio minucioso de las mismas, ya que estas condicionan de manera gradual el proceso de aprendizaje debido a las diferentes estructuras cognitivas de los estudiantes. En este punto se presentarán cuatro grandes enfoques de la enseñanza de los números racionales tales como: la relación parte-todo, cociente, razón y operadores.

3.2.1.1. Los Números Racionales a partir de la Relación Parte-Todo. De acuerdo con las investigaciones realizadas por Obando (2003) en la universidad del Valle en Cali y en la Universidad de Antioquia en Medellín se estudió los números racionales a partir de la relación parte-todo.

La relación parte-todo se interpreta como un número que expresa la relación cuantitativa entre una cierta cantidad tomada como unidad (*todo*) (continuo o discreto) y otra cantidad tomada como *parte* (partes congruentes de una superficie o cantidad de objetos). La fracción que se forma surge de la relación que existe entre un determinado número de partes y el número total de partes. Para formar la fracción debe existir gran habilidad para dividir el objeto en trozos iguales. Para una comprensión operativa de la relación parte todo se necesita previamente el desarrollo de otras habilidades tales como:

- Tener interiorizada la noción de inclusión de clases.
- La identificación de la unidad (que el todo es el que se considera como una unidad en cada caso concreto).
- La de realizar divisiones (el todo se conserva aún cuando lo dividamos en trozos, es decir se da una conservación de la cantidad).
- Tener la idea de área (eso sucede cuando se da el uso de representaciones continuas).

Llinares y Sánchez (1997) describe detalladamente otros enfoques o interpretaciones de los números racionales. A continuación presentaremos de manera sintética lo concerniente a cada uno de ellos:

3.2.1.2. Los Números Racionales como Cociente. Se interpreta un número racional como cociente, y se asocian a la operación de dividir un número natural con otro (división indicada $a:b=a/b$), al dividir una cantidad en un número de partes. Llinares y Sánchez (1997, c.p. Kieren, 1980) señala la diferencia de esta interpretación con la relación parte - todo indicando que, para el niño que está aprendiendo a trabajar números racionales, el dividir una unidad en cinco partes y coger tres, resulta bastante diferente del hecho de dividir tres unidades entre cinco personas, aunque el resultado sea el mismo.

3.2.1.3. Los Números Racionales como Razón. Los números racionales son usados como un “índice comparativo”, entre dos cantidades de una magnitud (comparación de situaciones), otras interpretaciones aparecen asociadas a contextos como la representación de la probabilidad (cálculo aritmético) y los porcentajes (las fracciones como operador), se pueden entender como el establecimiento de “relaciones” entre conjuntos (razones).

3.2.1.4. Los Números Racionales y los Operadores. Los números racionales se entienden como transformaciones: “algo que actúa sobre una situación (estado) y la modifica”. Se concibe aquí la fracción como una sucesión de multiplicaciones y divisiones, o la inversa.

3.2.2. Breve Reseña Histórica de los Procesos de Enseñanza y Aprendizaje de los Números Racionales a través de los Enfoques. Partiendo de las dificultades que presentan los estudiantes en la adquisición y estudio de números racionales han motivado a la realización de estudios que tratan de detectar el origen de estas dificultades, a partir de su conocimiento, proponer soluciones, buscando aproximaciones alternativas para la enseñanza de los números racionales Llinares y Sánchez (1997, c.p. Suydam, 1979).

Es conveniente señalar algunas de las investigaciones sobre el aprendizaje de los números racionales, citadas por Llinares y Sánchez (1997) en su libro Fracciones

en el que reconoce los aportes de Payne, Goutard, Gattegno y Freundenthal tales como:

Payne (1976), al realizar sus investigaciones sobre la enseñanza y aprendizaje de los números racionales en la década de los sesenta y setenta, distingue dos periodos:

1. Comparar y analizar las ventajas e inconvenientes de los algoritmos de las operaciones con los números racionales. Para ello se estudian diferentes aproximaciones a la enseñanza de dichos algoritmos, que faciliten su comprensión-manejo a través de diagramas, materiales manipulativos, etc.
2. Cuando las secuencias de enseñanza son desarrolladas minuciosamente los niños aprenden.

Goutard (1964), el atribuye que las dificultades con las fracciones es a la falta de experiencia con las mismas señalando que la diversidad de puntos de vista es esencial en su estudio a un nivel elemental, ya que su introducción de forma única lleva a un conocimiento atrofiado. Así que la autentica comprensión del concepto de fracciones solo puede alcanzarse mediante presentaciones plurales de dicho concepto.

Gattegno (1967), se lo puede considerar como el precursor en la idea de introducir los números racionales considerándolos desde el principio como razones (vinculadas a la idea de operador).

Dienes (1972) la aproximación de los números racionales como operador ha sido desarrollada y estructurada dentro de su teoría general, esta noción de operador conduce a la multiplicación de números racionales y a las propiedades de la estructura de grupo⁶.

Freudenthal (1973). Según él: “Los niños pueden trabajar intuitivamente con fracciones intuitivas, siendo esta la razón por la que la introducción intuitiva que tradicionalmente se hace de las fracciones funcione excelentemente. Niños de corta edad pueden tener éxito al trabajar con medios, cuartos, etc. Este éxito lleva al maestro a una prematura introducción de los algoritmos y ahí es donde empiezan a aparecer los problemas” (pag. 31).

El caso más extremo lo constituye la división, que según el citado autor, dentro de la aritmética elemental no es nada intuitiva, no está motivada y no tiene significado, incluso cuando se consideran fracciones muy sencillas. La opinión de Freundenthal es que dentro de esta Aritmética solo debe explicarse aquella parte

⁶ Se define la estructura de grupo o grupo, en algebra abstracta, como un conjunto G no vacío, sobre cuyos elementos se ha definido una operación binaria denotada por $\circ$. Se dice que la estructura $\langle G, \circ \rangle$ es un grupo con respecto a la operación $\circ$ si satisface las propiedades de cerradura, asociatividad y la existencia de elemento neutro y elemento inverso.

de las fracciones que sea accesible por los métodos intuitivos. El estudio de las fracciones debe continuarse después dentro del Álgebra.

Por otro lado, otros autores centran su interés más en la equivalencia de las fracciones que en las fracciones propiamente dichas, para a partir de ahí formar las clases de equivalencia que conducen al número racional. Esta interpretación aun se la puede ver en muchos de nuestros manuales escolares.

4. MARCO TEORICO

Partiendo de los objetivos propuestos se considera pertinente una revisión bibliográfica que permita el desarrollo de esta investigación desde una perspectiva multidimensional, por esta razón el marco teórico se divide en tres dimensiones, así:

- Dimensión Histórica - Epistemológico y Matemática: Se retoman los aspectos históricos acerca de la evolución de los números racionales y su estructura formal.
- Dimensión Didáctica: se asocia a los diferentes enfoques didácticos sobre la enseñanza de los números racionales y la importancia de esta temática dentro del currículo escolar.
- Dimensión Tecnológica: se estudia la influencia de las TIC's en los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, de manera particular el desarrollo de recursos didácticos, tales como software diseñados con fines educativos.

4.1. DIMENSION HISTORICO-EPISTEMOLOGICA Y MATEMÁTICA

En esta dimensión se realiza un estudio histórico y epistemológico del conocimiento matemático, por esta razón se hace necesario estudiar la evolución del concepto de número racional como base fundamental para esta investigación, pues ello permite conocer la solidez de su estructura que se solventa mediante propiedades y teoremas inherentes a este conjunto de numeración, que se deben conservar independientemente del recurso a utilizar.

4.1.1. Análisis Histórico-Epistemológico de los Números Racionales. Para introducirnos en el mundo de los números racionales, se abordan algunos aspectos relevantes históricos sobre la evolución de esta conceptualización tomando como referencia el trabajo de Obando (1999) , con el propósito de mostrar que este sistema de numeración se ha desarrollado a través de un largo periodo de tiempo por diversas culturas como: los Egipcios que data aproximadamente de los años 2000 a.c., los Babilonios aproximadamente entre los siglos X y V a.c., los Griegos en un periodo de tiempo entre los siglos V d.c y V d.c. y la Edad Media entre los siglos V d.c. y XV d.c., bajo condiciones particulares propias de cada una de ellas. No se trata de un estudio histórico riguroso de la evolución del concepto de número racional, sino de la formación de los números racionales de una manera natural.

En lo que se refiere a la matemática egipcia, no se conoce documentación histórica en la que ellos llevaran registro de sus procesos matemáticos, aunque se sabe que se encaminaron por la geometría (problemas de medición de longitudes,

áreas y volúmenes) y por la aritmética. En lo que concierne a la aritmética se fundamentaron en la adición es decir que las divisiones y las multiplicaciones eran reducidas a sumas y restas, debido a ello se presentaron algunas dificultades para solucionar sus problemas llevándolos a realizar procesos largos y tediosos.

Los egipcios lograron pensar la división de la unidad y la cuantificación a partir de las fracciones unitarias de la forma $\frac{1}{n}$. Si querían expresar tres cuartos $\frac{3}{4}$ lo hacían como la adición de fracciones de: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ (los egipcios no utilizaban el signo de la adición).

En la cultura de los babilonios, desarrollaron un sistema de numeración posicional en base 60 que facilitó los cálculos matemáticos, no tuvieron un símbolo para representar el cero, ni tampoco un símbolo para separar la parte entera de la parte fraccionaria, además pensaron en la unidad como algo divisible en partes mas pequeñas y emplearon fracciones de numerador unidad con las que se obtienen relaciones numéricas y medidas. En esta cultura también hay avances importantes en la aritmética y sobresalen trabajos como: la teoría de números, la solución de ecuaciones, el cálculo de áreas, la aproximación del número π , el estudio de triplas de números que cumplen el teorema de Pitágoras.

La cultura griega se fundamentó: en el desarrollo de la geometría, centrándose en dar explicación racional del funcionamiento del mundo y en los grandes avances que dieron en la teoría de números, a partir de los desarrollos de la geometría.

Su sistema de numeración era muy ineficiente y se basaba en un sistema aditivo con algunos principios multiplicativos, pero sin ser posicional, debido a ello tenían problemas de que la representación de una determinada cantidad no era única y para realizar las operaciones aritméticas utilizaban algoritmos largos y complicados.

Gran parte de los adelantos de los griegos se sintetiza en el libro de los Elementos de Euclides (365 a.c.- 300 a.c.) reconocido como uno de los libros de mayor importancia en la historia de las matemáticas. Este libro se basa en la aritmética (profundizando en torno al número y a la magnitud) y en la geometría (profundizando en torno a lo discreto y lo continuo). Los libros VII, VIII Y IX de los Elementos están dedicados a la aritmética y el resto a la geometría.

Es destacable los libros V y VII porque allí Euclides presenta su teoría de las proporciones⁷: en el libro V la desarrolla de manera general para magnitudes, mientras en el libro VII lo hace para números.

⁷ Euclides comprende que la teoría de proporciones es la salida conceptual a la cuestión de establecer relaciones cuantitativas. Euclides desarrollo dos teorías independientes de proporciones: una para números y otra para magnitudes, esta separación se debe fundamentalmente a la naturaleza de los conceptos de número y magnitud. La magnitud es

Por tanto, los griegos llegan a una conceptualización muy particular de la noción de unidad por lo que de un lado, el número estaba ligado a lo discreto, es decir a lo contable y por otro lado, la magnitud estaba ligada a lo continuo, es decir a lo medible. Bajo las condiciones de que la ciencia del número era la aritmética y que la ciencia de la magnitud era la geometría se reconocían dos tipos de unidad⁸:

- La unidad aritmética: aquí el “uno”, no se lo consideraba como un número, debido a que era el principio generador de todos los números y por lo tanto debía tener naturaleza distinta.
- La unidad geométrica: era, múltiple y particular. La naturaleza de dicha unidad era la misma que la de las magnitudes: divisible infinitamente por lo menos en potencia.

Para los griegos, solo eran números los naturales mayores que uno. No existían las fracciones de la unidad, como números excepto la fracción $\frac{1}{2}$ para la cual tenían un símbolo especial, en tanto que ella expresaba el resultado de la cuantificación de dos magnitudes homogéneas⁹, en las cuales sus medidas estuvieran en una razón de 1 a 2. Las demás mediciones inexactas, es decir aquellas que darían como resultado otro tipo de fracciones, eran expresadas como razones homogéneas entre números naturales. Por ejemplo, $\frac{3}{4}$ era pensado como una razón de 3 a 4, y representaba la conmensurabilidad¹⁰ de dos magnitudes homogéneas. De esta manera, al expresar las medidas como razones entre números, se establecía un contacto entre la aritmética y la geometría.

En la edad media se dieron grandes revoluciones científicas, en el campo de las matemáticas un avance importante es la aceptación del carácter de número de la unidad y de los números racionales, a partir de los trabajos de Simón Stevin (1548-1620)¹¹, el cual logra una reconceptualización del concepto cantidad que desde la época Griega había estado dividido en dos categorías: el número y la magnitud.

Stevin logra una reconceptualización del número en términos de las magnitudes, proponiendo que el número no solo es resultado del conteo de cantidades discretas, sino que este también es el resultado de la medición de magnitudes; de esta forma unifica a la magnitud y la cantidad en una categoría: la categoría del número y también diseña un sistema de medida que permitiera la estandarización de las mediciones en todas las regiones, y que además facilitara el cálculo

infinitamente divisible, el número es finitamente divisible; el número es discreto, la magnitud es continua. En el único caso en que se establece relación es en libro X La separación de las dos teorías.

⁸ Según OBANDO, G. La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. En: Revista EMA, Universidad de los Andes. Vol. 8, No. 2. Editorial Una Empresa Docente, universidad de los Andes. Bogotá.

⁹ Las magnitudes homogéneas se entienden como la representación de una cantidad que posee la misma característica que otra.

¹⁰ La conmensurabilidad se entiende como la característica de dos números. Dos números reales, a y b, que no sean cero, son conmensurables sólo cuando la razón a/b es un número racional.

¹¹ Según BOYER, C. (1990). Historia de la matemática. Editorial Alianza Universidad. Madrid.

necesario en las mediciones; esto conlleva a identificar la unidad aritmética de los procesos de medición, con la unidad aritmética origen de los números y, por tanto, a determinar que la unidad aritmética es también un número y, en consecuencia, divisible en fracciones de unidad (al igual que se podía dividir la unidad geométrica). Así pues, Stevin quita los límites entre lo continuo y lo discreto es decir entre las magnitudes y los números al establecer el carácter de número de la unidad, como su divisibilidad, sin que por ello deje de ser unidad y además extiende la notación decimal para la escritura de las fracciones de unidad las cuales desde entonces son consideradas como números.

4.1.2. Estructura y Significado de los Números Racionales

El conjunto de los números racionales al igual que otros conjuntos poseen una estructura formal que es propia de las matemáticas que no solo le dan sentido, sino que además permite el desarrollo y estudio de propiedades, axiomas y teoremas que son indispensables para su estudio. No se debe olvidar que la estructura formal de la que se habla tiene sentido en la medida en que el docente tiene la capacidad de llevar ese conocimiento abstracto al aula de clases por esta razón es relevante hacer una conceptualización teórica en la que enunciaremos las propiedades mas importantes.

Este apartado se indica la estructura matemática¹² de los números racionales, mostrando una construcción a partir del conjunto de los números enteros, definiendo en el conjunto $\mathbb{Z} \times \{\mathbb{Z} - \{0\}\}$ una relación de equivalencia apropiada, es decir indicar el tipo de estructura que tiene el conjunto de los números racionales con operaciones como: la suma y la multiplicación.

Sea $T = \mathbb{Z} \times \{\mathbb{Z} - \{0\}\}$ por lo tanto los elementos de T son parejas de la forma (a,b) con $b \neq 0$ (posteriormente la pareja (a,b) se escribirá $\frac{a}{b}$ que es la escritura normal de las fracciones). En este conjunto se tiene:

- La relación de equivalencia $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff a \cdot d = b \cdot c$, define en el conjunto T las clases de equivalencia, es decir genera en T una partición. Al conjunto de los números racionales se lo define como $\mathbb{Q}$, que es el conjunto de todas las clases de equivalencia.

¹² Tomado de OBANDO, G. (1995, RUIZ, R. Sistemas Numéricos, publicación interna del Departamento de Matemática de la Universidad del Valle.). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación Parte-Todo. Tesis Magíster en Educación Matemática, Universidad del Valle, Colombia.

- Definición de las operaciones básicas de $\mathbb{Q}$.

Suma: $\frac{r}{s} + \frac{u}{v} = \frac{rv + su}{sv}$

Producto: $\frac{r}{s} \cdot \frac{u}{v} = \frac{ru}{sv}$

- La estructura matemática de los Números Racionales se expresa en el siguiente teorema:

$\mathbb{Q}; +; \cdot; \mathbb{Q}^+$, Forma un dominio de integridad ordenado. Esto es si:

- ✓ $\mathbb{Q}; +$ es un grupo Abelian.
- ✓ $\cdot$ es asociativa, modulativa, conmutativa, todo elemento no cero tiene inverso (y es cancelativa).
- ✓ $\cdot$ distribuye sobre $+$.
- ✓ $\mathbb{Q}^+$ forma en $\mathbb{Q}$ un conjunto de positivos.

- El siguiente conjunto de propiedades de los Números Racionales se adquieren de los números enteros, es decir que son propiedades que también cumplen los números enteros:

En $\mathbb{Q}$ son ciertas las siguientes afirmaciones:

- 1) El módulo aditivo es único
- 2) $-0 = -0$
- 3) $-(a+b) = (-a) + (-b)$
- 4) $+$ es cancelativa
- 5) $a+b=c \leftrightarrow a=c-b$
- 6) El inverso de un elemento es único.
- 7) $x+a=b$ tiene una solución única.
- 8) El módulo (multiplicativo) es único.
- 9) Si $a \neq 0$, entonces a es cancelable por x
- 10) $a \cdot 0 = 0$ para cada $a \in \mathbb{Q}$
- 11) $a(-b) = -(a \cdot b)$
- 12) $(-a)(-b) = a \cdot b$
- 13) $a \cdot b = 0 \rightarrow a = 0$ o $b = 0$
- 14) $1 \neq 0$, $\frac{1}{1} = 1$
- 15) $0 \notin \mathbb{Q}^+$ y $0 \notin \mathbb{Q}^-$
- 16) Si $a \in \mathbb{Q}^+$ y $b \in \mathbb{Q}^- \rightarrow a \cdot b \in \mathbb{Q}^-$
- 17) Si $a \neq 0 \rightarrow a^2 \in \mathbb{Q}^+$
- 18) $1 \in \mathbb{Q}^+$
- 19) Si $a \cdot b \in \mathbb{Q}^+ \rightarrow a$ y $b \in \mathbb{Q}^+$ o a y $b \in \mathbb{Q}^-$
- 20) $a < b \leftrightarrow a+c < b+c$
- 21) $a < b \leftrightarrow a \cdot c < b \cdot c \quad \forall c \in \mathbb{Q}^+$
- 22) $a < b \leftrightarrow a \cdot c > b \cdot c \quad \forall c \in \mathbb{Q}^-$
- 23) Si $a, b \in \mathbb{Q}^+$, $a < b \leftrightarrow a^2 < b^2$
- 24) $|a| \geq 0$
- 25) $|a| \geq a$
- 26) $|a| = |-a|$
- 27) $|a| > -a$
- 28) $|a|^2 = a^2$
- 29) $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
- 30) $|a+b| \leq |a| + |b|$
- 31) $|x| < \delta \leftrightarrow -\delta < x < \delta$

- Para los números racionales se tienen las siguientes propiedades:

1) $\forall a \in \mathbb{Q}, a \neq 0, \exists b \in \mathbb{Q} \text{ tal que } a \cdot b = 1$

2) $\frac{1}{a \cdot b} = \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b}$

3) $\frac{a}{c} = d \Leftrightarrow a = b \cdot c \quad (c \neq 0)$

4) $\frac{1}{\frac{1}{a}} = a$

5) $ax = 0 \quad (a \neq 0)$ tiene solución única

6) Si se denota $\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$ entonces $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

7) $\frac{a \cdot d}{a \cdot c} = \frac{d}{c}$

- Con respecto al orden en los racionales aparecen las siguientes propiedades:

1) $a \in \mathbb{Q}^+ \Leftrightarrow \frac{1}{a} \in \mathbb{Q}^+$

2) $a < b \Leftrightarrow \frac{a}{c} < \frac{b}{c} \quad \forall c \in \mathbb{Q}^+$

3) $a < b \Leftrightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c} \quad \forall c \in \mathbb{Q}^-$

4) Si $0 < b < 1 \rightarrow 0 < b^{n+1} < b^n < 1 \quad \forall n \in \mathbb{Z}$

5) Si $a, b > 0$ y $a < b \rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

6) $0 < \frac{1}{n} < 1, \forall n \in \mathbb{N}, n > 1$

- La siguiente proposición expresa la inmersión del conjunto de los números enteros en el conjunto de los números racionales:

Sea la función $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q}$ definida por : $n \rightarrow \frac{n}{1}$. La función f es un isomorfismo. Esto es f es biyectiva y preserva la suma y el producto.

- La propiedad arquimediana es una de las propiedades más importantes del conjunto de los números racionales, ya que a partir de ella se desprende su densidad, y por tanto demarca una diferencia clara con los números enteros. Esta propiedad se enuncia en los siguientes términos.

Sean $a \in \mathbb{Q}^+$ y $b \in \mathbb{Q}$ entonces existe $n \in \mathbb{N}$ tal que $n \cdot a > b$

Los números racionales son un conjunto denso. Esto hace que ellos asemejen a un continuo. Pero no forman un continuo (continuo numérico) por no ser un conjunto completo. En términos formales la densidad de los números racionales se expresa a partir del siguiente conjunto de proposiciones, las cuales, como se enunció en el apartado anterior, se desprenden de la propiedad arquimediana.

- 1) Para cada $x \in \mathbb{Q}^+$ existe un $m \in \mathbb{Z}$ tal que $m - 1 \leq x < m$
- 2) Si $x, y \in \mathbb{Q}$ y $x < y$, entonces existe un $p \in \mathbb{Q}$ tal que $x < p < y$
- 3) Si $x \in \mathbb{Q}$ y $x \leq \frac{1}{n}$ para cada $n \in \mathbb{N}$, entonces $x \leq 0$

4.2. DIMENSIÓN DIDÁCTICA

En esta dimensión se estudiarán los aspectos didácticos que se ponen en práctica mediante el proceso de enseñanza y aprendizaje de los números racionales que hipotéticamente desarrolla el *SWE Fracciones*, partiendo de la relación parte-todo como enfoque que orienta la investigación y teniendo en cuenta los errores, obstáculos y dificultades sobre el aprendizaje de los números racionales y su importancia dentro de la estructura curricular propuesta por el MEN.

4.2.1. La Relación Parte-Todo Para la Enseñanza y Aprendizaje de los Números Racionales. Dentro de la Educación Matemática, existen conceptos que requieren mayor tratamiento debido a su complejidad en el momento de ser llevada al contexto escolar, de esta manera el presente trabajo de grado estudia los aspectos didácticos y las diversas interpretaciones de los números racionales, para dar una explicación más cercana a la realidad.

Así, se considera la investigación realizada por Obando (2003) que interpreta el número racional a partir de la relación parte-todo, como un número que expresa la relación cuantitativa (proceso de mediación) entre una cierta cantidad tomada como una unidad (todo) y otra cantidad tomada como parte; como punto de partida para el proceso de conceptualización.

Este enfoque es pertinente para la enseñanza de los números racionales al menos por las siguientes razones¹³:

1. La relación parte-todo constituye un eje a través del cual acceder a otros conceptos de los números racionales. Las medidas, las fracciones decimales, los números decimales no enteros, los cocientes, algunos tipos de razones, la recta

¹³ Según: OBANDO, G. (2003). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. En: Revista EMA, Universidad de los Andes. Vol. 8, No. 2. Editorial Una Empresa Docente, Universidad de los Andes. Bogotá.

numérica, entre otros, encuentran en la relación parte-todo una fuente importante para iniciar su proceso de conceptualización.

2. A través de la relación parte-todo se tiene un puente de entrada a la conceptualización de la unidad como un todo divisible en partes más pequeñas, sin que por esto deje de ser unidad. Por lo tanto, se inicia un trabajo en la noción del continuo real. Pero además, lo anterior hace necesario un análisis de las relaciones entre la unidad aritmética y la unidad geométrica, proceso indispensable en la construcción conceptual de las fracciones de unidad como números.

3. La relación parte-todo es un camino natural para la conceptualización de algunas propiedades (como la de fracciones propias e impropias), algunas relaciones (como la de equivalencia), y algunas operaciones (como la suma o resta).

4. La relación parte-todo constituye un contexto importante a partir del cual conceptualizar la unidad en sus dos características básicas: tipo de unidad (simple o compuesta) y tipo de magnitud (continua o discreta).

4.2.2. Errores, Obstáculos y Dificultades sobre el Aprendizaje de los Números Racionales. Dentro del contexto escolar hay varias dificultades que se presentan en los estudiantes sobre los distintos constructos que componen el concepto de número racional, relaciones y operaciones, pues se considera que estas dificultades no son propias de los estudiantes sino que parten de la falta de formación y reflexión de algunos docentes frente a la conceptualización matemática de la estructura de los números racionales, lo que los lleva a proponer actividades indiscriminadamente desconociendo que los procesos de conceptualización de los estudiantes son distintos en uno u otro contexto.

Según Llinares (1997), el estudio de los errores que cometen los estudiantes para el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje es una parte muy importante para saber que es lo que realmente piensan ellos y el docente debe estar pendiente de la evolución de los errores de los niños y huir de la tentación de creer que con la simple práctica repetitiva se irán subsanando. Algunos de estos errores comunes son:

4.2.2.1. Errores en la Noción de Equivalencia de los Números Racionales

- Para la amplificación de fracciones los estudiantes suman al denominador y al numerador un mismo número. Ejemplo: tanto al numerador como el denominador se le adiciona el número seis.

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{11} = \frac{14}{17}$$

En esta situación los estudiantes consideran a la fracción como un par de dos números naturales que no se relacionan entre sí.

- Para la simplificación de fracciones los estudiantes asocian a cada número natural otro más sencillo por el cual lo reemplaza. Ejemplo:

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \frac{4}{9} = \frac{2}{3}$$

En esta situación los estudiantes relacionan que el tres pasa a ser uno, que seis es tres, que cuatro es dos y que nueve es tres.

4.2.2.2. Errores en la Adición y Sustracción de los Números Racionales

- Para la adición de fracciones los estudiantes suman independientemente los numeradores y los denominadores. Ejemplo:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} \quad \frac{6}{7} + \frac{1}{2} = \frac{7}{9} \quad \frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{4}{7} \quad \frac{4}{5} + \frac{2}{6} = \frac{6}{11}$$

En esta situación los estudiantes realizan procesos aditivos que tienen que ver con el del sistema de los números naturales. (Este error los estudiantes también lo cometen para la sustracción de fracciones.)

- Para la sustracción de fracciones mixtas los estudiantes suman por separado los números naturales y las fracciones. Ejemplo:

$$5\frac{1}{2} - 3 = 3\frac{1}{2} \quad 6\frac{1}{5} - \frac{2}{5} = 6\frac{1}{5} \quad 3\frac{1}{5} - 2\frac{3}{5} = 1\frac{2}{5} \quad 6 - 3\frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$$

En esta situación los estudiantes al número mixto no lo consideran como un todo, y lo restan por separado, no tiene en cuenta en el caso de las fracciones si el minuendo es o no mayor del sustraendo y si hay una sola fracción sencillamente la coloca.

4.2.2.3. Errores en la Multiplicación y División de los Números Racionales

- Para la multiplicación de fracciones los estudiantes reducen a un común denominador y luego se multiplican los numeradores. Ejemplo:

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{12}{6} \quad \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{6}{10} \times \frac{5}{10} = \frac{30}{10} \quad \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

En esta situación los estudiantes tienen una mezcla de los algoritmos de la adición y de la multiplicación.

- Para la multiplicación de una fracción por un número natural, los estudiantes suelen multiplicar tanto el numerador como el denominador por el número natural. Ejemplo:

$$\frac{1}{6} \times 1 = \frac{1}{6} \quad \frac{3}{4} \times 2 = \frac{6}{8} \quad \frac{2}{3} \times 3 = \frac{6}{9}$$

En esta situación los estudiantes solucionan la operación considerando que uno de los factores es un número natural utilizándolo como factor para ambos o que utilicen el método que se les ha enseñado para construir fracciones equivalentes (multiplicar numerador y denominador por un mismo número).

- Para la división de fracciones los estudiantes dividen por separado los numeradores y los denominadores olvidando los residuos cuando la división no es exacta. Ejemplo:

$$\frac{4}{9} : \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \quad \frac{2}{6} : \frac{1}{6} = \frac{2}{1} \quad \frac{3}{5} : \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \quad \frac{5}{4} : \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \quad \frac{2}{6} : \frac{1}{3} = \frac{2}{2}$$

En esta situación los estudiantes presentan una confusión debido a que piensan que como en la multiplicación de fracciones multiplicaron numerador con numerador y denominador con denominador en la división se va a realizar un proceso similar que sería el de dividir al numerador entre numerador y denominador entre denominador o también el origen de este error sería la influencia de los números naturales.

4.2.3. Estructura Curricular. De acuerdo con las directrices del Ministerio de Educación Nacional (MEN) para abordar los aspectos curriculares, del área de Matemáticas para la Educación Básica y Media, se estudia: los procesos, conocimientos básicos y el contexto; todo esto relacionado con la temática de los números racionales.

Dentro de los conocimientos básicos para el área de Matemáticas el MEN propone cinco tipos de pensamiento, como son:

- Pensamiento numérico y sistemas numéricos.
- Pensamiento espacial y sistemas geométricos.
- Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos
- Pensamiento métrico y sistemas de medidas.
- Pensamiento aleatorio y sistemas de datos.

Esta investigación se enfatiza en el pensamiento numérico en donde se encuentran clasificados los conjuntos numéricos y en particular el conjunto de los números racionales.

Para tal efecto se analiza: los Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas (1998), los Lineamientos Curriculares en Nuevas Tecnologías para la

Educación Matemática en Colombia (1999) y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2003), en lo que respecta a los grados cuarto y quinto de Básica Primaria.

4.2.3.1. Los Números Racionales en los Lineamientos Curriculares en Matemáticas. Las matemáticas al igual que otras áreas del conocimiento, están presentes en el proceso educativo para contribuir al desarrollo integral de los estudiantes, de esta manera se propone una educación matemática que propicie aprendizajes de mayor alcance, que no solo hagan énfasis en el aprendizaje de conceptos y procedimientos ampliamente aplicables, sino que también ayuden a las personas a dar sentido al mundo que los rodea y a comprender los significados que otros construyen a través del pensamiento y la reflexión lógica, los cuales los proveen de una gran cantidad de instrumentos para explorar la realidad, representarla, explicarla y predecirla.

De esta manera, partiendo de la visión global e integral del quehacer matemático se consideran tres grandes aspectos para la organización del currículo, y que por lo tanto deben estar presentes en el *SWE Fracciones* como herramienta que le da sentido a los procesos de enseñanza y aprendizaje.

- Procesos Generales: se refiere al aprendizaje e involucra el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación y elaboración; comparación y ejercitación de procedimientos.
- Conocimientos Básicos: se refiere a los procesos específicos¹⁴ que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas¹⁵ propios de las matemáticas.
- Contexto: se refiere a los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que ellos aprenden, en el que intervienen variables como las condiciones sociales y culturales, tanto locales como internacionales. Lo anterior se debe tener en cuenta para el diseño y ejecución de experiencias didácticas.

El contexto tiene un papel trascendental en todas las fases del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, es decir no solo en la fase de aplicación, sino en la fase de exploración y en el desarrollo donde los estudiantes descubren o reinventan las matemáticas. Este punto de vista exige que se funden situaciones problemáticas en las que los estudiantes puedan explorar y plantear problemas y reflexionar sobre modelos.

Todo lo anterior, toma verdadero sentido en el momento en que estos aspectos que le dan estructura al currículo se integran a los procesos de enseñanza y aprendizaje, en particular se toma como referencia el pensamiento numérico en el cual se enmarca la presente investigación y se analiza de manera particular el

¹⁴ Los procesos específicos se relacionan con el desarrollo del pensamiento numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio y el variacional, entre otros.

¹⁵ Los sistemas son aquellos propuestos desde la Renovación Curricular: sistemas numéricos, sistemas geométricos, sistemas de medida, sistemas de datos, sistemas algebraicos y analíticos.

sistema de los números racionales y como intervienen cada uno de los anteriores aspectos en el proceso de integración de las TIC's.

4.2.3.1.1. Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos. En los Lineamientos Curriculares (1998), la importancia del pensamiento numérico en el sistema educativo colombiano se considera que:

El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los estudiantes tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos manifestándose de diversas maneras de acuerdo con el desarrollo del pensamiento matemático. Esa manifestación se realiza mediante el método de cálculo que emplean los estudiantes como: el cálculo escrito, el cálculo mental, las calculadoras y la estimación que ayudan a que el pensamiento numérico tome gran importancia en el ámbito educativo. De otro lado el pensamiento numérico también está presente: en la concepción de los sistemas numéricos a partir de las representaciones e interpretaciones, en la utilización de las operaciones y de los números en la formulación y resolución de problemas y en la comprensión entre el contexto del problema y el cálculo necesario para determinar si la solución debe ser exacta o aproximada y también si los resultados problema son o no razonables.

Para el desarrollo del pensamiento numérico es determinante el contexto en el que se encuentren los estudiantes, lo que lleva a que el docente proporcione situaciones de la realidad y significativas que ayuden al aprendizaje, porque la forma en que se trabaje los números contribuye a la adquisición del pensamiento numérico.

Surge entonces los siguientes interrogantes, si se sabe que el niño desde sus primeros años adquiere ciertas habilidades y destrezas en las diferentes áreas del conocimiento y se fortalecen en el contexto escolar, ¿Cómo es posible que a pesar de ello, presenten dificultades en el desarrollo del pensamiento matemático?, ¿Puede ser un factor determinante la metodología didáctica del docente en las dificultades que presentan?, ¿Los recursos didácticos que se utilizan influyen en sus avances o estancamientos?.

4.2.3.2. Los Números Racionales en los Lineamientos Curriculares en Nuevas Tecnologías y en el Currículo de Matemáticas. La incorporación de las nuevas tecnologías al currículo escolar propuesta por el Ministerio de Educación Nacional (1999), es de vital importancia, ya que invita a la formación permanente, intensiva y continuada de los docentes, centrada en la reflexión sobre su propia práctica en el aula de clase y en las posibilidades del recurso tecnológico para dinamizar y propiciar esos cambios en el currículo de matemáticas.

Un aspecto fundamental que subyace a los cambios curriculares en matemáticas provocados por el uso de las TIC's es una nueva relación entre docentes,

estudiantes y saberes matemáticos. La presencia de recursos didácticos como los SWE para práctica, resolución de problemas y evaluación, crea una nueva dinámica en el aula, en la cual, docentes y estudiantes son compañeros naturales en la búsqueda de la comprensión de ideas matemáticas y la solución de problemas.

4.2.3.2.1. Organización del Currículo a través de la Integración de las TIC's. La importancia que se le está dando a la matemática escolar en la actualidad es la de centrarse en la resolución de problemas y en hacer conexiones matemáticas con otras áreas de las ciencias y entre ellas mismas, así que el uso del recurso tecnológico es fundamental para pasar de un currículo centrado en contenidos, a uno centrado en la resolución de problemas. El cambio curricular puede permitir al estudiante aprender más matemáticas que antes debido a un mejor aprovechamiento de las TIC's, pero el riesgo está en el que los estudiantes solo dependan del computador y que otros no tengan las posibilidades para acceder con facilidad a estos recursos.

Para la organización del currículo de matemáticas en las instituciones educativas se tiene en cuenta tres aspectos: el contexto, los procesos de aprendizaje y los conocimientos básicos, ahora haremos un breve análisis sobre cómo la tecnología potencia el aprendizaje de las matemáticas a través de cada uno de estos tres ejes.

4.2.3.2.2. El Contexto y la Tecnología. El acercamiento de los estudiantes a las matemáticas a través de la exploración, formulación y resolución de situaciones problemáticas, constituye un contexto general de aprendizaje, relacionado con el ambiente de trabajo y con la naturaleza de las actividades que se proponen. Esta perspectiva está ligada a una visión del aprendizaje de las matemáticas que las afronta esencialmente como experiencia personal y al interés que el currículo proporcione a este tipo de situaciones, que animen a explorar y a valorar caminos para resolver problemas y descubrir y crear reglas o patrones.

4.2.3.2.3. ¿Que Procesos y Habilidades Cognitivas se pueden favorecer? En la actualidad, la rapidez con la que se familiariza el estudiante con un juego o con la lógica de un programa en el computador y la facilidad con la que aprenden a manejar un aparato nuevo es asombrosa. ¿Cuáles de estas habilidades cognitivas pueden favorecer la clase de matemáticas con el uso de estos recursos?

Para dar respuesta a esta pregunta se han tomado elementos de la reflexión sobre las experiencias que se han adelantado en Colombia y de las revisiones bibliográficas:

- Visualización: la dinámica e interactividad sobre la formación de imágenes conceptuales y la transición de representaciones gráficas geométricas a simbólicas-algebraicas es innegable.

- La capacidad investigativa: proporcionan al estudiante un ambiente que promueve actitudes de investigación y exploración.
- El aprendizaje de la retroalimentación: son valiosos instrumentos para realizar chequeos rápidos y oportunos del trabajo. Proporcionan la posibilidad de autocontrol del trabajo realizado y permiten corroborar un resultado todas las veces que sea necesario. Además, dan la posibilidad de reflexionar sobre los resultados obtenidos en la máquina al indagar acerca de la pertinencia o no, de un resultado y estudiar los posibles errores suscitados al digitar la información.
- La observación de patrones: permite a los estudiantes estudiar muchos ejemplos cuando exploran problemas matemáticos. Da la posibilidad de observar patrones y de elaborar y justificar generalizaciones.
- El establecimiento de conexiones: el computador hace posible que fórmulas, tablas de números y gráficas se enlacen rápidamente. Cambiar una representación y ver cambios en las otras, ayuda a los estudiantes a comprender las relaciones entre ellas.

4.2.3.2.4. ¿Cómo contribuye el uso de la Tecnología al Aprendizaje de distintos contenidos del Currículo de Matemáticas? Actualmente, el desarrollo tecnológico que se incorpora al aula de clases ha sido para el desarrollo del pensamiento numérico ya que se utilizan como herramientas las calculadoras que aceleran la obtención de resultados numéricos, también se han desarrollado programas informáticos que ayudan a la comprensión de las estructuras de los sistemas numéricos, tales como la de los enteros y la de los fraccionarios. Entonces surgen los siguientes interrogantes:

- ¿Si el software puede producir resultados precisos y con más eficacia que los estudiantes, por qué emplear tiempo de la clase insistiendo en que los estudiantes tengan habilidades en el desarrollo de estas destrezas?
- ¿Qué contenidos matemáticos se potencian?

4.2.3.3. Los Números Racionales en los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas. A continuación se realiza una breve reseña histórica¹⁶ tomada de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) acerca del sistema numérico, involucrando el significado e importancia de los números racionales.

A lo largo de la historia, las operaciones usuales de la aritmética eran muy difíciles de ejecutar con los sistemas de numeración griegos o con el romano, sin embargo en el siglo XIII se empezó a adoptar en Europa el sistema de numeración indo-arábigo. Entre los siglos XIV Y XIX, la enseñanza de la aritmética escolar se redujo en la práctica al manejo de este sistema de

¹⁶ MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Editorial Magisterio. Bogotá. Pág. 59.

numeración para los naturales y de su extensión para los racionales positivos (o “fraccionarios”).

Es conveniente recordar, por ejemplo, que durante la Edad Antigua y Media ni siquiera las razones entre dos números de contar se consideraban verdaderos números. Hoy en día se aceptan como una nueva clase de números, llamados precisamente “racionales” (por la palabra latina “ratio”, que significa “razón”).

El paso del concepto de número natural al concepto de número racional necesita de una reconceptualización de la unidad y del proceso mismo de medir, así como una extensión del concepto de número; esta situación lleva al número racional como medidor o como operador ampliador o reductor. El paso del número natural al número racional implica la comprensión de las medidas en situaciones en donde la unidad de medida no está contenida un número exacto de veces en la cantidad que se desea medir o en las que es necesario expresar una magnitud en relación con otras magnitudes.

Los Estándares Básicos de competencia en matemáticas seleccionan algunos de los niveles de avance en el desarrollo de las competencias asociadas con los cinco tipos de pensamiento matemático:

- Pensamiento numérico.
- Pensamiento espacial.
- Pensamiento métrico.
- Pensamiento aleatorio.
- Pensamiento variacional.¹⁷

En esta investigación se analizan los Estándares Básicos propuestos por el MEN para el grado cuarto y quinto de Básica Primaria, debido a que el *SWE Fracciones* fue diseñado para la implementación en estos grados, por ello se considera importante la evaluación del cumplimiento de los siguientes estándares como herramienta que valora la calidad de educación.

- Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.
- Utilizo la notación decimal para expresar fracciones en diferentes contextos y relaciono estas dos notaciones con la de los porcentajes.

4.2.3.3.1. Coherencia Vertical y Horizontal en los Estándares para grado cuarto y quinto de Básica Primaria. La complejidad conceptual y la gradualidad del

¹⁷ MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Editorial Magisterio. Bogotá. P. 76

aprendizaje de las matemáticas exigen en los estándares una alta coherencia tanto vertical como horizontal. La primera está dada por la relación de un estándar con los demás estándares del mismo pensamiento en otros conjuntos de grados. La segunda está dada por la relación que tiene un estándar determinado con los demás estándares de los demás pensamientos dentro del mismo conjunto de grados. MEN (2006)

4.2.3.3.1.1. Coherencia Vertical. En la publicación del MEN a cerca de los estándares en matemáticas se plantean dos estándares para tratar el pensamiento numérico en lo que concierne al sistema de numeración de los racionales, en los grados cuarto y quinto de Básica Primaria.

- Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte–todo, cociente, razones y proporciones.
- Utilizo la notación decimal para expresar fracciones en diferentes contextos y relaciono estas dos notaciones con la de los porcentajes.

Pero con respecto al conocimiento matemático que se trabaja en esta investigación, es claro que se enfatizó en el primer estándar porque allí propone un desarrollo del tema de los números racionales a través de diferentes enfoques, mediante el reconocimiento de la conceptualización y operatividad. Si se analiza la coherencia de este con el otro estándar se dice que: entre los dos, se presenta un orden ascendente de acuerdo a la concepción del sistema de numeración de los racionales permitiendo utilizar contextos diferentes para expresar fracciones.

Ahora realizando un análisis referente con los estándares del pensamiento numérico propuestos para los grados anteriores se toma el estándar que concierne al grado tercero, es decir que la coherencia vertical se da en el siguiente estándar:

- Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes.

El anterior estándar permite reconocer el concepto, la interpretación y operaciones de los números fraccionarios y propone el trabajo de medir o relacionar cantidades con fracciones comunes como: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{2}$, etc.

Para los grados posteriores (sexto y séptimo) se presenta una coherencia vertical dentro del pensamiento numérico con referente al sistema de numeración de los números racionales, en estos grados intervienen el segundo y cuarto estándar del pensamiento numérico y sistemas numéricos

- Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales y porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.

- Reconozco y generalizo propiedades de las relaciones entre números racionales (simétrica, transitiva, etc.) y de las operaciones entre ellos (conmutativa, asociativa, etc.) en diferentes contextos.

El segundo estándar propone interpretar los números racionales desde diferentes enfoques a partir de las fracciones, razones, decimales y porcentajes.

El cuarto estándar especialmente se refiere al conocimiento de las propiedades de las operaciones que tienen los números racionales. Por ejemplo en la adición de fraccionarios se cumple estas propiedades:

Propiedad conmutativa: $\frac{3}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{3}{2} = \frac{11}{6}$

Propiedad asociativa: $\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{5}\right) + \frac{6}{4} = \frac{1}{4} + \left(\frac{2}{5} + \frac{6}{4}\right) = \frac{43}{20}$

Y otras.

4.2.3.3.1.2. Coherencia Horizontal. Para este análisis se intenta observar la articulación del primer estándar para el pensamiento numérico de grados cuarto y quinto, respecto a los estándares planteados para otros tipos de pensamiento de los mismos grados.

Respecto al pensamiento espacial y sistemas geométricos, se puede decir que el estándar que mayor relación tiene con el tema de los números fraccionarios es:

- Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.

Para comprender el conjunto numérico de los racionales es evidente que el uso de figuras geométricas es fundamental para la representación de este conjunto. Es importante introducir al estudiante “parte congruente” que ayuda a reforzar la noción de “partes de la misma forma”.

Para el pensamiento métrico y sistemas de medidas, se tiene:

- Reconozco el uso de algunas magnitudes (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura) y de algunas de las unidades que se usan para medir cantidades de la magnitud respectiva en situaciones aditivas y multiplicativas.

Es evidente su relación con el sistema de los números racionales, porque aquí se reconoce la asociación de una fracción a un punto de la recta numérica.

La relación con los estándares del pensamiento aleatorio y sistema de datos es claro en:

- Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos.

Este estándar se relaciona con el sistema de los números racionales a través de un carácter aritmético en el contexto de la probabilidad. Por Ejemplo: “en una bolsa hay tres bolas negras y dos blancas. Sacamos aleatoriamente una bola. ¿Cuál es la probabilidad de que sea negra? ”

Y finalmente la relación con los estándares del pensamiento variacional:

- Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o grafica.

Este estándar permite identificar la repetición del mismo patrón y la capacidad de reproducirlo mediante un algoritmo.

4.3. DIMENSION TECNOLÓGICA

La integración de las TIC's a la educación ha revolucionado los diferentes dominios matemáticos, incluyendo la aritmética, el álgebra, la geometría, la estadística y el cálculo, la inserción de esta herramienta en el aula de clases nos impulsa a extender la transposición didáctica¹⁸ de las matemáticas a una transposición informática, esta última se estudio más detenidamente en esta dimensión.

La integración de la TIC's a la Educación Matemática es un campo muy activo de investigación, así que cabe resaltar el documento de Trouche, Artigue y Laborde (2003) quienes estudian una recopilación de investigaciones e innovaciones en el campo mundial de la integración de las TIC's a partir de 1994 hasta 1998 porque durante estos años el empleo de la tecnología maduró y se hizo más práctico en el aula. También se debe tener en cuenta que las publicaciones de investigación de la integración de las TIC's durante esos años fueron muy pocas. Lo anterior se refleja en las siguientes tablas:

- Con anterioridad nos hemos referido que esta investigación se relaciona con el pensamiento numérico y esencialmente con el conjunto de los racionales, por tanto en la tabla 1 se observa que existen pocos documentos publicados de investigación en el campo de la aritmética, tan solo un 5%.

¹⁸ Se entiende por transposición didáctica al proceso de transformación del saber científico en un saber posible de ser enseñado. La transposición didáctica es el proceso por el cual ciertos contenidos seleccionados como aquellos que se deben enseñar en un tiempo y lugar dados, son transformados en contenidos enseñables. Para que ellos sea posible debe operar un doble proceso de descontextualización y recontextualización, que transforma el contenido inicial en un contenido con fines pedagógicos.

Tabla 1. Campo de las Matemáticas.

Campos de la Matemática	
Geometría	23%
Calculo (álgebra y cálculo)	14%
Álgebra	11%
Graficas/funciones	10%
Aritmética	5%
Otros campos	7%
Ningún campo especificado	30%

- De acuerdo a la siguiente tabla se observa que la documentación acerca de instrumentos como los tutoriales y multimedia es muy escasa, respectivamente tan solo un 2% y 3%.

Tabla 2. Tipo de tecnología.

TIPO DE TECNOLOGIA	
Calculadoras 12%	Numéricas y científicas 2% Graficadoras 4% Simbólicas 6%
Software computacionales 50%	Geometría (dinámica) 16% Otros micro mundos 8% Hoja de calculo 6% Simbólicos y sistemas gráficos 21%
Otra tecnología 21%	Tutoriales 2% Ambientes inteligentes 4% Internet 2% Multimedia 3% Hipermedia 3%
No especificado 17%	

- En la tabla 3 aparece la cantidad de publicaciones de documentos que se han hecho en varios países, lo que se concluye es que en Colombia entre 1994-1998 hubo muy poca publicación de documentos a cerca de la integración de las TIC's al aula de clases.

Tabla 3. Países.

PAISES	
Francia	29%
Estados unidos	23%
Kingdom	11%
Alemania	6%
Italia	3%
Austria	2%
Israel	2 %
Australia	2 %
Unieron ocho documentos: Finlandia, Japón, Países Bajos, España, Suiza, Portugal, China, Brasil, Canadá, Dinamarca, Noruega, México, Nueva Guinea, Bélgica, Grecia, Irlanda, Rusia, Suecia.	1%
No especificado	12%

De esta manera, se espera que este documento despierte curiosidad y espíritu investigativo no solo de quienes hicieron parte de esta investigación, sino además de todos aquellos que se preocupan por crear herramientas que faciliten la aprehensión del conocimiento matemático que en ocasiones se torna tan complicado de ser enseñado.

4.3.1. Ambiente Informático de Aprendizaje. Las nuevas tecnologías cada vez se estabilizan mas en nuestras vidas de manera rutinaria, particularmente también influyen sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas facilitando la comprensión de los temas de una forma más dinámica, sin embargo, es el docente el encargado de diseñar y elaborar actividades e incorporar recursos didácticos que puedan aportar positivamente al desarrollo intelectual del estudiante.

En esta investigación se toma la noción de ambiente informático de aprendizaje (AIA) en el campo de las TIC's en educación matemática de acuerdo a Trouche (2004) donde se estudia un enfoque teórico para analizar la influencia de los instrumentos computacionales en el aula de clase.

Así mismo se toma en esta investigación la definición de Trouche (2004) de un AIA como "Ambiente Informático de Aprendizaje se trata de un ambiente en el cual los recursos informáticos están disponibles para apoyar las actividades del estudiante".

4.3.1.1. Tipo de Software Educativo. En las TIC's en Educación Matemática, uno de los recursos utilizados con mayor frecuencia es el SWE, de esta manera se

hace necesario partir de su definición, que según Galvis (2000), “en el campo educativo son aquellos programas que permiten cumplir y apoyar funciones educativas” citado en Díaz, Grimán, Pérez y Mendoza. (2002)

Partiendo de la clasificación de los SWE, se considera que el *SWE Fracciones* es un programa tutorial multimedia, por sus características particulares de conceptualización y ejercitación, Marqués (2001) lo clasifica según dos criterios: Estructura de su algoritmo y tratamiento de errores.

El *SWE Fracciones* es un programa tutorial multimedia experto y lineal, porque combina los dos criterios, por las siguientes razones:

Programas tutoriales multimedia expertos: hacen preguntas a los estudiantes y controlan en todo momento su actividad. El computador adopta el papel de juez poseedor de la verdad y examina al estudiante. Se producen errores cuando la respuesta del estudiante está en desacuerdo con la que el SWE tiene como correcta. En los programas más tradicionales error lleva implícita la noción de fracaso.

Programas lineales: que presentan al estudiante una secuencia de información y/o ejercicios (siempre la misma o determinadamente aleatoriamente) con independencia de corrección o incorrección de sus respuestas. Herederos de la enseñanza transmisora de conocimientos y adiestradora de habilidades. No obstante, su interactividad resulta pobre y el programa se hace largo de correr.

4.3.1.2. Transposición Informática. El proceso de transformar el conocimiento al ser llevado dentro del aula de clases implementado por un Ambiente Informático de Aprendizaje se llama Transposición Informática. Al tratar de adaptar y representar el conocimiento dentro del computador, este sufre efectos que no se pueden evitar, los cuales constituyen tanto amenazas como oportunidades, es decir, se debe tener cuidado de conservar la fidelidad de la estructura matemática en una AIA.

Según Balacheff (1993), la Transposición Informática es el proceso que conduce a la especificación y posterior puesta en práctica de un modelo de conocimiento y se refiere al trabajo necesario para cumplir los requisitos de la representación simbólica y de la computación.

4.3.2. Evaluación de Software Educativo. La evaluación se define como el esfuerzo abarcador y continuo de indagar sobre los efectos del proceso de enseñanza y aprendizaje y el contexto en el que este se desarrolla para que cumpla con los propósitos previamente definidos, pues el evaluar conlleva a la manipulación de la variedad de herramientas tecnológicas, ello permitirá un primer acercamiento en el que se valora las ventajas y desventajas pues su elaboración requiere de especialistas acompañados de docentes del área quienes elaboran el

contenido, pues son quienes dominan la materia y las características del nivel educativo donde se inscribe.

Para lograr los propósitos de la evaluación se considera la: La evaluación instruccional que la define Según Glabán y Ortega (2002) como la evaluación que comprende la valoración de los logros de los estudiantes, de la ejecución del maestro y de la efectividad de las metodologías y recursos utilizados, de esta manera y habiendo realizado un estudio previo acerca de las formas de evaluación se considera pertinente hacer uso de la ficha técnica propuesta por Marqués (2001) que favorece un análisis mas detallado de los aspectos funcionales y técnicos, que se involucran en la evaluación instruccional. Además la ficha técnica nos proporciona evaluar los aspectos pedagógicos más relevantes del proceso de enseñanza y aprendizaje. (Ver anexo B)

Basados en lo anterior surge la necesidad de un proceso de evaluación en dos fases: evaluación relacional y la evaluación externa, a continuación se estudiarán cada una de ellas:

4.3.2.1. La Evaluación Relacional. Esta evaluación se basa en el análisis del SWE como recurso didáctico y su relación con los demás elementos del proceso educativo.

- La relación del SWE con el educando: tendrá que responder a las características de la etapa evolutiva, a la estructura mental, a los acontecimientos, habilidades y actitudes desarrolladas; así como al contexto sociocultural y al estilo de aprendizaje del educando. En cuanto a la maleabilidad del SWE permite diversificar el proceso de aprendizaje y por ende a atender a las diferentes formas de aprender.
- La relación del SWE con el educador: en ello hay que tener en cuenta la personalidad, la estructura mental y el estilo de enseñanza de cada docente.
- La relación del SWE con el objetivo educativo: se da en dos vertientes, por un lado, la necesidad de que el contenido del software se inserte dentro de los objetivos generales del currículo, y por el otro, al utilizar éste es indispensable establecer el para qué de su uso.
- La relación del SWE con el contenido: esta relación conduce a dos planteamientos, por un lado, que el contenido vaya en consonancia con el material trabajado en la asignatura y por el otro, que la representación de los contenidos sea de una manera lógica. En la práctica educativa se habla de aprendizaje de diversos contenidos curriculares: los contenidos declarativos los cuales hacen referencia al conocimiento; los procedimentales, a las habilidades y los actitudinales.

- La relación del software educativo con la metodología o estrategias didácticas: En esta relación existen tres variables, por un lado, el que la utilización del SWE se cataloga como una estrategia de enseñanza y aprendizaje y por tanto ha de adecuarse al educando, al educador, a los objetivos y a los contenidos. Por el otro, la forma en cómo se utilizará el propio software, pues en su manejo interno se requiere de estrategias de navegación para optimizar su uso las cuales se adquieren con la práctica. Una tercera variable está determinada por las actividades que el mismo software provee mismas que sirven como reforzadores del aprendizaje.
- La relación del software educativo con los recursos didácticos: Ya se ha dicho que el SWE guarda relación con el recurso didáctico, los requerimientos mínimos para su eficaz utilización son: luz eléctrica, un computador con el sistema operativo que logre correrlo y un docente capacitado para su uso.
- La relación del software educativo con el tiempo: Como este medio no tiene una temporalidad lineal, se puede ocupar según las indicaciones del docente o las del creador del mismo. Es por eso que el tiempo no es un punto relevante para la evaluación.
- La relación del software educativo con el lugar: Esto específicamente tiene relación con el espacio de creación y de utilización, puesto que no se puede adoptar productos sino adaptarlos usándolos de acuerdo a las características del contexto y del mismo estudiante.

4.3.2.2. Evaluación Externa. En la evaluación externa se miden los aspectos técnicos, estéticos y económicos del SWE, tomando en cuenta lo siguiente:

- La calidad del entorno audiovisual,
- El grado de “amigabilidad” de la interface
- El grado de interactividad
- La facilidad de navegación
- Precio accesible.

Por lo anterior, la evaluación del *SWE Fracciones* permite examinar si este cumple con los objetivos de los procesos de enseñanza y aprendizaje, pues este será valioso en la medida que satisface las necesidades de docentes y estudiantes.

5. ASPECTOS METODOLOGICOS

Esta investigación es de tipo cualitativo teniendo en cuenta que una de las características fundamentales es su flexibilidad, para el cumplimiento de los objetivos se opta por la metodología de la investigación acción, que integra los procesos que se han llevado a cabo a lo largo de este trabajo y un estudio de casos¹⁹ que suministra información que sirve como punto de partida para otras investigaciones.

5.1. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

En la investigación acción se tiene en cuenta los siguientes procesos de: diagnóstico, plan de acción, actuación y reflexión. Acorde al presente trabajo de grado los procesos anteriores se desarrollaron de esta forma:

- Diagnóstico: se indagó a un grupo de estudiantes acerca de la noción que ellos tenían sobre el concepto y las operaciones con los números racionales, luego se realizó una recolección de la información necesaria para el desarrollo teórico de las dimensiones: histórica-epistemológica y matemática, didáctica y tecnológica que aporta con bases sólidas para llevar a cabo el siguiente proceso
- Plan de acción: aquí se realizó un plan de acciones que permitieron el desarrollo de los objetivos perseguidos.
- Actuación: en este proceso se realizó un estudio de casos, con dos grupos, uno de estudiantes a quienes se les aplicó el *SWE Fracciones* y a otro de docentes, quienes aportaron con sus opiniones para dar respuesta a la ficha técnica propuesta por Marqués (2001).
- Reflexión: finalmente se realizó un análisis o reflexión de la información que se obtuvo anteriormente.

5.1.1. Muestra. El propósito del estudio de casos fue observar y analizar el concepto de número racional que construye el estudiante desde su experiencia cotidiana y académica, que los lleva a generalizar su definición, por consiguiente la observación participante y no participante da la posibilidad de estudiar todo el contexto en el cual se desarrolla esta experiencia educativa que pone en juego el recurso de evaluación y su relación con el entorno escolar.

¹⁹ Se define estudio de casos como un método característico de la investigación cualitativa en el cual se hace un estudio de un sujeto o de un grupo de personas mediante la aplicación de diferentes instrumentos que permitan obtener una información amplia del sujeto y que faciliten la explicación del por qué el sujeto actúa de determinada manera, o sea apunta a búsqueda de la causa. COHEN, L. y MANION, L. (1990). Métodos de Investigación Educativa. Editorial Aula Abierta. Barcelona, España.

En la muestra se tomó dos grupos con conocimientos básicos en el manejo del computador: los 19 estudiantes de grado quinto de Básica Primaria de la IEM San José Bethlemitas, quienes manipularon el *SWE Fracciones* y el grupo de docentes del área de matemáticas de la ciudad de Pasto, quienes están familiarizados con las TIC's; estos dos grupos aportaron de manera significativa al estudio de este recurso, ya que se colocaron en juego elementos propios de la evaluación relacional que se tuvieron en cuenta como parte fundamental de esta investigación junto con la conceptualización y operatividad de los números racionales que el recurso transfiere a través de su ejecución.

5.1.2. Aspectos Técnicos de Recolección de Datos. Inicialmente, se realizó una búsqueda del material bibliográfico que permitió conocer el enfoque que fundamentó el trabajo teórico que realizaron los diseñadores del *SWE Fracciones*, con la finalidad de estudiar las variables que intervienen tanto en su producción, como ejecución.

De esta manera, teniendo en cuenta los antecedentes de su elaboración se hizo la evaluación teórica y práctica, mediante una exposición breve a los estudiantes que les permitió acercarse de manera indirecta al *SWE*, con ello se procuró crear curiosidad en la manipulación del *SWE Fracciones* y a la vez que recuerden conceptos básicos de este sistema de numeración, pues los estudiantes a quienes se le aplicó el *SWE* ya habían estudiado la temática en la clase de matemáticas con un docente que utilizó la metodología tradicional, simultáneamente durante la aplicación del recurso también se elaboró un diario de campo.

Por otro lado a través de la ficha técnica de Marqués (2001), los docentes tuvieron la oportunidad de analizar el *SWE Fracciones*

5.1.3. Desarrollo de la Experiencia. Para el desarrollo de la experiencia se tomó en cuenta el orden cronológico de las actividades de acuerdo a la facilidad y disponibilidad de tiempo de quienes intervinieron en esta investigación.

En los apartes anteriores de este documento se han esbozado los presupuestos conceptuales y las orientaciones del trabajo investigativo que guiaron a obtener una información mas precisa y formal: la primera etapa de la investigación se desarrolló a través del estudio de aspectos teóricos, didácticos y metodológicos necesarios para el análisis del *SWE Fracciones*, la segunda etapa se efectuó mediante métodos de aplicación y observación del recurso didáctico, tomando como objeto de investigación a un grupo de estudiantes de Básica Primaria en algunas sesiones extra clase a quienes se les aplicó el *SWE* y algunos docentes de matemáticas de Básica Primaria a quienes se les entregó la ficha técnica de Marqués (2001); la tercera etapa tiene un carácter que da cuenta de referentes propios de esta investigación: análisis a priori y a posteriori de las situaciones de clase en las que se aplicó a los estudiantes el *SWE Fracciones* y un estudio detallado de las respuestas que los docentes de matemáticas dieron cuando contestaron la ficha técnica de evaluación de Marqués (2001), con el propósito de

obtener información pertinente que ayudó a la revisión de los aspectos técnicos, didácticos, metodológicos y teóricos de este recurso didáctico.

El ambiente educativo en el que se desarrollo la investigación, metodológicamente es asumido en términos de una transposición informática constituida por las relaciones recíprocas y simultáneas entre sus elementos de base: el estudiante, el profesor, el saber y el *SWE Fracciones*, cada uno de ellos con determinaciones propias, que les estructuran en una autonomía parcial de los unos en relación con los otros. Por tanto, si bien la investigación se enfoca preferencialmente en la evaluación teórica, didáctica y metodológica del *SWE*; el profesor, los estudiantes y el saber matemático también son considerados en tanto determinan sus funciones.

La comprensión y el análisis de los aspectos epistemológicos sobre la evolución de los números racionales, su estructura formal y sus diversas interpretaciones permitieron determinar que el recurso deba conservar propiedades y teoremas inherentes del conjunto de los números racionales.

La selección de la población en la segunda etapa se efectuó mediante un estudio de casos, que permitió la puesta en practica del *SWE Fracciones* a los grados cuarto y quinto de Básica Primaria, la muestra de estudio fueron los grados quinto de la IEM San José Bethlemitas de donde se obtuvo un grupo reducido de 19 estudiantes con características particulares, es decir que tengan conocimientos básicos en informática.

Otra población de interés es la elección de un grupo de 6 docentes que preferencialmente tengan vinculación a instituciones educativas, públicas y/o privadas, con conocimiento matemático, con gran interés y curiosidad en la integración de las TIC's en el currículo escolar, con el propósito de que este grupo analice el *SWE* mediante la ficha técnica propuesta por Marqués (2001).

La anterior información encontrada ayudó al estudio profundo de la reacción que tienen los estudiantes frente a la integración de este recurso y al estudio de las opiniones que hicieron los docentes al manipular y analizar el *SWE Fracciones*; cumpliendo así con la evaluación total de este recurso.

La investigación contempló tres etapas:

PRIMERA ETAPA:

Esta etapa duró aproximadamente tres meses, en la que se realizó una recopilación y un análisis de documentación pertinente que orientó esta investigación desde una perspectiva multidimensional. Se estudio a fondo la historia, la estructura del sistema de numeración de los racionales y las diferentes interpretaciones de este sistema de numeración enfatizándose únicamente en la relación parte-todo según Obando (2003), quien considera que la relación parte-

todo puede ser definida como una “nueva cantidad” que expresa la relación cuantitativa entre una cierta cantidad tomada como unidad (todo) y otra tomada como parte. Finalmente se estudio las diferentes formas en que se puede evaluar un SWE, de las cuales solo establecemos: la evaluación de SWE a través de una ficha técnica según Marqués (2001) y la evaluación bajo un enfoque didáctico según Glabán y Ortega (2002). Estas dos formas de evaluación dan a conocer una revisión detallada externa e interna más rigurosa del recurso *SWE Fracciones*.

Con lo anterior, en esta primera etapa se pudo cumplir con el primer objetivo específico de esta investigación.

Por otro lado, para el desarrollo de este proyecto se logró establecer conexiones con otras instituciones, como la Institución Educativa Municipal INEM a quienes se tuvo la oportunidad de dar a conocer el *SWE Fracciones* y resaltar la importancia de evaluar un recurso antes de ser llevado al aula de clases, mediante una conferencia en el evento denominado “VII Feria Cultural del Departamento de Matemáticas”, el día 13 de Mayo de 2008. Las personas que participaron en este evento fueron docentes de matemáticas, quienes reconocieron la importancia de buscar una forma de evaluación de los recursos didácticos antes de ser llevados al aula de clases y el papel fundamental que desarrolla el docente como guía y orientador.

Más adelante se tuvo la oportunidad de llevar la propuesta al noveno Encuentro Colombiano de Matemática Educativa denominado “Diez años de Lineamientos Curriculares”, realizado en la ciudad de Valledupar los días 16, 17 y 18 de 2008. En esta ocasión se contó con las ideas y aportes de docentes y estudiantes universitarios regionales, quienes mostraron gran interés en esta temática de estudio debido a que algunos de ellos contaron que efectivamente lograr la conceptualización y aprehensión de esta temática no es nada fácil, ya que en el momento en que el contexto escolar se modifica el estudiante olvida adaptar el conocimiento ya adquirido a una nueva situación, sin darse cuenta que el conocimiento matemático permanece invariante en las diferentes situaciones que se presenten.

SEGUNDA ETAPA:

Con una duración de tres meses. El primer mes se seleccionó la población tanto de estudiantes de grados quinto como de docentes de matemáticas que estuvieran en contacto con las TIC`s, en los dos meses siguientes se aplicó el *SWE Fracciones* a los 19 estudiantes de grado quinto de Básica Primaria y se entrego la ficha técnica a los 6 docentes de matemáticas que evaluaron este recurso desde su experiencia y formación pedagógica. El proceso de esta investigación en esta segunda etapa fue el estudio de casos observando las reacciones y las características tanto de los estudiantes como la de los docentes, para la cual se realizó dos tipos de observación: observación participante y observación no participante. En la primera el observador 1 interactuó en el

desarrollo de actividades con el *SWE* y en la segunda el observador 2 toma nota atenta del proceso. (Ver Anexo 3. Diario de Campo).

El segundo y el tercer objetivo se cumplieron mediante las siguientes actividades:

1) Análisis de los aspectos matemáticos del *SWE Fracciones* y se le agregó a la ficha técnica de Marqués (2001) la pregunta: ¿Qué aspectos matemáticos desarrolla el *SWE Fracciones*?

2) Aplicación del *SWE Fracciones* a los 19 estudiantes de grado quinto:

- Análisis a priori: se preguntó a los estudiantes acerca de la utilización de recursos en el aula de clases y se utilizó un cuestionario para averiguar que tanto conocían los estudiantes sobre el sistema de los números racionales, en ellos se indagó la conceptualización de este sistema de numeración, sus propiedades (fracciones propias, impropias y aparentes), las relaciones (fracciones equivalentes) y las operaciones (la adición, la sustracción, la multiplicación y la división de fracciones). Ver Anexo A. Cuestionario.
- Aplicación del contenido del *SWE Fracciones* y observación a los estudiantes de grados quintos de Básica Primaria de la IEM San José Bethlemitas. Cada parte del contenido del *SWE Fracciones* a los estudiantes se les explicó y se les hizo participar activamente en la realización de ejercicios similares a los que se proponían en este recurso didáctico.
- Análisis a posteriori: a los estudiantes se les volvió aplicar el cuestionario con el cual se hizo el análisis a priori, el cual permitió conocer las fallas y los avances que ellos presentaron después de manipular y conocer el *SWE Fracciones*.
- El *SWE Fracciones* tiene otros elementos como: la evaluación, ejercicios y juegos. Los estudiantes aquí contestaron la evaluación, resolvieron los ejercicios y se divirtieron jugando.

3) Aplicación de un formato de evaluación a seis docentes de matemáticas de la ciudad de Pasto:

- Se explicó a cada uno de los docentes de manera clara y abreviada el propósito de esta investigación para luego entregarles a ellos: el formato de evaluación, el CD de instalación del *SWE Fracciones* y un escrito de algunas instrucciones y recomendaciones para que ellos evaluaran con mayor facilidad.
- Cada uno de los docentes de matemáticas evaluó el *SWE Fracciones* de manera oral y se les dio a conocer la importancia de evaluar un recurso antes de ponerlo en funcionamiento dentro del aula de clases.
- Se recibió a los docentes de matemáticas la ficha técnica de Marqués (2001) ya diligenciado.

Con lo anterior, en esta segunda etapa, se pudo dar cumplimiento a cabalidad de el segundo y tercer objetivos específicos de esta investigación.

TERCERA ETAPA:

Se analizó y se interpretó: las acciones de los estudiantes frente al *SWE Fracciones* y las respuestas que dieron los docentes de matemáticas a la ficha técnica de Marqués (2001), la anterior información sirvió de gran apoyo y complemento para evaluar el *SWE Fracciones* bajo el enfoque didáctico de Glabán y Ortega (2002), identificándose así aspectos matemáticos y didácticos que aparecen en el *SWE Fracciones*.

Finalmente el último mes de esta fase se ocupó en la escritura del informe final.

6. ANALISIS DE LA INFORMACIÓN

Se dio inicio a un proceso de evaluación desde una perspectiva de tipo teórica en la que se estudió los requerimientos mínimos para su ejecución y aplicación en la que fue prioritario el interés y las habilidades que este tipo de programas puede despertar en los estudiantes, se parte de ello que los recursos que manipulen sean de excelente calidad de manera que permitan el acercamiento a otro tipo de conocimientos y tengan la oportunidad de relacionar el conocimiento matemático con la realidad.

De esta manera, se realizó un estudio a partir de la información que se obtuvo mediante el desarrollo y cumplimiento de los objetivos específicos, para ello se considera la siguiente estructura basada en las dimensiones propuestas anteriormente como: la matemática, la didáctica y la tecnológica; en la primera dimensión se analiza el SWE matemáticamente, en la segunda dimensión se enfatiza en el análisis de la aplicación de este recurso a los 19 estudiantes, al análisis de las opiniones de los 6 docentes de matemáticas consignadas en la ficha técnica (Ver Anexo B) y al análisis del SWE a partir de la relación parte-todo y en la tercera dimensión se explica la experiencia de la aplicación del *SWE Fracciones* como un recurso tecnológico integrado al aula de clases.

6.1. ANÁLISIS DEL *SWE FRACCIONES* A TRAVÉS DE LA DIMENSIÓN MATEMÁTICA

En este apartado se realiza el análisis de cada una de las ventanas que va presentando el *SWE Fracciones* en el que se encuentran errores en cuanto a definiciones, representaciones y procesos de operatoria del sistema de los números racionales. Para la realización de este análisis se tuvo el estudio detallado de los aspectos teóricos acerca de la evolución y estructura de los números racionales.

Dentro de la conceptualización de los números racionales se debe considerar la concepción que tienen los estudiantes acerca de esta noción, debido a que no se puede olvidar que el estudiante a lo largo de su escolaridad se relaciona de una u otra forma con los saberes matemáticos. Dentro de estos conocimientos se considera las operaciones, los algoritmos, las propiedades, las fracciones las proporciones, etc.

De lo anterior los estudiantes también se encuentran con ejercicios y actividades que provocan un intercambio permanente entre sus conocimientos de un determinado objeto matemático y los problemas y situaciones donde deban utilizarlo. Este intercambio va generando en ellos una determinada concepción

sobre el mismo, que se manifiesta en: la manera de disponer, de decidir, de representar, de hacer uso de este objeto matemático en dichas situaciones. El término *concepción* del sujeto permite al profesor explicar los comportamientos de los estudiantes ante las tareas matemáticas, es decir los procedimientos que emplean, las definiciones que utilizan, los ejemplos que proponen, los errores que cometen, etc.²⁰

A continuación se presenta un análisis del *SWE Fracciones* acerca de: concepto de número racional, términos de número racional, lectura de los números racionales, equivalencia importante, clases de números racionales y operaciones con los números racionales.

6.1.1. Concepto de Número Racional. La forma de presentación acerca de la idea de número racional o fracción que se indica en el *SWE* es la clásica, en la que hay una presentación y diversas actividades análogas a la definición, es evidente que este tipo de presentación provoca en los estudiantes la conceptualización de número racional como “el fraccionamiento de una unidad entera”: de esta manera el proceso a seguir será dividir una unidad inicial en partes iguales y establecer una relación entre el resultado de su partición y las partes que se toman.

Sin embargo, esta concepción no la adquieren los estudiantes de forma inmediata sino que la desarrollan en contacto con una serie de situaciones, en el medio escolar y a lo largo de los años. Esta concepción puede adaptarse a varias situaciones y evolucionar, pues es evidente que la idea de número racional en esta representación parte de una serie de ejemplos en los que se prioriza la idea de longitud como un todo, para llegar a una generalización conceptual, en ella se presenta una serie de ejemplos en los que se utilizan como representación gráfica de la unidad a las frutas y se realizan las respectivas particiones, ello provoca dificultad en los estudiantes ya que no se tiene la seguridad de que las figuras que se presentan en el recurso tengan uno o varios ejes de simetría que nos indiquen que la división que allí se hace sea la correcta.

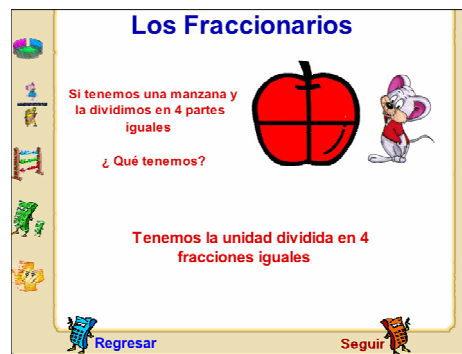
Un ejemplo que aparece en el *SWE Fracciones* es la manzana que se encuentra dividida en cuatro partes (Ver: Figura 1) que no son iguales, entonces ¿Dónde queda la idea de que la unidad se la deba dividir en partes iguales?

Teniendo en cuenta que la idea o conceptualización que realizan los estudiantes parte de ejemplos y en las imágenes que aparecen en el *SWE* ilustran o representan a los números racionales con cantidades menores que la unidad y en los ejemplos numéricos se muestra que hay números racionales que son mayores que la unidad, entonces puede crear en los estudiantes algunas dificultades pues

²⁰ RUIZ, M. (2003). Aprendizaje y Matemáticas. En: CHAMORRO, M. (Coord.). Didáctica de las Matemáticas para Primaria. Madrid: Pearson Educación.

no se conoce la forma de representar una fracción como esta $\frac{4}{3}$, ni el significado de la misma.

Figura 1. La concepción de Número Racional.



6.1.2. Términos de un Número Racional. Durante el funcionamiento del *SWE Fracciones* se encuentra con la figura 2, el texto que aparece allí realiza una prohibición en la que se excluye el denominador cero, aquí la explicación no es muy clara pues el estudio de la estructura de los números racionales no admite la división entre cero pero en la siguiente imagen se puede leer que: “la fracción no existe”, pues no es que no exista lo que pasa es que el cero no está definido en la estructura de los números racionales.

La (X) que aparece en la imagen puede ser considerada por los estudiantes como un error o como algo que no existe, esto puede ocasionar en ellos confusión con este tipo de signos, pues el *SWE* también utiliza el signo (X) para dar cierta calificación a los estudiantes después de desarrollar varios ejercicios operacionales, entonces ello puede llevarlos a pensar que el resultado de las operaciones no existan.

Figura 2. Términos de un Número Racional



6.1.3. Lectura de los Números Racionales. En la figura 3 se puede observar las representaciones graficas de las siguientes fracciones:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}$$

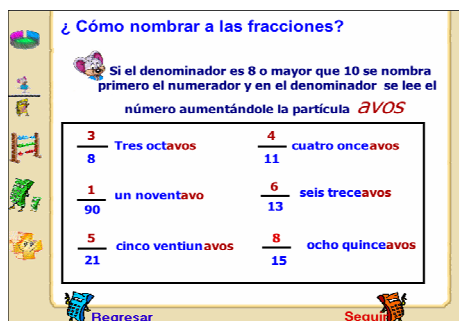
Aquí las fracciones $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{8}$ están mal representadas porque la unidad que se toma para cada fracción se debe dividir en partes iguales.

Figura 3. Lectura de un Número Racional.



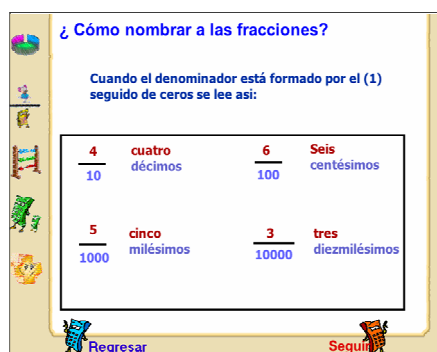
En cuestión de la lectura de fracciones en la figura 4 se puede observar que retoma las cantidades con denominador 8 y mayores que 10 para los cuales se hace lectura primero del numerador y luego lectura del número que esta en el denominador aumentándole la partícula *avos*, pero aquí se esta cometiendo un error con el ejemplo de la lectura de la fracción $\frac{3}{8}$, porque según el texto se lee el numerador y después se lee el número que aparece en el denominador aumentándole la palabra *avos*, entonces se diría que la fracción $\frac{3}{8}$ se lee “tres ocho avos” lo que seria incorrecto.

Figura 4. Lectura de un Número Racional.



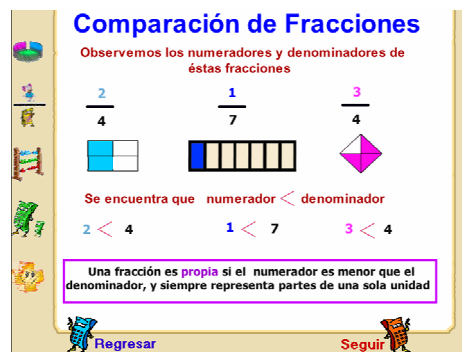
Luego en la figura 5 se lee: cuando el denominador esta formado por el 1 seguido de ceros, este enunciado es falso lo que realmente debería estar escrito es: cuando el denominador sea múltiplo de 10 se lee como aparece en el cuadro que esta en la parte inferior del texto.

Figura 5. Lectura de un Número Racional.



6.1.4. Clases de Fracciones. En la figura 6 se puede observar que en el momento de tratar con las fracciones propias establecen una relación de orden entre el numerador y denominador de la fracción, esto no es conveniente porque en el momento de establecer una relación de orden se la realiza con dos o más números fraccionarios no con sus términos.

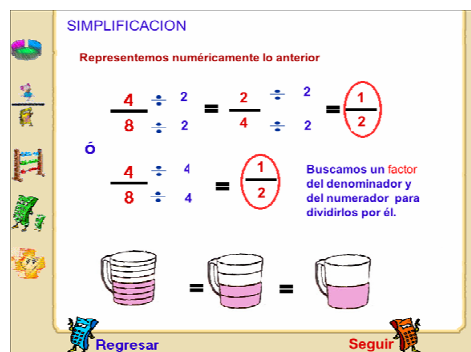
Figura 6. Comparación



6.1.5. Simplificación. El error que aparece en la figura 7 no es visual si no de audio. El audio del *SWE Fracciones* es el siguiente: cuatro octavos dividido entre dos es igual a dos cuartos, dos cuartos dividido entre dos es igual a un medio ó cuatro octavos dividido entre cuatro es igual a un medio

De lo anterior se puede decir que si dividimos cuatro octavos entre dos no es dos cuartos sino sería igual a un cuarto que es diferente de dos cuartos, si dividimos dos cuartos entre dos sería igual a un cuarto que es diferente de un medio y si dividimos cuatro octavos entre cuatro sería igual a un octavo que es diferente de un medio.

Figura 7. Simplificación.



6.2.ANALISIS DEL *SWE FRACCIONES* A TRAVÉS DE LA DIMENSIÓN DIDÁCTICA

Esta consta de una evaluación interna o relacional del *SWE Fracciones* que se enfoca inicialmente en el análisis de la relación del recurso con: el educando (estudiante), el educador (docente), el objetivo educativo, el contenido, la metodología o estrategias didácticas, los recursos didácticos y el tiempo y el lugar; a partir de la puesta en practica y la evaluación de los demás elementos que intervienen mediante el análisis de las opiniones que los docentes aportaron en las

encuestas. Además una evaluación externa que comprende algunas valoraciones de los docentes en unión al estudio del *SWE* y una evaluación de este recurso a partir de la relación parte-todo.

6.2.1. Evaluación Relacional o Interna. Se considera que no es suficiente la evaluación del *SWE Fracciones* por si solo sino que además se debe tener en cuenta el contexto educativo y quienes intervienen en este proceso, por esta razón se analiza la puesta en práctica del recurso a un grupo de 19 estudiantes de grado quinto de Básica Primaria mediante la relación del *SWE* con el educando y el análisis de la información que nos proporcionaron los 6 docentes de matemáticas mediante la relación del *SWE* con: el educador (docente), el objetivo educativo, el contenido, la metodología o estrategias didácticas, los recursos didácticos y el tiempo y el lugar

- La relación del software educativo con el educando:

Se tiene en cuenta que los estudiantes en la actualidad no son ajenos a la integración de las TIC's pues se encuentran rodeados de ellas en el entorno social y cultural en el que viven, así pues el hecho de que a ellos se les comente que tendrán acceso a los computadores ya crea curiosidad y entusiasmo a la hora de iniciar sus sesiones de clases.

Mediante la puesta en práctica se tuvo la oportunidad de constatar la acogida de este tipo de recursos didácticos por parte de los estudiantes con quienes se pone en práctica el *SWE Fracciones*. La puesta en practica fue de gran ayuda ya que pone en juego elementos propios de la evaluación relacional, en este caso principalmente fueron con los estudiantes a quien se les presenta inicialmente un cuestionario que persigue un objetivo principal, que es el de indagar los conocimientos que ellos tienen acerca de la conceptualización y operaciones de los números racionales, para posteriormente realizar la practica con este recurso y finamente volver a aplicar el cuestionario y estudiar detenidamente las respuestas obtenidas. Al resolver el cuestionario, se encontraron los siguientes elementos a destacar:

- A pesar de que los estudiantes a quienes se les aplicó el *SWE* tenían conocimientos previos, en el momento de responder el cuestionario presentaron dificultades en la conceptualización de los números racionales.
- Los estudiantes presentan dificultades en la representación y operatoria de los números racionales.
- Así, mismo no recuerdan haber utilizado las fracciones en situaciones de la vida cotidiana.

Los errores que más se destacaron fueron:

- En la adición algunos estudiantes cometieron el siguiente error, ellos sumaron independientemente los numeradores y los denominadores.

$$\frac{5}{3} + \frac{4}{3} = \frac{9}{6}$$

- Otro error que los estudiantes cometieron con respecto a la multiplicación de fracciones es que ellos redujeron a un común denominador y luego multiplicaron los numeradores

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{12}{6}$$

- Para la división de fracciones dividieron por separado los numeradores y los denominadores olvidando los residuos para cuando la división no es exacta.

$$\frac{4}{9} : \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

Luego, mediante la aplicación del *SWE* los estudiantes recordaron conceptos, formas de representación y operaciones con los números racionales; de la misma manera identificaron errores gráficos y propusieron formas de representación como las figuras geométricas, esto con el fin de facilitar el proceso de repartición en partes iguales de un todo. También propusieron que el uso de frutas como el banano y la manzana no eran adecuadas para representar una número racional porque en el momento de dividir las en partes iguales esta situación no era posible, aunque si se sabe el peso de cada fruta allí si se hubiese podido dividir en partes iguales.

Cuando los estudiantes se enfrentaron al desarrollo de las operaciones presentaron algunas dificultades en la ejecución de los algoritmos y representación del resultado de las operaciones. Particularmente en la parte de la división del *SWE* hay un texto en el que dice “para dividir hay que multiplicar”, pues esto no es muy claro y esto dificulta el proceso de aprendizaje.

Posteriormente cuando los estudiantes se les dijo que entraran a la ventana de *juegos y ejercicios*, se alegraron mucho y una vez al estar en contacto con esta parte se observó que ellos se divirtieron mucho pues los gráficos que allí se presentaban eran atractivos a simple vista, sin embargo cabe resaltar que este proceso solo alcanzó su verdadero significado en el momento que el docente se encuentra con ellos guiando el proceso, ya que ellos lo efectuaron por medio de ensayo y error, llevándolos a un proceso de reflexión.

Luego se realizó un proceso de evaluación que sugería el *SWE*, los estudiantes contestaron todas las preguntas a pesar de que a muchos de ellos se les bloqueó el computador y se obtuvieron los siguientes resultados

Tabla 4. Parte de evaluación del *SWE Fracciones*.

PARTE DE EVALUACIÓN DEL SWE FRACCIONES		
Numero de preguntas	Porcentaje de aciertos	Porcentaje de errores
20	75%	25%

Finalmente, se aplicó el cuestionario (Anexo A) propuesto inicialmente para que los estudiantes lo desarrollen. En éste se observó: que ellos reconocieron el significado de los números racionales desde sus experiencias, resolvían algunos problemas y operan con menor dificultad. Además se realizó un dialogo ameno en el que se indagó sobre la experiencia, comentaron que les gusta el trabajo en el computador y que sus docentes deberían utilizar este recurso para trabajar en clases para que estas sean mas interesantes y divertidas.

- La relación del software con el educador:

En lo que a ello se refiere, los docentes consideran que el *SWE Fracciones* puede ser implementado en los grados cuarto, quinto y sexto en donde los estudiantes ya tienen conocimientos previos y además suponen que este tipo de recursos pueden ayudar a afianzar la temática.

De acuerdo a la experiencia con el grupo de docentes a quienes se les entregó la encuesta para la evaluación del *SWE*, se puede apreciar que a pesar de que ellos presentan gran interés en este tipo de recursos no son utilizados con gran frecuencia en el aula de clases, algunas razones que ellos comentan por las que no lo hacen son: el difícil acceso a las aulas de informática que en ocasiones se encuentran ocupadas por docentes de otras áreas, eso debido a la extensión de algunos colegios como: el desplazamiento de los estudiantes de un lugar a otro que disminuye la cantidad de tiempo con los mismos y no permite el cumplimiento de las actividades propuestas para la jornada de trabajo, entre otras.

- La relación del software educativo con el objetivo educativo:

En cuanto a esto los docentes consideran que este recurso no cumple con todas las expectativas para su uso, pues presenta algunos errores conceptuales que se nombraran más adelante, estos errores pueden ocasionar dificultades a los estudiantes en el momento de aprender, sin embargo el diseño grafico hace que sea curioso y atractivo, por lo que se considera que se debería rediseñar este recurso teniendo en cuenta los Lineamientos Curriculares que mejoran el aprendizaje de las matemáticas.

- La relación del software educativo con el contenido:

Los docentes consideran que a pesar de que existen fuentes bibliográficas de fácil acceso en las temáticas de Básica Primaria siempre es necesario revisar otro tipo de documentos que ayuden a la elaboración de este tipo de recursos, lo anterior con el propósito de que los SWE sean de fácil comprensión, lúdicos y de especial interés para el estudiante; por esta razón se considera que a pesar de que este SWE sea atractivo y dinámico se deben poner en consideración los procesos que se deben llevar a cabo para la comprensión de los números racionales.

Teniendo en cuenta que en la práctica educativa se habla del aprendizaje de diversos contenidos curriculares, con respecto a cada uno de ellos los docentes consideran:

- Los contenidos declarativos (conocimiento):

Teniendo en cuenta que los primeros grados de escolaridad del estudiante son de importantes, aquí los niños deben recibir información y construir conceptos que sean significativos desde su entorno, el tipo de conocimientos que se dio en la incorporación del *SWE Fracciones* son cerrados y abren espacios de discusión a los estudiantes hecho que restringe su conceptualización, pues se presentan una serie de conceptos teóricos y gráficos que ya están dados y en los cuales no hay intervención alguna que lleve al estudiante a la reflexión.

- Los contenidos procedimentales, a las habilidades y a los actitudinales:

En lo que a ello se refiere, los docentes opinan que el SWE en lo que concierne a la operatividad con los números racionales carecen de significado y sentido, pues se limita más al aprendizaje de un algoritmo que al significado de cada una de sus representaciones. Se considera que en ocasiones los procesos que aquí se plantean pueden llevar a crear confusiones, un ejemplo de ello es en la división que esta contenida en la parte del *contenido* del *SWE Fracciones* en la que un texto dice “para dividir hay que multiplicar”, este enunciado es relativamente peligroso pues si no se encuentra bien fundamentado y explicado establece en el estudiante una serie de dudas.

Además, sugieren la creación de actividades donde se involucre la solución de problemas con la temática en particular relacionados con el contexto, esto le puede facilitar el desarrollo de habilidades operativas que aquí se proponen con mayor grado de familiaridad y significado para ellos, ya que se considera el SWE demasiado memorístico y carece de rigor matemático al incluir procesos que carecen de justificación.

De lo anterior se propone que las actividades permitan al estudiante la inclusión de procedimientos no sugeridos por el SWE que de igual forma le aporten de manera significativa a la comprensión de este conjunto numérico. En realidad se considera que cada conceptualización y procedimiento en matemáticas debe llevar al estudiante a la comprensión de la realidad, es decir que se trata de que la escuela

forme jóvenes capaces de asimilar y analizar cada momento y cada espacio en el que vive.

- La relación del software educativo con la metodología o estrategias didácticas:
Teniendo en cuenta que esta relación comprende tres variables importantes: la utilización del *SWE Fracciones* que se cataloga como una estrategia de enseñanza y aprendizaje, la forma como se utilizó el propio *SWE* y las actividades que el *SWE* propone como reforzadoras del aprendizaje. Partiendo de ello, los docentes proponen que este recurso se tome de una manera arbitraria pues no se desconoce los recursos que pueden ser de gran utilidad en el proceso sin embargo no lo utilizarían como estrategia que guía el proceso, pues como ya se ha mencionado antes presenta algunos errores conceptuales que se mencionaran mas adelante, por esta razón la forma como lo utilizarían los docentes encuestados es: como herramienta de instrucción, entrenamiento y motivación, las anteriores, si se tiene en cuenta que el docente estará presente guiando este proceso.

De acuerdo a lo anterior los docentes consideran que el enfoque que orienta el proceso de enseñanza y aprendizaje que propone el *SWE* es el “conductista” ya que en este se presenta una serie de reglas o normas que se debe llevar a cabo para lograr un objetivo, además estas en ocasiones no están justificadas lo que puede producir una serie de confusiones.

- La relación del software educativo con los recursos didácticos:
En lo que a esto se refiere los docentes argumentan que las instituciones educativas donde laboran cuentan con los requerimientos mínimos para la utilización de este tipo de recursos y que además ellos no están dispuestos para la integración del *SWE* al aula de clases, las dificultades radican en la calidad de estos, pues el uso conlleva al docente a realizar un proceso de evaluación que en ocasiones por la cantidad de tiempo que demandan sus labores académicas no es posible acceder y las oportunidades que tienen al usar este tipo de recursos se limita principalmente a aquellos que son certificados y tienen una amplia trayectoria en el aula escolar.

- La relación del software educativo con el tiempo y el lugar:
En lo que a esto se refiere, los docentes consideran que en ocasiones el desplazamiento de un lugar a otro conlleva a los estudiantes a desorientarse pues se modifica el ritmo de trabajo y en ocasiones cuando no se frecuenta en gran manera las aulas de informática se sienten ajenos al lugar, esto puede influir directamente en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

6.2.2. Evaluación Externa. Este apartado comprende algunas valoraciones de los docentes que aportan a la evaluación de los aspectos funcionales, técnicos y

pedagógicos, que componen el *SWE Fracciones*, tomando como herramienta de apoyo el estudio detallado de las características de los programas educativos multimedia que propone Marqués (2001).

Por esta razón se tienen en cuenta los siguientes aspectos con el propósito de estudiar la eficacia del recurso así como la manera de cómo este facilita el cumplimiento de los objetivos educativos:

- Facilidad de uso e instalación:

Antes de instalar el programa se debe tener en cuenta los requisitos mínimos que están en el manual del usuario y son:

- Procesador Pentium II 300Mhz
- Memoria 32 MB en RAM
- Unidad Cd Rom 24x
- Espacio en Disco .Duro. 320 MB
- Windows 95,98,Me,Xp
- Tarjeta de sonido, parlantes

En cuanto al proceso de instalación del *SWE Fracciones* en Windows Vista no funcionó y se puede afirmar que causa algunas dificultades porque se debe primero copiar en su totalidad la carpeta que contiene al *SWE* en un lugar del computador, los pasos que se siguen para su instalación son:

1) Se da click en el icono de instalación apareciendo en la pantalla el ESTADO DE INSTALACIÓN.

2) Se da click en la palabra SIGUIENTE que se supone que el programa allí se instalara, pero no es así lo que ocurre es que aparece un nuevo letrero que dice:

Installconstruct. El archivo de abajo no ha podido extraerse. Puede ser que ya este siendo utilizado por el sistema o se encuentre asegurado por otra aplicación. Será omitido. C:\WINDOWS\System\Font Xtra.x32 Aceptar
--

3) Ahora se debe dar aproximadamente 300 clics en la palabra aceptar, para que la instalación sea exitosa.

4) Después de la opción de reiniciar el equipo en el instante o mas tarde, de esta manera aparece en el lugar donde se instalo el programa el icono siguiente (en el cual se le da click y se tiene la oportunidad de conocer lo que contiene el *SWE Fracciones*):

Figura 8. Icono de entrada al programa.



los numeros fraccionarios.exe

5) Para desinstalar se elimina toda la carpeta que contiene al *SWE Fracciones*.

Es importante tener en cuenta que la instalación del programa en un computador debe ser de una forma sencilla y rápida; también su desinstalación para cuando llegue el momento de quitar el programa del computador y por lo tanto esto no se cumple en el *SWE Fracciones*.

- Versatilidad (Adaptación a Diversos Contextos):

Este tipo de recursos, solo tiene validez en el momento en que es llevado al contexto escolar como una herramienta que integra el Conocimiento Matemático en la escuela a través del fenómeno de la Transposición Informática en el que el estudiante tiene la oportunidad de hacer uso de las TIC's en la aprehensión y/o afianzamiento del conocimiento.

Los buenos SWE según Marqués (2001) son adaptables como estrategia didáctica a diferentes formas de trabajo, es decir, ya sea de forma individual o colectiva de acuerdo a las necesidades del proceso que se lleve a cabo, este programa fue diseñado para el trabajo en parejas de estudiantes o de manera individual, por las siguientes razones:

- La parte del *contenido* la pueden trabajar como máximo dos personas, porque tienen la posibilidad de dar lectura y escuchar el audio del programa cuando aparece en cada una de las imágenes.
- La parte de los *juegos y ejercicios* también la pueden trabajar en parejas de estudiantes porque da la posibilidad de que ellos discutan, interpreten y solucionen los ejercicios que aparecen en esta sección.
- La parte de la *evaluación* permite que el estudiante trabaje de forma individual porque el cuestionario solo está diseñado para una sola persona, como se puede observar en la siguiente imagen solo se puede escribir el nombre de una sola persona.

Figura 9. Cuestionario.

The image shows a screenshot of a questionnaire interface. At the top, the word "CUESTIONARIO" is written in bold red letters. Below this, there are two input fields: one for "Nombre:" and another for "Numero de preguntas (1-20)". A red button labeled "comenzar" is positioned below the input fields. In the bottom right corner, there is a small green circular icon with the word "Menú" inside it.

De lo anterior cabe resaltar que es importante trabajar en grupo porque permite que los estudiantes discutan sus opiniones para luego llegar a un acuerdo.

De esto es importante resaltar lo que la teoría sociocultural del lenguaje y del desarrollo cognoscitivo de Lev Vygotsky, quien considera que el conocimiento no se construye individualmente, sino se construye colectivamente entre varios y también que los niños están provistos de ciertas “funciones elementales” (percepción memoria, atención y lenguaje) que se trasforman en funciones mentales superiores a través de la interacción.

- Calidad del entorno audiovisual:

Para la evaluación del *SWE Fracciones* sobre la calidad del entorno audiovisual es necesario saber su diseño general y atractivo de las pantallas, su calidad técnica y estética en sus elementos y su adecuada integración de medios audiovisuales.

Diseño general claro y atractivo de las pantallas: el *SWE Fracciones* posee un diseño comunicativo interesante pues a simple vista, posee gráficos y colores que le son atractivos al estudiante, estos a su vez están acompañados de poco texto facilitando en el estudiante la lectura.

Calidad técnica y estética en sus elementos:

- En la parte del *contenido*: cada uno de los títulos son acordes al tema que se esta tratando en ese momento, los botones y los menús funcionan casi todos excepto el menú de salida del *SWE Fracciones*.

- En la parte de *juegos y ejercicios*: los botones y los menús funcionan correctamente.

- En la parte de *evaluación*: no funcionan bien los botones, al intentar dar repuesta de selección única, permiten bloquear el programa.

Además posee audio (con voz de mujer) y sonidos en algunas imágenes que hacen dinámica y entretenida la navegación por este programa.

Adecuada integración de medios audiovisuales:

Los gráficos y el texto se encuentran bien distribuidos y el color es bastante vistoso y fuerte, todo esto permite dar vida a las imágenes que aparecen en este *SWE* tutorial multimedia.

- La Calidad en los contenidos:

Lo que se refiere a este ítem se debe priorizar en la parte del *Contenido* la conceptualización del conocimiento matemático a través del estudiante por lo que se considera que la manera en que se presenta la conceptualización de los números fraccionarios no esta completa porque el *SWE Fracciones* únicamente maneja la conceptualización, operatoria y relaciones de los números fraccionarios de manera grafica, es decir que favorece algunos aspectos que tienen que ver con las representaciones graficas sin tener en cuenta otros tipos de interpretaciones matemáticas. En la parte de la *evaluación* se presentan preguntas que en su gran mayoría son de tipo conceptual y algunas de análisis, aunque en ocasiones estas presentan cierto tipo de ambigüedad, es decir que las opciones de respuesta son exactas y perfectamente todas las opciones que se ofrecen podrían tener un significado verdadero.

En lo que se refiere a la ortografía y a los textos que aparecen en cada una de las ventanas se puede afirmar que: hay algunos errores ortográficos y la construcción de las frases es correcta.

La presentación del contenido del *SWE Fracciones* de acuerdo a sus diseñadores es recomendado para estudiantes de grado cuarto y quinto de Básica Primaria, pero los docentes que ayudaron a evaluar este recurso afirmaron que debe ser utilizado por estudiantes de grado quinto de Básica Primaria y sexto de Básica Secundaria como una herramienta de apoyo, después de que los estudiantes hayan tenido una exploración previa de la temática por medio de actividades en las que tengan la oportunidad de entender y analizar la cercanía de este tipo de conocimiento con la cotidianidad a manera de refuerzo cognitivo.

- Navegación e interacción:

En lo que se refiere a la navegación y la interacción con el usuario, inicialmente se presenta la primera imagen (Ver: Figura 9), que permite el acceso a diferentes aspectos como son: *Contenido, evaluación, juegos y ejercicios y salir*.

También se puede observar que en la parte inferior de la ventana se encuentra a cada lado de ella dos iconos, en los que podemos encontrar los créditos y la opción ayuda: en la primera encontramos los nombres de los diseñadores y los asesores de este proyecto, en la segunda se encuentra la explicación de algunos iconos que aparecen en el programa, lo que se considera una guía no adecuada pues no resuelve las dudas e inquietudes que puede llegar a tener el usuario.

Figura 10. Inicio.



A continuación se explicara cada uno de los menús de esta ventana principal:

1) En la parte del *contenido* presenta una serie de opciones como:

- Los fraccionarios: en esta parte se realiza una introducción a los números fraccionarios a través de una serie de ejemplos para luego realizar una conceptualización de este.
- Términos de los fraccionarios: aquí se explica el significado de los términos de los números fraccionarios, se realizan algunos ejemplos.
- Clases: al dar click en esta palabra aparece una nueva ventana en la que se visualiza una clasificación de los números fraccionarios de acuerdo a la comparación y son las fracciones: homogéneas, heterogéneas, propias e impropias, equivalentes y aparentes. A su vez cada clase nos lleva a un contenido.
- Amplificación y simplificación: se presentan procesos mecánicos para ampliar o reducir números racionales.
- Operaciones: se indica el proceso numérico y la graficación de cada una de las operaciones como son: la suma, la sustracción, la multiplicación y la división.

2) En la parte de *evaluación* se presenta una ventana en la que se debe colocar el nombre del usuario y el número de preguntas que desea contestar, dicha cantidad de preguntas se encuentra en un intervalo entre 1 a 20, las cuales son de tipo 1 es decir que consta de una pregunta y varias opciones de respuesta.

3) En la parte de *juegos y ejercicios* se presentan dos opciones los juegos y los ejercicios, si se escoge los juegos tenemos:

- Pintar: aquí aparecen una serie gráficos que deben pintar de colores de acuerdo a una serie de instrucciones que se despliegan como por ejemplo: de

color azul los números fraccionarios propios, de color verde los números fraccionarios impropios, etc.

- Operaciones: aquí se presentan una serie de ejercicios numéricos en los que se debe realizar las operaciones de suma, resta, multiplicación y división. Para dar la respuesta adecuada a cada una de las operaciones se observa las opciones graficadas y con el cursor se coloca la grafica al frente de cada una de las operaciones dadas, si la respuesta es correcta la grafica se queda al frente de la operación, si la respuesta es incorrecta la grafica se regresa al lugar donde estaba.

- Clases: en esta ventana se muestra dentro de un circulo varios números fraccionarios y por fuera de el se encuentra una bolsa, una caja y una nube. La mecánica de este juego es llevar las fracciones propias a la bolsa, las fracciones impropias a la caja y las fracciones impropias a la nube.

- Parejas: en esta ventana en el lado izquierdo de la pantalla se puede ver una columna de algunos números fraccionarios y al frente su representación grafica. La mecánica de este juego es la de hacer corresponder a cada el número su representación grafica.

- Camino de las operaciones: la mecánica de este juego es hacer que el ratón llegue a la meta que es el queso, pero para llegar a la meta se debe realizar varias operaciones. Este camino solo se podrá seguir en la medida en que las respuestas sean correctas, para responder cada pregunta tiene un tiempo determinado.

Si se escoge los ejercicios aparece una ventana con las opciones de: suma, resta, multiplicación, división, simplificación y amplificación. Dentro de cada una de las operaciones y relaciones, hay varios ejercicios que se deben solucionar escribiendo la respuesta, para ello también hay una opción de ayuda que son las tablas de multiplicar, que se despliegan al hacer click en el icono que se puede observar a continuación:

Figura 11. Icono de entrada a las tablas de multiplicar



4. Finalmente, encontramos la opción *salir* que nos permite abandonar el *SWE*. Cuando se da click en la palabra salir aparece en la ventana la pregunta: ¿En verdad desea salir? y las opciones SI y NO

- Originalidad y uso de tecnología avanzada:

Indiscutiblemente, la integración de las TIC's en el aula de clases despierta en los estudiantes gran interés y curiosidad, pues actualmente el uso del computador en la actualidad es común y puede servir de gran ayuda para entender muchos temas de varias áreas. El *SWE Fracciones* resulta atractivo ya que el sonido y las graficas que se presentan ayudan a la comprensión de algunos temas a cerca de este sistema de numeración pero otras graficas presentan algunas fallas con relación al contenido.

- Capacidad de motivación:

El contenido del recurso en cuestión de imágenes es atractivo, pero se presentan ejercicios que motivan al estudiante a no desarrollarlas, causando que ellos contesten sin pensar por lo que es necesario que el estudiante también tenga la voluntad y las ganas de aprender los contenidos mediante estos recursos.

Figura 12. Ejercicios

Realicemos las siguientes operaciones

Divide las siguientes fracciones

$$\frac{8}{7} \div \frac{8}{6} = \boxed{}$$

Escribe el resultado en cada casilla y presiona la tecla ENTER

$$\frac{1}{8} \div \frac{5}{7} = \boxed{}$$

Aceptar

$$\frac{3}{9} \div \frac{7}{10} = \boxed{}$$

TABLAS DE MULTIPLICAR

En la parte del *contenido* del *SWE Fracciones* se presentan escritos que no son de interés de los estudiantes debido a que no entienden el contenido provocando en ellos seguir con otra ventana. Por ejemplo la siguiente imagen:

Figura 13. Común denominador.

Común denominador

Reducamos $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ a un común denominador:

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

Común denominador

Para reducir dos o más fracciones a común denominador, buscamos primero los denominadores para ello multiplicamos el numerador del fraccionario por los denominadores de los otros fraccionarios menos por el suyo. Para encontrar el denominador común multiplicamos entre sí los denominadores.

Seguir

Regresar

- Adecuación a los usuarios y a su ritmo de trabajo:

El *SWE Fracciones* no parte de los conocimientos iniciales de los estudiantes, pues presenta contenidos de la manera cotidiana basados en textos diseñados para estudiantes de grado cuarto y quinto de Básica Primaria, ello nos muestra que algunos programas no pueden funcionar como eje orientador del proceso educativo, pues se requiere de la orientación del docente quien se encarga de indagar en los esquemas individuales de los estudiantes para posteriormente idear o crear estrategias que favorezcan el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Sin embargo, es un buen recurso de ejercitación pues es atractivo a los estudiantes, por esta razón se debería considerar actividades por parte del docente en las que el estudiante coloque en juego la capacidad de análisis e interpretación de la información.

- Potencialidad de los recursos didácticos:

En cuanto al empleo de actividades de diferentes tipos que propician la orientación del conocimiento, son únicamente de ejercitación pues el *SWE Fracciones* es de índole numérico y no existe orientación alguna con respecto a las dudas que se puedan presentar en las actividades, pues a pesar de que existen algunas explicaciones para su desarrollo no son lo suficientemente claras.

- Fomento de la iniciativa y el autoaprendizaje:

En la parte de *ejercicios* del *SWE Fracciones* se puede observar que las actividades que aquí se proponen son de ensayo y error, aquí los estudiantes solo se dedican a responder sin penar en el proceso que los lleva a esa solución.

En la parte de *evaluación*, se encuentra un cuestionario y en momento en que el estudiante lo responda totalmente, no se puede identificar la equivocación que se presenta, por tanto no lleva al estudiante a analizar el proceso de la evaluación. En el *SWE Fracciones* debería existir las respuestas al cuestionario que aparece allí, por lo general todas las posibilidades de respuestas se familiarizan mucho.

- Enfoque pedagógico actual:

En la actualidad, se habla de conocimientos significativos, que solamente se logran a través de un proceso en el que el estudiante reorganiza la información que construye desde su cotidianidad y la que las actividades le proporcionaron para llevarlo a pensar y construir su propio concepto.

Este *SWE* a juzgar por el tipo de evaluación que propone como medio de aceptación en la aprehensión del conocimiento, se podría decir que uno de sus objetivos es la ejercitación, el proceso mecánico para el desarrollo de las operaciones y representación gráfica de los números racionales, así que el enfoque constructivista está muy lejano por lo que el conocimiento ya está dado.

En lo que se refiere a la documentación, el *SWE* está acompañado únicamente del manual de usuario en el que se explica las partes de las cuales está compuesto, los requerimientos mínimos para su uso y a los destinatarios a quien va dirigido.

Aquí le hace falta los objetivos que se desea alcanzar en cuanto a conocimientos se refiere, pues aunque está dirigido a estudiantes de grado cuarto o quinto de Básica Primaria según sus diseñadores, se puede decir que este recurso no es favorable como primer paso de acercamiento al mundo de los números racionales.

Finalmente, el contenido que se presenta aquí no tiene bibliografía pertinente que de confiabilidad a la información que aquí se emite según los diseñadores del *SWE Fracciones*, esta se recopila a partir de la realización de un diario de campo que se realizó mediante el acompañamiento de una clase de matemáticas que se ejecutó mediante un método tradicional y a partir de textos escolares de matemáticas de grado quinto como son:

- Matemática Básica Primaria (1999). Grupo Editorial Norma.
- Aventura Matemática. Serie de matemáticas para la Educación Básica Primaria (1998). Grupo Editorial Norma.
- Matemática MIGEMA 4º (1998). Ediciones MIGEMA.
- Matemática MIGEMA 5º (1998). Ediciones MIGEMA.

- Esfuerzo cognitivo:

El *SWE Fracciones* desarrolla las capacidades de ejercitación, cálculo y resolución de problemas en forma escrita y gráfica mediante actividades, pero estas carecen de ejercicios de comparación, síntesis, análisis y razonamiento.

Este recurso fue diseñado para estudiantes de grado cuarto y quinto de Básica Primaria, es decir para estudiantes que deben estar aproximadamente entre los 10

a los 12 años. Según Piaget ²¹ el desarrollo cognitivo sigue una secuencia invariable, esto quiere decir que los niños pasan por cuatro etapas. El desarrollo del tema de los números racionales en el aula de clases comprende estas dos etapas:

- La etapa de las operaciones concretas comprende entre los 7 a los 11 años: se debe tener en cuenta que a esta edad el niño aprende las operaciones lógicas de seriación, clasificación y de conservación.
- La etapa de las operaciones formales comprende de los 11 a 12 años en adelante: aquí el niño tiene la capacidad de resolver problemas de lógica, comprender las relaciones conceptuales entre operaciones matemáticas, ordenar y clasificar los conjuntos de los conocimientos.

6.2.3. Evaluación a partir de la relación Parte-Todo. El *SWE Fracciones* en un primer momento al iniciar con la concepción de número racional toma como ejemplos las frutas, estas sirven como nociones cualitativas, pero si se quiere dividir la manzana en cinco partes iguales no se puede dentro del contexto cotidiano, pues se puede dividirla pero no exactamente.

También es necesario describir diferentes situaciones que se de a conocer al estudiante que el todo esta formado por varios elementos, asumiendo que todos estos sean iguales; es decir que se tratara con fracciones mayores que la unidad y no centrarse solo en las fracciones que son menores que la unidad.

Sin embargo el *SWE* posee varios ejemplos numéricos y graficas que ayudan al estudiante a ejercitarse en el proceso de los algoritmos, pero carece de situaciones que estén relacionadas con el contexto discreto, estas situaciones son necesarias en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los números racionales porque es importante que los estudiantes comprendan desde otra perspectiva la noción de fracción.

De otro lado se pone en consideración que si el *SWE Fracciones* fue diseñado para estudiantes de grados cuarto y quinto de Básica Primaria, aquí se deben cumplir a cabalidad con los Estándares del sistema numérico que propone el MEN para estos grados, de acuerdo a la temática de los números racionales.

- Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte–todo, cociente, razones y proporciones.
- Utilizo la notación decimal para expresar fracciones en diferentes contextos y relaciono estas dos notaciones con la de los porcentajes.

²¹ KLINGER, C. y Vadillo, G. (2000). La Psicología Soviética. En: Psicología Cognitiva, Estrategias en la Practica Docente. Mexico: Mc GrawHill. Pág. 40-68.

El *SWE Fracciones* no cumple en su totalidad con estos estándares porque se limita al estudio de algoritmos, solución de ejercicios numéricos y representaciones gráficas de las fracciones, lo que faltaría aquí sería que se escogiese un enfoque por el cual el *SWE* pueda desarrollar su contenido. Los enfoques pueden ser las fracciones interpretadas como las relaciones parte-todo, cociente, razones y proporciones.

6.3. ANALISIS DEL *SWE FRACCIONES* A TRAVÉS DE LA DIMENSIÓN TECNOLÓGICA

Al tratar de llevar el Conocimiento Matemático a un ambiente informático se define como el proceso de Transposición Informática, en este caso la temática de los números racionales se da a conocer a través del *SWE Fracciones*, en el que se observa que la integración de este recurso, hizo que la enseñanza y aprendizaje de los números racionales sea más compleja desde un punto de vista didáctico debido a que se cambió la forma de enseñanza como resultado del proceso de la Transposición Informática, pero de cierta manera ayudó al estudiante a ser más autónomo para el desarrollo del aprendizaje de la temática mencionada anteriormente, el riesgo de esta integración es que en lugar de ayudar a los estudiantes a volverse más rápidos al ejecutar los algoritmos: hubiesen construido comprensiones equivocadas y que ellos hubiesen disminuido su ritmo escolar.

Sin embargo cabe destacar también que en la mediación del ambiente tecnológico en la propuesta didáctica generó gran expectativa en los estudiantes, mejorando el aspecto de actitud y disposición, el cual es uno de los factores influyentes en el aprendizaje de cualquier conocimiento, así que los estudiantes no tuvieron que preocuparse por procesos repetitivos de la enseñanza tradicional, sino enfocarse en reflexionar sobre lo que aparece en la pantalla del computador.

Según Balacheff, N. (2000) “para superar tales dificultades debemos considerar el ambiente basado en el computador no como un sistema aislado, sino como parte de un sistema más grande que incluye al profesor. Se considera este sistema desde dos puntos de vista: la máquina como parte de las situaciones didácticas organizadas por los profesores, o la máquina como un compañero del profesor.”

De lo anterior se deduce la importancia que los docentes deben tener en el momento de integrar recursos como el *SWE Fracciones*, sean capaces de conocer y entender los aspectos que pueden brindarse en un proceso didáctico, para lograr un acercamiento de mayor facilidad al conocimiento que se quiera transmitir a los estudiantes.

7. CONCLUSIONES

El desarrollo de la presente investigación da lugar a una serie de resultados y recomendaciones que a nuestra manera de ver, aportan de manera significativa al campo de la educación matemática, pues la evaluación de este tipo de recursos es necesaria antes de integrar efectivamente las TIC's a un ambiente educativo.

7.1. CONCLUSIONES ACERCA DE LOS RESULTADOS

La propuesta de evaluar un SWE mediante una serie de procesos, permite a los docentes de matemáticas concientizarlos de que este análisis es muy importante realizarlo antes de integrar un recurso al aula de clase porque se pueden presentar problemas de contenido, técnicos y didácticos, pues si no se evalúa a tiempo puede presentarse algunas fallas y dificultades en el momento en que el estudiante este construyendo el conocimiento.

El *SWE Fracciones* presenta algunos errores matemáticos conceptuales que pueden ocasionar dificultades futuras en los estudiantes en el momento de trabajar con los números racionales, aquí también se debe tener en cuenta que la creación de este tipo de recursos debe involucrar los Estándares de Competencia propuestos por el Ministerio de Educación Nacional.

Para la enseñanza y aprendizaje de los números racionales se debe enfatizar en los estudiantes que el todo no es solo una unidad sino que también se lo debe tratar como un conjunto de unidades o objetos que posean las mismas características para que luego el estudiante no presente dificultades con las fracciones mayores que la unidad.

La integración de las TIC's al aula de clases genera gran expectativa en los estudiantes, mejorando el aspecto de actitud y disposición, el cual es uno de los factores influyentes en la construcción de cualquier conocimiento. Los estudiantes que estén en ese ambiente no deben preocuparse por procesos repetitivos de la enseñanza tradicional, sino enfocarse en reflexionar sobre lo presentado en la pantalla del computador y debe haber mas complementariedad entre el ambiente de lápiz y papel y el Ambiente Informático de Aprendizaje

Los docentes que quieran integrar las TIC's al aula de clases, deben tener presente que esos recursos no deben ser libros visuales si no que permitan que el estudiante desarrolle sus destrezas, habilidades y capacidades cognitivas.

Para finalizar, se concluye que se debe tener en cuenta que la elaboración de SWE acerca del sistema de numeración de los racionales son muy escasos, entonces resultaría interesante que en un próximo trabajo se elaborara un SWE de los números racionales a partir de la relación parte-todo desarrollado y conformado por la unión de docentes y estudiantes de informática y matemáticas.

7.2. RECOMENDACIONES

La integración de este tipo de recursos pedagógicos al aula de clases despierta en los estudiantes gran curiosidad, por esta razón se considera importante que la elaboración de este tipo de SWE, sea realizado por un grupo interdisciplinario de profesionales en informática y educación matemática, pues ello permitirá que estos recursos sean de calidad y el proceso de enseñanza y aprendizaje de los números racionales sea para los estudiantes de mayor comprensión y entendimiento.

Este tipo de recursos pedagógicos aportan de manera significativa al proceso de enseñanza y aprendizaje de los números racionales, pero únicamente en la medida en que este acompañado de un docente encargado de apoyar y guiar este proceso, pues los pasos que se llevan a cabo con los estudiantes son siempre variables y el docente debe estar siempre atento a las ideas que ellos construyen ya sea a partir de actividades que el docente diseñe para ser usadas con el SWE o mediante experiencias de su vida que solo tendrán reconocimiento en el momento en que sean validadas por procesos lógico-matemáticos. El profesor que trabaje con un SWE debe diseñar actividades y situaciones didácticas que tengan sentido en el Ambiente Informático.

En cuanto a los aspectos técnicos del *SWE Fracciones*, éste no es muy conveniente porque en el instante menos pensado el computador se bloquea, provocando una interrupción de la temática en la que se este trabajando.

Seria de gran utilidad el manejo y la conceptualización de los números racionales desde otros enfoques como las relaciones de razones, proporciones, cociente y medición, para que posteriormente no se puedan presentar complicaciones cuando el ámbito en el que se presenta este tipo de numeración no sea el mismo. Además se debe tener en cuenta que el tipo de representaciones matemáticas debe ser variado para que el estudiante en el momento de comprender el conocimiento sea capaz de construir este tipo de conceptos en diferentes contextos escolares.

El *SWE Fracciones* parte de la conceptualización de unidad, para posteriormente fraccionar en partes “iguales”, es importante que se coloque en juego el proceso inverso es decir que se le presente a los estudiantes cantidades fraccionadas para que lleguen a construir el todo, ello les permitirá realizar un análisis mas profundo acerca de la unidad como un todo.

La calidad de actividades que debe proponer un SWE son de vital importancia ya que en cierta medida llevan a los usuarios a indagar, investigar y a ir mas allá de su conocimiento cotidiano, despertando en el usuario procesos y actitudes de autoaprendizaje, hay que tener en cuenta que en cierta manera el conocimiento memorístico esta ya abolido, pues en la mayoría de las ocasiones se olvida con facilidad, ya que este no es significativo para el estudiante y carece de sentido.

BIBLIOGRAFÍA

BALACHEFF, N. (1988). La Transposition Informatique Note Sur Un Nouveau Problème Pour La Didactique. En : Actes du Premier Colloque Franco-Allemand de Didactique des Mathématiques et de L'Informatique. Edition: La Pensée Sauvage.

BALACHEFF, N. (2000). Entornos Informáticos para la Enseñanza de las Matemáticas: Complejidad Didáctica y Expectativas. En: "Matemáticas y Educación: Retos y Cambios Desde una Perspectiva Internacional". Editores Principales: N. Gorgorió, J. Deulofeu, A. Bishop. ICE de la Universitat de Barcelona. Editorial Graó. Barcelona. pp. 93-108.

BOYER, C. (1990). Historia de la Matemática. Editorial Alianza Universidad. Madrid.

COHEN, L. y MANION, L. (1990). Métodos de Investigación Educativa. Editorial Aula Abierta. Barcelona, España.

CORIAT, M. (1997). Materiales, Recursos y Actividades un Panorama. En Rico, L. (Coord.). La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria 12. Colección Cuadernos de Formación del Profesorado. Editorial Horsori. Universitat de Barcelona.

DELGADO, H. y VALLEJOS, O. (2002). Producción de un Software Educativo Multimedial Para la Enseñanza y Aprendizaje de los Números Fraccionarios. Trabajo de grado, Universidad de Nariño, Pasto.

DIAZ, G., GRIMÁN, A., PÉREZ, M. Y MENDOZA, L. (2002). Instrumento de Evaluación de un Software Educativo Bajo un Enfoque Sistémico. En: VI Congreso Iberoamericano de Informática Educativa. Vigo, España.

ECHEVERRI, D. y GOMEZ, R. (1999) Rayuela. Matemática Básica Primaria. Grupo Editorial Norma, Quinta reimpresión. Impreandes. Cali Colombia.

GLABÁN, S. y ORTEGA, C. (2002). Evaluación Didáctica de Software Educativo. Facultad de Pedagogía, Universidad Panamericana, Campus Ciudad de México. Disponible en Internet. En: bibliotecadigital.conevyt.org.mx/colecciones/documentos/somece2002/Grupo2/galbanlo.pdf. Visitado en Febrero 26 de 2008.

- HILGUERAS, L. (2003). Aprendizaje y Matemáticas. En CHAMORRO (Coord.). Didáctica de las Matemáticas para Primaria. Madrid, España: Pearson-Prentice Hall.
- KLINGER, C. y VADILLO, G. (2000). La Psicología Soviética. En: Psicología Cognitiva, Estrategias en La Práctica Docente. México: Mc GrawHill.
- KLINGER, C. y VADILLO, G. (2000). Piaget y la Psicología Genética. En: Psicología Cognitiva, Estrategias en La Práctica Docente. México: Mc GrawHill.
- LAGRANGE, J., ARTIGUE, M., LABORDE C. and TROUCHE, L. (2003). Technology and Mathematics Education: A Multidimensional Study of the Evolution of Research and Innovation. En A. Bishop et al. (Eds). Second International Handbook of Research in Mathematics Education. (pp.239-271). Kluwer Academic Publishers, Holanda, Dordrecht.
- LLINARES, S. y SÁNCHEZ, V. (1997). Fracciones. Colección: Matemáticas y Cultura. Editorial Síntesis. Universidad de Sevilla.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares en Educación Matemática. Editorial Magisterio. Bogotá.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (1999). Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas. Serie Lineamientos curriculares. Editorial Punto EXE. Bogotá.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Editorial Magisterio. Bogotá.
- MUÑOZ, H. (1998).Aventura Matemática. Serie de matemáticas Para la Educación Básica Primaria. Grupo Editorial Norma. Cali Colombia.
- OBANDO, G. (1995). La Enseñanza de los Números Racionales a Partir de la Relación Parte-Todo. Tesis Magíster, Universidad del Valle, Colombia
- OBANDO, G. (2003). La Enseñanza de los Números Racionales a Partir de la Relación Parte-Todo. En: Revista EMA, Universidad de los Andes. Vol. 8, No. 2. Editorial Una Empresa Docente, Universidad de los Andes. Bogotá.
- TROUCHE, L. (2004). Environnements Informatisés Et Mathématiques: Quels Usages Pour Quels Apprentissages? En: Educational Studies of Mathematics Education. Vol. 55, No. 1-3. Editorial Springer Netherlands. pp. 181 – 197. Holanda.

ZAPATA, O. y otros. (1998). Matemática MIGEMA 4º- 5 º de Educación Básica Primaria. Primera edición Ediciones MIGEMA Ltda. Santafé de Bogotá.

COHEN, M. y Pérez, G. Investigación Acción. [Versión electrónica], de <http://pdfincondelvago.com/investigacion-accion.htm>

MARQUÉS, P. (2001). Plantilla para la Catagolación y Evaluación Multimedia. [Versión electrónica], de <http://www.peremarques.net/evalua.htm>

MARQUÉS, P. (2001). Software Educativo. [Versión electrónica], <http://www.xtec.es/-pmarques/edusoft.htm>

ANEXOS

Anexo A: Cuestionario

Objetivo General

- Recolectar información útil acerca de la conceptualización de los números racionales para posteriormente establecer patrones de comparación con la aplicación del *SWE Fracciones*.

Objetivos Específicos

- Identificar en los estudiantes el concepto de números racionales mediante el desarrollo de actividades prácticas en las que se involucren este sistema numérico.
- Establece relaciones de orden mediante el ejercicio de comparación entre dos o más números racionales.
- Desarrolla de manera adecuada operaciones que involucren los números racionales.
- Resuelve adecuadamente problemas de la vida cotidiana que involucran procesos de razonamiento y modelación.

Competencias

- Identifica los números racionales en diferentes contextos de su vida cotidiana.
- Utiliza los números racionales en la resolución de problemas en los que se involucran operaciones y relaciones de orden.

Logros

- Elabora conceptos personales y adecuados de los números racionales.
- Establece relaciones de orden mediante la comparación o graficación de números racionales.
- Utiliza adecuadamente las operaciones con los números racionales para resolver situaciones prácticas.

Resuelve las siguientes preguntas.

1. ¿Que entiendes por números fraccionarios o racionales?
2. ¿Existen situaciones de tu vida diaria en las que hayas utilizado las fracciones?
3. Dado un conjunto de 12 objetos, repartirlo en tres partes iguales. ¿a que fracción corresponde cada parte?

4. Representa gráficamente y organice las siguientes fracciones:

$$\frac{1}{3}, \frac{5}{9}, \frac{2}{6}, \frac{6}{2}, \frac{4}{3}, \frac{9}{6}$$

5. Efectuar las siguientes operaciones:

$$a) \frac{2}{3} + \frac{4}{3}$$

$$b) \frac{2}{4} - \frac{5}{3}$$

$$c) \frac{4}{5} \times \frac{2}{5}$$

$$d) \frac{7}{8} \div \frac{1}{9}$$

Anexo B: Ficha de Evaluación diseñada por Pere Marqués.

FICHA DE CATALOGACIÓN Y EVALUACIÓN MULTIMEDIA

Título del programa: _____

Autores: _____

Editorial: _____

Temática: _____

Objetivos:

Contenidos que se tratan:

(hechos, conceptos, procedimientos, actitudes)

Destinatarios:

(subrayar uno o varios de cada apartado)

TIPOLOGÍA:

– Ejercitación

– Tutorial

– Base de datos

- | | | |
|---------------|---------------|---------|
| – Libro | – Simulador | – Juego |
| – Constructor | – Herramienta | |

USOS POSIBLES:

- | | | |
|--------------|------------------|----------------|
| – Entrenar | – Instruir | – Informar |
| – Motivar | – Explorar | – Experimentar |
| – Expresarse | – Comunicarse | – Entretenerse |
| – Evaluarse | – Procesar datos | |

ENFOQUE PEDAGÓGICO:

- | | | |
|---------------|----------------|-------------------|
| – Conductista | – Cognitivista | – Constructivista |
| – Ninguno | | |

DOCUMENTACIÓN:

- | | | |
|--------------------------|------------------|------------------|
| – Manual | – Guía didáctica | – Manual on-line |
| – Guía didáctica on-line | – Otros | – Ninguna |

Breve descripción:

Requisitos técnicos:

(hardware y software)

Valores que potencia o presenta

(valorar EXCELENTE(E), ALTA(A), CORRECTA(C) o BAJA(B))

ASPECTOS FUNCIONALES. UTILIDAD

_____ Eficacia (puede facilitar el logro de los objetivos que pretende).

_____ Facilidad de uso e instalación (entorno amable).

_____ Versatilidad (ajustable, modificable, niveles de dificultad, evaluación, informes).

ASPECTOS TÉCNICOS Y ESTÉTICOS

_____ Calidad del entorno audiovisual (pantalla).

_____ Calidad en los contenidos (texto, audiovisual).

_____ Navegación e interacción.

_____ Originalidad y uso de tecnología avanzada.

ASPECTOS PEDAGÓGICOS

- _____ Capacidad de motivación.
- _____ Adecuación a los usuarios (contenidos, actividades, entorno, comunicación).
- _____ Potencialidad de los recursos didácticos (actividades, organizadores, preguntas, tutorización).
- _____ Fomento de iniciativa y autoaprendizaje.
- _____ Enfoque pedagógico actual.
- _____ Documentación (SI TIENE).

(marcar uno o varios)

Esfuerzo cognitivo que exigen sus actividades:

- | | |
|--------------------------------|--|
| – Control Psicomotriz | – Razonamiento (Deductivo, Inductivo, Crítico) |
| – Memorización - Evocación | – Pensamiento Divergente -Imaginación |
| – Comprensión - Interpretación | – Resolución De Problemas |
| – Comparación - Relación | – Expresión (Verbal, Escrita, Gráfica) - Crear |
| (Orden, Clases) | – Exploración / Experimentación. |
| – Análisis - Síntesis | – Reflexión Metacognitiva. |
| – Cálculo | |

OBSERVACIONES

Ventajas que comporta respecto a otros medios

Problemas e inconvenientes

A destacar...

IMPRESIÓN PERSONAL.

me ha gustado:

☐ si ☐ no

lo recomendaría:

☐ si ☐ no

SI NECESITA AMPLIAR ALGUNA DE LAS RESPUESTAS ANTERIORES, PUEDE HACERLO EN EL SIGUIENTE ESPACIO:

NOMBRE DE LA PERSONA EVALUADORA:

Anexo C: Diario de Campo

APLICACIÓN DEL *SWE FRACCIONES*.

El *SWE Fracciones* se aplicó a los 19 estudiantes de quinto grado de Básica Primaria de la Institución Educativa Municipal San José Bethlemitas poniendo en práctica todas las herramientas del *SWE Fracciones*, esta aplicación se la realizó durante seis sesiones en el aula de informática del Departamento de Matemáticas de la Institución Educativa Municipal INEM-PASTO.

El *SWE Fracciones* se divide en cuatro partes: *Contenido, Evaluación, Juegos - Ejercicios y Salida*. Pero a su vez el *contenido* se subdivide en: Los fraccionarios, Términos, Clases, Amplificación – Simplificación y Operaciones.

En la primera sesión se realizó un taller con el fin de saber que conocimientos previos tenían los estudiantes, en la segunda sesión se instaló el *SWE Fracciones* y se enseñó la definición de fracción, en la tercera sesión se estudió los términos de una fracción, en la cuarta sesión se estudió las clases de fracciones (heterogéneas, homogéneas, propias, impropias, equivalentes y aparentes), según el *SWE*. En la quinta sesión se estudió la amplificación y simplificación de los números fraccionarios y en la sexta sesión se estudió las operaciones con números fraccionarios (suma, resta, multiplicación y división), luego se realizó la evaluación del *SWE* a los estudiantes y por último se les permitió jugar y resolver todos los ejercicios.

DIA 1

HORA: 4:30-6:00 PM

Primera sesión: Taller de evaluación.

1. En esta primera sesión a los 19 estudiantes de grado quinto de primaria realizaron un taller, este con el fin de indagar en ellos que tanto recordaban y conocían sobre los números racionales.

DIA 2

HORA: 4:30-6:00 PM

Segunda sesión: Aplicación del *SWE Fracciones* (Contenido-Fracciones)

1. En esta segunda sesión se instaló en los 11 computadores el *SWE Fracciones*. Al abrir este programa se tiene cuatro opciones: *contenido, evaluación, juegos - ejercicios* y *salida*. Para evitar que los estudiantes entraran a los juegos o se salieran del programa vimos la necesidad de iniciar y dar click con el cursor en la palabra *contenido*.

2. Una vez instalado el *SWE Fracciones*, se realizó un sorteo de tal manera que algunos estudiantes trabajaran en binas y otros individualmente.

- *Docente*: en este día vamos a iniciar con el concepto de los números fraccionarios. Por favor den click en el icono que aparece a lado de la palabra fraccionarios.
- *Audio de SWE*: para iniciarnos en el mundo de los fraccionarios realicemos un ejemplo. Toma una hoja de papel y dóblala por la mitad.
- *Estudiantes*: ellos observan en la pantalla una hoja doblada por la mitad.
- *Docente*: toma una hoja de papel, la dobla por la mitad, señala una de las mitades de la hoja y pregunta: ¿Qué fracción representa?
- *Estudiantes*: un medio
- *Docente*: para continuar demos click en el icono rojo que tiene forma de calculadora. (En la pantalla aparecen dos iconos: en la parte inferior izquierda es una calculadora de color azul acompañado por una palabra que se lee **Regresar** y en la parte inferior derecha aparece una calculadora de color rojo acompañado por una palabra que se lee **Seguir**. Estos iconos aparecen en todo el contenido del *SWE Fraccione*.)
- *Estudiantes*: dan click en el icono que tiene forma de calculadora y aparece en la pantalla una hoja doblada por la mitad.
- *Audio del SW*: observa que quedan dos partes iguales y cada una de ellas representa la mitad de la hoja.
- *Docente*: toma la hoja anterior y la dobla en cuatro partes iguales.
- *Estudiante 1*: se da cuenta lo que su profesor esta haciendo y dice: ahora usted dividió la hoja en cuatro partes iguales y cada una de las partes es un cuarto.
- *Docente*: muy bien. Con el cursor demos click en la calculadora para observar otra imagen
- *Estudiantes*: dan click en la calculadora y observan en la pantalla una hoja dividida en cuatro partes iguales.
- *Audio de SWE*: dobla otra hoja en cuatro partes iguales. Cada una de ellas representa la cuarta parte de la hoja.
- *Estudiantes*: dan click en la calculadora para seguir y observan en la pantalla dibujos de frutas como: un banano, una manzana y una naranja.
- *Audio de SWE*: cuando un objeto esta completo se llama unidad la cual puede ser una naranja, una manzana, un banano, una pelota, un cuadrado, un círculo, etc. Si dividimos o partimos la unidad en partes iguales a cada parte se le llama fracción de la unidad.
- *Estudiantes*: ellos observan las frutas.
- *Estudiante 2*: es muy difícil partir el banano en partes iguales.
- *Estudiante 3*: lo que tendríamos que hacer, sería saber cuanto pesa cada fruta y luego dividir en partes iguales.
- *Docente*: muy bien den click en la calculadora. Observemos y escuchemos lo que sigue.

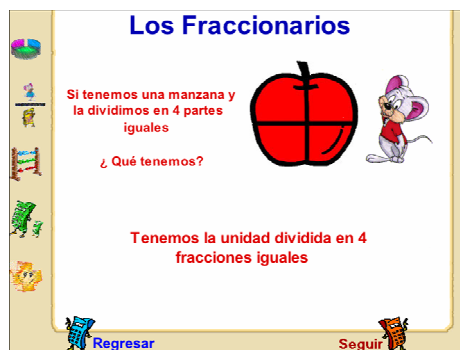


Figura1. Los fraccionarios.

- *Audio de SWE:* si tenemos una manzana y la dividimos en cuatro partes iguales. ¿Qué tenemos? Tenemos la unidad dividida en cuatro fracciones iguales.
- *Estudiantes:* observan la manzana que es dividida en cuatro partes.
- *Estudiante 4:* esa manzana no esta dividida en cuatro partes iguales porque las dos partes de abajo de la manzana son más pequeñas que las de arriba.
- *Estudiante 5:* tendríamos que saber su peso
- *Docente:* si la manzana pesara 80gr. Cual seria el peso de cada una de sus partes.
- *Estudiante 6:* 20gr.
- *Estudiante 7:* si, es cierto, para dividirla la manzana en cuatro partes iguales, cada una de las partes debe pesar 20gr.
- *Docente:* por favor den click en la calculadora roja.
- *Estudiantes:* dan click en la calculadora para continuar.

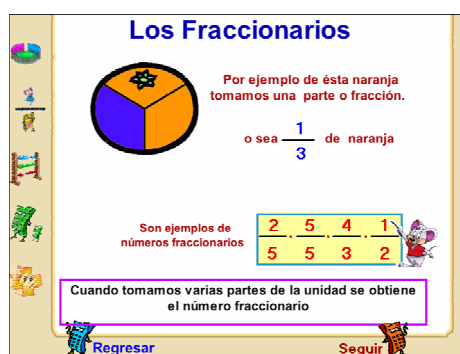


Figura 2. Los fraccionarios.

- *Audio de SWE:* por ejemplo de esta naranja tomamos una parte o fracción o sea un tercio de naranja. Cuando tomamos varias partes de la unidad se obtiene el número fraccionario.
- *Estudiante 8:* esta naranja no esta dividida en tres partes iguales.
- *Estudiante 9:* también tendríamos que pesarla.

- *Estudiante 10*: parece ser que dos partes de la naranja si son iguales, la que es más pequeña es la parte de arriba de la naranja.
- *Docente*: entonces supongamos que la naranja pesa 120gr. ¿Cuánto pesa cada una de las partes de la naranja?
- *Estudiante 11*: cada una de las partes de la naranja pesa 40gr.
- *Docente*: en la pantalla podemos observar ejemplos de números fraccionarios como: dos quintos, cinco quintos, cuatro tercios y un medio. Para finalizar den click al icono de la calculadora.

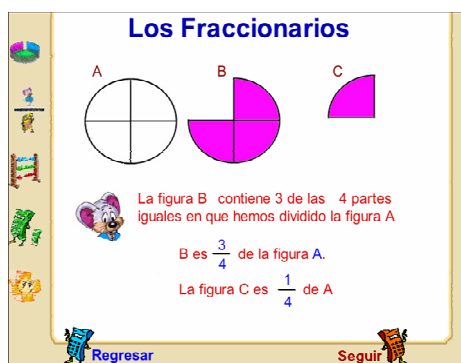


Figura 3. Los fraccionarios.

- *Audio de SWE*: la figura B contiene tres de las cuatro partes iguales en las que hemos dividido la figura A. B es tres cuartos de la figura A. La figura C es un cuarto de A.
- *Estudiantes*: observan la animación que aparece en la pantalla y tienen en cuenta que la figura B es tres cuartos de A es decir que B esta contenida en A y que la figura C es un cuarto de A es decir que C esta contenida en A.

DIA 3

HORA: 4:30-6:00 PM

Tercera sesión: Aplicación del SWE Fracciones (Contenido-Términos)

1. En la tercera sesión a los estudiantes se estudio los términos de una fracción según el *SWE Fracciones*.

- *Docente*: en el día de hoy vamos a observar en la pantalla los términos que tiene todo número fraccionario.
- *Estudiantes*: ellos observan y escuchan lo que aparece en la pantalla:



Figura 4. Términos de los fraccionarios.

- *Audio de SW:* todo fraccionario tiene dos términos el numerador y el denominador. Numerador: indica las partes que se toma de la unidad. Denominador: indica en cuantas partes iguales se divide esa unidad.
- *Docente:* ahora den click al icono de la calculadora de color rojo para seguir con otra imagen. Invita a uno de los estudiantes para que lea en voz alta lo que aparece en la pantalla.



Figura 5. Términos de los fraccionarios.

- *Estudiante 1:* la expresión numérica de cualquier número en el numerador y el cero en el denominador no es un fraccionario porque no existen partes en que se ha dividido la unidad. Tres sobre cero, tachado; cuatro sobre cero, tachado y cincuenta y cinco sobre cero, tachado. Lo que quiere decir que un fraccionario así no existe.
- *Docente:* invita a otro estudiante para que lea la siguiente imagen.

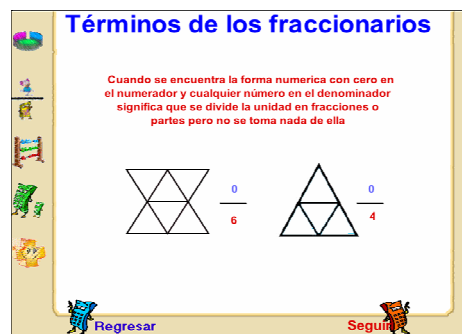


Figura 6. Términos de los fraccionarios.

- *Estudiante 2*: cuando se encuentra la forma numérica con cero en el numerador y cualquier número en el denominador significa que se divide la unidad en fracciones o partes pero no se toma nada de ella. Cero sobre seis y cero sobre cuatro.
- *Docente*: den click en la calculadora para continuar.

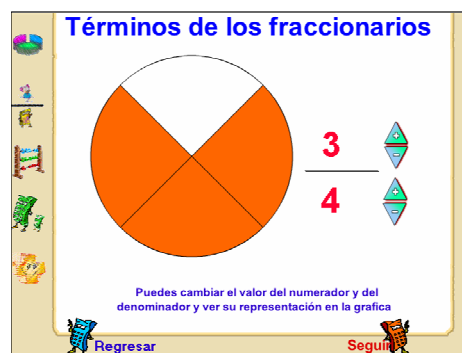
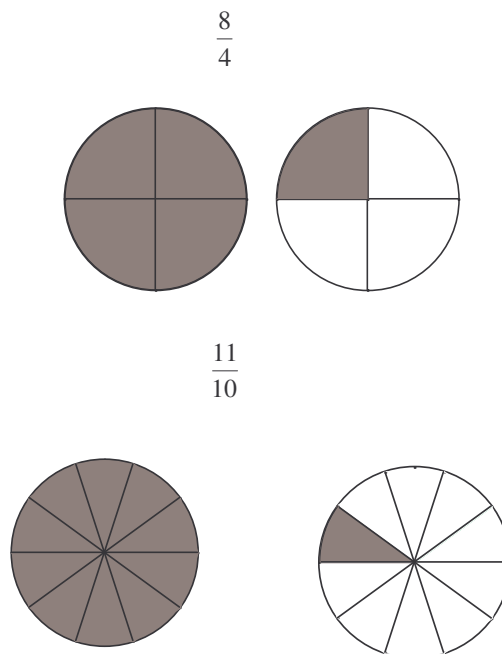


Figura 7. Términos de los fraccionarios.

- *Docente*: en la siguiente imagen que aparece en la pantalla observamos una torta y al lado aparece el número fraccionario. El numerador representa las partes que se toma de la torta y el denominador representa las partes en que se divide la torta, ustedes pueden manipular los iconos que esta al lado del número fraccionario y rápidamente eso se ve reflejado en la torta. Ahora representemos las siguientes fracciones: dos tercios, cuatro quintos, ocho cuartos, once decimos y cinco quintos.
- *Estudiante 3*: no puedo representar las fracciones ocho cuartos y once decimos.
- *Docente*: en este caso al circulo lo consideramos como la unidad y solo podemos representar fracciones menores e iguales a la unidad, así que si tratamos de representar los números fraccionarios ocho cuartos y once decimos no los podemos representar en el *SWE Fracciones* porque estos números

fraccionarios son mayores que la unidad y necesitaríamos otra unidad es decir otro círculo. El docente grafica en el tablero:



– *Docente:* Ahora observemos lo que sigue después de esto. Por favor den click en el icono que tiene forma de calculadora de color rojo.

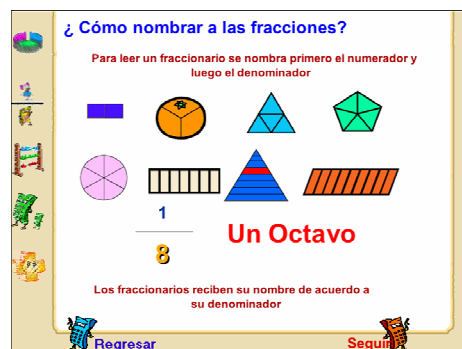


Figura 8. Lectura de fracciones.

- *Audio de SWE:* para leer un fraccionario se nombra primero el numerador y luego el denominador. Los fraccionarios reciben el nombre de acuerdo a su denominador.
- *Docente:* llevemos el cursor a cada una de las graficas que aparecen en la pantalla y el audio del SWE nombra cada fracción.
- *Estudiantes:* mueven el cursor respectivamente a cada una de las graficas.

- *Audio del SWE*: un medio, un tercio, un cuarto, un quinto, un sexto, un séptimo, un octavo, un noveno.
- *Docente*: por favor sigamos, den click al icono que nos permite continuar.
- *Audio de SWE*: ¿Cómo nombrar a las fracciones si el denominador es ocho o mayor que diez? Se nombra primero el numerador y en el denominador se lee el número aumentándole la partícula avos. Tomemos los siguientes ejemplos: tres octavos, un noventavo, cinco veintiunavos, cuatro onceavos, seis treceavo, ocho quinceavos.
- *Docente*: continuemos y observemos. Sigamos den click
- *Audio del SWE*: cuando el denominador esta formado por el uno seguidos de ceros se lee así: cuatro decimos, cinco milésimos, seis centésimos, tres diezmilésimos.
- *Docente*: den click a la calculadora para seguir.
- *Audio de SWE*: tengamos en cuenta esta equivalencia que es muy importante. Todo fraccionario indica el cociente de una fraccion en la cual el numerador representa al dividendo y el denominador al divisor.
- *Estudiantes*: observan la animación.
- *Docente*: si entienden lo que quiere decir.
- *Estudiantes*: si profe, si entendemos.

DIA 4

HORA: 4:30-6:00 PM

Cuarta sesión: Aplicación del SWE Fracciones (Contenido-Clases)

1. En la cuarta sesión se estudio las clases de una fracción según el *SWE Fracciones*.
 - *Docente*: como no hay computadores para cada uno, por favor trabajen individualmente y en binas, pero utilicemos todos los computadores.
 - *Estudiantes*: dos grupos trabajan en binas y los demás trabajan individualmente.
 - *Docente*: hoy vamos a observar según el *SWE Fracciones* las clases que tienen los números fraccionarios.
 - *Audio de SWE*: al comparar las fracciones tenemos varias clases. Primero: si comparamos sus denominadores encontramos las fracciones homogéneas y heterogéneas, segundo: si comparamos las fracciones con la unidad tenemos fraccionarios propios, impropios y aparentes, tercero: si comparamos entre si el valor de varias fracciones encontramos los fraccionarios equivalentes.
 - *Estudiantes*: le damos click en la calculadora para seguir.
 - *Docente*: si claro.
 - *Audio de SWE*: resumiendo entonces al comparar las fracciones encontramos las fracciones heterogéneas, homogéneas, propias, impropias, aparentes y equivalentes.

- *Docente*: por favor le damos click en la palabra heterogéneas y observemos lo que aparece en la pantalla:



Figura 9. Comparación de fracciones.

- *Audio de SWE*: observa los denominadores de estas fracciones. ¿Qué tienen de especial? ¡Muy bien! Todos son diferentes. A esta clase de fraccionarios se les llama heterogéneos los cuales tienen sus denominadores diferentes.
- *Docente*: si entendieron lo que observaron.
- *Estudiantes*: si, si entendimos.
- *Docente*: entonces quiero que me den unos ejemplos de fracciones heterogéneas.
- *Estudiantes*: levantan las manos.
- *Docente*: voy a sacar al tablero a un estudiante. Por favor estudiante 1 salga al tablero. Tome los marcadores para que escriba.
- *Estudiante 1*: un quinto. En el tablero escribe: $\frac{1}{5}$
- *Docente*: el compañero tiene un error. ¿Cuál será?
- *Estudiantes 2*: lo que pasa es que le falta otra fracción.
- *Estudiante 3*: que escriba tres cuartos y así se puede ver que esas fracciones son heterogéneas.
- *Docente*: estudiante 1 si entiendes.
- *Estudiante 1*: ¡sí, ya se! En el tablero escribe: $\frac{3}{4}$
- *Docente*: entonces, ahora escribe otra fracción que sea heterogénea a las fracciones que tienes en el tablero
- *Estudiante 1*: un tercio. En el tablero escribe: $\frac{1}{3}$
- *Docente*: ahora demos click en el icono que tiene forma de calculadora para seguir con las fracciones homogéneas.



Figura 10. Comparación de fracciones.

- *Audio de SWE:* ahora, observa: ¿Qué tienen de común estas fracciones? Todos tienen el mismo denominador. Las fracciones que tienen igual denominador se llaman homogéneas.
- *Docente:* quien quiere salir al tablero para que escriban ejemplos de fracciones homogéneas.
- *Estudiante 4:* yo quiero salir al tablero.
- *Docente:* si claro. Tenga el marcador.
- *Estudiante 4:* un medio, dos medios y tres medios. (En el tablero escribe: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{2}$)
- *Docente:* muy bien, para continuar demos click en el icono de la calculadora para seguir con las fracciones propias.

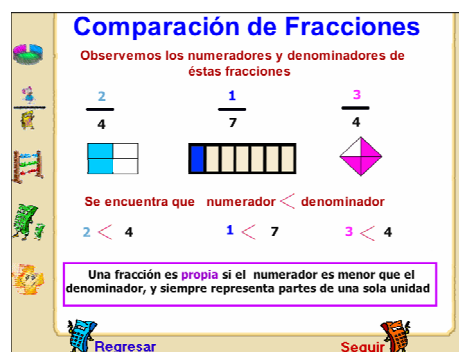


Figura 11. Comparación de fracciones.

- *Audio de SWE:* Observemos los numeradores y denominadores de estas fracciones. Se encuentra que el numerador es menor que el denominador. Una fracción es propia si el numerador es menor que el denominador y siempre representa partes de una sola unidad.
- *Docente:* bueno, las fracciones menores que la unidad las conocemos como fracciones propias. Ahora sigamos con las fracciones impropias. Para continuar dan click en el icono que tiene forma de calculadora.

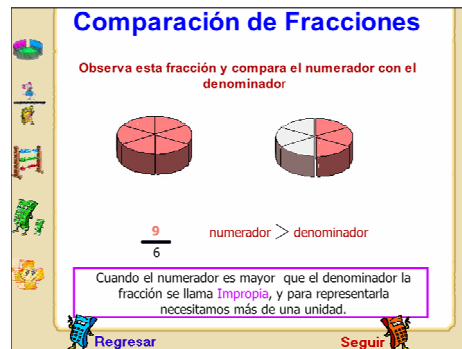


Figura 12. Comparación de fracciones.

- *Audio del SWE:* observa esta fracción y compara el numerador con el denominador. Cuando el numerador es mayor que el denominador la fracción se llama impropia y para representarla necesitamos más de una unidad.
- *Docente:* así que todas las fracciones que son mayores que la unidad se llaman fracciones impropias. Como pueden observar en la pantalla la unidad es el círculo y como la fracción nueve sextos es mayor que la unidad necesitamos dos unidades para representar esa fracción. Ahora voy a escribir algunas fracciones en el tablero y el que quiera participar levanta su mano. Las fracciones son: dos sextos, cuatro quintos, ocho novenos, ocho tercios, siete sextos y tres medios. En el tablero aparecen escritas las fracciones: $\frac{2}{6}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{8}{3}$, $\frac{7}{6}$ y $\frac{3}{2}$
- *Estudiantes:* levantan sus manos para participar.
- *Docente:* voy a escoger seis estudiantes. Salgan al tablero estudiante 5, estudiante 6, estudiante 7, estudiante 8, estudiante 9 y estudiante 10.
- *Estudiante 5:* representa gráficamente la fracción $\frac{2}{6}$ así:



- *Estudiante 6:* representa gráficamente la fracción $\frac{4}{5}$ así:



- *Estudiante 7:* representa gráficamente la fracción $\frac{8}{9}$ así:



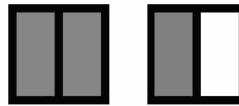
- *Estudiante 8:* representa gráficamente la fracción $\frac{8}{3}$ así:



- *Estudiante 9:* representa gráficamente la fracción $\frac{7}{6}$ así:



- *Estudiante 10:* representa gráficamente la fracción $\frac{3}{2}$ así:



- *Docente:* ahora veamos lo que son las fracciones equivalentes. Den click en la calculadora.

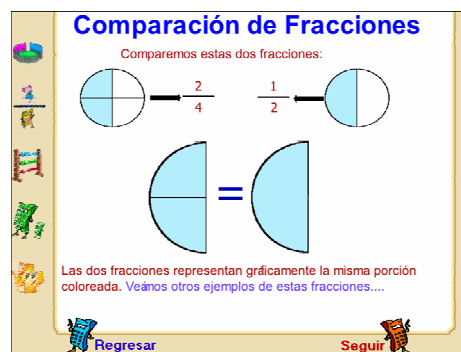


Figura 13. Comparación de fracciones.

- *Audio de SWE:* Comparemos estas dos fracciones. Las dos fracciones representan gráficamente la misma porción coloreada. Veamos otros ejemplos de estas fracciones.
- *Estudiantes:* dan click en el icono rojo que tiene forma de calculadora para continuar. En la pantalla del computador ellos observan los siguientes ejemplos:

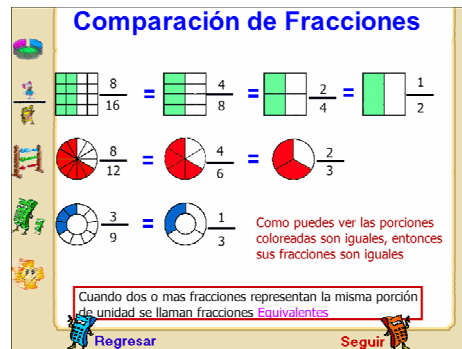


Figura 14. Comparación de fracciones.

- *Audio de SWE:* Como puedes ver las porciones coloreadas son iguales, entonces sus fracciones son iguales. Cuando dos o mas fracciones representan la misma porción de unidad se llaman fracciones equivalentes.
- *Docente:* en la pantalla podemos observar que ocho dieciseisavos, cuatro octavos, dos cuartos y un medio son fracciones equivalentes. ¿Cómo podemos saber esto? Por que visualmente nos damos cuenta que en cada una de las fracciones representadas se toma la misma porción de la unidad, en este caso la unidad es el cuadrado. ahora por favor den click en el icono de la calculadora.

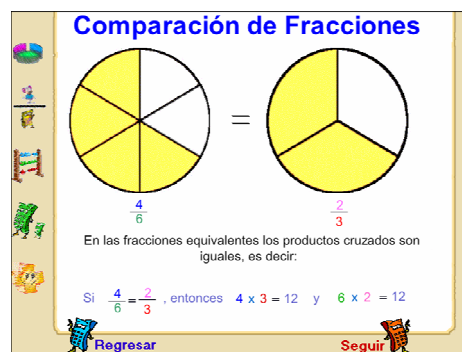


Figura 15. Comparación de fracciones.

- *Audio de SWE:* Ahora observa que tienen de común estas fracciones.
- *Docente:* por favor estudiante 1 nos puedes leer lo que aparece escrito en la pantalla y los demás escuchen con mucha atención.
- *Estudiante 1:* en las fracciones equivalentes los productos cruzados son iguales, es decir: si cuatro tercios es igual a dos tercios entonces cuatro por tres es igual a seis por dos que es igual a doce.
- *Docente:* para finalizar miremos lo que son las fracciones aparentes.
- *Estudiantes:* Dan click en el icono de la calculadora para seguir.

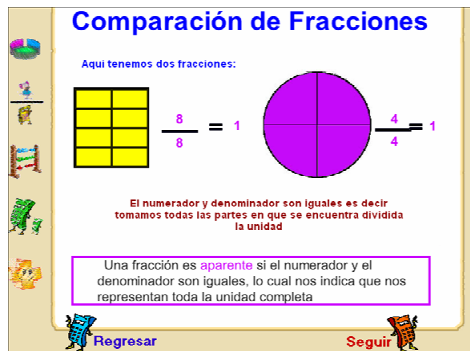


Figura 16. Comparación de fracciones.

- *Docente:* Estudiante 1 por favor nos lees en voz alta lo que aparece en la pantalla.
- *Estudiante 1:* aquí tenemos dos fracciones ocho octavos igual a uno, cuatro cuartos igual a uno. El numerador y denominador son iguales es decir tomamos todas las partes en que se encuentra dividida la unidad. una fracción es aparente si el numerador y el denominador son iguales, lo cual nos indica que nos representan toda la unidad completa.
- *Docente:* es muy fácil, de las fracciones aparentes podemos decir que tomamos todas las partes en que esta dividida la unidad.

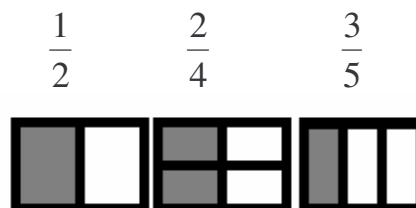
DIA 5

HORA: 4:30-6:00 PM

Quinta sesión: Aplicación del SWE Fracciones (Contenido-simplificación y amplificación).

1. En la quinta sesión se estudio la simplificación y amplificación de fracciones.

- *Docente:* antes de iniciar con la simplificación y la amplificación de fracciones. Vamos a recordar lo que eran las fracciones equivalentes. ¿Qué son las fracciones equivalentes?
- *Estudiantes:* no recordamos
- *Docente:* observen lo que voy a dibujar en el tablero. En el tablero grafica y escribe lo siguiente:



- *Docente:* ¿ $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ serán equivalentes? o ¿ $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{5}$ serán equivalentes? o a lo mejor ¿ $\frac{2}{4}$ y $\frac{3}{5}$ serán equivalentes?
- *Estudiantes:* ya sabemos profe, $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ son equivalentes.
- *Docente:* ¿Por qué son $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ fracciones equivalentes?
- *Estudiante 1:* por que en ambas fracciones se toma la misma parte.
- *Docente:* muy bien, como ya entendemos un poco mas sobre fracciones equivalentes entonces ahora vamos a ver que a través de la simplificación y amplificación podemos también obtener fracciones equivalentes. Por favor den click en la calculadora.
- *Estudiantes:* ellos observan con mucha atención lo que aparece en la pantalla.

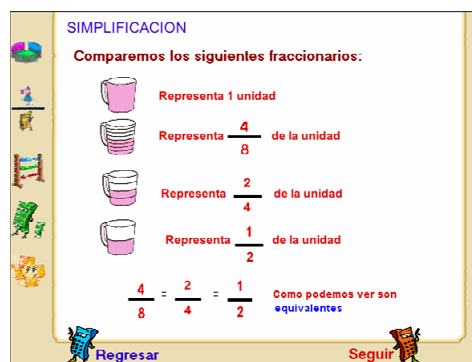


Figura 17. Simplificación.

- *Audio del SWE:* Simplificación.
- *Estudiantes:* dan click en el icono que tiene forma de calculadora para seguir.

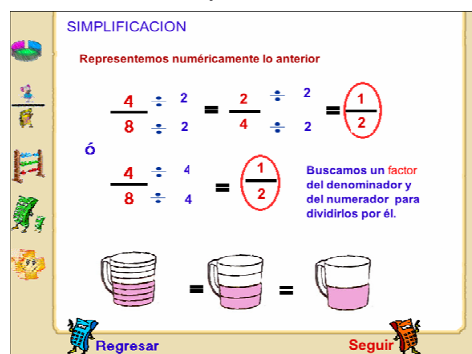


Figura 18. Simplificación.

- *Audio de SWE:* Representemos numéricamente lo anterior. Cuatro octavos dividido por dos es igual a dos cuartos. Dos cuartos dividido por dos es igual a un medio o cuatro octavos dividido entre cuatro es igual a un medio. Lo cual quiere decir que buscamos un factor del denominador y del numerador para dividirlos por él.
- *Estudiantes:* dan click en la calculadora para seguir.

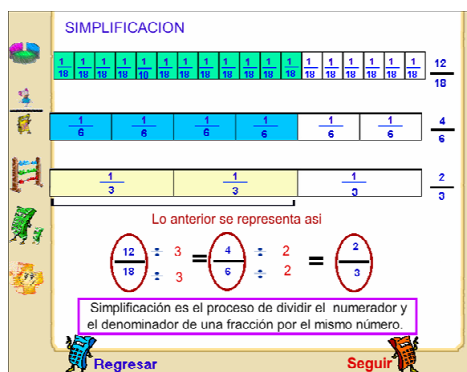


Figura 19. Simplificación.

- *Audio de SWE:* Observemos. Lo anterior se representa así: doce dieciochoavos dividido por tres es a cuatro sextos, cuatro sextos dividido por dos es igual a dos tercios. Simplificación es el proceso de dividir el numerador y el denominador de una fracción por el mismo número.
- *Docente:* la simplificación de fracciones efectivamente es el proceso de dividir al numerador y al denominador por un número que sea múltiplo de ambos. Aquí en la pantalla podemos observar que doce y dieciocho si se pueden dividir en tres. Ahora veamos como puedo amplificar una fracción.
- *Estudiantes:* dan click en el icono de la calculadora para continuar.

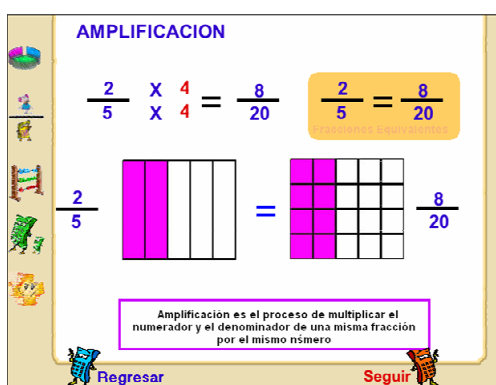


Figura 20. Amplificación.

- *Audio de SWE:* Amplificación. Dos quintos por cuatro es igual a ocho veinteavos. Dos quintos y ocho veinteavos son fracciones equivalentes.

Amplificación es el proceso de multiplicar el numerador y el denominador de una misma fracción por el mismo número.

– *Docente:* si escucharon. Para amplificar una fracción se tiene que multiplicar un mismo número al numerador y denominador. Voy a escribir algunas fracciones y ustedes van a pasar al tablero para simplificarlas: cuatro sextos, ocho dieciseisavos, cinco decimos y nueve tercios.

– *Estudiantes:* yo quiero salir al tablero.

– *Docente:* estudiante 2, usted salga al tablero y simplifique la primera fracción.

– *Estudiante 2:* cuatro sextos, para simplificarla la voy a dividirla entre dos y me da dos tercios. En el tablero escribe:

$$\frac{4}{6} = \frac{4 \div 2}{6 \div 2} = \frac{2}{3}$$

– *Docente:* muy bien, ahora pase al tablero el estudiante 3 y simplifique la siguiente fracción.

– *Estudiante 3:* ocho dieciseisavos, a ocho lo divido entre dos y me da cuatro y a dieciséis lo divido entre dos me da ocho. En el tablero escribe:

$$\frac{8}{16} = \frac{8 \div 2}{16 \div 2} = \frac{4}{8}$$

– *Docente:* ¿que fracción te resultó?

– *Estudiante 3:* cuatro octavos

– *Docente:* pero esa fracción se la puede simplificar aun más.

– *Estudiante 3:* cuatro octavos la puedo seguir dividiéndola entre dos.

– *Estudiante 4:* pero mejor seria dividirla entre cuatro.

– *Estudiante 3:* si mejor divido entre cuatro porque cuatro y ocho si se pueden dividir entre cuatro. En el tablero escribe:

$$\frac{4}{8} = \frac{4 \div 4}{8 \div 4} = \frac{1}{2}$$

– *Docente:* muy bien, por favor estudiante 4 simplifique nueve tercios.

– *Estudiante 4:* nueve tercios. A nueve no lo puedo dividir entre dos pero si lo puedo dividir entre tres y me da tres y tres dividido entre tres me da uno. Así que tengo la fracción nueve sobre uno. En el tablero escribe:

$$\frac{9}{3} = \frac{9 \div 3}{3 \div 3} = \frac{3}{1}$$

- *Docente:* ¿Cuánto es nueve dividido entre uno?
- *Estudiante 4:* nueve dividido entre uno es nueve
- *Docente:* muy bien, ahora voy a escribir algunas fracciones en el tablero, para que otros compañeros participen. Bueno vamos a amplificar las siguientes fracciones: dos novenos, cinco decimos, siete octavos y un sexto. Por favor estudiante 5 salga al tablero.
- *Estudiante 5:* para amplificar las fracciones tengo que multiplicarlas por el número que yo quiera.
- *Docente:* si claro, pero el número que va a multiplicar al numerador y al denominador debe ser el mismo número.
- *Estudiante 5:* entonces, dos por tres sobre nueve por tres, dos por tres es seis y nueve por tres es veintisiete. Tengo la fracción seis sobre veintisiete. En el tablero escribe:

$$\frac{2}{9} = \frac{2 \times 3}{9 \times 3} = \frac{6}{27}$$

- *Docente:* bueno, estudiante 6 pase al tablero.
- *Estudiante 6:* cinco decimos, la voy a multiplicar por dos y tengo cinco por dos diez y diez por dos veinte. Listo me dio diez veinteavos. En el tablero escribe:

$$\frac{5}{10} = \frac{5 \times 2}{10 \times 2} = \frac{10}{20}$$

- *Docente:* salga al tablero estudiante 7 y amplifique la fracción siete octavos.
- *Estudiante 7:* siete octavos es igual a catorce sobre dieciséis. En el tablero escribe

$$\frac{7}{8} = \frac{14}{16}$$

- *Docente:* ¿cual fue el número por el que multiplicaste al numerador y denominador?
- *Estudiante 7:* fue el dos.
- *Docente:* muy bien, para finalizar el estudiante 8 va a amplificar la fracción un sexto.
- *Estudiante 8:* la voy a multiplicar por el dos.
- *Docente:* mejor porque no la multiplicas por el cuatro.
- *Estudiante 8:* si esta bien, uno por cuatro es igual a cuatro y seis por cuatro es igual a veinticuatro. la fracción es cuatro veinticuatro avos. En el tablero escribe:

$$\frac{1}{6} = \frac{1 \times 4}{6 \times 4} = \frac{4}{24}$$

DIA 6

HORA: 4:30-6:00 PM

Sexta sesión: Aplicación del SWE Fracciones (Contenido-operaciones).

1. En la sexta sesión se estudio la suma, la resta, la multiplicación y la división de los números fraccionarios, luego se aplico la *evaluación* del SWE y por ultimo se dejo que los estudiantes jugaran y se ejercitaran con las fracciones.
 - *Docente*: en esta tarde trataremos la suma, la resta, la multiplicación y la división con números fraccionarios. Para empezar den click en la palabra adición.
 - *Estudiantes*: dan click en la palabra adición.
 - *Audio de SWE*: Operaciones.
 - *Estudiantes*: observan en la pantalla el siguiente ejemplo:

Adición de números fraccionarios
Sumemos fraccionarios homogéneos

$\frac{3}{8}$ y $\frac{1}{8}$ son fracciones homogéneas

Realizando operaciones, tenemos:

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3+1}{8} = \frac{4}{8}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Para sumar fraccionarios homogéneos, se adicionan los numeradores y se deja como denominador el mismo de los fraccionarios.

[Regresar](#) [Seguir](#)

Figura 21. Adición de fracciones.

- *Audio de SWE*: Para sumar o restar fraccionarios homogéneos, se adicionan los numeradores entre si y se deja como denominador el mismo de los fraccionarios
- *Docente*: para adicionar dos o más fracciones homogéneas se adicionan los numeradores y se conserva el mismo denominador. Veamos el siguiente ejemplo. Den click en el icono de la calculadora.
- *Estudiantes*: observan en la pantalla el siguiente ejemplo:

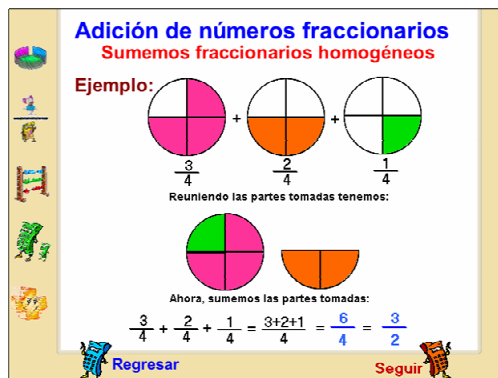


Figura 22. Adición de fracciones.

- *Docente:* Ahora miremos como es la adición de fracciones heterogéneas. Den click en la calculadora para continuar.

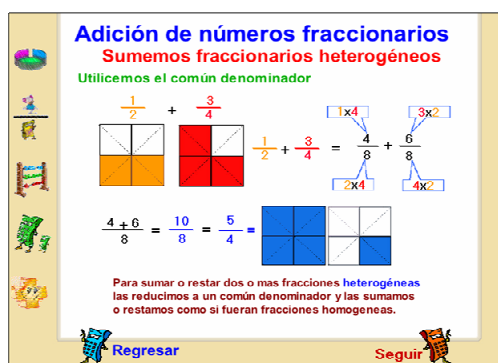


Figura 23. Adición de fracciones.

- *Audio de SWE:* Sumemos fracciones heterogéneas. Para sumar o restar dos o más fracciones heterogéneas las reducimos a un común denominador y las sumamos o restamos como si fueran fracciones homogéneas.
- *Estudiante 1:* profe le di en click en la frase: *utilicemos el común denominador* y me apareció una explicación.
- *Docente:* muy bien estudiante 1, por favor los demás pueden observar que en la parte superior de la pantalla hay un letrero que dice: *utilicemos el común denominador*, den click y observemos la explicación.
- *Estudiantes:* dan click en la frase: *utilicemos el común denominador*.

Común denominador

Reduczamos $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ a un común denominador:

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

Para reducir dos o mas fracciones a común denominador, buscamos primero los numeradores para ello multiplicamos el numerador del fraccionario por los denominadores de los otros fraccionarios menos por el suyo. Para encontrar el denominador común multiplicamos entre si los denominadores.

Seguir 

Figura 24. Común denominador.

- *Audio de SWE:* Para reducir dos o más fracciones a un común denominador, buscamos primero los numeradores para ello multiplicamos el numerador del fraccionario por los denominadores de los otros fraccionarios menos por el suyo. Para encontrar el denominador común multiplicamos entre si los denominadores.
- *Docente:* den click en el icono de la calculadora para mirar otros ejemplos sobre como obtener fracciones que tengan un mismo denominador.
- *Estudiantes:* en la pantalla observan los siguientes ejemplos:

Común denominador

Reduczamos $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{5}$ y $\frac{5}{6}$ a un común denominador:

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \times 5 \times 6}{7 \times 5 \times 6} = \frac{90}{210}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 6 \times 7}{5 \times 6 \times 7} = \frac{84}{210}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 7 \times 5}{6 \times 7 \times 5} = \frac{175}{210}$$

Cerrar 

Figura 25. Común denominador.

- *Docente:* si queremos adicionar fracciones heterogéneas lo que tenemos que hacer es sacar el mínimo común múltiplo de los denominadores para obtener fracciones homogéneas y así poder efectuar la adición con mucha más facilidad. Para sacar el mínimo común múltiplo del siete, cinco y seis hacemos lo siguiente: mitad de siete y cinco no se puede así que los bajo, mitad de seis es tres; luego la tercera de siete y cinco no se puede así que que estos números bajan, tercera de tres uno; ahora la quinta de siete no se puede así que este número baja, la quinta de cinco uno y bajo el uno; para finalizar saco la séptima de siete que es uno y bajo los dos unos. En el tablero escribe:

$$\begin{array}{r|l} 7 & 5 \\ 5 & 6 \\ 6 & 2 \\ \hline 121 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 7 & 5 & 3 & 3 \\
 7 & 5 & 1 & 5 \\
 7 & 1 & 1 & 7 \\
 1 & 1 & 1 &
 \end{array}$$

– *Docente*: bueno ahora multipliquemos dos por tres por cinco y por siete. En el tablero escribe:

$$2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$$

– *Docente*: el mínimo común múltiplo de dos, tres, cinco y siete es doscientos diez. Por favor den click en la palabra cerrar y luego dan otro click en la calculadora para seguir con otro ejemplo.

– *Estudiantes*: en la pantalla observan lo siguiente:

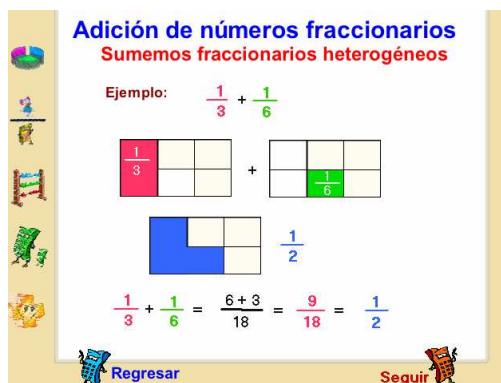


Figura 26. Adición de fracciones.

– *Docente*: den click en la calculadora y pasemos al tema de sustracción de fracciones homogéneas.

– *Estudiantes*: dan click en el icono de la calculadora y observan en la pantalla lo siguiente:

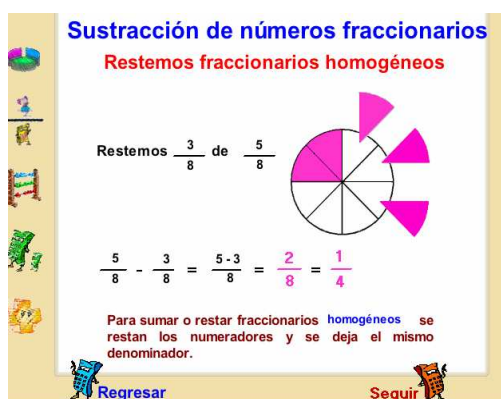


Figura 27. Sustracción de fracciones.

- *Audio de SWE*: para sumar o restar fraccionarios homogéneos, se adicionan los numeradores entre si y se deja como denominador el mismo de los fraccionarios.
- *Docente*: para la sustracción de fracciones homogéneas realizamos el mismo proceso de la adición. Por favor den click en la calculadora roja.
- *Estudiantes*: observan en la pantalla lo siguiente:

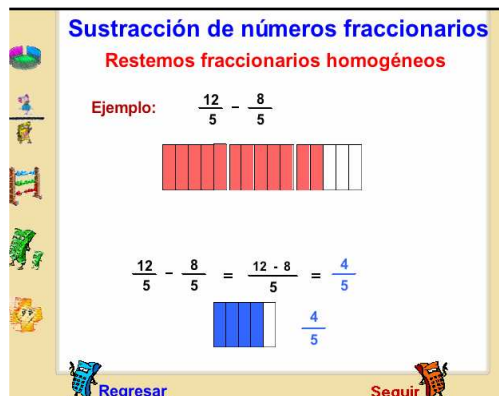


Figura 28. Sustracción de fracciones

- *Docente*: ahora sigamos y observemos el la sustracción de fracciones heterogéneas.

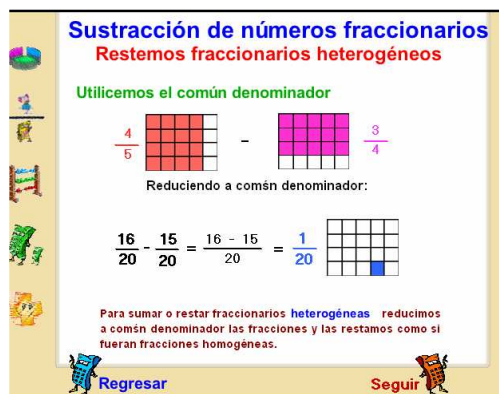


Figura 29. Sustracción de fracciones

- *Audio de SWE*: restemos fraccionarios heterogéneos. Sumemos fracciones heterogéneas. Para sumar o restar dos o más fracciones heterogéneas las reducimos a un común denominador y las sumamos o restamos como si fueran fracciones homogéneas.
- *Docente*: en la parte superior de la pantalla también aparece el letrero que dice: *utilicemos el mínimo común denominador*, si le dan click allí observaran la misma explicación que vimos anteriormente. Así que mejor den click en la calculadora para continuar con la multiplicación.

- *Estudiantes:* dan click en la calculadora y observan en la pantalla el siguiente ejercicio:

Multiplicación de números fraccionarios

Observa:

$$\frac{1}{3} \times \frac{7}{2} = \frac{1 \times 7}{3 \times 2} = \frac{7}{6}$$

Si es necesario hay que simplificar la fracción resultante.

La fracción resultante de multiplicar dos números fraccionarios se la obtiene multiplicando los numeradores y los denominadores entre sí.

[Regresar](#) [Seguir](#)

Figura 30. Multiplicación de fracciones

- *Audio del SWE:* La fracción resultante de multiplicar dos números fraccionarios se la obtiene multiplicando los numeradores y los denominadores entre sí.
- *Docente:* den click en el icono que tiene forma de calculadora para seguir observando más ejemplos de multiplicación.
- *Estudiantes:* observan en la pantalla del computador lo siguiente:

Multiplicación de números fraccionarios

Multipliquemos: $\frac{1}{4} \times \frac{2}{5}$

$\frac{2}{5}$ (represented by a 2x5 grid with 2 squares shaded pink)

$\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{5}$ (represented by a 2x5 grid with 1 square shaded pink)

$\frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1 \times 2}{4 \times 5} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

[Regresar](#) [Seguir](#)

Figura 31. Multiplicación de fracciones

- *Docente:* den click en la calculadora.
- *Estudiantes:* observan en la pantalla el siguiente ejemplo:

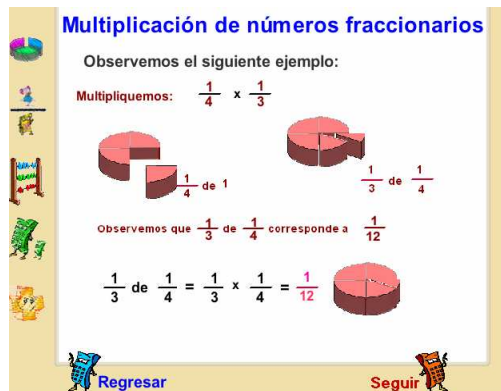


Figura 32. Multiplicación de fracciones

- *Docente*: ahora demos click en la calculadora para continuar con la división.
- *Estudiantes*: observan lo que aparece en la pantalla:

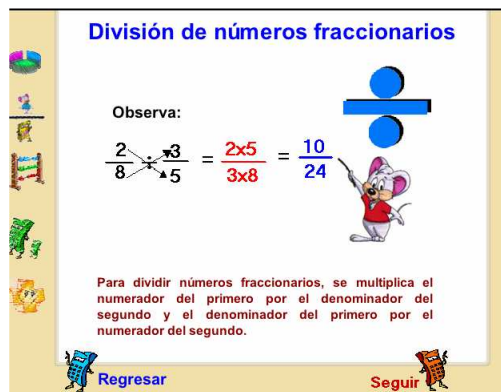


Figura 33. División de fracciones

- *Audio de SWE*: Para dividir números fraccionarios, se multiplica el numerador del primero por el denominador del segundo y el denominador del primero por el denominador del segundo.
- *Docente*: ahora den click en el icono de la calculadora para entender lo que significa la división.
- *Estudiantes*: observan en la pantalla



Figura 34. División de fracciones

- *Docente*: ocho entre cuatro es dos, pero ¿Qué significa esto? Significa que cuatro alcanza dos veces en ocho. Ahora den click en el icono que esta al lado de la palabra *seguir*.
- *Estudiantes*: dan click en el icono de la calculadora y observan en la pantalla el siguiente ejercicio:

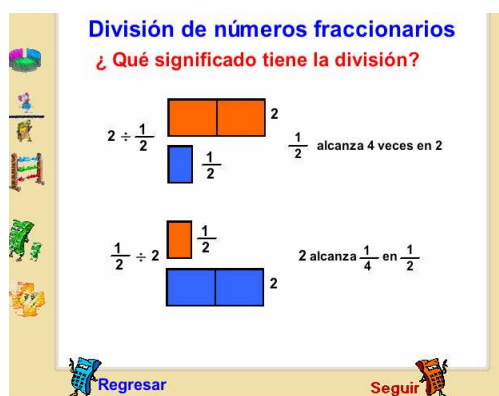


Figura 35. División de fracciones

- *Docente*: si observan que el rectángulo azul representa un medio y claramente se ve que alcanza cuatro veces en dos.
- *Estudiante 2*: yo no entiendo.
- *Docente*: mira si sobrepones el rectángulo azul encima del naranja ¿Cuántas veces cabe el rectángulo azul en el naranja?
- *Estudiante*: cuatro
- *Docente*: exacto el rectángulo azul que es un medio alcanza cuatro veces en dos. Ahora den click en la calculadora y sigamos con otro ejemplo.
- *Estudiantes*: dan click y en la pantalla observan lo siguiente:



Figura 36. División de fracciones

- *Docente:* si observan aquí como unidad se toma un rectángulo, lo que se quiere aquí es dividir dos tercios entre un medio. ¿Quién quiere salir al tablero a efectuar la operación?
- *Estudiante 3:* yo quiero salir, para dividir se multiplica en cruz verdad
- *Docente:* si
- *Estudiante 3:* En el tablero escribe lo siguiente:

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{2} = \frac{2 \times 2}{3 \times 1} = \frac{4}{3}$$
- *Docente:* muchas gracias, por favor siéntese. Ahora observemos la interpretación de esta división. Den click en la calculadora y veamos otro ejemplo.
- *Estudiantes:* dan click y en la pantalla observan lo siguiente:

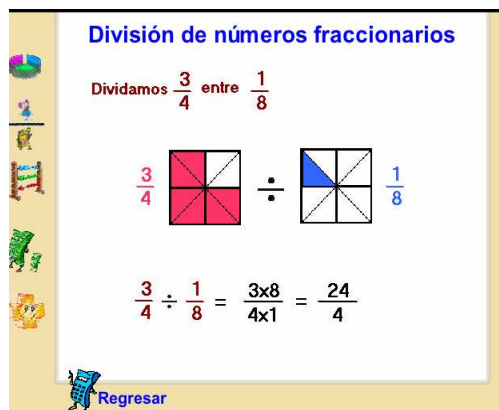


Figura 37. División de fracciones

- *Docente:* como pueden observar la división de tres cuartos entre un octavo resulta veinticuatro cuartos, que es igual a seis, es decir que un octavo que es el triangulo azul alcanza seis veces en tres cuartos que esta de color fucsia.
- *Docente:* ahora voy a pasar por cada puesto para colocarlos en la evaluación que tiene el *SWE Fracciones*.

- *Estudiantes*: después de terminar la evaluación podemos jugar.
- *Docente*: si claro pueden jugar y resolver los ejercicios que tiene el *SWE Fracciones*.

2. APLICACIÓN DE LOS JUEGOS Y EJERCICIOS: en la parte de *juegos y ejercicios* los estudiantes desarrollan los ejercicios propuestos por el *SWE Fracciones* y les es más atractivo el juego.



Figura 39. Juegos.



Figura 40. Ejercicios.

3. APLICACIÓN DE LA EVALUACIÓN: en la parte de *evaluación* los estudiantes resuelven el cuestionario con mucha dificultad porque algunos computadores se bloquean cuando se va a responder las preguntas que son de tipo I: escoger una respuesta correcta de varias opciones. Pero en general les va bien porque a la mayoría de preguntas contestaron correctamente.

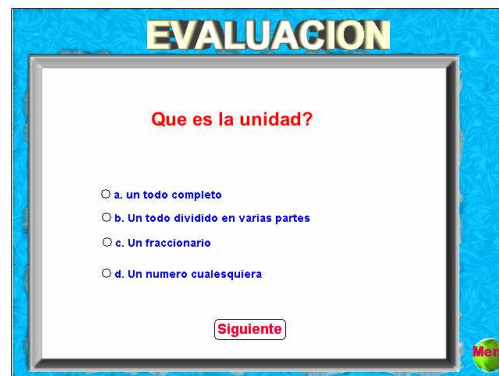


Figura 38. Evaluación.