

Charla:

## **Estudio de una Secuencia de Situaciones para la Enseñanza de las Cónicas integrando Cabri Géomètre II Plus.**

▪ **Edinsson Fernández Mosquera,**

Profesor del Área de Educación Matemática, Departamento de Matemáticas y Estadística, Universidad de Nariño, Pasto – Colombia.

email: edinfer@udenar.edu.co, edi454@yahoo.co

▪ **María Fernanda Mejía Palomino,**

Profesora de la Escuela Normal Superior Farallones de Cali, Profesora del Área de Educación Matemática, Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle, Cali – Colombia.

email: mafanda1216@yahoo.com.ar, maferme@univalle.edu.co

### **Resumen**

Esta investigación de intervención didáctica en el aula, se ubicó dentro del contexto del aprendizaje de las *cónicas* (parábola, elipse e hipérbola) vistas como lugares geométricos, con la mediación del Ambiente de Geometría Dinámica (AGD) *Cabri Géomètre II Plus*. En ella, se colocó en acto una secuencia de situaciones *a-didácticas*, donde se planteaban problemas de construcción geométrica desde el enfoque *puntual* hacia lo *global* de estas curvas. La secuencia se diseñó para que los estudiantes efectuaran en primer lugar, construcciones geométricas *punto por punto* de cada una de las curvas *cónicas* y luego construcciones geométricas donde se utilizaba la figura de manera *global*, para caracterizar geoméricamente cada una de ellas. La metodología de la investigación tomó elementos de una *microingeniería didáctica* desde la Didáctica de las Matemáticas.

**Palabras Claves:** cónicas, lugar geométrico, construcciones geométricas, ambiente de geometría dinámica, Cabri, enfoque puntual, enfoque global, ingeniería didáctica, representaciones ejecutables, visualización matemática.

### **Introducción**

En este reporte, se señalarán las partes importantes tales como la pregunta de investigación. Para dar respuesta a la cuestión principal, se presentarán los objetivos que persiguió esta investigación: 1. diseñar y aplicar un conjunto de situaciones didácticas que permitan identificar y establecer una relación dialéctica entre los enfoques puntuales y globales cuando se estudia las cónicas como lugares geométricos en el AGD Cabri, en relación con problemas de construcción geométrica; 2. Observar, registrar y analizar la producción de los conocimientos matemáticos alrededor de las *cónicas* como lugar geométrico realizada por los estudiantes del curso de *Geometría Analítica*, cuando interactúan con el *medio* Cabri a través de las situaciones diseñadas, desde una dialéctica puntual y global, cuando se involucran en problemas de construcción geométrica.

Para dar cuenta del problema de investigación se presenta muy brevemente algunos estudios internacionales alrededor de siete grandes aspectos didácticos: 1. Ideas previas erróneas sobre las cónicas; 2. Complementariedad entre los enfoques *Sintético* y *Analítico*; 3. Enfoque por *Construcciones Geométricas* como procedimiento; 4. Desaparición Curricular; 5. Escasez de estudios sobre lugares geométricos; 6. Enfoque dinámico para el estudio de los lugares geométricos y las cónicas en un AGD; y finalmente 7. Un tratamiento puntual y global para el estudio de lugares geométricos.

En esta investigación, se abordó los aspectos metodológicos siguiendo las directrices de la *Ingeniería Didáctica* (Artigue, 1995). Por lo tanto, se presentarán las *Dimensiones de Análisis Preliminares*: la *Histórica* – *Epistemológica*, la *Cognitiva* y la *Didáctica*. La dimensión de análisis *Histórica* -

*Epistemológica* cuyo principal objetivo fue llegar a dar cuenta de los diversos significados y características que han adquirido las cónicas desde la perspectiva de lugar geométrico, así como la comprensión de su naturaleza y sentido que han tenidos estas curvas en tres periodos de tiempo, a partir de las construcciones geométricas desde un enfoque puntual y global. La dimensión de análisis *Cognitivo* donde se mostrará las diversas caracterizaciones de los objetos matemáticos desde un enfoque *global y puntual*. Así mismo, se expondrán algunas concepciones de los estudiantes acerca de la noción de *lugar geométrico*, y las dificultades y obstáculos en el aprendizaje de las cónicas. También se presentará una revisión teórica de los fenómenos didácticos asociados a la *visualización matemática* en un AGD, el papel de las *representaciones matemáticas ejecutables y dinámicas* para la comprensión de las cónicas y las *construcciones geométricas* como entrada necesaria a los AGD que actúan como *mediadores* (Moreno y Hegedus, 2009) del conocimiento que llegan a adquirir los estudiantes. Con la dimensión de análisis *Didáctico* se presentará las características del funcionamiento del sistema de la enseñanza tradicional y sus efectos. Se centró en el campo de las restricciones donde se situó la secuencia didáctica. Para esta investigación, se tomó en cuenta un *Análisis de Textos* (Fernández y Mejía, 2010) sobre las cónicas en la Educación Superior, la *Teoría de las Situaciones Didácticas* (TSD) (Brousseau, 2007), los AGD como *medio* organizador de la interacción con el saber matemático: *cónicas*. Así mismo, se tuvo en cuenta la *tipología de tareas* en AGD (Laborde, 2001 y 2006) para gestionar las clases de *Geometría Analítica*. Por supuesto, todo lo anterior se realizó avocando a los objetivos específicos de este trabajo.

## Resultados

Esta investigación se realizó en un curso de *Geometría Analítica* con 25 estudiantes del programa de estudios de Licenciatura en Matemáticas, en la Universidad de Nariño. En esta charla, se expondrán los análisis *a priori* y *a posteriori* del diseño y gestión de la puesta en acto de las situaciones *a-didácticas* que se preparó para esta investigación. Uno de los resultados es el diseño de ocho situaciones desde la dialéctica *puntual – global* integrando (Lagrange, et al. 2003) Cabri en relación a la TSD y la tipología de tareas en AGD (Laborde, 2001 y 2006). Así mismo, se presentarán las ideas erróneas que tuvieron los estudiantes acerca de las *cónicas* como lugar geométrico así como las concepciones previas que tuvieron sobre qué significa para ellos un lugar geométrico. En particular, uno de los grandes resultados es que el tratamiento de los lugares geométricos en la *Geometría* en general, es que la comprensión *global* del lugar geométrico impera en los estudiantes, al ver la figura (cónica) completa en contraste a la comprensión *local* o *puntual* que no es muy bien recibida (Jahn, 2002), en la que se estudian las propiedades intrínsecas de puntos individuales del lugar geométrico.

## Conclusiones

Se muestran las conclusiones del contraste entre los análisis *a priori* y *a posteriori* así como cada una de las conclusiones que se derivaron de los análisis *preliminares*. Por último, al analizar la información recolectada, se encontró que las situaciones didácticas planteadas desde las construcciones geométricas *puntuales* permitieron emerger construcciones geométricas globales en el Cabri y este *medio* permitió retroalimentaciones valiosas para llegar a caracterizar las propiedades geométricas de las *cónicas*. En el diseño de las situaciones, se tomó en cuenta la historia y epistemología de las construcciones geométricas puntuales, como la construcción de la parábola de *Werner* y una variación del problema de tangencia de *Apolonio*. También se concluyó que el mismo diseño de las situaciones, restituyó el sentido geométrico de las *cónicas* sin desligarse del enfoque usual, el algebraico, trayendo consigo una complementariedad en los enfoques tradicionales para que los estudiantes comprendan las propiedades geométricas de tales curvas.

## Referencias Bibliográficas

- Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En: M. Artigue, R. Douady, L. Moreno y P. Gómez (Eds). *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*. (pp. 33-59). Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Bartolini Bussi, M. G. (2005). The meaning of conics: historical and didactical dimensions. En: C. Hoyles, J. Kilpatrick & O. Skovsmose (Eds.). *The meaning of Mathematics Education*. Vol. 37. pp. 39 – 60. Nueva York, EE.UU.: Springer Verlag.

- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas* (Primera Ed.). (D. Fregona, Trad.) Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.
- Fernández, E. (Abril – Septiembre 2009). Un enfoque al estudio de las cónicas: el caso de la parábola como lugar geométrico en el ambiente de geometría dinámica Cabri Géomètre II. *Cuadernos del Maestro. Revista de Educación y Pedagogía*, (3). 4. (pp. 9-28). Escuela Normal Superior Farallones de Cali: Poemia.
- Fernández, E. y Mejía, M. F. (2010). *Análisis de textos escolares para el diseño de situaciones de enseñanza*. En: Memorias del 11mo. Encuentro Colombiano Matemática Educativa (7 al 9 de Octubre de 2010). (pp. 61-68). Bogotá, Colombia. [En línea]. Consultado el 1 enero de 2011. Disponible en: [http://funes.uniandes.edu.co/1162/1/61\\_Analisis\\_de\\_textos\\_escolares\\_para\\_el\\_diseño\\_de\\_situaciones\\_de\\_A\\_socolme2010.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1162/1/61_Analisis_de_textos_escolares_para_el_diseño_de_situaciones_de_A_socolme2010.pdf)
- Hegedus, S. y Moreno, L. (2011, Enero). The emergence of mathematical structures. *Educational Studies in Mathematics*. 76 (1), (pp. 1-20). Netherlands: Springer.
- Jahn, A. P. (2002, Junio): "Locus" and "Trace" in Cabri-Géomètre: relationships between geometric and functional aspects in a study of transformations. En: *The International Journal on Mathematical Education, ZDM Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 34, (3), 78 – 84.
- Laborde, C. (2001). Integration of technology in the design of geometry tasks with Cabri-Geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6, (3), 283-317.
- Laborde, C. (2005, 12-16 de Diciembre). *Robust and soft constructions: two sides of the use of the use of dynamic geometry environments*. En: 10th Asian Technology Conference in Mathematics. Cheong-Ju: Korea National University of Education.
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K. & Strässer, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. En: A. Gutiérrez, P. Boero (Eds.). *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*, pp. 275–304. Sense Publisher.
- Lagrange, J-B., Artigue, M., Laborde, C. & Trouche, L. (2003). Technology and Mathematics Education: A Multidimensional Study of the Evolution of Research and Innovation. En: Bishop, A. J., Clements, M. A., Keitel, C., Kilpatrick J. y Leung, F. K. S. (Eds.). *Second International Handbook of Mathematics Education*. pp. 877–917. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academics Publishers.
- Margolinas, C. (2009). *La importancia de lo verdadero y de lo falso en la clase de matemáticas*. (M. Acosta y J. Fiallo Trad.). Bucaramanga, Ediciones Universidad Industrial de Santander. (Trabajo original publicado en 1993).
- Martin, G. (1998). Euclidean Constructions. En: G. Martin (Ed.). *Geometric constructions*. (pp. 1-10). Nueva York, EE.UU.: Springer – Verlag.
- Maschietto, M. y Trouche, L. (2010). Mathematics learning and tools from theoretical, historical and practical points of view: the productive notion of mathematics laboratories. En: *The International Journal on Mathematical Education, ZDM, Zentralblatt für Didaktik der Mathematik: The role of resources and technology in mathematics education*, 42 (1), 33-47.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (2004). *Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales*. Serie documentos. Proyecto de Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia. Santafé de Bogotá: Enlace Editores Ltda.
- Moreno, L., Hegedus, S., y Kaput, J. (2008). From static to dynamic mathematics: Historical and representational perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 68, 99-111.
- Moreno, L. y Hegedus, S. (2009). Co-action with digital technologies. En: *The International Journal on Mathematical Education, ZDM, Zentralblatt für Didaktik der Mathematik: Transforming Mathematics Education through the Use of Dynamic Mathematics Technologies*, 41 (4), 505-519.
- Río, J. del. (1996). *Lugares geométricos. Cónicas*. Madrid, España: Editorial Síntesis.