

3.9. CONFERENCIA PARALELA 9

Comprensión de las Homotecias: un Estudio Didáctico de Complementariedad entre Pantógrafo y Cabri.

Jhonatan Ortega Betancourt, estivenortega@hotmail.com, Universidad de Nariño.
Edinsson Fernández Mosquera, edi454@yahoo.com, Universidad de Nariño.

Resumen. Se presentan los resultados y las conclusiones obtenidas durante el desarrollo de un Trabajo de Grado de pregrado desarrollado en el programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño, donde se colocó a prueba la *complementariedad* entre artefactos *físicos* y *virtuales* tales como el Ambiente de Geometría Dinámica *Cabri II Plus* y el *Pantógrafo*, con relación a la enseñanza y aprendizaje del concepto de *Homotecia* para estudiantes de *noveno grado* de la Educación Básica Secundaria de Colombia; bajo el diseño e implementación de una *secuencia de situaciones didácticas* que involucraron el uso de dichos artefactos. Así mismo, se presentan algunas preguntas que emergieron durante la investigación, las cuales pretenden suscitar futuras investigaciones al respecto sobre ésta transformación geométrica, o la complementariedad de artefactos (físicos y virtuales).

Palabras claves. Homotecia, complementariedad, artefactos físicos, artefactos virtuales.

5. Presentación.

Se presentan los resultados obtenidos en un Trabajo de Grado de pregrado denominado: *Complementariedad para la enseñanza del concepto de homotecia con artefactos como Cabri II Plus y Pantógrafo. Un acercamiento a las representaciones homotéticas cotidianas.* El cual fue desarrollado por uno de los autores de esta conferencia en la Universidad de Nariño, para optar al título de Licenciado en Matemáticas (en diciembre del 2017).

Según Ortiz y Ángulo (2010), las diferentes *Transformaciones Geométricas* (en particular el concepto de *Homotecia*) y el uso de tecnologías son temas aislados y poco conocidos en las clases de Matemáticas. Y dado que en Matemáticas los materiales didácticos (como las tecnologías digitales) promueven la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos matemáticos, entonces se diseñó e implementó una propuesta didáctica que integró un artefacto virtual como el Ambiente de Geometría Dinámica (AGD) *Cabri II Plus*, y otro físico articulado como el *Pantógrafo*, bajo un uso complementario que involucrara la enseñanza y aprendizaje del concepto de Homotecia para estudiantes de noveno grado en Colombia, involucrando también las Representaciones Homotéticas Cotidianas (RHC).

En éste sentido, y con el fin de entender el contexto particular donde se desarrolló la investigación, (Ortega, J. & Fernández, E., 2017), se procedió a desarrollar e implementar una encuesta tipo Likert, la cual fue dirigida a 13 profesores en ejercicio, de Matemáticas, de diferentes instituciones educativas públicas del departamento de Nariño, y 30 profesores en formación del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Nariño; con el fin de indagar respecto al uso e interés sobre las tecnologías digitales en el aula, y el conocimiento y la importancia dada por los docentes al concepto de homotecia en el desarrollo de sus clases. Una de

las conclusiones contundentes de esta encuesta fue: el concepto de *homotecia* se pasa de modo ligero o no se estudia.

Esta conclusión fue una de las razones más para justificar esta investigación y a partir de ahí, se diseñó todo un dispositivo y estudio didáctico que fomentó complementariedad de artefactos didácticos en las clases de Matemáticas con el fin de garantizar un aprendizaje significativo de las propiedades geométricas de la homotecia acorde a RHC y a la resolución de problemas matemáticos.

En este estudio, se comprendió el concepto de complementariedad, según Hoyos (2006), como:

las características que tiene cierto artefacto que le permiten mejorar las de otro, o aquellas que tiene un grupo de artefactos que hacen enriquecerse mutuamente, donde cada artefacto posibilita la construcción de un conocimiento diferente. (p. 8)

Y siendo consecuentes con la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) de Brousseau (2007), y la micro-ingeniería didáctica, según Artigue (1995), como metodología adoptada, se diseñó una secuencia de enseñanza, la cual comprometió el uso complementario de artefactos físicos y virtuales tales como *Cabri II Plus* y el *Pantógrafo*, con el fin de que los estudiantes comprendieran las propiedades geométricas intrínsecas de homotecia. La secuencia didáctica fue desarrollada por cinco estudiantes de noveno grado del colegio Liceo de la Universidad de Nariño (Pasto – Nariño), y se encuentra conformada por cuatro *situaciones a-didácticas*, las cuales hicieron un uso equilibrado de los artefactos durante el desarrollo de la investigación.

El registro de la información durante el desarrollo de la investigación, se efectuó haciendo uso de cámaras fotográficas, de video, y los desarrollos (físicos o virtuales) realizados por los estudiantes durante cada situación, los cuales incluyeron respuestas a cada pregunta realizada en cada actividad. Posteriormente, con los resultados a mano, se procedió a realizar el análisis *a posteriori*, al confrontar lo obtenido con lo que se esperaba en cada actividad (el análisis *a priori*), resaltando que se cumplieron a cabalidad los objetivos planteados, y se pudo dar respuesta la pregunta sobre cómo fue posible generar un uso complementario de los artefactos utilizados. Finalmente, se presentan las conclusiones respectivas, y se incluyen algunas preguntas abiertas que pueden generar nuevas investigaciones respecto al concepto de homotecia, y la complementariedad de artefactos físicos y virtuales en el campo de la Educación Matemática.

6. Desarrollo de la temática.

Á continuación, se presentará el siguiente orden de ideas principales de esta disertación:

- **Los Aspectos Generales, donde se abordarán:** los Antecedentes, la Justificación, Planteamiento del problema, y los objetivos.
- **Análisis Preliminares:** donde se presentarán las tres dimensiones de análisis: *Histórico – Epistemológica, Cognitiva y Didáctica*. que permitieron dar elementos conceptuales, metodológicos y teóricos para el diseño de las situaciones didácticas.
- **Metodología y diseño de las situaciones didácticas:** Aquí se presentará los fundamentos de la *micro-ingeniería didáctica* realizada como metodología de investigación. Asimismo, se presenta una rejilla de análisis que tuvo en cuenta los *Análisis Preliminares*.

- **Las Situaciones Didácticas (Análisis *a posteriori*):** donde se presentan las situaciones didácticas puestas en acto con sus respectivos análisis *a posteriori*.
- **Conclusiones:** Aquí se presentan las respectivas conclusiones y preguntas abiertas que deja esta investigación para futuras investigaciones en este campo.

7. Conclusiones.

- Se presenta a la **comunidad académica** la Secuencia Didáctica diseñada como uno de los productos finales de esta investigación, que permitió comprender la homotecia bajo una nueva **propuesta didáctica**. A su vez, abre la posibilidad para que esta comunidad **no deje** de lado el estudio de este concepto, o lo estudien en forma ligera. Así mismo, les permita sortear las dificultades que presentan los estudiantes al estudiar este concepto, y fortalecer las **primeras ideas** de los estudiantes hacia este concepto, pues según los **Estándares Básicos de Competencias** (Ministerio de Educación Nacional, 2006), este concepto deberá ser estudiado en los grados 6° o 7°, y aquí se abre la posibilidad de estudiarlo en el grado 9°.
- Se dio protagonismo al pantógrafo, un artefacto poco conocido, pero que sirvió para promover el estudio del concepto de homotecia. Dando evidencia de la existencia de artefactos que pueden ser llevados a las **clases de matemáticas**, los cuales deberán ser indagados e incorporados por el **docente**, con el fin de crear un **ambiente más rico para el aprendizaje**.
- Se enriqueció las prácticas pedagógicas de un docente, en la medida en que se muestra que **es posible** incorporar un nuevo artefacto al aula de **clases**, sin quitar protagonismo a los materiales didácticos tradicionales, y además se observó que al trabajarlos en conjunto y en complementariedad con tecnologías digitales, se favorecen la adquisición de **conocimiento matemático** en los estudiantes.
- La complementariedad entre el pantógrafo y el AGD Cabri II Plus se manifestó en los **procesos de instrumentalización** diferentes que se dan en cada **artefacto**, pues, durante el desarrollo de la **Secuencia didáctica** se pudo ver qué:

Complementariedad entre Cabri II Plus y Pantógrafo	
Qué ofreció Cabri II Plus	Qué ofreció el pantógrafo
A través de la herramienta Homotecia de este AGD , se promueve al concepto de homotecia como una acción inmediata , la cual es basada en un proceso macro incorporado en el software de este AGD .	Promovió la homotecia como un proceso de construcción geométrico generado por un punto que sigue una trayectoria asociada directamente con una ley establecida implícitamente en este artefacto ; que se asocia directamente con el concepto de homotecia . Permitiendo entre otras cosas entender las propiedades de este concepto .
Trabajar con razones K tales que: $0 < K < 1$.	Trabajar con razones k tales $1 < K < P$, donde P es establecido por la fisonomía de cada pantógrafo.
Generó un comportamiento dinámico del concepto de homotecia.	Es una ambiente estático .

8. Referencias bibliográficas.

- Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno & P. Gómez (Eds.). *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática* (pp. 33-59). Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas* (Primera Ed.). (D. Fregona, Trad.). Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.
- Hoyos, V. (2006). Funciones complementarias de los artefactos en el aprendizaje de las transformaciones geométricas en la escuela secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*. 24 (1), 31-42.
- Ibarguen, Y. y Realpe, J. (2012). *La enseñanza de la simetría axial a partir de la complementariedad de artefactos*. (Tesis de pregrado no publicada). Universidad del Valle, Cali, Colombia. Recuperado el 28 de Enero de 2015 en <http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/handle/10893/3858>
- Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas: Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!* Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.
- Ortega, J. y Fernández, E. (2017). *Complementariedad para la enseñanza del concepto de homotecia con artefactos como Cabri II Plus y Pantógrafo. Un acercamiento a las representaciones homotéticas cotidianas*. (Tesis de pregrado no publicada). Universidad de Nariño, Pasto, Colombia.
- Ortíz, J. y Angulo, J. (2010). *La homotecia, un tema casi olvidado en la enseñanza de la educación matemática en Buenaventura: una propuesta desde el punto de vista algebraico*. Comunicación presentada en 11° Encuentro Colombiano Matemática Educativa (7 al 9 de Octubre de 2010). Bogotá, Colombia