EFECTOS DE CONFINAMIENTO EN MUESTRAS MESOSCÓPICAS SUPERCONDUCTORAS

A. Pasaje[1,2], J. M. Calero[2] , J. C. Granada[2] y E. Z. da Silva[3]
[1]*Departamento de Física, Universidad de Nariño, Torobajo, Pasto, Nariño, (Colombia)*
[2]*Departamento de Física, Universidad del Valle, A. A. 25360, Cali (Colombia)*
[3]*Instituto de Fisica, Universidade Estadual de Campinas, 13083-970, C.P. 6165, Campinas (Brasil)*

(Recibido 23 de Oct. 2006; Aceptado. 02 de Agos . 2007; Publicado 31 de Agos. 2007)

RESUMEN

En superconductores mesoscópicos el tamaño y la forma de la muestra tienen un efecto considerable sobre las propiedades físicas del estado superconductor. Este efecto es estudiado convencionalmente mediante la ecuación de Ginzburg-Landau (GL) utilizando la condición de frontera que implica que la componente normal de la corriente superconductora es igual a cero. Sin embargo esta aproximación no incluye la contribución a la energía de los pares de Cooper debida al confinamiento. En el presente trabajo utilizamos la generalización realizada por Shanenko e Ivanov a la teoría GL, la cual tiene en cuenta la interacción debida al confinamiento, para estudiar el campo crítico termodinámico de una muestra mesoscópica superconductora con simetría cilíndrica en ausencia de campo magnético..

Palabras claves: Superconductor mesoscópico, interacción de confinamiento, Teoría de Ginzburg-Landau

ABSTRACT

The most important feature of a mesoscopic superconductor is that its shape and size have an essential effect on the physical properties of the superconducting condensate. Usually this effect is investigated via the Ginzburg-Landau (GL) equations, solved together with the conventional boundary condition. This condition implies that the normal component of the superconducting current is equal to zero. However, the approach based on the GL functional for the free energy does not include the contribution acquired by the cooper pairs due to the confining interaction. In this work we use a generalized GL theory proposed by Shanenko and Ivanov, including the confining interaction, in order to study the thermodynamic critical field in mesoscopic superconducting samples with cylindical symmetry without applied magnetic field.

Key Words. Mesoscopic superconductor, confining interaction, Ginzburg-Landau theory.

Introducción

En los últimos años, debido a los avances en nano-tecnología, el estudio de sistemas superconductores mesoscópicos ha cobrado un gran interés. Uno de los hechos más importantes radica en que el tamaño y forma de la muestra tienen un efecto considerable sobre las propiedades del estado superconductor en estos sistemas. Tradicionalmente estos efectos son estudiados utilizando las ecuaciones de Ginzburg-Landau (GL), sujetas a una condición de frontera consistente en que la componente normal de la corriente superconductora sea igual a cero [1-3], la cual indica que no hay portadores que escapen de la muestra. En la teoría desarrollada para muestras macroscópicas, la funcional GL para la energía libre no incluye la contribución a la energía de los pares de Cooper debida a la interacción de confinamiento, ya que su efecto es marginal. Para muestras de tamaños mesoscópicos, la contribución causada por la interacción de confinamiento no es despreciable dado que el tamaño de la muestra puede ser comparable con la longitud de coherencia GL de los pares, y por tanto resulta de mucho interés físico desarrollar una teoría que incluya este tipo de contribuciones. En un trabajo reciente desarrollado por Shanenko y colaboradores [4,5], se realiza una generalización de la teoría G.L. de tal forma que los términos que provienen de la interacción de confinamiento aparecen directamente en la energía libre y la primera ecuación GL para el parámetro de orden superconductor.

Es nuestro propósito, en el presente trabajo, aplicar este modelo para calcular el campo crítico termodinámico en una muestra superconductora mesoscópica con forma cilíndrica, en ausencia de campo magnético aplicado.

Se considera un cilindro mesoscópico de radio a y altura l, tales que $(l, a) \geq \xi(T) \geq \xi_0$, donde $\xi(T)$ es la longitud de coherencia a temperatura T y $\xi_0=\xi(0)$. El estado superconductor de la muestra se caracteriza por el parámetro de orden $\Psi(\mathbf{r})$. Usualmente, despreciando el efecto del potencial de confinamiento sobre los pares de Cooper, la funcional de energía libre GL se escribe en la forma convencional:

$$F = F_n + \int \left[\alpha |\Psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\Psi|^4 + \frac{1}{2m^*} \left| \left(-i\hbar\nabla - \frac{2e}{c}\mathbf{A} \right) \Psi \right|^2 + \frac{1}{8\pi} B^2 \right] dV \,, \qquad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \,, \tag{1}$$

donde se han adoptado las definiciones típicas de los diferentes parámetros que intervienen en la teoría GL [6]. Adicionalmente, el parámetro de orden está sujeto a las condiciones de frontera: $\left(-i\hbar\nabla - \frac{2e}{c}\mathbf{A} \right)_n \Psi = 0$, (2)

en la que el subíndice n denota la componente normal a la superficie de la muestra.

Sin embargo, como ha sido resaltado por Shanenko y colaboradores [4,5], para muestras mesoscópicas la interacción de los pares de Cooper con el potencial de confinamiento geométrico V_{conf} juega un papel relevante y debe ser tenida en cuenta. En ausencia de campo magnético, la minimización de la energía libre GL generalizada (incluyendo el potencial V_{conf}) con respecto a Ψ^+ conduce a la ecuación diferencial para el parámetro de orden [4]:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*}\nabla^2 + 2V_{conf}(\mathbf{r}) + \alpha + \beta |\Psi(\mathbf{r})|^2 \right] \Psi(\mathbf{r}) = 0 \,, \tag{3}$$

donde $\mathbf{r}$ describe la posición del centro de masa de los pares de Cooper. Es importante resaltar que los parámetros α y β, en la ecuación (3), están renormalizados respecto a los de la teoría GL convencional, de tal manera que cuando $T \to T_c$ el parámetro α no se anula junto con $\Psi(\mathbf{r})$, sino que se aproxima a un cierto valor α_c, dado por el valor propio más bajo de la ecuación tipo Schrödinger:

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*}\nabla^2\Psi(\mathbf{r}) + 2V_{conf}(\mathbf{r})\Psi(\mathbf{r}) = -\alpha_c\Psi(\mathbf{r}) \,, \tag{4}$$

que es formalmente idéntica a la ecuación de Gross-Pitaevskii [7,8]. El parámetro de orden $\Psi(\mathbf{r})$ debe satisfacer la condición de normalización:

$$n = \frac{1}{\Omega} \int d^3r \, |\Psi(\mathbf{r})|^2 \,, \tag{5}$$

siendo Ω el volumen de la muestra y n la densidad media de pares de Cooper.

En primera aproximación podemos asumir, para el potencial de confinamiento, una forma de pozo rectangular infinito (nulo en el interior de la muestra e infinito en sus fronteras y fuera de ella). Bajo estas circunstancias, el parámetro de orden queda sujeto a la usual condición de frontera consistente en el anulación del parámetro de orden sobre la superficie de la muestra ($\Psi(\mathbf{r})\big|_{frontera} = 0$). Para una muestra con simetría axial, sujeta al potencial de confinamiento considerado, la ecuación (4) en coordenadas cilíndricas toma la forma:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial\Psi}{\partial\rho}\right)+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}-\frac{2m^*}{\hbar^2}\alpha_c\Psi=0\cdot \tag{6}$$

Utilizando separación de variables, el parámetro de orden puede escribirse como $\Psi(\rho,z)=R(\rho)Z(z)$ y la ecuación (6) queda:

$$\frac{1}{R(\rho)}\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{dR(\rho)}{d\rho}\right)+\frac{1}{Z(z)}\frac{d^2Z(z)}{dz^2}+Q^2=0, \tag{7}$$

donde se ha definido la cantidad: $Q^2=-\left(2m^*/\hbar^2\right)\alpha_c$. En este caso, el parámetro de orden satisface las condiciones de frontera $\Psi(\rho=a,z)=\Psi(\rho,z=0)=\Psi(\rho,z=l)=0$. La solución con menor valor propio para *Z(z)*, compatible con estas condiciones de frontera, tiene la forma:

$$Z(z)=C\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{l}z\right)\cdot \tag{8}$$

De otro lado, la parte radial del parámetro de orden satisface la ecuación diferencial de Bessel de orden cero:

$$x^2\frac{d^2R}{dx^2}+x\frac{dR}{dx}+x^2R(x)=0,\cdot \tag{9}$$

en la cual se ha efectuado el cambio de variable $x = \kappa\rho$, con $\kappa^2=Q^2-\pi^2/l^2$. De esta manera, la solución completa para el parámetro de orden, compatible con las condiciones de frontera impuestas, puede escribirse:

$$\Psi(\rho,z)=D\,J_0\left(\frac{x_0}{a}\rho\right)\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{l}z\right), \tag{10}$$

donde J_0 es la función de Bessel de orden cero [9], x_0 es el primer cero de la función de Bessel y *D* es una constante que se calcula utilizando la condición de normalización (5). Finalmente obtenemos para el parámetro de orden la expresión:

$$\Psi(\rho,z)=\frac{\sqrt{n}}{0.3678}J_0\left(\frac{x_0}{a}\rho\right)\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{l}z\right)\cdot \tag{11}$$

El campo crítico termodinámico H_c puede calcularse a partir de la diferencia entre las energías libres del estado normal y el estado superconductor, junto con la ecuación (3), obteniéndose la expresión:

$$H_c^2=\frac{4\pi\beta}{\Omega}\int d^3\boldsymbol{r}\left|\Psi(\boldsymbol{r})\right|^4\cdot \tag{12}$$

Sustituyendo el parámetro de orden, dado por la ecuación (11), en la expresión (12) obtenemos el valor de dicho campo para una muestra cilíndrica de radio *a* y altura *l*:

$$H_c = 6.29\sqrt{\beta}n\,. \tag{13}$$

Para muestras con dimensiones muy grandes comparadas con la longitud de coherencia, en las cuales el efecto de la interacción de confinamiento es despreciable, el campo crítico termodinámico viene dado por $H_c^2 = 4\pi\left(\alpha^2/\beta\right) = 4\pi\beta n^2$. Por lo tanto, la razón entre el campo crítico termodinámico de la muestra cilíndrica mesoscópica y el de una muestra macroscópica está dada por $H_c/H_c^0 = 6.29\sqrt{\beta}n/3.54\sqrt{\beta}n = 1.77$. (14)

En la tabla 1 presentamos nuestros resultados para una muestra mesoscópica cilíndrica y los obtenidos por Shanenko-Ivanov para muestras con geometría esférica y cúbica, en los cuales se puede observar que la inclusión de la interacción de confinamiento asociada con las fronteras de la muestra permite obtener valores más altos del campo crítico termodinámico, en comparación con sistemas en los que la presencia de fronteras no es relevante por tener unas dimensiones muy grandes en comparación con la longitud de coherencia. Este resultado está en concordancia con el incremento, hasta por un factor de 4 – 5, observado en el campo crítico alto H_{c2} de muestras mesoscópicas, con relación a muestras sin confinamiento geométrico [10]. Adicionalmente puede notarse que el valor del campo crítico termodinámico obtenido para la muestra cilíndrica está entre los correspondientes valores para las muestras esférica y cúbica, lo cual puede atribuirse a los diferentes grados de simetría existentes en cada caso.

Tabla No. 1. Campos críticos termodinámicos calculados para muestras con diferentes geometrías

Muestra Cúbica Shanenko-Ivanov	Muestra Cilíndrica A. Pasaje y Otros	Muestra Esférica Shanenko-Ivanov
$H_c = 6.51n\sqrt{\beta}$	$H_c = 6.29n\sqrt{\beta}$	$H_c = 5.95n\sqrt{\beta}$
$H_c/H_c^0 = 1.83$	$H_c/H_c^0 = 1.77$	$H_c/H_c^0 = 1.68$

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue financiado por Colciencias a través de los proyectos de investigación identificados con los códigos 1106-05-13828 y 1106-14-17903, el Centro de Excelencia para Nuevos Materiales (CENM), el convenio de colaboración CNPq-Colciencias No. 0491486/2004-9 y la Universidad del Valle.

REFERENCIAS

[1] C. Meyers, Phys. Rev. B **68**, 104522 (2003).
[2] W. V. Pogosov, A. L. Rakhmanov, E. A. Shapoval, Physica C, **356**, 225 (2001).
[3] P. S. Deo, V. A. Schweigert, F. M. Peeters, Phys. Rev. Lett. **79**, 4653 (1997).
[4] A. A. Shanenko and V.A. Ivanov, Phys. Lett. A **332**, 384 (2004).
[5] A. A. Shanenko, J. Tempere, F. Brosens and J. T. Devreese. Sol. State. Comm. **131**, 409 (2004).
[6] P. G. de Gennes, Superconductivity of Metals and alloys, Addison-Wesley, pag. 171, (1966).
[7] P. Pieri, G. C. Strinati, Phys. Rev. Lett. **91**, 030401(2003).
[8] F. Dalfo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, S. Stringari, Rev. Mod. Phys. **71,** 463 (1999).
[9] G. Arfken, Mathematical Methods for physics, Academic Press, pag. 494, (1985).
[10] M. Pose, E. Bascones, J. G. Rodrigo, et al., Phys. Rev. B **58**, 11173 (1998).