

**CALCULO DEL DECAIMIENTO  $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$   
MEDIANTE LAGRANGIANOS QUIRALES**

**JOHANA ALEXANDRA HERRERA RUALES**

**UNIVERSIDAD DE NARIÑO  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMATICAS  
PROGRAMA DE FISICA  
SAN JUAN DE PASTO  
2003**

**CALCULO DEL DECAIMIENTO  $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$   
MEDIANTE LAGRANGIANOS QUIRALES**

**JOHANA ALEXANDRA HERRERA RUALES**

**Trabajo de Grado para Optar al Título de Físico**

**Director:  
ALFREDO PASAJE SALCEDO  
Magíster de Física**

**UNIVERSIDAD DE NARIÑO  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMATICAS  
PROGRAMA DE FISICA  
SAN JUAN DE PASTO**

**2003**

*”Las ideas y conclusiones aportadas en la tesis de grado son responsabilidad exclusiva de los autores”.*

Artículo primero del acuerdo No 324 de octubre 11 de 1966 emanado por el honorable consejo directivo de la universidad de Nariño.

**Nota de aceptación:**

---

---

---

---

**Presidente Jurado**

---

**Jurado**

---

**Jurado**

---

**Ciudad y fecha (día, mes, año)**

*A mis padres:*

*Quienes con su apoyo, esfuerzo y paciencia,  
me han regalado la oportunidad de realizar  
todas mis metas.*

## **AGRADECIMIENTOS**

Existen muchas personas a las que les debo la culminación de este trabajo de grado, y para las cuales va mi más sincero agradecimiento, ya que de no ser por ellas no habría sido posible.

En Primer lugar, a mi director de trabajo de grado, el Mgs. Alfredo Pasaje Salcedo, a mi Codirector, Germán Enrique Ramos Z. por su perseverante colaboración y paciencia en el desarrollo de este proyecto.

A mis padres, a quienes les debo todo en mi vida, no solo por su sacrificio, ejemplo, apoyo incondicional sino por algo aún más especial, por creer en mí ciegamente.

A mis profesores, por la paciencia y dedicación que han tenido para conmigo durante el transcurso de mis estudios.

A mis familiares, por la solidaridad, compañía, y el apoyo que me brindan día a día.

A Juan Carlos, quien con su colaboración, comprensión y compañía ha sido mi sostén en los momentos difíciles.

A mis compañeros, por que con su amistad han hecho que los días sean más amables.

## RESUMEN

Se realiza un Estudio de simetría quiral y lagrangianos quirales. Utilizando la formulación de simetría oculta de Bando et al <sup>[34,35]</sup> y considerando campos en aproximación débil, se identifica el lagrangiano correspondiente a mesones escalares y vectoriales neutros.

Se establece las constantes presentes en el lagrangiano, con la utilización de procesos tales como  $\pi \rightarrow \gamma\gamma$ ,  $\rho \rightarrow \pi\gamma$ ,  $\omega \rightarrow \pi\gamma$  y se determina el acople  $g_{\omega\rho\pi}$ , con un valor de  $g_{\omega\rho\pi} = 1.294 \times 10^{-2} \text{ MeV}^{-1}$  dominante en el proceso  $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ . Haciendo uso del acople  $g_{\omega\rho\pi}$ , se determina la rata de decaimiento para el proceso  $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  con un valor de  $\Gamma(\omega \rightarrow \pi\pi\pi) = 4.28 \text{ MeV}$ .

Con el fin de mejorar la aproximación, se incluye un término de contacto obteniéndose un valor de 7.47 MeV para la rata de decaimiento en dicho proceso, que representa un porcentaje de error respecto al valor experimental de 0.66 %. De lo anterior podemos afirmar que el método utilizado en este trabajo representa una buena aproximación para el decaimiento en cuestión.

## ABSTRACT

It's carried out a Study of symmetry chiral and lagrangian chiral. Using the formulation of hidden symmetry of Bando et to the <sup>[34,35]</sup> and considering fields in weak approach, it's identified the lagrangian corresponding to mesons escalar and vectorial neuter.

It's settles down the present constants in the lagrangian, with the use of processes such as:  $\pi \rightarrow \gamma\gamma$ ,  $\rho \rightarrow \pi\gamma$ ,  $\omega \rightarrow \pi\gamma$  being determined this way the g couples  $g_{\omega\rho\pi}$ , with a value of  $g_{\omega\rho\pi} = 1.294 \times 10^{-2} \text{ MeV}^{-1}$  dominant in the process  $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ . Making use of the g couples  $g_{\omega\rho\pi}$ , the rate of decay is determined for the process  $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  with a value of  $\Gamma(\omega \rightarrow \pi\pi\pi) = 4.28 \text{ MeV}$ .

With the purpose of improving the approach, a contact term is included being obtained a value of 7.47 MeV for the rate of decay in this process, that represents an error percentage regarding the experimental value of 0.66%. Of the above mentioned, we can affirm that the method used in this work represents a good approach for the decay in question.

## OBJETIVOS

- Obtener una expresión general que permita el cálculo del proceso mesón vectorial mesón seudo escalar aplicando los lagrangianos quirales.
- Una vez obtenido esta expresión aplicarla, al cálculo del proceso  $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$
- Comparar la precisión de la anchura de decaimiento obtenida a partir del método de lagrangianos quirales, con el método de lagrangianos fenomenológicos utilizado en <sup>[1]</sup>, y su correspondiente valor experimental <sup>[24]</sup>.

## CONTENIDO

	<b>Pág.</b>
<b>INTRODUCCION</b>	<b>13</b>
<b>1. NOCIONES ELEMENTALES</b>	<b>23</b>
<b>1.1 SIMETRIA QUIRAL</b>	<b>27</b>
<b>1.2 SIMETRIA MANIFIESTA Y ROMPIMIENTO         ESPONTANEO DE LA SIMETRIA</b>	<b>28</b>
<b>1.3 TEOREMA DE GOLDSTONE</b>	<b>31</b>
<b>2. LAGRANGIANOS QUIRALES</b>	<b>36</b>
<b>2.1 TERMINO DE WESS ZUMINO WITTEN</b>	<b>45</b>
<b>3. CALCULO DEL PROCESO <math>\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0</math></b>	<b>48</b>

<b>3.1 CALCULO DE LAS CONSTANTES</b>	<b>54</b>
<b>3.2 AMPLITUD INVARIANTE</b>	<b>59</b>
<b>3.3 TERMINO DE CONTACTO</b>	<b>61</b>
<b>4. CONCLUSIONES</b>	<b>64</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>67</b>

## INTRODUCCIÓN

Quizás el principal desafío de la ciencia sea elaborar la receta para el cosmos, identificando y midiendo la materia de la que está moldeada la realidad. Así que el ser humano, en su afán de comprender el universo que le rodea, tiende a reducir la información que la naturaleza le brinda a conceptos simples, ejemplo de esto fueron las ideas griegas acerca de la composición de la materia. Una de las primeras teorías fue la propuesta por ANAXIMEDES de MILETUS, quien consideraba cuatro sustancias a partir de las cuales se formaban las demás, las cuales eran agua, fuego, aire y tierra. Hace unos 2400 años, se atribuye a DEMOCRITO de ABDERA la opinión de que "lo únicos que existe son los átomos y el espacio vacío". La palabra griega, *ατομοζ*, que significa indivisible, es usada por DEMOCRITO para expresar que al partir algo en pedazos cada vez más pequeños, eventualmente se llega a granitos minúsculos que ya no se pueden dividir más. Por un largo periodo, estos granitos llamados átomos no fueron más que especulaciones.

En el siglo XIX los químicos creyeron encontrar los llamados "*átomos de Demócrito*", lo cual incentivo la investigación en este campo, dando un sin numero de descubrimientos. En la década de 1920 los llamados átomos demostraron ser divisibles después de todo, y estar formados por núcleos de protones y neutrones rodeados por electrones, aunque el nombre "átomo" se mantuvo después de todo.

En la década de 1930, los novedosos aceleradores de partículas revelaron que a energías más altas, aparecían partículas más exóticas. Con un equipo más potente, la lista de las llamadas partículas elementales creció; en la década de 1960 los físicos habían hallado centenares de ellas, todas supuestamente elementales.

Durante las siguientes décadas, el desarrollo de máquinas más potentes permitió la observación más detallada de la materia, lo cual sumado al desarrollo de nuevas teorías permitió demostrar, que la materia en realidad se constituye de un puñado de objetos fundamentales, Quarks y Leptones. Estas entidades fundamentales interactúan entre sí, formando las estructuras existentes en nuestro universo; las interacciones son las responsables de todos los fenómenos físicos y son esencialmente cuatro:

- La gravitación
- El electromagnetismo
- Interacción nuclear fuerte
- Interacción nuclear débil.

Al nivel de las partículas elementales, son apreciables dos tipos de interacción, la interacción nuclear fuerte que actúa sobre Quarks y la interacción nuclear débil que es percibida por todas las partículas (Quarks y Leptones) <sup>[12]</sup>.

La interacción fuerte es de corto alcance, y se denomina fuerte debido a que es lo suficientemente intensa como para mantener unido al núcleo. Esta interacción, tiene una dependencia complicada con la distancia, debido a que su intensidad disminuye a cortas distancia, así que los Quarks parecen moverse libremente fenómeno que se conoce como “*libertad asintótica*”, pero se vuelve constante a grandes distancias, Es esta la razón por la cual, no podemos observar Quarks libres, y si conocemos los compuestos formados por los mismos (Hadrónes); este hecho recibe el nombre de “*Confinamiento de los Quarks*”.

Los Hadrónes, son entidades que están compuestas de unidades aún más pequeñas “Quarks”. Existen dos tipos de Hadrónes: Bariones y Mesones. Los Mesones son partículas inestables, a los que pertenecen los piones, kaones y la partícula eta. Por su parte, los Bariones conforman dos clases: los nucleones (protones y neutrones) y los Hiperones, inestables y más pesados que los nucleones.

Los Quarks son partículas elementales de espín  $\frac{1}{2}$ , existen seis tipos u, d, s (Quarks livianos) y c, b, t (Quark pesados), denominados estados de sabor:

u = up (arriba);

d = down (abajo);

c = charmed (encantado);

s = strange (extraño);

b = bottom (llamado a veces belleza) y,

t = top (llamado a veces verdad).

Se observó que partículas como  $\Omega^-$ , presentaban dos Quarks en el mismo estado cuántico; violando el principio de exclusión de Pauli. Debido a ello se introduce la teoría del color, en la cual, los Quarks se presentan en tres estados denominados “*estados de color*”. Según el modelo de Han Nambú, existen tres estados de color: rojo, amarillo y azul. Los Quarks están dotados de color y los Antiquarks de anticolor, la suma de un color con su anticolor, así como la suma de los tres colores, da como resultado partículas incoloras; color y anticolor, así como colores distintos se atraen, mientras que colores ó anticolores iguales se repelen. El resultado; los Quarks tienden a agruparse en Hadrónes incoloros, ya sea por pares de Quark y Antiquark de un mismo color, formando mesones incoloros (Hadrónes de espín entero), ó por ternas de Quark ó Antiquark de diferentes colores, formando Bariones incoloros (Hadrónes de espín semientero). El modelo del color resuelve el problema de la estadística de los Quarks, debido a que ninguno de los Quarks que forman un Barión son idénticos, pues poseen diferente estado de color. Con los tres colores y los tres anticolores se pueden lograr nueve combinaciones; sin embargo una sola de ellas da como resultado la mezcla incolora (contribuciones iguales de rojo y antirrojo azul y antiazul, amarillo y antiamarillo). Las ocho restantes generan el octete de Gluones (partículas portadoras del color, mediadoras en la interacción fuerte). La introducción del color tiene como

consecuencia multiplicar el número de Quarks por tres pero evita que se incremente el número de Hadrónes predichos.

La clasificación de los Hadrones viene de Gell -Mann y Murray, quienes se dieron a bien cuenta que estos se podían agrupar como multipletes  $SU(3)$  de isoespín <sup>[21]</sup>, al observar las propiedades físicas de los mismos, existiendo así: un octete de bariones de espín  $\frac{1}{2}$  y paridad positiva, un decuplete de bariones de espín  $\frac{3}{2}$  y paridad positiva, y un octete de mesones pseudo escalares. Una característica de estos multipletes, es que no son degenerados en masa, esto recae en el hecho de que la simetría  $SU(3)$  de isoespín sea solo aproximada. La clasificación de Hadrones en multipletes de  $SU(3)$  recibe el nombre en ingles de “eightfold way”.

Ahora bien, La interacción entre partículas materiales, es mediada por partículas denominadas portadoras <sup>[25]</sup>. Las partículas materiales sufren fuerzas de interacción, lo cual depende de una característica en especial denominada carga y es una cantidad numérica que determina el grado de intensidad con que cada partícula participa en la interacción, para el caso de las interacciones fuertes dicha carga, es el color. Las partículas que portan el color se conocen como Gluones, o Partones de Feynman los cuales son partículas neutras, sin masa y de espín 1, son ocho y actúan como mediadores en la interacción fuerte, al igual que el fotón en la interacción electromagnética. La única diferencia entre fotones y Gluones; es que los primeros no

llevan carga y no interactúan entre sí, mientras que los Gluones sí lo hacen, por lo cual un Quark puede emitir un Gluón, y este Gluón puede interactuar a su vez tanto con Quarks como con otros Gluones; ello origina el fenómeno de “*Apantallamiento*”<sup>[12]</sup>.

La confirmación indirecta de la existencia de Quarks de colores que surge de la experimentación, abrió un camino para entender la dinámica caprichosa de las partículas elementales. Aunque, al contrario de lo que se pensaba, los Quarks parecen moverse libremente dentro de los Hadrónes, y sin embargo, no escapan. La solución a esta paradoja requería de una reformulación cuántica de la teoría de campo Gluónico, esta fue la QCD o Cromodinámica Cuántica, (análoga a la Electrodinámica cuántica ó QED), esta teoría está basada en el grupo  $SU(3)$  de color, cuyos constituyentes fundamentales son los Quarks y Gluones. Debido a que los Gluones interactúan entre sí, la QCD es una teoría no lineal imposible de solucionar analíticamente, motivo por el cual se debe recurrir a las soluciones de computadora (QCD lattice).

En la Cromodinámica Cuántica aparecen ocho campos gauge, asociados a ocho Bosones gauge (Gluones). Su acoplamiento viene determinado por las constantes de estructura del grupo  $SU(3)$ . La intensidad de las interacciones se halla medida por las constantes de acoplamiento. Dichas constantes son muy pequeñas para la QED, y es muy fácil precisarlas analíticamente, calculándolas por métodos perturbativos, los cuales están de acuerdo con la experimentación. En la QCD en cambio, a altas energías los Quarks y los Gluones se comportan como partículas libres (constante de

acoplamiento pequeña), mientras que a bajas energías estos estados se unen para formar Hadrones. De lo anterior es claro que en las interacciones fuertes se presentan dos rangos de energía: la región de bajas energías ( $E < 2\text{GeV}$ ), donde se exhiben resonancias e interacciones complicadas y la región de altas energías ( $E > 2\text{GeV}$ ), donde existe un comportamiento suave y las resonancias desaparecen en este rango de energía se utiliza teoría de arreglos por computadora como la QCD lattice.

En el rango de bajas energías la constante de acoplamiento se hace muy grande e impide realizar teoría de perturbaciones, esto conlleva a encontrar métodos aproximados, tales como lagrangianos fenomenológicos y quirales, los cuales se construyen respetando las simetrías de la QCD. En esta construcción se considera a los Hadrones como los campos fundamentales, es decir, considerar a los Hadrones con estructura en este rango de energía es algo irrelevante.

El método de lagrangianos fenomenológicos se basa en la simetría  $SU(3)$  de isoespín y el modelo dominancia mesón vectorial, en el cual se encuentra implícito el hecho de que los hadrones no podían interactuar directamente con los fotones, sino que la interacción es mediada por la producción de un mesón vectorial ( $\rho, \phi, \omega$ ).

La teoría de los lagrangianos quirales surgió durante los años sesenta, para el estudio de las interacciones fuertes a bajas energías. Se basan en la observación de que el

lagrangiano de la QCD posee en el límite de masa cero la simetría  $SU(N)_L \otimes SU(N)_R$  la cual se encuentra espontáneamente rota a  $SU(N)_V$ . El concepto de rompimiento espontáneo de la simetría nació del hecho de considerar que el vacío no es invariante bajo transformaciones de tipo axial, esto llevo a Nambu a determinar que una simetría podría estar oculta por la presencia de Bosones no masivos en el espectro de partículas, el teorema de Goldstone igualmente estableció que por cada generador roto espontáneamente, debía existir un estado ligado de Quarks sin masa (un Bosón de masa cero) <sup>[9]</sup>.

Dentro de los métodos utilizados en los lagrangianos quirales se encuentra la teoría de perturbaciones quirales ó ChPT. La ChPT es la teoría que describe consistente y sistemáticamente la ruta de las interacciones fuertes, electromagnéticas y débiles en el rango de bajas energías, involucrando partículas pseudo escalares livianas y analizando las implicaciones de las simetrías de la QCD a bajas energías, este formalismo se basa en dos ingredientes claves: las propiedades de la simetría quiral de la QCD y el empleo de la teoría de campos efectivos (EFT).

La idea es reemplazar Quarks y Gluones por los mesones pseudo escalares y escribir el lagrangiano general de más bajo orden que contenga las mismas simetrías de la QCD involucrando estas partículas. La ChPT no es una teoría renormalizable y sus resultados

pueden ser descritos dándole un orden finito a la expansión. El precio a pagar es incluir nuevos términos (de constantes desconocidas) en el lagrangiano <sup>[6]</sup>.

El estudio del decaimiento del  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  dejó al descubierto un problema en la teoría, cuya solución fue la inclusión de las anomalías en el Lagrangiano. Los lagrangianos de la teoría de perturbaciones quirales (ChPT) entonces tienen que ser aceptados para describir transiciones tales como  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  que son permitidos y experimentalmente observados, La primera formulación de lagrangianos anómalos se debe a Wess y Zumino, posteriormente, Witten obtuvo una formulación más compacta del Lagrangiano.

Entre los procesos anómalos se encuentra el decaimiento de  $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ , que según Gell-Mann, Sharp, Wargner, es dominada por el diagrama de polo  $\omega\rho\pi$ , aunque la precisión experimental no es suficiente para excluir completamente la existencia de un posible término de contacto.

En el presente trabajo se ha utilizado el método de lagrangianos quirales para determinar el decaimiento  $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  junto a la inclusión de un término de contacto. El cual será comparado con el resultado obtenido mediante el método de lagrangianos fenomenológicos <sup>[1]</sup>.

El trabajo se ha desarrollado en cuatro partes así:

1. Se realiza un estudio básico de simetría quiral.
2. Breve estudio de lagrangianos quirales anómalos.
3. Calculo del proceso  $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$
4. Conclusiones.

## 1. NOCIONES ELEMENTALES

La Cromodinámica Cuántica ó QCD es hoy en día la teoría propuesta para la descripción de las interacciones fuertes, responsables de la unión de Quarks y gluones en la formación de Hadrones y controla la formación de núcleos. Debido a su naturaleza de libertad asintótica, la teoría de perturbaciones puede ser aplicada a cortas distancias en donde las predicciones resultantes han alcanzado notables éxitos, explicando una gran cantidad de fenómenos en los que se involucran un gran momento transferido. En el dominio de bajas energías, sin embargo, el crecimiento de la constante de acoplamiento y el asociado confinamiento de los Quarks y los gluones hace difícil realizar un completo análisis de la dinámica de la QCD en términos de los grados fundamentales de libertad, siendo mas adecuado una descripción en términos de los estados asintóticos, pero dada la riqueza del espectro hadrónico, esto lo hace también una tarea ardua <sup>[4] [22]</sup>.

A muy bajas energías, ocurre una gran simplificación en la dinámica de las interacciones fuertes. Bajo la región de resonancia ( $E < m_\rho$ ) el espectro Hadrónico, solo contiene un octete de partículas pseudo- escalares ( $\pi, \kappa, \eta$ ); donde las interacciones pueden ser entendidas fácilmente con consideraciones de simetría global.

Las propiedades de las interacciones fuertes a muy bajas energías están gobernadas por la simetría quiral, por lo tanto, los grados de libertad físicos que son relevantes en este dominio se refieren a la dinámica quiral y a la correspondiente teoría de campos efectivos que se conoce como “*teoría de perturbaciones quirales*”, la teoría de campos efectivos juega un papel más importante en física no solo en el contexto de las interacciones fuertes sino también en muchas otras áreas, y de hecho, uno de las características más importantes de este Lagrangiano es su universalidad.

El desarrollo de la teoría de perturbaciones quirales comenzó en los 60's al tiempo cuando los físicos se preguntaban si las interacciones fuertes podían ser totalmente descritas en términos de campos locales.

Una consecuencia directa de la simetría quiral, es que los multipletes del espectro hadrónico se deberían dar en pares opuestos en paridad, lo cual no se observa en la naturaleza, el argumento que da explicación a dicho fenómeno se basa en que las simetrías continuas deben sufrir el rompimiento espontáneo. Si esto sucede, el espectro de la teoría necesariamente contiene partículas no masivas llamadas Bosones de Goldstone. Mas tarde, Goldstone estableció las implicaciones del rompimiento espontáneo de la simetría en un preciso armazón matemático.

En el caso de las simetrías aproximadas, el rompimiento espontáneo implica la existencia de partículas aproximadamente no masivas que se conocen como

seudobosones de Goldstone. De acuerdo a Nambú, los piones, partículas ligeras son los Bosones de Goldstone para las simetrías aproximadas.

El significado de la simetría en física de partículas se conoce hace mucho tiempo atrás. Heisenberg mostró que las interacciones fuertes son invariantes bajo el grupo  $SU(2)$  generador del isospín, que aunque no exacta tiene una buena precisión. La relevancia de las simetría aproximadas, sin embargo emergió a comienzos de los 60' s a través del trabajo de Gell-mann y Ne'man quienes de la observación del modelo de los estados mesónico y bariónico, plantearon que para entender las interacciones fuertes, es necesario asumir que son aproximadamente invariantes bajo el gran grupo  $SU(3)$ .

A la extensión de la simetría, se le llamo camino octuple; el cual contiene las rotaciones del isospín como un subgrupo. No todos los generadores de grupo  $SU(3)$  conmutan con el hamiltoniano, por lo tanto, las correspondientes corrientes no se conservan. Ahora bien, el hamiltoniano es aproximadamente simétrico aunque su divergencia; sin embargo, debe ser pequeña. En consecuencia, muchas corrientes son parcialmente conservadas.

La simetría responsable de describir los piones es de un tipo diferente; puesto que los piones llevan paridad negativa, los generadores aplicables deben cambiar de signo bajo reflexiones de espacio. La correspondiente corriente parcialmente conservada debe, ser

de tipo axial. La suposición de que las interacciones fuertes admitan corrientes vectoriales axiales parcialmente conservadas fue llamada la hipótesis PCAC.

Mientras que, los generadores del grupo de simetrías aproximadas no conmutan con el hamiltoniano, los conmutadores de los generadores entre ellos mismos se fijan por la estructura del grupo, sin tomar en cuenta el rompimiento de la simetría. La correspondiente corriente por consiguiente, obedece a un conjunto de relaciones de conmutación exactas dadas en el álgebra de corriente. Entre 1965 - 1966 Adler y Weisenberg establecieron las primeras consecuencias cuantitativas del álgebra de corrientes, PCAC y Weinberg mostró que las propiedades de la amplitud a bajas energías, describen la emisión de cualquier número de piones suaves. Bajo este armazón, la dispersión pión - pión puede ser predicha con claridad.

El método usado para establecer estos resultados, se basó en el análisis de la identidad de Ward obedecida por las funciones de Green de las corrientes vectoriales axiales y lo cual fue más bien engorroso. Weinberg, Wess, Zumino Schwinger, Chang, Gurse, Lee y otros, sin embargo, pronto cayeron en cuenta que los resultados pueden derivarse de un simple procedimiento, los lagrangianos efectivos. El armazón más general que se encuentra bajo esta técnica fue analizado por Callan, Coleman, Wess y Zumino en 1969.

La teoría de perturbaciones quirales se ha convertido en una indispensable herramienta para el análisis fenomenológico. Debido a que provee una detallada comprensión de las

propiedades de las interacciones fuertes a bajas energías; esta se basa en dos ingredientes claves, las propiedades de la simetría quiral de la QCD y el empleo de la teoría de campos efectivos EFT <sup>[26]</sup>.

## 1.1 SIMETRÍA QUIRAL.

Al tomar la simetría  $SU(3)$  de espín unitario, como una simetría exacta, se considera a las masas de los Quarks  $u, d, s$  como iguales. Dicha aproximación se encuentra fundamentada, en el hecho de que la diferencia de las masas de los Quarks en mención es despreciable, comparada con la escala de confinamiento de la Q.C.D. Por lo cual la simetría se puede extender a  $U(1)_V \otimes SU(2)_V \otimes SU(2)_A \otimes U(1)_A$ , tomando las masas de los Quarks  $u, d$  iguales a cero ( $m_u = m_d = 0$ ), ó en menor aproximación haciendo: ( $m_u = m_d = m_s = 0$ ), obtenemos la simetría:  $U(1)_V \otimes SU(3)_V \otimes SU(3)_A \otimes U(1)_A$  (la simetría  $U(1)_V$  da lugar a la conservación del número bariónico mientras que  $U(1)_A$  hace referencia a anomalías) <sup>[5]</sup>.

Al considerar la simetría axial como una simetría manifiesta, es de esperar la existencia de multipletes idénticos a los presentes en  $SU(3)_V$ , excepto por la paridad opuesta de los mismos. Lo cual no se presenta en el espectro físico y tal paradoja se responde al observar que el vacío no es invariante bajo transformaciones de tipo quiral, por lo tanto, se dice que la simetría se encuentra espontáneamente rota.

La existencia de un octete de Bosones livianos, según el teorema de Goldstone <sup>[22]</sup>, es consecuencia del rompimiento de simetría quiral  $SU(3)_V \otimes SU(3)_A \rightarrow SU(3)_V$ . Al igual que la aparición en el espectro de un triplete de piones livianos, es consecuencia del rompimiento espontáneo de  $SU(2)_V \otimes SU(2)_A \rightarrow SU(2)_V$ .

## 1.2 SIMETRIA MANIFIESTA Y ROMPIMIENTO ESPONTANEO DE LA SIMETRIA

El rompimiento espontáneo de simetría (SSB) en teoría de campos siempre se asocia con los estados degenerados del vacío, y se presenta cuando un estado base no es invariante bajo un grupo de transformación; además el SSB se presenta realmente solo para sistemas idealizados que son infinitamente grandes. En el caso del vacío, este se asocia con lo grande del sistema; más específicamente, cuando se toma un gran volumen de espacio <sup>[9]</sup>.

Se definirá simetría manifiesta y rompimiento espontáneo de simetría, mediante los siguientes argumentos:

Sea  $U$  un elemento de un grupo de simetría que deja  $H_0$  invariante, es decir:

$$[U, H_0] = 0 \quad \text{De donde} \quad \frac{dU}{dt} = 0$$

Además  $U$  representa una transformación que deja el Hamiltoniano invariante:

$$U^\dagger H_0 U = H_0$$

Sabemos que  $U$ , conecta estados que forman una representación irreducible del grupo, es decir:

$$U|A\rangle = |B\rangle$$

De modo que:  $\langle A|H_0|A\rangle = E_A$  Y  $\langle B|H_0|B\rangle = E_B$

Entonces:  $E_A = E_B$  puesto que:  $\langle A|H_0|A\rangle = \langle A|U^\dagger H_0 U|A\rangle = \langle B|H_0|B\rangle$

Por tanto, la simetría del hamiltoniano se manifiesta en la degeneración de los autoestados de energía, correspondientes a las representaciones irreducibles del grupo.

Por otro lado debido a que  $|A\rangle$  y  $|B\rangle$  se deben relacionar con el estado base  $|0\rangle$  a través de algún operador de creación, entonces:

$$|A\rangle = \phi_A|0\rangle \quad \text{Y} \quad |B\rangle = \phi_B|0\rangle$$

Además se tiene:

$$U^\dagger \phi_B U = \phi_A \quad \text{Y como} \quad U|A\rangle = |B\rangle$$

Tenemos:

$$|B\rangle = U \phi_A |0\rangle = \phi_B |0\rangle = U \phi_A U^\dagger U |0\rangle$$

Por lo anterior, para que:  $\phi_B = U \phi_A U^\dagger$ , debe de cumplirse que  $U |0\rangle = |0\rangle$

Lo anterior manifiesta que por cada estado  $|A\rangle$  y un generador conservado  $U$ , existe otro estado  $U|A\rangle$  con la misma energía o masa que  $|A\rangle$ . Si tuviéramos un álgebra de cargas, esto implicaría un multiplete de partículas de igual masa, generadas por la aplicación continua de todos los generadores de carga.

Este tipo de realización de la simetría se denomina simetría manifiesta <sup>[23]</sup> y tiene consecuencias directas en el espectro físico, forzándolo a reunirse en multipletes de igual masa. Se piensa que a este tipo de simetrías pertenecen las simetrías  $SU(2)_v (m_u = m_d)$  y  $SU(3)_v (m_u = m_d = m_s)$  obteniéndose para  $SU(2)_v$  representación en tripletes  $(\pi^+, \pi^-, \pi^0)$ , dobletes  $(\kappa^+, \kappa^0)$  o  $(p, n)$  etc. mientras que para  $SU(3)$  tenemos representaciones irreducibles en octetes, decupletes y singletes.

Ahora es claro que la presencia de una simetría quiral manifiesta en la naturaleza, obligaría al espectro físico a segregarse en multipletes de igual masa a los presentes en  $SU(3)$  pero de paridad opuesta (ya que las cargas axiales son impares bajo transformaciones de paridad), y se debería tener un octete de mesones con paridad más, un octete de bariones con paridad menos etc. Sin embargo la simetría quiral no se presenta en forma manifiesta, es decir, los generadores del grupo de simetría axial no dejan el vacío invariante y por tanto no hay razón para esperar un desdoblamiento en el espectro de partículas.

Ahora bien, cuando un grupo de transformaciones de simetría no dejan el vacío invariante, es decir  $U|0\rangle \neq |0\rangle$ , entonces se dice que la simetría se encuentra espontáneamente rota <sup>[23]</sup>.

### 1.3 TEOREMA DE GOLDSTONE

En simetría quiral se presenta un desdoblamiento en el vacío, en teoría dicha simetría sufre un rompimiento espontáneo al escoger un vacío. Así pues, el lagrangiano obtenido incluye términos que representan partículas no masivas (Bosones de Goldstone).

El teorema de Goldstone establece que el rompimiento espontáneo de una simetría continúa, implica la existencia de partículas no masivas de espín cero <sup>[4]</sup>:

Demostración:

$$\text{Sea: } U(\epsilon)|0\rangle \neq |0\rangle \quad (1.3.1)$$

Donde:

$$U(\epsilon) = e^{i\epsilon_j Q_j} \quad (1.3.2)$$

Y  $Q_j$  hace referencia a los generadores del grupo  $U(\epsilon)$ .

Infinitesimalmente tenemos:

$$U(\epsilon)|0\rangle = \left(1 + i\epsilon_j Q_j\right)|0\rangle \quad (1.3.3)$$

$$U(\epsilon)|0\rangle = |0\rangle + i\epsilon_j Q_j|0\rangle \quad (1.3.4)$$

Por lo tanto, si:  $U(\epsilon)|0\rangle \neq |0\rangle$ , existe al menos un  $j$  para el cual:

$$Q_j|0\rangle \neq |0\rangle \quad (1.3.5)$$

Por el teorema de Noether

$$\frac{d\hat{Q}_j}{dt} = 0 \quad (1.3.6)$$

La ecuación (1.3.5) implica que existe al menos un estado para el cual:

$$\langle m | Q_j | 0 \rangle \neq 0 \quad (1.3.7)$$

Y además: 
$$\langle m | \frac{dQ_j}{dt} | 0 \rangle = 0 \quad (1.3.8)$$

Ahora, utilizando operadores de traslación se tiene:

$$Q_j(x) = e^{i \hat{p} \cdot x} Q(0) e^{-i \hat{p} \cdot x} \quad (1.3.9)$$

Derivando la expresión (1.3.1) podemos establecer:

$$\frac{dQ_j}{dt} = i \left[ \hat{E}, Q_j(x) \right] \quad (1.3.10)$$

La conservación de la corriente así mismo implica:

$$\int d^3x \left[ \partial^u J_{u, \phi(0)} \right] = 0 \quad (1.3.11)$$

Lo cual se puede tomar como:

$$\partial^0 \int d^3x \left[ J^0, \phi(0) \right] + \int dS \left[ \bar{J}, \phi(0) \right] = 0 \quad (1.3.12)$$

Al mandar la superficie de integración al infinito, el segundo término de (1.3.12) se anula y por tanto tenemos:

$$\partial^0 \int d^3x \left[ J^0, \phi(0) \right] = \frac{d}{dt} [Q(t), \phi(0)] = 0 \quad (1.3.13)$$

De (1.3.13) se puede establecer:

$$\langle 0 | [Q(t), \phi(0)] | 0 \rangle = \eta \neq 0 \quad (1.3.14)$$

“La ecuación (1.3.14) asevera que la simetría se encuentra espontáneamente rota”.

Insertando un conjunto completo de estados intermedios y utilizando operadores de traslación podemos establecer a partir de (1.3.13) y (1.3.14) el siguiente resultado:

$$\sum_n (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p}_n) \{ \langle 0 | J_0(0) | n \rangle \langle n | \phi(0) | 0 \rangle e^{-iE_n t} - \langle 0 | \phi(0) | n \rangle \langle n | J_0(0) | 0 \rangle e^{iE_n t} \} = \eta \quad (1.3.15)$$

Donde  $\eta$  es diferente de cero e independiente de  $t$ . Como las partes de frecuencia negativa y positiva no se anulan mutuamente (son linealmente independientes), la anterior identidad solo es posible cumplirla si existe un estado intermedio para el cual  $E_n=0$  para  $\vec{P}_n=0$ . Es decir un bosón sin masa (bosón de Goldstone) con la propiedad  $\langle n | \phi(0) | 0 \rangle \neq 0$  y  $\langle 0 | J_0(0) | n \rangle \neq 0$ . Por tanto este estado puede ser conectado al vacío por la corriente  $J_0$  o por el operador  $\phi(0)$ .

De lo anterior se concluye, que en el rompimiento  $SU(3)_V \times SU(3)_A \rightarrow SU(3)_V$  el teorema de Goldstone implica que deben existir 8 mesones pseudo escalares no masivos asociados con las cargas axiales rotas  $Q^{5a}$  ( $a=1,2,3\dots$ ). Claramente este tipo de partículas no existen en la naturaleza, pero si conocemos 8 mesones relativamente livianos. Entonces la simetría de sabor  $SU(3)_V \times SU(3)_A$  debe estar explícitamente rota y las masas del octete  $O^-$  refleja el rompimiento de la simetría quiral. Lo mismo se puede decir del rompimiento de  $SU(2)_V \times SU(2)_A$  y el triplete de piones <sup>[23]</sup>.

## 2. LAGRANGIANOS QUIRALES

La QCD describe las interacciones fuertes <sup>[22]</sup> mediante el siguiente Lagrangiano

$$L_{QCD} = \bar{\Psi} \left( i\gamma^\mu \partial_\mu - m_q + ig\gamma^\mu G_\mu \right) \Psi - \frac{1}{2} tr \left( G_\mu^2 \right) \quad (2.1)$$

Donde  $G_{\mu\nu} = \partial_\mu G_\nu - G_\nu \partial_\mu$  y  $G_\mu = \frac{1}{2} \lambda^i G_\mu^i$  son el campo de gluones, con  $\lambda^i$  las matrices de Gell – Mann,  $\psi$  describe el campo de Quarks y  $g$  es la constante de acoplamiento, se entiende en la anterior expresión una suma sobre los colores y sabores <sup>[23]</sup>. La QCD tiene dos simetrías que son útiles en el límite de bajas energías; la simetría quiral y la simetría vectorial de isospín de dos sabores ó simetría vectorial de tres sabores. De acuerdo a la simetría quiral se establece que el Lagrangiano de la QCD, el cual lo podemos escribir como:

$$L_{QCD} = \bar{\Psi}_L \left( i\gamma^\mu \partial_\mu + ig\gamma^\mu G_\mu \right) \Psi_L - \frac{1}{2} tr \left( G_\mu^2 \right) \\ + \bar{\Psi}_R \left( i\gamma^\mu \partial_\mu + ig\gamma^\mu G_\mu \right) \Psi_R - \bar{\Psi}_L m_q \Psi_R - \bar{\Psi}_R m_q \Psi_L - \frac{1}{2} tr \left( G_{\mu\nu}^2 \right) \quad (2.2)$$

Donde  $2\psi_L = (1-\gamma^5)\psi$  y  $2\psi_R = (1+\gamma^5)\psi$  son las componentes izquierdas y derechas de  $\psi$ , el Lagrangiano (2.2) es invariante quiral: invariante bajo una transformación global  $SU(N_f)_L \otimes SU(N_f)_R$  dada por  $\Psi_{R,L} \rightarrow g_{R,L}\Psi_{R,L}$ ; en la que  $g_{R,L} \in SU(N_f)$  y  $N_f$  es el número de sabores. La teoría es invariante quiral en el límite en que  $m_q \rightarrow 0$  físicamente implica que la simetría quiral es buena solo si  $E \gg m_q$ , sin embargo los quarks tienen masa aún cuando es muy pequeña.

Como caso particular de lo anterior, la simetría vectorial <sup>[23]</sup> (isoespín para  $N_f = 2$  y camino óctuple  $N_f = 3$ ) consistente de un subgrupo diagonal de transformaciones quirales  $SU(N_f)_V$  definidas por  $g_L = g_R = g$ . Esta Simetría es válida si todos los Quarks tienen la misma masa (cuando  $E \gg |m_{qi} - m_{qj}|$  siendo  $m_{qi}$ ,  $m_{qj}$  la masa de dos Quarks diferentes).

En vista de la simetría quiral, se podría esperar que todos los hadrones aparecieran en multipletes de paridad opuesta, donde todas las partículas deben tener aproximadamente la misma masa, sin embargo, no hay evidencia de una partícula con los mismos números cuánticos del protón, pero estado de paridad opuesta e igual masa. Comparaciones similares se han hecho para los otros estados hadrónicos. No podemos culpar a la pequeña masa de los Quarks de este gran efecto, de hecho antes de la aparición de la QCD se reconocía que la  $SU(3)$  era la mejor simetría <sup>[11]</sup>. La simetría

quiral es así espontáneamente rota:  $SU(N_f)_L \otimes SU(N_f)_R \rightarrow SU(N_f)_V$ , es decir el vacío es simétrico solo bajo una transformación  $SU(N_f)_V$ . El teorema de Goldstone asegura que como consecuencia de ello existen,  $N_f^2 - 1$  Bosones de Goldstone aparecerán (uno por cada generador roto) <sup>[19]</sup>. Estos Bosones son estados ligados de quarks sin masa. Podríamos identificar a los Piones ( $N_f = 2$ ) y al octete pseudo escalar ( $N_f = 3$ ) como los Bosones de Goldstone, ya que tienen la propiedad requerida: masas muy pequeñas y no tienen masa en el límite en que  $m_q \rightarrow 0$ .

Busquemos la teoría que describe las interacciones entre Bosones de Goldstone (piones). La naturaleza Goldstone de los mesones pseudo- escalares implica fuertes restricciones sobre sus interacciones, que pueden ser analizadas con base en lagrangianos efectivos. Los Bosones de Goldstone corresponden a las excitaciones de energía cero sobre Quarks condensados, sus campos se pueden agrupar en una matriz unitaria 3x3,  $\Sigma$  que parametriza esas excitaciones. Una conveniente parametrización esta dada por:

$$\Sigma \equiv e^{\frac{2iM}{f}} \quad \text{Donde:} \quad M = \begin{pmatrix} \frac{\pi_0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta}{\sqrt{6}} & \pi^+ & \kappa^+ \\ \pi^- & -\frac{\pi_0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta}{\sqrt{6}} & \kappa^0 \\ \kappa^- & \kappa^0 & -\frac{2\eta}{\sqrt{6}} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Donde  $f$  es una constante libre, asociada con la constante de decaimiento del pión  $f = f_\pi = 132 \text{ MeV}$  donde  $\Sigma$  transforma como:  $\Sigma \rightarrow g_L \Sigma g_R$  con  $g_{L,R} \in SU(3)_{L,R}$  [1].

Además hay que tener en cuenta que el Lagrangiano no es totalmente arbitrario, está restringido, por el hecho de que tiene las mismas simetrías de la QCD, simetría quiral o vectorial, además debe producir las mismas reglas de conmutación (entre corrientes) que las corrientes de la QCD. Ya conocida la ley de transformación de los campos, podemos construir invariantes quirales usando derivadas de la matriz  $\Sigma$  y la matriz misma, adicionándolos junto con coeficientes desconocidos para formar el Lagrangiano. Nuestro problema es que obtendremos un número infinito de términos y de constantes desconocidas, pero predominantes en el rango de bajas energías.

Debemos tener en cuenta, que las derivadas en el Lagrangiano llegan a ser potencias del momento, cuando calculamos las amplitudes de transición a bajas energías los términos que tengan altas potencias de momento son pequeñas y las podemos depreciar, así la física es descrita por un número finito de coeficientes donde los términos más importantes a bajas energías son aquellos con un número limitado de derivadas.

Físicamente a bajas energías las interacciones involucran piones, pero si incrementamos la energía a algún punto seremos capaces de producir nuevas partículas, resonancias,.

Entonces en este contexto, bajas energías significa  $E \ll M_R$ , donde  $M_R$  es la masa de la resonancia. Así podremos expandir los elementos de matriz en potencias de  $E/M_R$  o equivalentemente el Lagrangiano en potencias de  $\frac{\partial \Sigma}{M_R}$ .

Cuando la expansión en la energía se realiza consideraremos dos casos: Cuando la simetría quiral es válida o cuando se usa simetría vectorial. En la simetría quiral los Quarks no tienen masa <sup>[8]</sup> (en tal caso, los Bosones de Goldstone están también sin masa) y la expansión se hace en potencias de  $\partial \Sigma$ . Para la simetría vectorial, los Bosones de Goldstone tienen una masa diferente de cero y tendremos términos que rompen la simetría quiral hasta que ellos desaparezcan en el límite en el que los Quarks no tengan masa, de cualquier manera, estos términos no rompen la simetría vectorial [26], [27].

La invarianza de Lorentz exigirá que el número de derivadas sea par. Así tendremos que el primer término es:

$$L_2 = \frac{f^2}{8} \text{tr} \left( \partial_\mu \Sigma \partial^\mu \Sigma \right) \quad (2.4)$$

El Lagrangiano anterior posee términos cinéticos de los campos mesónicos pseudo escalares, al igual que una serie de interacciones, estos términos son invariantes bajo las transformaciones no lineales definidas anteriormente.

Los efectos del rompimiento de simetría quiral se debe a la no desaparición de la masa de los Quarks; se incluyen en el Lagrangiano anterior adicionando nuevos términos, estos serán de la forma:

$$L_2 = \frac{f^2}{8} \text{tr} \left[ \partial_\mu \Sigma \partial^\mu \Sigma + \left( \Sigma \chi + \chi \Sigma \right) \right] \quad (2.5)$$

Donde  $\chi$  contendrá los campos escalares y pseudo- escalares externos de la siguiente forma:

$$\chi = B(s - ip) \quad (2.6)$$

Donde B es una constante que al igual que  $f$  no puede ser calculada por requerimientos puramente de simetría y que ha sido determinada en términos de la masas de los quarks y de los mesones pseudo- escalares <sup>[20]</sup>.

$$B = \frac{2m_\pi^2}{m_u + m_d} = \frac{2m_K^2}{m_u + m_s} = \frac{6m_\eta^2}{m_u + m_d + m_s} \quad (2.7)$$

Eliminando de estas relaciones la masa de los Quarks obtendremos la relación de Gell–Mann – Okubo <sup>[28]</sup>

$$4m_K^2 = m_\pi^2 = 3m_\eta^2 \quad (2.8)$$

Los nuevos términos en el Lagrangiano son de interacción y son proporcionales a la masa pseudo– escalar.

Podremos introducir campos vectoriales externos en la nueva teoría, convirtiendo las derivadas que aparecen en el Lagrangiano en derivadas covariantes.

$$L_2 = \frac{f^2}{8} \text{tr} \left[ D_\mu \Sigma D^\mu \Sigma + \left( \Sigma \chi^+ + \chi \Sigma^+ \right) \right] \quad (2.9)$$

Donde  $D^\mu \Sigma = \partial^\mu \Sigma + iL^\mu \Sigma - iR^\mu \Sigma D^\mu$ , además los campos transforman bajo  $SU(3)_L \otimes SU(3)_R$  como:

$$L_\mu \rightarrow g_L L_\mu g_L^+ - i g_L \partial_\mu g_L^+$$

$$R_\mu \rightarrow g_R R_\mu g_R^+ - i g_R \partial_\mu g_R^+ \quad (2.10)$$

Si incorporamos la interacción electromagnética lo cual involucra fotones y pseudo-escalares, simplemente identificamos  $L_\mu = R_\mu = eA_\mu Q$  donde  $Q$  es la matriz de carga de los Quarks,  $Q = \text{diag}\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ .

Con estos lagrangianos se pueden reducir los resultados obtenidos en álgebra de corriente de los 60's, la ventaja es que nos permite calcular correcciones de loop en estos resultados.

Para poder determinar correcciones de  $O(p^4)$  para lagrangianos de bajas energías debemos analizar diagramas de un loop, los cuales contribuyen con términos a ese orden. De hecho en un diagrama de un loop el número de vértices debe ser el mismo que el de líneas internas, donde cada línea interna contribuye a  $O(p^{-2})$  (ellos son los propagadores pseudo escalares), y la dimensión total de la contribución del loop es dada por la integral del momento, o sea  $O(p^4)$ . Con el propósito de ser consistente con la expansión debemos considerar los términos de mas alto orden en el Lagrangiano junto con los cálculos de loop, como cada cálculo de un loop da un resultado  $O(P^4)$  debemos adicionar al Lagrangiano términos de este orden <sup>[20]</sup>.

El conjunto de términos de  $O(P^4)$  invariante bajo paridad, conjugación de carga y transformación quiral esta dado por: <sup>[20]</sup>

$$\begin{aligned}
L_4 = & \ell_1 \left\{ \text{tr} \left( D_\mu \Sigma^+ D^\mu \Sigma \right) \right\}^2 + \ell_2 \left\{ \text{tr} \left( D_\mu \Sigma^+ D_\nu \Sigma \right) \text{tr} \left( D^\mu \Sigma^+ D^\nu \Sigma \right) \right\} \\
& + \ell_3 \left\{ \text{tr} \left( D_\mu \Sigma^+ D^\mu \Sigma \ D_\nu \Sigma^+ D^\nu \Sigma \right) \right\} + \ell_4 \left\{ \text{tr} \left( D_\mu \Sigma^+ D^\nu \Sigma \right) \text{tr} \left( \Sigma^+ \chi + \chi^+ \Sigma \right) \right\} \\
& + \ell_5 \text{tr} \left\{ \left( D_\mu \Sigma^+ D^\mu \Sigma \right) \left( \Sigma^+ \chi + \chi^+ \Sigma \right) \right\} + \ell_6 \left\{ \text{tr} \left( \Sigma^+ \chi + \chi^+ \Sigma \right) \right\}^2 \\
& + \ell_7 \left\{ \text{tr} \left( \Sigma^+ \chi - \chi^+ \Sigma \right) \right\}^2 + \ell_8 \left\{ \text{tr} \left( \chi^+ \Sigma \ \chi^+ \Sigma + \Sigma^+ \chi \ \Sigma^+ \chi \right) \right\} \\
& - i \ell_9 \left\{ \text{tr} \left( R^{\mu\nu} D_\mu \Sigma \ D_\nu \Sigma^+ + L^{\mu\nu} D_\mu \Sigma^+ D_\nu \Sigma \right) \right\} + \ell_{10} \left\{ \text{tr} \left( \Sigma^+ R^{\mu\nu} \Sigma_R L^{\mu\nu} \right) \right\} \\
& + h_1 \left\{ \text{tr} \left( R^{\mu\nu} R_{\mu\nu} + L^{\mu\nu} L_{\mu\nu} \right) \right\} + h_2 \text{tr} \left[ \chi^+ \chi \right]
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Donde

$$\begin{aligned}
R_{\mu\nu} &= \partial_\mu R_\nu - \partial_\nu R_\mu + i [R_\mu, R_\nu] \\
L_{\mu\nu} &= \partial_\mu L_\nu - \partial_\nu L_\mu + i [L_\mu, L_\nu]
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Hemos introducido doce nuevas constantes libres las cuales deberán ser determinadas experimentalmente.

Sin embargo, un número finito de términos nos garantiza que se podrá calcular algún proceso con una determinada exactitud. El problema se presenta cuando calculamos correcciones a un loop, las que consiguen ser renormalizados y debido a que las interacciones son fuertes, esas contribuciones serán grandes y un término dado puede

obtener contribuciones de un número infinito de términos de alto orden, haciendo la teoría inútil, <sup>[22]</sup> Weinberg sin embargo probó <sup>[1]</sup> que las correcciones producidas por un término dado son siempre de alto orden, así tendremos términos E2 producen correcciones de Loop para términos E4, E6... pero no al contrario, términos E4 producen correcciones para E6 E8 ... pero no a términos E2. Usando este teorema la teoría llega a ser aceptada aun cuando no sea renormalizable en el sentido estricto.

Así una vez determinemos que orden deseamos trabajar lo único que necesitamos es un número finito de términos, es así que para el orden E2 requeriremos de  $f$  y la masa pseudo-escalar; a orden E4 necesitamos de  $f$ , todos los coeficientes de términos E4 más las correcciones de loop inducidas por E2<sup>[21]</sup>.

## 2.1 EL TÉRMINO DE WESS ZUMINO.

El propósito de construir lagrangianos efectivos fue el de escribir una teoría con las mismas simetrías de la QCD sin embargo, los lagrangianos (2.9) y (2.11) tienen una simetría mucho mayor que la de los lagrangianos de la QCD <sup>[19]</sup>, ellos son invariante bajo:

- Conjugación de la carga  $\Sigma \rightarrow \Sigma^T$
- Paridad intrínseca  $(-1)^{N_b} \Sigma \rightarrow \Sigma^+$

Indicando que el número de pseudo-escalares tienen que ser par o impar, pero no hay transición entre estos dos conjuntos de estados:

➤ Reflexión espacial  $P_o : x \leftrightarrow -x, t \leftrightarrow t, \Sigma \leftrightarrow \Sigma$

Sin embargo, los lagrangianos de la QCD son invariantes bajo paridad, es decir:

$P = P_o(-1)^{N_b}$  y no bajo paridad intrínseca y reflexión espacial separadamente. Los lagrangianos de la teoría de perturbaciones quirales (CHPT) tienen que ser aceptados para describir transiciones tales como  $\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma$  que son permitidos y experimentalmente observados, este es un proceso importante en la QCD ya que para entenderlos se debe incluir las anomalías en las corrientes axiales <sup>[22]</sup> términos de mas bajo orden que contribuyen a tales procesos es  $O(P^4)$  como se puede determinar de cálculos anómalos directos <sup>[18]</sup>. La primera formulación de lagrangianos anomalías es debido a Wess y Zumino <sup>[12]</sup> quienes obtuvieron por integración directa de las identidades de Ward; Witten <sup>[13]</sup> obtuvo una formulación mas compacta del Lagrangiano en un espacio de cinco dimensiones.

La acción completa  $O(P^4)$  incluyendo términos anómalos es dado por;

$$S = \int d^4x (L_2 + L_4) - N_C S_{WZ} \quad (2.1.1)$$

Donde  $N_c$  es el número de colores y

$$S_{WZ} = \frac{i}{240\pi^2} \int d^4x \sum^{ijklm} tr(\Sigma_i \Sigma_j \Sigma_k \Sigma_l \Sigma_m) + \frac{i}{48\pi^2} \int d^4x \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} Z_{\mu\nu\alpha\beta} \quad (2.1.2)$$

$$Z_{\mu\nu\alpha\beta} = tr \left\{ \begin{aligned} & \Sigma^+ L_\mu L_\nu L_\alpha \Sigma R_\beta - \Sigma R_\mu R_\nu R_\alpha \Sigma^+ R_\beta + \frac{1}{2} \Sigma^+ L_\mu \Sigma R_\nu \Sigma^+ L_\alpha \Sigma R_\beta \\ & - i \Sigma^+ \partial_\mu L_\nu L_\alpha \Sigma R_\beta + i \Sigma \partial_\mu R_\nu R_\alpha \Sigma^+ L_\beta - i \partial_\mu R_\nu \Sigma^+ L_\alpha \Sigma R_\beta \\ & + i \partial_\mu L_\nu \Sigma R_\alpha \Sigma^+ L_\beta + i \Sigma_\mu^L L_\nu \Sigma R_\alpha \Sigma^+ L_\beta - i \Sigma_\mu^R R_\nu \Sigma^+ L_\alpha \Sigma R_\beta \\ & + i \Sigma_\mu^L \Sigma \partial_\nu R_\alpha \Sigma^+ L_\beta - i \Sigma_\mu^R \partial_\nu L_\alpha \Sigma R_\beta - \Sigma_\mu^L \Sigma_\nu^L \Sigma R_\alpha \Sigma^+ L_\beta \\ & + \Sigma_\mu^R \Sigma_\nu^R \Sigma L_\alpha \Sigma^+ R_\beta + \Sigma_\mu^L L_\nu \partial_\alpha L_\beta + \Sigma_\mu^L \partial_\nu L_\alpha L_\beta - \Sigma_\mu^R R_\nu \partial_\alpha R_\beta \\ & - \Sigma_\mu^R \partial_\nu R_\alpha R_\beta + i \Sigma_\mu^L L_\nu L_\alpha L_\beta - i \Sigma_\mu^R R_\nu R_\alpha R_\beta + \frac{1}{2} \Sigma_\mu^L L_\nu \Sigma_\alpha^L L_\beta \\ & - \frac{1}{2} \Sigma_\mu^R R_\nu \Sigma_\alpha^R R_\beta + i \Sigma_\mu^L \Sigma_\nu^L \Sigma_\alpha^L L_\beta - i \Sigma_\mu^R \Sigma_\nu^R \Sigma_\alpha^R R_\beta \end{aligned} \right\} \quad (2.1.3)$$

Definiendo:

$$\Sigma_\mu^L = \Sigma \partial_\mu \Sigma^+ \quad \text{Y} \quad \Sigma_\mu^R = \Sigma^+ \partial_\mu \Sigma \quad (2.1.4)$$

Las acciones en las ecuaciones (2.1.2) y (2.1.3) contiene términos que proporcionan una buena descripción para la anchura de decaimiento  $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$  asumiendo  $f = f_\pi$ .

### 3. CALCULO DEL PROCESO $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$

A continuación, estudiaremos el proceso  $\omega(p) \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  mediante el empleo de teoría reperturbaciones quirales a un loop, este tipo de procesos puede ser descrito por la parte anómala de un lagrangiano quiral efectivo.

En primer lugar hagamos una descripción del lagrangiano de Bando et al <sup>[15],[16]</sup>. Todos los diferentes tipos de términos en el lagrangiano a  $O(p^6)$  para  $P \rightarrow \gamma\gamma$  se han identificado en <sup>[15], [16]</sup>. Sin embargo el número de términos y sus coeficientes son demasiados lo cual no permite calcularlos con escaso procesos medido. En el trabajo realizado por Ecker et al <sup>[17]</sup>, los coeficientes análogos a los del lagrangiano no anómalo de  $O(p^4)$  se calculan en términos del intercambio a nivel de árbol de resonancias, en la mayoría de las cuales la contribución proviene de un intercambio de mesón vectorial. Dicho intercambio será más dominante en nuestro proceso. Por tanto usaremos la formulación de simetría oculta de Bando et al <sup>[15], [16]</sup>. Donde el ingrediente esencial es la introducción de una matriz unitaria,  $\sigma_{3 \times 3}$  parametrizada por un conjunto de escalares no físicos (campos compensantes) y que transforma bajo una simetría oculta local ( $U_H \in SU(3)$ ) y  $SU(3)_L \otimes SU(3)_R$  como:

$$\sigma \rightarrow U_H \sigma U^+ \tag{3.1}$$

Donde

$$\xi \equiv e^{\frac{iM}{f}} \quad \text{y} \quad \xi^+ \equiv e^{-\frac{iM}{f}} \quad (3.2)$$

$$\xi \rightarrow U_L \xi U^+ = U \xi U_R \quad (3.3)$$

Donde:

$$M = \begin{bmatrix} \frac{\pi_0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta_8}{\sqrt{6}} + \frac{\eta_0}{\sqrt{3}} & \pi^+ & \kappa^+ \\ \pi^- & -\frac{\pi_0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta_8}{\sqrt{6}} + \frac{\eta_0}{\sqrt{3}} & \kappa^0 \\ \kappa^- & \bar{\kappa}^0 & -\frac{2\eta_8}{\sqrt{6}} + \frac{\eta_0}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$f = 132 \text{ MeV}$  y  $M$  es la matriz de mesones escalares (3.4) y donde  $U$  es definida como una función de  $M$ ,  $U_L$  y  $U_R$ . Los escalares que parametrizan  $\sigma$  dan origen a las componentes longitudinales de la matriz de mesones vectoriales y será calibrado fijando un gauge unitario.  $SU(3)_H$ , donde  $\sigma$  es la matriz identidad  $3 \times 3$ .

El lagrangiano para procesos anómalos incluyendo mesones vectoriales se conoce en la formulación de simetría oculta. Los términos independientes con apropiada simetría e

invarianza C, podrá ser determinado para formar el lagrangiano relevante para mesones vectoriales a orden  $O(P^6)$  dado por:

$$L_{\rho}^{\varepsilon} = \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \text{tr} \left[ a_1 a_{\mu} a_{\nu} a_{\alpha} \sigma^{+} D_{\beta} \sigma + i g a_2 \sigma^{+} \rho_{\mu\nu} \sigma \{ a_{\alpha}, \sigma^{+} D_{\beta} \sigma \} \right. \\ \left. + i e a_3 F_{\mu\nu} (\xi^{+} Q \xi + \xi Q \xi^{+}) \{ a_{\alpha}, \sigma^{+} D_{\beta} \sigma \} \right] \quad (3.5)$$

Con  $\xi$  expresado por (3.2), y teniendo en cuenta que:

$$i \sigma^{+} D_{\mu} \sigma \equiv \sigma^{+} \partial_{\beta} \sigma - g \sigma^{+} \rho_{\mu} \sigma + v_{\mu}$$

$$\rho_{\mu\nu} = \partial_{\mu} \rho_{\nu} - \partial_{\nu} \rho_{\mu} + i g [\rho_{\mu}, \rho_{\nu}]$$

(3.6)

$$v_{\mu} \equiv \frac{1}{2i} \left[ \xi (\partial_{\mu} + i R_{\mu}) \xi^{+} + \xi^{+} (\partial_{\mu} + i L_{\mu}) \xi \right]$$

$$a_{\mu} \equiv \frac{1}{2i} \left[ \xi (\partial_{\mu} + i R_{\mu}) \xi^{+} - \xi^{+} (\partial_{\mu} + i L_{\mu}) \xi \right]$$

Además de:

$$R_{\mu\nu} = \partial_\mu R_\nu - \partial_\nu R_\mu + i[R_\mu, R_\nu] \quad (3.7)$$

$$L_{\mu\nu} = \partial_\mu L_\nu - \partial_\nu L_\mu + i[L_\mu, L_\nu]$$

Donde  $R_\mu$  y  $L_\mu$  son los campos vectoriales externos al cual, le podremos incorporar la interacción electromagnética con la identificación de  $R_\mu = L_\mu = eA_\mu Q$ , siendo  $Q$  la matriz de carga de los Quarks.

$$Q = e \text{diag}\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right) \quad (3.8)$$

Por lo tanto:

$$L_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} = eQF_{\mu\nu} \quad (3.9)$$

Ahora bien:

$$\rho_\mu = \begin{pmatrix} \frac{\rho_0}{\sqrt{2}} + \frac{\omega}{\sqrt{2}} & \rho^+ & K^{*+} \\ \rho^- & -\frac{\rho_0}{\sqrt{2}} + \frac{\omega}{\sqrt{2}} & K^{*0} \\ K^{*-} & & -\phi \end{pmatrix}_\mu \quad (3.10)$$

Es el nonete ideal para mesones vectoriales en las que  $\omega$  y  $\phi$  son las partículas físicas. Se considera que el ángulo de mezcla de los mesones escalares como  $\text{Sin}\theta_P = -\frac{1}{3}$ , fijando el gauge unitario para  $SU(3)$  y considerando campos en aproximación débil llegaremos a las siguientes simplificaciones para el lagrangiano de  $O(P^6)$ :

$$L_P^\varepsilon = \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \text{tr} \left[ (g a_2 \rho_{\mu\nu} + 2 a_3 F_{\mu\nu} Q) (a_\alpha, i\sigma^+ D_\alpha \sigma) \right] \quad (3.11)$$

Teniendo en cuenta que:

$$\sigma^+ D_\mu \sigma = ig \rho_\mu - ie A_\mu Q \quad (3.12)$$

$$\left\{ a_\alpha, i\sigma D_\alpha \sigma^+ \right\} = g \left[ \frac{1}{f} \left\{ \partial_\alpha M, \rho_\beta \right\} - \frac{ie A_\alpha}{f} \left\{ [M, Q] \right\}, \rho_\beta \right] - \frac{e A_\beta}{f} \left\{ \partial_\alpha M, Q \right\} + \frac{ie^2 A_\alpha A_\beta}{f} [M, Q^2] \quad (3.13)$$

Tomando de (3.11) el término correspondiente a mesones escalares y vectoriales neutros, tenemos:

$$\rho_{\mu\nu} = \partial_\mu \rho_\nu - \partial_\nu \rho_\mu \quad (3.14)$$

A demás:

$$\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \rho_{\mu\nu} = 2\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_{\mu}\rho_{\nu} \quad \text{y} \quad \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\mu\nu} = 2\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_{\mu}A_{\nu}$$

El lagrangiano anterior se nos convierte en:

$$L_{\rho}^{\epsilon} = \frac{4}{f} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} tr \left[ \begin{array}{l} -g^2 a_2 \partial_{\mu}\rho_{\nu} \partial_{\alpha}\rho_{\beta} M - eg(a_2 + 2a_3) \partial_{\mu}\rho_{\nu} \partial_{\alpha} A_{\beta} M Q \\ + 2e^2 a_3 \partial_{\mu} A_{\nu} \partial_{\alpha} A_{\beta} M Q^2 \end{array} \right] \quad (3.15)$$

En el que podemos identificar el lagrangiano correspondiente para procesos del tipo:

$$\rho_{\beta} \rightarrow A_{\mu} M$$

$$L_{\rho}^{\epsilon} (\rho_{\beta} \rightarrow A_{\mu} M) = -\frac{2}{f} eg(a_2 + 2a_3) \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_{\mu} A_{\nu} tr \left[ \left\{ \partial_{\alpha}\rho_{\beta}, M \right\} \right] \quad (3.16)$$

Y además el lagrangiano  $\rho_{\mu} \rightarrow \rho_{\nu} M$

$$L_{\rho}^{\epsilon} (\rho_{\beta} \rightarrow \rho_{\nu} M) = -\frac{4}{f} g^2 a_2 \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} tr \left[ \left\{ \partial_{\mu}\rho_{\nu} \partial_{\alpha}\rho_{\beta} M \right\} \right] \quad (3.17)$$

### 3.1 CALCULO DE CONSTANTES

Como primera medida determinemos el valor de la constante  $g$  y para lo cual utilizamos el lagrangiano que describe mesones vectoriales, dado por:

$$L_{\rho} = \frac{af^2}{2} \text{tr} \left[ i\sigma^+ D_{\mu} \sigma \right]^2 - \frac{1}{4} \text{tr} (\rho_{\mu\nu})^2 \quad (3.1.1)$$

Donde :

$$\rho_{\mu\nu} = \partial_{\mu}\rho_{\nu} - \partial_{\nu}\rho_{\mu} + iG[\rho_{\mu}, \rho_{\nu}] \quad (3.1.2)$$

Fijando nuevamente el gauge unitario para SU(3) tendremos el lagrangiano se reduce a :

$$L_{\rho} = \frac{af^2}{2} g^2 \text{tr} [\rho_{\mu} \rho^{\mu}] + \frac{af^2}{2} \left\{ -egA_{\mu} \text{tr} [\rho_{\mu}, Q] + e^2 A_{\mu} A^{\mu} \text{tr} [Q^2] \right\} - \frac{1}{4} \text{tr} [\rho_{\mu\nu}]^2 \quad (3.1.3)$$

De donde podemos identificar que el primer término en la anterior expresión es un término de masa, por lo cual podemos afirmar que:

$$m_\rho^2 = a f^2 g^2 \quad (3.1.4)$$

Usualmente se fija  $a = 2$  para reproducir completamente el modelo de dominancia mesónica vectorial (VMD), así pues determinamos  $g$ :

$$g = \frac{m_\rho}{\sqrt{2}f} = 4.121 \quad (3.1.5)$$

Ahora bien, el coeficiente  $a_3$  se determina del decaimiento radiactivo  $\pi \rightarrow \gamma\gamma$ , el cual se encuentra implícito en el siguiente lagrangiano:

$$L_\rho^\varepsilon(M \rightarrow A_\mu A_\mu) = \frac{4}{f} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \text{tr} \left[ 2e^2 a_3 \partial_\mu A_\nu \partial_\alpha A_\beta M Q^2 \right] \quad (3.1.6)$$

Considerando que trabajamos con mesones escalares, tenemos:

$$L_\rho^\varepsilon(M \rightarrow A_\mu A_\mu) = \frac{8}{3} \frac{e^2 a_3}{f} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\mu A_\nu \partial_\alpha A_\beta \left[ \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} \left\{ 4\eta + \frac{7}{2} \sqrt{2} \eta' \right\} \right] \quad (3.1.7)$$

Del cual podemos determinar las siguientes acoples:

$$g_{\pi\gamma\gamma} = \frac{8}{3\sqrt{2}} \frac{e^2 a_3}{f} \quad (3.1.9)$$

$$g_{\eta\gamma\gamma} = \frac{32}{9\sqrt{3}} \frac{e^2 a_3}{gf} \quad (3.1.10)$$

$$g_{\eta'\gamma\gamma} = \frac{56}{9\sqrt{6}} \frac{e^2 a_3}{gf}$$

Para determinar el valor del coeficiente  $a_3$ , utilizamos (3.1.9) y el valor del acople  $g_{\pi\gamma\gamma}$ ,

el cual se puede calcular del proceso  $\pi \rightarrow \gamma\gamma$ , por lo tanto:

$$a_3 = g_{\pi\gamma\gamma} \frac{3f}{8\sqrt{2}e^2} = 9.742 \times 10^{-3} \quad (3.1.11)$$

El coeficiente  $a_2$  se puede encontrar a partir de los decaimientos  $\rho \rightarrow \pi\gamma$  y  $\omega \rightarrow \pi\gamma$ , los cuales se hayan implícitos en la relación (3.16), con el fin de encontrar el valor del acople podemos considerar las matrices para los mesones escalares y vectoriales de la forma:

$$\rho_\mu = \text{diag}\left(\frac{\rho_0 + \omega}{\sqrt{2}}, \frac{-\rho_0 + \omega}{\sqrt{2}}, -\phi\right)_\mu$$

$$M = \text{diag}\left(\frac{\pi_0}{\sqrt{2}}, -\frac{\pi_0}{\sqrt{2}}, 0\right) \quad (3.1.12)$$

$$Q = \text{diag}\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$$

Por lo tanto la relación (3.16) se convierte en:

$$L_\rho^\epsilon(\rho_\mu \rightarrow A_\mu M) = \frac{2}{3} \frac{eg}{f} (a_2 + 2a_3) \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\mu A_\nu \pi_0 \left[ \partial_\alpha \rho_\beta^0 + 3 \partial_\alpha \omega_\beta \right] \quad (3.1.13)$$

De donde podemos obtener:

$$g_{\rho\pi\gamma} = \frac{2}{3} \frac{eg}{f} (a_2 + 2a_3) \quad (3.1.14)$$

$$g_{\omega\pi\gamma} = 2 \frac{eg}{f} (a_2 + 2a_3)$$

Con lo cual determinamos el valor del coeficiente  $a_2$  como:

$$a_2 = g_{\omega\rho\gamma} \frac{f}{2eg} - 2a_3 = 1.778 \times 10^{-2} \quad (3.1.15)$$

Una vez encontrado el valor de las constantes, procedemos a encontrar el lagrangiano que describe nuestro proceso.

Usando el hecho de la universalidad del acople, de la expresión (3.17) calculamos el acople  $g_{\omega\rho\pi}$ , considerando mesones vectoriales, y escalares neutro, y el mesón  $\pi$ , se tiene:

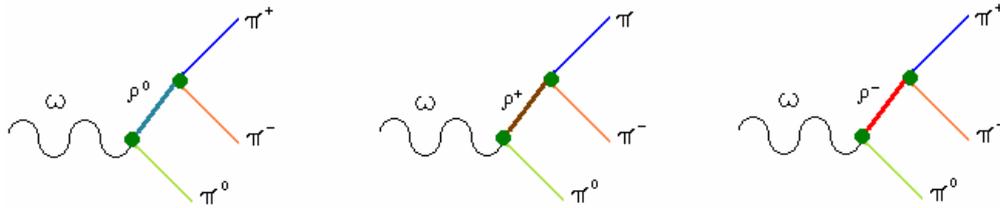
$$L_{\rho}^{\epsilon}(\omega \rightarrow \rho\pi) = -\frac{8}{\sqrt{2}} \frac{g^2 a_2}{f} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \pi_0 \partial_{\mu} \rho_{\nu} \partial_{\alpha} \omega_{\beta} \quad (3.1.16)$$

De donde obtenemos: 
$$g_{\omega\rho\pi} = \frac{8}{\sqrt{2}} \frac{g^2 a_2}{f} \quad (3.1.17)$$

Reemplazando lo valores de las constantes encontradas, obtenemos el valor del acople:

$$g_{\omega\rho\pi} = 1.294 \times 10^{-2} \text{ MeV}^{-1} \quad (3.1.18)$$

### 3.2 AMPLITUD INVARIANTE PARA EL PROCESO $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$



La amplitud invariante para este proceso esta dado sin incluir el termino de contacto esta dada por:

$$M_{\omega \rightarrow \pi\pi\pi} = g_{\omega\pi\rho} g_{\rho\pi\pi} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \varepsilon_{\mu} p_{\nu}^{+} p_{\alpha}^{-} p_{\beta}^0 F \quad (3.2.1)$$

Donde:

$$F = \frac{1}{M^2(4x-1) + m^2 - m_{\rho}^2 + i\Gamma_{\rho}m_{\rho}} + \frac{2}{M^2(1-2x) + m^2 - m_{\rho}^2 + i\Gamma_{\rho}m_{\rho}} \quad (3.2.2)$$

La anchura del decaimiento para este proceso esta dada por:

$$\Gamma = \frac{(2g_{\rho\pi\pi} g_{\omega\rho\pi})^2}{768\pi^3} \int_{x_1}^{x_2} dx |F|^2 \left\{ \left[ \frac{4 \left[ x^2 - \frac{m^2}{M^2} \right]^2 - \left[ 1 - 4x + 2x^2 + \frac{m^2}{M^2} \right]^2}{\left[ \frac{x^2 - \frac{m^2}{M^2}}{1 - 2x^2 + \frac{m^2}{M^2}} \right] \left[ 1 - 2x - \frac{3m^2}{M^2} \right]} \right] \right\}^*$$

(3.2.3)

$$\text{Con: } x_1 = \frac{m}{M}, \quad x_2 = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{3m^2}{M^2} \right], \quad \text{y} \quad x = \frac{E}{M}$$

Donde M es la masa del mesón vectorial, y se ha considerado que la masa de los piones es igual.

Reemplazando el valor (3.1.18) a demás del valor del acople  $g_{\rho\pi\pi}$  de <sup>[1]</sup>, en (3.2.3) y realizando los cálculos correspondientes determinados que la anchura de decaimiento para este proceso es dada por:  $\Gamma(\omega \rightarrow \pi\pi\pi) = 4.28 \text{ MeV}$ , el cual es demasiado bajo en comparación con su valor experimental <sup>[33]</sup> dado por:

$$\Gamma(\omega \rightarrow \pi\pi\pi) = 7.52 \pm 0.06 \text{ MeV}$$

### 3.3 TERMINO DE CONTACTO

Con el propósito de mejorar nuestras anchuras de decaimiento en el proceso  $\omega \rightarrow \pi\pi\pi$  introduciremos el termino de contacto en este decaimiento, el cual se encuentra considerado en el primer termino del lagrangiano anómalo a  $O(P^6)$  (3.5)

$$L_{\rho}^{\varepsilon} = \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \text{tr} [a_1 a_{\mu} a_{\nu} a_{\alpha} \sigma^+ D_{\beta} \sigma] = \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \text{tr} [i a_1 a_{\mu} a_{\nu} a_{\alpha} (ig\rho_{\alpha} - ieQA_{\alpha})] \quad (3.3.1)$$

Donde hemos fijado el gauge unitario. De (3.3.1) podremos determinar las siguientes relaciones:

$$H_{\omega\pi\pi\pi} = \frac{3a_1 g}{f^3} \quad (3.3.2)$$

$$H_{\eta\pi\pi\gamma} = \frac{a_1 e}{\sqrt{3} f^3} \quad (3.3.3)$$

De lo anterior determinamos que

$$H_{\omega\pi\pi\pi} = \frac{3\sqrt{3}g}{e} H_{\eta\pi\pi\gamma} \quad (3.3.4)$$

Tomando de [1], el valor del término de contacto para el proceso  $\eta \rightarrow \pi\pi\gamma$  :

$$\frac{H_{\eta\pi\pi\gamma}}{2g_{\rho\pi\pi}g_{\rho\gamma\pi}} = 4.03 \times 10^{-6} \text{ MeV}^{-2} \quad (3.3.5)$$

El término de contacto para el proceso  $\omega \rightarrow \pi\pi\pi$  lo podemos determinar empleando el término de contacto de la relación (3.3.4) lo que nos permite asumir que para el proceso en consideración la siguiente expresión:

$$\frac{H_{\omega\pi\pi\pi}}{2g_{\rho\pi\pi}g_{\omega\rho\pi}} = 0.45 \times 10^{-5} \text{ MeV}^{-2} \quad (3.3.6)$$

Lo que modificara la amplitud (3.2.2) de este proceso a lo siguiente :

$$F = \frac{1}{M^2(4x-1) + m^2 - m_\rho^2 + i\Gamma_\rho m_\rho} + \frac{2}{M^2(1-2x) + m^2 - m_\rho^2 + i\Gamma_\rho m_\rho} - \frac{H_{\omega\pi\pi\pi}}{2g_{\rho\pi\pi}g_{\omega\rho\pi}} \quad (3.3.7)$$

Resultando una anchura de decaimiento para este proceso de  $\Gamma(\omega \rightarrow \pi\pi\pi) = 7.47 \text{ MeV}$  que esta dentro del límite de error del valor experimental.

El proceso en cuestión es analizado mediante el método de lagrangianos fenomenológicos con un término de contacto en <sup>[1]</sup>; donde se obtiene un valor para la rata de decaimiento de:

$$\Gamma(\omega \rightarrow \pi\pi\pi) = 6.20 \text{ MeV}$$

Comparando este valor con el valor obtenido mediante el método de lagrangianos quirales  $\Gamma(\omega \rightarrow \pi\pi\pi) = 7.47 \text{ MeV}$  podemos afirmar que el método utilizado para realizar este trabajo representa una mejor aproximación.

#### 4. CONCLUSIONES

- El proceso  $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  se encuentra dominado por el diagrama de polo determinado por el acople  $\omega\rho\pi$ , aunque la exactitud experimental no es suficiente para excluir completamente un término de contacto.
- El cálculo del proceso  $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ , empleando el método de lagrangianos quirales permitió obtener el siguiente valor para el la constante de acoplamiento:

$$g_{\omega\rho\pi} = 1.294 \times 10^{-2} \text{ MeV}^{-1}$$

A partir de este resultado se determina la anchura de decaimiento para el proceso en cuestión, obteniéndose un valor de:

$$\Gamma(\omega \rightarrow \pi\pi\pi) = 4.28 \text{ MeV}$$

- Con el propósito de mejorar el resultado obtenido para el proceso  $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ , se introduce el término de contacto en este decaimiento; dicho término es determinado a partir del lagrangiano anómalo  $O(P^6)$  (3.3.1) de tal manera que asumiendo el valor

del término de contacto dado por la relación (3.3.6) se determina el siguiente valor para la anchura de decaimiento.

$$\Gamma(\omega \rightarrow \pi\pi\pi) = 7.47 \text{ MeV}$$

Que al comparar con el resultado experimental se encuentra dentro del límite de error.

- Utilizando el método de lagrangianos quirales, se obtiene un porcentaje de error respecto al valor experimental ( $\Gamma(\omega \rightarrow \pi\pi\pi) = 7.52 \pm 0.06 \text{ MeV}$ ) de 0.66 %.

Utilizando el resultado obtenido en [1], para la rata de decaimiento del proceso  $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  mediante el empleo de lagrangianos fenomenológicos, cuyo valor esta dado por  $\Gamma(\omega \rightarrow \pi\pi\pi) = 6.20 \text{ MeV}$ . Se obtiene un porcentaje de error con respecto al valor experimental del 17.55 %.

De lo anterior podemos afirmar que el método de lagrangianos quirales es más efectivo que el método de lagrangianos fenomenológicos.

- En el empleo de la formulación de lagrangianos quirales, se observa que la aproximación de simetría oculta contiene los mismos procesos que el lagrangiano

anómalo de Wess, Zumino, Witten; con la ventaja que el primero incorpora de una manera natural el modelo dominancia mesón vectorial.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] RAMOS Z. Germán enrique, FLOREZ Juan B. PASAJE S. Alfredo. Procesos anómalos en interacciones fuertes. Pasto: Universidad de Nariño, vicerrectoría de investigaciones, Postgrados Y Relaciones Internacionales. 2001. 30p.
  
- [2] PITCH A. Chiral perturbation [online]. Inglaterra : 1995. Disponible en internet: <URL:<http://www.axvirg.hep-ph/9502366>>
  
- [3] ECKER, Gerhard. Low energy QCD [online]. Inglaterra : 1995. Disponible en Internet: <URL:<http://www.axvirg/hep-ph/9511412>>
  
- [4] ECKER, Gerhard. Chiral symmetry [online]. Inglaterra : 1998. Disponible en Internet: <URL:<http://www.axvirg/hep-ph/9511412>>
  
- [5] GUY Rovinson, Chromodynamics [online]. USA: 1995. Disponible en internet: <URL:<http://www.webmark.qcd.gr.html>>

- [6] BIJINENS J., BRAMON A. and CORNET F. Chiral perturbation theory for anomalous processes [online]. Inglaterra : 1990. Disponible en Internet: <URL:<http://www.axvirg/hep-ph/9511412>>
- [7] RAMOS Germán Enrique, Decaimiento de  $\eta \rightarrow \pi\pi\gamma$  y un término de contacto. San Juan de Pasto. 1997. 63p. Trabajo de grado (físico). Universidad de Nariño. Facultad de ciencias naturales y matemáticas. Programa de física.
- [8] SALAZAR Juan Carlos, Decaimiento de bosones pseudo escalares en dos fotones. San Juan de Pasto. 2001. 70p. Trabajo de grado (físico). Universidad de Nariño. Facultad de ciencias naturales y matemáticas. Programa de física.
- [9] WEINBERG, Steven. The quantum theory of fields, Vol II. 1ed. USA: Cambridge University Press. 1996.
- [10] KOLCK VAN, U. ABU, L. RADDAD y CARDAMONE D.M. Introduction to effective field theories in QCD [online]. Inglaterra : 2002. Disponible en Internet: <URL:<http://www.axvirg/nucl-th/02050508>>

- [11] COLANGELO Gilberto y ISIDORI Gino, An Introduction to CHPT [online].  
Inglaterra : 1998. Disponible en Internet: <URL:<http://www.axvirg/hep-ph/0101264>>.
- [12] WESS J. y ZUMINO B. [online]. Inglaterra : 1998. Disponible en Internet:  
<URL:<http://www.axvirg/Phys/Lett 37B>>.
- [13] WITTEN E. [online]. Inglaterra : 1983. Disponible en Internet:  
<URL:<http://www.axvirg/nucl-phys.B223422>>.
- [14] GROOM D. E. et al. [online]. Inglaterra : 1998. Disponible en  
Internet: <URL: <http://www.axvirg/nucl-phys.355444> >.
- [15] Particle Data Group. Eur Phys J . C15,1 [online] Inglaterra : 2002 <URL:  
[http:// pdg.lbl.gov](http://pdg.lbl.gov)>.
- [16] DONOGHUE J.F., WYLER. D. [online] Inglaterra 1961. Disponible en internet  
<URL:[http://www.axvirg /Nucl Phys. B 316289](http://www.axvirg/Nucl Phys. B 316289)>.
- [17] BIJINENS J., BRAMON A., CORNET F. [online] Inglaterra 1995. Disponible  
en internet <URL:<http://www.axvirg /PhysEv.Lett. 611453>>

- [18] GASIOROWICH Stephen. Elementary particles physics. 2ed. New york: Jhon Wiley & Sons. 1996. 612 p.
- [19] ADLER S. L. [online] Inglaterra : 1969. Disponible en internet. <URL:[http://www.axvirg/ Phys Rev 177 2426](http://www.axvirg/Phys Rev 177 2426)>
- [20] GOLDSTONE J: [online] Inglaterra : 1961 Disponible en internet. <URL:<http://www.nuovoCimientto.19154>>
- [21] GASSER J. y LEWTWYLER A. [online] Inglaterra : 1985 Disponible en internet <URL:<http://axvirg/Nucl Phys B250-465>>, también diaponible en <URL:<http://axvirg/Nucl Phys B250- 517>> , <URL:<http://axvirg/Nucl Phys B250-539>> GASSER J. y <URL:<http://axvirg/Nucl Phys B27965>>
- [22] YNDURAIN, F. Quantum chromodinamics. 2ed. New york: Springer Verlag, 1983. 400p.
- CHEN, Tai Pei y LI Ling Fong. Gauge theory of elementary particles physics. 3ed. New york: Oxford university press. 1989. 536p.
- [23] GELL – MANN M. 1967 <URL:<http://axvirg/Nucl Phys 1031296>>. OKUBO S. 1962 <URL:<http://axvirg/Phys. 27949>>

- [24] Journal of High Energy Physics, [online] Disponible en internet.  
<URL:<http://axvir.gov>>
- [25] D.E. Groom et al. Particle data group. [online] Inglaterra : 2002. Disponible en internet <URL:<http://pdg.lbl.gov>>
- [26] GREINER Walter, Field Quantized Theory, Clarendon Press. 2ed. New york: Oxford university press. 1983. 725p.
- [27] LEUTWYLER H. [online] Inglaterra : 2000. Disponible en internet <URL:<http://Phy.124258>>.