

Estudio de la estructura de la sección eficaz diferencial elástica $p(\bar{p}) - p$ a partir de un modelo Quark-diquark y con una parametrización general.

TRABAJO DE GRADO

Para optar el título profesional de:

Físico

Ivan Dario Romo Genoy

Universidad de Nariño
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Física
Septiembre 2015

Estudio de la estructura de la sección eficaz diferencial elástica $p(\bar{p}) - p$ a partir de un modelo Quark-diquark y con una parametrización general.

Ivan Dario Romo Genoy

TRABAJO DE GRADO

Director:

CARLOS ARTURO AVILA BERNAL

Ph.D en Física

Codirector:

JAIME ALFREDO BETANCOURTH

M.Sc en Física

Universidad de Nariño
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Física
Septiembre 2015

©2015 - Ivan Dario Romo Genoy

“Las ideas y conclusiones aportadas en la tesis de grado son responsabilidad exclusiva de los autores”

Artículo 1. del acuerdo No. 324 del 11 de Octubre de 1966, emanado por el Honorable Consejo Directivo de la Universidad de Nariño.

Todos los derechos reservados.

Nota de Aceptación

Carlos Arturo Avila Bernal

Director

Karla Patricia Reyes

Jurado

David Alejandro Martinez

Jurado

San Juan de Pasto, Septiembre 2015

Agradecimientos

Agradezco al departamento de Física de la Universidad de los Andes, en especial a su director el profesor CARLOS ARTURO AVILA BERNAL por ser el asesor de mi trabajo de grado y por su gran ayuda prestada para el desarrollo de mi trabajo.

A mi familia, especialmente a mi madre Maria Genoy Villareal; por su paciencia y apoyo durante todo estos años, a Marcial mi padre; por sus sabios consejos, a mi hijo Martin; por existir, a mi hermano Edgardo; por su comprensivo silencio, a mis tías: Isabel, Liliana y Edilma Genoy; por su cariño y su respaldo, a Dorita por estar a mi lado en estos años. Nada de esto fuera posible sin todos ustedes.

A la familia Gomez Ramos por acogerme durante años como un miembro mas de su familia, en especial a la Señora Esperanza Ramos que en paz descansa.

A mis amigos y compañeros de Física, especialmente a Jaime Luis Cuaran por su gran ayuda en el desarrollo de mi trabajo.

A mi madre, por todo su esfuerzo para sacarnos adelante.

A Martin, por ser uno de mis motivos para seguir.

A la memoria de Esperanza Ramos, que en paz descanse.

“QCD hoy en día tiene doble personalidad. Encarna la Física Fuerte(Hard) y Suave(Soft), siendo ambos temas duros y el mas suave mas difícil ”

Yuri Dokshitzer

**Estudio de la estructura de la sección eficaz diferencial elástica $p(\bar{p}) - p$
a partir de un modelo Quark-diquark y con una parametrización
general.**

Resumen

En este trabajo se hará un análisis de la sección eficaz diferencial elástica utilizando un modelo quark-diquark para el protón y una parametrización general. En el modelo quark-diquark se asume que el protón está compuesto por un quark y un sistema diquark (una cuasi-partícula estado de dos quark), de tal manera que habrían tres componentes que contribuyen a la amplitud de dispersión; interacción quark-quark, quark-diquark y diquark-diquark. Por otro lado, la parametrización general es inspirada en el modelo propuesto por Banger y Phillips y se construye como la suma de dos términos exponenciales con diferente pendiente nuclear que difieren en una fase entre ellas. Las predicciones de los dos modelos son comparadas con datos experimentales en el rango de energías de 19 GeV a 7 TeV. El objetivo es analizar como describen los datos estas dos parametrizaciones.

Palabras clave: Sección eficaz diferencial elástica, quark-diquark, Banger y Phillips.

**Study of the structure of the elastic differential cross section $p(\bar{p}) - p$
from Quark-diquark model and with a general parameterization**

Abstract

This paper presents an analysis of the elastic differential cross section using a quark-diquark model for the proton and a general parametrization. In the quark-diquark model it assumes that the proton is composed of a quark and a diquark system (a quasiparticle formed by two quarks), so that, there are three components contributing to the dispersion amplitude: a quark-quark interaction, a term coming from a quark-diquark interaction and a third term arising from the diquark-diquark interaction. Furthermore, general parameterization is inspired by Banger and Phillips and it is constructed as the sum of two exponential terms with different nuclear slopes differing in phase between them. The predictions of the two models are compared with experimental data in the energy range of 19 GeV to 7 TeV. The aim of this study is to analyze how well the two models describe the experimental data available up to date.

Keywords: elastic differential cross section, quark-diquark, Banger-Phillips.

Contenido

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Introducción | 1 |
| 2 | El Gran Colisionador de Hadrones LHC | 3 |
| 2.1 | Laboratorio CERN | 3 |
| 2.2 | Funcionamiento del LHC | 7 |
| 2.2.1 | Sistema de vacío | 7 |
| 2.2.2 | Sistema de enfriamiento | 8 |
| 2.3 | Experimento TOTEM | 8 |
| 2.3.1 | Sección eficaz diferencial elástica pp en el experimento TOTEM | 9 |
| 2.3.2 | Detectores de Protones del experimento TOTEM | 10 |
| 2.3.3 | Óptica del haz en el LHC | 11 |
| 3 | Dispersión elástica | 16 |
| 3.1 | Variables de Mandelstam | 16 |
| 3.2 | Teoría Clásica de la dispersión | 18 |
| 3.3 | Teoría Cuántica de la Dispersión | 20 |
| 3.4 | Sección eficaz diferencial Elástica | 21 |
| 3.5 | Expansión en Ondas Parciales | 22 |
| 3.5.1 | Teorema Óptico | 23 |
| 3.6 | Teoremas Asintóticos | 24 |
| 3.6.1 | Límite de Froissart | 25 |
| 3.6.2 | Teorema de Pomeranchuk | 25 |
| 3.6.3 | Teorema de Cornelli-Martin | 25 |
| 3.7 | Conceptos básicos de la Teoría de Regge | 25 |
| 3.8 | Modelos Geométricos: Modelo Eikonal | 27 |
| 4 | Parametrización para la sección eficaz diferencial | 29 |
| 4.1 | Modelo Quark-diquark | 29 |
| 4.2 | Parametrización de Banger y Phillips | 32 |
| 5 | Análisis y Resultados | 34 |
| 5.1 | Selección de datos | 34 |
| 5.2 | Ajuste de datos para la sección eficaz diferencial elástica con el modelo Quark-Diquark(qQ) | 35 |
| 5.2.1 | Determinación del Parámetro B_2 | 35 |
| 5.2.2 | Ajustes para colisiones protón-protón | 36 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 5.2.3 | Ajustes para colisiones protón-antiprotón | 40 |
| 5.3 | Ajuste de datos para sección eficaz diferencial elástica con la parametrización General (Banger y Phillips <i>BP</i>) | 43 |
| 5.3.1 | Ajustes para colisiones protón-protón | 43 |
| 5.3.2 | Ajustes para colisiones protón-antiprotón | 46 |
| 6 | Conclusiones y Recomendaciones | 50 |
| | Bibliografía | 51 |
| | Anexos | 54 |

Lista de Figuras

| | | |
|------|---|----|
| 2.1 | Fotografía donde esta ubicado en laboratorio CERN. Obtenida de [9] | 4 |
| 2.2 | Esquema del complejo de aceleradores en el CERN, obtenido de [9] | 5 |
| 2.3 | Estacion de Roman Pot. Obtenida de [5] | 11 |
| 2.4 | Sistema de coordenadas para el movimiento de una partícula en el acelerador, obtenido de [13]. | 13 |
| 2.5 | Cambio en la forma del haz cuando atraviesa los cuadrupolos de enfoque y desenfoque, y de la función $\beta(s)$, obtenido de [13] | 14 |
| 3.1 | Reaccion en el canal s , obtenido de [17] | 17 |
| 3.2 | Colisión de dos partículas en el sistema centro de masa, obtenido de [17] . . . | 18 |
| 3.3 | Dispersión clásica, con parámetro de impacto b y ángulo de dispersión θ , obtenido de [19] | 19 |
| 3.4 | Partículas incidiendo en una área transversal $d\sigma$ y dispersadas en una ángulo solido $d\Omega$, obtenido de [19]. | 20 |
| 5.1 | Ajuste para la sección eficaz diferencial pp a 19.4 GeV con el modelo qQ en el rango $0.36 \leq t \leq 2.5 \text{ GeV}^2$. . . | 36 |
| 5.2 | Ajuste para la sección eficaz diferencial pp a 23.5 GeV con el modelo qQ en el rango $0.36 \leq t \leq 2.5 \text{ GeV}^2$. . . | 36 |
| 5.3 | Ajuste para la sección eficaz diferencial pp a 30.5 GeV con el modelo qQ en el rango $0.36 \leq t \leq 2.5 \text{ GeV}^2$. . . | 37 |
| 5.4 | Ajuste para la sección eficaz diferencial pp a 44.6 GeV con el modelo qQ en el rango $0.36 \leq t \leq 2.5 \text{ GeV}^2$. . . | 37 |
| 5.5 | Ajuste para la sección eficaz diferencial pp a 53.0 GeV con el modelo qQ en el rango $0.36 \leq t \leq 2.5 \text{ GeV}^2$. . . | 37 |
| 5.6 | Ajuste para la sección eficaz diferencial pp a 62.5 GeV con el modelo qQ en el rango $0.36 \leq t \leq 2.5 \text{ GeV}^2$. . . | 37 |
| 5.7 | Ajuste para la sección eficaz diferencial pp a 7 TeV con el modelo qQ en el rango $0.005 \leq t \leq 2.5 \text{ GeV}^2$. . . | 38 |
| 5.8 | Ajuste para la sección eficaz diferencial $\bar{p}p$ a 19.4 GeV con el modelo qQ en el rango $0.36 \leq t \leq 2.5 \text{ GeV}^2$. . . | 40 |
| 5.9 | Ajuste para la sección eficaz diferencial $\bar{p}p$ a 53.0 GeV con el modelo qQ en el rango $0.36 \leq t \leq 2.5 \text{ GeV}^2$. . . | 40 |
| 5.10 | Ajuste para la sección eficaz diferencial $\bar{p}p$ a 546 GeV con el modelo qQ en el rango $0.0001 \leq t \leq 1.6 \text{ GeV}^2$. . . | 41 |
| 5.11 | Ajuste para la sección eficaz diferencial $\bar{p}p$ a 630 GeV con el modelo qQ en el rango $0.7 \leq t \leq 2.2 \text{ GeV}^2$. . . | 41 |
| 5.12 | Ajuste para la sección eficaz diferencial $\bar{p}p$ a 1800 GeV con el modelo qQ en el rango $0.36 \leq t \leq 1.2 \text{ GeV}^2$. . . | 41 |
| 5.13 | Ajuste para la sección eficaz diferencial $\bar{p}p$ a 1960 GeV con el modelo qQ en el rango $0.01 \leq t \leq 1.2 \text{ GeV}^2$. . . | 41 |
| 5.14 | Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones pp a 19.4 GeV con el modelo BP en el rango $0.02 \leq t \leq 4 \text{ GeV}^2$ | 43 |
| 5.15 | Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones pp a 23.5 GeV con el modelo BP en el rango $0.34 \leq t \leq 2.4 \text{ GeV}^2$ | 43 |
| 5.16 | Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones pp a 30.5 GeV con el modelo BP en el rango $0.38 \leq t \leq 2.4 \text{ GeV}^2$ | 44 |
| 5.17 | Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones pp a 44.6 GeV con el modelo BP en el rango $0.38 \leq t \leq 2.4 \text{ GeV}^2$ | 44 |

| | | |
|------|--|----|
| 5.18 | Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones pp a 53.0 GeV con el modelo BP en el rango $0.38 \leq t \leq 2.4 \text{ GeV}^2$ | 44 |
| 5.19 | Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones pp a 62.5 GeV con el modelo BP en el rango $0.15 \leq t \leq 5.0 \text{ GeV}^2$ | 44 |
| 5.20 | Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones pp a 7 TeV con el modelo BP en el rango $0.005 \leq t \leq 2.5 \text{ GeV}^2$ | 45 |
| 5.21 | Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones $\bar{p}p$ a 19.4 GeV con el modelo BP en el rango $0.001 \leq t \leq 3.5 \text{ GeV}^2$ | 47 |
| 5.22 | Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones $\bar{p}p$ a 53 GeV con el modelo BP en el rango $0.1 \leq t \leq 3.5 \text{ GeV}^2$ | 47 |
| 5.23 | Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones $\bar{p}p$ a 546 GeV con el modelo BP en el rango $0.01 \leq t \leq 1.6 \text{ GeV}^2$ | 47 |
| 5.24 | Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones $\bar{p}p$ a 630 GeV con el modelo BP en el rango $0.7 \leq t \leq 2.1 \text{ GeV}^2$ | 47 |
| 5.25 | Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones $\bar{p}p$ a 1800 GeV con el modelo BP en el rango $0.01 \leq t \leq 1.2 \text{ GeV}^2$ | 48 |
| 5.26 | Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones $\bar{p}p$ a 1960 GeV con el modelo BP en el rango $0.2 \leq t \leq 1.3 \text{ GeV}^2$ | 48 |

Lista de Tablas

| | | |
|-----|--|----|
| 5.1 | Parámetros del ajuste de datos para la sección eficaz diferencial elástica en colisiones pp con el modelo qQ | 39 |
| 5.2 | Parámetros del ajuste de datos para la sección eficaz diferencial elástica en colisiones $\bar{p}p$ con el modelo qQ | 42 |
| 5.3 | Parámetros del ajuste de datos para la sección eficaz diferencial elástica en colisiones pp con la parametrización de BP | 46 |
| 5.4 | Parámetros del ajuste de datos para la sección eficaz diferencial elástica en colisiones pp con la parametrización de BP | 49 |

Glosario

Bosón: Partícula con espín entero.

Diquark: Cuasi-partícula estado de dos quarks.

CERN: Centro Europeo para la investigación Nuclear.

Fermión: Partícula con espín semi-entero.

Hadron: Partícula subatómica que se compone de dos o tres quarks, y que participan en la interacción fuerte.

LHC: Gran Colisionador de Hadrones.

Fotón: Partícula mediadora de la fuerza electromagnética.

Gravitón: Partícula Hipotética mediadora de la fuerza gravitacional.

Gluón: Partícula mediadora de la interacción fuerte.

Modelo Estándar: Teoría que describe las interacciones y partículas fundamentales conocidas.

QCD(Cromodinámica Cuántica): Teoría Cuántica de Campos que describe las interacciones fuertes.

Quark: Constituyentes fundamentales de la materia.

Capítulo 1

Introducción

El modelo estándar es la teoría cuántica de campos que describe cómo las partículas conocidas hasta ahora interactúan entre ellas. Este modelo agrupa las partículas existentes en quarks, leptones y bosones. A los quarks y leptones se los llama fermiones y se caracterizan por tener espín semi-entero mientras los bosones espín entero. Los bosones son las partículas mediadoras de las fuerzas; el fotón es el mediador para la fuerza electromagnética, los bosones W^\pm y Z para la fuerza electro-debil y el gluon para la interacción fuerte. Se predice que el gravitón es la partícula mediadora de la fuerza gravitacional, pero hasta ahora no se ha encontrado evidencia experimental de ella y además esta fuerza no es explicada por el modelo estándar.

Los quarks son los constituyentes de los hadrones, entre ellos el protón y el neutrón, y todos ellos están gobernados por la interacción fuerte. Esta interacción se describe por la Cromodinámica Cuántica (QCD), sin embargo en colisiones hadrónicas de alta energía a bajo momento transferido los datos experimentales muestran que sus principales características se originan del sector no perturbativo de QCD[1]. Debido a esto, la única forma de entender procesos a bajo momento transferido ($|t| < 1\text{GeV}/c^2$) es mediante observaciones experimentales y con la ayuda de modelos fenomenológicos[2].

El escenario donde se analizan este tipo de procesos es en los aceleradores de partículas. Los aceleradores más representativos son el TEVATRON en FERMILAB y el LHC en el CERN. El TEVATRON ya lleva varios años apagado(desde octubre de 2011), mientras que el LHC (Gran colisionador de Hadrones) está en pleno funcionamiento, haciendo colisionar hadrones a muy altas energías (7TeV en 2011, 8 TeV en 2011, 13TeV en 2015-2016). En el LHC existen experimentos para diferentes propósitos como CMS[3] y el ATLAS[4], que

son los detectores más grandes. El TOTEM[5] es un detector más pequeño ubicado cerca del CMS que mide la sección eficaz total pp y estudia eventos difractivos y elásticos, reportando los últimos datos de sección eficaz diferencial elástica[6]. Estos últimos, son los que se usaran en este trabajo.

En estas colisiones de alta energía suceden dos cosas: 1) se producen nuevas partículas a partir de la fragmentación de los protones incidentes (colisiones inelásticas), 2) los protones se dispersan sufriendo una pequeña desviación de su trayectoria sin fragmentarse conservando la magnitud de su momento inicial (colisiones elásticas). En este trabajo se considerara las ultimas. Si bien las colisiones inelásticas dominan a alta energía, la dispersión elástica es considerable (18% al 25%)[1]. La principal observable experimental en este tipo de colisiones es la sección eficaz diferencial ($\frac{d\sigma}{dt}$), que se podría definir como la probabilidad de interacción en función del ángulo de dispersión entre estas partículas. La estructura que presenta $\frac{d\sigma}{dt}$ permite descifrar la dinámica interna de procesos de dispersión elástica.

Existen muchos modelos para la sección eficaz diferencial que tratan de describir los datos obtenidos en muchos experimentos. Muchos de estos modelos son fenomenológicos y se ajustan o modifican a medida que se obtienen nuevos datos, otros utilizan teorías pre-QCD ,por ejemplo la teoría de Regge que ha sido ampliamente aplicada en dispersión hadronica de alta energía. En este trabajo se hará uso de dos enfoques; el modelo Quark-diquark[7] y una parametrización general que es en esencia la que propusieron Banger y Phillips[8].

En el segundo capítulo se describe el LHC y el experimento TOTEM. El tercer capítulo trata sobre variables cinemáticas y algunas relaciones importantes en dispersión hadrónica, además de explicar de manera muy general la teoría de Regge y modelos geométricos. En el cuarto capitulo se trata en detalle las dos parametrizaciones utilizadas en nuestro estudio; el modelo Quark-diquark y la parametrización de Banger y Phillips. En el quinto capítulo se hace el análisis de los ajustes de datos. El sexto capítulo está dedicado a las conclusiones y recomendaciones. Finalmente en el séptimo capítulo están los anexos donde se encuentran algunos cálculos y códigos de los programas que se utilizaron para los ajustes.

Capítulo 2

El Gran Colisionador de Hadrones LHC

El Gran colisionador de Hadrones, LHC por su siglas en el inglés, es el mayor acelerador del partículas de mundo. Hace colisionar protones a energía centro de masa de 7 TeV, y en Junio de 2015 empezó a operar a 13 TeV. Tiene una circunferencia de 26.7 kilómetros de magnetos superconductores (1232 dipolos y 392 cuadrupolos) con cavidades de radiofrecuencia que aumentan la energía de las partículas[9]. Las colisiones se llevan a cabo en diferentes puntos dónde se ubican grandes detectores como; ATLAS[4], CMS[3], LHCb[10] y ALICE[11] que registran las partículas resultantes después de la colisión.

2.1 Laboratorio CERN

El CERN, es la organización Europea para la investigación nuclear, y es donde los científicos estudian los constituyentes básicos de la materia; las partículas fundamentales. Protones se aceleran y se hacen colisionar a velocidades cercanas a la de la luz. Los resultados de estas colisiones son registrados por detectores ubicados en diferentes puntos de colisión.

Fundado en 1954, el laboratorio CERN esta situado en la frontera entre Francia y Suiza, cuenta con muchas universidades y científicos de todo el mundo que participan activamente en los distintos experimentos. Abajo se muestra una fotografía del CERN, dónde la línea amarilla marca donde subterráneamente está ubicado el anillo acelerador del LHC y sus diferentes experimentos.



Figura 2.1: Fotografía donde esta ubicado en laboratorio CERN. Obtenida de [9]

En el CERN en realidad existe una cadena de aceleradores, cada uno de ellos inyecta el haz de protones en el siguiente acelerador, proporcionando cada vez mas energía llegando finalmente al acelerador principal; el LCH. A este punto las partículas tendrán una energía centro de masa hasta un valor aproximado de 7 TeV[9].

A continuación se describe brevemente como los protones son acelerados a través del complejo de aceleradores en el CERN[9]:

- Átomos de hidrógeno son tomados de una botella que contiene hidrógeno. Los protones se obtienen ionizando el gas mediante una descarga eléctrica.
- *Linac2* es el primer acelerador de la cadena, acelerando los protones a una energía de

50 MeV.

- Los protones son inyectados en el Proton Synchrotron Booster (PSB) que acelera los protones a 1.4 GeV.
- Luego, el Proton Synchrotron (PS) con una circunferencia de 628 metros, lleva el haz a 25 GeV.
- Los protones son enviados luego al Super Proton Synchrotron (SPS) donde son acelerados a 450 GeV. El SPS tiene una circunferencia de 7 Kilómetros.

Finalmente los protones son transferidos a dos anillos en el LHC viajando en direcciones opuestas, y tomando 4 minutos y 20 segundos en llenar cada anillo. Los protones son acelerados por 20 minutos a su energía nominal de 7 TeV[9]. En la Figura 2.2 se muestra el esquema del complejo de aceleradores en el CERN.

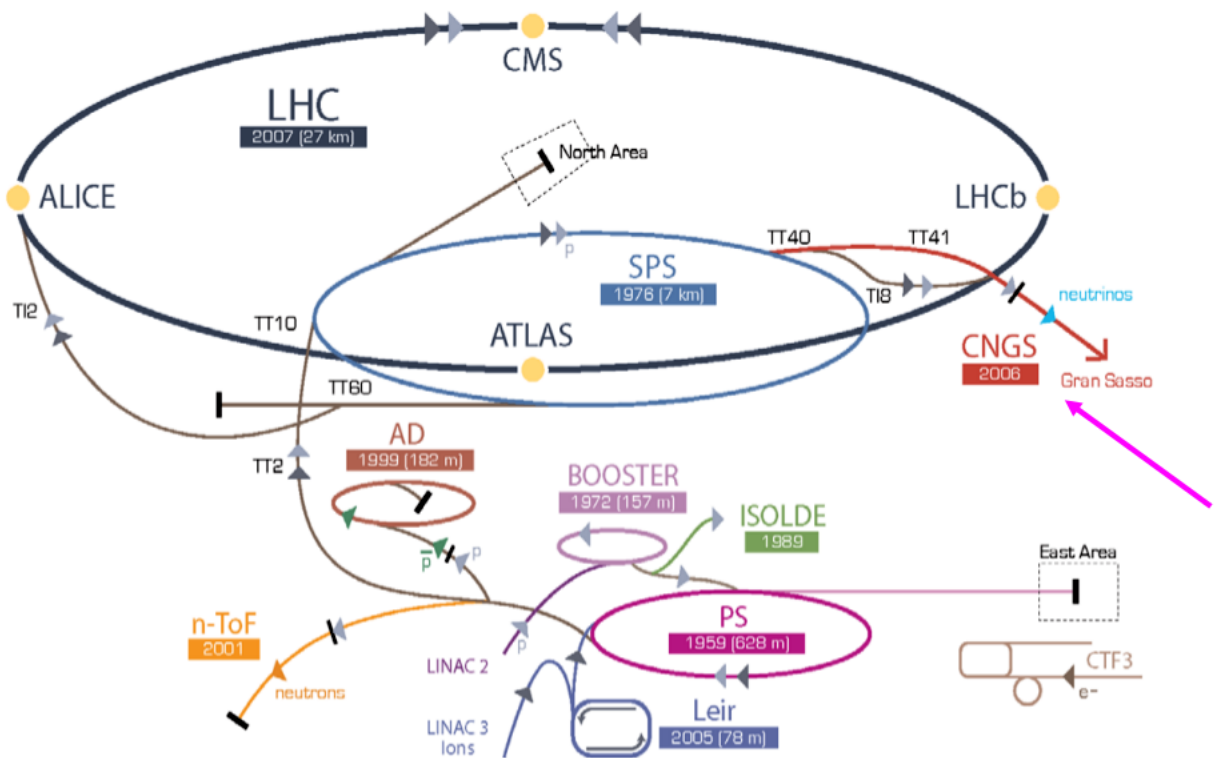


Figura 2.2: Esquema del complejo de aceleradores en el CERN, obtenido de [9]

Los protones no circulan de manera continua alrededor del anillo del acelerador, sino que lo hacen en grupos que se conocen como “bunches”. Cada “bunch” contiene alrededor de 10^{11} protones, y en condiciones de operatividad nominal en cada haz hay 2808 bunches[9]. Durante su recorrido estos bunches cambian su tamaño comprimiéndose o expandiéndose, comprimiéndose al máximo posible en el punto de interacción para así aumentar la probabilidad de colisión. El tamaño de los bunches va desde unos pocos centímetros de largo y milímetros de ancho, hasta $16\mu m$ en el punto de colisión. El espacio entre bunches es de 25 nanosegundos que corresponde a una frecuencia promedio de $31.6MHz$, con lo que se generaran 600 millones de colisiones de partículas por segundo[9].

La luminosidad es un parámetro muy importante en un acelerador, y es la medida del número de colisiones que se pueden producir en punto de interacción por cm^2 y por *segundo*. El valor de la luminosidad en el LHC es de $10^{34}cm^{-2}s^{-1}$ [9], es decir que se producirán 10^{34} colisiones por segundo y por cm^2 . Para garantizar una alta luminosidad se deben “comprimir” todo lo posible los 2808 bunches en el punto de colisión, para así maximizar el número de colisiones. La luminosidad se expresa en términos del número de protones en los bunches, la frecuencia y el tamaño de éstos. Usualmente se expresa como:

$$L = \frac{f \cdot N_1 N_2}{4\pi\sigma} \quad (2.1)$$

Donde N_1 y N_2 son el número de protones en los bunches, f la frecuencia y σ su sección transversal.

Las 16 cavidades de radiofrecuencia –8 por cada haz–, son cámaras metálicas que contienen un campo electro-magnético que oscila a una frecuencia dada[9]. Su objetivo principal es acelerar partículas además de agrupar los protones en bunches. Las 16 cavidades están alojadas en 4 refrigeradores cilíndricos llamados criomódulos, que mantienen a las cavidades a una temperatura de $4.5k$, por lo que éstas operan en un estado superconductor.

2.2 Funcionamiento del LHC

Como ya se mencionó, el LHC es el último y el más grande acelerador de la gran cadena de aceleradores del CERN, y a este punto los protones llegan con una energía de 450 GeV. Dentro del acelerador cada haz de protones viaja a velocidades cercanas a la de la luz antes de colisionar frontalmente. Estos haz, viajan en direcciones contrarias y en conductos diferentes, los que se encuentran a ultra vacío comparado con el vacío interplanetario (del orden de 10^{-10} a 10^{-11} mbar) [9]. Una corriente de 11.850 amperios genera un campo magnético de 8.4 teslas, campo miles de veces más intenso que el campo magnético terrestre. Este potente campo magnético permite mantener el curso del haz de partículas alrededor del anillo de 27 kilómetros[9]. Los electro-imanes son construidos de bobinas con cables que conducen la electricidad sin resistencia o pérdidas de energía. Estos magnetos requieren enfriarse a una temperatura de -271.3 °C, para esto gran parte del acelerador está conectado a un sistema de distribución de helio líquido, necesiándose 120 toneladas de helio líquido para enfriar los magnetos.

Cientos de magnetos son usados para dirigir los haz de protones alrededor del acelerador. Entre ellos, 1232 dipolos, que son usados para curvar el haz y 392 cuadrupolos para enfocar el haz[9]. Existen otro tipo de magnetos que se usan para corregir la trayectoria de cada haz de protones.

2.2.1 Sistema de vacío

En el LHC existen tres sistemas de vacío por separado; uno para los tubos donde circula el haz de protones, otro para los imanes enfriados criogénicamente y otro para la línea de distribución de helio[9]. El sistema de vacío en los tubos donde circula el haz, sirve para evitar que los protones choquen con otras partículas, como por ejemplo, moléculas de gas. En los criomagnetos y línea de distribución de helio, el vacío se usa como aislante térmico de las partes criogénicas con el medio ambiente.

Con cientos de kilómetros de tubería al vacío, el sistema de vacío del LHC es de los más

grandes del mundo. Las presiones en el interior de los tubos por donde viajan los protones es del orden de 10^{-10} a 10^{-11} milibares, vacío superior al encontrado en la superficie de la luna[9]. La mayor parte de la tubería son secciones por donde viaja el haz de protones que se mantiene a muy baja temperatura, mientras que la tubería restante se mantiene a temperatura ambiente y es donde se encuentran los sistemas de control del haz y se ubican los experimentos.

2.2.2 Sistema de enfriamiento

El LHC cuenta con el sistema criogénico mas grande del mundo, que es fundamental para generar la superconductividad en los magnetos. Todos los imanes del LHC son electroimanes, es decir que los campos magnéticos son producidos por corrientes eléctricas. Los imanes principales operan a una temperatura de 1.9K, temperatura menor que la del espacio exterior.

La refrigeración del LHC se lleva a cabo en tres etapas. En la primera etapa se utilizan 10.000 toneladas de nitrógeno líquido para enfriar el helio a 80K que luego se enfría a 4.5 K usando turbinas. En la segunda etapa se inyecta el helio a los imanes para luego en la tercera etapa llegar a una temperatura de 1.9K. Se usa helio como refrigerante porque permite que los componentes se mantengan fríos en largas distancias, además por debajo de los 2,17K pasa de un estado fluido a superfluido, lo que hace que tenga una conductividad térmica muy alta.

2.3 Experimento TOTEM

El TOTEM, Total Elastic and Diffractive Cross Section Measurement por sus siglas en inglés, es un experimento pequeño comparado con los demás en el LHC, y su objetivo es medir la sección eficaz total $p - p$ [5], lo que requiere un estudio detallado de la sección eficaz elástica bajo un cuadrimento transferido de $|t| \sim 10^{-3} \text{ GeV}^2$, y la medida de la razón total de eventos inelásticos. Adicionalmente, el programa de Física del TOTEM

se orienta a una profunda comprensión de la estructura del protón a través del estudio de dispersión elástica con alto momento transferido ($|t| > 1 \text{ GeV}^2$) y vía procesos difractivos, en cooperación con el experimento CMS y ubicado en el mismo punto de interacción (IP5). Este experimento cuenta con detectores con la capacidad de seleccionar eventos con contenido físico de interés para un posterior estudio (trigger) y almacenamiento de éstos en la región frontal. Para realizar estas medidas, el TOTEM requiere una buena aceptación para las partículas producidas a ángulos muy pequeños con respecto al haz. Para medir la rata de dispersión inelástica, el TOTEM usa dos detectores; “Telescopios” T1 y T2 a ambos lados del punto de interacción, lo que se complementa con detectores especiales ubicados en inserciones móviles llamados Roman Pots localizados a 147m y 220m del punto de interacción, diseñados para detectar protones desviados unos pocos miliradianes del centro del haz[5].

2.3.1 Sección eficaz diferencial elástica pp en el experimento TOTEM

De las medidas de dispersión elástica hechas por el experimento TOTEM, la medida de interés para este trabajo es la de sección eficaz diferencial. En varias corridas con diferente óptica del haz, el TOTEM ha medido la sección eficaz diferencial elástica $d\sigma/dt$ a energía centro de masa de 7 TeV, sobre un amplio rango de cuadrimomento transferido[6]. Las primeras medidas reportadas cubren el rango de cuadrimomento transferido ($|t|$) de 0.36 a 2.5 GeV^2 , y fueron tomadas con la óptica estándar del LHC del 2010 con un valor de β^* de 3.5m. Para acceder a valores mas pequeños de cuadrimomento transferido se incrementa el valor de β^* o reduciendo la emitancia (ϵ). Con un valor de $\beta^* = 90$ metros, el TOTEM extiende las medidas de sección eficaz diferencial para valores de cuadrimomento transferido por debajo de $2 \cdot 10^{-2} \text{GeV}^2$ [6]. El termino β se conoce como *función beta* o también como *función de amplitud*, y es un parámetro que se relaciona con el tamaño del haz, donde el termino β^* es la función de amplitud en el punto de interacción. La emitancia (ϵ) es un parámetro que también se relaciona con el tamaño del haz, como se mirará mas adelante.

2.3.2 Detectores de Protones del experimento TOTEM

Para detectar los protones dispersados en ángulos del orden de micro-radianes, detectores de silicio son colocados en unos dispositivos móviles dentro del tubo del haz llamados ollas romanas o Roman Pots (RPs) por sus siglas en inglés . Estos detectores están localizados simétricamente a ambos lados del punto de interacción 5 (PI5) en el LHC, a distancias de 215 y 220 metros de este punto de interacción[6].

Cada estación de RPs se compone de dos unidades separadas una distancia de alrededor de 5 metros (mirar Figura 2.3). Estas estaciones a su vez se componen de tres RPs, dos de ellos próximos al haz saliente, localizados verticalmente arriba y abajo del haz, y el otro en posición horizontal al haz[6]. Cada dispositivo RP tiene dentro detectores de silicio que miden la distancia de los protones al centro del haz en ambas coordenadas perpendiculares al haz con una precisión de alrededor $11 \mu\text{m}$. Los movimientos de los RPs se hacen a través de motores de paso (pasos de $5\mu\text{m}$), los cuales son verificados por transformadores diferenciales lineales variables (LVDT por sus siglas en ingles), con una precisión de $10\mu\text{m}$ [12].

Se debe conocer de manera precisa la posición de los detectores respecto al haz en el momento de hacer las medidas. Esta alineación se lleva a cabo primero alineando los RPs respecto al haz lo mas precisamente posible, después se alinean los detectores individuales uno respecto al otro usando reconstrucción de trayectorias, y luego se hace una alienación global de los detectores en los diferentes RPs mediante eventos elásticos[12].

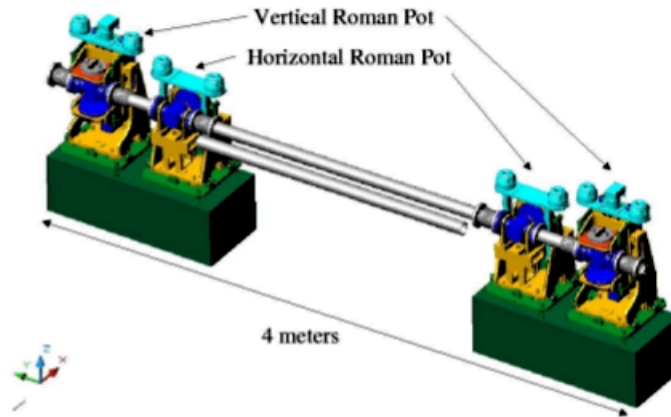


Figura 2.3: Estacion de Roman Pot. Obtenida de [5]

2.3.3 Óptica del haz en el LHC

Como se menciona anteriormente alrededor del LHC existen magnetos dipolares que son usados para deflectar los protones, y magnetos cuadropolares para enfocar o desenfocar el haz. Así, las partículas pasan a través de secciones que se componen alternativamente por magnetos dipolares, magnetos cuadropolares de enfoque y desenfoco y espacios vacíos. Además, en el LHC existen otro tipo de magnetos (sextupolos, octupolos y decapolos) que aseguran una trayectoria estable de las partículas. Debido a esta configuración de imanes, se produce una oscilación de las partículas en los planos horizontal y vertical, a lo que se llama oscilaciones del betatron[13]. Las oscilaciones horizontales de las partículas se describen mediante la ecuación de *Hill*, y la solución de esta ecuación se expresa en términos de la función de amplitud del betatron β y la emitancia ϵ (mirar sección 2.3.3). El conocimiento preciso de estos parámetros, es decir la óptica del acelerador, es crucial para lograr los objetivos propuestos por el experimento TOTEM.

La emitancia ϵ y la función β son parámetros con los que se puede expresar el tamaño del haz. De esta manera podemos expresar las secciones transversales del haz σ_x y σ_y , como el

producto de ϵ y β , así:

$$\sigma_x \sigma_y = \epsilon \beta \quad (2.2)$$

Con esta relación, podemos expresar la Luminosidad (Ecuación 2.1) en estos términos:

$$L = \frac{f \cdot N_1 N_2}{4\pi \epsilon \beta} \quad (2.3)$$

De esta ecuación se observa, que para garantizar una alta luminosidad es necesario, además de otros factores, tener una baja emitancia.

Para poder reconstruir la cinemática de la dispersión protón-protón desde el punto de interacción hasta la posición y ángulos medidos por los RPs, se usan matrices de transporte desde el punto de interacción hasta los detectores[12]. Estas matrices de transporte definen el transporte del protón desde PI hasta los RPs como un producto de matrices que describen los campos magnéticos del “*lattice*” a lo largo de la trayectoria. Los elementos de estas matrices son funciones de la amplitud del betatron.

Para determinar la óptica del acelerador, en el experimento TOTEM se usa las distribuciones ángulo-posición de los protones dispersados elásticamente observados en los RPs[12], debido a que son relativamente fáciles de detectar ya que existe correlación entre los ángulos de dispersión, es decir, que los ángulos son los mismos. Las posiciones vertical y horizontal de los protones en los detectores se relacionan con el punto de interacción de la siguiente manera[6]:

$$x = L_x \theta_x^* + v_x x^* \quad (2.4)$$

$$y = L_y \theta_y^* + v_y y^* \quad (2.5)$$

El superíndice * indica en el punto de interacción, es decir, x^* , y^* , θ_x^* , θ_y^* son las posiciones transversales y los ángulos respectivamente en el punto de interacción. $L_{x,y}$ y

$v_{x,y}$ son las funciones ópticas y se determinan por la función de amplitud del betatron[14], así:

$$L_{x,y} = \sqrt{\beta_{x,y}/\beta^*} \cos \Delta\mu_{x,y} \quad (2.6)$$

$$v_{x,y} = \sqrt{\beta_{x,y}\beta^*} \sin \Delta\mu_{x,y} \quad (2.7)$$

$v_{x,y}$ se conocen como incrementos horizontales y verticales, y $L_{x,y}$ como distancias efectivas.

Ecuación de Movimiento

Como ya se mencionó, debido a que las partículas se guían a través de magnetos, se produce una oscilación en los planos horizontal y vertical (Figura 2.4), debido a esto, es importante saber como se describe la trayectoria de las partículas alrededor del acelerador. Por simplicidad y sin sacrificar generalidad solo se consideran la oscilaciones horizontales[13].

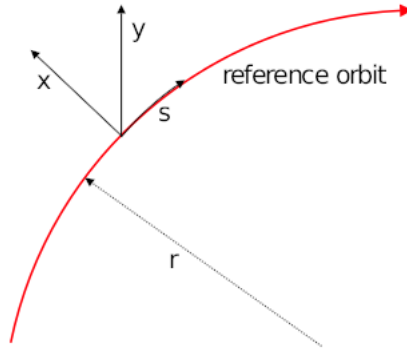


Figura 2.4: Sistema de coordenadas para el movimiento de una partícula en el acelerador, obtenido de [13].

La ecuación de movimiento que describe las oscilaciones horizontales, es la ecuación de Hill[15]:

$$x''(s) - k(s)x(s) = 0 \quad (2.8)$$

La función $x(s)$ describe la oscilación transversal alrededor de la orbita s (Figura. 2.4), o mas conocida como oscilación de betatrón. La solución a esta ecuación se escribe como [15]:

$$x(s) = \sqrt{\epsilon} \sqrt{\beta(s)} \cos[\Psi(s) + \phi] \quad (2.9)$$

Lo que significa que las partículas tendrán una oscilación del betatrón con una amplitud dada por el termino $\sqrt{\epsilon} \sqrt{\beta(s)}$. La función beta $\beta(s)$ depende del enfoque del haz, que varia con la trayectoria, mientras ϵ es una constante. Derivando la ecuación 2.9 con respecto a s obtenemos:

$$x'(s) = -\frac{\sqrt{\epsilon}}{\beta(s)} \left[-\frac{\beta'(s)}{2} \cos(\Psi(s) + \phi) + \sin(\Psi(s) + \phi) \right] \quad (2.10)$$

Al graficar las ecuaciones 2.9 y 2.10 en el espacio de fase (x, x') en algún punto de la trayectoria, se obtiene una elipse. La Figura 2.5 muestra como cambia la forma de elipse al atravesar los cuadrupolos de enfoque o desenfoque, además de como varia $\beta(s)$.

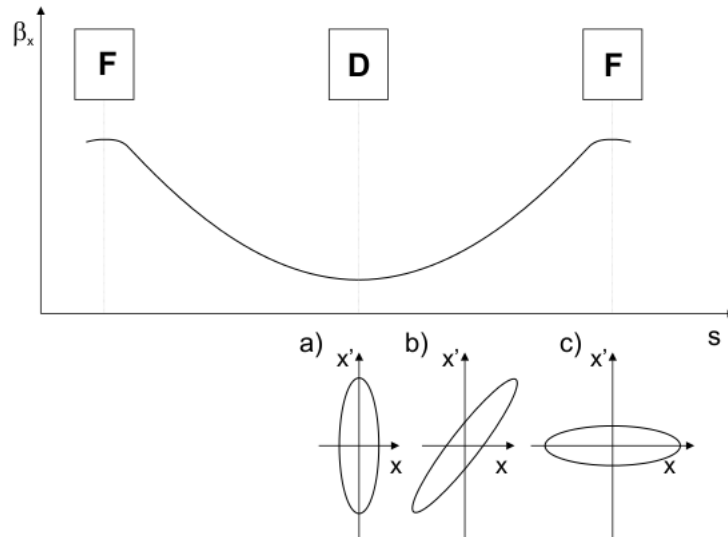


Figura 2.5: Cambio en la forma del haz cuando atraviesa los cuadrupolos de enfoque y desenfoque, y de la función $\beta(s)$, obtenido de [13]

El teorema de Liouville establece que el área de la elipse que es igual a $\pi\epsilon$ se conserva, donde ϵ es la emitancia del haz de partículas que depende de las condiciones iniciales, por lo que la forma y posición de la elipse variará de acuerdo a la función de amplitud $\beta(s)$.

Capítulo 3

Dispersión elástica

Los procesos de dispersión sirven para entender la estructura de las partículas cuando interactúan entre sí. En la dispersión elástica en particular, las partículas antes y después de la interacción son idénticas. Por ejemplo, en colisiones hadrónicas de alta energía los protones dispersados se desvían solo unos pocos miliradianes de sus trayectorias originales, manteniendo la magnitud de su momento inicial y conservando todos sus números cuánticos[2]. Este tipo de procesos hacen parte de lo que se conoce “*soft*”, estos procesos difractivos suaves se encuentran dentro del régimen no perturbativo de la interacción fuerte. La dispersión no se puede explicar como la suma de diagramas de *Feynman* a diferente orden perturbativo, por lo que la serie perturbativa no es convergente. En este caso se usan modelos fenomenológicos basados en las propiedades de la amplitud de dispersión, para tener una descripción general de este tipo de procesos.

3.1 Variables de Mandelstam

En colisiones de partículas de alta energía, se introducen unas variables cinemáticas que son invariantes bajo transformaciones de Lorentz[16], por lo que tienen el mismo valor en cualquier sistema de referencia inercial. Estas variables se conocen como variables de Mandelstam y hacen más accesible parámetros como la energía y ángulos de dispersión.

Si consideramos una reacción de dos partículas del tipo $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ (Figura 3.1), y denotamos a p_1 y p_2 como el cuadrimomento de las partículas incidentes y p_3 y p_4 como el cuadrimomento después de la interacción, las variables de Mandelstam se definen como[17]:

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 \quad (3.1)$$

$$t = (p_1 + p_3)^2 = (p_2 + p_4)^2 \quad (3.2)$$

$$u = (p_1 + p_4)^2 = (p_2 + p_3)^2 \quad (3.3)$$

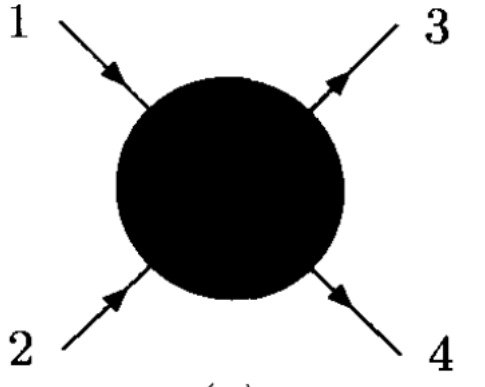


Figura 3.1: Reaccion en el canal s , obtenido de [17]

Estas variables se relacionan de la siguiente manera:

$$s + t + u = \sum_{i=1}^4 m_i^2 \quad (3.4)$$

De esta manera, solo dos variables son independientes que por lo general se escoge a s y t . Dependiendo de la reacción que se lleve a cabo en un proceso de dispersión, se habla de canal- s , canal- t o canal- u . La Figura 3.1 hace referencia a un proceso en el canal s . En el canal s , s será el cuadrado de la energía de centro de masa, mientras que en el canales t o u , t o u serán la energía total de centro de masa[17].

Si consideramos una colisión protón-protón en el sistema centro de masa (CM) (Figura 3.2), con p como el cuadrimomento en el CM, ϑ el ángulo de dispersión en el CM y m_p la masa del protón, las variables s , t y u se pueden escribir como[17]:

$$s = 4(p^2 + m_p^2) \quad (3.5)$$

$$t = -2p^2(1 - \cos\vartheta) \quad (3.6)$$

$$u = -2p^2(1 + \cos\vartheta) \quad (3.7)$$

A muy altas energías las masas de las partículas se pueden despreciar, y en la aproximación de dispersión a ángulos muy pequeños s y t se pueden expresar como[18]:

$$s \approx 4p^2 \quad (3.8)$$

$$t = -p^2\vartheta^2 \quad (3.9)$$

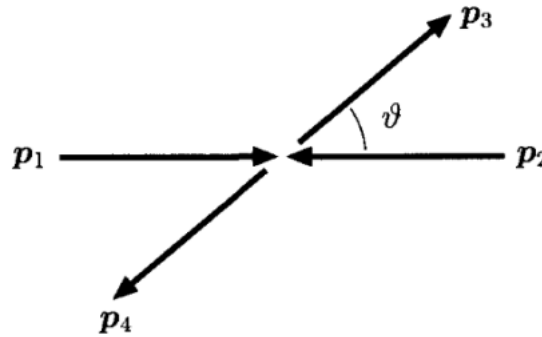


Figura 3.2: Colisión de dos partículas en el sistema centro de masa, obtenido de [17]

3.2 Teoría Clásica de la dispersión

La dispersión es un proceso de mucha importancia en Física. Para entender la dinámica y estructura de sistemas microscópicos y hasta de escala astronómica, es necesario comprender estos procesos. Clásicamente cuando una partícula incide sobre un centro dispersor con una energía E y con un parámetro de impacto b , ésta se dispersa en un ángulo al que llamaremos θ (Figura 3.3). El parámetro de impacto es la distancia perpendicular de la trayectoria de la partícula al centro dispersor. Después de que ocurre la interacción, la partícula seguirá una

trayectoria en línea recta, el ángulo entre la trayectoria antes y después de la interacción con el centro dispersor, será el ángulo de dispersión.

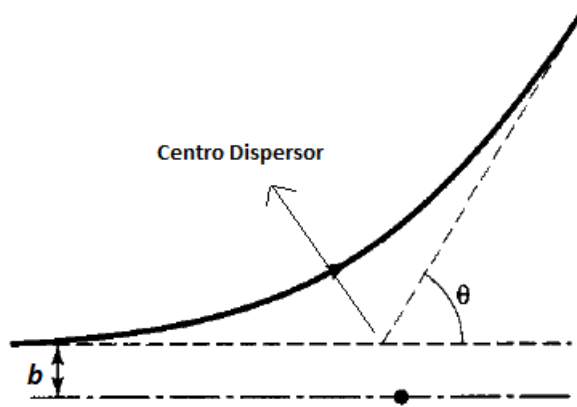


Figura 3.3: Dispersión clásica, con parámetro de impacto b y ángulo de dispersión θ , obtenido de [19]

Cuando un haz de partículas incide, un elemento diferencial de área $d\sigma$ se dispersara en un ángulo sólido $d\Omega$. El factor de proporcionalidad entre estos dos parámetros, $D(\theta) = \frac{d\sigma}{d\Omega}$, se conoce como sección eficaz diferencial y de acuerdo a la Figura 3.4 es [19]:

$$D(\theta) = \frac{b}{\sin\theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right| \quad (3.10)$$

La sección eficaz total se define como la integral de la sección eficaz diferencial[19]:

$$\sigma \equiv \int D(\theta)d\Omega \quad (3.11)$$

La sección eficaz total es el área total de un haz de partículas incidentes que son dispersadas por un centro dispersor. Sus unidades son los *barns*, y tienen la equivalencia de $1barn = 10^{-24}cm^2$, por tanto la sección eficaz tiene unidades de área.

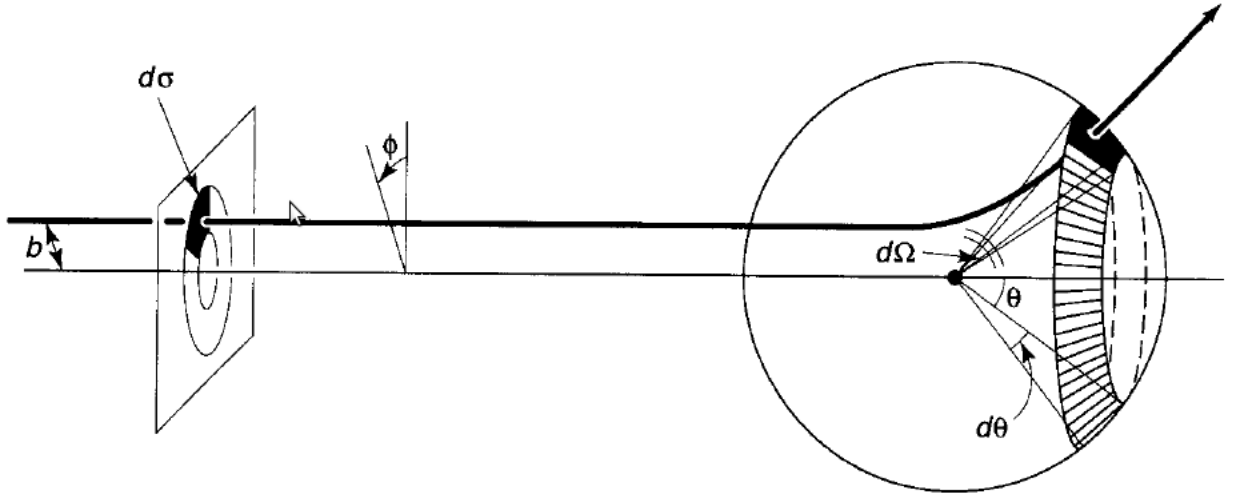


Figura 3.4: Partículas incidiendo en una área transversal $d\sigma$ y dispersadas en un ángulo sólido $d\Omega$, obtenido de [19].

3.3 Teoría Cuántica de la Dispersión

La manera en que las partículas se dispersan cuando interactúan, permite entender la estructura de las partículas y las fuerzas que actúan entre ellas. A través de experimentos en dispersión de partículas se han descubierto componentes de la materia tales como; núcleos atómicos, nucleones y Quarks.

Uno de los enfoques para solucionar el problema de la dispersión cuántica, es a través de la ecuación de *Schrodinger*. En un proceso de dispersión, cuando una onda plana incide en un potencial dispersor, el resultado es una onda esférica. La función de onda que describe este proceso a grandes distancias del centro dispersor se puede aproximar como[20]:

$$\psi(\vec{r}) \approx e^{i\vec{k}_0 \cdot \vec{r}} + f(\theta, \varphi) \frac{e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}}{r} \quad (3.12)$$

Donde \vec{k}_0 y \vec{k} son los vectores de onda entrante y saliente respectivamente, θ es el ángulo entre \vec{k}_0 y \vec{k} . $f(\theta, \varphi)$ se conoce como amplitud de dispersión y es la que contiene toda la información del proceso de colisión. En el caso de dispersión elástica, la sección

eficaz diferencial se expresa como: $\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta, \varphi)|^2$ [20], donde $d\Omega$ es el elemento del ángulo solido. Por esto la amplitud de dispersión es de gran importancia, pues determinar la sección eficaz diferencial se reduce a calcular la amplitud de dispersión.

3.4 Sección eficaz diferencial Elástica

Como se mencionó, para acceder a la sección eficaz diferencial (en este caso elástica), se necesita conocer la amplitud de dispersión. En colisiones elásticas hadronicas la amplitud de dispersión tiene dos contribuciones, una debida a la interacción de Coulomb y otra a la interacción nuclear[2]. La amplitud de dispersión de Coulomb se obtiene de la fórmula de Rutherford:

$$f_c = \pm \frac{2k\hbar c \alpha G^2(t)}{|t|} \quad (3.13)$$

donde el signo ”-“ en la amplitud de Coulomb es para colisiones protón-protón y el signo ”+“ para protón-antiprotón. α es la constante de estructura fina y $G(t)$ es el factor de forma electromagnético[21].

Se ha observado experimentalmente que para valores de cuadrimento transferido menores de los 0,1 (GeV/c) la interacción nuclear se puede parametrizar así:

$$f_n = \frac{k\sigma_T(\rho + i) \exp(\frac{-B|t|}{2})}{4\pi\hbar c} \quad (3.14)$$

Donde B es el parámetro de pendiente nuclear. Como la sección eficaz diferencial elástica hace referencia a una probabilidad, se expresa mediante la norma al cuadrado de la amplitud de dispersión en el sistema CM, así[2]:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\pi}{k^2} |f|^2 \quad (3.15)$$

Donde $f = f_n + f_c e^{\pm i\alpha\phi(t)}$. Aquí $\alpha\phi$ es la diferencia de fase entre las las amplitudes de dispersión de Coulomb y nuclear. Debido a esta diferencia de fase aparece un término de

interferencia nuclear-Coulomb que contribuye a la sección eficaz diferencial. Con estas tres contribuciones la sección eficaz diferencial se escribe como[2]:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{4\pi(\hbar c)^2 \alpha^2 G^4(t)}{|t|^2} \pm \frac{\alpha(\rho \mp \alpha\phi)\sigma_T G^2(t)}{|t|^2} \exp\left(\frac{-B|t|}{2}\right) + \frac{(1 + \rho^2)\sigma_T^2}{16\pi(\hbar c)^2} \exp(-B|t|) \quad (3.16)$$

La sección eficaz total se relaciona con la parte imaginaria de la amplitud de dispersión en la región frontal por medio del teorema óptico (mirar sección 3.5.1):

$$\sigma_T = \frac{4\pi}{k} = \Im m\{f_n(t=0)\} \quad (3.17)$$

Adicionalmente se define el cociente de la parte real e imaginaria ρ como:

$$\rho = \frac{\Re e(f_n(t=0))}{\Im m(f_n(t=0))} \quad (3.18)$$

La sección eficaz diferencial y el teorema óptico en el sistema de referencia del Laboratorio son[21]:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\pi}{p^2} |f|^2 \quad (3.19)$$

$$\sigma_T = \frac{4\pi}{p} = \Im m\{f_n(\theta_L=0)\} \quad (3.20)$$

Donde θ_L es el ángulo de dispersión en el sistema del Laboratorio.

3.5 Expansión en Ondas Parciales

Para entender la dispersión elástica se debe hacer una expansión en ondas parciales de la amplitud de dispersión. Esta expansión se hace para poder incluir valores continuos o complejos de momento angular[2] y de esta manera extender las propiedades de unitariedad, analicidad y simetría de cruce de la amplitud de dispersión.

Sin tenerse en cuenta el spín en la amplitud de dispersión, ésta se puede expandir en una serie de polinomios de Legendre[2]:

$$f(s, t) = \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) P_{\ell}(\cos\theta) a_{\ell}(k) \quad (3.21)$$

Donde $a_{\ell}(k)$ es la amplitud de dispersión para la ℓ -ésima onda parcial, que se puede calcular con un desplazamiento de fase $\delta_{\ell}(k)$ de la ℓ -ésima onda parcial con momento angular ℓ , como sigue:

$$a_{\ell}(k) = \frac{e^{2i\delta_{\ell}(k)} - 1}{2i} \quad (3.22)$$

Para dispersión elástica $\delta_{\ell}(k)$ son cantidades reales[17].

3.5.1 Teorema Óptico

La amplitud de dispersión con $\phi = 0$ se escribe como: [20]

$$f(\theta) = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l + 1) P_l(\cos\theta) \frac{e^{2i\delta_l} - 1}{2i} \quad (3.23)$$

Usando la formula de Euler para el termino exponencial, y luego usando las formulas de ángulo doble para el seno y coseno, la amplitud de dispersión se puede escribir como:

$$f(\theta) = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l + 1) e^{i\delta_l} \sin \delta_l P_l(\cos\theta) \quad (3.24)$$

La sección eficaz diferencial será por tanto:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 = \frac{1}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{l'=0}^{\infty} (2l + 1)(2l' + 1) e^{i(\delta_l - \delta_{l'})} \sin \delta_l \sin \delta_{l'} P_l(\cos\theta) P_{l'}(\cos\theta) \quad (3.25)$$

La sección eficaz total se encuentra integrando la sección eficaz diferencial[20]:

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \int_0^{\pi} |f(\theta)|^2 \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi = 2\pi \int_0^{\pi} |f(\theta)|^2 \sin\theta d\theta \quad (3.26)$$

Integrando y usando la relación de ortogonalidad de los polinomios de Legendre $\int_0^\pi P_l(\cos \theta) P_{l'}(\cos \theta) \sin \theta d\theta = [2/(2l+1)]\delta_{ll'}$, la sección eficaz total se reduce a[20]:

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l \quad (3.27)$$

Ahora expresamos la amplitud de dispersión de tal manera que se puedan separar su parte real y su parte imaginaria

$$f(\theta) = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (\sin \delta_l \cos \delta_l + i \sin^2 \delta_l) P_l(\cos \theta) \quad (3.28)$$

$f(0)$ se conoce como la amplitud de dispersión en la región frontal, y para este caso $\theta = 0$ y $P_l(\cos \theta) = P_l(1) = 1$, por lo que $f(0)$ se escribe

$$f(0) = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (\sin \delta_l \cos \delta_l + i \sin^2 \delta_l) \quad (3.29)$$

Separando su parte real e imaginaria tenemos

$$f(0) = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin \delta_l \cos \delta_l + i \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l \quad (3.30)$$

Si comparamos esta ecuación con la ecuación 3.27, se obtiene

$$\sigma = \frac{4\pi}{k} \Im f(0) \quad (3.31)$$

Esta ecuación se conoce como el Teorema Óptico y relaciona la sección eficaz total con la parte imaginaria de amplitud de dispersión en la dirección frontal.

3.6 Teoremas Asintóticos

A continuación se mencionan algunos teoremas que describen el comportamiento de colisiones protón-protón y protón-antiprotón en el límite $s \rightarrow \infty$. Estos teoremas han sido derivados de las propiedades de analicidad, unitariedad y simetría de cruce de la amplitud de dispersión[18].

3.6.1 Límite de Froissart

Este teorema establece un límite de crecimiento para la sección eficaz total cuando $s \rightarrow \infty$ [18]:

$$\sigma_T \leq \frac{\pi}{m_\pi^2} \ln^2 s \quad (3.32)$$

Donde m_π es la masa del pión.

3.6.2 Teorema de Pomeranchuk

El teorema de Pomeranchuk para la sección eficaz total, establece que para altas energías la sección eficaz total para la dispersión partícula-partícula es la misma que para la dispersión partícula-antipartícula en el límite cuando $s \rightarrow \infty$ [17]:

$$\sigma_T(ab) \simeq \sigma_T(a\bar{b})(s \rightarrow \infty) \quad (3.33)$$

3.6.3 Teorema de Cornelli-Martin

Este teorema es una extensión del teorema de Pomeranchuk pero para la sección eficaz diferencial elástica. En el caso de dispersión pp y $p\bar{p}$ éste se escribe[18]:

$$\frac{\frac{d\sigma}{dt}(p\bar{p})}{\frac{d\sigma}{dt}(pp)} \rightarrow 1(s \rightarrow \infty) \quad (3.34)$$

3.7 Conceptos básicos de la Teoría de Regge

La interacción Hadrónica fue tratada con teorías pre-QCD como lo es la teoría de Regge. Después de la llegada de la Cromodinámica Cuántica como la teoría para describir la interacción fuerte, las teorías pre-QCD se abandonan por la mayoría de los teóricos. Sin embargo, en procesos como colisiones protón-protón a alta energía no se pueden usar los

métodos perturbativos de QCD, por lo que en este fenómeno la teoría de Regge es utilizada ampliamente hoy en día.

La teoría de Regge se basa en las propiedades de analicidad y cruce de la amplitud de dispersión pero en el plano complejo de momento angular[22]. Es decir, los valores del momento angular en la amplitud de dispersión que se expandió en ondas parciales (ecuación 3.18), ahora tomaran valores complejos. En principio parece extraño hacer esto, porque según la mecánica cuántica el momento angular para un sistema Físico toma valores múltiplos enteros o semi-enteros de \hbar , pero hacer esta extensión es de utilidad en Física de partículas.

Para llevar la amplitud de dispersión al plano complejo, se utiliza la transformación de Sommerfeld-Watson[2]:

$$f(s, t) = \frac{1}{2ik} \oint_C (2\ell + 1) \frac{a(\ell, s)}{\text{sen}\pi\ell} P(\ell, s, t) d\ell \quad (3.35)$$

Se observa que el termino para la amplitud de dispersión para la n-esima onda parcial y los polinomios de Legendre ahora son función del momento angular complejo. Como ahora la amplitud de dispersión es una función de variable compleja, se puede hacer un análisis sobre los contornos de integración, polos y residuos. Después de hacer este análisis (mirar referencias[22, 2]) y haciendo algunas consideraciones se llega a la siguiente expresión para la amplitud de dispersión[2]:

$$f(s, t) \longrightarrow \beta(t) s^{\alpha(t)} (s \rightarrow \infty) \quad (3.36)$$

$\beta(t)$ es un residuo que contiene los factores que dependen de t , y $\alpha(t)$ es un polo que se conoce como polo de Regge y que representa una trayectoria que sigue una línea recta: $\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha'(t)$ [2]. Este concepto de trayectoria es un ingrediente fundamental en esta teoría. Una trayectoria en particular con valor del intercepto $\alpha(0) > 1$ se conoce como Pomerón y no se puede asociar con una partícula, por lo que en este marco no se dice que se intercambiaría una partícula en la interacción fuerte, sino que se intercambian trayectorias[17]. Existen mas trayectorias conocidas como "reggeones", y una en particular

se llama "Odderón" que sería el compañero del Pomerón, pero del cual tampoco se tiene evidencia experimental para considerarse como una partícula, pero que sin embargo ayudaría a explicar el comportamiento de la sección eficaz total [2].

3.8 Modelos Geométricos: Modelo Eikonal

Hay otro enfoque para tratar la dispersión elástica, y se basa en representar la amplitud de dispersión en el espacio parámetro de impacto[2, 17]. Esta representación se puede derivar directamente de la expansión en ondas parciales que se hizo de la amplitud de dispersión (ec.3.18). Para altas energías se puede hacer el cambio de la suma discreta (\sum_{ℓ}) por una integral continua ($\int d\ell$), por lo que se tendrá que hacer el cambio del momento angular discreto ℓ por el parámetro de impacto b , al que se le adiciona por conveniencia un factor de $1/2$ que es despreciable a altas energías, ya que valores altos de momento angular entran a contribuir, quedando como : $\ell + \frac{1}{2} = bk$ [2, 17, 21]. Se define $q^2 = -t = 4k^2 \text{sen}^2(\theta/2)$, donde k es la magnitud del vector momento y θ el ángulo de dispersión, los dos medidos con respecto al sistema centro de masa. Se expresa los polinomios de Legendre $P_{\ell}(\cos\theta)$ en términos de las variables parámetro de impacto b y momento transferido q^2 haciendo la aproximación para $\ell \rightarrow \infty$ [2, 21]:

$$P_{\ell}(\cos\theta) \rightarrow J_0[(2\ell + 1)\text{sen}(\theta/2)] \quad (3.37)$$

Ó lo que es lo mismo:

$$P_{\ell}(\cos\theta) \rightarrow J_0(qb) \quad (3.38)$$

En estos términos se expresa la amplitud de dispersión en el espacio parámetro de impacto de la siguiente manera[2, 21]:

$$f(s, t) = \int_0^{\infty} 2kbJ_0(qb)a(b, s)db \quad (3.39)$$

$$= \frac{k}{\pi} \int a(b, s)e^{i\vec{q}\cdot\vec{b}}d^2\vec{b} \quad (3.40)$$

Donde $\vec{q} \cdot \vec{b} = qb \cos \theta$ y $d^2\vec{b} = b db d\phi$, aquí ϕ es el ángulo azimutal y θ el ángulo de dispersión. También se observa que la amplitud de dispersión a_ℓ de la ℓ -ésima onda parcial, se ha sustituido por su representación en el espacio parámetro de impacto: $a(b, s)$. Se obtiene una expresión similar a la ecuación 3.19 para la $a(b, s)$ en términos de una diferencia de fase[21], solo que ésta estará en el espacio parámetro de impacto:

$$a(b, s) = \frac{e^{2i\delta(b,s)} - 1}{2i} \quad (3.41)$$

La amplitud se suele expresar en términos de la opacidad (densidad de materia) $\Omega(b, s)$ [2, 17], que se define como:

$$\Omega(s, b) = -2i\delta \quad (3.42)$$

En función de la opacidad, $a(s, b)$ y la amplitud de dispersión quedaran respectivamente:

$$a(b, s) = \frac{e^{-\Omega(b,s)} - 1}{2i} \quad (3.43)$$

$$f(s, b) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2\vec{b} e^{i\vec{q} \cdot \vec{b}} \left(1 - e^{\Omega(b,s)}\right) \quad (3.44)$$

En el marco de los modelos geométricos, la Eikonal es una función compleja ($\chi(s, b) = \chi_R + i\chi_I$ [21]), con la que la relación para la amplitud de dispersión tiene una forma similar a la ecuación 3.29:

$$f(s, q) = i \int_0^\infty b db J_0(qb) \left(1 - e^{i\chi(s,b)}\right) \quad (3.45)$$

En la aproximación semi-clásica $\chi(s, b) = 2\delta(s, b)$, es decir que la parte imaginaria de la Eikonal corresponde a la opacidad[23]:

$$\Im \chi(s, b) = \Omega(s, b) \quad (3.46)$$

Existen varios métodos para determinar la Eikonal tanto teóricos como empíricos y son detallados en la referencia [23].

Capítulo 4

Parametrización para la sección eficaz diferencial

La sección eficaz diferencial es una variable muy importante en procesos de colisión elásticos de alta energía. En el estudio de dispersión elástica protón-protón se evidenció que éste era un objeto compuesto, permitiendo conocer mas a fondo su estructura interna. Una ventaja que tiene la sección eficaz diferencial es que a partir de ella se pueden medir otras variables como la sección eficaz total, la sección eficaz elástica, el cociente de la parte real e imaginaria de la amplitud de dispersión y el parámetro de la pendiente nuclear[2]. Desde los años sesenta que se reportaron los primeros datos de sección eficaz diferencial, hasta los últimos obtenidos por el experimento TOTEM, muchos modelos fenomenológicos se han propuesto para describir correctamente estos datos. Algunos de estos modelos se derivan de la teoría de Difracción “suave” o *soft* Difraccion por su nombre en inglés, mientras que otras son simples parametrizaciones empíricas, basándose ambas en determinar parámetros con el ajuste de los datos experimentales disponibles.

4.1 Modelo Quark-diquark

En este modelo se considera al protón como un objeto compuesto por un quark y un diquark, en lugar de los tres quarks que componen los hadrones. El diquark es considerado como una cuasi-partícula estado ligado de dos quarks. Este enfoque simplifica la interacción entre los protones de tres a dos cuerpos, haciendo mas sencillo el análisis y tratamiento. El modelo quark-diquark (qQ) fue propuesto en los años setentas por V.A. Tsarev para el estudio de dispersión elástica protón-protón, y simplificado posteriormente por A. Bialas y A. Bzdak (BB). La amplitud de dispersión tiene una parte real y una imaginaria, pero se ha observado

que a altas energías, la contribución de la parte real es pequeña[24], por lo que en esta parametrización solo se considera la parte imaginaria de la amplitud de dispersión. Este modelo ha sido aplicado para describir datos en un amplio rango de energía en trabajos como [7, 25, 26].

En el modelo qQ la amplitud de dispersión para la dispersión elástica protón-protón, se describe por el intercambio de uno y dos pomerones entre sus constituyentes quark y diquark[7]. De esta manera la amplitud de dispersión $F(s, t)$ se construye como la suma de tres amplitudes de dispersión, donde cada una de ellas describe Física diferente:

$$F(s, t) = F_1(s, t) - F_2(s, t) - F_3(s, t) \quad (4.1)$$

La primera contribución $F_1(s, t)$ es la amplitud con intercambio de un pomerón, mientras que $F_2(s, t)$ y $F_3(s, t)$ son amplitudes con doble intercambio de pomerón. $F_1(s, t)$ se expresa así[7]:

$$F_1(s, t) = \frac{ip\sigma_{tot}(s)}{4\pi} [B_1 \exp(-A_{11}t) + B_2 \exp(-A_{22}t) + 2\sqrt{B_1 B_2} \exp(-A_{12}t)] \quad (4.2)$$

$\sigma_{tot}(s)$ es la sección eficaz total protón-protón y tiene un valor definido para cada energía. Conviene escribir $F_1(s, t)$ de la siguiente manera:

$$F_1(s, t) = \frac{ip}{4\pi} [\sigma_{11} \exp(-A_{11}t) + \sigma_{22} \exp(-A_{22}t) + 2\sigma_{12} \exp(-A_{12}t)] \quad (4.3)$$

Donde $\sigma_{11} = B_1\sigma_{tot}(s)$, $\sigma_{22} = B_2\sigma_{tot}(s)$ y $\sigma_{12} = \sqrt{B_1 B_2}\sigma_{tot}(s)$ son la sección eficaz total quark-quark, diquark-diquark y quark-diquark respectivamente. Los coeficientes B_1 y B_2 parametrizan éstas secciones eficaces. De igual manera los coeficientes A_{11} , A_{22} y A_{12} también hacen referencia a cada una de las interacciones entre quark-quark, diquark-diquark y quark-diquark. En forma compacta los tres coeficientes se escriben así[7]:

$$A_{jk} = \frac{r_j^2 + r_k^2}{16} + \alpha \left[\ln \frac{s}{s_0} - \frac{i\pi}{2} \right] + \lambda \left[\left(\frac{m - m_j}{m} \right)^2 + \left(\frac{m - m_k}{m} \right)^2 \right] \quad (4.4)$$

r_1 y m_1 son el radio y masa del quark, mientras r_2 y m_2 son el radio y masa del diquark. $\alpha = 0.15 \text{ GeV}^{-2}$ es la pendiente de la trayectoria del Pomerón, y $\lambda = r^2/4$, donde r es el radio del protón. Las masa del quark y el diquark se expresan en términos de la masa del protón; $m_1 = m/3$ y $m_2 = 2m/3$. El radio del quark y diquark fueron encontrados experimentalmente y son respectivamente, $r_1 = 0.173r$ y $r_2 = 0.316r$ [7].

Las amplitudes $F_2(s, t)$ y $F_3(s, t)$ son:

$$F_2(s, t) = \frac{ip}{4\pi} \frac{B_1 B_2 \sigma_{tot}^2}{8\pi(A_{12} + 4\lambda/9)} \left[\exp\left(-\frac{A_{11}A_{22} - (4\lambda/9)^2}{2(A_{12} + 4\lambda/9)}t\right) + \exp\left(-\frac{A_{12} - 4\lambda/9}{2}t\right) \right] \quad (4.5)$$

$$F_3(s, t) = \frac{ip}{4\pi} \frac{\sqrt{B_1 B_2} \sigma_{tot}^2}{4\pi} \left[\frac{B_1}{A_{11} + A_{12} - 4\lambda/9} \exp\left(-\frac{A_{11}A_{12} - (2\lambda/9)^2}{A_{11} + A_{12} - 4\lambda/9}t\right) + \frac{B_2}{A_{12} + A_{22} + 2\lambda/9} \exp\left(-\frac{A_{12}A_{22} - (\lambda/9)^2}{A_{12} + A_{22} + 2\lambda/9}t\right) \right] \quad (4.6)$$

En principio serian tres los parámetros para realizar el ajuste de datos; el radio del protón r , B_1 y B_2 , pero con la ayuda del teorema óptico (mirar anexo 6) se puede expresar el parámetro B_2 en términos de los otros parámetros, quedando solamente r y B_1 como parámetros libres. Después de algunos cálculos (mirar anexo 6), se llega a la siguiente ecuación:

$$\sigma_{tot} b_1 B_1 B_2 + \sigma_{tot} \sqrt{B_1 B_2} (b_2 B_1 + b_3 B_2) = B_1 + B_2 + 2\sqrt{B_1 B_2} - 1 \quad (4.7)$$

Donde b_1 , b_2 y b_3 son:

$$b_1 = \frac{1}{4\pi} \Re e \left[\frac{1}{A_{12} + 4\lambda/9} \right] \quad (4.8)$$

$$b_2 = \frac{1}{4\pi} \Re e \left[\frac{1}{A_{11} + A_{22} - 4\lambda/9} \right] \quad (4.9)$$

$$b_3 = \frac{1}{4\pi} \Re e \left[\frac{1}{A_{12} + A_{22} + 2\lambda/9} \right] \quad (4.10)$$

La ecuación (4.7) es de tercer orden respecto de $\sqrt{B_2}$. Para valores entre (0, 1) para B_1 , el modelo utiliza raíces entre (0, 1) para $\sqrt{B_2}$. Para llevar la ecuación 4.7 a la forma de una ecuación de tercer grado se sigue un procedimiento algebraico que se detalla en el anexo 6. La ecuación a resolver para obtener el parámetro B_2 es:

$$a_1\sqrt{B_2^3} + a_2\sqrt{B_2^2} + a_3\sqrt{B_2} + a_4 = 0 \quad (4.11)$$

donde $a_1 = \sigma_{tot}\sqrt{B_1}b_3$, $a_2 = (\sigma_{tot}b_1B_1 - 1)$, $a_3 = (\sigma_{tot}b_2\sqrt{B_1^3} - 2\sqrt{B_1})$ y $a_4 = (1 - B_1)$.

4.2 Parametrización de Banger y Phillips

Esta parametrización fue propuesta por Banger y Phillips en 1973[8] para describir datos experimentales de sección eficaz diferencial elástica del experimento ISR. Este modelo también es usado para describir datos a energías del LHC en trabajos como[2, 27]. La amplitud de dispersión en esta parametrización, es una amplitud compleja que se compone de dos términos exponenciales con diferente pendiente nuclear que difieren en una fase[2]. La amplitud se escribe como[27, 2]:

$$f(s, t) = i[s\sqrt{A_1}e^{-B_1t/2} + e^{i\phi}\sqrt{A_2}e^{-B_2t/2}] \quad (4.12)$$

Esta parametrización es mucho mas sencilla que la del modelo qQ , y se ha observado que describe bien los datos con algunas excepciones que se discuten en la siguiente sección. Los parámetros libres para el ajuste son 5: A_1 , B_1 , A_2 , B_2 y ϕ , a diferencia de los dos parámetros de la anterior parametrización. Esta amplitud (ecuación 4.12) que es una parametrización empírica, muestra cierta similitud con la primera amplitud $F_1(s, t)$ (ecuación 4.13) del modelo qQ .

La sencillez de la amplitud de dispersión (ecuación 4.12), permite obtener de forma explícita la sección eficaz diferencial elástica, lo que no sucede con el modelo qQ , donde la complejidad de las amplitudes de dispersión hacen casi imposible esta tarea. La sección

eficaz diferencial es:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\pi}{p^2} |f(s, t)|^2 = \frac{\pi}{p^2} f^*(s, t) f(s, t) \quad (4.13)$$

Donde $f^*(s, t)$ es el complejo conjugado de $f(s, t)$ y es:

$$f^*(s, t) = -i[s\sqrt{A_1}e^{-B_1t/2} + e^{-i\phi}\sqrt{A_2}e^{-B_2t/2}] \quad (4.14)$$

Al hacer el producto $f^*(s, t)f(s, t)$, la sección eficaz diferencial es:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\sigma^2}{16\pi(\hbar c)^2} \left\{ A_1 \exp(-B_1t) + A_2 \exp(-B_2t) + 2\sqrt{A_1A_2} \exp\left(-\frac{B_1 + B_2}{2}t\right) \cos(\phi) \right\} \quad (4.15)$$

Esta será la función que se usara en el ajuste de los datos experimentales.

Capítulo 5

Análisis y Resultados

En este capítulo se muestran los ajustes de datos para la sección eficaz diferencial elástica para colisiones protón-protón y protón-antiprotón obtenidos con las dos parametrizaciones. Todas las gráficas y tablas mostradas en el presente trabajo son propias de la investigación. Primero se utiliza el modelo quark-diquark y después la parametrización Banger y Phillips. Para esto se usa el paquete ROOT bajo la plataforma Linux, que entre sus muchas librerías tiene una amplia variedad de funciones para el análisis de datos. Después de obtener las curvas de sección eficaz diferencial fijando algunos parámetros, se recolectan los datos experimentales de sección eficaz diferencial desde el rango de energía de $19 \text{ GeV} < \sqrt{s} < 7 \text{ TeV}$, para luego realizar los ajustes de datos.

5.1 Selección de datos

Los datos se obtienen de la referencia [28], donde se proporciona una dirección en internet para descargar todo el paquete de datos; protón-protón y protón-antiprotón. En principio para los ajustes se incluía todos los datos disponibles para cada valor de energía, pero haciendo esto muchos de ellos no convergieron, por lo que fue necesario hacer cortes de datos. La idea de no incluir algunos datos, es decir, hacer el ajuste en cierto rango de cuadrimomento ($|t|$), tiene sentido, pues el comportamiento de los datos muy lejos del mínimo de difracción ya no es exponencial, sino en potencias de $|t|$ como por ejemplo $|t|^{-8}$ [27].

Para el caso de la parametrización con el modelo quark-diquark, en algunos de los ajustes se usó el rango de cuadrimomento $0.36 \leq |t| \leq 2.5 \text{ GeV}^2$ como se hace en la referencia [26] donde usan este mismo modelo. En otros casos se usaron todos los datos, como por ejemplo para $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$. Para los demás ajustes se usó un rango de cuadrimomento de manera que

se obtenga una mejor calidad del ajuste. Por otro lado, en la parametrización general o de Banger y Phillips, se usó el rango de cuadrimomento $0.38 \leq |t| \leq 2.4 \text{ GeV}^2$ (en algunos de los ajustes) como lo hacen en la referencia [27].

5.2 Ajuste de datos para la sección eficaz diferencial elástica con el modelo Quark-Diquark(qQ)

Como se mencionó, el análisis de datos se realiza con el paquete ROOT (para más información consultar manual [29]). Bajo el lenguaje de programación C++, se elabora un pequeño programa o Script (mirar anexos) para cada valor de energía y así obtener el ajuste.

En esta parametrización(mirar ecuaciones 4.3 - 4.6) hay algunas constantes que se deben fijar, como la masa del protón $m_p = 0.938 \text{ GeV}$ y la constante $(hc)^2 = 0.389 \text{ GeV}^2\text{mbarn}$, valores que fueron tomados de la referencia [30]. La sección eficaz total (σ_{tot}) ha sido medida, por lo que en este modelo σ_{tot} se fija para cada valor de energía. Algunos de los valores para la sección eficaz total se tomaron de la referencia [31]. Los parámetros libres para el ajuste que en este caso son solo dos; el radio del protón r y B_1 , deben ser inicializados con valores lo mas cercanos posibles a los valores esperados[29]. Estos valores se toman de manera aproximada de la referencia[7]. El parámetro B_2 que en principio sería un parámetro libre, se lo puede expresar en términos de los otros dos parámetros como se explica a continuación.

5.2.1 Determinación del Parámetro B_2

Como se menciona en el capítulo 4, se puede reducir el número de parámetros a dos con la ayuda de el teorema óptico. La ecuación que resulta después de aplicar este teorema, es una ecuación de tercer orden respecto de $\sqrt{B_2}$:

$$a_1\sqrt{B_2^3} + a_2\sqrt{B_2^2} + a_3\sqrt{B_2} + a_4 = 0 \quad (5.1)$$

Donde los coeficientes a_1 , a_2 , a_3 y a_4 dependen de los parámetros r y B_1 . Esta ecuación tendrá tres raíces las cuales pueden ser reales o complejas, por lo que se debe considerar solo las raíces reales. Para solucionar esta ecuación se usa el método de ROOT *FindRealRoots*[29], que encuentra solo las raíces reales. Para valores de B_1 entre (0,1) este modelo utiliza raíces racionales comprendidas entre (0,1) de $\sqrt{B_2}$. Existe una gran ventaja al usar este método, de otro modo sería necesario implementar un código que solucione la ecuación (5.1) y además encuentra las raíces reales.

5.2.2 Ajustes para colisiones protón-protón

A continuación se muestran los resultados obtenidos para los ajustes de datos en colisiones protón-protón desde energías del ISR hasta el LHC. Todos los resultados de los valores de los parámetros obtenidos y la calidad del ajuste se resumen en la Tabla 1.

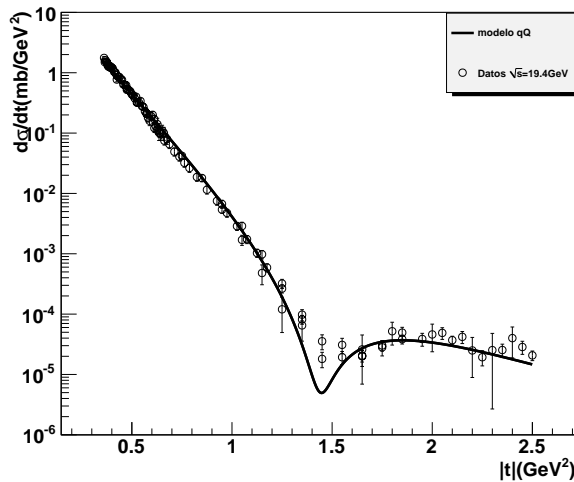


Figura 5.1: Ajuste para la sección eficaz diferencial pp a 19.4 GeV con el modelo qQ en el rango $0.36 \leq |t| \leq 2.5 \text{ GeV}^2$

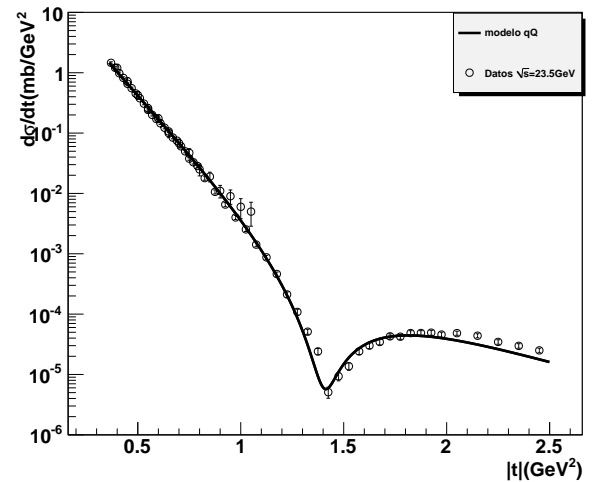


Figura 5.2: Ajuste para la sección eficaz diferencial pp a 23.5 GeV con el modelo qQ en el rango $0.36 \leq |t| \leq 2.5 \text{ GeV}^2$

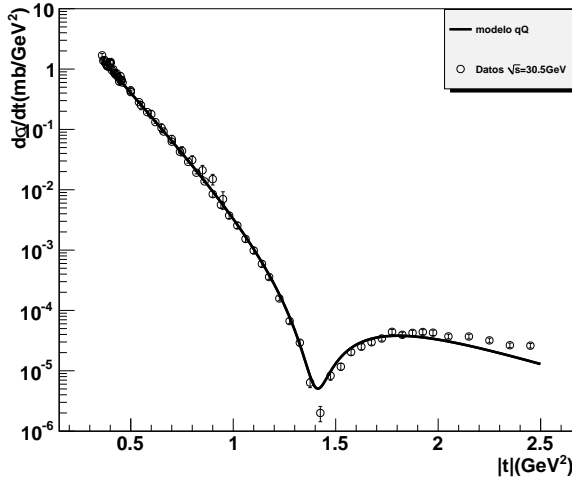


Figura 5.3: Ajuste para la sección eficaz diferencial pp a 30.5 GeV con el modelo qQ en el rango $0.36 \leq |t| \leq 2.5 \text{ GeV}^2$

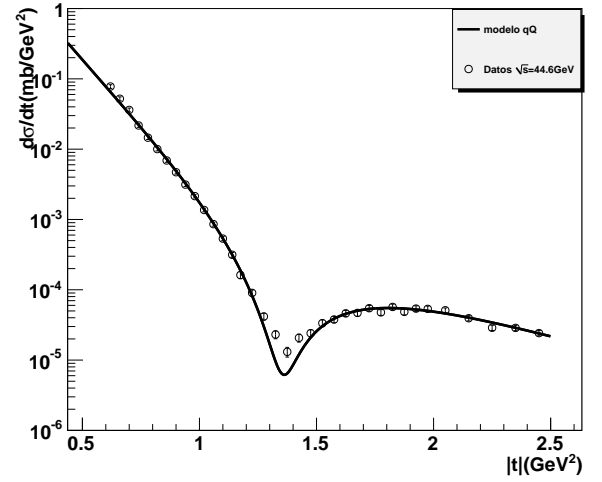


Figura 5.4: Ajuste para la sección eficaz diferencial pp a 44.6 GeV con el modelo qQ en el rango $0.36 \leq |t| \leq 2.5 \text{ GeV}^2$

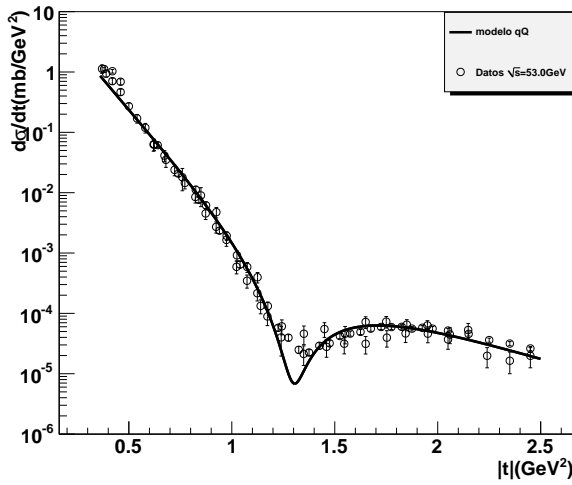


Figura 5.5: Ajuste para la sección eficaz diferencial pp a 53.0 GeV con el modelo qQ en el rango $0.36 \leq |t| \leq 2.5 \text{ GeV}^2$

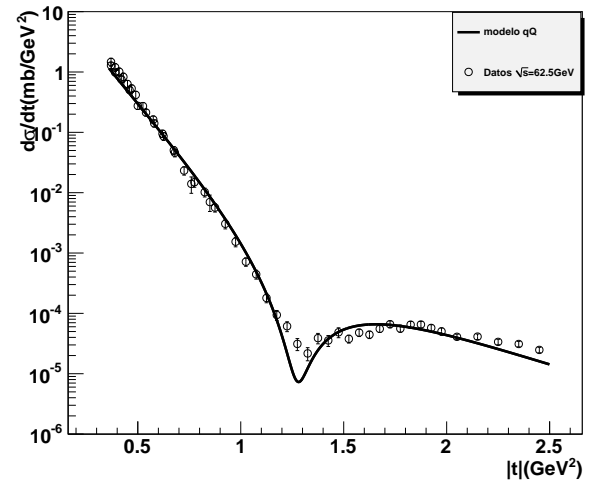


Figura 5.6: Ajuste para la sección eficaz diferencial pp a 62.5 GeV con el modelo qQ en el rango $0.36 \leq |t| \leq 2.5 \text{ GeV}^2$

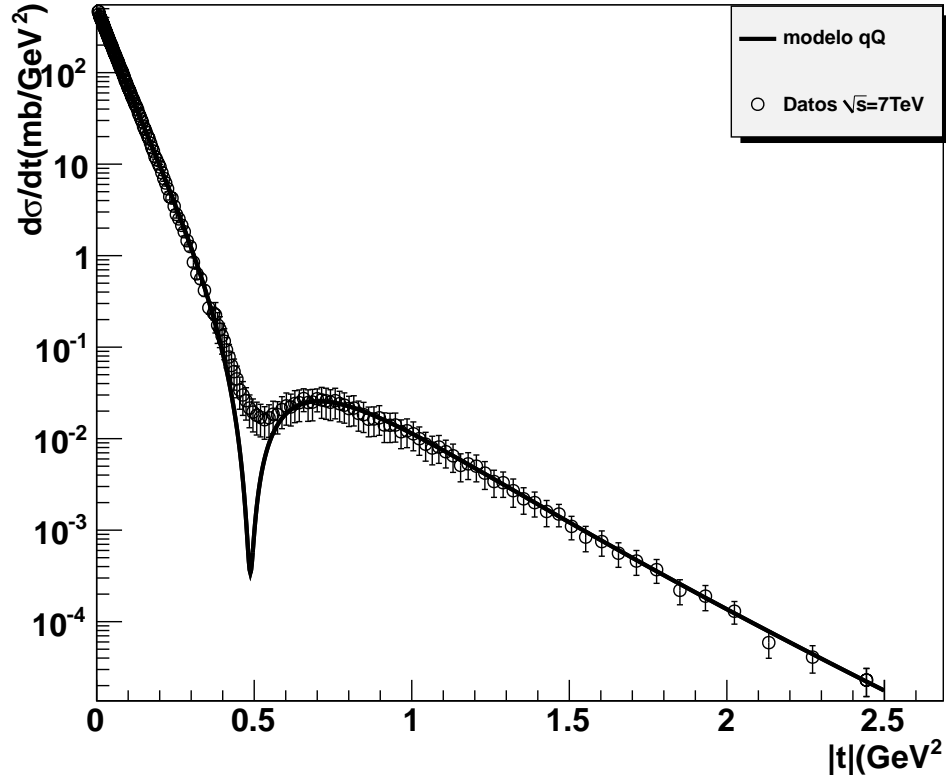


Figura 5.7: Ajuste para la sección eficaz diferencial pp a 7 TeV con el modelo qQ en el rango $0.005 \leq |t| \leq 2.5 \text{ GeV}^2$

Haciendo un primer análisis, ya se pueden mencionar algunas características de esta parametrización. En primer lugar hacemos énfasis en el hecho de que en la mayoría de los casos no se utilizaron todos los datos disponibles, es decir; se hizo un corte de datos, pues como se mencionó anteriormente algunas parametrizaciones no pueden describir bien los datos que estén muy alejados del mínimo de difracción, porque el comportamiento en este punto deja de ser exponencial. El rango de datos utilizado para 19.4 (Fig 5.1), 23.5 (Fig 5.2), 30.5 (Fig 5.3), 44.6 (Fig 5.4), 53.0 (Fig 5.5) y 62.5 GeV (Fig 5.6) fue de $0.36 \leq |t| \leq 2.5 \text{ GeV}^2$ y para 7 TeV (Fig 5.7) $0.005 \leq |t| \leq 2.5 \text{ GeV}^2$, es decir que únicamente para esta energía se usaron todos los datos. En este rango de datos, la parametrización describe más o menos bien las pendientes antes y después del mínimo de difracción. La singularidad

ocurre precisamente en el mínimo, donde se empieza a observar una sobre-estimación, o en otras palabras un “pico” pronunciado, el que se observa de forma dramática a la energía de 7 TeV. Hay que resaltar también, que a esta energía(7 TeV) las pendientes antes y después del mínimo se describen muy bien, además de que aunque hay una sobre-estimación de el mínimo de difracción, esta parametrización predice la posición correcta de este. La sobre-estimación en el mínimo de difracción se debe a que no se considera la parte real de la amplitud de dispersión como se menciona en la referencia[7], teniendo en cuenta solo la parte imaginaria.

Ahora se resume los valores de los parámetros de los anteriores ajuste de datos:

Tabla 1 5.1: Parámetros del ajuste de datos para la sección eficaz diferencial elástica en colisiones pp con el modelo qQ

| $\sqrt{s}(\text{GeV})$ | $r(\text{GeV}^{-1})$ | B_1 | NDF | $\frac{\chi^2}{NDF}$ |
|------------------------|--------------------------------|---|-----|----------------------|
| 19.4 | $6.73 \pm 1.38 \times 10^{-2}$ | $1.94 \times 10^{-2} \pm 4.97 \times 10^{-4}$ | 105 | 1.8 |
| 23.5 | $6.68 \pm 7.71 \times 10^{-3}$ | $2.19 \times 10^{-2} \pm 2.21 \times 10^{-4}$ | 63 | 3.0 |
| 30.5 | $6.64 \pm 8.16 \times 10^{-3}$ | $2.12 \times 10^{-2} \pm 1.98 \times 10^{-4}$ | 67 | 2.9 |
| 44.6 | $5.96 \pm 1.02 \times 10^{-2}$ | $7.06 \times 10^{-2} \pm 7.53 \times 10^{-4}$ | 34 | 2.4 |
| 53.0 | $6.32 \pm 1.14 \times 10^{-2}$ | $4.59 \times 10^{-2} \pm 4.08 \times 10^{-4}$ | 81 | 4.6 |
| 62.5 | $6.55 \pm 1.52 \times 10^{-2}$ | $3.13 \times 10^{-2} \pm 4.32 \times 10^{-4}$ | 51 | 3.1 |
| 7000 | $7.92 \pm 2.33 \times 10^{-2}$ | $6.56 \times 10^{-2} \pm 1.19 \times 10^{-3}$ | 164 | 1.0 |

En la Tabla 1 se muestra el radio del protón (r), el parámetro B_1 , el numero de grados de libertad (NDF), que es el numero de datos menos el número de parámetros libres, y la función chi cuadrado sobre el número de grados de libertad (χ^2/NDF). Con respecto al radio del protón se esperaba una variación con respecto a la energía mucho mas notable, pero se observa que se mantiene casi constante hasta los 62.5 GeV. Este aumento en el radio del protón se observa a los 7 TeV. Del parámetro B_1 no se puede decir que se muestra constante hasta los 62.5 GeV, pero al igual que r , aumenta a los 7 TeV. En cuanto a χ^2/NDF , para garantizar una buena calidad de el ajuste, éste debe ser lo más cercano a 1 posible.

Nuevamente se destaca el ajuste a 7 TeV, donde el valor de χ^2/NDF es exactamente 1. Para las demás energías la calidad del ajuste no es la mejor, sobre todo para la energía de 53.0 GeV donde χ^2/NDF sobrepasa a 4.

5.2.3 Ajustes para colisiones protón-antiprotón

A continuación se muestran los resultados obtenidos para los ajustes de datos en colisiones protón-antiprotón. Todos los resultados de los valores de los parámetros obtenidos y la calidad del ajuste se resumen en la Tabla 2.

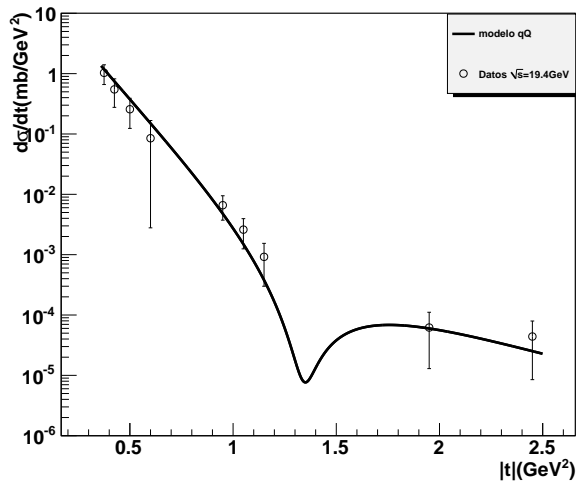


Figura 5.8: Ajuste para la sección eficaz diferencial $\bar{p}p$ a 19.4 GeV con el modelo qQ en el rango $0.36 \leq |t| \leq 2.5 \text{ GeV}^2$

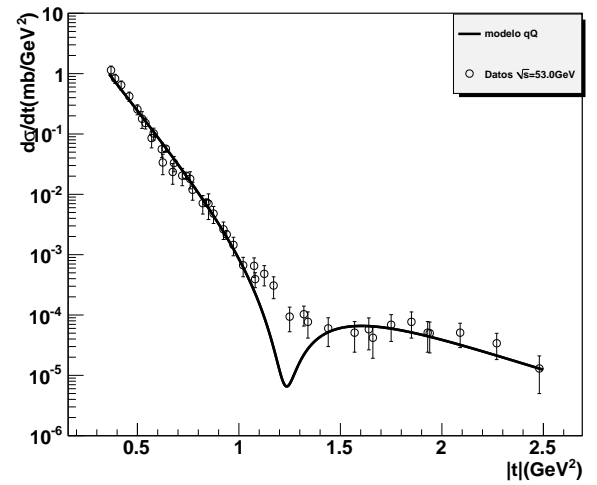


Figura 5.9: Ajuste para la sección eficaz diferencial $\bar{p}p$ a 53.0 GeV con el modelo qQ en el rango $0.36 \leq |t| \leq 2.5 \text{ GeV}^2$

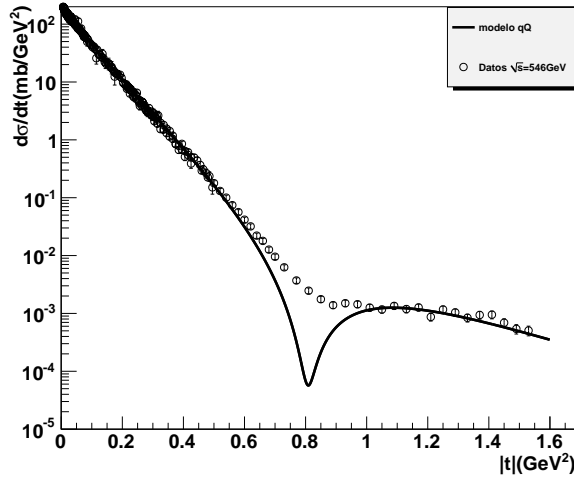


Figura 5.10: Ajuste para la sección eficaz diferencial $\bar{p}p$ a 546 GeV con el modelo qQ en el rango $0.0001 \leq |t| \leq 1.6 \text{ GeV}^2$

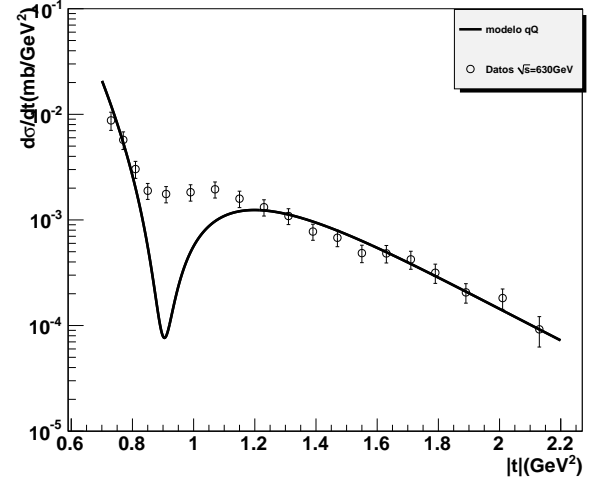


Figura 5.11: Ajuste para la sección eficaz diferencial $\bar{p}p$ a 630 GeV con el modelo qQ en el rango $0.7 \leq |t| \leq 2.2 \text{ GeV}^2$

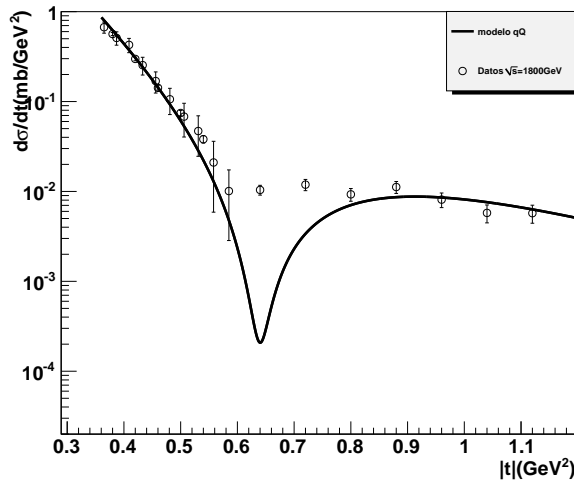


Figura 5.12: Ajuste para la sección eficaz diferencial $\bar{p}p$ a 1800 GeV con el modelo qQ en el rango $0.36 \leq |t| \leq 1.2 \text{ GeV}^2$

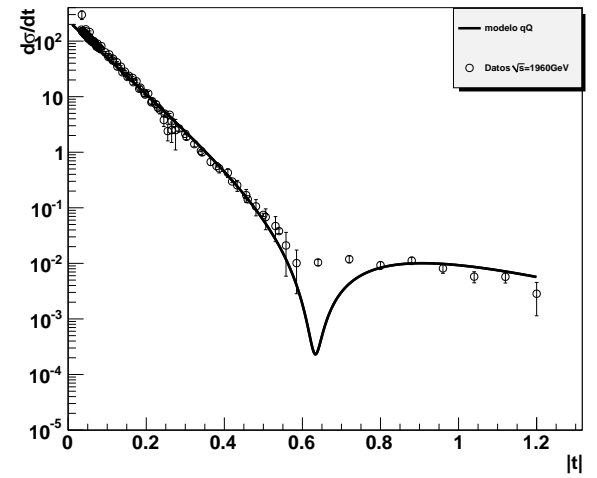


Figura 5.13: Ajuste para la sección eficaz diferencial $\bar{p}p$ a 1960 GeV con el modelo qQ en el rango $0.01 \leq |t| \leq 1.2 \text{ GeV}^2$

En este análisis vale hacer la comparación de las colisiones protón-protón y protón antiprotón. Se puede apreciar claramente que en las colisiones pp , el mínimo de difracción es mas profundo y bien determinado que en colisiones $\bar{p}p$ [2], donde el mínimo es mas plano.

El rango de datos para 19.4 y 53.0 GeV fué de $0.36 \leq |t| \leq 2.5 \text{ GeV}^2$ y para 546, 630, 1800, y 1960 GeV fue de $0.0001 \leq |t| \leq 1.6$, $0.7 \leq |t| \leq 2.2$, $0.36 \leq |t| \leq 1.2$ y $0.01 \leq |t| \leq 1.2 \text{ GeV}^2$ respectivamente. Al igual que en las colisiones pp , aquí también se observa la misma sobre-estimación en el mínimo de difracción para todos los valores de energía, lo que se explica por la ausencia de la parte real de la amplitud de dispersión como en el caso anterior.

Los valores de los parámetros obtenidos para los ajustes en colisiones protón-antiprotón se resumen en la siguiente tabla.

Tabla 2 5.2: Parámetros del ajuste de datos para la sección eficaz diferencial elástica en colisiones $\bar{p}p$ con el modelo qQ

| $\sqrt{s}(\text{GeV})$ | $r(\text{GeV}^{-1})$ | B_1 | NDF | $\frac{\chi^2}{NDF}$ |
|------------------------|--------------------------------|---|-----|----------------------|
| 19.4 | $6.75 \pm 2.14 \times 10^{-1}$ | $2.69 \times 10^{-2} \pm 9.69 \times 10^{-3}$ | 7 | 0.6 |
| 53.0 | $6.78 \pm 4.72 \times 10^{-2}$ | $3.24 \times 10^{-2} \pm 2.50 \times 10^{-3}$ | 42 | 1.2 |
| 546 | $7.36 \pm 1.72 \times 10^{-2}$ | $3.38 \times 10^{-2} \pm 6.73 \times 10^{-4}$ | 235 | 4.7 |
| 630 | $6.78 \pm 3.57 \times 10^{-2}$ | $2.52 \times 10^{-2} \pm 7.51 \times 10^{-4}$ | 17 | 5.2 |
| 1800 | $6.89 \pm 5.12 \times 10^{-2}$ | $7.25 \times 10^{-2} \pm 2.74 \times 10^{-3}$ | 20 | 6.5 |
| 1960 | $6.82 \pm 3.81 \times 10^{-2}$ | $7.43 \times 10^{-2} \pm 2.29 \times 10^{-4}$ | 88 | 5.7 |

Para colisiones $\bar{p}p$ ocurre lo contrario con los parámetros que con colisiones pp , no se observa un crecimiento con la energía de radio del protón, pero si se observa un crecimiento del parámetro B_1 . Los valores de χ^2/NDF a excepción de 53.0 GeV, no alcanzan valores muy cercanos a 1.

5.3 Ajuste de datos para sección eficaz diferencial elástica con la parametrización General (Banger y Phillips *BP*)

Esta parametrización es mucho más sencilla, empezando porque se obtiene una forma explícita de la sección eficaz diferencial elástica (mirar ecuación 4.15), siendo mucho más sencillo la elaboración del Script para realizar el ajuste. Otra diferencia, es que el número de parámetros para el ajuste aumenta, ahora son 5; A_1 , B_1 , A_2 , B_2 y ϕ . Los parámetros A_1 y A_2 normalizan los términos exponenciales mientras que B_1 y B_2 se conocen como parámetros de la pendiente nuclear, estos últimos describen las pendientes de la sección eficaz diferencial antes y después del mínimo de difracción. El parámetro ϕ es una fase relativa que ha sido encontrada fenomenológicamente para el LHC7 con un valor de alrededor de 2.8 rad [27].

5.3.1 Ajustes para colisiones protón-protón

A continuación se muestran los resultados obtenidos para los ajustes de datos en colisiones protón-protón con el modelo *BP* desde energías del ISR hasta el LHC. Todos los resultados de los valores de los parámetros obtenidos y la calidad del ajuste se resumen en la Tabla 3

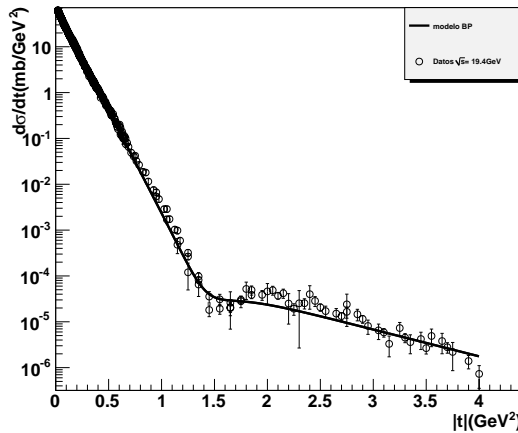


Figura 5.14: Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones *pp* a 19.4 GeV con el modelo *BP* en el rango $0.02 \leq |t| \leq 4 \text{ GeV}^2$

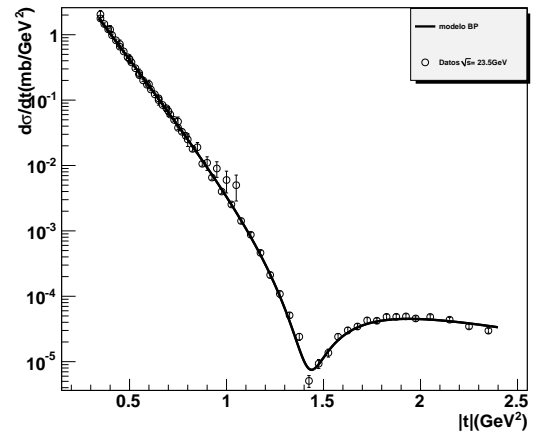


Figura 5.15: Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones *pp* a 23.5 GeV con el modelo *BP* en el rango $0.34 \leq |t| \leq 2.4 \text{ GeV}^2$

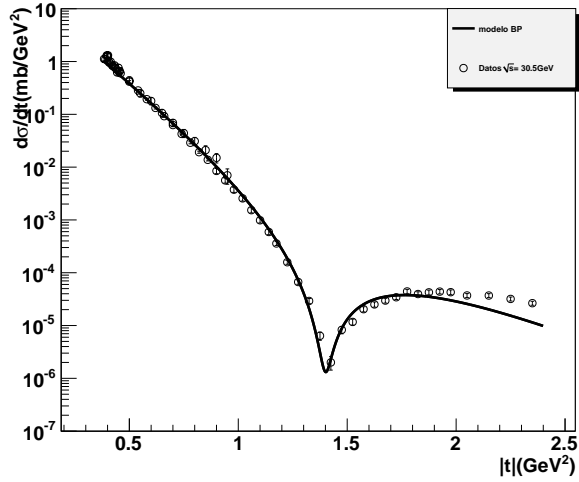


Figura 5.16: Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones pp a 30.5 GeV con el modelo BP en el rango $0.38 \leq |t| \leq 2.4 \text{ GeV}^2$

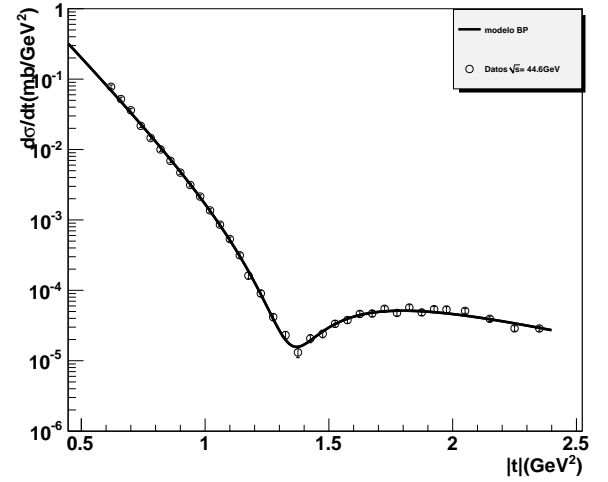


Figura 5.17: Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones pp a 44.6 GeV con el modelo BP en el rango $0.38 \leq |t| \leq 2.4 \text{ GeV}^2$

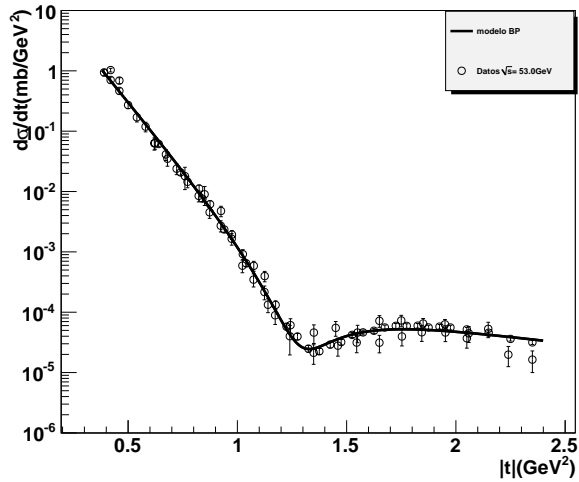


Figura 5.18: Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones pp a 53.0 GeV con el modelo BP en el rango $0.38 \leq |t| \leq 2.4 \text{ GeV}^2$

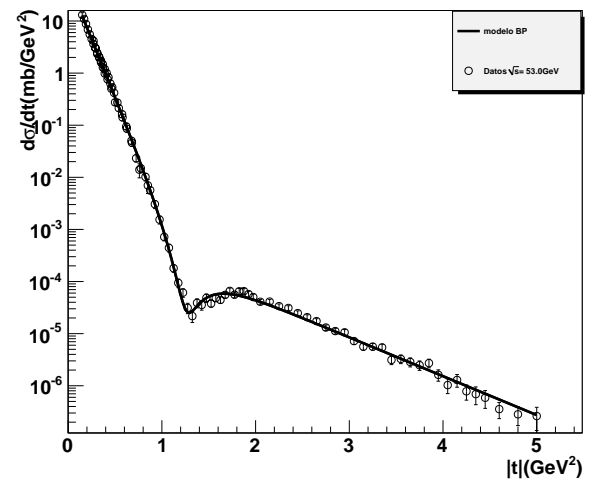


Figura 5.19: Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones pp a 62.5 GeV con el modelo BP en el rango $0.15 \leq |t| \leq 5.0 \text{ GeV}^2$

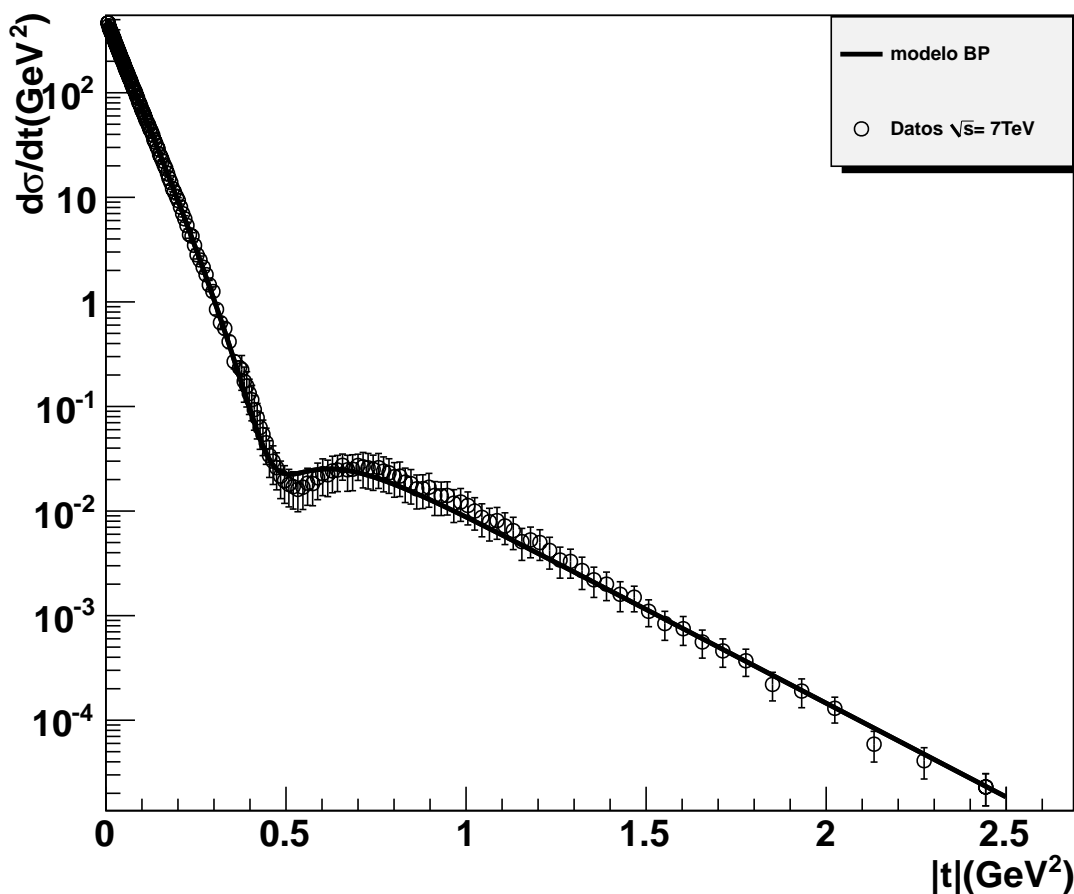


Figura 5.20: Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones pp a 7 TeV con el modelo BP en el rango $0.005 \leq |t| \leq 2.5$ GeV^2

Para la energía de 19.4 GeV (Fig 5.14) y 7 TeV (Fig 5.20) el rango de datos para el ajuste es $0.02 \leq |t| \leq 4 \text{ GeV}^2$ y $0.005 \leq |t| \leq 2.5 \text{ GeV}^2$ respectivamente. Para las energías de 23.5 GeV (Fig 5.15), 30.5 GeV (Fig 5.16), 44.6 GeV, (Fig 5.17) y 53.0 GeV (Fig 5.18), se usó el rango de $0.38 \leq |t| \leq 2.4 \text{ GeV}^2$, como lo hacen en la referencia [27] donde utilizan una parametrización similar. Respecto a los ajustes se puede decir que la parametrización logra describir los datos, tanto las pendientes antes y después del mínimo de difracción como la posición de éste en cierto rango de cuadrimento transferido.

Los valores de los parámetros obtenidos para los ajustes en colisiones protón-protón se resumen en la siguiente tabla.

Tabla 3 5.3: Parámetros del ajuste de datos para la sección eficaz diferencial elástica en colisiones pp con la parametrización de BP

| $\sqrt{s}(\text{GeV})$ | A_1 | B_1 | A_2 | B_2 | ϕ | NDF | $\frac{\chi^2}{NDF}$ |
|------------------------|------------------|------------------|---|-----------------|------------------|-------|----------------------|
| 19.4 | 71.34 ± 0.35 | 10.41 ± 0.03 | $3.85 \times 10^{-4} \pm 5.27 \times 10^{-5}$ | 1.35 ± 0.05 | 1.46 ± 0.05 | 259 | 1.9 |
| 23.5 | 39.2 ± 1.29 | 8.98 ± 0.06 | $5.48 \times 10^{-4} \pm 1.12 \times 10^{-4}$ | 1.15 ± 0.09 | 3.41 ± 0.02 | 61 | 1.3 |
| 30.5 | 25.48 ± 0.62 | 7.64 ± 0.04 | 0.11 ± 0.01 | 3.77 ± 0.04 | 3.19 ± 0.01 | 59 | 5.4 |
| 44.6 | 15.17 ± 1.70 | 8.42 ± 0.17 | $1.89 \times 10^{-3} \pm 5.81 \times 10^{-4}$ | 1.74 ± 0.14 | 2.84 ± 0.02 | 30 | 1.1 |
| 53.0 | 50.54 ± 4.71 | 10.17 ± 0.13 | $3.64 \times 10^{-4} \pm 7.17 \times 10^{-5}$ | 0.99 ± 0.09 | 15.19 ± 0.03 | 74 | 1.9 |
| 62.5 | 57.29 ± 2.32 | 10.1 ± 0.07 | $1.47 \times 10^{-3} \pm 1.2 \times 10^{-4}$ | 1.72 ± 0.03 | 3.55 ± 0.03 | 87 | 0.9 |
| 7000 | 523.6 ± 4.41 | 18.94 ± 0.12 | 0.56 ± 0.06 | 4.13 ± 0.06 | 2.55 ± 0.04 | 161 | 0.2 |

Es difícil decir algo concluyente acerca del comportamiento de los parámetros con la energía, a excepción de la energía de 7 TeV, donde si se observa un crecimiento considerable de todos los parámetros con respecto a los demás valores de energía.

5.3.2 Ajustes para colisiones protón-antiprotón

A continuación se muestran los resultados obtenidos para los ajustes de datos en colisiones protón-antiprotón con el modelo BP . Los resultados de los valores de los parámetros obtenidos y la calidad del ajuste se resumen en la Tabla 4.

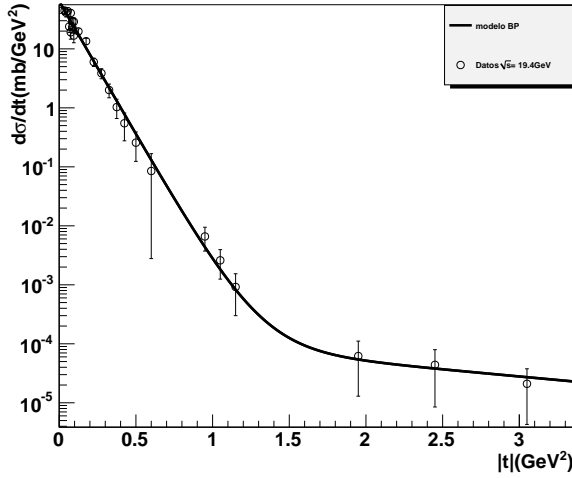


Figura 5.21: Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones $\bar{p}p$ a 19.4 GeV con el modelo BP en el rango $0.001 \leq |t| \leq 3.5 \text{ GeV}^2$

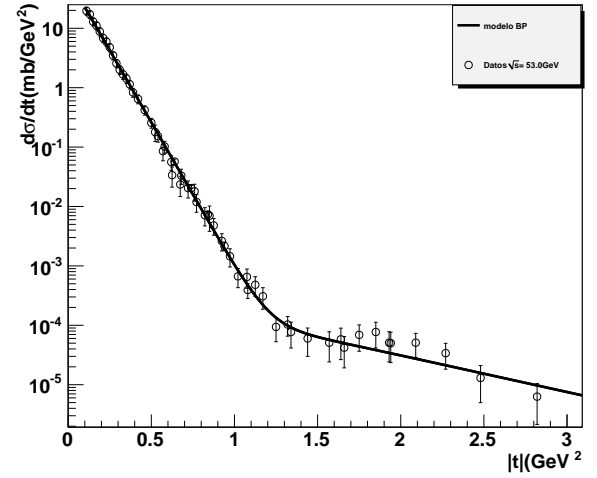


Figura 5.22: Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones $\bar{p}p$ a 53 GeV con el modelo BP en el rango $0.1 \leq |t| \leq 3.5 \text{ GeV}^2$

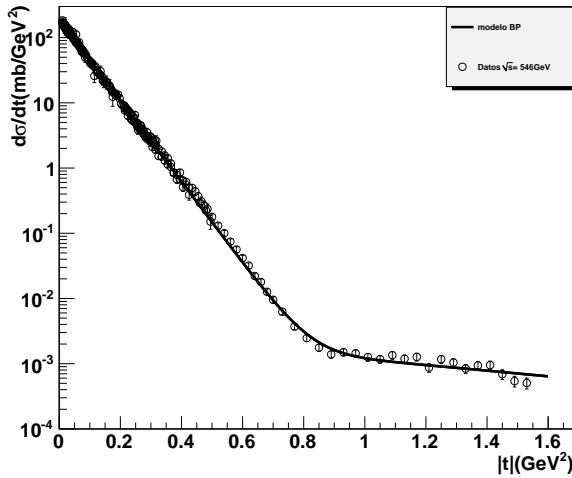


Figura 5.23: Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones $\bar{p}p$ a 546 GeV con el modelo BP en el rango $0.01 \leq |t| \leq 1.6 \text{ GeV}^2$

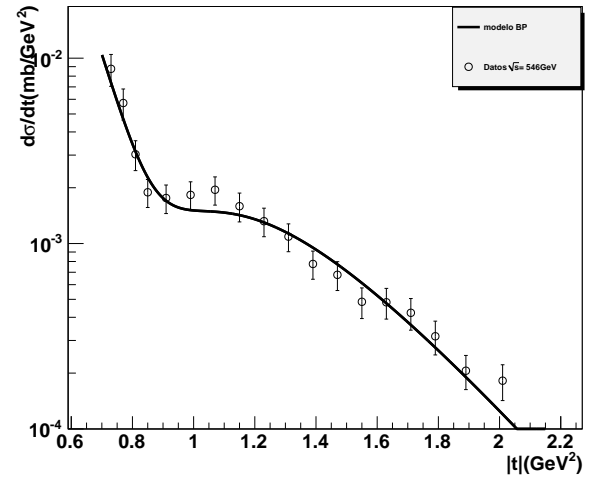


Figura 5.24: Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones $\bar{p}p$ a 630 GeV con el modelo BP en el rango $0.7 \leq |t| \leq 2.1 \text{ GeV}^2$

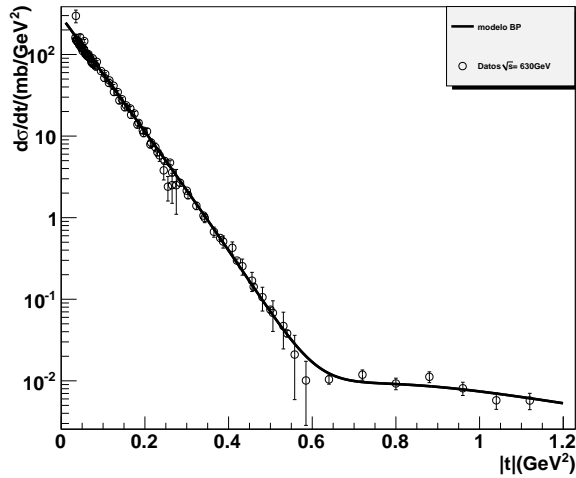


Figura 5.25: Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones $\bar{p}p$ a 1800 GeV con el modelo BP en el rango $0.01 \leq |t| \leq 1.2 \text{ GeV}^2$

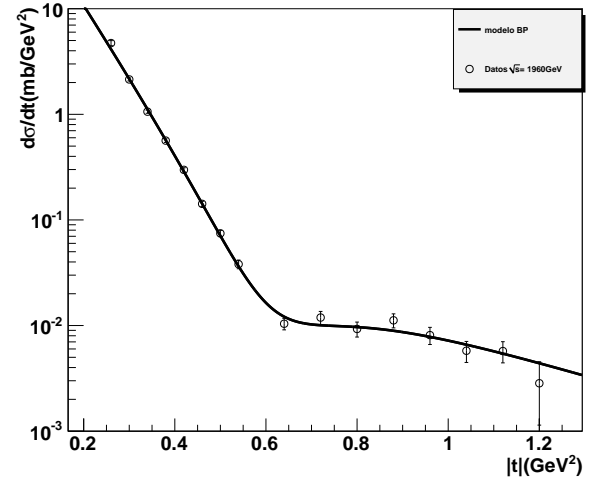


Figura 5.26: Ajuste para la sección eficaz diferencial en colisiones $\bar{p}p$ a 1960 GeV con el modelo BP en el rango $0.2 \leq |t| \leq 1.3 \text{ GeV}^2$

Como se puede observar, una característica de los datos en colisiones protón-antiprotón, es que el mínimo de difracción no es pronunciado, teniendo un cambio suave de pendiente. También se observa que la parametrización funciona bien en cierto rango de cuadrimomento transferido, describiendo la pendiente antes y después del mínimo como también la posición de éste.

Los valores de los parámetros obtenidos para los ajustes en colisiones protón-antiprotón se resumen en la siguiente tabla.

Tabla 4 5.4: Parámetros del ajuste de datos para la sección eficaz diferencial elástica en colisiones pp con la parametrización de BP

| $\sqrt{s}(\text{GeV})$ | A_1 | B_1 | A_2 | B_2 | ϕ | NDF | $\frac{\chi^2}{NDF}$ |
|------------------------|-------------------|------------------|---|-----------------|------------------|-------|----------------------|
| 19.4 | 63.66 ± 4.03 | 10.41 ± 0.35 | $1.46 \times 10^{-4} \pm 1.06 \times 10^{-4}$ | 0.55 ± 0.28 | 12.71 ± 1.39 | 20 | 1.3 |
| 53 | 68.97 ± 5.23 | 11.14 ± 0.2 | $5.37 \times 10^{-4} \pm 3.64 \times 10^{-4}$ | 1.42 ± 0.32 | 1.69 ± 0.26 | 53 | 0.5 |
| 546 | 191.5 ± 0.99 | 14.31 ± 0.05 | $3.27 \times 10^{-3} \pm 9.56 \times 10^{-4}$ | 1.02 ± 0.22 | 4.6 ± 0.08 | 216 | 1.1 |
| 630 | 20.34 ± 7.24 | 7.56 ± 0.79 | 1.46 ± 1.03 | 4.5 ± 0.23 | 3.41 ± 0.05 | 14 | 1.0 |
| 1800 | 294.7 ± 4.36 | 15.99 ± 0.16 | $5.47 \times 10^{-2} \pm 2.74 \times 10^{-2}$ | 1.93 ± 0.53 | 2.15 ± 0.08 | 85 | 1.4 |
| 1960 | 246.1 ± 43.57 | 15.06 ± 0.86 | $1.53 \times 10^{-1} \pm 1.36 \times 10^{-1}$ | 2.92 ± 0.85 | 2.36 ± 0.17 | 11 | 1.4 |

En este caso si se observa un crecimiento de los parámetros con la energía, con algunas excepciones. Los valores de $\frac{\chi^2}{NDF}$ también en su mayoría son cercanos a 1.

Capítulo 6

Conclusiones y Recomendaciones

En este trabajo se utilizaron dos parametrizaciones para el estudio de la estructura de la sección eficaz diferencial elástica en colisiones protón-protón y protón-antiprotón. El análisis se hizo en un amplio rango de energía ($19.4 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 7 \text{ TeV}$) y en cierto rango de cuadrimomento transferido.

El modelo Quark-Diquark describió las pendientes antes y después del mínimo y la posición de éste relativamente bien, sin embargo, esta parametrización exhibe una sobre-estimación en el mínimo de difracción, sobre todo a la energía de 7 TeV en colisiones protón-protón, y en casi todos los valores de energía de las colisiones protón-antiprotón. Esta sobre-estimación se debe a que no se incluye la parte real de la amplitud de dispersión. Se recomienda usar una nueva parametrización para el modelo Quark-Diquark, donde se incluye la parte real de la amplitud de dispersión, para evitar así esta sobre-estimación, como se hace en la referencia [32]. Se observó un crecimiento del radio del protón con la energía a los 7 TeV, en colisiones protón-protón.

La parametrización de Banger y Phillips, describió correctamente las pendientes antes y después del mínimo de difracción, aunque no muy bien la posición de éste a la energía de 7 TeV. Se observó un crecimiento de los parámetros con la energía en colisiones protón-antiprotón (con algunas excepciones), sin embargo en colisiones protón-protón este crecimiento es difícil de apreciar. Se recomienda incluir en la parametrización, un factor de forma del protón como se hace en la referencia[27], para poder hacer el ajuste en un rango mayor de cuadrimomento transferido.

Bibliografía

- [1] I.M DREMIN. (2013). *Hadron structure and elastic scattering* . arXiv:1311.4159.
- [2] CARLOS AVILA BERNAL(2013). *Colisiones elásticas y sección eficaz total hadrón-hadrón a altas energías* . Revista de la academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Diciembre 2014.
- [3] CMS COLLABORATION (2008). *The CMS Experiment at the CERN LHC* . Institute of Physics Publishing and SISSA.
- [4] ATLAS COLLABORATION (2008). *The ATLAS Experiment at the CERN Large Hadron Collider* . Institute of Physics Publishing and SISSA.
- [5] THE TOTEM COLLABORATION (ANTCHEV G. ET AL)(2008). *The Totem Experiment at the CERN Large Hadron Collider*. Institute of Physics Publishing and Sissa.
- [6] THE TOTEM COLLABORATION (ANTCHEV G. ET AL)(2013). *Measurement of Proton-Proton Elastic Scattering and Total Cross-Section at $\sqrt{s} = 7\text{TeV}$* . A Letters Journal Exploring the Frontiers of Physic.
- [7] V.M. GRCHINE.,N.I. STARKOV. and N.P ZOTOV(2012). *Quark diquark model for $p(\bar{p})$ -p elastic scattering at high energies*. Eur.Phys.J. C73 (2013) 2320.
- [8] R.J.N PHILLIPS. and V. BANGER(1973). *Model Independent Analysis of the Structure in pp Scattering* . Physic letters VOL 46B No 3.
- [9] TOPICS LHC, <http://home.web.cern.ch/>, 01 10 2014.
- [10] LHCb COLLABORATION (2008). *The LHCb Detector at the LHC* . Institute of Physics Publishing and SISSA.
- [11] ALICE COLLABORATION (2008). *The ALICE Experiment at the CERN Large Hadron Collider* . Institute of Physics Publishing and SISSA.

-
- [12] THE TOTEM COLLABORATION (ANTCHEV G. ET AL)(2013). *Performance of the Totem Detectors at the LCH*. International Journal of Modern Physic VOL 28 No.31.
- [13] DOMINIK MIERZEJEWSKI. *Roman Pot Detector Modelling and Proton Reconstruction in the Totem Experiment at the LHC, Polonia*. M. S. Thesis. Warsaw University of Technology. 2009/2010. 70.p.
- [14] THE TOTEM COLLABORATION (ANTCHEV G. ET AL)(2011). *First measurement of the total proton-proton cross section at the LHC at $\sqrt{s} = 7\text{TeV}$* . arXiv:1110.1395.
- [15] KLAUS WILLE. *The Physics of Particle Accelerators*. OXFORD UNIVERSITY PRESS. 2000. 164.p.
- [16] DAVID GRIFFITHS. *INTRODUCTION TO ELEMENTARY PARTICLES*. WILEY. 1987. 257.p.
- [17] V. BARONE. and E. PREDAZZI *HIGH ENERGY PARTICLE DIFFRACTION*. Springer. 2002. 419.p.
- [18] CARLOS AVILA. *MEASUREMENT OF THE PROTON-ANTIPROTON TOTAL CROSS SECTION AT CENTER OF MASS ENERGY OF 1800 GeV*. D. Thesis. Cornell University. 1997. 195.p.
- [19] DAVID GRIFFITHS. *Introducction to Quantum Mechanics*. WILEY. 1987. 408.p.
- [20] NOUREDINE ZETILI. *Quantum Mechanics Concepts and Applications*. WILEY. 2009. 609.p.
- [21] M.M. BLOCK(2006). *Hadronic forward scattering: Predictions for the large Hadron Collider and cosmic rays*. Physics Reports 436 (2006) 71-215.
- [22] P.D.B COLLINS. *AN INTRODUCTION TO REGGE THEORY AND HIGH ENERGY PHYSICS*. Cambridge University Press. 1997. 456.p.

- [23] R.F. ÁVILA and M.J. MENON (2008). Eikonal zeros in the momentum transfer space from proton-proton scattering: An empirical analysis. *Eur.Phys.J.C*54:555-576,2008.
- [24] V. UZHINSKY and A. GALOYAN (2012). Description of the Totem experimental data on elastic p-p scattering at $\sqrt{s} = 7\text{TeV}$ in the framework of unified systematic of elastic scattering data. arXiv:1111.4984.
- [25] A. BIALAS and A. BZDAK (2008). Constituent quark and diquark properties from small angle proton-proton elastic scattering at high energies. *Acta Phys. Polon.*B38:159-168,2007.
- [26] F. NEMES and T. CSORGO (2012). Detailed Analysis of p+p Elastic Scattering Data in the Quark-Diquark model of Bialas and Bzdak from $\sqrt{s} = 23.5\text{ GeV}$ to 7TeV . *International Journal of Modern Physics A* Vol. 27, No. 00 (2012) 1250175.
- [27] D.A. FAGUNDES, G. PARCHER, A. GRAU, S. PACETT and Y.N. SRIVASTAVA (2013). Elastic pp scattering from optical point to past the dip: an empirical parametrization from ISR to LHC. *Phys. Rev. D* 88, 094019 (2013).
- [28] E. MARTINOV (2013). Proton (antiproton) elastic scattering at energies from FNAL to LHC in the tripole pomeron- odderon model. arXiv:1305.3093.
- [29] THE ROOT TEAM. *ROOT: An object-Oriented Data Analysis Framework*. Ilka Antcheva, Olivier Couet. 2009. 490,p.
- [30] J. BERINGER ET AL. (PARTICLE DATA GROUP). REVIEW OF PARTICLE PHYSICS. *Phys. Rev. D* 86, 010001 (2012).
- [31] U. AMALDI. and K.R. SCHUBERT (1979). IMPACT PARAMETER INTERPRETATION OF PROTON-PROTON SCATTERING FROM A CRITICAL REVIEW OF ALL ISR DATA. *Nuclear Physics B*166(1980) 301-320.
- [32] V.M. GRICHINE (2014). Nucleon elastic in quark-diquark representation with springy Pomeron. arXiv:1404.5768.

Anexos

A. Reducción de un parámetro por medio del teorema óptico

Las amplitudes de dispersión (Ecuaciones 4.3,4.5,4.6) en la región frontal ($s, t = 0$) son:

$$F_1(0) = \frac{p\sigma_{tot}}{4\pi} [B_1 + B_2 + 2\sqrt{B_1B_2}] \quad (6.1)$$

$$F_2(0) = \frac{p}{4\pi} B_1B_2\sigma_{tot}^2 b_1 \quad (6.2)$$

$$F_3(0) = \frac{p}{4\pi} \sqrt{B_1B_2}\sigma_{tot}^2 [B_1b_2 + B_2b_3] \quad (6.3)$$

Donde b_1, b_2 y b_3 son

$$b_1 = \frac{1}{4\pi} \Re e \left[\frac{1}{A_{12} + 4\lambda/9} \right] \quad (6.4)$$

$$b_2 = \frac{1}{4\pi} \Re e \left[\frac{1}{A_{11} + A_{22} - 4\lambda/9} \right] \quad (6.5)$$

$$b_3 = \frac{1}{4\pi} \Re e \left[\frac{1}{A_{12} + A_{22} + 2\lambda/9} \right] \quad (6.6)$$

Del teorema óptico y sabiendo que $F(0) = (F_1(0) - F_2(0) - F_3(0))$ [7] la sección eficaz total es:

$$\sigma_{tot} = \frac{4\pi}{p} \Im m F(0) = \frac{4\pi}{p} \Im m (F_1(0) - F_2(0) - F_3(0)) \quad (6.7)$$

Ahora se reemplaza las amplitudes $F_1(0)$, $F_2(0)$ y $F_3(0)$

$$\sigma_{tot} = \frac{4\pi}{p} \left\{ \frac{p\sigma_{tot}}{4\pi} [B_1 + B_2 + 2\sqrt{B_1B_2}] - \frac{p}{4\pi} B_1B_2\sigma_{tot}^2 b_1 - \frac{p}{4\pi} \sqrt{B_1B_2}\sigma_{tot}^2 [B_1b_2 + B_2b_3] \right\} \quad (6.8)$$

Factorizando el término $\frac{\nu\sigma_{tot}}{4\pi}$ de la derecha, simplificando y expandiendo los productos, tenemos

$$1 = B_1 + B_2 + 2\sqrt{B_1 B_2} - \sigma_{tot} B_1 B_2 b_1 - \sigma_{tot} \sqrt{B_1 B_2} B_1 b_2 - \sigma_{tot} \sqrt{B_1 B_2} B_2 b_3 \quad (6.9)$$

Colocando todos los términos del lado derecho, y organizando la ecuación de tal manera que sea una ecuación de tercer grado respecto de $\sqrt{B_2}$, se tiene:

$$\sigma_{tot} b_3 \sqrt{B_1} \sqrt{B_2^3} + (\sigma_{tot} b_1 B_1 - 1) \sqrt{B_2^2} + (\sigma_{tot} b_2 \sqrt{B_1^2} - 2\sqrt{B_1}) \sqrt{B_2} + (1 - B_1) \quad (6.10)$$

O haciendo que $a_1 = \sigma_{tot} \sqrt{B_1} b_3$, $a_2 = (\sigma_{tot} b_1 B_1 - 1)$, $a_3 = (\sigma_{tot} b_2 \sqrt{B_1^2} - 2\sqrt{B_1})$ y $a_4 = (1 - B_1)$, la ecuación finalmente se escribe

$$a_1 \sqrt{B_2^3} + a_2 \sqrt{B_2^2} + a_3 \sqrt{B_2} + a_4 = 0 \quad (6.11)$$

Esta ecuación de tercer grado respecto de $\sqrt{B_2}$, se resuelve con la función *FindRealRoots* de ROOT, que solo encuentra las soluciones reales.

De esta manera, el parámetro B_2 se determina en términos de los otros dos parámetros B_1 y r , reduciendo así el número de parámetros de tres a dos parámetros libres.

B. Solución a la ecuación de tercer grado

Como se mencionó, la ecuación de tercer grado se resuelve con una función propia de ROOT, para así evitar implementar toda una rutina para solucionar la ecuación y además encontrar las raíces reales. El método *FindRealRoots* hace precisamente esto, soluciona la ecuación encontrando solo las raíces reales, que son las que se necesitan. Dentro del programa de ajuste para el modelo qQ (mirar siguiente anexo 6), se implementó una pequeña rutina para este propósito.

Lo primero que se hace es escribir la ecuación 6.11 como un polinomio tercer grado, con la ayuda de la clase *Polynomial*. Después se declara un vector con el que se llama a la función *FindRealRoots* para encontrar las soluciones de las que solo se utiliza una que esté comprendida en el intervalo $(0, 1)$. La rutina se escribe a continuación:

```

ROOT::Math::Polynomial Pol = ROOT::Math::Polynomial(a1R, a2R, a3R, a4R);
std::vector<double> solution = Pol.FindRealRoots();
B2 = solution[1];
B2=B2*B2;

```

En la primera línea se declara un objeto de la clase *Polynomial* y se construye el polinomio con los coeficientes de la ecuación 6.11. En la segunda línea se declara un vector donde se almacenaran las tres soluciones, y se llama la función *FindRealRoots* que soluciona el polinomio. Haciendo una inspección de las soluciones, se encontró que solo una estaba comprendida entre $(0, 1)$, por lo que en la tercera línea se declara el parámetro igual a una solución. En La cuarta se declara el parámetro al cuadrado, porque recordemos que la ecuación es de tercer grado respecto de $\sqrt{B_2}$.

C. Programa para el ajuste de datos con el modelo qQ a la energía de 7 TeV

Se anexa un sólo programa para la energía de 7 TeV. Los demás programas para las demás energías son muy similares y se encuentran en una carpeta adicional al documento. Se implementó un programa para hacer el ajuste de datos para la sección eficaz diferencial elástica en colisiones pp con el modelo qQ . Para escribir las amplitudes y coeficientes complejos se usa la clase *TComplex*, para solucionar la ecuación de tercer grado se emplea la función *FindRealRoots* y para ajustar los datos la clase *TF1*.

```
//*****//
//File:      pp7.C*****//
//Created:   MAY-20014 by I. Romo*****//

//*****Funcion de ajuste*****//

double F(double *x, double *par){
    //*****Constantes*****//
    const double s0 = 1.0;
    const double s = 49000000; //energia centro de masa
    const double alpha = 0.15; //pendiente trayectoria del Pomeron
    const double m = 0.938109927; //masa del proton en GeV
    double sigma_tot = 100; //seccion eficaz total(mb)
    const double hc2 = 0.389379338; // GeV2 mbarn
    const double hc = sqrt(hc2);
    TComplex I = TComplex::I();
    Double_t pi = TMath::Pi();

    //*****Declaracion de Variables y Coeficientes*****//
    TComplex A11, A22, A12, F, Fc, F1, F2, F3, dsigma;
    double y;
    double m1, r1; //masa y radio del quark
    double m2, r2; //masa y radio del diquark
    double B2;
```

```

TComplex a1, a2, a3, a4; //Coeficientes complejos Ec 3er grado
double b1, b2, b3;
double lamnda;

//*****Parametros libres*****//
double r = par[0];
double B1 = par[1];

//*****Relaciones de masas y radios*****//
m1 = m/3;
r1 = 0.173 * r;
m2 = (2 * m)/3;
r2 = 0.316 * r;
lamnda = (r * r) / 4;

//*****Coeficientes Complejos*****//
A11 = (pow(r1,2)/8 + alpha*(log(s/s0)-(pi/2)*I) +
      2*lamnda*pow((m-m1)/m),2));

A22 = (pow(r2,2)/8 + alpha*(log(s/s0)-(pi/2)*I) +
      2*lamnda*pow((m-m2)/m),2));

A12 = (pow(r1,2)+pow(r2,2))/16 + alpha*(log(s/s0)-((pi/2)*I))
      +
      lamnda*(pow((m-m1)/m),2)+pow((m-m2)/m),2));

b1 = (1/(4*pi)) * ((1/(A12+(4*lamnda/9))) .Re());
b2 = (1/(4*pi)) * ((1/(A11+A22-(4*lamnda/9))) .Re());
b3 = (1/(4*pi)) * ((1/(A12+A22+(2*lamnda/9))) .Re());

a1 = sigma_tot*b3*TComplex::Power(B1,1/2.);
a2 = sigma_tot*b1*B1 - 1;
a3 = sigma_tot*b2*TComplex::Power(pow(B1,3),1/2.)-
      2*TComplex::Power(B1,1/2.);
a4 = 1-B1;

```



```

/**Parte real coeficientes complejos Ec de 3er grado***/
double a1R = a1.Re();
double a2R = a2.Re();
double a3R = a3.Re();
double a4R = a4.Re();

/**Rutina para solucionar Ec de 3er grado***/
ROOT::Math::Polynomial Pol = ROOT::Math::Polynomial(a1R,a2R,
    a3R,a4R);
std::vector<double> solution = Pol.FindRealRoots();
B2 = solution[1];
B2=B2*B2;

/*******Amplitudes de dispersion*****//
F1 = ((I*sigma_tot)/(4*pi*hc))* (B1*TComplex::Exp(-A11*x[0])
    +B2*TComplex::Exp(-A22*x[0])
    +2*TComplex::Power(B1*B2,1/2.)*TComplex::Exp(-A12*x[0]));

F2 = ((I*B1*B2*pow(sigma_tot,2))/(32*pow(pi,2)*
    hc2*(A12+(4*lamnda/9))))*
    (TComplex::Exp(-((A11*A22-pow(4*lamnda/9,2))/
    (2*(A12+(4*lamnda/9)))))*x[0])
    + TComplex::Exp(-((A12-(4*lamnda/9))/(2))*x[0]));

F3 = ((I*TComplex::Power(B1*B2,1/2.)*pow(sigma_tot,2))/
    (16*pow(pi,2)*hc2))*(((B1)/(A11+A12-(4*lamnda/9)))*
    TComplex::Exp(-((A11*A12-pow(2*lamnda/9,2))/
    (A11+A12-(4*lamnda/9)))*x[0]) +
    ((B2)/(A12+A22+(2*lamnda/9)))*
    TComplex::Exp(-((A12*A22-pow(lamnda/9,2)))/

```

```
        (A12+A22+(2*lamnda/9))*x[0]));

    F = F1-F2-F3;
    Fc = TComplex::Conjugate(F);
    dsigma = (pi)*((Fc*F));
    y = dsigma.Re();

    return y;
}
//*****Programa principal*****//
void pp7() {

    /**Declaracion arreglos para la lectura archivo de datos**/

    Int_t npoints, npoints7;
    Float_t tt7000[500];
    Float_t dsdt7000[500];
    Float_t edsdt7000[500];
    Float_t error_e[500]={0};

    ifstream data;
    float data1,data2,data3,data4, data5, data6;
    int data7, data8;
    char name1[20], name2[20], name3[20], name4[20], name5[20],
        name6[20];
    char name7[20];

    npoints = 0;
    npoints7 = 0;

    data.open("dsdt_pp.dat");
    if(!data) {
        cout<<"no data file found "<<endl;
    }
}
```

```
else
{
    while(!data.eof() && npoints<5000) {
        data>>data1;
        data>>data2;
        data>>data3;
        data>>data4;
        data>>data5;
        data>>data6;
        data>>data7;
        data>>data8;
        data>>name1;
        data>>name2;
        data>>name3;
        data>>name4;
        data>>name5;
        data>>name6;
        data>>name7;

        /**Seleccion los datos para la energia de 7TeV***/
        if (data1 > 6900 && data1 < 7100 && data6 < data3) {
            tt7000[npoints7] = data2;
            dsdt7000[npoints7] = data3;
            edsdt7000[npoints7] = data6;
            npoints7++;
        }

        npoints++;
    }
}

TCanvas *c1 = new TCanvas("c1", "7TeV", 20, 10, 700, 600);
c1->SetFillColor(0);
c1->GetFrame()->SetFillColor(1);
c1->GetFrame()->SetBorderSize(1);
```

```
c1->SetHighLightColor(1);
c1->SetFrameBorderMode(0);

gr7 = new TGraphErrors(npoints7,tt7000,dsdt7000,error_e,
    edsdt7000);
gPad->SetLogy();
gr7->SetMarkerStyle(kCircle);
gr7->DrawClone("AP");
gr7->SetName("p-p elastic dsigma/dt at #sqrt{s}=7TeV vs|t|");
gr7->SetTitle("p-p elastic dsigma/dt at #sqrt{s}=7TeV vs|t|");
gr7->GetXaxis()->SetTitle("|t| (GeV^{2})");
gr7->GetYaxis()->SetTitle("d#sigma/dt (mb/GeV^{2})");
c1->Update();
gr7->Draw("AP");

//*****Ajuste*****//
TF1 *fit = new TF1("fit", F, 0.005, 2.5, 2);
fit->SetParNames("r", "B1", "B2");
fit->SetNpx(1000);
fit->SetLineWidth(3);
fit->SetLineColor(1);
fit->SetParameters(8, 0.025); //Inicializacion de parametros
gr7->Fit(fit, "R,E");
fit->Draw("SAME");

TLegend *legend = new TLegend(.75, .80, .95, .95);
legend->AddEntry(fit, "modelo qQ", "l");
legend->AddEntry(gr7, "Datos #sqrt{s}=7TeV", "P");
legend->Draw();
```

```
}
```

D. Programa para el ajuste de datos con el modelo BP a la energía de 7 TeV

Se anexa un sólo programa para la energía de 7 TeV. Los demás programas para las demás energías son muy similares y se encuentran en una carpeta adicional al documento. Se implementó un programa para hacer el ajuste de datos para la sección eficaz diferencial elástica en colisiones pp con el modelo BP .

```

//*****//
//File:      BP7.C*****//
//Created:   MAY-20014 by I. Romo*****//

//*****Funcion de ajuste*****//
double F(double *x, double *par){

    double dsigma;
    double A = par[0];
    double B = par[1];
    double C = par[2];
    double D = par[3];,
    double phi = par[4];

    dsigma = A*exp(-B*x[0]) + C*exp(-D*x[0]) +
            2*sqrt(A*C)*exp(-(B+D)/2*x[0])*cos(phi);
    return dsigma;
}

void BP7() {
    Int_t npoints, npoints7;
    Float_t tt7000[500];
    Float_t dsdt7000[500];
    Float_t edsdt7000[500];
    Float_t error_e[500]={0};

    ifstream data;

```

```
float data1,data2,data3,data4, data5, data6;
int data7, data8;
char name1[20], name2[20], name3[20], name4[20], name5[20],
    name6[20];
char name7[20];

npoints = 0;
npoints7 = 0;

data.open("dsdt_pp.dat");
if(!data) {
    cout<<"no data file found "<<endl;
}
else
{
    while(!data.eof() && npoints<5000) {
        data>>data1;
        data>>data2;
        data>>data3;
        data>>data4;
        data>>data5;
        data>>data6;
        data>>data7;
        data>>data8;
        data>>name1;
        data>>name2;
        data>>name3;
        data>>name4;
        data>>name5;
        data>>name6;
        data>>name7;
    }
    if (data1 > 6900 && data1 < 7100 && data6 < data3) {
        tt7000[npoints7] = data2;
        dsdt7000[npoints7] = data3;
        edsdt7000[npoints7] = data6;
    }
}
```

```
        npoints7++;
    }

    npoints++;

}

}

TCanvas *c1=new TCanvas("c1","Profile example",20,10,700,600);
c1->SetFillColor(0);
c1->GetFrame()->SetFillColor(1);
c1->GetFrame()->SetBorderSize(1);
c1->SetHighLightColor(1);
c1->SetFrameBorderMode(0);

gr7 = new TGraphErrors(npoints7,tt7000,dsdt7000,error_e,
    edsdt7000);
gPad->SetLogy();
gr7->SetMarkerStyle(kCircle);
gr7->DrawClone("AP");
gr7->SetName("p-p elastic dsigma/dt at #sqrt{s}=7TeV vs|t|");
gr7->SetTitle("p-p elastic dsigma/dt at #sqrt{s}=7TeV vs|t|");
gr7->GetXaxis()->SetTitle("|t| (GeV^{2})");
gr7->GetYaxis()->SetTitle("d#sigma/dt (GeV^{2})");
c1->Update();
gr7->Draw("AP");

//*****Ajuste*****//
TF1 *fit = new TF1("fit", F, 0.005,2.5,5);
fit->SetParNames("A", "B", "C", "D", "#phi");
fit->SetNpx(1000);
fit->SetLineWidth(3);
fit->SetLineColor(1);
fit->SetParameters(237, 15.19, 1280E-3, 4.687, 2.7599);
gr7->Fit(fit,"R,E");
```

```
fit->Draw("SAME");

TLegend *legend = new TLegend(.75, .80, .95, .95);
legend->AddEntry(fit, "modelo BP", "l");
legend->AddEntry(gr7, "Datos  $\sqrt{s}=7\text{TeV}$ ", "P");
legend->Draw();
```

```
}
```