VIOLACIÓN DE CP EN EL MODELO ESTÁNDAR

JAVIER CONTRERAS

UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
PROGRAMA DE FISICA
SAN JUAN DE PASTO
2004

VIOLACIÓN DE CP EN EL MODELO ESTÁNDAR

JAVIER CONTRERAS

Trabajo de Grado presentado como requisito para optar al titulo de Físico.

Asesor:
JUAN BAUTISTA FLOREZ
Físico, MSc, PhD.

UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
PROGRAMA DE FISICA
SAN JUAN DE PASTO
2004

“Las ideas y conclusiones aportadas en este trabajo de grado, son responsabilidad exclusiva del autor”

“Articulo 1 del acuerdo Nº 234 de octubre 11 de 1966, emanada por el honorable concejo directivo de la Universidad de Nariño”

NOTA DE ACEPTACIÓN

JURADO

JURADO

JURADO

Dedicado a la persona que me enseño

el camino de la física, lo importante que es
la búsqueda del amor y el significado
de sentir la angustia de la incertidumbre.

Sandra Ximena.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar quiero expresar mis mas profundos agradecimientos a mi mamá, Alba Grijalba y a mi hermano Carlos Contreras, quienes han sido fuente de apoyo, paciencia, comprensión y amor durante toda mi vida. A ellos mas que a nadie les debo mis éxitos y mi educación.

A toda mi familia, mi abuelita, mis tíos y todos mis primos. Definitivamente tener una familia como esta es una bendición de Dios.

A Juan Florez, profesor y amigo, por su paciencia, confianza, apoyo y motivación, de quien tengo mucho que aprender como Físico y también como persona, siempre correcto y dispuesto a ayudar a los demás.

A todos los profesores que me han compartido su conocimiento de manera desinteresada; en lo tocante a los últimos tiempos, a todos los que en el ambiente del Departamento comparten dialogando.

A mis amigos y compañeros de estudio, a través de mi paso por la de Nariño, por compartir momentos importantes en nuestras vidas.

A la familia Ordóñez Rodríguez , por su amor de hogar, por su afecto y por acogerme en el seno de su familia de forma incondicional, de todo corazón.

Y como lo mejor siempre va de ultimo, quiero dar gracias a Sandra Ximena Díaz, fuente de amor, cariño, inspiración, deseos, ganas, ambiciones, luchas, y todo aquello que hace que una persona tenga motivos para vivir.

RESUMEN

Inicialmente se abordan las simetrías discretas C, P y T desde la perspectiva de su conservación o violación por los distintos términos de interacción, luego presentan los fundamentos mecánico-cuánticos que permiten entender el fenómeno de violación de *CP* que se manifiesta en el sistema de los kaones neutros a través del estudio del sistema de dos estados cuánticos, posteriormente, se estudia el origen de la fuente natural de la violación de *CP* en el *MEE* el cual está relacionado con la fase compleja que surge en la matriz de mezcla de quarks de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa *(CKM)* la cual aparece de forma explícita en el sector de Yukawa. Esto último permite estudiar algunas parametrizaciones de la matriz de *CKM,* como lo son la Parametrización de Kobayashi-Maskawa y la Parametrización Estándar. Además en el contexto del *MEE* se calcula el parámetro $?_K$, el cual da cuenta de la violación de *CP* indirecta en el sistema de los kaones neutros, y se compara la predicción teórica con los resultados experimentales más recientes.

ABSTRACT

Initially the discreet symmetries C, P and T are approached from the perspective of their conservation or violation by the different interaction terms, then they present the mechanic-quantum foundations that allow to understand the phenomenon of violation of CP that is manifested in the system of the neutral kaones through the study of the system of two quantum states, later on, the origin of the natural source of the violation of CP is studied in the (MEE) which is related with the complex phase that arises in the womb of mixture of quarks of Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) which appears in an explicit way in the sector of Yukawa. This allows us to study some parametrizations of the CKM matrix, souch as the Kobayashi-Maskawa parametrization of and the standard parametrization. Also in the context of the (MEE) the parameter $?_K$ is calculated, which gives bill of the violation of indirect CP in the system of the neutral kaon, and the theoretical prediction is compared with the most recent experimental results.

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE ANEXOS

CAPITULO 1

SIMETRÍAS DISCRETAS

1.1 INTRODUCION

La simetría es una propiedad universal tanto en la vida corriente, desde un punto de vista matemático como desde el que hacer de la Física Teórica. En realidad, lo que observamos en la vida corriente es siempre lo repetitivo, lo simétrico, lo que se puede relacionar entre sí por tener algo común.

En un sentido dinámico, la simetría podemos entenderla como lo que se repite, lo que tiende a ser igual. Es decir, los objetos que, por mantener la misma geometría, son representativos de otros objetos. Para discutir sobre simetrías acudimos a la acción: si la acción es invariante bajo una determinada operación de simetría, tenemos una buena simetría de la teoría.

En la simetría axial tridimensional, la invarianza es una rotación con respecto a un eje, y en el caso de la simetría central, la invarianza que va asociada es la rotación alrededor de un centro. La simetría axial y la simetría central son las formas clásicas de simetría de los objetos del espacio ordinario, sin embargo, cuando hablamos de entidades más abstractas en la física de las partículas es preciso generalizar el concepto clásico de simetría.

Tanto la estructura algebraica de grupo como las denominadas álgebras de Líe, tiene la peculiaridad de ser las estructuras matemáticas que describen el concepto clásico de simetría. La teoría de la relatividad restringida es, en último término, una teoría de las simetrías del espacio - tiempo, descritas por el grupo de Poincaré, grupo de transformaciones ortogonales, del cual es subgrupo el grupo de Lorentz.

Incluso, la definición del concepto de partícula, en el contexto de la teoría cuántica de campos, tal como la formuló Eugene Wigner, está relacionada con la simetría: "Una partícula es una representación irreducible del grupo de Poincaré". Tanto la masa de una partícula como su espin, por ejemplo, se relacionan con formas distintas de representaciones irreducibles del grupo de Poincaré.

Pero la simetría, en todas sus formas, tiene una relación directa con la constancia de ciertas magnitudes fundamentales, con la conservación. Fue en 1915 cuando la gran matemática Emmy Noether pudo probar que toda ley de simetría, tanto en la mecánica clásica como en la mecánica cuántica, origina una propiedad de conservación. Como consecuencia de esto tenemos los teoremas de conservación tales como conservación de la energía, conservación tanto del momentun lineal como angular.

1.2 SIMETRÍAS CLÁSICAS

La Física clásica de Galileo y Newton, esto es, la mecánica desarrollada luego por Lagrange, Hamilton, Mapertuis, etc., como la teoría especial de la relatividad formulada por Einstein, descansan, para poder desarrollarse, en la postulación implícita de simetría en el contexto del espacio-tiempo. Esta postulación de simetría para la formulación y desarrollo de las leyes de la física constituye tanto lo que entendemos por homogeneidad e isotropía del espacio, por una parte, y por otra lo que llamamos uniformidad del transcurrir del tiempo.

La homogeneidad del espacio quiere indicarnos que todos los puntos del espacio, donde quiera que se encuentren, son equivalentes para la formulación de las leyes de la Física. No existen, según esto, puntos privilegiados donde las leyes formuladas puedan variar o tener un funcionamiento distinto. La isotropía se refiere a que todas las direcciones espaciales son entre sí equivalentes, son simétricas, al establecer las formulaciones de la Física. No existen direcciones del espacio hacia donde las leyes de la Física funcionen de manera distinta a cómo funcionan en las restantes direcciones.

La uniformidad del tiempo intenta explicitar que el discurrir de los acontecimientos no modifica las leyes de la Física, esto es, que las leyes de la física en un instante dado son las mismas que en cualquier instante anterior y seguirán siendo las mismas en los instantes posteriores.

1.2.1 Inversión Espacial

Clásicamente, tener invariancia bajo Inversión Espacial es equivalente a obtener los mismos resultados en un experimento y en el experimento construido como el reflejado del anterior en un espejo. En un contexto cinematográfico seriamos incapaces de distinguir entre la película de un experimento y la misma reflejada en un espejo. Bajo Inversión Espacial los momentos lineales cambian de signo; los momentos angulares (spin incluido) no se invierten.

1.2.2 Inversión Temporal

La inversión temporal T , en fenómenos mecánicos, cambia fundamentalmente $t \to ?t$. T invierte (como su nombre indica) el sentido de la flecha del tiempo. Recuperando la analogía cinematográfica empleada para la inversión espacial, la invariancia bajo T nos impedirá distinguir la película de un experimento de la propia película proyectada empezando por lo que considerábamos final.

1.3 SIMETRÍAS CUANTICAS

En teoría cuántica el operador fundamental es el hamiltoniano H, el cual es hermitico y genera traslación en el tiempo. Definir correctamente operadores que describan simetrías de la teoría, requiere que se cumpla la condición de que estos conmuten con el hamiltoniano completo.

1.3.1 Inversión espacial o Paridad (P)

La operación de paridad (o inversión espacial) P cambia el signo de las coordenadas espaciales:

$$(t, \vec{x}) ??^{P}? \ (t, ?\vec{x})$$

Esencialmente P cambia la quiralidad de un sistema de referencia. La actuación de P sobre campos libres viene dada por

$$\begin{array}{llll} & O & P & POP^{?1} \\ Campo \quad escalar & ?(x^{?}) & & e^{i?_P}?(x_?) \\ Campo \quad espinorial \quad (Dirac) & ?\ (x^{?}) & & e^{i?\ ^P}?_0?\ (x_?) \\ & \overline{?}\ (x^{?}) & & e^{?i?\ ^P}\ \overline{?}\ (x_?)?_0 \\ Campo \quad vectorial & V_?\ (x^{?}) & & ?\ e^{iv_P}V^{?}\ (x_?) \end{array} \qquad (1)$$

La transformación (1) incluye fases arbitrarias; para entenderlo consideremos, por ejemplo, un campo escalar complejo f con densidad lagrangiana libre $L_0\ ?\ (?_? ?^{?})(?^{?} ?)\ ?\ m^2 ?^{?} ?$, en la ecuación de movimiento (Klein-Gordón) $(?_? ?^{?}\ ?\ m^2)?(x^{?})\ ?\ 0$.

De realizar la transformación $?(x^{?})\ \ ?(x_?)$ en vez de realizar $?(x^{?})\ \ e^{i?}?(x_?)$ tanto la acción libre como la ecuación de movimiento se mantienen. ¿Que significado tiene esto? Tratar de asignar una paridad absoluta a un campo libre carece por completo de sentido físico: una partícula que no interacciona, ni siquiera es observable. La situación es idéntica al tener en cuenta varios campos libres.

Serian las distintas interacciones las que permitan fijar paridades relativas a los distintos campos (siempre y cuando P sea una buena simetría). De ese modo, incluir en (1) la transformación de un campo seudoescalar o de uno vector-axial no es a priori necesario: el signo (-) no es mas que una fase $e^{i?}$ que se puede incluir en fases arbitrarias $e^{i\overline{?_P}}$ y $e^{i?_P}$. La forma de los términos de interacción será la que permita una elección de fases consistente (como $e^{i?_P} ? ?1$ para un campo escalar o seudoescalar), indicando por su interacción que campo es escalar o seudoescalar . Las paridades intrínsecas $e^{i?_P}$ se han elegido de modo que para electrón, protón y neutrón sean iguales a +1; Además de la transformación (1) conviene señalar la transformación de los distintos bilinéales (construidos con espinores de Dirac) que aparecen habitualmente en la densidad lagrangiana.

	O	P	$POP^{?1}$	
Escalar	$\overline{?}_1(x^?)?_2(x^?)$	□	$?_P\overline{?}_1(x_?)?_2(x_?)$	
Seudoescalar	$\overline{?}_1(x^?)?_5?_2(x^?)$	□	$??_P\overline{?}_1(x_?)?_5?_2(x_?)$	
Vector	$\overline{?}_1(x^?)?_??_2(x^?)$	□	$?_P\overline{?}_1(x_?)?^??_2(x_?)$	(2)
Vector ? axial	$\overline{?}_1(x^?)?_??_5?_2(x^?)$	□	$??_P\overline{?}_1(x_?)?^??_5?_2(x_?)$	
Tensor	$\overline{?}_1(x^?)?_{??}?_2(x^?)$	□	$?_P\overline{?}_1(x_?)?^{??}?_2(x_?)$	
Seudotensor	$\overline{?}_1(x^?)?_{??}?_5?_2(x^?)$	□	$??_P\overline{?}_1(x_?)?^{??}?_5?_2(x_?)$	

Donde $?_p$ es la fase $?_p ? e^{?i?_1^P}e^{i?_2^P}$.

1.3.2 Conjugación de carga

La conjugación de carga C no tiene una interpretación clásica como la tiene P. Sin embargo una forma sencilla de entender como actúa C sobre campos libres se consigue acudiendo a la descomposición en ondas planas (Fourier) del campo. Los coeficientes de $e^{?ip.x}$ son los operadores de creación o destrucción multiplicados por vectores de polarización, espinores, ... (lo que corresponda a la representación del grupo de Lorentz bajo la que se transforme el campo). La conjugación de carga C intercambia los papeles de los operadores de creación o destrucción. La transformación de los campos libres es la siguiente:

	O	C	$COC^{?1}$	
Campo escalar	$?(x^?)$	□	$e^{i?_C}?^?(x^?)$	
Campo espinorial (Dirac)	$?(x^?)$	□	$e^{i?^C}C\overline{?}^t(x^?)$	(3)
	$\overline{?}(x^?)$	□	$?e^{?i?^C}?^t(x^?)C^{?1}$	
Campo vectorial	$V_?(x^?)$	□	$e^{iv_C}V_?^?(x^?)$	

Recordemos las propiedades de transformación de los bilinéales de Dirac habituales:

	O	C	$COC^{?1}$	
Escalar	$\overline{?}_1(x^?)?_2(x^?)$	□	$?_C\overline{?}_2(x^?)?_1(x^?)$	
Seudoescalar	$\overline{?}_1(x^?)?_5?_2(x^?)$	□	$?_C\overline{?}_2(x^?)?_5?_1(x^?)$	
Vector	$\overline{?}_1(x^?)?_??_2(x^?)$	□	$??_C\overline{?}_2(x^?)?_??_1(x^?)$	(4)
Vector ? axial	$\overline{?}_1(x^?)?_??_5?_2(x^?)$	□	$?_C\overline{?}_2(x^?)?_??_5?_1(x^?)$	
Tensor	$\overline{?}_1(x^?)?_{??}?_2(x^?)$	□	$??_C\overline{?}_2(x^?)?_{??}?_1(x^?)$	
Seudotensor	$\overline{?}_1(x^?)?_{??}?_5?_2(x^?)$	□	$??_C\overline{?}_2(x^?)?_{??}?_5?_1(x^?)$	

Donde $?_c$ es la fase $?_c ? e^{?i?_1^c}e^{i?_2^c}$. Teniendo en cuenta la paridad $? ? e^{i?_P}$ de una partícula sin espin y la de su antipartícula $?_c$, $?_c ? ?^*$, un estado partícula-antipartícula tiene paridad $?^c? ? ?1$, par. Si la partícula resulta ser su propia antipartícula, la paridad intrínseca es real, $? ? ?1$. La conjugación de carga ($?$) resulta completamente análoga (seguimos con campos escalares): para un sistema partícula-antipartícula, $?^c ? ?^*$, y la conjugación de carga $??^c$ es necesariamente par $??^c ? ?1$. Si la partícula es su propia antipartícula, tiene conjugación de carga real $? ? ?1$. Para campos vectoriales tenemos una situación idéntica a la del caso escalar. Sistemas partícula-antipartícula tienen paridad y conjugación de carga intrínsecas pares; si partícula y antipartícula coinciden, ambas valen $?1$. Lo comentado para escalares y vectores es propio, de forma general, de campos bosonicos. Al considerar fermiones (de Dirac), partícula y antipartícula no pueden coincidir y tan solo podemos señalar que la paridad en un sistema fermión-antifermión es impar, $?_f^c ?_f ? ?1$. Con las propiedades (2) y (4) podemos abordar la transformación bajo la operación compuesta CP:

	O	CP	$CPO(CP)^{?1}$	
$Escalar$	$\overline{?}_1(x^?)?_2(x^?)$	□	$?_C?_P\overline{?}_2(x_?)?_1(x_?)$	
$Seudoescalar$	$\overline{?}_1(x^?)?_5?_2(x^?)$	□	$??_C?_P\overline{?}_2(x_?)?_5?_1(x_?)$	
$Vector$	$\overline{?}_1(x^?)?_??_2(x^?)$	□	$??_C?_P\overline{?}_2(x_?)?^??_1(x_?)$	(5)
$Vector ? axial$	$\overline{?}_1(x^?)?_??_5?_2(x^?)$	□	$??_C?_P\overline{?}_2(x_?)?^??_5?_1(x_?)$	
$Tensor$	$\overline{?}_1(x^?)?_{??}?_2(x^?)$	□	$??_C?_P\overline{?}_2(x_?)?^{??}?_1(x_?)$	
$Seudotensor$	$\overline{?}_1(x^?)?_{??}?_5?_2(x^?)$	□	$?_C?_P\overline{?}_2(x_?)?^{??}?_5?_1(x_?)$	

Por la utilidad que tendría a la ahora de analizar los términos de interacción del Modelo estándar (MS) recordamos también la transformación de los campos libres bajo CP:

	O	CP	$CPO(CP)^{?1}$	
$Campo \quad escalar$	$?(x^?)$	□	$e^{i(?_C ?? _P)}?^?(x_?)$	
$Campo \quad espinorial \quad (Dirac)$	$?(x^?)$	□	$e^{i(?_C ?? _P)}?^0C\overline{?}^t(x^?)$	(6)
	$\overline{?}(x^?)$	□	$?e^{?i(?_C ??_P)}?^t(x^?)C^{?1}?^0$	
$Campo \quad vectorial$	$V_?(x^?)$	□	$?e^{i(v_C ? v_P)}V^{??}(x_?)$	

1.3.3 Inversión temporal y CPT

Además de C y de P, la tercera simetría discreta que nos interesa es la inversión temporal T, que cambia, fundamentalmente, t □ $?t$. T invierte (como su nombre indica) el sentido de la flecha del tiempo. Teniendo en cuenta el teorema de Wigner (representación de simetrías mediante operadores unitarios o antiunitarios), para mantener el hamiltoniano de la teoría positivo, siendo esta invariante bajo T, la inversión temporal debe representarse mediante un operador antiunitario. La inversión temporal no cambia $\vec{x}$ aunque si cambia de signo tanto los momentos lineales como los momentos angulares. Las transformaciones bajo T son las siguientes:

$$
\begin{array}{llll}
 & O & T & TOT^{?1} \\
 & c ? C & \square & c^{*} \\
Campo \quad escalar & ?(x^{?}) & \square & e^{i?_t} ?^{?}(? x_{?}) \\
Campo \quad espinorial \quad (Dirac) & ?(x^{?}) & \square & e^{i?^{t}} ?_0^{*} ?_5^{*} C^{*} \overline{?}^{?}(? x_{?}) \\
 & \overline{?}(x^{?}) & \square & e^{?i?^{t}} ?^{?}(? x_{?})(C^{?1})^{*} ?_0^{*} ?_5^{*} \\
Campo \quad vectorial & V_{?}(x^{?}) & \square & e^{iv_t} V^{?}(? x_{?})
\end{array} \tag{7}
$$

$$
\begin{array}{llll}
 & O & T & TOT^{?1} \\
Escalar & \overline{?}_1(x^{?})?_2(x^{?}) & \square & ?_t \overline{?}_1(? x_{?})?_2(? x_{?}) \\
Seudoescal\ ar & \overline{?}_1(x^{?})?_5?_2(x^{?}) & \square & ?_t \overline{?}_1(? x_{?})?_5?_2(? x_{?}) \\
Vector & \overline{?}_1(x^{?})?_{?}?_2(x^{?}) & \square & ?_t \overline{?}_1(? x_{?})?^{?}?_2(? x_{?}) \\
Vector\ ?\ axial & \overline{?}_1(x^{?})?_{?}?_5?_2(x^{?}) & \square & ?_P \overline{?}_1(? x_{?})?^{?}?_5?_2(? x_{?}) \\
Tensor & \overline{?}_1(x^{?})?_{??}?_2(x^{?}) & \square & ??_t \overline{?}_1(? x_{?})?^{??}?_2(? x_{?}) \\
Seudotenso\ r & \overline{?}_1(x^{?})?_{??}?_5?_2(x^{?}) & \square & ??_t \overline{?}_1(? x_{?})?^{??}?_5?_2(? x_{?})
\end{array} \tag{8}
$$

Donde $?_t$ es la fase $?_t ? e^{?i?_1^{tc}} e^{i?_2^{tc}}$. CP y T están conectados merced al importante teorema CPT, que dice lo siguiente:

En una teoría local en que la densidad lagrangiana es un operador hermitico, N-ordenado e invariante Lorentz, construido mediante campos cuantizados respetando la conexión espin estadística (conmutación o anticonmutacion de campos bosonicos o fermionicos), el producto CPT es una buena simetría.

Teorías no locales (por ejemplo teorías de cuerdas) pueden no ser invariantes Lorentz y, no cumpliendo las condiciones del teorema CPT, manifestar violación de CPT. Por completitud recordamos las transformaciones bajo CPT:

	O	CPT	$(CPT)O(CPT)^{?1}$	
	$c\,?\,C$	□	c^{*}	
Campo escalar	$?(x^{?})$	□	$e^{i(?_C ??_P ??_t)}?^{?}(?x^{?})$	
Campo espinorial (Dirac)	$?\,(x^{?})$	□	$e^{i(?_C ??_P ??_t)}?_5^{*}\overline{?}^{?t}$	(9)
	$\overline{?}(x^{?})$	□	$?\,e^{?i(?_C ??_P ??_t)}\overline{?}^{*}?_5^{*}$	
Campo vectorial	$V_?(x^{?})$	□	$e^{i(v_C ? v_P ? v_t)}V_?^{?}(?x^{?})$	

	O	CPT	$(CPT)O(CPT)^{?1}$	
Escalar	$\overline{?}_1(x^{?})?_2(x^{?})$	□	$\overline{?}_2(?x^{?})?_1(?x^{?})$	
Seudoescalar	$\overline{?}_1(x^{?})?_5?_2(x^{?})$	□	$??\overline{?}_2(?x^{?})?_5?_1(?x^{?})$	
Vector	$\overline{?}_1(x^{?})?_??_2(x^{?})$	□	$??\overline{?}_2(?x^{?})?_??_1(?x^{?})$	(10)
Vector ? axial	$\overline{?}_1(x^{?})?_??_5?_2(x^{?})$	□	$??\overline{?}_2(?x^{?})?_??_5?_1(?x^{?})$	
Tensor	$\overline{?}_1(x^{?})?_{??}?_2(x^{?})$	□	$\overline{?}_2(?x^{?})?_{??}?_1(?x^{?})$	
Seudotensor	$\overline{?}_1(x^{?})?_{??}?_5?_2(x^{?})$	□	$??\overline{?}_2(?x^{?})?_{??}?_5?_1(?x^{?})$	

En el apéndice A detallamos la construcción de las propiedades de transformación de las ecuaciones (1) - (10).

CAPITULO 2

SISTEMA DE DOS ESTADOS

2.1 INTRODUCCION

Como punto de partida considérese un sistema físico que tiene dos estados cuánticos cuyos valores de energías son muy cercanos entre si y muy diferentes respecto a los otros estados del sistema. El propósito es estudiar cual es el efecto que tiene una perturbación externa (o de interacciones internas previamente omitidas) sobre estos dos estados. Cuando la intensidad de la perturbación es suficientemente débil, su efecto sobre los dos estados puede ser calculado, a primer orden en teoría de perturbaciones, ignorando los otros niveles de energía del sistema [1]. Todos los cálculos pueden ser desarrollados en un subespacio bidimensional del espacio de Hilbert asociado al sistema.

A continuación se mostraran algunas propiedades generales de un sistema de dos estados [2], siendo posible, mediante el uso de un modelo matemático simple, predecir el surgimiento de oscilaciones entre los dos estados y entender algunas de las propiedades físicas asociadas a estas oscilaciones.

El subespacio bidimensional queda definido a través de los estados propios $|?_1\rangle$ y $|?_2\rangle$ del Hamiltoniano del sistema libre $\hat{H}_0$ cuyos valores propios son, respectivamente, E_1 y E_2:

$$\hat{H}_0|?_1\rangle ? E_1|?_1\rangle \tag{11}$$

$$\hat{H}_0|?_2\rangle ? E_2|?_2\rangle \tag{12}$$

siendo la base ortonormal, es decir:

$$\langle ?_i|?_j\rangle ? ?_{ij} \quad i, j ? 1,2 \tag{13}$$

Al considerar que en el sistema actúa una perturbación externa o acoplamiento pequeño *o* independiente del tiempo ($\hat{W}$), entonces el sistema perturbado descrito por el Hamiltoniano *(* $\hat{H}$ *)* esta dado por:

$$\hat{H} ? \hat{H}_0 ? \hat{W} \tag{14}$$

cuyas ecuaciones de valores propios son:

$$\hat{H}|?_?\rangle ? E_?|?_?\rangle \tag{15}$$

$$\hat{H}\,|?_?\rangle ? E_?|?_?\rangle \tag{16}$$

donde $|?_?\rangle$ y $E_?$, son los dos estados propios de interés del sistema perturbado y sus correspondientes valores propios, respectivamente. En la base de estados propios $\{|?_1\rangle, |?_2\rangle\}$ de $\hat{H}_0$, la perturbación $\hat{W}$ esta representada por la matriz hermítíca:

$$\overset{\square}{W} \; ? \begin{pmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{pmatrix} \qquad (17)$$

donde $W_{ij} \; ? \; \langle ?_i | \overset{\sqcup}{W} | ?_j \rangle$. Los elementos matriciales de la diagonal (W_{11} y W_{22}) son reales y los elementos no diagonales satisfacen la condición:

$$W_{12} \; ? \; W^{*}{}_{21} \qquad (18)$$

En ausencia del acoplamiento, el sistema podrá encontrarse en los estados estacionarios $|?_1\rangle$ *y* $|?_2\rangle$ las energías posibles correspondientes serán E_1 y E_2 (si el sistema esta en uno de estos dos estados, este permanecerá allí indefinidamente). El problema consiste en determinar cuales son los cambios que aparecen en el sistema al tenerse en cuenta el acoplamiento.

2.2. Efectos del acoplamiento sobre el sistema

2.2.1. E_1 y E_2 ya no son las posibles energías del sistema

Si se mide la energía del sistema, el valor obtenido debe ser uno de los dos valores propios $E_?$ y $E_?$ de $\overset{\sqcup}{H}$ los cuales difieren generalmente de E_1 y E_2.

El primer problema planteado consiste en calcular $E_?$ y $E_?$ en términos de E_1 y E_2 y de los elementos W_{ij} de la matriz que representa a $\overset{\sqcup}{W}$.

2.2. 2. $|?_1\rangle$ *y* $|?_2\rangle$ ya no son estados estacionarios

Debido a que $|?_1\rangle$ *y* $|?_2\rangle$ no son, generalmente, estados propios del Hamiltoniano total $\overset{\sqcup}{H}$ entonces estos estados dejan de ser estacionarios. Si, por ejemplo, el sistema en el tiempo *t* = 0 esta en el estado $|?_1\rangle$, existe una cierta probabilidad $P_{12}(t)$ de encontrarlo en el estado $|?_2\rangle$ en el tiempo *t:* $\overset{\sqcup}{W}$ induce transiciones entre los dos estados del sistema sin perturbar. De aquí el nombre de *acoplamiento* (entre $|?_1\rangle$ *y* $|?_2\rangle$) dado a $\overset{\sqcup}{W}$. Este aspecto dinámico del efecto de $\overset{\sqcup}{W}$ sobre el sistema, constituye el segundo problema que será considerado a continuación.

2.3. Aspecto estático: efecto del acoplamiento sobre los estados estacionarios del sistema: expresiones para los estados propios y los valores propios de $\overset{\sqcup}{H}$

En la base $\{|?_1\rangle, |?_2\rangle\}$, la matriz que representa *a* $\hat{H}$ *se* escribe:

$$H ? \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} ? \begin{pmatrix} E_1 ? W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & E_2 ? W_{22} \end{pmatrix} \tag{19}$$

Diagonalizando esta matriz, se encuentra que los valores propios correspondientes son (ver apéndice B):

$$\begin{aligned} E_? &? \frac{1}{2}(H_{11} ? H_{22}) ? \frac{1}{2}\sqrt{(H_{11} ? H_{22})^2 ? 4|H_{12}|^2}, \\ E_? &? \frac{1}{2}(H_{11} ? H_{22}) ? \frac{1}{2}\sqrt{(H_{11} ? H_{22})^2 ? 4|H_{12}|^2}, \end{aligned} \tag{20}$$

los cuales pueden escribirse equivalentemente como:

$$E_? ? \frac{1}{2}(E_1 ? W_{11} ? E_2 ? W_{22}) ? \frac{1}{2}\sqrt{(E_1 ? W_{11} ? E_2 ? W_{22})^2 ? 4|W_{12}|^2}, \tag{21}$$

y

$$E_? ? \frac{1}{2}(E_1 ? W_{11} ? E_2 ? W_{22}) ? \frac{1}{2}\sqrt{(E_1 ? W_{11} ? E_2 ? W_{22})^2 ? 4|W_{12}|^2}, \tag{22}$$

Los vectores propios respectivos asociados con $E_?$ y $E_?$, son (ver apéndice B):

$$|?_?\rangle ? e^{?i\frac{?}{2}} \cos\frac{?}{2}|?_1\rangle ? e^{i\frac{?}{2}} sen\frac{?}{2}|?_2\rangle, \tag{23}$$

$$|?_?\rangle ? ?e^{?i\frac{?}{2}} sen\frac{?}{2}|?_1\rangle ? e^{i\frac{?}{2}} \cos\frac{?}{2}|?_2\rangle, \tag{24}$$

donde los ángulos $?$ *y* $?$ están definidos por:

$$\tan ? ? \frac{2|W_{12}|}{E_1 ? W_{11} ? E_2 ? W_{22}} \quad con\ 0 ? ? ? ?, \tag{25}$$

$$W_{21} ? |W_{21}|e^{i?}. \quad con\ 0 ? ? ? 2? \tag{26}$$

2.4. Aspecto dinámico: oscilación del sistema entre dos estados

2.4.1. Evolución del vector de estado

La evolución en el tiempo de los estados del sistema perturbado puede describirse, en forma general, mediante la superposición de los dos estados estacionarios $|?_1\rangle$ *y* $|?_2\rangle$, de forma tal que:

$$|?\,(t)\rangle \;?\; a_1(t)|?_1\rangle \;?\; a_2(t)|?_2\rangle, \tag{27}$$

donde los coeficientes de la expansión $a_1(t)$ y $a_2(t)$ dependen explícitamente del tiempo. El ket $|?\,(t)\rangle$ representa al estado del sistema en el instante t. La evolución de $|?\,(t)\rangle$, en presencia del acoplamiento *W*', está dada por la ecuación de Schrodinger:

$$i\square\,\frac{d}{dt}|?\,(t)\rangle \;?\; (H_0 \;?\; W)|?\,(t)\rangle \tag{28}$$

Al proyectar esta ecuación en la base $|?_1\rangle$ *y* $|?_2\rangle$, se obtiene que:

$$i\square\,\frac{d}{dt}?a_1(t)|?_1\rangle \;?\; a_2(t)|?_2\rangle?\;?\;(E \;?\; W)?a_1(t)|?_1\rangle \;?\; a_2(t)|?_2\rangle? \tag{29}$$

donde se han usado las expresiones (17), (27) y adicionalmente se ha tenido en cuenta que $W_{11} \;?\; W_{22} \;?\; 0$. Esta última expresión puede ser separada en dos partes:

$$i\square\,\frac{d}{dt}a_1(t) \;?\; E_1 a_1(t) \;?\; W_{12}a_2(t) \tag{30}$$

$$i\square\,\frac{d}{dt}a_2(t) \;?\; W_{21}a_1(t) \;?\; E_2 a_2(t) \tag{31}$$

Si $|W_{12}| \;?\; 0$, las ecuaciones (30) y (31) constituyen un sistema lineal de ecuaciones diferenciales homogéneas acopladas. El método clásico de resolver tal sistema de ecuaciones se reduce a descomponer $|?\,(0)\rangle$ en términos de $|?_?\rangle$ y $|?_?\rangle$ así:

$$|?\,(0)\rangle \;?\; ?|?_?\rangle \;?\; ?|?_?\rangle \tag{32}$$

siendo $|?\,(0)\rangle$ el estado del sistema perturbado en el tiempo t=0 y los coeficientes $?$ y $?$ estando definidos por las condiciones iniciales. Entonces, el estado del sistema perturbado en un tiempo posterior t está dado por:

$$\left|? \ (t)\right\rangle \ ? \ e^{?iE_? t/\hbar} ?\left|? \ _?\right\rangle \ ? \ ?e^{?iE_? t/\hbar}\left|? \ _?\right\rangle \qquad (33)$$

donde es posible obtener $a_1(t)$ y $a_2(t)$ proyectando $\left|? \ (t)\right\rangle$ sobre $\left|?_1\right\rangle$ *y* $\left|? \ _2\right\rangle$. A continuación se muestra que el sistema perturbado, cuyos estados están descritos por (33), puede oscilar entre los dos estados no perturbados $\left|?_1\right\rangle$ *y* $\left|? \ _2\right\rangle$. Para ver esto, se asume que el sistema en el tiempo *t* = O se encuentra en el estado $\left|?_1\right\rangle$:

$$\left|? \ (0)\right\rangle \ ? \ \left|? \ _1\right\rangle \qquad (34)$$

y se calcula la probabilidad $P_{12}(t)$ de encontrarlo en el estado $\left|? \ _2\right\rangle$ en el tiempo t.

2.4.2 Cálculo de $P_{12}(t)$

Como se hizo en (32), se expande el ket $\left|? \ (0)\right\rangle$ dado en (34) sobre la base $\{\left|?_1\right\rangle$, $\left|? \ _2\right\rangle\}$. Invirtiendo las ecuaciones (23) y (24), se obtiene:

$$\left|? \ (0)\right\rangle \ ? \ \left|? \ _1\right\rangle \ ? \ e^{i\frac{?}{2}} \begin{matrix}?\\?\\?\end{matrix}\cos\frac{?}{2}\left|? \ _?\right\rangle \ ? \ sen\frac{?}{2}\left|? \ _?\right\rangle\begin{matrix}?\\?\\?\end{matrix} \qquad (35)$$

de lo cual se deduce, usando (33), que:

$$\left|? \ (t)\right\rangle \ ? \ e^{i\frac{?}{2}} \begin{matrix}?\\?\\?\end{matrix} e^{?i\frac{E_? t}{\hbar}} \cos\frac{?}{2}\left|? \ _?\right\rangle \ ? \ e^{?i\frac{E_? t}{\hbar}} sen\frac{?}{2}\left|? \ _?\right\rangle\begin{matrix}?\\?\\?\end{matrix} \qquad (36)$$

La amplitud de probabilidad de encontrar el sistema en el tiempo *t* en el estado $\left|? \ _2\right\rangle$ se escribe:

$$\left\langle ? \ _2\right|\left.? \ (t)\right\rangle \ ? \ e^{i\frac{?}{2}} \begin{matrix}?\\?\\?\end{matrix}\cos\frac{?}{2} e^{?i\frac{E_? t}{\hbar}}\left\langle ? \ _2\right|\left.? \ _?\right\rangle \ ? \ sen\frac{?}{2} e^{?i\frac{E_? t}{\hbar}}\left\langle ? \ _2\right|\left.? \ _?\right\rangle\begin{matrix}?\\?\\?\end{matrix}, \qquad (37)$$

expresión que puede rescribirse como:

$$\left\langle ? \ _2\right|\left.? \ (t)\right\rangle \ ? \ e^{i?} \cos\frac{?}{2} sen\frac{?}{2} \begin{matrix}?\\?\\?\end{matrix} e^{?i\frac{E_? t}{\hbar}} \ ? \ e^{?i\frac{E_? t}{\hbar}} \begin{matrix}?\\?\\?\end{matrix} \qquad (38)$$

siendo esta última ecuación la que permite calcular $P_{12}(t) \ ? \ \left|\left\langle ? \ _2\right|\left.? \ (t)\right\rangle\right|^2$. Mediante un desarrollo algebraico es posible rescribir (38) de la siguiente forma:

$$\left|\left\langle ? \ _2\right|\left.? \ (t)\right\rangle\right|^2 \ ? \ \frac{4\left|W_{12}\right|^2}{4\left|W_{12}\right|^2 \ ? \ (E_1 \ ? \ E_2)^2} sen^2(\sqrt{4\left|W_{12}\right|^2 \ ? \ (E_1 \ ? \ E_2)^2} \ \frac{t}{2\hbar}), \qquad (39)$$

ecuación que es conocida como la fórmula de Rabi. [CIT.]

2.5. Efectos de un acoplamiento entre un estado estable y un estado inestable.

Los efectos de un acoplamiento $\hat{W}$ entre dos estados $|?_1\rangle$ *y* $|?_2\rangle$ de energías E_1 y E_2 ya fueron discutidos. Pero ¿qué modificaciones aparecerán cuando uno de los dos estados ($|?_1\rangle$ por ejemplo) sea inestable?.

Se asumirá, por ejemplo, que $|?_1\rangle$ es un estado excitado. Cuando el sistema se encuentra en este estado, el sistema puede caer a un nivel de más baja energía a través de la emisión espontánea, con una probabilidad de $1/?_1$ por unidad de tiempo: $?_1$ es el tiempo de vida del estado inestable $|?_1\rangle$. De otra parte, se asumirá que en ausencia del acoplamiento $\hat{W}$ el estado $|?_2\rangle$ es estable *(*$?_2$ es infinito). Una forma sencilla de tomar en cuenta la inestabilidad de un estado es agregando un término imaginario a la energía correspondiente. Por tal motivo, la energía E_1 del estado $|?_1\rangle$ se remplaza por:

$$E_1^{?} ? E_1 ? i\frac{\hbar}{2}?_1, \tag{40}$$

con el ancho de decaimiento ($?_1$) dado por:

$$?_1 ? \frac{1}{?_1} \tag{41}$$

(puesto que $?_2$ es infinito, $?_2$ es cero, y $E_2^{?} ? E_2$*).* En ausencia del acoplamiento, la matriz que representa el Hamiltoniano del sistema, $\hat{H}_0$ puede ser escrito en la base $\{|?_1\rangle, |?_2\rangle\}$ como:

$$H_0 :? \begin{pmatrix} E_1^? & 0 \\ 0 & E_2^? \end{pmatrix} ? \begin{pmatrix} E_1 ? i\frac{\hbar}{2}?_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix}, \tag{42}$$

siendo $\hat{H}_0$ una matriz no hermítíca.

2.6. Influencia de un acoplamiento débil sobre estados de diferentes energías.

Ahora, se asume que se adiciona al sistema una perturbación $\hat{W}$ débil, cuya representación matricial en la base $\{|\varphi_1\rangle, |\varphi_2\rangle\}$ es:

$$W : \begin{pmatrix} 0 & W_{12} \\ W_{21} & 0 \end{pmatrix} \tag{43}$$

¿Qué efecto causa la perturbación sobre los niveles de energía y los tiempos de vida?. Para responder esta pregunta se calculan los valores propios de energía de la matriz:

$$H = H_0 + W = \begin{pmatrix} E_1 - i\frac{\hbar}{2}\gamma_1 & W_{12} \\ W_{21} & E_2 \end{pmatrix}, \tag{44}$$

Los valores propios de (44) se denotan como λ'_1 *y* λ'_2, *y* ellos corresponden a las raíces de la ecuación:

$$\lambda^2 - \lambda\left(E_1 + E_2 - i\frac{\hbar}{2}\gamma_1\right) + E_1E_2 - i\frac{\hbar}{2}\gamma_1 E_2 - |W_{12}|^2 = 0 \tag{45}$$

Debido a que se está considerando el caso de un acoplamiento débil, se satisface la condición

$$|W_{12}| \ll \sqrt{(E_1 - E_2)^2 + \frac{\hbar^2}{4}\gamma_1^2}, \tag{46}$$

de tal forma que los valores propios obtenidos son:

$$\lambda'_1 \approx E_1 - i\frac{\hbar}{2}\gamma_1 + \frac{|W_{12}|^2}{E_1 - E_2 - i\frac{\hbar}{2}\gamma_1} \tag{47}$$

y

$$\lambda'_2 \approx E_2 + \frac{|W_{12}|^2}{E_2 - E_1 + i\frac{\hbar}{2}\gamma_1} \tag{48}$$

Las energías de los autoestados en la presencia del acoplamiento son la parte real de λ'_1 *y* λ'_2, y los tiempos de vida son inversamente proporcionales a su parte imaginaria. Se puede observar en las dos últimas ecuaciones que el acoplamiento cambia las energías y los tiempos de vida. En particular, se encuentra que λ'_1 *y*

$?_2^{\prime}$, son complejos cuando $|W_{12}|$ no es cero: en la presencia del acoplamiento, ya no hay estados estables. Por lo tanto, se puede escribir $?_2^{\prime}$, en la forma:

$$?_2^{\prime} ? ?_2 ? i\frac{\square}{2}?_2 \tag{49}$$

con

$$?_2 ? E_2 ? \frac{(E_2 ? E_1)|W_{12}|^2}{(E_2 ? E_1)^2 ? \frac{\square^2}{4}?_1^2} \tag{50}$$

y

$$?_2 ? ?_1 ? \frac{|W_{12}|^2}{(E_2 ? E_1)^2 ? \frac{\square^2}{4}?_1^2} \tag{51}$$

El estado $|?_2\rangle$ adquiere, además, bajo el efecto del acoplamiento, un tiempo de vida finito cuyo inverso está definido en la última ecuación (Fórmula de Bethe). Este resultado es fácilmente entendible desde el punto de vista físico: si el sistema en un tiempo *t = O* está en el estado estable $|?_2\rangle$, hay una probabilidad diferente de cero, en un tiempo t, de encontrarlo en el estado $|?_1\rangle$, el cual a su vez tiene asociado un tiempo de vida finito.

2.7. Influencia de un acoplamiento arbitrario sobre estados de igual energía

Cuando las energías E_1 y E_2 son iguales, el operador $\hat{H}$ puede ser escrito de la siguiente manera:

$$\hat{H} ? ?E_1 ? i\frac{\square}{4}?_1?\hat{1} ? \hat{K}, \tag{52}$$

donde $\hat{1}$ es el operador identidad y $\hat{K}$ es el operador cuya matriz en la base $\{|?_1\rangle$, $|?_2\rangle\}$ es:

$$K ? ?\begin{matrix} ? i\frac{\square}{4}?_1 & W_{12} \\ W_{12}^* & i\frac{\square}{4}?_1 \end{matrix}? \tag{53}$$

Los valores propios k_1 y k_2 de *K* son las dos soluciones de la ecuación característica:

$$k^2 ? |W_{12}|^2 ? \frac{\square^2}{16} ?_1^2, \tag{54}$$

de tal forma que los valores propios tienen valores opuestos, es decir:

$$k_1 ? ?k_2 \tag{55}$$

Esto último conlleva a que los valores propios de $\overset{\sqcup}{H}$ tomen la siguiente forma:

$$?_1 ? ? E_1 ? i\frac{\square}{4}?_1 ? k_1 \tag{56}$$

y

$$?_2 ? ? E_1 ? i\frac{\square}{4}?_1 ? k_1 \tag{57}$$

Los vectores propios *de* $\overset{\sqcup}{H}$ *y K* son los mismos, de tal forma que a través de un cálculo simple es posible obtener los vectores propios $|?_1\rangle$ *y* $|?_2\rangle$ correspondientes, dados por:

$$|?_1\rangle ? W_{12}|?_1\rangle ? ?k_1 ? i\frac{\square}{4}?_1 ?|?_2\rangle \tag{58}$$

$$|?_2\rangle ? W_{12}|?_1\rangle ? ?? k_1 ? i\frac{\square}{4}?_1 ?|?_2\rangle \tag{59}$$

Si el sistema en el tiempo *t* = O se encuentra en el estado $|?_2\rangle$ (el cual sería estable en ausencia del acoplamiento), entonces se cumple que:

$$|?(t ? 0)\rangle ? |?_2\rangle ? \frac{1}{2k_1}?|?_1\rangle ? |?_2\rangle? \tag{60}$$

Usando (56) y (57), se puede observar, que en un tiempo t, el vector de estado es:

$$|?(t)\rangle ? \frac{1}{2k_1} e^{?iE_1\frac{t}{\square}} e^{?\frac{1}{4}?_1 t} ? e^{?i\frac{k_1 t}{\square}}|?_1\rangle ? e^{i\frac{k_1 t}{\square}}|?_2\rangle ? \tag{61}$$

y la probabilidad $P_{12}(t)$ de encontrar el sistema en el tiempo *t* en el estado $|?_1\rangle$ estará dada por:

$$P_{12}(t) ? |\langle ?_2|?(t)\rangle|^2 \tag{62}$$

o equivalentemente:

$$P_{12}(t) \; ? \; \frac{1}{4|k_1|^2} e^{?i\frac{?_1 t}{2}} |W_{12}|^2 \left| e^{?i\frac{k_1 t}{\square}} \; ? \; e^{i\frac{k_1 t}{\square}} \right|^2 \qquad (63)$$

El último resultado permite distinguir tres casos:

(i) Cuando la condición:

$$|W_{12}| \; ? \; \frac{\square}{4} ?_1 \qquad (64)$$

es satisfecha, usando (54), se obtiene directamente que:

$$k_1 \; ? \; ?k_2 \; ? \; \sqrt{|W_{12}|^2 \; ? \; (\frac{\square}{4} ?_1)^2} \qquad (65)$$

y los valores propios $?_1^{c}$ y $?_2^{c}$, están dados por:

$$?_1^{c} ?? \; E_1 \; ? \; \sqrt{|W_{12}|^2 \; ? \; ?\frac{\square}{4} ?_1 ?^2} \; ? \; i\frac{\square}{4} ?_1, \qquad (66)$$

$$?_2^{c} ? \; E_1 \; ? \; \sqrt{|W_{12}|^2 \; ? \; ?\frac{\square}{4} ?_1 ?^2} \; ? \; i\frac{\square}{4} ?_1. \qquad (67)$$

Se nota que $?_1^{c}$ y $?_2^{c}$, tienen la misma parte imaginaria, pero diferente parte real. Los estados $|?_1^{c}\rangle$ y $|?_2^{c}\rangle$ tienen el mismo tiempo de vida, $2?_1$, pero diferentes energías.

Sustituyendo (65) en (63) se obtiene:

$$P_{12}(t) \; ? \; \frac{|W_{12}|^2}{|W_{12}|^2 \; ? \; ?\frac{\square}{4} ?_1 ?^2} e^{?\frac{?_1 t}{2}} sen^2 \sqrt{|W_{12}|^2 \; ? \; ?\frac{\square}{4} ?_1 ?^2} \, \frac{t}{\square} \qquad (68)$$

La forma de este resultado es la de la Fórmula de Rabí.

La condición dada por (64) expresa el hecho que el acoplamiento es suficientemente fuerte como para hacer que el sistema oscile entre los dos estados $|?_1\rangle$ y $|?_2\rangle$ antes de que se manifieste la inestabilidad del estado $|?_1\rangle$.

(ii) Si la condición:

$$|W_{12}| ? \frac{□}{4} ?_1 \tag{69}$$

es satisfecha, entonces se tiene que:

$$k_1 \; ? \; ?k_2 \; ? \; i\sqrt{(\frac{□}{4} ?_1)^2 \; ? \; |W_{12}|^2}, \tag{70}$$

obteniéndose que los valores propios, en este caso, son:

$$??_1? \; E_1 \; ? \; i ? \frac{□}{4} ?_1 \; ? \sqrt{? \frac{□}{4} ?_1 ?^2 \; ? \; |W_{12}|^2} ?, \tag{71}$$

$$??_2 ? \; E_1 \; ? \; i ? \frac{□}{4} ?_1 \; ? \sqrt{? \frac{□}{4} ?_1 ?^2 \; ? \; |W_{12}|^2} ?. \tag{72}$$

Los estados $|? ?_1\rangle$ *y* $|? ?_2\rangle$ tienen la misma energía y diferentes tiempos de vida. Entonces la ecuación (63), para este caso, queda expresada como:

$$P_{12}(t) \; ? \; \frac{|W_{12}|^2}{? \frac{□}{4} ?_1 ?^2 \; ? \; |W_{12}|^2} e^{? \frac{?_1 t}{2}} senh^2 \sqrt{? \frac{□}{4} ?_1 ?^2 \; ? \; |W_{12}|^2} \; \frac{t}{□} \tag{73}$$

La condición dada por (69) implica que el tiempo de vida $?_1$ es tan pequeño que el sistema se amortigua completamente antes de que el acoplamiento *W* haya tenido tiempo de hacer oscilar el sistema entre los estados $|?_1\rangle$ *y* $|?_2\rangle$.

(iii) Condición:

$$|W_{12}| ? \frac{□}{4} ?_1 \tag{74}$$

De (56) y (57) se puede observar que los estados $|? ?_1\rangle$ *y* $|? ?_2\rangle$ tienen la misma energía y el mismo tiempo de vida $2?_1$. Las ecuaciones (69) y (73), para este caso, toman la forma:

$$P_{12}(t) \; ? \; \frac{|W_{12}|^2}{□^2} t^2 e^{? \frac{?_1 t}{2}} \tag{75}$$

La condición dada por (74) implica que el sistema se amortigua mucho más rápidamente que en el caso anterior y, por supuesto, el acoplamiento *W* no tiene tiempo para hacer oscilar el sistema entre los estados $|?_1\rangle$ *y* $|?_2\rangle$.

La anterior discusión es similar a aquella del movimiento clásico de un oscilador armónico amortiguado. Las condiciones (64), (69) y (74) corresponden, respectivamente, al movimiento oscilatorio amortiguado, al sobreamortiguado y al amortiguado crítico.

2.8 ECUACIÓN DE SCHRÓDINGER

2.8.1. Combinaciones lineales de K_L *y* K_S

El kaón de larga vida, K_L, y el kaón de corta vida, K_S se pueden expresar como combinaciones lineales de autoestados de *CP*, que a su vez son combinaciones lineales de los autoestados de sabor K^0 *y* $\overline{K^0}$*:*

$$|K_L\rangle ? \frac{1}{\sqrt{1 ? |\bar{?}_K|^2}}(|K_2\rangle ? \bar{?}_K|K_1\rangle) \tag{76}$$

$$|K_S\rangle ? \frac{1}{\sqrt{1 ? |\bar{?}_K|^2}}(|K_1\rangle ? \bar{?}_K|K_2\rangle) \tag{77}$$

en donde $|K_1\rangle$ *y* $|K_2\rangle$ son los autoestados, par e impar, respectivamente, de *CP:*

$$\begin{aligned} |K_1\rangle &? \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle ? |\overline{K^0}\rangle), \\ |K_2\rangle &? \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle ? |\overline{K^0}\rangle) \end{aligned} \tag{78}$$

De esta manera se puede observar que $|K_L\rangle$ es en su mayoría un estado $|K_2\rangle$ impar de *CP* con una pequeña mezcla de un estado $|K_1\rangle$ par de *CP, y* $|K_S\rangle$ es en su mayoría un estado $|K_1\rangle$ par de *CP* con una pequeña mezcla de un estado $|K_2\rangle$ impar de *CP.* El parámetro $\bar{?}_K$ representa la medida de la violación de *CP* en estos estados mezclados. (Es importante notar que $CP|K^0\rangle ? |\overline{K^0}\rangle$ *y* $CP|\overline{K^0}\rangle ? |K^0\rangle$).

2.8.2. Autovalores y autoestados de la ecuación de Schródinger:

Al resolver la ecuación de Schrodinger para el sistema K^0 - $\overline{K^0}$:

$$i\frac{d?(t)}{dt} ? ? ?(t) \tag{79}$$

en donde

$$? ? \begin{pmatrix} M_{11} ? i?_{11}/2 & M_{12} ? i?_{12}/2 \\ M^*_{21} ? i?^*_{21}/2 & M_{11} ? i?_{11}/2 \end{pmatrix} \tag{80}$$

y

$$?(t) ? a_K(t)\left|K^0\right\rangle ? a_{\overline{K}}(t)\left|\overline{K^0}\right\rangle \tag{81}$$

siendo $a_K(t)$ *y* $a_{\overline{K}}(t)$ los parámetros dependientes del tiempo que indican la respectiva contribución de los estados K^0 y $\overline{K^0}$ a la superposición que define al autoestado $?(t)$ se han obtenido las expresiones de los valores propios que relacionan la masa y el ancho de decaimiento para el kaón de corta vida K_S *y* el kaón de larga vida K_L con los elementos matriciales del hamiltoniano (ver apéndice B):

$$M_S ? i?_S/2 ? M_{11} ? i?_{11}/2 ? R \tag{82}$$

$$M_L ? i?_L/2 ? M_{11} ? i?_{11}/2 ? R \tag{83}$$

en donde:

$$R ? \{(M_{12} ? i?_{12}/2)(M^*_{12} ? i?^*_{12}/2)\}^{1/2}. \tag{84}$$

De igual forma, los autoestados se pueden escribir como

$$\left|K_S\right\rangle ? \frac{1}{\sqrt{2M^*_{12}}}\{(M_{12} ? i?_{12}/2)^{1/2}\left|K^0\right\rangle ? (M^*_{12} ? i?^*_{12}/2)^{1/2}\left|\overline{K^0}\right\rangle\} \tag{85}$$

$$\left|K_L\right\rangle ? \frac{1}{\sqrt{2M^*_{12}}}\{(M_{12} ? i?_{12}/2)^{1/2}\left|K^0\right\rangle ? (M^*_{12} ? i?^*_{12}/2)^{1/2}\left|\overline{K^0}\right\rangle\} \tag{86}$$

2.9 OSCILACIONES DE PARTÍCULAS-ANTIPARTÍCULAS

2.9.1 Sistema $P^0 - \overline{P}^0$

Se presentará el formalismo mecánico-cuántico para las oscilaciones de partículas-antipartículas, y se mostrará como la violación de *CP* puede manifestarse allí. El formalismo de las oscilaciones de partícula-antipartícula presentado aquí es muy general. Este formalismo describe una situación en el cual las partículas son distinguidas por un número cuántico interno como el de extrañeza, el de belleza, el de encanto, etc., o el número leptónico, el número bariónico, etc.; como las interacciones débiles no conservan estos números cuánticos, pueden ocurrir transiciones partícula-antipartícula donde el número cuántico cambia por dos unidades. No se contemplará violación de la conservación de la carga eléctrica y además solo se estudiarán estados eléctricamente neutros P^0 y $\overline{P}^0$. P^0 puede ser K^0, D^0, B^0 un neutrón o un neutrino. P^0 y $\overline{P}^0$ se distinguen simplemente por un número cuántico interno F con la propiedad que $\Delta F = 0$ para H_{fuerte} y H_{QED} mientras que $\Delta F = 2$ para H_{debil}. Vamos a suponer que H_{debil} acopla P^0 y $\overline{P}^0$ a un estado común I: Entonces $H_{debil} = Hdebil$ inducirá una transición $P^0 \to \overline{P}^0$ como un proceso de un paso o como una iteración de dos reacciones $\Delta F = 1$ a través de un estado intermedio I:

$$P^0 \xrightarrow{\Delta F = 1} I \xrightarrow{\Delta F = 1} \overline{P}^0, \tag{87}$$

$$\overline{P}^0 \xrightarrow{\Delta F = -1} I \xrightarrow{\Delta F = -1} P^0. \tag{88}$$

I puede representar un estado común a los decaimientos de P^0 y $\overline{P}^0$ o puede denotar un estado virtual. Todo esto puede ser tenido en cuenta considerando el Hamiltoniano para un estado con un número cuántico F:

$$H = H_{\Delta F = 0} + H_{|\Delta F| = 1} + H_{|\Delta F| = 2}. \tag{89}$$

$H_{\Delta F = 0}$ contiene las fuerzas electromagnética y fuerte las cuales conservan F; $H_{|\Delta F| = 1}$ denota la fuerza débil que cambia F por una unidad; $H_{|\Delta F| = 2}$. permite la presencia de la llamada fuerza superdébil que cambia F por dos unidades, produciendo así $P^0 \to \overline{P}^0$ como un proceso de un paso.

La evolución temporal del sistema $P^0 - \overline{P}^0$, incluyendo sus decaimientos, está dada por un vector en el espacio de Hilbert:

$$\left|? \ (t)\right\rangle \ ? \ a(t)\left|P^0\right\rangle ? \ b(t)\left|\overline{P}^0\right\rangle ? \ c(t)\left|? \, ?\right\rangle ? \ d(t)\left|3?\right\rangle ? \ e(t)\left|? l \bar{\nu}_l\right\rangle ....., \tag{90}$$

donde l es un electrón o un muón, y la ecuación de Schródinger es:

$$i \frac{?}{?t} ? \ ? \ H? \ , \tag{91}$$

siendo H una matriz hermítíca infinito-dimensional en el espacio de Hilbert. La dependencia total temporal de $?\,(t)$ no puede ser obtenida rigurosamente.

La situación se simplifica dramáticamente y llega a ser tratable si se considera el siguiente escenario:

- El estado inicial es una combinación solamente de P^0 y $\overline{P}^0$:
  $\left|? \ (0)\right\rangle \ ? \ a(0)\left|P^0\right\rangle ? \ b(0)\left|\overline{P}^0\right\rangle.$

- Nos interesaremos únicamente en $a(t)$ y $b(t)$.

- Nos restringiremos a escalas de tiempo mucho más grandes que la escala de interacción fuerte típica. Esta es la llamada aproximación de Weisskopf - Wigner.

Entonces, se puede escribir

$$i \frac{?}{?t} ? \ (t) \ ? \ N? \ (t), \tag{92}$$

donde $?\,(t)$ está restringido al subespacio de P^0 y $\overline{P}^0$:

$$? \ (t) \ ? \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} \tag{93}$$

2.9.2 Evolución temporal

El comportamiento temporal de dos estados eléctricamente neutros puede ser descrito en términos de dos bases equivalentes; es decir, en el de la interacción fuerte o de autoestados P^0 y $\overline{P}^0$ o en el de autoestados de masa P_L y P_S. Donde

$$|P_L\rangle ? \frac{1}{\sqrt{1 ? |\bar{?}_P|^2}}(|P_2\rangle ? \bar{?}_P|P_1\rangle)$$

$$|P_S\rangle ? \frac{1}{\sqrt{1 ? |\bar{?}_P|^2}}(|P_1\rangle ? \bar{?}_P|P_2\rangle) \qquad (94)$$

y

$$|P_1\rangle ? \frac{1}{\sqrt{2}}(|P^0\rangle ? |\overline{P^0}\rangle),$$

$$|P_2\rangle ? \frac{1}{\sqrt{2}}(|P^0\rangle ? |\overline{P^0}\rangle), \qquad (95)$$

entonces se tiene que

$$|P_L\rangle ? \frac{1}{\sqrt{1 ? |\bar{?}_P|^2}} ? \frac{1}{\sqrt{2}}(|P^0\rangle ? |\overline{P^0}\rangle) ? \frac{\bar{?}_P}{\sqrt{2}}(|P^0\rangle ? |\overline{P^0}\rangle) ?$$

$$|P_L\rangle ? \frac{1}{\sqrt{2(1 ? |\bar{?}_P|^2)}} ? (1 ? \bar{?}_P)|P^0\rangle ? (\bar{?}_P ? 1)|\overline{P^0}\rangle ?$$

$$|P_L\rangle ? \frac{1}{\sqrt{2(1 ? |\bar{?}_P|^2)}} ? (1 ? \bar{?}_P)|P^0\rangle ? (1 ? \bar{?}_P)|\overline{P^0}\rangle ? \qquad (96)$$

y

$$|P_S\rangle ? \frac{1}{\sqrt{1 ? |\bar{?}_P|^2}} ? \frac{1}{\sqrt{2}}(|P^0\rangle ? |\overline{P^0}\rangle) ? \frac{\bar{?}_P}{\sqrt{2}}(|P^0\rangle ? |\overline{P^0}\rangle) ?$$

$$|P_S\rangle ? \frac{1}{\sqrt{2(1 ? |\bar{?}_P|^2)}} ? (1 ? \bar{?}_P)|P^0\rangle ? (1 ? \bar{?}_P)|\overline{P^0}\rangle ? \qquad (97)$$

Entonces, de (96) se tiene que

$$|P^0\rangle ? \frac{\sqrt{2(1 ? |\bar{?}_P|^2)}|P_L\rangle ? (1 ? \bar{?}_P)|\overline{P^0}\rangle}{(1 ? \bar{?}_P)} \qquad (98)$$

y de (97)

$$\left|P^0\right\rangle ? \frac{\sqrt{2(1 ? |\bar{?}_P|^2)}\,\left|P_S\right\rangle ? (1 ? \bar{?}_P)\left|\overline{P^0}\right\rangle}{(1 ? \bar{?}_P)} \tag{99}$$

Al sumar (98) y (99) se obtiene

$$2\left|P^0\right\rangle ? \frac{\sqrt{2(1 ? |\bar{?}_P|^2)}}{(1 ? \bar{?}_P)} ?\left|P_L\right\rangle ? \left|P_S\right\rangle ?$$

$$\left|P^0\right\rangle ? \frac{\sqrt{2(1 ? |\bar{?}_P|^2)}}{2(1 ? \bar{?}_P)} ?\left|P_L\right\rangle ? \left|P_S\right\rangle ?$$

$$\left|P^0\right\rangle ? \frac{\sqrt{1 ? |\bar{?}_P|^2}}{\sqrt{2}(1 ? \bar{?}_P)} ?\left|P_L\right\rangle ? \left|P_S\right\rangle ? \tag{100}$$

El operador evolución temporal permite definir que (Ver sección 2.4.1):

$$\left|P_L(t)\right\rangle ? e^{? i(M_L ? \frac{i}{2} ?_L)t}\left|P_L\right\rangle$$

$$\left|P_S(t)\right\rangle ? e^{? i(M_S ? \frac{i}{2} ?_S)t}\left|P_S\right\rangle \tag{101}$$

Entonces (100) resulta

$$\left|P^0(t)\right\rangle ? \frac{\sqrt{1 ? |\bar{?}_P|^2}}{\sqrt{2}(1 ? \bar{?}_P)} ? e^{? i(M_L ? \frac{i}{2} ?_L)t}\left|P_L\right\rangle ? e^{? i(M_S ? \frac{i}{2} ?_S)t}\left|P_S\right\rangle ? \tag{102}$$

y remplazando (96) y (97) en (102) se tiene

$$\left|P^0(t)\right\rangle ? \frac{\sqrt{1 ? |\bar{?}_P|^2}}{\sqrt{2}(1 ? \bar{?}_P)} ? \frac{e^{?i(M_L ? \frac{i}{2} ?_L)t}}{\sqrt{2(1 ? |\bar{?}_P|^2)}} ?(1 ? \bar{?}_P)\left|P^0\right\rangle ? (1 ? \bar{?}_P)\left|\overline{P^0}\right\rangle ? ? \frac{e^{?i(M_S ? \frac{i}{2} ?_S)t}}{\sqrt{2(1 ? |\bar{?}_P|^2)}} ?(1 ? \bar{?}_P)\left|P^0\right\rangle ? (1 ? \bar{?}_P)\left|\overline{P^0}\right\rangle ? ?$$

$$? \frac{\sqrt{1 ? |\bar{?}_P|^2}}{\sqrt{2}(1 ? \bar{?}_P)} ? \frac{(1 ? \bar{?}_P)}{\sqrt{2}\sqrt{1 ? |\bar{?}_P|^2}} ? e^{?i(M_L ? \frac{i}{2} ?_L)t} ? e^{?i(M_S ? \frac{i}{2} ?_S)t} ?\left|P^0\right\rangle ? \frac{(1 ? \bar{?}_P)}{\sqrt{2}\sqrt{1 ? |\bar{?}_P|^2}} ? e^{?i(M_L ? \frac{i}{2} ?_L)t} ? e^{?i(M_S ? \frac{i}{2} ?_S)t} ?\left|\overline{P^0}\right\rangle ? ?$$

$$? \frac{1}{2} ? e^{? i(M_L ? \frac{i}{2} ?_L)t} ? e^{? i(M_S ? \frac{i}{2} ?_S)t} ? \left| P^0 \right\rangle ? \frac{(1 ? \bar{?}_P)}{2(1 ? \bar{?}_P)} ? e^{? i(M_L ? \frac{i}{2} ?_L)t} ? e^{? i(M_S ? \frac{i}{2} ?_S)t} ? \left| \overline{P^0} \right\rangle \quad (103)$$

Entonces

$$\left| P^0(t) \right\rangle ? f_?(t) \left| P^0 \right\rangle ? \frac{1 ? \bar{?}_P}{1 ? \bar{?}_P} f_?(t) \left| \overline{P}^0 \right\rangle \quad (104)$$

con

$$f_? ? 1/2 ? e^{? i(M_S ? \frac{i}{2} ?_S)t} ? e^{? i(M_L ? \frac{i}{2} ?_L)t} ? \quad (105)$$

De otra parte, se tiene también que de (96)

$$\left| \overline{P}^0 \right\rangle ? \frac{? \sqrt{2(1 ? \left| \bar{?}_P \right|^2)} \left| P_L \right\rangle ? (1 ? \bar{?}_P) \left| P^0 \right\rangle}{(1 ? \bar{?}_P)} \quad (107)$$

y de (97)

$$\left| \overline{P}^0 \right\rangle ? \frac{\sqrt{2(1 ? \left| \bar{?}_P \right|^2)} \left| P_S \right\rangle ? (1 ? \bar{?}_P) \left| \overline{P}^0 \right\rangle}{(1 ? \bar{?}_P)} \quad (108)$$

Al sumar (107) y (108) se tiene

$$\begin{aligned} 2\left| \overline{P}^0 \right\rangle &? \frac{\sqrt{2(1 ? \left| \bar{?}_P \right|^2)}}{(1 ? \bar{?}_P)} ? ? \left| P_L \right\rangle ? \left| P_S \right\rangle ? \\ \left| \overline{P}^0 \right\rangle &? \frac{\sqrt{2(1 ? \left| \bar{?}_P \right|^2)}}{2(1 ? \bar{?}_P)} ? \left| P_S \right\rangle ? \left| P_L \right\rangle ? \\ \left| \overline{P}^0 \right\rangle &? \frac{\sqrt{1 ? \left| \bar{?}_P \right|^2}}{\sqrt{2}(1 ? \bar{?}_P)} ? \left| P_S \right\rangle ? \left| P_L \right\rangle ? \end{aligned} \quad (109)$$

Realizando un proceso similar al caso $\left| P^0 \right\rangle$, entonces, fácilmente se muestra que (109) se escribe como:

$$\left|\overline{P}^0(t)\right\rangle ? \frac{\sqrt{1 ? \left|\overline{?}_P\right|^2}}{\sqrt{2}(1 ? \overline{?}_P)} ? e^{?i(M_S ? \frac{i}{2}?_S)t}\left|P_S\right\rangle ? e^{?i(M_L ? \frac{i}{2}?_L)t}\left|P_L\right\rangle ? \tag{110}$$

y remplazando (96) y (97) en (110) se tiene

$$\left|\overline{P}^0(t)\right\rangle ? \frac{\sqrt{1?\left|\overline{?}_P\right|^2}}{\sqrt{2}(1?\overline{?}_P)} ? \frac{e^{?i(M_S ? \frac{i}{2}?_S)t}}{\sqrt{2(1?\left|\overline{?}_P\right|^2)}} ?(1?\overline{?}_P)\left|P^0\right\rangle ? (1?\overline{?}_P)\left|\overline{P}^0\right\rangle ? ? \frac{e^{?i(M_L ? \frac{i}{2}?_L)t}}{\sqrt{2(1?\left|\overline{?}_P\right|^2)}} ?(1?\overline{?}_P)\left|P^0\right\rangle ? (1?\overline{?}_P)\left|\overline{P}^0\right\rangle ?$$

$$? \frac{\sqrt{1?\left|\overline{?}_P\right|^2}}{\sqrt{2}(1?\overline{?}_P)} ? \frac{(1?\overline{?}_P)}{\sqrt{2}\sqrt{1?\left|\overline{?}_P\right|^2}} ? e^{?i(M_S ? \frac{i}{2}?_S)t} ? e^{?i(M_L ? \frac{i}{2}?_L)t} ? \left|P^0\right\rangle ? \frac{(1?\overline{?}_P)}{\sqrt{2}\sqrt{1?\left|\overline{?}_P\right|^2}} ? e^{?i(M_S ? \frac{i}{2}?_S)t} ? e^{?i(M_L ? \frac{i}{2}?_L)t} ? \left|\overline{P}^0\right\rangle ?$$

$$? \frac{1}{2} ? e^{?i(M_S ? \frac{i}{2}?_S)t} ? e^{?i(M_L ? \frac{i}{2}?_L)t} ? \left|P^0\right\rangle ? \frac{(1 ? \overline{?}_P)}{2(1 ? \overline{?}_P)} ? e^{?i(M_S ? \frac{i}{2}?_S)t} ? e^{?i(M_L ? \frac{i}{2}?_L)t} ? \left|\overline{P}^0\right\rangle \tag{111}$$

Entonces

$$\left|\overline{P}^0(t)\right\rangle ? \frac{1 ? \overline{?}_P}{1 ? \overline{?}_P} f_?(t)\left|P^0\right\rangle ? f_?(t)\left|\overline{P}^0\right\rangle \tag{112}$$

con

$$f_? ? 1/2 ? e^{?i(M_S ? \frac{i}{2}?_S)t} ? e^{?i(M_L ? \frac{i}{2}?_L)t} ? \tag{113}$$

Denotando con $A(f)$ y $\overline{A}(f)$ las amplitudes de los decaimientos P^0 y $\overline{P}^0$, respectivamente, a un estado final f, y con $\overline{?}(f)$ y $?(f)$ sus razones es decir,

$$A(f) ? \left\langle f\right|H_{?F?1}\left|P^0\right\rangle \tag{114}$$

$$\overline{A}(f) ? \left\langle f\right|H_{?F?1}\left|\overline{P}^0\right\rangle \tag{115}$$

$$\overline{?}(f) ? \frac{\overline{\mathrm{A}}(f)}{\mathrm{A}(f)} ? \frac{1}{?(f)} \tag{116}$$

Se puede verificar que los anchos de decaimiento asociados a los procesos definidos a través de (115) y (116) son:

$$\Gamma(P(t)\to f) = e^{-\Gamma_1 t}\left|\langle f|H_{\Delta F=1}|P^0\rangle\right|^2 \left\{ (1+e^{\Delta\Gamma t}+2e^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t}\cos\Delta M t) + (1+e^{\Delta\Gamma t}-2e^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t}\cos\Delta M t)\left|\frac{q}{p}\right|^2 \left|\frac{\langle f|H_{\Delta F=1}|\overline{P}^0\rangle}{\langle f|H_{\Delta F=1}|P^0\rangle}\right|^2 - 2\,\mathrm{Re}\left[(1-e^{\Delta\Gamma t}+2ie^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t}\,sen\,\Delta M t)\left(\frac{q}{p}\right)\frac{\langle f|H_{\Delta F=1}|\overline{P}^0\rangle}{\langle f|H_{\Delta F=1}|P^0\rangle}\right]\right\} \quad (117)$$

y

$$\Gamma(\overline{P}(t)\to f) = e^{-\Gamma_1 t}\left|\langle f|H_{\Delta F=1}|\overline{P}^0\rangle\right|^2 \left\{ (1+e^{\Delta\Gamma t}+2e^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t}\cos\Delta M t) + (1+e^{\Delta\Gamma t}-2e^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t}\cos\Delta M t)\left|\frac{q}{p}\right|^2 \left|\frac{\langle f|H_{\Delta F=1}|P^0\rangle}{\langle f|H_{\Delta F=1}|\overline{P}^0\rangle}\right|^2 - 2\,\mathrm{Re}\left[(1-e^{\Delta\Gamma t}+2ie^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t}\,sen\,\Delta M t)\left(\frac{q}{p}\right)\frac{\langle f|H_{\Delta F=1}|P^0\rangle}{\langle f|H_{\Delta F=1}|\overline{P}^0\rangle}\right]\right\} \quad (118)$$

donde $\Delta M = M_S - M_L$ y $\Delta\Gamma = \Gamma_S - \Gamma_L$.

La evolución de la razón de decaimiento es, en general, compleja cuando la dependencia temporal es descrita en términos de los factores $\cos\Delta Mt$, $sen\,\Delta Mt$, $e^{\Delta\Gamma t}$, $e^{\Delta\Gamma t}\cos\Delta M$ y $e^{\Delta\Gamma t} sen\,\Delta M$.

La física puede llegar a ser más clara examinando algunos casos especiales; se discutirán tres.

(A) No ocurren oscilaciones (o no son apreciables); es decir,

$$\Delta M = \Delta\Gamma = 0 \quad (119)$$

entonces, se tiene que $K_+(t) = 4$, $K_-(t) = L(t) = 0$, puesto que

$$K_\pm(t) = 1 + e^{\Delta\Gamma t} \pm 2e^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t}\cos\Delta Mt \quad (120)$$

y

$$L(t) = 1 - e^{\Delta\Gamma t} + 2ie^{\frac{1}{2}\Delta\Gamma t}\,sen\,\Delta Mt \quad (121)$$

Las evoluciones temporales son puramente exponenciales en t; una asimetría *CP* puede aún aparecer, si

$$|A(f)| \neq |\overline{A}(\overline{f})| \quad (122)$$

(B) Decaimientos específicos de color, los cuales son aquellos que vienen de $P^0 \ o \ \overline{P}^0$, pero no de ambos:

$$P^0 \ ? \quad f \ ?? \ \overline{P}^0 \tag{123}$$

o

$$P^0 \ ?? \ f \ ? \quad \overline{P}^0 \tag{124}$$

Los canales específicos predominantes para mesones neutros como $K^0, D^0 \ y \ B^0$ son proveídos por decaimientos semileptónicos. Esto es condensado en la siguiente notación:

$$P^0 \ ? \quad l^? \ ? \ X \ ?? \ \overline{P}^0, \ \ P^0 \ ?? \ l^? \ ? \ X \ ? \quad \overline{P}^0, \tag{125}$$

es decir,

$$\left|A(l^? X)\right| \ ? \ \left|\overline{A}(l^? X)\right| \ ? \ A_{SL}, \ \ A(l^? X) \ ? \ \overline{A}(l^? X) \ ? \ 0, \tag{126}$$

con la invarianza CPT $\left|A(l^? X)\right| \ ? \ \left|\overline{A}(l^? X)\right|$.

Las ecuaciones que describen $?(P^0(t) \ ? \quad f) \ y \ ?(\overline{P}^0(t) \ ? \quad f)$ producen entonces:

$$?(P^0(t) \ ? \quad l^? \ ? \ X) \ ? \ e^{??_1 t} K_?(t) \left|A_{SL}\right|^2 \tag{127}$$

$$?(P^0(t) \ ? \quad l^? \ ? \ X) \ ? \ e^{??_1 t} K_?(t) \left|\frac{q}{p}\right|^2 \left|A_{SL}\right|^2 \tag{128}$$

y

$$?(\overline{P}^0(t) \ ? \quad l^? \ ? \ X) \ ? \ e^{??_1 t} K_?(t) \left|A_{SL}\right|^2 \tag{129}$$

$$?(\overline{P}^0(t) \ ? \quad l^? \ ? \ X) \ ? \ e^{??_1 t} K_?(t) \left|\frac{p}{q}\right|^2 \left|A_{SL}\right|^2 \tag{130}$$

Nótese que

$$\frac{?(P^0(t) \ ? \quad l^? \ ? \ X) \ ? \ ?(\overline{P}^0(t) \ ? \quad l^? \ ? \ X)}{?(P^0(t) \ ? \quad l^? \ ? \ X) \ ? \ ?(\overline{P}^0(t) \ ? \quad l^? \ ? \ X)} \ ? \ \frac{\left|q/p\right|^2 \ ? \ \left|p/q\right|^2}{\left|q/p\right|^2 \ ? \ \left|p/q\right|^2} \ ? \ \frac{1 \ ? \ \left|p/q\right|^4}{1 \ ? \ \left|p/q\right|^4} \tag{131}$$

es independiente del tiempo.

(C) Los estados finales de no específico sabor son aquellos que son alimentados por los decaimientos de $P^0 \ y \ \overline{P}^0$, aunque no necesariamente con la misma razón:

$$P^0 \; ? \quad f \; ? \quad \overline{P}^0. \tag{132}$$

Algunos ejemplos son:

$$K^0 \; ? \quad ?? \; ? \quad \overline{K}^0, \tag{133}$$

$$D^0 \; ? \quad K\overline{K}, ??, K?, \overline{K}? \; ? \quad \overline{D}^0, \tag{134}$$

$$B^0 \; ? \quad ? K_S, D\overline{D}, ??, ? \quad \overline{B}^0. \tag{135}$$

Los autoestados de *CP,* $CP|f_?\rangle ? ?|f_?\rangle$, caen en esta categoría, pero tales estados finales no son necesariamente autoestados de *CP:* por ejemplo, las transiciones doblemente suprimidas por Cabibbo permite a los canales $K^? ?^?$ *y* $K^? ?^?$ ser alimentados por decaimientos del D^0 como también de $\overline{D}^0$*.* Cuando el estado final es un autoestado de *CP* las expresiones relevantes se simplifican considerablemente, especialmente si

$$|A(f)| \; ? \; |\overline{A}(f)| \tag{136}$$

se mantiene.

CAPITULO 3

FENOMENOLOGIA DE LA VIOLACIÓN DE CP

3.1 Introducción

Hasta los años cincuenta se creía que la simetría de paridad (P) es una de las leyes fundamentales de la física. Pero en 1955 los físicos T. D. Lee y C. N. Yang empezaron a desconfiar de la aplicación del principio de conservación de la paridad en ciertos fenómenos de decaimiento radiactivo. La sospecha de que la paridad era violada se origino en un problema de la física de partículas conocido como enigma Teta –Tau [3]. Este enigma apareció a principios de los años cincuenta y esta relacionado con el decaimiento radiactivo beta. Dos partículas conocidas como teta y tau eran semejantes en todo, podríamos decir que idénticas, solo que una se desintegraba emitiendo dos piones y la otra tres. Escépticos sobre una coincidencia tal, los chinos Yang y Lee se dieron cuenta de que, respecto de la fuerza débil propuesta por Fermi años atrás, nadie había comprobado la validez del principio de paridad, e hicieron notar que, si esta regla fuera violada por la fuerza de Fermi, no habría problema en unificar la ? y ? en una sola partícula. Las pruebas experimentales sobre esta hipótesis fueron realizadas por primera vez, en 1957, por otra investigadora, la señora Chien Shiung Wu de la Universidad de Columbia.

Existe otra simetría en la naturaleza relacionada con el intercambio de carga eléctrica, esta operación cambia los números cuánticos de cada partícula en los correspondientes de su antipartícula. Así pues la fuerza eléctrica entre dos cargas positivas es exactamente la misma que entre dos cargas negativas. En general, a esta invariancia se le llama *conjugación de carga*, o simetría C, e implica que las fuerzas de la naturaleza no se alteran si se intercambian partículas y antipartículas. La simetría C parecía ser otra de las propiedades fundamentales de la naturaleza hasta que la violación de la paridad puso a los físicos a dudar al respecto. Y, en efecto, resulta que también la simetría C es violada en las interacciones débiles.

No obstante, este segundo descubrimiento permitió [4] (a Landau y otros) introducir una nueva simetría de las leyes físicas, su invariancia bajo la acción combinada, o producto, de estas dos operaciones. La invariancia carga-paridad (CP) emergió así como un nuevo orden en la naturaleza: si se refleja un sistema físico en un espejo y, al mismo tiempo, se intercambian partículas y antipartículas, el resultado es un mundo en el que se cumplen las mismas leyes de la naturaleza.

En 1964 los físicos James Christensen, James Cronin, Val Fitch y Rene Turlay [5] de la Universidad de Princeton descubrieron el primer fenómeno microscópico en el que existe violación de CP. El llamado *mesón K*, una partícula elemental cuya

vida promedio es de apenas una cienmillonésima de segundo, decae en tres partículas más ligeras, pero en el proceso inverso, el antimesón K visto en un espejo no decae como el mesón K, violándose la simetría CP.
La forma en la cual se puede cuantificar este fenómeno es a través del parámetro $?$ y $?'$, los cuales dan cuenta de la violación de CP debida a las interacciones con cambio de extrañeza $?S ? 2$ y $?S ? 1$ respectivamente. Los valores actuales para estos valores son [6]:

$$|?| ? (2.282 ? 0.017)x10^{?3} \tag{137}$$

y

$$?'/? ? (1.8 ? 0.4)x10^{?3} \tag{138}$$

Para poder describir el fenómeno de violación de *CP* a partir de cualquier modelo de física de partículas, Kobayashi, y Maskawa, implementaron en 1973 la llamada matriz de mezcla entre quarks de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) [7, 8] que al incluir fases complejas permite entender este fenómeno. Estas fases complejas surgen de forma explícita en el Lagrangiano de Yukawa para el caso del Modelo Estándar (ME) y el número de estas depende de la cantidad de generaciones de quarks presentes. Para el caso de tres generaciones se tiene solo una fase compleja la cual puede ser restringida por los datos experimentales.

Para dar inicio a este trabajo se describen a continuación algunos aspectos relacionados con la fenomenología de la violación de *CP* en el sistema de los kaones neutros.

3.2. Fenomenología de la violación de *CP* en el sistema de los kaones neutros.

Un mesón es un estado ligado formado por un par quark-antiquark interactuando principalmente mediante la interacción nuclear fuerte. Adicionalmente, al par de valencia quark-antiquark, se pueden encontrar en un mesón gran cantidad de diferentes partículas: gluones, quarks, etc., formando una nube virtual de partículas producto de las interacciones del par de valencia. Es por esto que la masa de un mesón no es exactamente igual a la suma de las masas del par de valencia. En el caso de los kaones neutros se tiene que: K^0 es un mesón, el cual, en términos del quark d *y* el antiquark $\bar{s}$, está definido por:

$$K^0 ? (d\bar{s}) \tag{139}$$

y su correspondiente antipartícula, el antikaón, definido como:

$$\overline{K^0} ? (s\bar{d}) \tag{140}$$

Sin embargo, estos estados de kaón no son los autoestados físicos que se observan en un experimento.

A cada uno de estos mesones se les asocia un número cuántico de "extrañeza", el cual depende de la presencia, en el estado ligado, de un quark extraño (s) o un quark antíextraño ($\bar{s}$) de la siguiente forma: para un extraño, el número cuántico es *S* = -1, y para un antiextraño, el número cuántico es *S* = 1. Así, K^0 tiene una extrañeza *S* = 1 y $\overline{K^0}$ tiene una extrañeza *S* = -1. Este número cuántico de extrañeza es muy importante; puesto que las interacciones nucleares fuertes lo conservan, pero no las interacciones nucleares débiles. Esto permite clasificar la violación de *CP* en el sistema de los kaones neutros de acuerdo al cambio en la extrañeza, ya que la violación de *CP* es un fenómeno puramente electrodébil.

Experimentalmente es posible observar y diferenciar dos kaones neutros: uno de larga vida, denotado con el símbolo K_L *y* otro de corta vida, denotado con el símbolo K_S. K_L tiene una masa promedio de 497,672 ±0,031 *MeV* y un tiempo de vida media de (5,17 ± 0,04) x lO^{-11} s. K_S tiene un tiempo de vida media de (8,935 ± 0,008) x 10^{-11} s. La diferencia de masa entre estos dos autoestados es de (3,490 ± 0,006) x lO^{-12} *MeV*, siendo más pesado K_L [6].

Con el fin de confrontar los resultados experimentales con las predicciones teóricas que el *MEE* hace acerca del parámetro $?_K$ en el sistema de los kaones neutros, se calcula este parámetro resolviendo la ecuación de Schrodinger para el sistema $K^0 ? \overline{K^0}$:

$$i\frac{d?(t)}{dt} ? ? ?(t), \tag{141}$$

en donde

$$? ? \begin{pmatrix} M_{11} ? i?_{11}/2 & M_{12} ? i?_{12}/2 \\ M^*_{21} ? i?^*_{21}/2 & M_{11} ? i?_{11}/2 \end{pmatrix} \tag{142}$$

y

$$?(t) ? a_K(t)\left|K^0\right\rangle ? a_{\overline{K}}(t)\left|\overline{K^0}\right\rangle \tag{143}$$

siendo $a_K(t)$ *y* $a_{\overline{K}}(t)$ los parámetros dependientes del tiempo que indican la contribución de los estados $\left|K^0\right\rangle$ y $\left|\overline{K^0}\right\rangle$ a la superposición que define al autoestado $?(t)$. Aquí se han identificado los estados $\left|K^0\right\rangle$ y $\left|\overline{K^0}\right\rangle$ con los vectores mutuamente ortogonales $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ respectivamente.

El hamiltoniano se ha escrito de la forma $? ? M ? i?/2$ en donde M y $?$ son matrices hermíticas y representan los operadores de masa y ancho de decaimiento. Los elementos diagonales de cada, una de estas matrices son iguales entre sí debido a que tanto la masa como el ancho de decaimiento deben ser iguales tanto para el kaón como para el antikaón. Los elementos fuera de la diagonal representan los efectos de las interacciones débiles ya que son estos términos precisamente los que violan el número cuántico de extrañeza y dan cuenta de la oscilación de kaones.

Con el objetivo de interpretar la evidencia experimental se debe considerar el autoestado K^0 *y* su conjugado ante CP, $\overline{K^0}$*,* como una mezcla del K_S (el cual decae predominante en dos piones) y el K_L (el cual decae predominantemente semileptónicamente a tres piones). Los estados finales de dos y tres piones son, respectivamente, pares e impares ante una transformación *CP.* En ausencia de interacciones que violen CP, se esperaría que los autoestados de masa de $K_{S,L}$ coincidan con los estados

$$\left|K_1\right\rangle ? \frac{1}{\sqrt{2}}(\left|K^0\right\rangle ? \left|\overline{K^0}\right\rangle), \tag{144}$$

$$\left|K_2\right\rangle ? \frac{1}{\sqrt{2}}(\left|K^0\right\rangle ? \left|\overline{K^0}\right\rangle) \tag{145}$$

los cuales exhiben una paridad definida ante CP, par e impar, respectivamente (se ha escogido que $CP\left|K^0\right\rangle ? \left|\overline{K^0}\right\rangle$. Lo que se observó en 1964 era que el K_L también decae, dos veces en mil, a un estado final de dos piones, y entonces la simetría *CP* no es exacta [9].

El calculo de los valores propios conduce a las siguientes expresiones que relacionan la masa y el ancho de decaimiento para el kaón de corta vida K_S y el kaón de larga vida K_L los cuales se pueden expresar así (ver secc. 2.8):

$$\left|K_L\right\rangle ? \frac{1}{\sqrt{1 ? \left|\bar{?}_K\right|^2}}(\left|K_2\right\rangle ? \bar{?}_K\left|K_1\right\rangle) \tag{146}$$

$$\left|K_S\right\rangle ? \frac{1}{\sqrt{1 ? \left|\bar{?}_K\right|^2}}(\left|K_1\right\rangle ? \bar{?}_K\left|K_2\right\rangle) \tag{147}$$

con los elementos matriciales del hamiltoniano:

$$M_S \ ? \ i?_S /2 \ ? \ M_{11} \ ? \ i?_{11}/2 \ ? \ R \tag{148}$$

$$M_L \ ? \ i?_L /2 \ ? \ M_{11} \ ? \ i?_{11}/2 \ ? \ R \tag{149}$$

en donde:

$$R \ ? \ \{(M_{12} \ ? \ i?_{12}/2)(M^*_{12} \ ? \ i?^*_{12}/2)\}^{1/2}. \tag{150}$$

De aquí, los autoestados se pueden escribir como

$$|K_S\rangle \ ? \ \frac{1}{\sqrt{2M^*_{12}}}\{(M_{12} \ ? \ i?_{12}/2)^{1/2}|K^0\rangle \ ? \ (M^*_{12} \ ? \ i?^*_{12}/2)^{1/2}|\overline{K^0}\rangle\} \qquad (151$$

$$|K_L\rangle \ ? \ \frac{1}{\sqrt{2M^*_{12}}}\{(M_{12} \ ? \ i?_{12}/2)^{1/2}|K^0\rangle \ ? \ (M^*_{12} \ ? \ i?^*_{12}/2)^{1/2}|\overline{K^0}\rangle\} \tag{152}$$

Las ecuaciones (146) y (147), los cuales relacionan los autoestados $|K_S\rangle$ y $|K_L\rangle$ con los estados $|K^0\rangle$ y $|\overline{K^0}\rangle$ a través del parámetro $?_K$, permiten escribir este parámetro en términos de los elementos del hamiltoniano (lo cual se desarrolla en detalle mas adelante):

$$?_K \ ? \ \frac{M_{12} \ ? \ i?_{12}/2 \ ? \ ?m/2 \ ? \ i??/4}{M_{12} \ ? \ i?_{12}/2 \ ? \ ?m/2 \ ? \ i??/4} \ ? \ \exp(i?/4)\frac{\mathrm{Im}\, M_{12}}{\sqrt{2}?m}, \tag{153}$$

en donde $?m$ y $??$ corresponden a las diferencias entre las masas y los anchos de decaimiento para los kaones de larga y corta vida [6]:

$$?m \ ? \ M_S \ ? \ M_L \ ? \ ?(3.490 \ ? \ 0.006)x10^{?12} \ MeV \tag{154}$$

$$?m \ ? \ ?_S \ ? \ ?_L \ ? \ (7.354 \ ? \ 0.007)x10^{?12} \ MeV \tag{155}$$

Después de discutir lo relacionado con los valores propios y los vectores propios del hamiltoniano, se puede regresar a la ecuación de Schródinger y resolver el problema de la evolución temporal de los estados del mesón *K.* Se puede asumir que en el tiempo t = O el sistema $K^0 \ ? \ \overline{K^0}$ se encuentra en el estado K^0 *y* se quiere encontrar la probabilidad de encontrar el sistema en el estado $K^0 \ o \ \overline{K^0}$ en el instante de tiempo t.

El estado inicial está definido por:

$$|\psi(0)\rangle = |K^0\rangle = \frac{1}{2(1+\varepsilon_K)}(|K_S(0)\rangle + |K_L(0)\rangle) \tag{156}$$

Usando las ecuaciones (141), (147), (148) y (149) se encuentra que (ver Secc. 2.9.2):

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle &= \frac{1}{2(1+\varepsilon_K)}(|K_S(t)\rangle + |K_L(t)\rangle) \\ &= f_+(t)|K^0\rangle + \frac{1-\bar{\varepsilon}_K}{1+\bar{\varepsilon}_K} f_-(t)|\overline{K}^0\rangle \end{aligned} \tag{157}$$

con

$$f_\pm = 1/2\left[\exp(-i(M_S - \frac{i}{2}\Gamma_S)t) \pm \exp(-i(M_L - \frac{i}{2}\Gamma_L)t)\right] \tag{158}$$

Entonces, la probabilidad de encontrar el sistema en el estado $|\overline{K^0}\rangle$ después de un tiempo t esta dada por:

$$\begin{aligned} |\langle\overline{K^0}|\psi(t)\rangle|^2 &= \left|\frac{1-\varepsilon_K}{1+\varepsilon_K}\right|^2 |f_-(t)|^2 \\ &= \left|\frac{1-\varepsilon_K}{1+\varepsilon_K}\right|^2 1/4\left[\exp(-\Gamma_S t) + \exp(-\Gamma_L t) - 2\exp(-\frac{\Gamma_S+\Gamma_L}{2})\cos\Delta M t\right] \end{aligned} \tag{159}$$

mientras que para encontrar el sistema en el estado $|K^0\rangle$ se tiene que la probabilidad es:

$$\begin{aligned} |\langle K^0|\psi(t)\rangle|^2 &= |f_+(t)|^2 \\ &= 1/4\left[\exp(-\Gamma_S t) + \exp(-\Gamma_L t) + 2\exp(-\frac{\Gamma_S+\Gamma_L}{2})\cos\Delta M t\right] \end{aligned} \tag{160}$$

Esto completa la breve discusión sobre la evolución temporal del sistema de kaones neutros. Ahora se mostrara algunas características importantes de la violación de CP en los kaones.

3.3 Parámetros que miden la violación de CP en el sistema de los kaones neutros

Los parámetros hadrónicos que miden la violación de CP en el sistema de los kaones neutros son:

$$?_{??} \; ? \; \frac{A(K_L \; ? \;\; ?^{?}?^{?})}{A(K_S \; ? \;\; ?^{?}?^{?})} \tag{161}$$

y

$$?_{00} \; ? \; \frac{A(K_L \; ? \;\; ?^{0}?^{0})}{A(K_S \; ? \;\; ?^{0}?^{0})} \tag{162}$$

en donde A denota la amplitud para el respectivo modo de decaimiento. K_S y K_L son en su mayoría estados par y impar respecto a *CP* respectivamente y $?^{?}?^{?}$ y $?^{0}?^{0}$ son estados de dos piones pares ante *CP.* De esta manera la presencia de decaimientos $K_L \; ? \;\; ?^{?}?^{?}$ o $K_L \; ? \;\; ?^{0}?^{0}$ conforman una señal positiva de violación de *CP.*

La descomposición de los estados de dos piones en autoestados de isoespín (I=0,2), mediante la utilización de los coeficientes de Clebsh-Gordan [5] permite expresar

$$\begin{aligned} A(K_{L(S)} \; ? \;\; ?^{?}?^{?}) \; ? \; \langle ?^{?}?^{?} | H_W | K_{L(S)} \rangle \\ ? \; \sqrt{1/3} \langle (??)_{I?2} | H_W | K_{L(S)} \rangle \; ? \; \sqrt{2/3} \langle (??)_{I?0} | H_W | K_{L(S)} \rangle \\ ? \; \sqrt{1/3} a_{2,L(S)} \; ? \; \sqrt{2/3} a_{0,L(S)} \end{aligned} \tag{163}$$

$$\begin{aligned} A(K_{L(S)} \; ? \;\; ?^{0}?^{0}) \; ? \; \langle ?^{0}?^{0} | H_W | K_{L(S)} \rangle \\ ? \; \sqrt{2/3} \langle (??)_{I?2} | H_W | K_{L(S)} \rangle \; ? \; \sqrt{1/3} \langle (??)_{I?0} | H_W | K_{L(} \\ ? \; \sqrt{2/3} a_{2,L(S)} \; ? \; \sqrt{1/3} a_{0,L(S)} \end{aligned}$$

(164)

siendo H_W el hamiltoniano de las interacciones débiles para $?S \; ? \; 1$. Entonces $?_{??}$ y $?_{00}$ se pueden expresar como:

$$? _{??} ? \frac{A(K_L ? \; ?^{?} ?^{?})}{A(K_S ? \; ?^{?} ?^{?})}$$

$$? \frac{\sqrt{1/3}a_{2,L} ? \sqrt{2/3}a_{0,L}}{\sqrt{1/3}a_{2,S} ? \sqrt{2/3}a_{0,S}} \qquad (165)$$

$$? \frac{a_{2,L} ? \sqrt{2}a_{0,L}}{a_{2,S} ? \sqrt{2}a_{0,S}}$$

y

$$? _{00} ? \frac{A(K_L ? \; ?^{0} ?^{0})}{A(K_S ? \; ?^{0} ?^{0})}$$

$$? \frac{\sqrt{2/3}a_{2,L} ? \sqrt{1/3}a_{0,L}}{\sqrt{2/3}a_{2,S} ? \sqrt{1/3}a_{0,S}} \qquad (166)$$

$$? \frac{a_{0,L} ? \sqrt{2}a_{2,L}}{a_{0,S} ? \sqrt{2}a_{2,S}}$$

Si definimos los cocientes de las amplitudes como [10]:

$$? ? \frac{a_{0.L}}{a_{0,S}} \qquad (163)$$

$$?_2 ? \frac{a_{2.L}}{a_{0,S}} \qquad (164)$$

$$w ? \frac{a_{2,S}}{a_{0,S}} \qquad (165)$$

se llega a las siguientes expresiones:

$$? _{??} ? \frac{a_{2,L} ? \sqrt{2}a_{0,L}}{a_{2,S} ? \sqrt{2}a_{0,S}} \, ?\frac{\sqrt{2}a_{0,S}}{\sqrt{2}a_{0,S}}?$$

$$? \frac{? ? ?_2/\sqrt{2}}{1 ? w/\sqrt{2}} \qquad (166)$$

y

$$? _{00} ? \frac{a_{0,L} ? \sqrt{2}a_{2,L}}{a_{0,S} ? \sqrt{2}a_{2,S}} \, ?\frac{a_{0,S}}{a_{0,S}}?$$

$$? \frac{? ? \sqrt{2}?_2}{1 ? \sqrt{2}w}$$

(167)

Lo cual con algunos pasos algebraicos se puede expresar como:

$$?_{??} ? ? ? \frac{?'}{1 ? \frac{w}{\sqrt{2}}} \tag{168}$$

y

$$?_{00} ? ? ? \frac{2?'}{1 ? \sqrt{2}w} \tag{169}$$

Se sabe experimentalmente que el parámetro w es muy pequeño:

$$|w| ? \frac{1}{22} \tag{170}$$

lo cual es conocido como la regla $?I ? 1/2$. De esta manera, $?_{??}$ y $?_{00}$ vienen expresadas en muy buena aproximación por:

$$\begin{aligned} ?_{??} &? ? ? ?' \\ ?_{00} &? ? ? 2?' \end{aligned} \tag{171}$$

Las cantidades $?_{??}$ y $?_{00}$ han sido medidas experimentalmente desde que Christenson, Cronin, Fitch y Turley observaron por primera vez la violación de CP. Los valores experimentales son [6]:

$$\begin{aligned} |?_{??}| &? (2{,}276 ? 0{,}017)x10^{?3} \\ |?_{00}| &? (2{,}262 ? 0{,}017)x10^{?3} \end{aligned} \tag{172}$$

y

$$\begin{aligned} ?_{??} &? (43{,}4 ? 0{,}7) \\ ?_{00} ? ?_{??} &? (?0{,}1 ? 0{,}8) \end{aligned} \tag{173}$$

en donde $?_{??} ? |?_{??}|\exp(i?_{??})$ y $?_{00} ? |?_{00}|\exp(i?_{00})$. De allí que se puedan obtener los valores experimentales de los parámetros $?$ y $?'$:

$$\begin{aligned} |?| &? (2{,}282 ? 0{,}017)x10^{?3} \\ ? / ? ? &? (1{,}8 ? 0{,}4)x10^{?3} \end{aligned} \tag{174}$$

Ahora bien, se pueden relacionar $?$ y $?'$ con la medida de la violación de CP en las componentes de K_S y K_L que son autoestados de CP (ver secc. 2.8.1)

$$
\begin{aligned}
\left|K_L\right\rangle &? \frac{1}{\sqrt{1 ? \left|\bar{?}_K\right|^2}} \left(\left|K_2\right\rangle ? \bar{?}_K \left|K_1\right\rangle\right) \\
&? \frac{1}{\sqrt{1 ? \left|\bar{?}_K\right|^2}} \begin{matrix}?\\?\\?\end{matrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left|K^0\right\rangle ? \left|\overline{K^0}\right\rangle\right) ? \bar{?}_K \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left|K^0\right\rangle ? \left|\overline{K^0}\right\rangle\right) \begin{matrix}?\\?\\?\end{matrix} \\
&? \frac{1}{\sqrt{2(1 ? \left|\bar{?}_K\right|^2)}} \,?(1 ? \bar{?}_K)\left|K^0\right\rangle ? (1 ? \bar{?}_K)\left|\overline{K^0}\right\rangle ?
\end{aligned}
\tag{175}
$$

$$
\begin{aligned}
\left|K_S\right\rangle &? \frac{1}{\sqrt{1 ? \left|\bar{?}_K\right|^2}} \left(\left|K_1\right\rangle ? \bar{?}_K \left|K_2\right\rangle\right) \\
&? \frac{1}{\sqrt{1 ? \left|\bar{?}_K\right|^2}} \begin{matrix}?\\?\\?\end{matrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left|K^0\right\rangle ? \left|\overline{K^0}\right\rangle\right) ? \bar{?}_K \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left|K^0\right\rangle ? \left|\overline{K^0}\right\rangle\right) \begin{matrix}?\\?\\?\end{matrix} \\
&? \frac{1}{\sqrt{2(1 ? \left|\bar{?}_K\right|^2)}} \,?(1 ? \bar{?}_K)\left|K^0\right\rangle ? (1 ? \bar{?}_K)\left|\overline{K^0}\right\rangle ?
\end{aligned}
\tag{176}
$$

y las amplitudes de $\left|K^0\right\rangle$ y $\left|\overline{K^0}\right\rangle$ decayendo a dos piones

$$\left\langle (??)_{I?0}\right| H_W \left|K^0\right\rangle ? a_0 e^{i?_0} \tag{177}$$

$$\left\langle (??)_{I?0}\right| H_W \left|\overline{K}^0\right\rangle ? a_0^* e^{i?_0} \tag{178}$$

$$\left\langle (??)_{I?2}\right| H_W \left|K^0\right\rangle ? a_2 e^{i?_2} \tag{179}$$

$$\left\langle (??)_{I?2}\right| H_W \left|\overline{K}^0\right\rangle ? a_2^* e^{i?_2} \tag{180}$$

se obtiene

$$
\begin{aligned}
a_{0,L} \; ? \; & \left\langle (??)_{I?0} \middle| H_W \middle| K_L \right\rangle \\
? \; & \left\langle (??)_{I?0} \middle| H_W \right. ? \frac{1}{\sqrt{2(1?\left|\overline{?}_K\right|^2)}} \left\{ (1?\overline{?}_K)\left|K^0\right\rangle ? (1?\overline{?}_K)\left|\overline{K^0}\right\rangle \right\} ? \\
? \; & \frac{(1?\overline{?}_K)}{\sqrt{2(1?\left|\overline{?}_K\right|^2)}} \left\langle (??)_{I?0} \middle| H_W \middle| K^0 \right\rangle ? \frac{(1?\overline{?}_K)}{\sqrt{2(1?\left|\overline{?}_K\right|^2)}} \left\langle (??)_{I?0} \middle| H_W \middle| \overline{K^0} \right\rangle \\
? \; & \frac{1}{\sqrt{2(1?\left|\overline{?}_K\right|^2)}} \left\{ (1?\overline{?}_K)a_0 \; ? \; (1?\overline{?}_K)a_0^* \right\} e^{i?_0}
\end{aligned}
\tag{181}
$$

$$
\begin{aligned}
a_{0,S} \; ? \; & \left\langle (??)_{I?0} \middle| H_W \middle| K_S \right\rangle \\
? \; & \left\langle (??)_{I?0} \middle| H_W \right. ? \frac{1}{\sqrt{2(1?\left|\overline{?}_K\right|^2)}} \left\{ (1?\overline{?}_K)\left|K^0\right\rangle ? (1?\overline{?}_K)\left|\overline{K^0}\right\rangle \right\} ? \\
? \; & \frac{(1?\overline{?}_K)}{\sqrt{2(1?\left|\overline{?}_K\right|^2)}} \left\langle (??)_{I?0} \middle| H_W \middle| K^0 \right\rangle ? \frac{(1?\overline{?}_K)}{\sqrt{2(1?\left|\overline{?}_K\right|^2)}} \left\langle (??)_{I?0} \middle| H_W \middle| \overline{K^0} \right\rangle \\
? \; & \frac{1}{\sqrt{2(1?\left|\overline{?}_K\right|^2)}} \left\{ (1?\overline{?}_K)a_0 \; ? \; (1?\overline{?}_K)a_0^* \right\} e^{i?_0}
\end{aligned}
\tag{182}
$$

$$
\begin{aligned}
a_{2,L} \; ? \; & \left\langle (??)_{I?2} \middle| H_W \middle| K_L \right\rangle \\
? \; & \left\langle (??)_{I?2} \middle| H_W \right. ? \frac{1}{\sqrt{2(1?\left|\overline{?}_K\right|^2)}} \left\{ (1?\overline{?}_K)\left|K^0\right\rangle ? (1?\overline{?}_K)\left|\overline{K^0}\right\rangle \right\} ? \\
? \; & \frac{(1?\overline{?}_K)}{\sqrt{2(1?\left|\overline{?}_K\right|^2)}} \left\langle (??)_{I?2} \middle| H_W \middle| K^0 \right\rangle ? \frac{(1?\overline{?}_K)}{\sqrt{2(1?\left|\overline{?}_K\right|^2)}} \left\langle (??)_{I?2} \middle| H_W \middle| \overline{K^0} \right\rangle \\
? \; & \frac{1}{\sqrt{2(1?\left|\overline{?}_K\right|^2)}} \left\{ (1?\overline{?}_K)a_2 \; ? \; (1?\overline{?}_K)a_2^* \right\} e^{i?_2}
\end{aligned}
\tag{183}
$$

$$
\begin{aligned}
a_{2,S} \; &? \; \langle (??)_{I?2} | H_W | K_S \rangle \\
&? \; \left\langle (??)_{I?2} \middle| H_W \; \frac{1}{\sqrt{2(1 ? |\bar{?}_K|^2)}} \left\{ (1 ? \bar{?}_K) |K^0\rangle \; ? \; (1 ? \bar{?}_K) |\overline{K^0}\rangle \right\} \right\rangle \\
&? \; \frac{(1 ? \bar{?}_K)}{\sqrt{2(1 ? |\bar{?}_K|^2)}} \langle (??)_{I?2} | H_W | K^0 \rangle \; ? \; \frac{(1 ? \bar{?}_K)}{\sqrt{2(1 ? |\bar{?}_K|^2)}} \langle (??)_{I?2} | H_W | \overline{K^0} \rangle \\
&? \; \frac{1}{\sqrt{2(1 ? |\bar{?}_K|^2)}} \left\{ (1 ? \bar{?}_K) a_2 \; ? \; (1 ? \bar{?}_K) a_2^* \right\} e^{i?_2}
\end{aligned}
\tag{184}
$$

De manera similar los parámetros $?$ y $??$ se pueden relacionar con $\bar{?}_K$ a través de los cocientes de amplitud (163) a (165) dados por [10]:

$$
? \; ? \; \frac{a_{0.L}}{a_{0,S}}
$$

entonces:

$$
\begin{aligned}
? \; ? \; & \frac{\frac{1}{\sqrt{2(1 ? |\bar{?}_K|^2)}} \left\{ (1 ? \bar{?}_K) a_0 \; ? \; (1 ? \bar{?}_K) a_0^* \right\} e^{i?_0}}{\frac{1}{\sqrt{2(1 ? |\bar{?}_K|^2)}} \left\{ (1 ? \bar{?}_K) a_0 \; ? \; (1 ? \bar{?}_K) a_0^* \right\} e^{i?_0}} \\
&? \; \frac{a_0 \; ? \; \bar{?}_K a_0 \; ? \; a_0^* \; ? \; \bar{?}_K a_0^*}{a_0 \; ? \; \bar{?}_K a_0 \; ? \; a_0^* \; ? \; \bar{?}_K a_0^*} \\
&? \; \frac{\bar{?}_K (a_0 \; ? \; a_0^*) \; ? \; (a_0 \; ? \; a_0^*)}{(a_0 \; ? \; a_0^*) \; ? \; \bar{?}_K (a_0 \; ? \; a_0^*)} \\
&? \; \frac{\bar{?}_K \operatorname{Re} a_0 \; ? \; i \operatorname{Im} a_0}{\operatorname{Re} a_0 \; ? \; \bar{?}_K i \operatorname{Im} a_0} \\
&? \; \frac{\bar{?}_K \operatorname{Re} a_0 \; ? \; i \operatorname{Im} a_0}{\operatorname{Re} a_0 \; ? \; \bar{?}_K i \operatorname{Im} a_0} \left(\frac{\operatorname{Re} a_0}{\operatorname{Re} a_0} \right) \\
&? \; \frac{\bar{?}_K \; ? \; i t_0}{1 ? i \bar{?}_K t_0}
\end{aligned}
\tag{185}
$$

Donde se ha definido $t_0 \; ? \; \operatorname{Im} a_0 / \operatorname{Re} a_0$.

De forma similar:

$$
\begin{aligned}
?_2 \; ? \; & \frac{a_{2,L}}{a_{0,S}} \\
? \; & \frac{\dfrac{1}{\sqrt{2(1 ? |\bar{?}_K|^2)}} \left\{ (1 ? \bar{?}_K) a_2 \; ? \; (1 ? \bar{?}_K) a_2^* \right\} e^{i?_2}}{\dfrac{1}{\sqrt{2(1 ? |\bar{?}_K|^2)}} \left\{ (1 ? \bar{?}_K) a_0 \; ? \; (1 ? \bar{?}_K) a_0^* \right\} e^{i?_0}} \\
? \; & \frac{a_2 \; ? \; \bar{?}_K a_2 \; ? \; a_2^* \; ? \; \bar{?}_K a_2^*}{a_0 \; ? \; \bar{?}_K a_0 \; ? \; a_0^* \; ? \; \bar{?}_K a_0^*} \exp^{i(?_2 ? ?_0)} \\
? \; & \frac{\bar{?}_K (a_2 \; ? \; a_2^*) \; ? \; (a_2 \; ? \; a_2^*)}{(a_0 \; ? \; a_0^*) \; ? \; \bar{?}_K (a_0 \; ? \; a_0^*)} \exp^{i(?_2 ? ?_0)} \\
? \; & \frac{\bar{?}_K \, \mathrm{Re}\, a_2 \; ? \; i\, \mathrm{Im}\, a_2}{\mathrm{Re}\, a_0 \; ? \; \bar{?}_K i\, \mathrm{Im}\, a_0} \exp^{i(?_2 ? ?_0)} \\
? \; & \frac{\mathrm{Re}\, a_2 (\bar{?}_K \; ? \; i\, \mathrm{Im}\, a_2 / \mathrm{Re}\, a_2)}{\mathrm{Re}\, a_0 (1 ? \bar{?}_K i\, \mathrm{Im}\, a_0 / \mathrm{Re}\, a_0)} \exp^{i(?_2 ? ?_0)} \\
? \; & \frac{\mathrm{Re}\, a_2}{\mathrm{Re}\, a_0} \frac{\bar{?}_K \; ? \; i t_2}{1 ? i \bar{?}_K t_0} \exp^{i(?_2 ? ?_0)}
\end{aligned}
\tag{186}
$$

Donde se ha definido $t_2 \; ? \; \mathrm{Im}\, a_2 / \mathrm{Re}\, a_2$.
Ahora para

$$
\begin{aligned}
w &? \frac{a_{2,S}}{a_{0,S}} \\
&? \frac{\frac{1}{\sqrt{2(1?|\bar{?}_K|^2)}}\{(1?\bar{?}_K)a_2 ? (1?\bar{?}_K)a_2^*\}e^{i?_2}}{\frac{1}{\sqrt{2(1?|\bar{?}_K|^2)}}\{(1?\bar{?}_K)a_0 ? (1?\bar{?}_K)a_0^*\}e^{i?_0}} \\
&? \frac{a_2 ? \bar{?}_K a_2 ? a_2^* ? \bar{?}_K a_2^*}{a_0 ? \bar{?}_K a_0 ? a_0^* ? \bar{?}_K a_0^*}\exp^{i(?_2??_0)} \\
&? \frac{\bar{?}_K(a_2 ? a_2^*) ? (a_2 ? a_2^*)}{(a_0 ? a_0^*) ? \bar{?}_K(a_0 ? a_0^*)}\exp^{i(?_2??_0)} \\
&? \frac{\mathrm{Re}\, a_2 ? i\bar{?}_K \,\mathrm{Im}\, a_2}{\mathrm{Re}\, a_0 ? \bar{?}_K i \,\mathrm{Im}\, a_0}\exp^{i(?_2??_0)} \\
&? \frac{\mathrm{Re}\, a_2(1? i\bar{?}_K \,\mathrm{Im}\, a_2 / \mathrm{Re}\, a_2)}{\mathrm{Re}\, a_0(1? \bar{?}_K i \,\mathrm{Im}\, a_0 / \mathrm{Re}\, a_0)}\exp^{i(?_2??_0)} \\
&? \frac{\mathrm{Re}\, a_2}{\mathrm{Re}\, a_0}\frac{1? i\bar{?}_K t_2}{1? i\bar{?}_K t_0}\exp^{i(?_2??_0)}
\end{aligned} \tag{187}
$$

Por ultimo,

$$??? \frac{w}{\sqrt{2}}\left(?? \frac{?_2}{w} ? ?\right) \tag{188}$$

si remplazamos los valores de w, $?$, y $?_2$ después de algunas operaciones algebraicas se obtiene:

$$??? \frac{i}{\sqrt{2}}\frac{\mathrm{Re}\, a_2}{\mathrm{Re}\, a_0}\frac{t_2 ? t_0}{(1? i\bar{?}_K t_0)^2}(1? \bar{?}_K^2)\exp^{i(?_2??_0)} \tag{189}$$

Haciendo uso de los datos experimentales y de la interpretación de la regla $?I ? 1/2$ ($|t_2| ?? |t_0|$), se concluye que $|t_0 / \bar{?}_K| ? 1/30,$ y por tanto

$$
\begin{aligned}
? &? \frac{\bar{?}_K ? it_0}{1? i\bar{?}_K t_0} \\
&? \frac{\bar{?}_K ? it_0}{1? i\bar{?}_K t_0}\left(\frac{\bar{?}_K}{\bar{?}_K}\right) \\
&? \frac{1? it_0 / \bar{?}_K}{1/\bar{?}_K ? i\bar{?}_K t_0 / \bar{?}_K} \\
&? \frac{1}{1/\bar{?}_K} ? \bar{?}_K
\end{aligned}
$$

(190)

además

$$??? \frac{?\, i}{\sqrt{2}} \frac{\mathrm{Re}\, a_2}{\mathrm{Re}\, a_0} t_0 \exp^{i(?_2 ? ?_0)} \qquad (191)$$

Las dos ultimas expresiones muestran que el parámetro $?$ esta directamente asociado con la violación de CP debida a los procesos de oscilación de kaones ($? S ? 2$), mientras que el parámetro $?'$ esta directamente asociado a la violación de CP debida a los decaimientos de kaones en piones ($? S ? 1$).

CAPÍTULO 4

LA VIOLACIÓN DE *CP* EN EL MODELO ESTÁNDAR ELECTRODÉBIL

4.1. INTRODUCCIÓN

Como se vio en el capítulo anterior, el parámetro experimental más importante que describe la fenomenología de la violación de *CP* en el sistema de los kaones neutros es ε_K, el cual está relacionado con los procesos de oscilación de kaones en donde hay un cambio de extrañeza $\Delta S = 2$, y conduce a las expresiones para los parámetros de violación de *CP* η_{+-} y η_{00} para el caso de decaimientos a dos piones. Sin embargo, el valor de ε_K depende del modelo teórico en que se trabaje. El modelo teórico más trabajado y aceptado por los físicos de partículas es el Modelo Estándar (*ME),* [12] el cual ha explicado satisfactoriamente la mayoría de los fenómenos ocurridos en física de partículas. Mientras que en el plano experimental se establecían claramente los canales que evidenciaban la violación de CP, en el plano teórico hacía falta adecuar el ME para que pudiese describir este fenómeno. El procedimiento teórico con el cual se pudo realizar esta descripción fue a través de la extensión a tres generaciones, que hicieran Kobayashi y Maskawa [7] a la matriz de mezcla entre las generaciones de quarks, propuesta originalmente por Cabibbo [8]. La aparición de una fase compleja en la matriz de mezcla para tres generaciones permitió incluir, de una forma natural, la violación de *CP* en el *ME.* Por convención, la mezcla entre quarks es frecuentemente expresada en términos de una matriz unitaria 3 x 3, que se denota por la letra K y está definida de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{ud} & K_{us} & K_{ub} \\ K_{cd} & K_{cs} & K_{cb} \\ K_{td} & K_{ts} & K_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \qquad (192)$$

donde d', b' y s' son los estados de masa físicos y d, b y s son los estados de masa no físicos. Los valores de cada elemento matricial pueden, en principio, ser determinados por decaimientos débiles de quarks, o, en algunos casos, de la dispersión inelástica del neutrino. Las restricciones impuestas por la unitariedad de la matriz relaciona diferentes elementos, así un valor específico de un elemento restringe el rango de otros.

En este capítulo se estudiará el Modelo Estándar Electrodébil (MEE) y se hará especial énfasis en el sector de Yukawa; puesto que, la fuente de violación de *CP* en el *MEE* está relacionado con las fases complejas que aparecen en la matriz de mezcla de quarks de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) las cuales surgen en el sector de Yukawa. Esto nos permitirá posteriormente estudiar las más comunes parametrizaciones de la matriz de *CKM* con el fin de adquirir un conocimiento más profundo sobre sus propiedades.

4.2. MODELO ESTÁNDAR ELECTRODÉBIL (MEE)

El Modelo Estándar Electrodébil *(MEE)* es una teoría cuántica de campos que está basada en el grupo de simetrías gauge $SU(2)_L$? $U(1)_Y$. El subíndice L en el grupo de simetría significa que sólo las partículas de quiralidad izquierda experimentan las interacciones asociadas al grupo $SU(2)$, lo cual permite explicar la violación de la paridad (P) en las interacciones débiles, y el subíndice Y corresponde al número cuántico de hypercarga. Este grupo de simetría describe de forma unificada las interacciones electromagnéticas y débiles. El grupo de simetrías de las interacciones electromagnéticas, $U(1)_{em}$ aparece en el *MEE* como un subgrupo de $SU(2)_L$? $U(1)_Y$ y es en este sentido que se dice que las interacciones electromagnéticas y débiles están unificadas [13].

4.2.1. Contenido de partículas

De las mediciones del ancho visible de decaimiento del *Z* uno de los bosones mediadores de la interacción débil, se ha podido establecer que el número de neutrinos izquierdos con masa menor a 45 GeV es igual a tres. Por esta razón solo pueden existir tres familias de fermiones [13,14].

Para que exista cancelación de anomalías triangulares los fermiones izquierdos deben estar en dobletes de $SU(2)_L$ y, como solo existen tres neutrinos izquierdos, únicamente pueden haber tres familias de fermiones [13]: La primera familia, que constituye la materia estable del universo, está conformada por el electrón, (e), y su neutrino electrónico, *(* v_e*),* el quark up, (u), y el quark down, (d). La segunda familia está conformada por el muón, ($?$), el neutrino muónico, ($v_?$), el quark charm, (c), y el quark strange, (s), y forman la materia inestable. La tercera familia está constituida por el tauón, ($?$), el neutrino tauónico, ($v_?$), el quark top, (t) el quark bottom (b).

El contenido de partículas del *MEE* está determinado entonces por tres generaciones de quarks y leptones, los cuales pueden ser dobletes bajo el grupo $SU(2)_L$ y singletes bajo el grupo $U(1)_Y$, como es el caso para las partículas de quiralidad izquierda:

$$\ell_{iL} = \begin{pmatrix} \nu_i \\ e_i \end{pmatrix}_L \sim (1, \ 2, \ -1) \tag{193}$$

$$Q_{iL} = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L \sim (3, \ 2, \ 1/3) \tag{194}$$

o singletes bajo los grupos $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ simultáneamente, como es el caso para las partículas de quiralidad derecha:

$$e_{iR} \sim (1, \ 1, \ -2) \tag{195}$$
$$u_{iR} \sim (3, \ 1, \ 4/3) \tag{196}$$
$$d_{iR} \sim (3, \ 1, \ -2/3) \tag{197}$$

Aquí el índice i = 1,2,3 es el índice de generaciones.

4.2.2. Densidad lagrangiana del MEE

La densidad lagrangiana del MEE, invariante bajo el grupo de transformaciones gauge local $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ *y* con rompimiento espontáneo de la simetría, está constituida por los siguientes términos:

$$L_{MEE} = L_F + L_{YM} + L_H + L_Y \tag{198}$$

donde L_F es la densidad lagrangiana fermiónica, L_{YM} es la densidad lagrangiana de Yang-Mills, L_H es la densidad lagrangiana de Higgs y L_Y es la densidad lagrangiana de Yukawa. Además $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ requiere cuatro bosones gauge: $\vec{W}_\mu = (W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3)$ para $SU(2)$ y B_μ para $U(1)$.

A continuación se describen brevemente cada uno de los términos, teniendo en cuenta que los subíndices *L* y *R* hacen referencia a la quiralidad izquierda y derecha respectivamente.

Densidad Lagrangiana Fermiónica

El término correspondiente a la parte fermiónica, la cual es invariante gauge global y que describe los quarks y leptones, tiene la forma:

$$L_F = \bar{\ell}_{iL} i\gamma^\mu D_\mu \ell_L + \bar{e}_{iR} i\gamma^\mu D_\mu e_R + \bar{Q}_{iL} i\gamma^\mu D_\mu Q_L + \bar{u}_{iR} i\gamma^\mu D_\mu u_R + \bar{d}_{iR} i\gamma^\mu D_\mu d_R \tag{199}$$

donde el subíndice i toma los valores $i = 1,2,3$, haciendo alusión a las tres generaciones de fermiones. Para que la teoría sea invariante bajo transformaciones locales $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, la derivada covariante debe tener la forma:

$$D_\mu = \partial_\mu + ig\frac{\tau^i}{2}W^i_\mu + i\frac{g'}{2}YB_\mu \tag{200}$$

donde τ^i son las matrices de Pauli y g y g' son las constantes de acoplamiento asociadas a los grupos $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$, respectivamente.

Esta derivada actúa sobre los campos fermiónicos de quiralidad izquierda de la siguiente forma:

$$D_\mu f_L = \left(\partial_\mu + ig\frac{\tau^i}{2}W^i_\mu + i\frac{g'}{2}YB_\mu\right)f_L \tag{201}$$

donde $f_L = \ell_L, q_L$ dados por:

$$\ell_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \tag{202}$$

$$q_L = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \tag{203}$$

y sobre los campos de quiralidad derecha de la forma:

$$D_\mu \nu^R_\ell = \partial_\mu \nu^R_\ell \tag{204}$$

$$D_\mu f_R = (\partial_\mu + ig'YB_\mu)f_R \tag{205}$$

donde $f_R = e_R, u_R, d_R$. Finalmente la densidad lagrangiana correspondiente a la parte fermiónica queda escrita como:

$$\begin{aligned} L_F &= \sum_j \bar{\psi}^L_j \gamma^\mu D_\mu \psi^L_j + \sum_j \bar{\psi}^R_j \gamma^\mu D_\mu \psi^R_j \\ &= \bar{\ell}_{iL} D_\mu \ell_L + \bar{e}_{iR} D_\mu e_R + \bar{Q}_{iL} D_\mu Q_L + \bar{u}_{iR} D_\mu u_R + \bar{d}_{iR} D_\mu d_R . \end{aligned} \tag{206}$$

En esta densidad lagrangiana se tiene términos de interacción entre los fermiones y los campos gauge, pero es necesario introducir un termino cinético para los campos gauge en el Lagrangiano para que estos adquieran un sentido físico.

Densidad Lagrangiana de Yang-Mills

El lagrangiano de Yang-Mills corresponde al término cinético de los campos gauge y está dividido en dos partes. La primera parte es el término cinético del campo singlete $B_\mu(x)$:

$$L_{cin.} = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu}(x) B^{\mu\nu}(x) \tag{207}$$

donde $B_{\mu\nu}$ es el tensor de campo abeliano definido por:

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \tag{208}$$

Para los campos W_μ^i $(i = 1,2,3)$ el término asociado es:

$$L_{cin.} = -\frac{1}{4} F_{i\mu\nu}(x) F_i^{\mu\nu}(x) \tag{209}$$

siendo $F_i^{\mu\nu}$ el tensor de campo no abeliano definido por:

$$F_i^{\mu\nu} = \partial^\nu W_i^\mu - \partial^\mu W_i^\nu + g\varepsilon^{ijk} W_j^\nu(x) W_k^\mu(x) \tag{210}$$

donde g es la constante de acoplamiento no abeliana del grupo $SU(2)$ *y* ε^{ijk} el tensor de Levi-Civitta, con $i, j, k = 1,2,3$.
Entonces, la densidad lagrangiana de Yang-Mills total es:

$$L_{YM} = -\frac{1}{4} F_{i\mu\nu} F_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \tag{211}$$

Los campos gauge físicos $W_\mu^\pm$, Z_μ *y* A_μ se pueden escribir en términos de los campos gauge $W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3$ *y* B_μ de la siguiente manera [13]:

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp W_\mu^2) \tag{212}$$

$$A_\mu = B_\mu \cos\theta_W + W_\mu^3 sen\theta_W \tag{213}$$

$$Z_\mu = -B_\mu sen\theta_W + W_\mu^3 \cos\theta_W \tag{214}$$

siendo θ_W el ángulo de Weinberg definido por:

$$sen\theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \tag{215}$$

y

$$\cos ?_W \; ? \; \frac{g}{\sqrt{g^2 \; ? \; g?^2}} \tag{216}$$

y definiendo la carga eléctrica fundamental como:

$$e \; ? \; \frac{g'g}{\sqrt{g^2 \; ? \; g?^2}} \tag{216}$$

En la densidad lagrangiana de Yang-Mills los campos gauge no tienen masa. La masas de estos campos, junto con las masas de los fermiones, se generan mediante la implementación de la ruptura espontánea de la simetría electrodébil. Esto se realiza a través de la introducción del lagrangiano de Higgs y el Mecanismo de Higgs.

Densidad Lagrangiana de Higgs

La densidad lagrangiana escalar tiene la forma:

$$L \; ? \; (D_? ?)^? (D^? ?) \; ? \; V(?) \tag{217}$$

donde el primero de los términos es el término cinético de los campos escalares, con $D_?$ ya definida con anterioridad, y $?$ es el doblete de campos escalares complejos que se puede escribir como:

$$? \; ? \; \begin{pmatrix} ?^? \\ ?^0 \end{pmatrix} \tag{218}$$

con

$$?^? \; ? \; \frac{?_1 \; ? \; i?_2}{\sqrt{2}} \tag{119}$$

$$?^0 \; ? \; \frac{?_3 \; ? \; i?_4}{\sqrt{2}} \; ? \; \frac{h \; ? \; i?_0}{\sqrt{2}} \tag{220}$$

El potencial de Higgs $V(?)$ en L tiene la forma:

$$V(?) \; ? \; ?^2 ?^? ? \; ? \; \frac{?}{4} (?^? ?)^2 \tag{221}$$

por lo cual se pueden presentar dos situaciones en el potencial:

(1) Cuando $?^{2} ? 0$, el valor mínimo del potencial es cero, es decir que $\langle ? \rangle_{0} ? 0$ y el campo $?$ tiene masa.

(2) Cuando $?^{2} ? 0$, se presenta rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil. En este caso la simetría se rompe de $SU(2)_{L} ? U(1)_{Y}$ a $U(1)_{em}$. Aquí el vacío se degenera. Este potencial no tiene su mínimo en cero, localizándose los mínimos en:

$$|?|^{2} ? ? \frac{?^{2}}{2?} ? \frac{v^{2}}{2} \qquad (222)$$

Con la escogencia de uno de los infinitos vacíos de la teoría mediante la siguiente transformación en el campo escalar:

$$? ?? ? ? ?_{0} ? \begin{pmatrix} ?^{?} \\ \frac{h ? i?_{0}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} ? \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} ? \begin{pmatrix} ?^{?} \\ \frac{h ? v ? i?_{0}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \qquad (223)$$

es posible implementar el mecanismo de Higgs. Mediante este hecho los campos $?^{?}$ y $?_{0}$ se convierten en los bosones de Goldstone asociados a los bosones gauge de las interacciones débiles y *h* adquiere el papel de campo escalar real físico, siendo denominado el boson de Higgs.

Sin considerar las interacciones de los campos escalares con los bosones gauge, la densidad lagrangiana escalar, una vez se ha implementado el mecanismo de Higgs, adquiere la forma:

$$L_{H} ? \frac{1}{2}(?_{?} h)(?^{?} h) ? ?v^{2}h^{2} ? \frac{1}{2}(?_{?}?_{0})(?^{?}?_{0}) ? ?vh(h^{2} ? ?_{0}^{2}) ? \frac{?}{4}(h^{2} ? ?_{0}^{2})^{2} \qquad (224)$$

La implementación del mecanismo de Higgs se manifiesta en la generación de masas para los tres campos de gauge físicos $W_{?}^{?}$ *y* Z, correspondientes a los tres generadores rotos de $SU(2)_{L} ? U(1)_{Y}$. Además, aparecen tres bosones de Goldstone, sin masa y no físicos $?^{?}, ?^{?}$ *y* $?_{0}$. También aparece un boson denominado boson de Higgs, *h*, y un boson de gauge sin masa que es el fotón, $A_{?}$, construido como combinación lineal de los campos de gauge no físicos. Finalmente, queda una simetría remanente denominada $U(1)_{em}$ del electromagnetismo. Las masa de los bosones físicos son las siguientes:

$$M_{A} ? 0 \qquad (225)$$

$$M_W \; ? \; \frac{1}{2} v g \, . \qquad (226)$$

$$M_Z \; ? \; \frac{1}{2} v \sqrt{g ?^2 \; ? \; g^2} \qquad (227)$$

estableciéndose así la relación:

$$\frac{M_W}{M_Z} \; ? \; \cos ?_W \qquad (228)$$

De igual forma, surge un término de masa para el boson escalar neutro *h:*

$$\frac{1}{2}(2\sqrt{?v})^2 h^2 \qquad (227)$$

con lo que la masa del boson de Higgs *h* es:

$$M_h \; ? \; 2\sqrt{?v} \qquad (228)$$

la cual depende del parámetro desconocido $?$.

Densidad Lagrangiana de Yukawa

La densidad lagrangiana de Yukawa, además de suministrar el acoplamiento entre escalares y fermiones, dota de masa a los fermiones. Está definido de la siguiente forma:

$$L_Y \; ? \; ? ? \, ? \overline{Q}_{iL} h^d_{ij} ? d_{jR} \; ? \overline{d}_{jR} ?^? h^{d*}_{ij} Q_{iL} \; ? \; \overline{Q}_{iL} h^u_{ij} ?_C u_{jR} \; ? \; \overline{u}_{jR} ?^?_C h^{u*}_{ij} Q_{iL} \; ? \; ?_{iL} h^e_{ij} ? e_{jR} \; ? \; \overline{e}_{jR} ?^? h^{d*}_{ij} \; ?_{iL} ? \qquad (229)$$

en donde no aparecen términos de masa para el neutrino, pues en este modelo no existe una versión con quiralidad derecha de dicha partícula.

El sector gauge del *MEE* es decir, la parte de la densidad lagrangiana que contiene las interacciones de los fermiones con los campos gauge, y de los campos gauge consigo mismos, conserva la simetría *CP* puesto que no existe ninguna constante de acoplamiento compleja. La única fuente potencial de violación de *CP* en el *MEE* se encuentra en el sector de Yukawa, es decir, en la densidad lagrangiana de interacción de los fermiones con el doblete escalar de Higgs.
Dado que las constantes de acoplamiento de Yukawa pueden ser en general números complejos se verá que, después de la diagonalizacion de las matrices de masa fermiónicas, una fase compleja sobrevive.

Después de la ruptura espontánea de la simetría, los términos de Yukawa dotan de masa a los fermiones, en particular a los quarks:

$$M^{u}_{ij}\overline{u}_{iL}u_{jR} \; ? \; M^{d}_{ij}\overline{d}_{iL}d_{jR} \; ? \; h.c., \tag{230}$$

en donde las matrices de masa M^{u} y M^{d} están relacionadas con el valor esperado en el vacío del campo de Higgs (v) por:

$$M^{u}_{ij} \; ? \; h^{u}_{ij}v \tag{231}$$

$$M^{d}_{ij} \; ? \; h^{d}_{ij}v \tag{232}$$

siendo h^{u} y h^{d} las matrices de acople de Yukawa, e i, j los índices para cada generación. Los campos fermiónicos u y d están definidos como:

$$u_{L,R} \; ? \; \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_{L,R} \tag{233}$$

$$d_{L,R} \; ? \; \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_{L,R} \tag{234}$$

Las matrices de masa M^{u} y M^{d} son matrices genéricas 3 x 3. sin embargo, estas matrices no son diagonales y en general pueden ser complejas. Por lo tanto, para diagonalizar estas matrices se debe ir de la base de los autoestados de sabor u y d a la base de los autoestados físicos u^{0} y d^{0}, a través de las matrices unitarias $U_{L,R}$ y $V_{L,R}$:

$$u_{L} \; ? \; U_{L}u^{0}_{L} \tag{235}$$

$$u_{R} \; ? \; U_{R}u^{0}_{R} \tag{236}$$

$$d_{L} \; ? \; V_{L}d^{0}_{L} \tag{237}$$

$$d_{R} \; ? \; V_{R}d^{0}_{R} \tag{238}$$

De esta manera las matrices de masa quedan diagonalizadas a través de las transformaciones:

$$M^{u}_{diag.} \; ? \; U^{?}_{L}M^{u}U_{R} \tag{239}$$

$$M^{d}_{diag.} \; ? \; V^{?}_{L}M^{d}V_{R} \tag{240}$$

quedando escrita la densidad lagrangiana de Yukawa en la base de autoestados físicos u^0 y d^0 como:

$$L_Y = \overline{u^0_L} diag.(m_u, m_c, m_t) u^0_R + \overline{d^0_L} diag.(m_d, m_s, m_b) u^0_R \tag{241}$$

en donde $m_u, ..., m_b$ denota las masas de los correspondientes quarks.

Obsérvese las consecuencias del cambio de base de $u(d)$ a $u^0(d^0)$ en las partes restantes de la densidad lagrangiana, en particular, en las interacciones con corrientes neutras y en las interacciones con corrientes cargadas:

$$\overline{d_L} \gamma_\mu d_L Z^\mu = \overline{d^0_L} V_L^\dagger \gamma_\mu V_L d^0_L Z^\mu = \overline{d^0_L} \gamma_\mu d^0_L Z^\mu \tag{242}$$

$$\overline{u_L} \gamma^\mu d_L W^+_\mu = \overline{u^0_L} U_L^\dagger \gamma^\mu V_L d^0_L W^+_\mu = \overline{u^0_L} \gamma^\mu U_L^\dagger V_L d^0_L W^+_\mu = \overline{u^0_L} \gamma^\mu K d^0_L W^+_\mu \tag{243}$$

es decir, los vértices $Z - d - d$, $Z - s - s$ y $Z - b - b$ permanecen invariantes y sin ningún cambio de familia. De aquí se puede concluir, que en el *MEE* no existe ningún cambio de familia en los procesos con corrientes débiles neutras. Sin embargo, en la parte de la densidad lagrangiana correspondiente a las interacciones con corrientes débiles cargadas se observa la aparición de la matriz unitaria $K = U_L^\dagger V_L$ la cual no es necesariamente diagonal, y por lo tanto se esperan cambios de familia en los vértices con W. Esta es la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa *(CKM)* [7, 8].

La matriz de *CKM* para *n* generaciones, es una matriz compleja unitaria *n x n.* Debido a la condición de unitariedad de los $2n^2$ parámetros reales que conforman la matriz, tan sólo n^2 parámetros son independientes. De ellos, *n(n* — 1)/2 hacen las veces de ángulo de mezcla y por lo tanto los restantes n^2 — *n(n* — 1)/2 corresponden a fases complejas. Pero dado que los campos de quarks y la matriz de *CKM* se pueden redefinir a través de fases complejas sin alterar la forma de la densidad lagrangiana:

$$u_{i(L,R)} \to \exp[i\phi(u_i)]\, u_{i(L,R)} \tag{244}$$

$$d_{i(L,R)} \to \exp[i\phi(d_i)]\, d_{i(L,R)} \tag{245}$$

$$K_{i,j} \to \exp[i\phi(u_i) - i\phi(d_i)]\, K_{i,j} \tag{246}$$

se pueden absorber las fases asociadas a $K_{1,j}$ y $K_{i,1}$ las cuales suman *2n* — 1 fases de la matriz de *CKM.*

De esta forma, la matriz de *CKM* se puede construir a partir de *n(n* — 1)/2 ángulos de mezcla y (n — 1)(n — 2)/2 fases complejas. Para el caso de tres generaciones, existen tres ángulos de mezcla y una fase compleja, esta última responsable de la violación de *CP* en el *MEE.*

Finalmente la densidad lagrangiana del MEE se puede escribir d la siguiente manera:

$$L_{MEE} ? L_F ? L_{YM} ? L_H ? L_Y$$
$$? \overline{?}_{iL} D_? ?_L ? \overline{e}_{iR} D_? e_R ? \overline{Q}_{iL} D_? Q_L ? \overline{u}_{iR} D_? u_R ? \overline{d}_{iR} D_? d_R ? \frac{1}{4} F_{i?\nu} F_i^{?\nu} ? \frac{1}{4} B_{?\nu} B^{?\nu}$$
$$? \frac{1}{2}(?_? h)(?^? h) ? ?v^2h^2 ? \frac{1}{2}(?_? ?_0)(?^? ?_0) ? ?vh(h^2 ? ?_0^2) ? \frac{?}{4}(h^2 ? ?_0^2)^2$$
$$? ? ?\overline{Q}_{iL} h^d_{ij} ? d_{jR} ? \overline{d}_{jR} ?^? h^{d*}_{ij} Q_{iL} ? \overline{Q}_{iL} h^u_{ij} ?_C u_{jR} ? \overline{u}_{jR} ?_C^? h^{u*}_{ij} Q_{iL} ? ?_{iL} h^e_{ij} ? e_{jR} ? \overline{e}_{jR} ?^? h^{d*}_{ij} ?_{iL} ? \quad (247)$$

4.3 LAS SIMETRÍAS Y EL MODELO ESTANDAR

Teniendo en cuenta el breve repaso que en el capitulo uno hicimos de las propiedades de C, P, CP, T y CPT, ¿que podemos esperar que ocurra en el MS. teniendo en cuenta las distintas contribuciones de la densidad lagrangiana?

Los términos de propagación libre del Higgs, de los bosones mediadores y de los fermiones que integran el MS. son invariantes bajo C y P (ese es, de hecho, el origen de adoptar (1) y (3) para las transformaciones) y por tanto bajo CP y T. La acción de las auto interacciones del Higgs descritas por:

$$V(?) ? ?\frac{1}{8}v^2M_h^2 ? \frac{1}{2}h^2M_h^2 ? \frac{M_h^2}{2v}h^3 ? \frac{M_h^2}{8v^2}h^4 \quad (248)$$

es trivialmente invariante bajo C y P, el Higgs es un campo escalar real y su transformación bajo C y P no presenta complicación.

La acción de las auto interacciones de los bosones de gauge también es invariante bajo C y P, tan solo involucra campos vectoriales y derivadas de modo que (1) y (3) permiten comprobar la simetría. Nuestro interés se centra en las interacciones fermión-boson mediador. La interacción mediada por el lagrangiano de corrientes neutras (para tres familias) es:

$$L_{NC} = \frac{g_2 Z_\mu}{\cos\theta_W}\left\{\frac{1}{2}(\bar\nu_e,\bar\nu_\mu,\bar\nu_\tau)\gamma^\mu(1-\gamma^5)\begin{pmatrix}\nu_e\\ \nu_\mu\\ \nu_\tau\end{pmatrix} + \left(-\frac{1}{2} + sen^2\theta_W\right)(\bar e,\bar\mu,\bar\tau)\gamma^\mu(1-\gamma^5)\begin{pmatrix}e\\ \mu\\ \tau\end{pmatrix}\right.$$
$$+ sen^2\theta_W(\bar e,\bar\mu,\bar\tau)\gamma^\mu(1+\gamma^5)\begin{pmatrix}e\\ \mu\\ \tau\end{pmatrix} + \left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}sen^2\theta_W\right)(\bar u,\bar c,\bar t)\gamma^\mu(1-\gamma^5)\begin{pmatrix}u\\ c\\ t\end{pmatrix}$$
$$+\left(-\frac{2}{3}sen^2\theta_W\right)(\bar u,\bar c,\bar t)\gamma^\mu(1+\gamma^5)\begin{pmatrix}u\\ c\\ t\end{pmatrix} + \left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}sen^2\theta_W\right)(\bar d,\bar s,\bar b)\gamma^\mu(1-\gamma^5)\begin{pmatrix}d\\ s\\ b\end{pmatrix}$$
$$\left.+\left(\frac{1}{3}sen^2\theta_W\right)(\bar d,\bar s,\bar b)\gamma^\mu(1+\gamma^5)\begin{pmatrix}d\\ s\\ b\end{pmatrix}\right\}. \tag{249}$$

el cual tiene una parte vectorial y otra vectorial-axial en el acoplamiento. La transformación de $\bar\psi_1(x^\mu)\gamma_\mu\psi_2(x^\mu)$ y la de $\bar\psi_1(x^\mu)\gamma_\mu\gamma_5\psi_2(x^\mu)$ difieren en un signo tanto bajo P como bajo C. La interacción de corrientes neutras viola entonces tanto P como C. Sin embargo bajo la combinación CP, no existe signo relativo entre una y otra:

$$\begin{aligned}\bar\psi_1(x^\mu)\gamma_\mu\psi_2(x^\mu) &\xrightarrow{CP} -\bar\psi_2(x_\mu)\gamma^\mu\psi_1(x_\mu)\\ \bar\psi_1(x^\mu)\gamma_\mu\gamma_5\psi_2(x^\mu) &\xrightarrow{CP} -\bar\psi_2(x_\mu)\gamma^\mu\gamma_5\psi_1(x_\mu)\end{aligned} \tag{250}$$

Con ello el lagrangiano de corrientes neutras no viola CP. Queda finalmente la interacción mediada por corrientes cargadas ($W_\mu^\pm$) descrita por:

$$L_{CC} = \frac{g_2}{\sqrt{2}}W_\mu^+(\bar\nu_e,\bar\nu_\mu,\bar\nu_\tau)_L\gamma^\mu U_\ell\begin{pmatrix}e\\ \mu\\ \tau\end{pmatrix}_L + hc + \frac{g_2}{\sqrt{2}}(\bar u,\bar c,\bar t)_L\gamma^\mu U_q\begin{pmatrix}d\\ s\\ b\end{pmatrix}_L W_\mu^+ + hc \tag{251}$$

Tenemos aproximadamente que $L_{CC} \approx aW_\mu^+\bar\psi_1\gamma^\mu(1-\gamma_5)\psi_2 + a^*W_\mu^-\bar\psi_2\gamma^\mu(1-\gamma_5)\psi_1$ donde $(a \in C)$, que se transforma de la siguiente forma:

$$L_{CC}(x^?) \quad ??^{P}? \quad aW_?^{?}\overline{?}_1 ?^{?}(1 ? ?_5)?_2 ? a^{*}W_?\overline{?}_2 ?^{?}(1 ? ?_5)?_1 \quad (x_?)$$

$$L_{CC}(x^?) \quad ??^{C}? \quad a^{*}W_?^{?}\overline{?}_1 ?^{?}(1 ? ?_5)?_2 ? aW_?\overline{?}_2 ?^{?}(1 ? ?_5)?_1 \quad (x^?) \qquad (252)$$

$$L_{CC}(x^?) \quad ? ?^{CP}? \quad a^{*}W_?^{?}\overline{?}_1 ?^{?}(1 ? ?_5)?_2 ? aW_?\overline{?}_2 ?^{?}(1 ? ?_5)?_1 \quad (x_?)$$

Observando (252) constatamos inmediatamente que existe violación tanto de P como de C puesto que se pasa de una interacción V-A a una interacción V+A, todo ello con independencia del carácter de a (ya sea $a ? R$, o $a ? C$). Bajo CP la situación es ligeramente distinta: sí $a ? a^*$ i.e. $a ? R$, no sé produce violación de simetría. El sector de corrientes cargadas viola CP en la medida en que la matriz V_{CKM} (aquí, esquemáticamente representada por a), no sea real. El análisis de la matriz Cabibbo-Kobayashi-Maskawa expuesto en la siguiente sección detalla este aspecto. Cabe resaltar, antes de concluir esta parte, que el origen de la violación de CP en el sector débil del MS. está en la diagonalizacion de las matrices de masa de los quarks, de las que viene V_{CKM}; pese a que los términos de interacción fermión-Higgs son invariantes, el sector escalar es el responsable de la aparición de violación de CP. En definitiva, aparece violación de CP cuando la densidad lagrangiana de la teoría tiene acoplamientos complejos que ninguna convención de fases para los campos o su transformación puede convertir en reales.

4.4 PARAMETRIZACIONES DE LA MATRIZ DE CKM

Antes de estudiar con detalle las diferentes parametrizaciones de la matriz de CKM, es bueno recodar que la formulación del Modelo Estándar en primer lugar se hizo con leptones, luego en una manera análoga se extendió a los quarks. Según los esquemas de interacción, únicamente se permitían transiciones débiles entre $u ? d, c ? s$, pero esto no puede ser correcto. Por lo tanto se asume que las corrientes cargadas acoplan estados de quarks que se han rotado:

$$\begin{pmatrix} u \\ d_c \end{pmatrix} , \quad \begin{pmatrix} c \\ s_c \end{pmatrix}$$

Donde:

$$\begin{pmatrix} d_c \\ s_c \end{pmatrix} ? \begin{pmatrix} \cos ?_c & sen ?_c \\ ? sen ?_c & \cos ?_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} ? \begin{pmatrix} d \cos ?_c & s\, sen ?_c \\ ? d\, sen ?_c & s \cos ?_c \end{pmatrix} \qquad (253)$$

y $?_c$ representa el ángulo de Cabibbo. En 1963, Cabibbo introdujo el doblete u, d_c para explicar los decaimientos débiles de partículas extrañas [15].

Para tres generaciones de quarks, la matriz de mezcla que extiende la rotación de Cabibbo a tres dobletes de sabor es la matriz de Cabibbo–Kobayashi– Maskawa (1973), la cual es una matriz unitaria 3 x 3, con tres ángulos empíricos $(\theta_1, \theta_2\ y\ \theta_3)$ dando las posibles mezclas entre los dobletes $(u,d), (c,s)\ y\ (t,b)$, y una fase empírica δ que conduce a la violación de CP, definida de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{ud} & K_{us} & K_{ub} \\ K_{cd} & K_{cs} & K_{cb} \\ K_{td} & K_{ts} & K_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \tag{254}$$

donde $d', b'\ y\ s'$ son los estados de masa físicos y $d, b\ y\ s$ son los estados de masa no físicos. Los valores de cada elemento matricial pueden, en principio, ser determinados por decaimientos débiles de quarks, o, en algunos casos, de la dispersión inelástica del neutrino.

Con un 90% de confiabilidad las magnitudes de los elementos de la matriz son [6]:

$$\begin{pmatrix} 0.9741\ a\ 0.9756 & 0.219\ a\ 0.226 & 0.0025\ a\ 0.0044 \\ 0.219\ a\ 0.225 & 0.9732\ a\ 0.9748 & 0.038\ a\ 0.044 \\ 0.004\ a\ 0.014 & 0.037\ a\ 0.044 & 0.9990\ a\ 0.9993 \end{pmatrix} \tag{255}$$

Las restricciones impuestas por la unitariedad de la matriz relaciona diferentes elementos, así un valor específico de un elemento restringe el rango de otros.

Como se ha observado, dentro del MEE, la violación de CP esta relacionada con las fases complejas de los elementos de la matriz de CKM. Sin embargo, la estructura de fase de la matriz de CKM no es única y si se escoge la siguiente transformación de fase:

$$K_{UD} \to \exp(i\phi_U) K_{UD} \exp(-i\phi_U) \tag{256}$$

que corresponde a la redefinición de las campos de quarks *up* (U) y *down* (D):

$$U \to \exp(i\phi_U) U \tag{257}$$

$$D \to \exp(i\phi_D) D \tag{258}$$

Usando estas transformaciones se encuentra que la matriz de mezcla entre quarks para *n* generaciones está descrita por $(n-1)^2$ parámetros, consistido de *n(n —* 1)/2 ángulos de mezcla y (n — 1)(n — 2)/2 fases complejas.

Ahora se estudiarán algunas de las más comunes parametrizaciones de la matriz de mezcla entre quarks, lo cual nos permitirá conocer con más profundidad las propiedades de esta matriz.

4.4.1 Parametrización de Kobayashi y Maskawa

Kobayashi y Maskawa [7] originalmente escogieron una parametrización teniendo en cuenta los cuatro ángulos $?_1, ?_2, ?_3\ y\ ?$:

$$\begin{pmatrix} d? \\ s? \\ b? \end{pmatrix} ? \begin{pmatrix} C_1 & ?\,S_1C_3 & ?\,S_1S_3 \\ S_1C_2 & C_1C_2C_3 ? S_1S_3e^{i?} & C_1C_2S_3 ? S_2C_3e^{i?} \\ S_1S_2 & C_1S_2C_3 ? C_2S_3e^{i?} & C_1S_2S_3 ? C_2C_3e^{i?} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \qquad (259)$$

en donde $C_i ? \cos ?_i$, $S_i ? sen ?_i$, e i es el índice que representa cada generación. En el límite $?_2 ? ?_3 ? 0$, esta matriz se reduce a la matriz de Cabibbo con $?_1$ identificando el ángulo de Cabibbo [8]. En este caso, K_{ub} y K_{td} son reales y K_{cb} complejo, ilustrando una ubicación diferente de la fase que en la parametrización estándar, la cual se estudiará a continuación.

4.4.2 Parametrización estándar

EN el caso de tres generaciones, tres ángulos y una fase compleja son necesarias para parametrizar la matriz de *CKM.* Esta fase compleja permite acomodar la violación de *CP* en el *MEE.* En la parametrización estándar [16], la matriz de *CKM* para tres generaciones toma la siguiente forma:

$$K ? \begin{pmatrix} C_{12}C_{13} & S_{12}C_{13} & S_{13}e^{?i?_{13}} \\ ?\,S_{12}C_{23} ? C_{12}S_{23}S_{13}e^{i?_{13}} & C_{12}C_{23} ? S_{12}S_{23}S_{13}e^{i?_{13}} & S_{23}C_{13} \\ S_{12}S_{23} ? C_{12}C_{23}S_{13}e^{i?_{13}} & ?\,C_{12}S_{23} ? S_{12}C_{23}S_{13}e^{i?_{13}} & C_{23}C_{13} \end{pmatrix} \qquad (260)$$

en donde $C_{ij} ? \cos ?_{ij}$, $S_{ij} ? sen ?_{ij}$, e i, j son los índices que representan cada una de las tres generaciones. En la matriz de *CKM* los ángulos $?_{12}, ?_{13}$ y $?_{23}$ se hallan ubicados en el primer cuadrante, mientras que la fase $?_{13}$ puede estar en cualquier cuadrante pero debe ser diferente de cero para asegurar la violación de *CP.* La ventaja de esta parametrización es que las generaciones $i, j ?1,2,3$ son introducidas de tal forma que la mezcla entre dos generaciones se cancela si el correspondiente ángulo de mezcla $?_{ij}$ es igual a cero. En particular, para

$?_{13} ? ?_{23} ? 0,$ la tercera generación se desacopla, y la situación se reduce a la matriz de Cabibbo para dos generaciones.

Los elementos de la matriz en la primera fila y tercera columna, los cuales han sido medidos directamente en procesos de decaimiento, son todos de una forma simple, y, como C_{13} *se* desvía de la unidad solo en el sexto decimal, $K_{ud} ? C_{12}, K_{us} ? S_{12}, K_{ub} ? S_{13}\exp(?i?_{13}), K_{cb} ? S_{23}\ y\ K_{tb} ? C_{23}$ son una excelente aproximación. La fase $?_{13}$ está en el rango de $0 ? ?_{13} ? 2?$, con valores diferentes de cero generalmente rompiendo la invariancia *CP* para las interacciones débiles.

4.4.3 Parametrización de Wolfenstein

La parametrización estándar puede ser aproximada en tal forma que se enfatice en la jerarquía del tamaño de los ángulos, $S_{12} ?? S_{23} ?? S_{13}$ [17].

La jerarquía de las fuerzas en las transiciones entre quarks mediadas a través de interacciones débiles cargadas son: las transiciones dentro de la misma generación son gobernadas por elementos de *CKM y* son del orden de $O(1)$, aquellas entre la primera y segunda generación son suprimidas por factores de *CKM y* son del orden de $O(10^{?1})$, aquellas entre la segunda y tercera generación son suprimidas por factores de *CKM y* son del orden de $O(10^{?3})$. En la parametrización estándar, esta jerarquía es reflejada por:

$$S_{12} ? 0,22 ?? S_{23} ? O(10^{?2}) ?? S_{13} ? O(10^{?3}) \tag{261}$$

Si se introduce un conjunto de nuevos parámetros $?, A, ?\ y\ ?,$ imponiendo las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} &S_{12} ? ? ? 0,222 \\ &S_{23} ? A?^2 \\ &S_{13}\exp(i?_{13}) ? A?^3(? ? i?) \end{aligned} \tag{262}$$

y regresando a la parametrización estándar, se obtiene una parametrización exacta de la matriz de *CKM* en función de $?(\ y\ A, ?, ?)$. Ahora se puede expandir cada elemento de *CKM* en términos del parámetro $?$. Omitiendo términos de $O(?^4)$, se obtiene la parametrización de Wolfenstein de la matriz de *CKM* [17]:

$$K ? \begin{pmatrix} 1 ? ?^2/2 & ? & A?^3(? ? i?) \\ ? ? & 1 ? ?^2/2 & A?^2 \\ A?^3(1 ? ? ? i?) & ? A?^2 & 1 \end{pmatrix} \tag{263}$$

en donde el valor central de A es $0{,}812$, $|?|,|?| ? 0{,}394$. La violación de *CP* se presenta si $?$ es diferente de cero. Debido a que esta parametrización muestra explícitamente la jerarquía de la matriz de *CKM,* es muy útil para aplicaciones de tipo fenomenológico.

4.5 REQUERIMIENTOS PARA LA VIOLACIÓN DE *CP*

Como se ha notado ya, al menos tres generaciones son requeridas para que la violación de *CP* sea explicada satisfactoriamente en el *MEE.* Sin embargo, aún más condiciones deben ser satisfechas para observar los efectos de la violación de *CP.* Estas condiciones pueden ser resumidas así:

$$(m_t^2 ? m_c^2)(m_t^2 ? m_u^2)(m_c^2 ? m_u^2)(m_b^2 ? m_s^2)(m_b^2 ? m_d^2)(m_s^2 ? m_d^2)J_{CP} ? 0 \tag{264}$$

$$J_{CP} ? \left|\mathrm{Im}(K_{i?} K_{j?} K_{i?}^* K_{j?}^*)\right|; \quad (i ? j, \; ? ? ?) \tag{265}$$

Los factores en (264) que involucran las masas de los quarks están relacionadas al hecho de que la fase que viola *CP* de la matriz de mezcla, podría ser eliminada a través de una transformación adecuada de los campos de quarks si alguno de los dos quarks con la misma carga tuvieran la misma masa. Consecuentemente, el origen de la violación de *CP* no está únicamente relacionada al número de generaciones de fermiones sino también a la jerarquía de las masas de los quarks.

El segundo ingrediente, J_{CP} puede ser interpretado como una medida de la fuerza de la violación de *CP* en el *MEE.* Este no depende de la escogencia que se haga de la parametrización de los campos de quarks. Este parámetro es invariante ante (257) y (258), y la unitariedad de la matriz de *CKM* implica que todas las combinaciones $\left|\mathrm{Im}(K_{i?} K_{j?} K_{i?}^* K_{j?}^*)\right|$ son iguales. Usando las parametrizaciones estándar y la de Wolfenstein se puede encontrar que:

$$J_{CP} ? S_{12}S_{13}S_{23}C_{12}C_{23}C_{13}^2 sen?_{13} ? ?^6A^2? ? O(10^{?5}) \tag{266}$$

4.6 LOS TRIÁNGULOS UNITARIOS DE LA MATRIZ DE *CKM*

En lo concerniente a las pruebas de la imagen de Kobayashi-Maskawa de la violación de CP, el objetivo central son los *triángulos unitarios* de la matriz de *CKM*. La unitariedad de la matriz de *CKM* la cual es descrita por

$$\hat{K}^{?}_{CKM}.\hat{K}_{CKM} \; ? \; \hat{1} \; ? \; \hat{K}_{CKM}.\hat{K}^{?}_{CKM} \qquad (267)$$

implica un conjunto de 12 ecuaciones, las cuales consisten de 6 relaciones de normalización y 6 relaciones de ortogonalidad:

? Relaciones de Normalización:

$$\begin{gathered} |K_{ud}|^2 \; ? \; |K_{cd}|^2 \; ? \; |K_{td}|^2 \; ? \; 1 \\ |K_{us}|^2 \; ? \; |K_{cs}|^2 \; ? \; |K_{ts}|^2 \; ? \; 1 \\ |K_{ub}|^2 \; ? \; |K_{cb}|^2 \; ? \; |K_{tb}|^2 \; ? \; 1 \\ |K_{ud}|^2 \; ? \; |K_{us}|^2 \; ? \; |K_{ub}|^2 \; ? \; 1 \\ |K_{cd}|^2 \; ? \; |K_{cs}|^2 \; ? \; |K_{cb}|^2 \; ? \; 1 \\ |K_{td}|^2 \; ? \; |K_{ts}|^2 \; ? \; |K_{tb}|^2 \; ? \; 1 \end{gathered} \qquad (268)$$

? Relaciones de Ortogonalidad:

$$\begin{gathered} K_{ud}K^*_{us} \; ? \; K_{cd}K^*_{cs} \; ? \; K_{td}K^*_{ts} \; ? \; 0 \\ K_{ud}K^*_{ub} \; ? \; K_{cd}K^*_{cb} \; ? \; K_{td}K^*_{tb} \; ? \; 0 \\ K^*_{ud}K_{cd} \; ? \; K^*_{us}K_{cs} \; ? \; K^*_{ub}K_{cb} \; ? \; 0 \\ K^*_{ub}K_{tb} \; ? \; K^*_{us}K_{ts} \; ? \; K^*_{ud}K_{td} \; ? \; 0 \\ K^*_{cd}K_{td} \; ? \; K^*_{cs}K_{ts} \; ? \; K^*_{cb}K_{tb} \; ? \; 0 \end{gathered} \qquad (269)$$

Las relaciones de ortogonalidad sonde particular interés; puesto que ellas pueden ser representadas como seis triángulos unitarios en el plano complejo.

CAPÍTULO 5

EL PARÁMETRO ε_K EN EL MODELO ESTÁNDAR ELECTRODEBIL

5.1 INTRODUCCIÓN

Como se vio en el Capítulo 3, el parámetro experimental más importante que describe la fenomenología de la violación de *CP* en el sistema de los kaones neutros depende directamente de el parámetro ε_K, el cual está relacionado con los procesos de oscilación de kaones en donde hay un cambio de extrañeza $\Delta S = 2$, y conduce a las expresiones para los parámetros de violación de *CP* η_{+-} y η_{00} para el caso de decaimientos a dos piones.

Sin embargo, el valor de este parámetro depende del modelo teórico en que se trabaje. El modelo teórico más trabajado y aceptado por los físicos de partículas es el Modelo Estándar *(ME),* [18] el cual ha explicado satisfactoriamente la mayoría de los fenómenos ocurridos en física de partículas. Por lo tanto en este capítulo se calcula el parámetro ε_K en el *MEE* a través de los diagramas de caja (ver apéndice E) y las técnicas de regularización dimensional (ver apéndice D).

La comparación de los resultados obtenidos a partir de la teoría con los resultados experimentales existentes, permitiría establecer si el *MEE* es adecuado para la descripción de los fenómenos de la violación de CP o si, en caso contrario, es necesario buscar un modelo que de cuenta de estos resultados.

5.2 EL SISTEMA DE LOS KAONES NEUTROS.

Como se observo en el capitulo 3, el parámetro ε_K se puede obtener resolviendo la ecuación de Schrodinger para el sistema $K^0 - \overline{K^0}$:

$$i\frac{d\Psi(t)}{dt} = H\Psi(t), \tag{270}$$

en donde

$$H = \begin{pmatrix} M_{11} - i\Gamma_{11}/2 & M_{12} - i\Gamma_{12}/2 \\ M^*_{21} - i\Gamma^*_{21}/2 & M_{11} - i\Gamma_{11}/2 \end{pmatrix} \tag{271}$$

y

$$\Psi(t) = a_K(t)\left|K^0\right\rangle + a_{\overline{K}}(t)\left|\overline{K^0}\right\rangle \tag{272}$$

siendo $a_K(t)$ y $a_{\overline{K}}(t)$ los parámetros dependientes del tiempo que indican la contribución de los estados $\left|K^0\right\rangle$ y $\left|\overline{K^0}\right\rangle$ a la superposición que define al autoestado $?(t)$. Aquí se han identificado los estados $\left|K^0\right\rangle$ y $\left|\overline{K^0}\right\rangle$ con los vectores mutuamente ortogonales $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ respectivamente.

El hamiltoniano se ha escrito de la forma $? ? M ? i?/2$ en donde M y $?$ son matrices hermíticas y representan los operadores de masa y ancho de decaimiento. Los elementos diagonales de cada, una de estas matrices son iguales entre sí debido a que tanto la masa como el ancho de decaimiento deben ser iguales tanto para el kaón como para el antikaón. Los elementos fuera de la diagonal representan los efectos de las interacciones débiles ya que son estos términos precisamente los que violan el número cuántico de extrañeza y dan cuenta de la oscilación de kaones.

El calculo de los valores propios conduce a las siguientes expresiones que relacionan la masa y el ancho de decaimiento para el kaón de corta vida K_S y el kaón de larga vida K_L con los elementos matriciales del hamiltoniano:

$$M_S ? i?_S/2 ? M_{11} ? i?_{11}/2 ? R \tag{273}$$

$$M_L ? i?_L/2 ? M_{11} ? i?_{11}/2 ? R \tag{274}$$

en donde:

$$R ? \{(M_{12} ? i?_{12}/2)(M^*_{12} ? i?^*_{12}/2)\}^{1/2}. \tag{275}$$

De aquí, los autoestados se pueden escribir como

$$\left|K_S\right\rangle ? \frac{1}{\sqrt{2M^*_{12}}}\{(M_{12} ? i?_{12}/2)^{1/2}\left|K^0\right\rangle ? (M^*_{12} ? i?^*_{12}/2)^{1/2}\left|\overline{K^0}\right\rangle\} \tag{276}$$

$$\left|K_L\right\rangle ? \frac{1}{\sqrt{2M^*_{12}}}\{(M_{12} ? i?_{12}/2)^{1/2}\left|K^0\right\rangle ? (M^*_{12} ? i?^*_{12}/2)^{1/2}\left|\overline{K^0}\right\rangle\} \tag{277}$$

Las ecuaciones (146) y (147), los cuales relacionan los autoestados $|K_S\rangle$ y $|K_L\rangle$ con los estados $|K^0\rangle$ y $|\overline{K^0}\rangle$ a través del parámetro $?_K$, permiten escribir este parámetro en términos de los elementos del hamiltoniano (ver apénd. C):

$$\frac{1 ? ?_K}{1 ? ?_K} ? \begin{matrix}? \\ ? \\ ?\end{matrix}\!\frac{M_{12}^* ? i?_{12}^*/2}{M_{12} ? i?_{12}/2}\!\begin{matrix}? \\ ? \\ ?\end{matrix}^{1/2} ? \frac{(?M ? i?? /2)/2}{M_{12} ? i?_{12}/2} ? \frac{M_{12}^* ? i?_{12}^*/2}{(?M ? i?? /2)/2} \qquad (278)$$

$$?_K ? \frac{M_{12} ? i?_{12}/2 ? ?m/2 ? i?? /4}{M_{12} ? i?_{12}/2 ? ?m/2 ? i?? /4} \qquad (279)$$

en donde $?m$ y $??$ corresponden a las diferencias entre las masas y los anchos de decaimiento para los kaones de larga y corta vida [6]:

$$?m ? M_S ? M_L ? ?(3.490 ? 0.006)x10^{?12} \; MeV \qquad (280)$$

$$?m ? ?_S ? ?_L ? (7.354 ? 0.007)x10^{?12} \; MeV \qquad (281)$$

Observando la ecuación (278) se puede hacer la aproximación:

$$(?M ? i?? /2)/2 ? M_{12}^* ? i?_{12}^*/2 ? M_{12} ? i?_{12}/2 \qquad (282)$$

Donde si tomamos partes reales e imaginarias por separado tenemos:

$$\begin{aligned} ?M/2 ? \mathrm{Re}M_{12} ? \mathrm{Im}?_{12}/2 ? \mathrm{Re}M_{12} ? \mathrm{Im}?_{12}/2 \\ ??/4 ? ?\mathrm{Im}M_{12} ? \mathrm{Re}?_{12}/2 ? \mathrm{Im}M_{12} ? \mathrm{Re}?_{12}/2 \end{aligned} \qquad (283)$$

De donde se concluye:

$$\begin{aligned} |\mathrm{Re}\,M_{12}| ?? |\mathrm{Im}\,?_{12}| \\ |\mathrm{Re}\,?_{12}| ?? |\mathrm{Im}\,M_{12}| \end{aligned} \qquad (284)$$

y que, por lo tanto:

$$\begin{aligned} ?M ? 2\,\mathrm{Re}\,M_{12} \\ ?? ? 2\,\mathrm{Re}\,?_{12} \end{aligned} \qquad (285)$$

Con estas ultimas expresiones podemos expresar (279) como

$$?_K ? \frac{i\,\mathrm{Im}\,M_{12} ? \mathrm{Im}\,?_{12}/2}{2\,\mathrm{Re}\,M_{12} ? i\,\mathrm{Re}\,?_{12}} \qquad (286)$$

Aplicando la relación experimental $?? \; ? \; ?2?M$ dada por (280) y (281) tenemos:

$$\begin{aligned} ?_K \; ? \; & \frac{i\,\mathrm{Im}\,M_{12} \; ? \; \mathrm{Im}\,?_{12}/2}{2\,\mathrm{Re}\,M_{12} \; ? \; 2i\,\mathrm{Re}\,M_{12}} \\ ? \; & (1?\,i)\frac{i\,\mathrm{Im}\,M_{12} \; ? \; \mathrm{Im}\,?_{12}/2}{2?M} \end{aligned} \tag{287}$$

Dada la relación:

$$?_{12} \; ? \; ?\frac{2}{?_{11}}\left\langle K^0 \middle| H_?^2 \middle| \bar{K}^0 \right\rangle \; ? \; ?\frac{2}{?_{11}}\left\langle K^0 \middle| H_? \middle| (??)_{I?0} \right\rangle\left\langle (??)_{I?0} \middle| H_? \middle| \bar{K}^0 \right\rangle \tag{288}$$

siendo $H_? \; ? \; ?i?/2$, se obtiene una expresión para la razón:

$$\frac{\mathrm{Im}\,?_{12}}{\mathrm{Re}\,?_{12}} \; ? \; \frac{\mathrm{Im}(a_0)^2}{\mathrm{Re}(a_0)^2} \; ? \; ?2\frac{\mathrm{Im}\,a_0}{\mathrm{Re}\,a_0} \; ? \; \frac{?_K}{30} \tag{289}$$

Por lo tanto es posible despreciar $\mathrm{Im}\,?_{12}$ frente a $\mathrm{Im}\,M_{12}$ en (287) obteniendo finalmente la relación (ver apéndice C):

$$?_K \; ? \; \exp(i?/4)\frac{\mathrm{Im}\,M_{12}}{\sqrt{2}?M} \tag{290}$$

Así, para calcular el parámetro $?_K$, se necesita evaluar la parte imaginaria del elemento de matriz M_{12}, lo cual se consigue a través de los llamados diagramas de caja presentados en el Apéndice E [19], que requieren para su cálculo de las técnicas de Regularización Dimensional presentadas en el Apéndice D [5]. Teniendo en cuenta tanto las contribuciones de los bosones de gauge como las de los bosones escalares, representadas en el parámetro M_{12}, el parámetro $?_K$ se puede expresar como:

$$?_K \; ? \; ?\exp(i?/4)\frac{G_F^2 M_W^2}{4\sqrt{2}?^2?M}\left\langle K^0 \middle\| \bar{d}_L ?^? s_L \middle|^2 \middle| \bar{K}^0 \right\rangle \underset{i,j?c,t}{?} ?_{ij}\bar{E}(x_i, x_i)\,\mathrm{Im}(?_i ?_j) \tag{291}$$

Tratar de calcular los elementos de matriz que aparecen en la anterior expresión es bastante complicado, no obstante se puede tratar de estimar el elemento de matriz en base a lo que se conoce como aproximación de la inserción de vació, que consiste en separar elementos de matriz de un operador con cuatro campos (quarks) en el producto de dos elementos de matriz de operadores con dos campos (i.e. bilinéales). En lugar de introducir una identidad (como suma sobre los proyectores de todos los estados) se toma únicamente el proyector del vació $|0\rangle\langle 0|$ esperando que estime correctamente la magnitud del elemento de matriz.

$$?_K \ ? \ ? \exp(i? \ /4)\frac{G_F^2 M_W^2}{4\sqrt{2}?^{\,2}?M} B_K \left\langle K^0 \left| \bar{d}_L ?^{\,?} s_L \right| 0 \right\rangle \left\langle 0 \left| \bar{d}_L ?^{\,?} s_L \right| \bar{K}^0 \right\rangle \underset{i,j?c,t}{?} ?_{ij} \bar{E}(x_i, x_i)\,\mathrm{Im}(?_i ?_j)$$

$$?_K \ ? \exp(i? \ /4)\frac{B_K f_K^2 G_F^2 m_K M_W^2}{12\sqrt{2}?^{\,2}?M} \underset{i,j?c,t}{?} ?_{ij} \bar{E}(x_i, x_i)\,\mathrm{Im}(?_i ?_j) \qquad (292)$$

en donde [20]:

$$\left\langle K^0 \left| \bar{d}_L ?^{\,?} s_L \right| 0 \right\rangle \left\langle 0 \left| \bar{d}_L ?^{\,?} s_L \right| \bar{K}^0 \right\rangle \ ? \ ? \frac{f_K^2 m_K}{3} \qquad (293)$$

$$B_K \ ? \ \frac{?_f \left\langle K^0 \left| \bar{d}_L ?^{\,?} s_L \right| f \right\rangle \left\langle f \left| \bar{d}_L ?^{\,?} s_L \right| \bar{K}^0 \right\rangle}{\left\langle K^0 \left| \bar{d}_L ?^{\,?} s_L \right| 0 \right\rangle \left\langle 0 \left| \bar{d}_L ?^{\,?} s_L \right| \bar{K}^0 \right\rangle} \qquad (296)$$

$$x_i \ ? \ \left(\frac{m_i}{M_W}\right)^2 \qquad (294)$$

$$?_i \ ? \ K_{is} K_{id}^* \qquad (295)$$

con *K* la matriz de *CKM* del ME, y siendo B_K un factor de saturación, el cual se calcula a través de diferentes técnicas, entre ellas, trabajo numérico en el retículo y límite de gran *N* [21], G_F la constante de Fermi, f_K la constante de decaimiento del kaón con $f_K \ ? 161 MeV$, [20] m_K *y* M_W las masas del kaón y del bosón *W,* $?_{ij}$ los factores de corrección de *QCD* (es de notar que en este trabajo no se realiza el cálculo de los factores de corrección de *QCD,* sólo se toman los resultados encontrados en la literatura)[22, 23] con:

$$\begin{aligned} ?_{cc} \ &? \ 1.38 \ ? \ 0.20 \\ ?_{ct} \ &? \ 0.47 \ ? \ 0.04 \\ ?_{tt} \ &? \ 0.57 \ ? \ 0.01 \end{aligned} \qquad (296)$$

además $\bar{E}(x_i, x_i)$ las funciones del diagrama de caja presentadas en el Apéndice E calculadas originalmente por Gaillard y Lee, [19] con correcciones posteriores por Inami y Lim: [24]

$$\overline{E}(x_i, x_j) = x_i x_j \left\{ \frac{1}{x_j - x_i}\left[\frac{1}{4} + \frac{3}{2(1-x_i)} - \frac{3}{4(1-x_i)^2}\right]\ln x_i + \frac{1}{x_i - x_j}\left[\frac{1}{4} + \frac{3}{2(1-x_j)} - \frac{3}{4(1-x_j)^2}\right]\ln x_j - \frac{3}{4(1-x_i)(1-x_j)} \right\} \qquad (297)$$

donde si se remplaza los factores de corrección de *QCD* (η_{ij}) se tiene:

$$\overline{E}(x_i, x_i) = -x_i\left[\frac{1}{4} - \frac{9}{4(1-x_i)} - \frac{3}{2(1-x_i)^2}\right] - \frac{3}{2}\left[\frac{x_i}{1-x_i}\right]^3 \ln x_i \qquad (298)$$

Tal como se encuentra en las referencias [21], se estima un valor para B_K aproximadamente igual a 0.85 ± 0.15, con lo cual la ecuación (292) produce un resultado para ε_K:

$$|\varepsilon_K| \approx 2.365 \; X \; 10^{-3} \qquad (299)$$

que concuerda bastante bien con el resultado experimental:

$$|\varepsilon_K| = (2.271 \pm 0.017) \; X \; 10^{-3} \qquad (300)$$

Como se puede observar de la relación (292), el parámetro ε_K depende directamente de la fase compleja de la matriz de *CKM,* lo cual ilustra la relación existente entre la violación de *CP* observada experimentalmente y el parámetro responsable de ella en el plano teórico. De estos resultados se puede concluir que el *ME* es satisfactorio en la explicación de los efectos de violación de *CP* en el sistema de los kaones neutros [25].

REFERENCIAS

[1] Branco, G. C., Lavoura, L., y Silva, J. P. CP Violation. No. 103 en International Series of Monographs on Physics. Oxford Science Publications, 1999.

[2]. Feynman, R., Física Vol. III, Fondo Educativo Interamericano, S.A., 1971.

[3]. Griffiths, D., Introduction to Elementary Particles, John Wiley, 1987.

[4] http://www.anales.uchile.cl/6s/n9/doc1e.html

[5] Ryder H. Lewis, Elementary Particles and Symmetries, Gordon and Breach, Science Publishers, 1986.

[6] H. Hagiwara et al. (Particle Data Group), Phys. Rev. D 66, (2002) 010001.

[7] M. Kobayashi and T. Maskawa, Prog. Theo. Phys. 49, (1973) 552.

[8] N. Cabibbo, Phys. Phys. Lett. 10, (1963) 531.

[9] S. Bertolini and M. Fabbrichesi, Rew. Mod. Phys. 72, (2002) 65.

[10] S. Wakaizumi, CP Violation in K and B Decays, preprint (1991)

[11] M. A. Shifman, A. I, Vainstein and V. I Zakharov, Nucl. Phys. B120, (1977) 316.

[12] S. L. Glashow, A. Salam, S. Weinberg, Elementary Particle Theory, ed. N. Svartholm, Almquist and Forlag, Stockholm, 1968.

[13] M. Herrero, The Standart Model, hep-hp/9812224.

[14] Steven Weinberg, The Quantum Theory of fields, Cambridge University Press, Vol III (1998).

[15] Quarks and Leptons. An Introductory Course in Modern Particle Physics. Francis Halzen. Alan D. Martin. 1983

[16] L.L Chau and W.Y Keung Phys. Rev. Lett, 53, (1984).

[17] L. Wolfenstein, Phys. Rev. Lett, 55, (1983).

[18] S. L. Glashow, Nucl. Phys. 22, (1961) 579;
A. Salam, and J.C Ward, Phys. Lett. 13 (1964) 168;
B. S. Weinberg, Phys. Rev. Lett 19, (1967) 1264.

[19] M.K Gaillard and B.W Lee, Phys. Rev. D10 (1974) 897.

[20] I.I. Bigi and A. I. Sanda, CP violation, cambridge Monographs on particle Physics, Nuclear Physics and Cosmology, (2000).

[21] L. Lellouch, Nucl. Phys. Proc. Suppl. 94, (2001) 142.

[22] E. A. Paschos and U. Turke, Phys. Rep. 178 (1989) 145.

[23] F. J. Gilman and B. Wise, Phys. Rev. D10 (1974) 897.

[24] T. Inami and C. S. Lim, Prog. Theo. Phys. 65 (1981) 297.

[25] A. J. Buras, Theoretical Progress in K and B Decays, Published in Tokyo INS Sympos. 1995:0039-60, hep-ph/9504269;

J. L. Rosner, Present and Future Aspects of CP Violation, Published in Jorge Swieca Summer School 1995:116-173, hep-ph/9506364;

A. Ali and D. London, Nuovo. Cim. **A109.** (1996) 957;

G. Buchalla, A. J. Buras, and M. E. Lautenbacher, Rev. Mod. Phys. 68, (1996) 1125;

R. N. Rogaiyov, CP Violation in K-Meson Decays, Presented at 24th international Workshop on Fundamental Problems of High Energy Physics and Field Theory, Protvino, Russia, 27-29 Jun 2001, hep-ph/0204099.

[26] Arfken George, Métodos Matemáticos para Físicos, Editorial Diana México (1981).

[27] Murria R. Spiegel, Manual de Formulas y Tablas Matemáticas, McGRAW-HILL (1997).

APÉNDICE A

Para explicar un poco mejor lo que hemos propuesto en el primer capitulo recordémonos que para discutir sobre simetrías acudimos a la acción: si la acción es invariante bajo una determinada operación de simetría, tenemos una buena simetría de la teoría. Por ejemplo en el marco de teorías de campos locales, para esbozar las principales características, la densidad lagrangiana que define la teoría tiene dos piezas:

$$L ? L_0 ? L_{\text{int}} \tag{A.1}$$

L_0 describe campos libres, sin interacción mientras L_{int} describe las interacciones entre los distintos campos. Análogamente la acción queda separada en dos piezas, la parte libre y la parte de interacción:

$$S ? ? d^4 x L(t, \vec{x}) ? S_0 ? S_{\text{int}} \tag{A.2}$$

Definimos las operaciones de simetría P y C mediante su actuación sobre los campos libres, de modo que los transformados bajo P y C cumplan las mismas ecuaciones de movimiento libre. La motivación de esta construcción es la siguiente: tanto la parte libre como la de interacción se pueden expresar en términos de los campos libres, con lo cual abordamos la transformación de todas las piezas de la acción. A continuación detallamos la construcción de las propiedades de transformación de las ecuaciones (1) - (10).

Un campo quántico que describe una partícula y su antipartícula se descompone de forma general siguiendo

$$\begin{aligned} ? ...(x) ? & ? \frac{d^3 p}{\sqrt{2E_p (2?)^3}} \sum_{?} ? e^{? ip.x} C(\vec{p},?) a(\vec{p},?) ? e^{ip.x} C'(\vec{p},?) b^{?}(\vec{p},?) ? \\ ? & ? ? e^{? ip.x} C(\vec{p},?) a(\vec{p},?) ? e^{ip.x} C'(\vec{p},?) b^{?}(\vec{p},?) ? \end{aligned} \tag{A.3}$$

a y b son los operadores de aniquilación de partículas y antipartículas (respectivamente). $\vec{p}$ es el momento y $?$ la tercera componente del momento angular. Los coeficientes C y $C?$ indican la representación de $L^{\dagger}_{+}$ (grupo propio ortocrono de Lorentz) bajo la que se transforma el campo: $C ? C' ? 1$ para un campo escalar, espinores (de Dirac, Weyl o Majorana) para un campo de espin ½, vectores de polarización para un campo de espin 1, ... Bajo C, P y T los operadores de creación o destrucción se transforman según

$$P a(\vec{p},?) P^{?1} ? e^{i?_P} a(?\vec{p},?) \quad , \quad P b^{?}(\vec{p},?) P^{?1} ? e^{i?_P} b^{?}(?\vec{p},?)$$

$$C a(\vec{p},?) C^{?1} ? e^{i?_C} b(\vec{p},?) \quad , \quad C b^{?}(\vec{p},?) C^{?1} ? e^{i?_C} a^{?}(\vec{p},?)$$

$$T a(\vec{p},?) T^{?1} ? (?1)^{j??} e^{i?_t} a(?\vec{p},??) \quad , \quad T b^{?}(\vec{p},?) T^{?1} ? (?1)^{j??} e^{i?_t} b^{?}(?\vec{p},??))$$

(A.4)

La transformación del campo $? ...(x)$ se obtiene a partir de (A.4) y de las relaciones existentes entre $\{C(\vec{p},?),C'(\vec{p},?)\},\{C(?\vec{p},?),C'(?\vec{p},?)\}$ y $\{C(?\vec{p},??),C'(?\vec{p},??)\}$. El caso mas sencillo es el de un campo escalar, para el que $C ? C' ? 1$:

$$?(x^?) ? ? (e^{?ip.x}a(\vec{p}) ? e^{ip.x}b^?(\vec{p}))$$

(A.5)

$$P?(x^?)P^{?1} ? ? (e^{?ip.x}a(?\vec{p}) ? e^{ip.x}b^?(?\vec{p}))e^{i?_P}$$

Cambiando la variable de integración $\vec{p} ? ?\vec{p}$ y empleando $p.x ? p^0x^0 ? \vec{p}.\vec{x} ? ? ? ? p.(Px)$ (con $x_? ? Px^?$) tenemos:

$$P?(x^?)P^{?1} ? ? (e^{?ip.Px}a(\vec{p}) ? e^{ip.Px}b^?(\vec{p}))e^{i?_P}$$

$$? e^{i?_P}?(x_?)$$

(A.6)

Del mismo modo:

$$C?(x^?)C^{?1} ? ? (e^{?ip.x}b(\vec{p}) ? e^{ip.x}a^?(\vec{p}))e^{i?_C}$$

$$? e^{i?_C}?^?(x^?)$$

(A.7)

Y

$$T?(x^?)T^{?1} ? ? (e^{?ip.x}a(?\vec{p}) ? e^{?ip.x}b^?(?\vec{p}))e^{i?_t}$$

(A.8)

De nuevo cambiamos $\vec{p} ? ?\vec{p}$ y $p.x ? p^0x^0 ? \vec{p}.\vec{x} ? ? ? ? ?p.(Tx)$ (con $?x_? ? Tx^?$) y obtenemos

$$T?(x^?)T^{?1} ? e^{i?_t}?(?x_?)$$

(A.9)

Tras el caso escalar veamos lo que ocurre con un campo vectorial $V^?(x)$; C y $C?$ son ahora vectores de polarización (si describiéramos un campo vectorial sin masa, la polarización s = 0 no aparecería):

$$V^?(x) ? ? (e^{?ip.x}?^?(\vec{p},?)a(\vec{p},?) ? e^{ip.x}?^{?*}(\vec{p},?)b^?(\vec{p},?)) \qquad \text{(A.10)}$$

Los vectores de polarización son $?^?(\vec{p},?) ? L^?_?(\vec{p})?^?(\vec{0},?)$ con $L^?_?(\vec{p})$ el boost que transforma $\vec{p} ? \vec{0} ? \vec{p}$ y

$$?^{?}(\vec{0},0) ? \begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix} \qquad ?^{?}(\vec{0},?1) ? ?\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\1\\i\\0\end{pmatrix} \qquad ?^{?}(\vec{0},?1) ? \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\1\\?i\\0\end{pmatrix} \tag{A.11}$$

Teniendo en cuenta las expresiones anteriores y

$$L^{?}_{?}(?\vec{p}) ? P^{?}_{?}L^{?}_{?}(?\vec{p})P^{?}_{?} \qquad con \quad P^{?}_{?} ? \begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\0 & ?1 & 0 & 0\\0 & 0 & ?1 & 0\\0 & 0 & 0 & ?1\end{pmatrix} \tag{A.12}$$

resulta

$$?^{?}(?\vec{p},?) ? ??_{?}(\vec{p},?) \qquad (?1)^{1??}\,?^{?*}(?\vec{p},??) ? ?_{?}(\vec{p},?) \tag{A.13}$$

Empleando (A.13),

$$\begin{aligned}
PV^{?}(x^{?})P^{?1} &? \sum (e^{?ip.x}?^{?}(\vec{p},?)a(?\vec{p},?) ? e^{ip.x}?^{?*}(\vec{p},?)b^{?}(?\vec{p},?))e^{i\nu_P}\\
&? ?e^{i\nu_P}V_{?}(x_{?})\\[2ex]
CV^{?}(x^{?})C^{?1} &? \sum (e^{?ip.x}?^{?}(\vec{p},?)b(\vec{p},?) ? e^{ip.x}?^{?*}(\vec{p},?)a^{?}(\vec{p},?))e^{i\nu_C}\\
&? ?e^{i\nu_C}V^{??}(x^{?})\\[2ex]
TV^{?}(x^{?})T^{?1} &? \sum (e^{ip.x}(?1)^{1??}\,?^{?*}(\vec{p},?)a(?\vec{p},??) ? e^{?ip.x}(?1)^{1??}\,?^{?}(\vec{p},?)b^{?}(?\vec{p},??))e^{i\nu_t}\\
&? e^{i\nu_t}V_{?}(?x_{?})
\end{aligned} \tag{A.14}$$

Además de los campos escalares y vectoriales tiene gran interés, teniendo en cuenta el contenido material del MS, abordar la transformación de un campo de Dirac de espin ½. De todas las representaciones del grupo de Lorentz, la introducida por Dirac en su teoría del electrón tiene especial interés. A partir de matrices $?^{?}$ que formen un álgebra (de Clifford) dada por:

$$\{?^{?},?^{?}\} ? 2g^{??} \tag{A.15}$$

podemos definir los generadores $J^{??} ? \frac{i}{4}[?^?, ?^?]$ de modo que se cumple la relación requerida:

$$[J^{??}, J^{??}] ? i(g^{??}J^{??} ? g^{??}J^{??} ? g^{??}J^{??} ? g^{??}J^{??}) \qquad \text{(A.16)}$$

Existe automáticamente una transformación de paridad dada por $?^0$:

$$\{?^?, ?^?\} ? 2g^{??} ? \quad ?^0 ?^i ?^0 ? ?^0 ?^i (?^0)^{?1} ? ??^i$$
$$?^0 ?^0 (?^0)^{?1} ? ??^0 \qquad \text{(A.17)}$$

También emplearemos $?_5 ? i?^0?^1?^2?^3 ? ? \frac{i}{4!}?_{????}?^? ?^? ?^? ?^?$, que cumple $?_5^2 ? 1$ y $\{?^?, ?_5\} ? 0$. De forma general (i.e. para cualquier representación obtenida mediante una transformación de semejanza $O?^? O^{?1}$) existen matrices A y C no singulares tales que

$$A?_? A^{?1} ? ?_?^? \qquad C?_? C^{?1} ? ??_?^t \qquad \text{(A.18)}$$

Con $A ? A^?, C^t ? ?C \; y \; CA^*C^*A ? 1$. Con ello

$$A?_5 A^{?1} ? ??_5 \qquad C?_5 C^{?1} ? ?_5^t$$
$$A?_{??} A^{?1} ? ?_{??}^? \qquad C?_{??} C^{?1} ? ??_{??}^t \qquad \text{(A.19)}$$

La descomposición de un campo de Dirac es:

$$?(x) ? ? (e^{?ip.x}u(\vec{p},?)a(\vec{p},?) ? e^{ip.x}v(\vec{p},?)b^?(\vec{p},?)) \qquad \text{(A.20)}$$

Las relaciones de internes para los espinores $u \; y \; v$ son:

$$u(?\vec{p},?) ? ?^0 u(\vec{p},?) \qquad (?1)^{1/2??} u^*(?\vec{p},??) ? ?_0^* ?_5^* (CA^t)^{?1} u(\vec{p},?)$$
$$v(?\vec{p},?) ? ?^0 v(\vec{p},?) \qquad (?1)^{1/2??} v^*(?\vec{p},??) ? ?_0^* ?_5^* (CA^t)^{?1} v(\vec{p},?) \qquad \text{(A.21)}$$
$$u^*(\vec{p},?) ? ?(CA^t)^{?1} v(\vec{p},?) \qquad v^*(\vec{p},?) ? ?(CA^t)^{?1} u(\vec{p},?)$$

Empleando (A.21),

$$P? \ (x^{?})P^{?1} \ ? \ ? \ (e^{?ip.x}u(\vec{p},?)a(?\vec{p},?) \ ? \ e^{ip.x}v(\vec{p},?)b^{?}(?\vec{p},?))e^{i?_P}$$

$$? \ ? e^{i?_P} ?_0 ? \ (x_?)$$

$$C? \ (x^{?})C^{?1} \ ? \ ? \ (e^{?ip.x}u(\vec{p},?)b(\vec{p},?) \ ? \ e^{ip.x}v(\vec{p},?)a^{?}(\vec{p},?))e^{i?_C} \quad (A.22)$$

$$? \ e^{i?_C} C\bar{?}^{t}(x^{?})$$

$$T? \ (x^{?})T^{?1} \ ? \ ? \ (e^{ip.x}(?1)^{1/2??} u^{*}(\vec{p},?)a(?\vec{p},??) \ ? \ e^{?ip.x}(?1)^{1/2??} v^{*}(\vec{p},?)b^{?}(?\vec{p},??))e^{i?_t}$$

$$? \ e^{i?_t} ?_0^{*} ?_5^{*}(CA^{t})^{?1} ? \ (?x_?)$$

En las representaciones habituales (Dirac, Weyl o Majorana),

$$?_0 \ ? \ ?_0^{?} \qquad ?_i^{?} \ ? \ ??_i \qquad ? \qquad A \ ? \ ?_0 \quad \text{(A.23)}$$

En la representación de Weyl, $C \ ? \ i?_0?_2$.

APENDICE B

DIAGONALIZACION DE UNA MATRIZ HERMITICA 2 X 2

Consideremos una matriz hermítíca:

$$H \ ? \ \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \quad \text{(B.1)}$$

Donde H_{11} y H_{22} son reales. Además

$$H_{12} \ ? \ H_{21}^{*} \quad \text{(B.2)}$$

La matriz H representa, en una base ortonormal, $\{|?_1\rangle, |?_2\rangle\}$, un cierto operador hermitico $\hat{H}$.

Usando la suma y diferencia media de los elementos diagonales H_{11} y H_{22}, se puede escribir H en la siguiente forma:

$$H \ ? \ \begin{pmatrix} 1/2(H_{11} \ ? \ H_{22}) & 0 \\ 0 & 1/2(H_{11} \ ? \ H_{22}) \end{pmatrix} \ ? \ \begin{pmatrix} 1/2(H_{11} \ ? \ H_{22}) & H_{12} \\ H_{21} & ?1/2(H_{11} \ ? \ H_{22}) \end{pmatrix} \quad \text{(B.3)}$$

Así el operador $\hat{H}$ se puede descomponer en:

$$\hat{H} ? \frac{1}{2}(H_{11} ? H_{22})\hat{1} ? \frac{1}{2}(H_{11} ? H_{22})\hat{K} \qquad \text{(B.4)}$$

Donde $\hat{1}$ es el operador identidad y $\hat{K}$ *es el operador hermitico representado en la base* $|?_1\rangle, |?_2\rangle$ *por la matriz:*

$$\hat{K} ? \begin{pmatrix} 1 & \frac{2H_{12}}{H_{11} ? H_{22}} \\ \frac{2H_{21}}{H_{11} ? H_{22}} & ?1 \end{pmatrix} \qquad \text{(B.5)}$$

Es claro de (B.4) que $\hat{H}$ *y* $\hat{K}$ tienen los mismos vectores propios. Sea $|?_?\rangle$ estos vectores propios, y $E_?$ y $k_?$, los correspondientes valores propios para $\hat{H}$ *y* $\hat{K}$*:*

$$\hat{H}|?_?\rangle ? E_?|?_?\rangle \qquad \text{(B.6)}$$

$$\hat{K}|?_?\rangle ? k_?|?_?\rangle \qquad \text{(B.7)}$$

De (B.4), inmediatamente se concluye que:

$$E_? ? \frac{1}{2}(H_{11} ? H_{22}) ? \frac{1}{2}(H_{11} ? H_{22})k_? \qquad \text{(B.8)}$$

Finalmente, la primera matriz del lado derecho de (B.3) juega un papel menor; si se escoge para el origen del valor propio a $1/2(H_{11} ? H_{22})$, éste término desaparece.

Ahora, sean $?$ *y* $?$ los ángulos definidos en términos de los elementos de matriz H_{ij} por:

$$\tan ? ? \frac{2|W_{12}|}{H_{11} ? H_{22}} \quad con\ 0 ? ? ? ?, \qquad \text{(B.9)}$$

$$H_{21} ? |H_{21}|e^{i?}. \quad con\ 0 ? ? ? 2? \qquad \text{(B.10)}$$

donde $?$ es el argumento del número complejo H_{21}. De acuerdo a (B.2), tenemos que $|H_{12}| ? |H_{21}|$ y:

$$H_{12} ? |H_{12}| e^{?i?} \qquad \text{(B.11)}$$

Si usamos (B.9), (B.10) y (B.11), la matriz *(K)* queda:

$$K ? \begin{pmatrix} 1 & e^{?i?} \tan ? \\ e^{i?} \tan ? & ?1 \end{pmatrix} \qquad \text{(B.12)}$$

B.1 Valores propios de *K*

La ecuación característica de la matriz (B. 12) es:

$$Det?(K) ? kI? ? \begin{pmatrix} 1 ? k & e^{?i?} \tan ? \\ e^{i?} \tan ? & ?1 ? k \end{pmatrix}$$

$$? ?(1 ? k)(1 ? k) ? \tan^2 ?$$

$$? k^2 ? 1 ? \tan^2 ? ? 0 \qquad \text{(B.13)}$$

De donde

$$k^2 ? \frac{1}{\cos^2 ?} \qquad \text{(B.14)}$$

lo cual produce los valores propios $k_?$ *y* $k_?$ de K:

$$k_? ? \frac{1}{\cos ?} \qquad \text{(B.15)}$$

$$k_? ? ? \frac{1}{\cos ?} \qquad \text{(B.16)}$$

si queremos expresar $1/\cos ?$ en términos de H_{ij}, todo lo que tenemos que hacer es usar (B.9) y notando que $\cos ?$ y $sen ?$ tienen el mismo signo, ya que $0 ? ? ? ?$, entonces:

$$\frac{1}{\cos ?} ? \sqrt{1 ? \tan^2 ?} \qquad \text{(B.17)}$$

y de (B.9)

$$\tan^2 ? ? \frac{4|H_{21}|^2}{(H_{11} ? H_{22})^2} \qquad \text{(B.18)}$$

entonces

$$\frac{1}{\cos ?} ? \sqrt{1 ? \frac{4\left|H_{21}\right|^2}{(H_{11} ? H_{22})^2}}$$

$$? \frac{\sqrt{(H_{11} ? H_{22})^2 ? 4\left|H_{21}\right|^2}}{H_{11} ? H_{22}} \qquad \text{(B.19)}$$

A.2 Valores propios de $\overset{\sqcup}{H}$

Usando (B.8), (B.15), (B.16) y (B.19), se obtiene:

$$\begin{aligned} E_? &? \frac{1}{2}(H_{11} ? H_{22}) ? \frac{1}{2}(H_{11} ? H_{22})k_? \\ &? \frac{1}{2}(H_{11} ? H_{22}) ? \frac{1}{2}(H_{11} ? H_{22})\frac{1}{\cos ?} \\ &? \frac{1}{2}(H_{11} ? H_{22}) ? \frac{1}{2}(H_{11} ? H_{22})\frac{\sqrt{(H_{11} ? H_{22})^2 ? 4\left|H_{21}\right|^2}}{H_{11} ? H_{22}} \end{aligned} \qquad \text{(B.20)}$$

entonces

$$E_? ? \frac{1}{2}(H_{11} ? H_{22}) ? \frac{1}{2}\sqrt{(H_{11} ? H_{22})^2 ? 4\left|H_{21}\right|^2} \qquad \text{(B.21)}$$

$$E_? ? \frac{1}{2}(H_{11} ? H_{22}) ? \frac{1}{2}\sqrt{(H_{11} ? H_{22})^2 ? 4\left|H_{21}\right|^2} \qquad \text{(B.22)}$$

Si solamente necesitamos los valores propios de $\overset{\sqcup}{H}$, no es necesario conocer los ángulos *? y ?* como ya se ha hecho.

$$\begin{aligned} Det?(H) ? EI?? &\begin{vmatrix} H_{11} ? E & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} ? E \end{vmatrix} \\ &? (H_{11} ? E)(H_{22} ? E) ? H_{12}H_{21} \\ &? E^2 ? (H_{11} ? H_{22})E ? H_{11}H_{22} ? \left|H_{12}\right|^2 ? 0 \end{aligned} \qquad \text{(B.23)}$$

Entonces

$$
\begin{aligned}
E_{?} &? \frac{1}{2}(H_{11} ? H_{22}) ? \frac{1}{2}\sqrt{(H_{11} ? H_{22})^{2} ? 4(H_{11}H_{22} ? |H_{12}|^{2})} \\
&? \frac{1}{2}(H_{11} ? H_{22}) ? \frac{1}{2}\sqrt{H_{11}{}^{2} ? H_{22}{}^{2} ? 2H_{11}H_{22} ? 4H_{11}H_{22} ? 4|H_{12}|^{2}} \\
&? \frac{1}{2}(H_{11} ? H_{22}) ? \frac{1}{2}\sqrt{(H_{11} ? H_{22})^{2} ? 4|H_{12}|^{2}}
\end{aligned}
\qquad \text{(B.24)}
$$

A.3 Valores normalizados de $\hat{H}$

Sean a y b las componentes de $|?_{?}\rangle$ *sobre* $|?_{1}\rangle$ *y* $|?_{2}\rangle$*. De acuerdo con (B.7), (B.12) y (B.15) se debe satisfacer:*

$$\begin{pmatrix} 1 & e^{?i?}\tan ? \\ e^{i?}\tan ? & ?1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} ? \frac{1}{\cos ?}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \qquad \text{(B.25)}$$

lo cual produce

$$\left(1 ? \frac{1}{\cos ?}\right)a ? e^{?i?}\tan ? \; b ? 0 \qquad \text{(B.27)}$$

que es:

$$?\left(e^{i?/2} sen\frac{?}{2}\right)a ? \left(e^{?i?/2}\cos\frac{?}{2}\right)b ? 0 \qquad \text{(B.28)}$$

los vectores propios normalizados $|?_{?}\rangle$ y $|?_{?}\rangle$pueden ser escritos:

$$|?_{?}\rangle ? e^{?i?/2}\cos\frac{?}{2}|?_{1}\rangle ? e^{i?/2} sen\frac{?}{2}|?_{2}\rangle \qquad \text{(B.29)}$$

$$|?_{?}\rangle ? ?e^{?i?/2} sen\frac{?}{2}|?_{1}\rangle ? e^{i?/2}\cos\frac{?}{2}|?_{2}\rangle \qquad \text{(B.30)}$$

APENDICE C

CALCULOS DEL PARÁMETRO $?_{K}$.

Haciendo uso de las expresiones:

$$|K_{L}\rangle ? \frac{1}{\sqrt{1 ? |\bar{?}_{K}|^{2}}}(|K_{2}\rangle ? \bar{?}_{K}|K_{1}\rangle) \qquad \text{(C.1)}$$

$$|K_S\rangle ? \frac{1}{\sqrt{1 ? |\bar{?}_K|^2}} (|K_1\rangle ? \bar{?}_K |K_2\rangle) \tag{C.2}$$

en donde $|K_1\rangle$ y $|K_2\rangle$ son los autoestados, par e impar respectivamente, de CP:

$$|K_1\rangle ? \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle ? |\overline{K^0}\rangle), \tag{C.3}$$

$$|K_2\rangle ? \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle ? |\overline{K^0}\rangle) \tag{C.4}$$

los cuales relacionan los autoestados $|K_S\rangle$ *y* $|K_L\rangle$ con los estados $|K^0\rangle$ y $|\overline{K^0}\rangle$ a través del parámetro $\bar{?}_K$; por otro lado conocemos que:

$$|K_S\rangle ? \frac{1}{\sqrt{2M^*_{12}}} ?(M_{12} ? i?_{12}/2)^{1/2}|K^0\rangle ? (M^*_{12} ? i?^*_{12}/2)^{1/2}|\overline{K^0}\rangle ? \tag{C.5}$$

$$|K_L\rangle ? \frac{1}{\sqrt{2M^*_{12}}} ?(M_{12} ? i?_{12}/2)^{1/2}|K^0\rangle ? (M^*_{12} ? i?^*_{12}/2)^{1/2}|\overline{K^0}\rangle ? \tag{C.6}$$

por tanto se puede escribir $\bar{?}_K$ en términos de los elementos matriciales del hamiltoniano:

$$\begin{aligned}
|K_L\rangle &? \frac{1}{\sqrt{1 ? |\bar{?}_K|^2}} ?? \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle ? |\overline{K^0}\rangle) ? \bar{?}_K ? \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle ? |\overline{K^0}\rangle)?? \\
&? \frac{1}{\sqrt{1 ? |\bar{?}_K|^2}} ? \frac{|K^0\rangle}{\sqrt{2}} ? \frac{|\overline{K^0}\rangle}{\sqrt{2}} ? \frac{\bar{?}_K |K^0\rangle}{\sqrt{2}} ? \frac{\bar{?}_K |\overline{K^0}\rangle}{\sqrt{2}} ? \\
&? \frac{1}{\sqrt{1 ? |\bar{?}_K|^2}} ?(1 ? \bar{?}_K)\frac{|K^0\rangle}{\sqrt{2}} ? (1 ? \bar{?}_K)\frac{|\overline{K^0}\rangle}{\sqrt{2}} ?
\end{aligned} \tag{C.7}$$

Comparando (C.6) y (C.7), donde además se sabe que $|\bar{?}_K| ? 10^{?3}$ se tiene:

$$\begin{aligned}(1 ? \overline{?}_K) &? (M_{12} ? i?_{12}/2)^{1/2}\\ (1 ? \overline{?}_K) &? (M^*_{12} ? i?^*_{12}/2)^{1/2}\end{aligned} \tag{C.8}$$

Dividiendo tenemos:

$$\frac{(1 ? \overline{?}_K)}{(1 ? \overline{?}_K)} ? \frac{(M^*_{12} ? i?^*_{12}/2)^{1/2}}{(M_{12} ? i?_{12}/2)^{1/2}} \tag{C.9}$$

sabemos que

$$\begin{aligned}?M &? M_S ? M_L\\ ?? &? ?_S ? ?_L\end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}M_S ? i?_S/2 &? M_{11} ? i?_{11}/2 ? R\\ M_L ? i?_L/2 &? M_{11} ? i?_{11}/2 ? R\end{aligned}$$

operando

$$\begin{aligned}?M &? M_S ? M_L\\ &? M_{11} ? i?_{11}/2 ? R ? i?_S/2 ? i?_L/2 ? M_{11} ? i?_{11}/2 ? R\\ &? 2R ? i??/2\end{aligned} \tag{C.10}$$

$$\begin{aligned}\frac{i}{2}?? &? \frac{i}{2}(?_S ? ?_L)\\ &? M_S ? M_{11} ? i?_{11}/2 ? R ? M_L ? M_{11} ? i?_{11}/2 ? R\\ &? ?M ? 2R\end{aligned} \tag{C.11}$$

con lo cual

$$?M ? i\frac{??}{2} ? 4R ? ?M ? i\frac{??}{2}$$

de modo que

$$\begin{aligned}2?\,?M ? i\frac{??}{2}? &? 4R\\ &? 4?(M_{12} ? i?_{12}/2)(M^*_{12} ? i?^*_{12}/2)?^{1/2}\\ &? 4(M_{12} ? i?_{12}/2)?\frac{(M^*_{12} ? i?^*_{12}/2)}{(M_{12} ? i?_{12}/2)}?^{1/2}\end{aligned}$$

(C.12)

De donde se deduce que:

$$?\frac{(M^{*}_{12} ? i?^{*}_{12}/2)}{(M_{12} ? i?_{12}/2)}?^{1/2} ? \frac{?M ? i?? /2}{2(M_{12} ? i?_{12}/2)} ? \frac{(1 ? \overline{?}_K)}{(1 ? \overline{?}_K)} \qquad (C.13)$$

Del mismo modo se tiene que:

$$?\frac{(M^{*}_{12} ? i?^{*}_{12}/2)}{(M_{12} ? i?_{12}/2)}?^{1/2} ? \frac{2(M^{*}_{12} ? i?^{*}_{12}/2)}{?M ? i?? /2} ? \frac{(1 ? \overline{?}_K)}{(1 ? \overline{?}_K)} \qquad (C.14)$$

De (C.13) tenemos:

$$(1 ? \overline{?}_K) ? \frac{?M ? i?? /2}{2(M_{12} ? i?_{12}/2)}(1 ? \overline{?}_K)$$

$$(1 ? \overline{?}_K) ? \frac{?M ? i?? /2}{2(M_{12} ? i?_{12}/2)} ? \overline{?}_K \frac{?M ? i?? /2}{2(M_{12} ? i?_{12}/2)}$$

$$1 ? \frac{?M ? i?? /2}{2(M_{12} ? i?_{12}/2)} ? \overline{?}_K ? \frac{?M ? i?? /2}{2(M_{12} ? i?_{12}/2)} ? 1?$$

De donde:

$$\overline{?}_K ? \frac{M_{12} ? i?_{12}/2 ? ?M/2 ? i??/4}{M_{12} ? i?_{12}/2 ? ?M/2 ? i??/4} \qquad (C.15)$$

Ahora observando (C.13) y (C.14) tenemos:

$$(?M\ ?\ i?\,?\,/2)/2\ ?\ M_{12}^{*}\ ?\ i?_{12}^{*}/2\ ?\ M_{12}\ ?\ i?_{12}/2 \tag{C.16}$$

Si tomamos partes reales e imaginarias por separado:

$$\begin{aligned}&?M/2\ ?\ \mathrm{Re}\,M_{12}\ ?\ \mathrm{Im}\,?_{12}/2\ ?\ \mathrm{Re}\,M_{12}\ ?\ \mathrm{Im}\,?_{12}/2\\ &?\,?\,/4\ ?\ ?\,\mathrm{Im}\,M_{12}\ ?\ \mathrm{Re}\,?_{12}/2\ ?\ \mathrm{Im}\,M_{12}\ ?\ \mathrm{Re}\,?_{12}/2\end{aligned} \tag{C.17}$$

De donde se concluye:

$$\begin{aligned}&\left|\mathrm{Re}\,M_{12}\right|\ ??\ \left|\mathrm{Im}\,?_{12}\right|\\ &\left|\mathrm{Re}\,?_{12}\right|\ ??\ \left|\mathrm{Im}\,M_{12}\right|\end{aligned} \tag{C.18}$$

y que, por lo tanto:

$$\begin{aligned}&?M\ ?\ 2\,\mathrm{Re}\,M_{12}\\ &?\,?\ ?\ 2\,\mathrm{Re}\,?_{12}\end{aligned} \tag{C.19}$$

Con estas ultimas expresiones podemos expresar (C.15) como

$$?_K\ ?\ \frac{i\,\mathrm{Im}\,M_{12}\ ?\ \mathrm{Im}\,?_{12}/2}{2\,\mathrm{Re}\,M_{12}\ ?\ i\,\mathrm{Re}\,?_{12}} \tag{C.20}$$

Sin embargo experimentalmente se sabe $?\,?\ ?\ ?2?M$ debido a que:

$$\begin{aligned}&?M\ ?\ ?3.489\ \ X\ 10^{?12}\,MeV\\ &?\,?\ \ ?\ \ 7.354\ \ X\ 10^{?12}\,MeV\end{aligned} \tag{C.20}$$

Por tanto

$$\begin{aligned}?_K\ ?\ &\frac{i\,\mathrm{Im}\,M_{12}\ ?\ \mathrm{Im}\,?_{12}/2}{2\,\mathrm{Re}\,M_{12}\ ?\ 2i\,\mathrm{Re}\,M_{12}}\\ ?\ &\frac{i\,\mathrm{Im}\,M_{12}\ ?\ \mathrm{Im}\,?_{12}/2}{2\,\mathrm{Re}\,M_{12}(1\ ?\ i)}\\ ?\ &\frac{i\,\mathrm{Im}\,M_{12}\ ?\ \mathrm{Im}\,?_{12}/2}{2\,\mathrm{Re}\,M_{12}}(1\ ?\ i)\end{aligned} \tag{C.21}$$

Ahora como se mostró en la sección (6.2) se puede despreciar $\mathrm{Im}\,?_{12}$ frente a $\mathrm{Im}\,M_{12}$ resultando:

$$\begin{aligned}?_K\ ?\ &\frac{i\,\mathrm{Im}\,M_{12}}{2\,\mathrm{Re}\,M_{12}}(1\ ?\ i)\\ ?\ &\frac{\mathrm{Im}\,M_{12}}{2?M}(i\ ?\ 1)\end{aligned} \tag{C.22}$$

Sin embargo:

$$\exp\left(\frac{i\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{4} + i\,sen\frac{\pi}{4}$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i) \qquad \text{(C.23)}$$

Resultando:

$$\varepsilon_K = \exp\left(\frac{i\pi}{4}\right)\frac{\mathrm{Im}\,M_{12}}{\sqrt{2}\,\Delta M} \qquad \text{(C.24)}$$

APÉNDICE D

REGULARIZACIÓN DIMENSIONAL

En este apéndice se presenta la técnica de regularización dimensional necesaria para el cálculo de los diagramas de caja que surgen cuando se quieren evaluar los elementos matriciales M_{12} necesarios para el estudio de la violación de *CP.*

Antes de exponer la técnica de regularización dimensional se necesita conocer algunos aspectos concernientes con la función especial gamma.

D.1 La función gamma

La función gamma se define como:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} x^{z-1}\exp(-x)\,dx \qquad \text{(D.1)}$$

en donde $z \in R$. Esta función tiene la interesante propiedad de recurrencia:

$$\int_0^{\infty} x^{z}\exp(-x)\,dx = z\int_0^{\infty} x^{z-1}\exp(-x)\,dx \qquad \text{(D.2)}$$

con la que:

$$\Gamma(z) = (z-1)\Gamma(z-1) \qquad \text{(D.3)}$$

y, por lo tanto, si $z = n$ pertenece a los naturales:

$$\Gamma(n) = (n-1)! \qquad \text{(D.4)}$$

con $\Gamma(1) = 0$. Un valor muy importante, y que será necesario más adelante, es el valor de la función gamma cuando *z* = 1/2:

$$\begin{aligned} \Gamma(1/2) &= \int_0^{\infty} x^{-1/2} \exp(-x)dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-y^2)dy \\ &= \sqrt{\pi} \end{aligned} \qquad \text{(D.5)}$$

Ahora bien, definiendo la función $\psi_1(z)$ como:

$$\psi_1(z) = \frac{d \ln \Gamma(z)}{dz} = \frac{\Gamma'(z)}{\Gamma(z)} \qquad \text{(D.6)}$$

y teniendo en cuenta que:

$$z\Gamma(z) = \Gamma(z+1) \qquad \text{(D.7)}$$

y

$$\frac{1}{\Gamma(z)} = z\exp(\gamma z)\prod_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{z}{n}\right)\exp(-z/n) \qquad \text{(D.8)}$$

siendo esta ultima expresión la representación de Weierstrass de $\Gamma(z)$[26], con γ la constante de Euler-Mascheroni:

$$\begin{aligned} \gamma &= \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2}+....+\frac{1}{n}-\ln n\right) \\ &= 0.5772157\ ... \end{aligned} \qquad \text{(D.9)}$$

se obtiene que:

$$-\ln\Gamma(z) = \ln z + \gamma z + \sum_{r=1}^{\infty}\left(\ln\left(1+\frac{z}{r}\right)-\frac{z}{r}\right) \qquad \text{(D.10)}$$

y, entonces

$$? \frac{d \ln ?(z)}{dz} ? \frac{1}{z} ? ? ? \sum_{r?1}^{?} ?\frac{1}{z ? r} ? \frac{1}{r}? \qquad \text{(D.11)}$$

Así,

$$?_1(z) ? ?? ? \frac{1}{z} ? \sum_{r?1}^{?} ?\frac{1}{r} ? \frac{1}{z ? r}? \qquad \text{(D.12)}$$

Cuando $z = n$ es entero se deduce que:

$$?_1(n) ? ?? ? \sum_{??1}^{n?1} \frac{1}{?} \qquad , \qquad ?_1(1) ? ?? \qquad \text{(D.13)}$$

De esta manera, es posible encontrar una expresión para la expansión en series de Taylor de la función gamma en función de $? ??1$:

$$\begin{aligned} ?(1? ?) &? ?(1) ? ??'(1) ? O(?^2) \\ &? 1 ? ??(1)?_1(1) ? O(?^2) \\ &? 1 ? ?? ? O(?^2) \end{aligned} \qquad \text{(D.14)}$$

Usando la expresión anterior junto con (D.7) se tiene:

$$\begin{aligned} ?(?) &? \frac{1}{?} ?(1 ? ?) \\ &? \frac{1}{?} ? ? ? O(?) \end{aligned} \qquad \text{(D.15)}$$

usando nuevamente (D.7):

$$\begin{aligned} ?(?1 ? ?) &? ? \frac{1}{1 ? ?} ?(?) \\ &? ? ?1 ? ? ? ?^2 ? O(?^3)? ?\frac{1}{?} ? ? ? O(?)? \\ &? ? ?\frac{1}{?} ? 1 ? ? ? O(?)? \end{aligned} \qquad \text{(D.16)}$$

una vez mas se tiene:

$$\Gamma(-2+\varepsilon) = \frac{1}{-2+\varepsilon}\Gamma(-1+\varepsilon)$$
$$= \frac{(-1)^2}{2}\left[1+\frac{\varepsilon}{2}+\frac{\varepsilon^2}{4}+O(\varepsilon^3)\right]\left[\frac{1}{\varepsilon}+1-\gamma+O(\varepsilon)\right]$$
$$= \frac{(-1)^2}{2}\left[\frac{1}{\varepsilon}+\left(1+\frac{1}{2}-\gamma\right)+O(\varepsilon)\right]$$

(D.17)

generalizando se tiene

$$\Gamma(-n+\varepsilon) = \frac{(-1)^n}{n!}\left[\frac{1}{\varepsilon}+\left(1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}-\gamma\right)+O(\varepsilon)\right] \qquad \text{(D.18)}$$

D.2 Método de regularización dimensional

Cuando se es necesario evaluar diagramas como el de caja, que se encuentran en el siguiente apéndice, es necesario calcular integrales de la forma:

$$I_d(q) = \int \frac{d^d p}{(p^2 + 2pq - m^2)^{\alpha}} \qquad \text{(D.19)}$$

en un espacio de Minkowski d-dimensional, con una dimensión temporal y *d* –1 dimensiones espaciales. Siendo $p = (p_0, \vec{r})$ se puede trabajar en coordenadas polares:

$$(p_0, r, \theta, \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_{d-3}) \qquad \text{(D.20)}$$

de tal manera que:

$$d^d p = dp_0 r^{d-2} dr d\theta \; sen\theta_1 d\theta_1 sen^2\theta_2 d\theta_2 \ldots sen^{d-3}\theta_{d-3} d\theta_{d-3}$$
$$= dp_0 r^{d-2} dr d\theta \prod_{k=1}^{d-3} sen^k\theta_k d\theta_k \qquad \text{(D. 21)}$$

con $-\infty < p_0 < \infty$, $0 < r < \infty$, $0 < \theta < 2\pi$, $0 < \theta_i < \pi$.

Así, la integral $I_d(q)$ es:

$$I_d(q) ? 2? ?_{??}^{?} dp_0 ?_0^{?} r^{d?2} dr ?_0^{?} \frac{?_{k?1}^{d?3} sen^k ?_k d?_k}{(p^2 ? 2pq ? m^2)^?} \quad \text{(D.22)}$$

Para calcular esta integral se necesita de la expresión:

$$?_0^{?/2} (sen?)^{2n?1}(\cos?)^{2m?1} d? ? \frac{1}{2}\frac{?(n)?(m)}{?(n?m)} \quad \text{(D.23)}$$

la cual se puede encontrar en [27]. Reemplazando $n ? (k?1)/2$ y $m ? 1/2$ se sigue que:

$$\begin{aligned} ?_{k?1}^{d?3} ?_0^{?} sen^k ?_k d?_k &? ?_{k?1}^{d?3} 2 ?_0^{?/2} sen^k ?_k d?_k \\ &? ?_{K?1}^{d?3} \frac{?((k?1)/2)?(1/2)}{?((k?2)/2)} \\ &? ?_{K?1}^{d?3} \sqrt{?} \frac{?((k?1)/2)}{?((k?2)/2)} \\ &? (?)^{(d?3)/2} \frac{?(1)}{?((d?1)/2)} \end{aligned} \quad \text{(D.24)}$$

lo que conduce a:

$$I_d(q) ? \frac{2?^{(d?1)/2}}{?((d?1)/2)} ?_{??}^{?} dp_0 ?_0^{?} \frac{r^{d?2} dr}{(p_0^2 ? (r)^2 ? 2pq ? m^2)^?} \quad \text{(D.25)}$$

Dado que esta integral es invariante de Lorentz, es posible trabajar en el marco de referencia $q_? ? (?,0)$, de tal manera que $2pq ? 2? p_0$. Entonces, haciendo el cambio de variables a $p'_? ? p_? ? q_?$ se encuentra que $p_0'^2 ? q^2 ? p_0'^2 ? q_0^2 ? p_0'^2 ? 2? p_0$, lo cual se manifiesta en $I_d(q)$ como:

$$I_d(q) ? \frac{2?^{(d?1)/2}}{?((d?1)/2)} ?_{??}^{?} dp'_0 ?_0^{?} \frac{r^{d?2} dr}{(p_0'^2 ? (r)^2 ? (q^2 ? m^2))^?} \quad \text{(D.26)}$$

Ahora, usando la función beta de Euler definida como [27]:

$$B(x,y) ? \frac{?(x)?(y)}{?(x?y)} ? 2 ?_0^{?} t^{2x?1}(1? t^2)^{?x?y} dt \quad \text{(D.27)}$$

la cuál es válida para $\mathrm{Re}\, x ? 0,\ \mathrm{Re}\, y ? 0,$ y reemplazando $x ? (1 ? ?)/2$, $y ? ? ? (1 ? ?)/2,$ y $t ? s/M$, se obtiene:

$$? _0^? \frac{s^?}{(s^2 ? M^2)^?} ? \frac{? ?(1 ? ?)/2 ? ? ? (1 ? ?)/2 ?}{2(M^2)^{? ? (1? ?)/2} ? (?)} \qquad \text{(D.28)}$$

Identificando $? ? d ? 2$ y $M^2 ? ? p_0^2 ? q^2 ? m^2$, e introduciendo el anterior resultado en (D. 26) se encuentra:

$$I_d(q) ? (?1)^{?2? ?(d?1)/2} ?^{(d?1)/2} \frac{? ? ? (d ? 1)/2 ?}{? (?)} ?_{??} \frac{dp_0^?}{? p_0^2 ? (q^2 ? m^2) ?^{? (d?1)/2}} \qquad \text{(D.29)}$$

fórmula que al combinarse nuevamente con (D.28) pero esta vez reemplazando $? ? 0$ y $? ? \ ? ? (d ? 1)/2$ conduce al resultado final:

$$? \frac{d^d p}{(p^2 ? 2pq ? m^2)^?} ? (?1)^{d/2} i ?^{d/2} \frac{? (? ? d/2)}{? (?) ? q^2 ? m^2 ?^{?d/2}} \qquad \text{(D.30)}$$

Para finalizar este apéndice se presentan a continuación otros tres tipos de integrales que aparecen al calcular diagramas como el de caja y que por lo tanto se necesitarán posteriormente. La primera integral se deduce directamente derivando $I_d(q)$ con respecto a $q^?$:

$$? ? ? \frac{2p_? d^d p}{(p^2 ? 2pq ? m^2)^{? ?1}} ? (?1)^{d/2} i ?^{d/2} \frac{? (? ? d/2)}{? (?)} (?? ? d/2) \frac{? 2q_?}{? q^2 ? m^2 ?^{? d/2?1}} \qquad \text{(D.31)}$$

Dado que $? (n) ? (n ? 1) ? (n ? 1)$ y reemplazando $n ? ? ? 1$ *y* $? ? 1 ? \ ?$ *se* obtiene:

$$? \frac{p_? d^d p}{(p^2 ? 2pq ? m^2)^?} ? (?1)^{1?d/2} i ?^{d/2} \frac{? (? ? d/2)}{? (?)} \frac{q_?}{? q^2 ? m^2 ?^{?d/2}} \qquad \text{(D.32)}$$

Derivando una vez más con respecto a $q^?$ se obtiene la segunda integral:

$$? ? ? \frac{2p_? p_v d^d p}{(p^2 ? 2pq ? m^2)^{? ?1}} ? (?1)^{d/2} i ?^{d/2} \frac{? (? ? d/2)}{? (?)} \frac{1}{? q^2 ? m^2 ?^{? d/2?1}} \ X$$

$$? g_{?v} ? (?? ? d/2) \frac{2q_? q_v}{? q^2 ? m^2 ?} ? \qquad \text{(D. 33)}$$

expresión que se reduce a:

$$? \frac{p_? p_v d^d p}{(p^2 ? 2pq ? m^2)^?} ? (?1)^{d/2} \frac{i?^{d/2}}{?(?)} \frac{?\, q_? q_v ?(? ? d/2) ? \frac{g_{?v}}{2}(?q^2 ? m^2) ?(? ? 1 ? d/2) ?}{? ? q^2 ? m^2 ?^{? d/2}} \tag{D.34}$$

La ultima integral resulta contrayendo la expresión anterior:

$$? \frac{p^2 d^d p}{(p^2 ? 2pq ? m^2)^?} ? (?1)^{d/2} \frac{i?^{d/2}}{?(?)} \frac{?\, q^2 ?(? ? d/2) ? \frac{d}{2}(?q^2 ? m^2) ?(? ? 1 ? d/2) ?}{? ? q^2 ? m^2 ?^{? d/2}} \tag{D.35}$$

en donde se ha tenido en cuenta que $g_{?v} g^{?v} ? d$, ya que se esta trabajando en el espacio d - dimensional.

APÉNDICE E

DIAGRAMAS DE CAJA

En este apéndice se presenta el cálculo de los diagramas de caja que contribuyen al parámetro M_{12} en el sistema de los kaones neutros.

E.1 M_{12}

En el sistema de los kaones neutros se necesita evaluar únicamente el parámetro M_{12}. Dado que:

$$\begin{aligned} M_{12} &? \langle K^0 | H | \overline{K}^0 \rangle \\ &? ?\langle K^0 | L | \overline{K}^0 \rangle \end{aligned} \tag{E.1}$$

es necesario calcular el Lagrangiano efectivo de la interacción $d\bar{s}s\bar{d}$ a través del cálculo de diagramas de caja que incluyan tanto las contribuciones de los bosones de gauge como la de los bosones escalares. De esta manera, el lagrangiano efectivo estará definido como:

$$\Rightarrow iL_{efec} = \frac{1}{4} iT(d\bar{s} \to s\bar{d}) \qquad \text{(E.2)}$$

siendo $iT(d\bar{s} \to s\bar{d})$ la amplitud de transición de $K^0 = d\bar{s}$ a $\bar{K}^0 = s\bar{d}$ *y ¼ el* factor combinatorio. Cuando se trabaja con contribuciones de los bosones de gauge como la de los bosones escalares se presentan tres posibilidades (dos bosones de gauge, un boson de gauge y un boson escalar, dos bosones escalares) con sus respectivas combinaciones. Cada combinación se representa con un diagrama de caja, el cálculo de los diagramas se hará en el gauge de Feynman. En este gauge los bosones escalares adquieren la masa del bosón *W.*

La amplitud de transición T_1^a del diagrama de caja con dos bosones de gauge de la figura E.1 es:

$$\Rightarrow iT_1^a(d\bar{s} \to s\bar{d}) = \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\left(\frac{-ig_{\mu\rho}}{k^2 - M_W^2}\right)\left(\frac{-ig_{\nu\sigma}}{k^2 - M_W^2}\right)$$
$$\times \left(\bar{s}_L\left(\frac{ig}{\sqrt{2}}K_{sj}\gamma^{\nu}\right)\left(i\frac{\not{k} + m_j}{k^2 - m_j^2}\right)\left(\frac{ig}{\sqrt{2}}K_{jd}\gamma^{\mu}\right)d_L\right)$$
$$\times \left(\bar{s}_L\left(\frac{ig}{\sqrt{2}}K_{sk}\gamma^{\rho}\right)\left(i\frac{\not{k} + m_k}{k^2 - m_k^2}\right)\left(\frac{ig}{\sqrt{2}}K_{kd}\gamma^{\sigma}\right)d_L\right) \qquad \text{(E.3)}$$

Con $j,k = u,c,t$ y K_{ab} son los elementos de la matriz de CKM.
Dado que la amplitud de transición T_1^a es igual a la amplitud T_2^a, la cual se obtiene a partir del diagrama de la figura E.2, se obtiene una amplitud total:

$$iT^a(d\bar{s} \to s\bar{d}) = 2\left(\frac{g}{\sqrt{2}}\right)^4 \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\lambda_j\lambda_k\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\left(\frac{-i}{k^2 - M_W^2}\right)^2$$
$$\times \left(\bar{s}_L\gamma^{\mu}\left(\frac{\not{k} + m_j}{k^2 - m_j^2}\right)\gamma^{\nu}d_L\right)\left(\bar{s}_L\gamma_{\nu}\left(\frac{\not{k} + m_k}{k^2 - m_k^2}\right)\gamma_{\mu}d_L\right) \qquad \text{(E.4)}$$

con:

$$\lambda_j = K_{jd}K_{js}^{*} \qquad \text{(E.5)}$$

Esta amplitud de transición se puede escribir como:

$$iT^{a}(d\bar{s} \to s\bar{d}) = 2\left(\frac{g}{\sqrt{2}}\right)^{4}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\lambda_{j}\lambda_{k}F(m_{j},m_{k}) \qquad \text{(E.6)}$$

en donde se necesita evaluar el termino que contienen las matrices γ para calcular $F(m_{j},m_{k})$:

$$\bar{s}_{L}\gamma^{\mu}(\gamma.k + m_{j})\bar{s}_{L}\gamma_{\nu}(\gamma.k + m_{k})\gamma_{\mu}d_{L} = 4k_{\mu}k^{0}\left[\bar{s}_{L}\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{0}d_{L}\bar{s}_{L}\gamma_{\nu}d_{L}\right] - 4k^{2}\left[\bar{s}_{L}\gamma^{\mu}d_{L}\bar{s}_{L}\gamma_{\mu}d_{L}\right]$$
$$= \left[\bar{s}_{L}\gamma^{\mu}d_{L}\bar{s}_{L}\gamma_{\mu}d_{L}\right](4k^{2} - 4k_{\mu}k^{0}) \qquad (E.7)$$

Resultando:

$$F(m_{j},m_{k}) = \left[\bar{s}_{L}\gamma^{\mu}d_{L}\bar{s}_{L}\gamma_{\mu}d_{L}\right]\int\frac{d^{4}k}{(2\pi)^{4}}(4k^{2} - 4k_{\mu}k^{0})\left(\frac{1}{k^{2}-M_{W}^{2}}\right)^{2}\left(\frac{1}{k^{2}-m_{j}^{2}}\right)\left(\frac{1}{k^{2}-m_{k}^{2}}\right) \qquad \text{(E.8)}$$

Así, se tiene que evaluar dos tipos de integrales:

$$\int\frac{d^{4}k}{(2\pi)^{4}}k^{2}\left(\frac{1}{k^{2}-M_{W}^{2}}\right)^{2}\left(\frac{1}{k^{2}-m_{j}^{2}}\right)\left(\frac{1}{k^{2}-m_{k}^{2}}\right) \qquad \text{(E.9)}$$

$$\int\frac{d^{4}k}{(2\pi)^{4}}k_{\mu}k^{0}\left(\frac{1}{k^{2}-M_{W}^{2}}\right)^{2}\left(\frac{1}{k^{2}-m_{j}^{2}}\right)\left(\frac{1}{k^{2}-m_{k}^{2}}\right) \qquad \text{(E.10)}$$

Para calcular este tipo de integrales es necesario acudir a la técnica de regularización dimensional presentada en el Apéndice D.
Dado que estas integrales conducen a infinitos en 4 dimensiones, se hace necesario calcularlas en *d* dimensiones: estando la acción en *d* dimensiones definida como:

$$S = \int d^{4}xL \qquad \text{(E. 11)}$$

la densidad lagrangiana tendría una dimensión *d* con unidades de momentum:

$$[L] = \mu^{d} \qquad \text{(E.12)}$$

y por lo tanto, el término cinético para el lagrangiano de un campo escalar tendría dimensión *d:*

$$[\partial_{\mu}\phi\partial^{\mu}\phi] = \mu^{d} \qquad \text{(E. 13)}$$

Puesto que:

$$?_{?}?? \; ?^{1} \tag{E. 14}$$

se sigue que:

$$??? \; ?^{d/2?1} \tag{E.15}$$

Así, siendo el lagrangiano en cuatro dimensiones:

$$L \; ? \; \frac{1}{2} ?_{?} ?? ^{?} ? \; ? \; \frac{m^2}{2} ?^{2} \; ? \; \frac{g}{4!} ?^{4} \tag{E. 16}$$

con g adimensional, es necesario introducir en su extensión a *d* dimensiones un factor $?^{4?d}$, siendo $?$ un parámetro arbitrario de masa, con el fin de mantener g adimensional en *d* dimensiones:

$$L \; ? \; \frac{1}{2} ?_{?} ?? ^{?} ? \; ? \; \frac{m^2}{2} ?^{2} \; ? \; \frac{?^{4?d}}{4!} ?^{4} \tag{E.17}$$

Por lo tanto, la integral (E.9) se extiende a *d* dimensiones como:

$$\frac{?^{4?d}}{(2?)^{d}} ? k^{2} ? \frac{1}{k^{2} \; ? \; M_{W}^{2}} ?^{2} ? \frac{1}{k^{2} \; ? \; m_{j}^{2}} ?? \frac{1}{k^{2} \; ? \; m_{k}^{2}} ? d^{d} k \tag{E.18}$$

la cual se puede poner en la forma:

$$? \frac{p^{2}}{(p^{2} \; ? \; 2pq \; ? \; m^{2})^{?}} d^{d} p \tag{E.19}$$

estudiada en el apéndice D a través de la formula de reparametrizacion de Feynman:

$$\frac{1}{ABCD} \; ? \; 6 ?_{0}^{1} dx ?_{0}^{1?x} dy ?_{0}^{1?x?y} \frac{dz}{?A(1 \; ? \; x \; ? \; y \; ? \; z) \; ? \; Bx \; ? \; Cy \; ? \; Dz?^{4}} \tag{E.20}$$

Así, y definiendo:

$$\begin{aligned} A \; ? \; k^{2} \; ? \; M_{W}^{2}, \\ B \; ? \; k^{2} \; ? \; M_{W}^{2}, \\ C \; ? \; k^{2} \; ? \; m_{j}^{2}, \\ D \; ? \; k^{2} \; ? \; m_{k}^{2}. \end{aligned} \tag{E.21}$$

se obtiene:

$$\frac{\mu^{4-d}}{(2\pi)^d}\int k^2\left(\frac{1}{k^2-M_W^2}\right)^2\left(\frac{1}{k^2-m_j^2}\right)\left(\frac{1}{k^2-m_k^2}\right)d^dk$$

$$=6\int_0^1 dx\int_0^{1-x}dy\int_0^{1-x-y}dz\,\frac{\mu^{4-d}}{(2\pi)^d}\left(\int\frac{d^dk}{[A(1-x-y-z)+Bx+Cy+Dz]^4}\right)$$

$$=6\int_0^1 dx\int_0^{1-x}dy\int_0^{1-x-y}dz\,\frac{\mu^{4-d}}{(2\pi)^d}\left(\int\frac{d^dk}{[(k^2-M_W^2)-(M_W^2-m_j^2)y-(M_W^2-m_k^2)z]^4}\right) \quad \text{(E.22)}$$

integral que ya se puede calcular a través de la expresión (D.35):

$$\frac{\mu^{4-d}}{(2\pi)^d}\int k^2\left(\frac{1}{k^2-M_W^2}\right)^2\left(\frac{1}{k^2-m_j^2}\right)\left(\frac{1}{k^2-m_k^2}\right)d^dk$$

$$=6\int_0^1 dx\int_0^{1-x}dy\int_0^{1-x-y}dz\,\frac{\mu^{4-d}}{(2\pi)^d}(-1)^{d/2}\,\frac{i\pi^{d/2}}{\Gamma(4)}$$

$$X\left(\frac{1}{[-M_W^2-(M_W^2-m_j^2)y-(M_W^2-m_k^2)z]^{4-d/2}}\right)$$

$$X\left(\frac{d}{2}[-M_W^2-(M_W^2-m_j^2)y-(M_W^2-m_k^2)z]\,\Gamma\left(3-\frac{d}{2}\right)\right) \quad \text{(E.23)}$$

Donde $q^2 \to 0$, además si definimos:

$$\Delta M^2 = -M_W^2-(M_W^2-m_j^2)y-(M_W^2-m_k^2)z \quad \text{(E.24)}$$

$$\epsilon = 4-d \quad \text{(E.25)}$$

se obtiene:

$$\frac{?^{4?d}}{(2?)^d}\int k^2 ?\frac{1}{k^2 ? M_W^2}?^2 ?\frac{1}{k^2 ? m_j^2}??\frac{1}{k^2 ? m_k^2}? d^d k$$

$$? \int_0^1 dx \int_0^{1?x} dy \int_0^{1?x?y} dz \frac{(?1)^{2??/2}\, i?^{?}}{(4?)^{2??/2}} \frac{1}{(?M^2)^{1??/2}} ?2 ? \frac{?}{2}??\,?1 ? \frac{?}{2}?$$

(E.26)

Expresión que se puede aproximar usando la expansión de la función $?$ estudiada en la sección (D.1):

$$? \int_0^1 dx \int_0^{1?x} dy \int_0^{1?x?y} dz \frac{(?1)^{2??/2}\, i?^{?}}{(4?)^{2??/2}} \frac{1}{(?M^2)^{1??/2}} ?2 ? \frac{?}{2}??\frac{2}{?}? ? ? O(?)?$$

$$? \frac{i}{16?^2}\int_0^1 dx \int_0^{1?x} dy \int_0^{1?x?y} dz \frac{1}{(?M^2)} ?\frac{4??^2}{M^2}?^{?/2} ??\frac{2}{?}? ? ? O(?)?$$

$$? \frac{i}{16?^2}\int_0^1 dx \int_0^{1?x} dy \int_0^{1?x?y} dz \frac{1}{(?M^2)} ?1 ? \frac{?}{2}\ln?\frac{4??^2}{M^2}???\frac{2}{?} ? O(?)?$$

$$? \frac{i}{16?^2}\int_0^1 dx \int_0^{1?x} dy \int_0^{1?x?y} dz \frac{2}{(?M^2)}$$

$$? \frac{i}{8?^2}\int_0^1 dx \int_0^{1?x} dy \int_0^{1?x?y} dz \frac{1}{?? M_W^2 ? (M_W^2 ? m_j^2)y ? (M_W^2 ? m_k^2)z?}$$

(E.27)

Usando los métodos de integración comunes para calcular las restantes integrales se llega al resultado:

(E.28)

$$\frac{?^{4?d}}{(2?)^d}\int k^2 ?\frac{1}{k^2 ? M_W^2}?^2 ?\frac{1}{k^2 ? m_j^2}??\frac{1}{k^2 ? m_k^2}? d^d k$$

$$? \frac{i}{16?^2 M_W^2 (x_j ? x_k)} ?\frac{1}{x_j ? 1} ? \frac{1}{x_k ? 1} ? \frac{x_k^2 \ln x_k}{(1 ? x_k)^2} ? \frac{x_j^2 \ln x_j}{(1 ? x_j)^2}?$$

con:

$$x_j \;?\; \frac{m_j^2}{M_W^2} \qquad , \qquad x_k \;?\; \frac{m_k^2}{M_W^2} \tag{E.29}$$

Con el mismo procedimiento podemos calcular la integral (E.10) usando la expresión (D.32) tal que:

$$?\frac{d^4k}{(2?\,)^4} k_? \, k^0 \, ?\frac{1}{k^2 \;?\; M_W^2}?^2 ?\frac{1}{k^2 \;?\; m_j^2}??\frac{1}{k^2 \;?\; m_k^2}?$$
$$? \;\frac{i?_?^0}{64?^2 M_W^2 (x_j \;?\; x_k)} ?\frac{1}{x_j \;?\; 1} \;?\; \frac{1}{x_k \;?\; 1} \;?\; \frac{x_k^2 \ln x_k}{(1 \,?\, x_k)^2} \;?\; \frac{x_j^2 \ln x_j}{(1 \,?\, x_j)^2}?$$
$$? \;\frac{i?_?^0}{64?^2 M_W^2} F^a(m_j, m_k)$$

(E.30)

Retomando:

$$F(m_j, m_k) \;?\; 4?\bar{s}_L ?^? d_L \bar{s}_L ?_? d_L ? ?\frac{d^4k}{(2?\,)^4}(k^2 \;?\; k_? k^0) ?\frac{1}{k^2 \;?\; M_W^2}?^2 ?\frac{1}{k^2 \;?\; m_j^2}??\frac{1}{k^2 \;?\; m_k^2}?$$
$$? \;4?\bar{s}_L ?^? d_L \bar{s}_L ?_? d_L ? \frac{i}{?^2 M_W^2} ?\frac{1}{16} \;?\; \frac{3}{64}? F^a(m_j, m_k) \tag{E.31}$$
$$? \;?\bar{s}_L ?^? d_L \bar{s}_L ?_? d_L ? \frac{i}{16?^2 M_W^2} F^a(m_j, m_k)$$

Ahor

a como sabemos que $?\, iL_{efec} \;?\; i/4T(d\bar{s} \;?\; s\bar{d})$ resulta:

$$L^a{}_{efec} \;?\; 2?\frac{g}{\sqrt{2}}?^4 \frac{?\bar{s}_L ?^? d_L \bar{s}_L ?_? d_L ?}{64?^2 M_W^2} \sum_{j?1}^{3} \sum_{k?1}^{3} ?_j ?_k F^a(m_j, m_k)$$
$$? \;\frac{g^4}{4} \frac{?\bar{s}_L ?^? d_L \bar{s}_L ?_? d_L ?}{32?^2 M_W^2} \sum_{j?1}^{3} \sum_{k?1}^{3} ?_j ?_k F^a(m_j, m_k) \tag{E.32}$$

Teniendo en cuenta la definición para la constante de Fermi:

$$G_F = \frac{g^2}{4\sqrt{2}M_W^2} \qquad \text{(E.33)}$$

se tiene:

$$L^a_{efec} = \frac{G_F^2 M_W^2}{4\pi^2}\left(\bar{s}_L\gamma^\mu d_L \bar{s}_L \gamma_\mu d_L\right)\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\lambda_j\lambda_k F^a(m_j,m_k) \qquad \text{(E.34)}$$

con:

$$F^a(m_j,m_k) = \frac{1}{(x_j - x_k)}\left[\frac{1}{x_j-1} - \frac{1}{x_k-1} + \frac{x_k^2 \ln x_k}{(1-x_k)^2} - \frac{x_j^2 \ln x_j}{(1-x_j)^2}\right] \qquad \text{(E.35)}$$

El calculo de los diagramas de caja con un boson de gauge y un boson escalar se realiza de forma análoga. La amplitud de transición T_1^b del diagrama de la figura E.3 es:

$$\begin{aligned}
-iT_1^b(d\bar{s} \to s\bar{d}) = \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}&\left[\frac{-ig_{\mu\nu}}{k^2 - M_W^2}\right]\left[\frac{i}{k^2 - M_W^2}\right]\\
\times&\left[\bar{s}_L\left(\frac{ig}{\sqrt{2}}\frac{m_j}{M_W}K_{sj}\right)\left(i\frac{\not{k} + m_j}{k^2 - m_j^2}\right)\left(\frac{ig}{\sqrt{2}}K_{jd}\gamma^\mu\right)d_L\right]\\
\times&\left[\bar{s}_L\left(\frac{ig}{\sqrt{2}}K_{sk}\gamma^\nu\right)\left(i\frac{\not{k} + m_k}{k^2 - m_k^2}\right)\left(\frac{ig}{\sqrt{2}}\frac{m_k}{M_W}K_{kd}\right)d_L\right]
\end{aligned} \qquad \text{(E.36)}$$

Dado que la amplitud de transición T_1^b es igual a la amplitud T_2^b, la cual se obtiene a partir del diagrama de la figura E.4, se obtiene una amplitud total:

$$\begin{aligned}
-iT^b(d\bar{s} \to s\bar{d}) = -2\left(\frac{g}{\sqrt{2}}\right)^4\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\lambda_j\lambda_k\frac{m_j m_k}{M_W^2}\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}&\left[\frac{1}{k^2 - M_W^2}\right]^2\\
\times&\left[\bar{s}_L\left(\frac{\not{k} + m_j}{k^2 - m_j^2}\right)\gamma^\mu d_L\right]\left[\bar{s}_L\gamma_\mu\left(\frac{\not{k} + m_k}{k^2 - m_k^2}\right)d_L\right]
\end{aligned} \qquad \text{(E.37)}$$

Realizando el mismo procedimiento que se utilizo en $L^{a}_{efec.}$ se tiene:

$$L^{b}{}_{efec} = -\frac{G_F^2 M_W^2}{4\pi^2}\left(\bar{s}_L \gamma^{\mu} d_L\right)\left(\bar{s}_L \gamma_{\mu} d_L\right)\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\lambda_j \lambda_k F^{b}(m_j, m_k) \qquad \text{(E.38)}$$

con:

$$F^{b}(m_j, m_k) = \frac{x_j x_k}{(x_j - x_k)}\left[\frac{1}{x_j - 1} - \frac{1}{x_k - 1} + \frac{x_k \ln x_k}{(1 - x_k)^2} - \frac{x_j \ln x_j}{(1 - x_j)^2}\right] \qquad \text{(E.39)}$$

Sin embargo existen otras dos posibilidades de diagramas, con un boson de gauge y un boson escalar dadas en las figuras E.5 y E.6, que conducen al mismo resultado, la amplitud de transición T_1^c es igual a la amplitud T_2^c, por lo tanto:

$$L^{b}_{efec.} = L^{c}_{efec.} \qquad \text{(E.40)}$$

Finalmente la amplitud de transición del diagrama con dos bosones escalares de la figura E.7 es:

$$\begin{aligned}
-iT_1^{d}(d\bar{s} \to s\bar{d}) = \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}&\left[\frac{i}{k^2 - M_W^2}\right]\left[\frac{i}{k^2 - M_W^2}\right]\\
\times&\left[\bar{s}_L\left(\frac{ig}{\sqrt{2}}\frac{m_j}{M_W}K_{sj}\right)\left(i\frac{\not{k} + m_j}{k^2 - m_j^2}\right)\left(\frac{ig}{\sqrt{2}}K_{jd}\right)d_L\right]\\
\times&\left[\bar{s}_L\left(\frac{ig}{\sqrt{2}}K_{sk}\gamma^{\nu}\right)\left(i\frac{\not{k} + m_k}{k^2 - m_k^2}\right)\left(\frac{ig}{\sqrt{2}}\frac{m_k}{M_W}K_{kd}\right)d_L\right]
\end{aligned} \qquad \text{(E.41)}$$

Dado que la amplitud de transición T_1^d es igual a la amplitud T_2^d, la cual se obtiene a partir del diagrama de la figura E.8, se obtiene una amplitud total:

$$\begin{aligned}
-iT^{d}(d\bar{s} \to s\bar{d}) = 2\left(\frac{g}{\sqrt{2}}\right)^4 \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\lambda_j \lambda_k x_j x_k \int \frac{d^4}{(2\pi)^4}&\left[\frac{1}{k^2 - M_W^2}\right]^2\\
\times&\left[\bar{s}_L\left(\frac{\not{k} + m_j}{k^2 - m_j^2}\right)\gamma^{\nu} d_L\right]\left[\bar{s}_L \gamma_{\nu}\left(\frac{\not{k} + m_k}{k^2 - m_k^2}\right)d_L\right]
\end{aligned}$$

(E.42)

Realizando el mismo procedimiento que se utilizo en $L^a_{efec.}$ se tiene:

$$L^d{}_{efec} = \frac{G_F^2 M_W^2}{16\pi^2}\left(\bar{s}_L\gamma^\mu d_L \bar{s}_L\gamma_\mu d_L\right)\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\lambda_j\lambda_k F^d(m_j,m_k) \quad \text{(E.43)}$$

con:

$$F^d(m_j,m_k) = \frac{x_j x_k}{(x_j - x_k)}\left[\frac{1}{x_j - 1} - \frac{1}{x_k - 1} + \frac{x_k^2 \ln x_k}{(1 - x_k)^2} - \frac{x_j^2 \ln x_j}{(1 - x_j)^2}\right] \quad \text{(E.44)}$$

Al sumar todos los diagramas se llega al lagrangiano efectivo total para la interacción $d\bar{s}d\bar{s}$:

$$\begin{aligned} L_{\,efectivo} &= L^a{}_{efec} + L^b{}_{efec} + L^c{}_{efec} + L^d{}_{efec} \\ &= \frac{G_F^2 M_W^2}{4\pi^2}\left(\bar{s}_L\gamma^\mu d_L \bar{s}_L\gamma_\mu d_L\right)\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\lambda_j\lambda_k E(x_j,x_k) \end{aligned} \quad \text{(E.45)}$$

en donde:

$$E(x_j,x_k) = g_1(x_j,x_k)\left(1 + \frac{x_j x_k}{4}\right) - 2x_j x_k g_0(x_j,x_k) \quad \text{(E.46)}$$

con:

$$g_0(x_j,x_k) = \frac{1}{(x_j - x_k)}\left[\frac{1}{x_j - 1} - \frac{1}{x_k - 1} + \frac{x_k \ln x_k}{(1 - x_k)^2} - \frac{x_j \ln x_j}{(1 - x_j)^2}\right]$$

(E.47)

$$g_1(x_j,x_k) = \frac{1}{(x_j - x_k)}\left[\frac{1}{x_j - 1} - \frac{1}{x_k - 1} + \frac{x_k^2 \ln x_k}{(1 - x_k)^2} - \frac{x_j^2 \ln x_j}{(1 - x_j)^2}\right]$$

Haciendo uso de la relación de unitariedad para la matriz de CKM:

$$?_? \; ? \; ? \overset{3}{\underset{j?2}{?}} ?_j , \qquad \text{(E.48)}$$

se obtiene una expresión alternativa para

$$\overset{3}{\underset{j?1}{?}} \overset{3}{\underset{k?1}{?}} ?_j ?_k E(x_j, x_k) \; ? \; ?_u ?_u E(x_u, x_u) \; ? \; ?_u \overset{3}{\underset{k?2}{?}} ?_k E(x_u, x_k) \; ? \; ?_u \overset{3}{\underset{j?2}{?}} ?_j E(x_j, x_u) \; ? \overset{3}{\underset{j?2}{?}} \overset{3}{\underset{k?2}{?}} ?_j ?_k E(x_j, x_k)$$

$$? \overset{3}{\underset{j?2}{?}} \overset{3}{\underset{k?2}{?}} ?_j ?_k \, ?E(x_j, x_k) \; ? \; E(x_u, x_u) \; ? \; E(x_u, x_k) \; ? \; E(x_j, x_u)? \qquad (E.49)$$

A partir de las expresiones (E.46) y (E.47) y tomando la aproximación $x_j \; ? \; 0$ la cual es valida ya que $m_u \; ?? \; m_c, m_t$, se obtiene:

$$E(x_u, x_k) \; ? \; ? \frac{1}{x_k} \, ? \, ? 1 ? \frac{1}{x_k \; ? 1} \; ? \; \frac{x_k^2 \ln x_k}{(1 ? x_k)^2} ? \qquad \text{(E.50)}$$

Si $x_k \; ? \; 0$ tenemos:

$$E(x_j, x_u) \; ? \; \frac{1}{x_j} \, ? \, \frac{1}{x_j \; ? 1} \; ? \; 1 ? \frac{x_j^2 \ln x_j}{(1 ? x_j)^2} ? \qquad \text{(E.51)}$$

Por tanto:

$$E(x_u, x_u) \; ? \; ?1 \qquad \text{(E.52)}$$

Introduciendo estos resultados en la expresión (E.49):

$$\overset{3}{\underset{j?1}{?}} \overset{3}{\underset{k?1}{?}} ?_j ?_k E(x_j, x_k) \; ? \overset{3}{\underset{j?2}{?}} \overset{3}{\underset{k?2}{?}} ?_j ?_k \, ?E(x_j, x_k) \; ? \; 1 ? \frac{1}{x_k} \, ? \, ? 1 ? \frac{1}{x_k \; ? 1} \; ? \; \frac{x_k^2 \ln x_k}{(1 ? x_k)^2} ?$$

$$? \frac{1}{x_j} \, ? \, \frac{1}{x_j \; ? 1} \; ? \; 1 ? \frac{x_j^2 \ln x_j}{(1 ? x_j)^2} ??$$

$$? \overset{3}{\underset{j?1}{?}} \overset{3}{\underset{k?1}{?}} ?_j ?_k \bar{E}(x_j, x_k)$$

(E.53)

Donde $\overline{E}(x_j, x_k)$ después de realizar algunos pasos algebraicos pude ser escrita como:

$$\overline{E}(x_j,x_k) = x_j x_k \left\{ \frac{\ln x_j}{x_k - x_j}\left[\frac{1}{4} - \frac{3}{2(1-x_j)} - \frac{3}{4(1-x_j)^2}\right] + \right.$$

$$\left. \frac{\ln x_k}{x_j - x_k}\left[\frac{1}{4} - \frac{3}{2(1-x_k)} - \frac{3}{4(1-x_k)^2}\right] - \frac{3}{4(1-x_j)(1-x_k)} \right\} \quad \text{(E.54)}$$

Si se incluye los términos η_{jk} correspondientes a las correcciones provenientes de QCD se tiene:

$$\overline{E}(x_j,x_j) = -x_j\left[\frac{1}{4} + \frac{9}{4(1-x_j)} - \frac{3}{2(1-x_j)^2}\right] - \frac{3\ln x_j}{2}\left[\frac{x_j}{(1-x_j)}\right]^3$$

(E.55)

Por tanto tenemos:

$$L_{efectivo} = \frac{G_F^2 M_W^2}{4\pi^2}\left(\overline{s}_L\gamma^{\mu} d_L \overline{s}_L\gamma_{\mu} d_L\right)\sum_{j=2}^{3}\sum_{k=2}^{3}\lambda_j\lambda_k\overline{E}(x_j,x_j) \quad \text{(E.56)}$$

Remplazando en (E.1) se tiene:

$$M_{12} = -\left\langle K^0 \middle| L \middle| \overline{K}^0 \right\rangle$$

$$= -\frac{G_F^2 M_W^2}{4\pi^2}\left\langle K^0 \middle| \left(\overline{s}_L\gamma^{\mu} d_L \overline{s}_L\gamma_{\mu} d_L\right) \middle| \overline{K}^0 \right\rangle\sum_{j=2}^{3}\sum_{k=2}^{3}\lambda_j\lambda_k\eta_{jk}\overline{E}(x_j,x_k) \quad \text{(E.57)}$$

este resultado es el que se utiliza en el capitulo 5, para realizar los cálculos de los elementos de matriz M_{12} en el sistema de los kaones neutros.