

**FISICA DEL QUARK TOP EN EL MODELO ESTANDAR**

**ANA MILENA CABRERA LAGOS**

**UNIVERSIDAD DE NARIÑO  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES  
DEPARTAMENTO DE FISICA  
SAN JUAN DE PASTO  
2007**

**FISICA DEL QUARK TOP EN EL MODELO ESTANDAR**

**ANA MILENA CABRERA LAGOS**

**Trabajo de grado realizado para optar el título de Físico**

**Asesor: Ph.D. Juan Bautista Flórez Moreno**

**UNIVERSIDAD DE NARIÑO  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES  
DEPARTAMENTO DE FISICA  
SAN JUAN DE PASTO  
2007**

**Nota de aceptación:**

---

---

---

---

---

---

---

Director

---

Jurado

---

Jurado

San Juan de Pasto, Octubre de 2007.

“Las ideas y conclusiones aportadas en este trabajo de grado, son responsabilidad exclusiva de los autores”, artículo primero del Acuerdo No. 324 de octubre de 1966 del Honorable Consejo Directivo de la Universidad de Nariño.

## **DEDICATORIA**

A mi tío:

Luís Alfonso Cabrera, q. e. d., quien fue la persona que me brindó la oportunidad de adquirir una formación académica superior, mediante su respaldo incondicional.

## **AGRADECIMIENTOS**

Este trabajo de grado, es el resultado de la paciencia, el apoyo y comprensión por parte de las personas a las que muy sinceramente quiero agradecer:

En primer lugar, agradezco de manera especial a mi asesor el profesor: Juan Bautista Flórez, por su paciencia, su personalidad y sobre todo por su apoyo y esfuerzo realizado, pues, sin su valiosa colaboración no hubiese sido posible que éste trabajo haya podido llegar a su fin.

A mis padres y hermanos quienes con su confianza, cariño y palabras de aliento motivaron mi ilusión de seguir adelante y permitirme llegar a este punto.

A todas aquellas personas que se preocuparon por saber como iba lo del trabajo de grado, agradezco su comprensión y apoyo.

Mis agradecimientos a la Universidad de Nariño por permitirme realizar mis estudios de pregrado.

## TABLA DE CONTENIDO

	pág
INTRODUCCION	18
1. OBJETIVOS	20
1.1 OBJETIVO GENERAL	20
1.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS	20
2. MODELO ESTANDAR	21
2.1 GENERALIDADES DEL MODELO ESTANDAR	21
2.1.1 Leptones y Quarks	21
2.1.2 Interacciones fundamentales	21
2.1.3 Modelo estándar	23
2.2 LAGRANGIANO DEL MODELO ESTANDAR	24
2.2.1 Sector de los campos gauge	24
2.2.2 Sector de los campos escalares	25
2.2.3 Sector fermiónico	26
2.2.4 Sector de Yukawa	31
2.3 ANOMALIAS	33
2.3.1 Anomalía de un boson $U(1)_Y$ con dos bosones $SU(2)_L$	36
2.3.2 Anomalía de un boson $U(1)_Y$ con dos bosones $SU(3)_C$	37
2.3.3 Anomalía de tres bosones $U(1)_Y$	37
2.3.4 Anomalía gravitacional con un boson gauge $U(1)_Y$	38
3. FISICA DEL QUARK TOP	40
3.1 EVIDENCIAS INDIRECTAS PARA LA EXISTENCIA DEL TOP	40
3.1.1 Asimetría adelante-atrás en el proceso $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$	40
3.1.2 Ausencia de corrientes de sabor neutras que cambian de sabor en el decaimiento $b \rightarrow s, d$	44

3.1.3 Medida de anchura $Z_0 \rightarrow b\bar{b}$	46
3.2 RESTRICCIONES INDIRECTAS A LA MASA DEL TOP	47
3.2.1 Razón de las anchuras de los bosones $W^\pm$ y $Z_0$	47
3.2.2 Correcciones radiativas a la masa de los bosones $W^\pm$ y $Z_0$	51
3.3 EFECTOS SOBRE LA ANCHURA DEL QUARK TOP DE LA ANCHURA DEL BOSON $W$	54
4. CONCLUSIONES	59
BIBLIOGRAFIA	60
ANEXOS	62



## LISTA DE TABLAS

		Pág
Tabla 1	Hipercarga de fermiones	27
Tabla 2.	Estructura de la tercera familia de fermiones sin el quark $t$	35
Tabla 3.	Razón de las anchuras de $W^\pm$ y $Z_0$	51
Tabla 4.	Efecto sobre la anchura del $t$ de la anchura del bosón $W$	58
Tabla 5.	Familias de fermiones	64
Tabla 6.	Acoples de fermiones con el bosón de corriente neutra	64

## LISTA DE FIGURAS

	Pág
Figura 1. Diagramas de Feynman para el proceso $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$	40
Figura 2. Diagrama para el decaimiento del bosón $W$ en dos fermiones	48
Figura 3. Diagrama para el decaimiento del quark $t$	55
Figura 4. Diagrama del decaimiento de un bosón $x$ en dos fermiones $f_1$ y $f_2$	65
Figura 5. Contribución de un par de leptones y quarks a la energía propia del fotón	67

## LISTA DE ANEXOS

	Pág
Anexo A. Reglas de Feynman	62
Anexo B. Análisis del decaimiento de un bosón $x$ en dos fermiones	64
Anexo C. Renormalización de la constante de acoplamiento	67
Anexo C.1. Constantes de acoplamiento	68
Anexo D. Constantes utilizadas en los cálculos	70

## **RESUMEN**

Antes del descubrimiento del quark top, en la teoría del modelo estándar de las interacciones electrodébiles y fuertes ya se suponía su existencia, por lo tanto, ésta teoría es la base del desarrollo de éste trabajo, así que, se estudiará las anomalías que el quark evita dentro de dicho modelo, además se analizará sus propiedades como: carga eléctrica, isospín débil, masa y anchura de decaimiento, de manera teórica en función de parámetros ya conocidos; paralelamente los datos que se obtienen se comparan con los datos experimentales.

## **ABSTRACT**

Before the discovery of the top quark, in the theory of the standard model of electroweak and strong interactions their existence was already supposed, therefore, this theory is the base of the development of this work, so, it will be studied the anomalies that the quark avoids inside this model, it will also be analyzed its estates like: electric charge, weak isospin, mass and decay within, in a theoretical way in function of parameters already well-known; parallelly the data that are obtained are compared with the experimental data.

## INTRODUCCIÓN

Se supone que la materia esta constituida por un conglomerado de unos cuantos bloques fundamentales conocidos como quarks y leptones, los cuales interactúan mediante otra clase de partículas elementales: los bosones de norma. Hasta el presente las interacciones electromagnéticas, débiles y fuertes han sido “unificadas” en un esquema que se conoce con el nombre de: Modelo Estándar (ME). Es de aclarar que “unificadas” significa que éstas interacciones han sido descritas por teorías de norma como la Electrodinámica Cuántica, la Flavordinámica Cuántica y la Cromodinámica Cuántica, sin embargo, las constantes de acople siguen siendo independientes para cada una de éstas teorías y además no ha sido posible incluir en este esquema las interacciones gravitacionales.

Los quarks son las partículas que parecen carecer de estructura, ser indivisibles y, por lo tanto, fundamentales, su concepto fue propuesto por Gell-Mann y Georgi Zweig<sup>1</sup> en la década de los años sesenta con el fin de poner orden a un zoológico de partículas subatómicas que por aquella época se obtuvieron de manera experimental, los cuales interactuaban fuertemente. Los quarks poseen cargas eléctricas de uno o dos tercios de la carga del electrón, justificando así que diferentes combinaciones de ellos puedan explicar todos los hadrones hasta entonces conocidos, como: el protón, el neutrón, el pion  $\pi$ , el kaon,  $k$ , etc.

Tanto los quarks como los leptones se encuentran agrupados por familias o generaciones con propiedades similares excepto por su masa organizados en orden ascendente con respecto a su valor; cada familia consta de un par de leptones y un par de quarks, con la primera, la mas estable de la materia los quarks *up* y *down* y el electrón más su neutrino electrónico. Para los años setenta había una tercera, compuesta por el quark *bottom* y como leptones el tau y su neutrino asociado, esta estructura en la tercer familia generaba anomalías dentro del ME lo cual no permite que sea renormalizable y como consecuencia de esto no era posible obtener resultados finitos.

La solución para evitar anomalías dentro del Modelo Estándar fue postular la existencia de un sexto quark al que los físicos lo llamaron top o simplemente quark  $t$ ; así empezó su búsqueda que tardó casi veinte años.

La importancia del Modelo Estándar radica en su capacidad de justificar teóricamente resultados experimentales que ya se han confirmado, entre otros,

---

<sup>1</sup> CARITHERS, Bill y GRANNIS, Paul. Discovery of the top quark. En: Stanford Linear Accelerator Center: a periodical of particle physics. Vol. 25, No. 3 (Fall 1995).

como el descubrimiento del quark top en 1995 en el Fermilab<sup>2</sup>. En la actualidad solo queda por confirmar la existencia del bosón de Higgs, lo cual se espera ocurra en la próxima generación de aceleradores llevados a cabo en el Laboratorio Europeo de Física de Altas Energías (CERN) mediante la construcción del LHC (Large Hadron Collider), en el cual el rango de energías de este nuevo colisionador de protones contra protones deberá superar los 10 TeV.

El quark  $t$  según el ME es un fermión, compañero del quark  $b$ , teóricamente su presencia hace que dicho modelo sea renormalizable y por tanto sus predicciones sean consecuentes con los datos experimentales. En éste trabajo el tema de estudio en el primer capítulo es precisamente la necesidad teórica de su existencia.

El segundo capítulo se divide en tres secciones, en la primera se va a presentar las evidencias indirectas para la existencia de dicho quark. En la segunda se realizarán cálculos para definir los límites tanto superior como inferior de su masa y en la tercera sección calculamos la anchura de decaimiento  $\Gamma(t \rightarrow bW)$  teniendo en cuenta los efectos de la anchura del bosón  $W$ .

El tercer capítulo está dedicado a las conclusiones de los resultados obtenidos. Por último, en el anexo A se describen las reglas de Feynman que nos permiten calcular la amplitud de dispersión de un proceso determinado; en el B se realizan cálculos sobre el decaimiento de un boson vectorial en dos fermiones, en el anexo C se realiza una breve introducción a la renormalización de las constantes de acople, los cuales son un buen aporte para el desarrollo del segundo capítulo, y se termina con una tabla de las constantes utilizadas en los diferentes cálculos.

---

<sup>2</sup> BENEKE, M. et al. Top quark physics. 4 marzo 2000. Available from Internet: <http://arxiv:hep-ph/0003033v1>.

## 1. OBJETIVOS

### 1.1 OBJETIVO GENERAL

Realizar un estudio teórico acerca del Modelo estándar de Física de partículas.

### 1.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Desarrollar la física del quark  $t$  en el Modelo estándar, calculando los diferentes procesos relacionados con este quark.
- Comparar los resultados obtenidos con los resultados experimentales.



## 2. MODELO ESTANDAR

### 2.1 GENERALIDADES DEL MODELO ESTANDAR

**2.1.1 Leptones y Quarks.** La teoría conocida como ME de la Física de partículas describe las interacciones electromagnéticas, débiles y fuertes a través del grupo de norma  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Este modelo explica las interacciones fundamentales electrodébiles y fuertes entre fermiones y los portadores de estas interacciones.

Los fermiones, partículas de espín  $-\frac{1}{2}$  se clasifican en leptones como: el electrón ( $e$ ), el muón ( $\mu$ ), el tau ( $\tau$ ), con sus respectivos neutrinos: electrónico ( $\nu_e$ ), muónico  $\nu_\mu$ , tauónico  $\nu_\tau$ , y los quarks como: up ( $u$ ), down ( $d$ ), charm ( $c$ ), strange ( $s$ ), bottom ( $b$ ), y la partícula tema de estudio el top ( $t$ ).

La observación de que las interacciones electrodébiles actúan de manera distinta sobre los fermiones izquierdos y sobre los fermiones derechos constituye una de las características de este modelo. Así, las corrientes cargadas incluyen solamente fermiones de componente izquierda y no se conocen neutrinos derechos. Es por ello que los campos fermionicos izquierdos son agrupados en dobletes, mientras que los campos derechos son singletes del grupo  $SU(2)_L$ . La forma esquemática de las familias de fermiones se describe en la tabla 5, Anexo A.

Los bosones, partículas con espín entero ( $s = 0,1,2\dots$ ), a las que no se aplica el principio de exclusión de Pauli, son las responsables de la interacción, sus características como masa, carga, color, etc., se determinan por el alcance e intensidad del tipo de interacción. Los bosones no masivos son el fotón  $\gamma$  y los gluones  $g$  de las interacciones electromagnética y fuerte respectivamente y tres bosones masivos  $W^\pm$ ,  $Z_0$  para la interacción débil.

**2.1.2 Interacciones Fundamentales.** Las interacciones fundamentales se agrupan en cuatro categorías: gravitacional, electromagnética, interacción débil, e interacción fuerte, se clasifican de acuerdo con la intensidad de la fuerza que transmiten y con el tipo de partículas que interactúan.

- Fuerza gravitacional. Su carácter es universal pues toda partícula la experimenta, su importancia radica en los efectos que produce en la naturaleza macroscópica como mantener unidos a los planetas, estrellas y galaxias, aunque

su efecto a nivel subatómico es despreciable. Se supone que su partícula mediadora es el gravitón y debido a que no posee masa se explica su interacción de largo alcance.

- Fuerza electromagnética. Actúa sobre partículas cargadas eléctricamente como electrones y quarks, su efecto se produce a nivel de átomos y moléculas. La partícula mediadora de la interacción electromagnética no posee masa y se conoce con el nombre de fotón  $\gamma$ .
- Fuerza nuclear débil. Aunque su importancia no radica en procesos de nuestra vida cotidiana como las fuerzas magnéticas, eléctricas o gravitacionales, sí juega un papel decisivo en las cadenas de reacciones nucleares que generan energía, produciendo los elementos químicos en los núcleos de las estrellas y en reactores nucleares.

Así como la fuerza electromagnética entre partículas cargadas se debe al intercambio de fotones, para la fuerza débil Weinberg y Salam propusieron la existencia de nuevas partículas cargadas, los bosones  $W$  y  $Z$ . Estas nuevas partículas intermediarias que no podían ser no masivas como los fotones, se introducen en la teoría de la misma manera; al hacerlo se vio que no era sólo de interacciones débiles sino la manifestación de una teoría unificada con la electromagnética al cual se le llamó teoría electrodébil. Por lo tanto la nueva interacción electrodébil es mediada por cuatro bosones: el fotón ( $\gamma$ ) y tres bosones vectoriales ( $W^+, W^-, Z_0$ ).

- Interacción nuclear fuerte. Esta fuerza actúa entre partículas llamadas hadrones como los protones y neutrones permitiendo que el núcleo atómico no se desintegre. Los hadrones están compuestos de partículas fundamentales, los quarks, manteniéndose unidos por medio de una fuerza que además de ser extremadamente intensa tiene una peculiaridad: aumenta con la distancia. Pensemos que esta fuerza entre quarks es como una especie de “resorte”: mientras mas se estira mayor es la fuerza del resorte.

Si dos partículas están unidas por un resorte y se intenta separarlas estirándolo lo más posible llegará un momento en que se rompe.

Algo parecido sucede con los quarks en el interior de un hadrón, por ejemplo, para el par quark-antiquark, el “resorte” que los une se puede estirar hasta “romperse” pero la energía necesaria para ello es tan grande que con esta misma se crean nuevamente un par quark-antiquark en las “puntas” rotas del resorte, por lo que el estado final resultante es de dos mesones. A grandes rasgos ésta es la razón por la que es imposible tener un quark aislado en la naturaleza. Este comportamiento es lo que se denomina confinamiento de los quarks.

Al igual que los leptones, los quarks también poseen carga eléctrica, pero además tienen otro tipo de carga, el color, análogo al de la carga en la interacción electromagnética, pues dos quarks con distinto color se atraen. La carga del color aparece en tres tipos *green, red, blue* con sus respectivos anticolores, nada tiene que ver con las propiedades visuales, pero el concepto ha sido muy útil para describir sus propiedades cuánticas. Los hadrones observados se manifiestan en un color neutro, por lo tanto los quarks deben combinarse de tal manera que el resultado sea ese estado, las combinaciones posibles son:

- a. Tres quarks cada uno con un color correspondiente, así los hadrones que se forman son los bariones, por ejemplo, los protones ( $uud$ ) y los neutrones ( $udd$ ).
- b. Un par de quark-antiquark, para obtener los mesones, como caso típico tenemos los piones  $\pi^+$  ( $u\bar{d}$ ), los kaones  $k^-$  ( $s\bar{u}$ ).

**2.1.3 Modelo Estándar.** El Modelo Estándar es el marco teórico en el que se describe de manera conjunta las interacciones fuertes, las electrodébiles, los portadores de la fuerza y las partículas elementales los quarks y leptones mediante una teoría cuántica de campos basados en el grupo de simetría  $SU(3)_C \times SU(2)_L U(1)_Y$ .

El subíndice  $L$  denota explícitamente los fermiones izquierdos participantes en la corriente cargada de las interacciones débiles, mientras que los leptones y quarks derechos no hacen parte de las corrientes cargadas asumiendo que ellos transforman como singletes de  $SU(2)$ ,  $C$  indica la carga de color que únicamente la experimentan los quarks.

Por otra parte el subíndice  $Y$  del grupo  $U(1)$  es un número cuántico llamado hipercarga débil relacionada con el operador de carga eléctrica  $Q$  y la tercera componente de isoespín débil  $T_3$  conforme a la relación de Gell-Mann-Nishijima:

$$Q = T_3 + \frac{1}{2}Y \quad (2.1)$$

El grupo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  contiene en su teoría cuatro bosones gauge de los cuales tres de ellos son masivos, implementado mediante el mecanismo de Higgs, que de acuerdo con ello se introduce un campo escalar  $\phi$ , cuyo valor esperado en el vacío es diferente de cero por tal razón el grupo de simetría es roto espontáneamente, así el bosón de norma asociado al campo electromagnético permanece sin masa y los tres bosones vectoriales la adquieren.

La parte del ME que describe las interacciones fuertes se conoce como Cromodinámica Cuántica o  $QCD$ , es una teoría de campos no abeliana descrita bajo el grupo de simetría  $SU(3)$ . Los entes físicos fundamentales de esta teoría son los quarks y las partículas portadoras de la interacción son los gluones, la teoría exige ocho tipos de ellos que a su vez tienen carga de color, explicando así el corto alcance de la interacción fuerte, a pesar que son partículas sin masa.

## 2.2 LAGRANGIANO DEL MODELO ESTANDAR

El Lagrangiano del ME, constituye el conocimiento actual de las interacciones electro débiles y fuertes. Podemos dividirlo en cuatro partes principales: la primera de ellas representada por  $L_G$  el lagrangiano de los campos gauge,  $L_H$  como la contribución de los campos escalares o de Higgs,  $L_F$  son los campos fermiónicos acoplados a los campos gauge, y por último  $L_Y$  el lagrangiano de Yukawa que es el acople entre los fermiones y los campos escalares<sup>3</sup>.

A pesar de la presencia de muchos parámetros de entrada el lagrangiano es una construcción matemática de considerable poder predictivo, por lo tanto lo podemos catalogar como un observable físico del mundo real:

$$L = L_G + L_H + L_F + L_Y \quad (2.2)$$

**2.2.1 Sector de los Campos Gauge.** Los campos gauge descritos por el grupo de simetría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  son cuatro, de los cuales tres de ellos  $W_\mu^i$  con  $i=1,2,3$  están asociados a los tres generadores del grupo  $SU(2)_L$  los  $T^i = \frac{1}{2}\sigma_i$ , donde  $\sigma_i$  son las matrices de Pauli con  $i=1,2,3$ . Mientras que un cuarto campo está representado por  $B_\mu$  y que junto al generador de hipercarga débil  $Y$  pertenecen al grupo  $U(1)$ .

La expresión para los campos gauge es:

$$L_G = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \quad (2.3)$$

En este estado los campos gauge no poseen masa, sin embargo algunos de ellos la adquieren mediante el mecanismo de Higgs.

<sup>3</sup> GUIDRY, Mike. Gauge field theories an introduction with applications. Wiley Classics Library. Edition published 1999.p.269-270.

**2.2.2 Sector de los Campos Escalares.** El mecanismo de Higgs consiste en introducir a la teoría un campo escalar  $\phi$  y un potencial  $V(\phi)$  de tal manera que el lagrangiano sea invariante bajo el grupo de simetría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , aunque no lo sea en el vacío. Veamos sus componentes:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

El campo de Higgs se encuentra acoplado a los campos gauge por la derivada covariante mediante el siguiente lagrangiano:

$$L_H = (D_\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) \quad (2.5)$$

Donde la derivada covariante es de la forma:

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_2 T^i A_\mu^i - ig_1 \frac{1}{2} Y_\phi B_\mu \quad (2.6)$$

con  $g_1$  y  $g_2$  las constantes de acople del grupo de hipercarga y del isoespín débil, respectivamente; el potencial es:

$$V(\phi) = -\mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (2.7)$$

En este potencial los parámetros  $\lambda$  y  $\mu$  se han determinado de tal forma que  $V(\phi)$  tenga un mínimo en el vacío para un campo de Higgs no nulo, es decir:

$$|\phi_0|^2 = \phi_0^\dagger \phi_0 = -\frac{\mu^2}{2\lambda} = \frac{1}{2} v^2 \quad (2.8)$$

Donde  $v$  es el valor esperado en el vacío, por lo tanto,

$$\phi_0 = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Esta elección tiene como números cuánticos  $T_3 = \frac{1}{2}$  y  $Y_w = 1$ , este campo rompe la simetría pero respeta la invariancia gauge<sup>4</sup>. Utilizando el gauge unitario se obtiene

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} (v + H) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

<sup>4</sup> GREINER, Walter y MULLER, Berndt. Gauge theory of weak interactions. 3rd. Edition. New York 2000. p. 151-154.

Donde  $H$  es el campo de Higgs y reemplazando en el lagrangiano, ecuación (2.5) obtenemos la expresión:

$$\begin{aligned}
L_H = & \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H && \text{Términos cinéticos} \\
& + \frac{v^2}{4} g_2^2 W_\mu^- W^{\mu+} + \frac{v^2}{8} (g_2^2 + g_1^2) Z_\mu Z^\mu + \frac{v^2}{8} 0 A_\mu A^\mu && \text{Términos de masa} \\
& - \frac{\mu^2}{2} H^2 + \frac{\mu^4}{4\lambda} + \lambda v H^3 + \frac{v H^4}{4} + \frac{v}{4} (g_1^2 + g_2^2) Z_\mu Z^\mu H + \frac{g_2^2}{4} W_\mu^- W^{\mu+} H H \\
& + (g_1^2 + g_2^2) Z_\mu Z^\mu H H + \frac{v^2}{4} g_2^2 W_\mu^- W^{\mu+} H && \text{Términos de interacción}
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Los términos de masa para los bosones son:

$$\begin{aligned}
M_W^2 &= \frac{v^2 g_2^2}{4} \\
M_Z^2 &= \frac{v^2}{4} (g_2^2 + g_1^2) \\
M_\gamma^2 &= 0 \\
m_H^2 &= 2\mu^2
\end{aligned} \tag{2.12}$$

**2.2.3 Sector Fermiónico.** Los leptones  $x_L$  y quarks  $q_L$  izquierdos se agrupan en dobletes bajo el grupo de simetría  $SU(2)_L$ , mientras que los componentes derechos son singletes del grupo  $U(1)_Y$ :

$$\begin{aligned}
x_L &= \begin{pmatrix} \nu_i \\ l_i \end{pmatrix}_L && l_{iR} \\
q_L &= \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L && u_{iR}, \quad d_{iR}
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Donde  $u_i$  indican los quarks de la parte superior y  $d_i$  la parte inferior del doblete,  $l_i$  representa un leptón cargado y  $\nu_i$  un neutrino. El subíndice  $i$  es la suma sobre el número de generaciones de fermiones y los subíndices  $R(L)$  indican su helicidad derecha (izquierda). La forma general para el Lagrangiano de fermiones es la siguiente:

$$L_{fermiones} = \bar{x}_L i \gamma^\mu D_\mu x_L + \bar{e}_R i \gamma^\mu D_\mu e_R + \bar{q}_L i \gamma^\mu D_\mu q_L + \bar{u}_R i \gamma^\mu D_\mu u_R + \bar{d}_R i \gamma^\mu D_\mu d_R$$

Donde  $D_\mu$  representa la derivada covariante definida en la ecuación (2.6), cuya hipercarga débil de los multipletes izquierdos y singletes derechos de fermiones se eligen mediante la relación de Gell-Mann-Nishijima ecuación (2.1) que se indican en la tabla 1.

**Tabla 1. Hipercarga de fermiones**

Leptones	Familias	$T_3$	$Y$
dobletes	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$ $\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} +\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$	-1
singletes	$e_R$ $\mu_R$	0	-2
Quarks			
dobletes	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$ $\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} +\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{3}$
singletes	$u_R$ $c_R$ $d_R$ $s_R$	0 0	$\frac{4}{3}$ $-\frac{2}{3}$

Analicemos la contribución por separado de leptones y de quarks al lagrangiano.

- **Leptones:** Tomemos como prototipo al electrón y su neutrino electrónico

$$x_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

$$e_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)e$$

De manera que la expresión del lagrangiano para el electrón, el cual de forma similar se define para los leptones  $\mu$  y  $\tau$  es:

$$L_e = \bar{\nu}_L i \gamma^\mu \partial_\mu \nu_L + \bar{e} i \gamma^\mu \partial_\mu e$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \bar{\nu}_L \gamma^\mu \partial_\mu e_L + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^- \bar{e}_L \gamma^\mu \partial_\mu \nu_L && \text{corrientes cargadas} \\
& + \frac{g_2 Z_\mu}{\cos \theta_w} \left[ \frac{1}{2} \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L - \frac{1}{2} \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + \sin^2 \theta_w \bar{e} \gamma^\mu e \right] && \text{corrientes neutras} \\
& - g_2 \sin \theta_w A^\mu \bar{e} \gamma^\mu e && \text{corriente electromagnética}
\end{aligned}$$

Del término de la corriente electromagnética tenemos que la carga  $e$  se define como:

$$e = g_2 \sin \theta_w \quad (2.15)$$

Esto indica que la corriente electromagnética forma parte del grupo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ .

▪ **Quarks:** Inicialmente se propuso un modelo de tres quarks y sus correspondientes antipartículas, el esquema empleado es el de Cabbibo, en el que se destacan los quarks  $u, d'$  y el quark  $s$

$$\begin{aligned}
q_L &= \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} \\
u_R &= \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)u & d'_R &= \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)d' \\
s_L &= \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)s
\end{aligned} \quad (2.16)$$

donde:

$$d' = d \cos \theta_c + s \sin \theta_c \quad (2.17)$$

Donde  $\theta_c$  es el ángulo de Cabbibo. De esta manera la expresión para el Lagrangiano es:

$$\begin{aligned}
L_q &= \bar{u} \gamma^\mu \partial_\mu u + \bar{d} \gamma^\mu \partial_\mu d \cos \theta_c + \bar{s} \gamma^\mu \partial_\mu s \sin \theta_c \quad \left. \vphantom{L_q} \right\} \text{términos cinéticos} \\
& + \frac{1}{\sqrt{2}} g_2 W_\mu^+ \bar{u}_L \gamma^\mu d_L \cos \theta_c + \frac{1}{\sqrt{2}} g_2 W_\mu^+ \bar{u}_L \gamma^\mu s_L \sin \theta_c \\
& + \frac{1}{\sqrt{2}} g_2 W_\mu^- \bar{d}_L \gamma^\mu u_L \cos \theta_c + \frac{1}{\sqrt{2}} g_2 W_\mu^- \bar{s}_L \gamma^\mu \bar{u}_L \sin \theta_c \quad \left. \vphantom{L_q} \right\} \text{corr. cargadas}
\end{aligned} \quad (2.18)$$



$$\begin{aligned}
& + \frac{g_2 Z_\mu}{2 \cos \theta_w} \left[ \bar{u}_L \gamma^\mu u_L - \bar{d}_L \gamma^\mu d_L \cos^2 \theta_w - \bar{d}_L \gamma^\mu s_L \cos \theta_w \sin \theta_w \right. \\
& - \bar{s}_L \gamma^\mu d_L \sin \theta_w \cos \theta_w - \bar{s}_L \gamma^\mu s_L \sin^2 \theta_w \\
& - 2 \sin^2 \theta_w \left( \frac{2}{3} \bar{u} \gamma^\mu u - \frac{1}{3} [\bar{d} \gamma^\mu d \cos^2 \theta_w + \bar{d} \gamma^\mu s \cos \theta_w \sin \theta_w \right. \\
& \left. \left. + \bar{s} \gamma^\mu d \sin \theta_w \cos \theta_w - \bar{s} \gamma^\mu s \cos \theta_c \sin \theta_s \right] \right) \left. \right\} \text{ corrientes neutras} \\
& + e A_\mu \left[ \frac{2}{3} \bar{u} \gamma^\mu u - \bar{d} \gamma^\mu d \cos^2 \theta_w - \bar{d} \gamma^\mu s \cos \theta_w \sin \theta_w \right. \\
& \left. - \bar{s} \gamma^\mu d \sin \theta_w \cos \theta_w - \bar{s} \gamma^\mu s \sin^2 \theta_w \right] \left. \right\} \text{ corr. electromag}
\end{aligned}$$

Observemos que las transiciones  $\bar{u}_L$  y  $\bar{d}_L$  como la de  $\bar{u}_L$  y  $\bar{s}_L$  mediante corrientes cargadas se dan experimentalmente, por ejemplo, la parte responsable para el decaimiento del neutrón conformado por los quarks ( $udd$ ), un quark  $d$  puede cambiar en un quark  $u$  emitiendo una partícula  $W^-$ . Mientras que los términos de la corriente neutra

$$\begin{aligned}
& - \bar{d}_L \gamma^\mu s_L \cos \theta_w \sin \theta_w \\
& - \bar{s}_L \gamma^\mu d_L \sin \theta_w \cos \theta_w
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Experimentalmente no se han encontrado, a pesar que los quarks  $d$  y  $s$  tienen el mismo valor de carga eléctrica  $-\frac{1}{3}e$ ; así que, no deben existir estos términos para las corrientes neutras. Teóricamente Glashow, Iliopoulos y Maiani propusieron la existencia de un nuevo quark llamado *charm-encanto*,  $c$ , con carga eléctrica  $+\frac{2}{3}e$ , este sería el compañero del quark  $s$ . La prueba experimental de su existencia se dio cuatro años después de postularlo en la teoría; el modelo que llevó a suponerlo se denomina Mecanismo de GIM<sup>5</sup>. De manera que, ahora, tenemos la siguiente estructura para cuatro quarks

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L \quad u_R, \quad c_R, \quad d'_R, \quad s'_R \tag{2.20}$$

Donde los autoestados  $d'$  y  $s'$  están relacionados con los auto estados físicos  $d$  y  $s$  mediante la matriz de rotación de Cabibbo<sup>6</sup>

<sup>5</sup> GUIDRY, Op.cit., p. 283-284.

<sup>6</sup> HALZEN, Francis y MARTIN, Alan D. Quarks and leptons. An Introductory Course in Modern Particle Physics. New York: John Wiley & Sons, 1983. p. 279-284.

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Expresando de forma simplificada la ecuación anterior y denotando con  $V$  la matriz unitaria de rotación, es decir, que cumple  $V^+V = 1$ , tenemos:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} &= V \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \\ (\bar{d}', \bar{s}') &= (d, s) V^+ \end{aligned} \quad (2.22)$$

De modo que el lagrangiano para los quarks utilizando la ecuación (2.18) y de la ecuación (2.22), obtenemos

$$\begin{aligned} L_q &= (\bar{u}, \bar{c}) \gamma^\mu \partial_\mu \begin{pmatrix} u \\ c \end{pmatrix} + (\bar{d}, \bar{s}) V^+ \gamma^\mu \partial_\mu V \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \\ &+ \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^+ (\bar{u}, \bar{c})_L \gamma^\mu V \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}_L + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^- (\bar{d}, \bar{s})_L V^+ \gamma^\mu V \begin{pmatrix} u \\ c \end{pmatrix}_L \\ &\frac{g_2 Z_\mu}{2 \cos \theta_w} \left[ (\bar{u}, \bar{c})_L \gamma^\mu \begin{pmatrix} u \\ c \end{pmatrix}_L - (\bar{d}, \bar{s})_L V^+ \gamma^\mu V \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}_L \right. \\ &\left. - 2 \sin^2 \theta_w \left( \frac{2}{3} (\bar{u}, \bar{c}) \gamma^\mu \begin{pmatrix} u \\ c \end{pmatrix} - \frac{1}{3} (\bar{d}, \bar{s}) V^+ \gamma^\mu V \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \right) \right] \\ &+ g_2 \sin \theta_w A_\mu \left[ \frac{2}{3} (\bar{u}, \bar{c}) \gamma^\mu \begin{pmatrix} u \\ c \end{pmatrix} - \frac{1}{3} (\bar{d}, \bar{s}) V^+ \gamma^\mu V \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \right] \end{aligned} \quad (2.23)$$

Esta ecuación indica que no existe cambio de sabor para la corriente neutra. Para una tercera clase de quarks conformada por el quark  $b$  y el quark  $t$ , la matriz de Cabibbo es generalizada a una de dimensiones  $3 \times 3$ , también es unitaria. Esta se conoce con el nombre de matriz de Cabibbo Kobayashi Maskawa o simplemente matriz de  $CKM$  y esta conformada por tres ángulos  $\theta_1, \theta_2$  y  $\theta_3$ , para una rotación tridimensional y una fase que tiene que ver con la violación de  $CP$ , se ha utilizado la siguiente notación:  $s_i = \sin \theta_i$ ,  $c_i = \cos \theta_i$  con  $i=1,2,3$  y  $-\pi \leq \delta \leq \pi$ . Los parámetros son elegidos de tal manera que cuando  $\theta_2 = \theta_3 = \delta = 0$  corresponda directamente a la matriz de Cabibbo para dos familias de quarks, ecuación (2.21). Su forma es la siguiente

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_1 & s_1 c_3 & s_1 s_3 \\ -s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 + s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 - s_2 c_3 e^{i\delta} \\ -s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 - c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 + c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix}$$

De esta manera la expresión para el lagrangiano de quarks con tres familias y utilizando la ecuación (2.24) es la siguiente

$$\begin{aligned} L_q = & (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t})_L \gamma^\mu \partial_\mu \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_L + (\bar{d}, \bar{s}, \bar{b})_L V_{CKM}^+ \gamma^\mu \partial_\mu V_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L \\ & + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^+ (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t})_L \gamma^\mu V_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^- (\bar{d}, \bar{s}, \bar{b})_L V_{CKM}^+ \gamma^\mu \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L \\ & + \frac{g_2 Z_\mu}{2 \cos \theta_w} \left[ (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t})_L \gamma^\mu \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_L - (\bar{d}, \bar{s}, \bar{b})_L V_{CKM}^+ \gamma^\mu V_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L \right. \\ & \left. - 2 \sin^2 \theta_w \left( \frac{2}{3} (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t})_L \gamma^\mu \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_L - \frac{1}{3} (\bar{d}, \bar{s}, \bar{b})_L V_{CKM}^+ \gamma^\mu V_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L \right) \right] \\ & + g_2 \sin \theta_w A_\mu \left[ \frac{2}{3} (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t})_L \gamma^\mu \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_L + \frac{1}{3} (\bar{d}, \bar{s}, \bar{b})_L V_{CKM}^+ \gamma^\mu V_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L \right] \end{aligned} \quad (2.25)$$

**2.2.4 Sector de Yukawa.** Los fermiones adquieren masa mediante el acople de Yukawa y el campo de Higgs, los términos de masa se expresan en el lagrangiano de Yukawa. En la teoría del ME se asume que no existen neutrinos derechos por lo tanto, se supone que los neutrinos son partículas que no poseen masa; sin embargo, se ha encontrado la evidencia para la oscilación de los neutrinos, el cual indica que estos tienen masa<sup>7</sup>. El doblete de Higgs ecuación (2.10) el cual genera

<sup>7</sup> ROSETTI CABRAL, Luis G. Introducción a las oscilaciones de neutrinos. En: Revista Mexicana de Física. Vol. 3, No. 4 (Agosto 2002); p. 366-383.

masa a los bosones vectoriales  $W^\pm$  y  $Z_0$  también la genera para los leptones y quarks. La expresión general para el lagrangiano de Yukawa es de la forma:

$$L_{Yukawa} = f_{ie} \bar{l}_{iL} \phi e_{iR} + f_{iu} \bar{q}_{iL} \tilde{\phi} u_{iR} + f_{id} \bar{q}_{iL} \phi d'_{iR} + h.c \quad (2.26)$$

Donde se ha empleado la siguiente notación, con  $i = 1,2,3,\dots$  representando cada familia de fermiones

$$q_{iL} = \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L, \dots \quad u_{iR} = (u, c, t \dots)_R \quad (2.27a)$$

$$l_{iL} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, \dots \quad e_{iR} = (e, \mu, \tau, \dots)_R \quad (2.27b)$$

Las primadas significan que los estados el cual aparecen en el lagrangiano (2.26), no son los autoestados de masa<sup>8</sup>.

Debido a que los quarks  $u_i$  derechos adquieren masa, definimos el doblete de Higgs  $\tilde{\phi}$  el cual transforma igual que  $\phi$  pero con hipercarga  $Y_{\tilde{\phi}} = -1$ <sup>9</sup>:

$$\tilde{\phi} = i\sigma_2 \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}^* = i \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{v+H}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

Donde  $\sigma_2$  es una de las matrices de Pauli; además con las ecuaciones (2.10), (2.26), (2.28), y únicamente tomando como prototipo la primera familia de fermiones, se tiene la expresión final para el lagrangiano de Yukawa:

$$L_{Yukawa} = f_e (\bar{\nu}_e \quad e)_L \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} e_R + f_u (\bar{u} \quad \bar{d}') \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} d'_R \quad (2.29a)$$

$$+ f_e e_R \begin{pmatrix} 0 & \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L + f_u u_R \begin{pmatrix} 0 & \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L$$

<sup>8</sup> DONOGHUE, Op.cit., p.5-11.

<sup>9</sup> FRITZSCH y MINKOWSKI, P. Flavordynamics of quarks and leptons. Physics reports Vol.13 No.2 (Julio 1981).

$$L_{Yukawa} = \frac{f_e v}{\sqrt{2}} \bar{e} e + \frac{f_e H}{\sqrt{2}} \bar{e} e + \frac{f_u v}{\sqrt{2}} \bar{u} u + \frac{f_u H}{\sqrt{2}} \bar{u} u + \frac{f_{d'} v}{\sqrt{2}} \bar{d}' d' + \frac{f_{d'} H}{\sqrt{2}} \bar{d}' d' \quad (2.29b)$$

En esta ecuación  $f_e, f_u, f_{d'}$  son constantes empíricas,  $H$  es el campo de Higgs y representa la interacción con los campos fermiónicos; por otra parte, si comparamos con el lagrangiano de Dirac:  $L_D = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi$ , se observa que los términos de masa son de la forma  $m\bar{\psi}\psi$ , por lo tanto,

$$m_{ei} = \frac{f_{ei}}{\sqrt{2}} v, \quad m_{ui} = \frac{f_{ui}}{\sqrt{2}} v, \quad m_{d'i} = \frac{f_{d'i}}{\sqrt{2}} v \quad (2.30)$$

Donde  $v$  representa la escala de rompimiento de simetría y tiene un valor de  $246 GeV$ . En realidad,  $m_{d'}, m_{s'}, m_{b'}$  no son los autoestados de masa, para obtenerlos se utiliza matrices unitarias, que para el caso de tres generaciones de quarks la opción es la matriz de  $CKM$ .

$$(d' \ s' \ b')_L \begin{pmatrix} f_{d'} & 0 & 0 \\ 0 & f_{s'} & 0 \\ 0 & 0 & f_{b'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_R = (d \ s \ b)_L V_{CKM}^+ \begin{pmatrix} f_{d'} & 0 & 0 \\ 0 & f_{s'} & 0 \\ 0 & 0 & f_{b'} \end{pmatrix} V_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_R$$

Diagonalizamos con la matriz de  $CKM$ , para obtener los términos de masa para los quarks primados:

$$V_{CKM}^+ \begin{pmatrix} f_{d'} & 0 & 0 \\ 0 & f_{s'} & 0 \\ 0 & 0 & f_{b'} \end{pmatrix} V_{CKM} = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix}$$

## 2.3 ANOMALIAS

En el marco teórico del ME se indica la presencia de un sexto y en la actualidad el último quark que completa la tercera familia de fermiones, pero, su presencia ¿es realmente necesaria dentro de dicho modelo?

El ME es una teoría cuántica de campos que solamente puede ser renormalizable y por lo tanto consistente si es libre de anomalías<sup>10</sup>. Estas anomalías aparecen a nivel de correcciones de un-loop, en el cual los bosones gauge acoplan a corrientes quirales. El diagrama de Feynman que contiene estas anomalías es un

<sup>10</sup> BHAT, Pushpalatha C; PROSPER, Harrison y SMYDER, Scott. Top quark physics at the Tevatron. Available from Internet: <http://www.arxiv:hep-ex/98099011> V.2. p. 5-6.

diagrama de triángulo con una corriente axial y dos corrientes gauge en sus vértices.

Por lo tanto la teoría que contiene a los bosones solamente puede ser invariante gauge si la anomalía desaparece; afortunadamente se eliminan cuando sumamos sobre todas las especies de fermiones posibles que puedan circular en ese diagrama. Así que, la condición de consistencia fundamental para las teorías gauge quirales es:

$$Tr(\lambda^a \{\lambda^b, \lambda^c\}) = 0 \quad (2.31)$$

Los  $\lambda^a, \lambda^b, \lambda^c$  son los generadores del grupo gauge bajo consideración. En el ME la contribución de los fermiones se presenta en forma quiral, es decir, izquierda y derecha, por tal razón tenemos:

$$Tr(\lambda_L^a \{\lambda_L^b, \lambda_L^c\}) = Tr(\lambda_R^a \{\lambda_R^b, \lambda_R^c\}) \quad (2.32)$$

De ésta ecuación podemos distinguir dos casos:

- Las anomalías causadas por los fermiones izquierdos son canceladas por las anomalías causadas por los derechos.
- La representación de los fermiones izquierdos y derechos se cancelan separadamente.

Para analizar la condición (2.31) y (2.32) en el Modelo Estándar conformado por el grupo de simetría:  $SU(3)_C \times SU(2)_L U(1)_Y$ , a continuación se realiza una breve descripción de los generadores de cada uno de los grupos:

- El grupo  $SU(3)_C$  tiene como base principal los tres colores de cada quark descritos en la teoría de Cromodinámica Cuántica, además consta de ocho generadores independientes en la que su representación fundamental  $\frac{\lambda_i}{2}, i=1,2,\dots,8$ , son matrices hermiticas  $3 \times 3$  conocidas como matrices de Gell-Mann, ellas satisfacen las siguientes relaciones de conmutación y anticonmutación respectivamente:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} [\lambda_i, \lambda_j] &= if_{ijk} \frac{\lambda_k}{2} \\ \frac{1}{2} \{\lambda_i, \lambda_j\} &= \frac{1}{3} \delta_{ij} + if_{ijk} \frac{\lambda_k}{2} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Con  $f_{ijk}, d_{ijk}$  constantes de estructura.

- El grupo de simetría  $SU(2)_L$  corresponde a una representación de matrices hermíticas  $2 \times 2$  conocidas como matrices de Pauli  $\sigma_i$ , la teoría exige que sean tres, el cual deben cumplir las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}[\sigma_i, \sigma_j] &= i\epsilon_{ijk} \frac{\sigma_k}{2} \\ \frac{1}{2}\{\sigma_i, \sigma_j\} &= 2\delta_{ij}\end{aligned}\tag{2.34}$$

Con  $\epsilon_{ijk}$  la constante de estructura totalmente antisimétrica del grupo de isoespín débil  $SU(2)_L$ .

- El grupo  $U(1)_Y$  esta representado por el número de hipercarga débil  $Y_w$ , su asignación se realiza de acuerdo a la ecuación (2.1) la relación de Gell-Mann-Nishijima, cuya álgebra se expresa como:

$$[\sigma_i, Y] = 0\tag{2.35}$$

De modo que, si suponemos que el quark  $t$  no es necesario dentro del ME, la estructura de la tercera familia para fermiones es la siguiente, ver Tabla 2.

En el caso de las dos primeras familias utilizamos los datos de la Tabla 1. Para evaluar las anomalías de la teoría, no solo consideramos los diagramas con tres bosones gauge  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ , sino también efectos de la gravedad sobre la teoría gauge de interacciones débiles.

**Tabla 2. Estructura de la tercera familia sin el quark  $t$ .**

Fermiones	Estructura	III.Familia	$T_3$	$Y$
Leptones	dobletes	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$	-1
	singletes	$\tau_R$	0	-2
Quarks	singletes	$b_L$	0	$-\frac{2}{3}$
		$b_R$	0	$-\frac{2}{3}$

Es una propiedad de las teorías gauge  $SU(2)_L$  que la anomalía de tres bosones gauge siempre desaparezca, este resultado surge de la propiedad de las matrices

de Pauli, el cual implica que  $Tr\sigma_a\{\sigma_b,\sigma_c\}$  sea cero, puesto que las anomalías en este grupo son proporcionales a:  $Tr\sigma_a=0$ , utilizando la relación de anticonmutador (2.34)

$$\frac{1}{8}Tr(\sigma_a\{\sigma_b,\sigma_c\})=\frac{1}{8}Tr(\sigma_a(2\delta^{bc}))=\frac{1}{4}Tr(\sigma_a)=0 \quad (2.36)$$

Mientras que para el caso de tres bosones gauge  $SU(3)_C$  las anomalías se cancelan por la contribución de la carga de los quarks izquierdos y derechos en cada una de las familias.

Ahora las anomalías no triviales que permanecen son: un boson  $U(1)_Y$  con dos bosones  $SU(3)_C$  o dos bosones  $SU(2)_L$ , la anomalía de tres bosones  $U(1)_Y$  y la anomalía gravitacional con un boson  $U(1)_Y$ , a continuación se estudia cada una de ellas

**2.3.1 Anomalía de un boson  $U(1)_Y$  con dos bosones  $SU(3)_C$** , utilizamos la ecuación (2.33b):

$$\frac{1}{4}TrY\{\lambda_b,\lambda_c\}=\frac{1}{4}TrY\left(\frac{1}{3}\delta^{bc}+d_{bcl}\frac{\lambda_l}{2}\right)=\frac{1}{12}\sum_f TrY \quad (2.37)$$

Donde la suma sobre  $Tr(Y)=0$ , solamente si se suma sobre la carga eléctrica de cada familia de fermiones, ya que,  $Y=2(Q-T_3)$ , entonces, la suma  $TrQ=0$  cuando

$$\sum_f TrQ=Q_{\nu_e}+Q_e+3(Q_u+Q_d)=0-1+3\left(-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)=0$$

Donde el factor 3 indica que para cada quark hay tres colores, por lo tanto, la condición de renormalización se da si el número de sabores de quarks es igual al número de especies de leptones, esto para las dos primeras familias de fermiones; veamos qué sucede en el caso de la tercera en el que el quark  $b$  es un singlete:

$$\sum_f TrQ=Q_{\nu_\tau}+Q_\tau+3Q_b=0-1+3\left(-\frac{1}{3}\right)=-2$$

Un quark  $t$ , con carga  $Q_t=+\frac{2}{3}$  es necesario para que la suma de las cargas en la tercera familia sea cero.



**2.3.2 Anomalía de un bosón  $U(1)_Y$  con dos bosones  $SU(2)_L$**  para este caso se aplica la ecuación (2.34b):

$$\frac{1}{4}TrY\{\sigma_b, \sigma_c\} = \frac{1}{4}TrY 2\delta^{bc} = \frac{1}{2} \sum_f TrY_L \quad (2.38)$$

La sumatoria de  $Tr(Y_L) = 0$  cuando las hipercargas débiles de fermiones izquierdos en cada familia hacen su contribución, veamos para las dos primeras:

$$\sum_{f_L} TrY_L = 3(2Y_{q_L}) + 2Y_{l_L} = 3\left(2\frac{1}{3}\right) + 2(-1) = 0$$

Aquí  $Y_{q_L}$ ,  $Y_{l_L}$  indican los dobletes izquierdos de cada familia de quarks y leptones respectivamente. Ahora analicemos el caso cuando el quark  $b$  es un singlete en la tercera familia:

$$\sum_{f_L} TrY_L = 3(2Y_{b_L}) + 2Y_{l_L} = 3\left(-\frac{2}{3}\right) + 2(-1) = -4$$

La anomalía no desaparece ya que únicamente existe un quark izquierdo,  $b_L$ , por lo tanto, los quarks  $b_L$  y  $t_L$  deben conformar un doblete izquierdo, cuya hipercarga débil sea el valor de  $Y_{q_L} = \frac{1}{3}$  y evitar la anomalía causada.

**2.3.3 Anomalía de tres bosones  $U(1)_Y$**

$$TrY\{Y, Y\} = \sum_f TrY^3 \quad (2.39)$$

La suma la realizamos sobre los fermiones de cada generación tanto izquierdos como derechos, de modo que:

$$\begin{aligned} \sum_f TrY^3 &= \sum_f TrY_L^3 - \sum_f TrY_R^3 \\ &= 3(2Y_{q_L}^3 - Y_{u_R}^3 - Y_{d_R}^3) + 2Y_{l_L}^3 - Y_{e_R}^3 \\ &= 3\left(2\left(\frac{1}{3}\right)^3 - \left(\frac{4}{3}\right)^3 - \left(-\frac{2}{3}\right)^3\right) + 2(-1)^3 - (-2)^3 = 0 \end{aligned}$$

En la primera y segunda familia no hay anomalías. Para el caso de la tercera familia usando la ecuación (2.1) por simplicidad, se tiene:

$$\begin{aligned}\sum_f TrY^3 &= \sum_f TrY_L^3 - \sum_f TrY_R^3 = 0 \\ &= Tr(Q_L^3 - Q_L^2 T_{3L} + Q_L T_{3L}^2 - T_{3L}^3) \\ &\quad - Tr(Q_R^3 - Q_R^2 T_{3R} + Q_R T_{3R}^2 - T_{3R}^3) = 0\end{aligned}$$

Puesto que,  $TrT_{3R}^3 = TrT_{3L}^3 = 0$  y  $Q_L = Q_R$ , la ecuación anterior se reduce a:

$$Tr(Q_L^2 T_{3L} - Q_L T_{3L}^2 - Q_R^2 T_{3R} + Q_R T_{3R}^2) = 0$$

De aquí se obtiene:

$$\begin{aligned}Tr(Q^2 T_3 - QT_3^2) &= Tr\left[Q\left(T_3 + \frac{1}{2}Y\right)T_3 - QT_3^2\right] \\ &= Tr\frac{1}{2}QYT_3 = \frac{1}{2}Tr\left[\left(T_3 + \frac{1}{2}Y\right)YT_3\right] = \frac{1}{2}Tr(T_3^2 Y) \\ &= TrT_3^2(Q - T_3) = TrQT_3^2\end{aligned}$$

Se ha encontrado la siguiente condición:

$$TrQ = Q_{\nu_e} + Q_\tau + 3Q_b = -1 + 3\left(-\frac{1}{3}\right) = -2$$

En la tercera familia, la condición necesaria para cancelar anomalías es la existencia de un quark compañero del quark  $b$ , con carga  $+\frac{2}{3}$ .

**2.3.4 Finalmente la anomalía gravitacional con un boson gauge  $U(1)_Y$  es proporcional a:**

$$TrY\{g, g\} = \sum_f TrY = \sum_f TrQ$$

Sumamos sobre la carga de fermiones de cada familia:

$$\sum_f TrQ = 3(Q_u + Q_d) + Q_e = 3\left(\left(\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{1}{3}\right)\right) - 1 = 0$$

El quark  $b$  como singlete izquierdo:

$$\sum_f TrQ = 3Q_b + Q_\tau = 3\left(-\frac{1}{3}\right) - 1 = -2$$

Luego de este análisis general, una teoría consistente exige que los quarks y leptones aparezcan en igual número, organizados en generaciones sucesivas, por lo tanto, es necesaria la existencia de un quark llamado *top* con carga eléctrica  $+\frac{2}{3}$  para que junto con el quark  $b$  y el doblete de leptones en la tercera familia la suma de sus cargas sea cero, y así cancelar las anomalías gauge asegurando que la teoría sea renormalizable<sup>11</sup>.

---

<sup>11</sup> Ibid, p.6.

### 3. FISICA DEL QUARK TOP

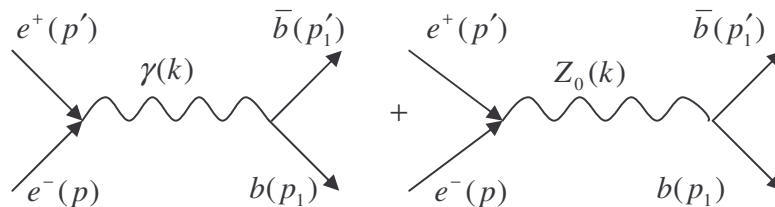
Desde el descubrimiento del quark  $b$  se evaluó la posibilidad de la existencia de un quark, el top, su descubrimiento se llevó a cabo en el año de 1995 en el Fermilab con las colaboraciones de los detectores  $D0$  y el  $CDF$ . La existencia del top fue necesaria para evitar inconsistencias internas dentro de la teoría del ME, algunas evidencias indirectas para confirmar su existencia se enuncian a continuación.

#### 3.1 EVIDENCIAS INDIRECTAS PARA LA EXISTENCIA DEL QUARK TOP

Una amplia gama de evidencias indirectas indicaron que el quark  $t$  debía existir. El análisis de observables electrodébiles en el decaimiento del boson  $Z_0$  requiere la presencia de un fermión de espín  $T_3 = -\frac{1}{2}$  consistente con las medidas experimentales; la existencia del  $t$  elimina el cambio de sabor en las corrientes neutras y la medida de la anchura del boson  $Z \rightarrow b\bar{b}$ , son los temas que a continuación trataremos en esta sección.

**3.1.1 Asimetría adelante-atrás en el proceso de dispersión  $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$ .** Para este proceso encontramos dos contribuciones que dan el mismo resultado final y ellos son según el lagrangiano de quarks ecuación (2.25), las interacciones débiles neutras mediadas por el boson  $Z_0$ , y un aporte de la interacción electromagnética, mediada por el fotón  $\gamma$ . El diagrama representativo para el proceso de aniquilación  $e^+e^-$  esta dado en la figura 1

**Figura 1. Diagramas de Feynman para el proceso de dispersión  $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$ .**



Según las reglas de Feynman para estos diagramas, la amplitud invariante de dispersión  $M$  consiste de dos partes, una contribución del fotón  $\gamma$  y otra del boson neutro  $Z_0$ . Veamos

$$-iM = -iM_\gamma - iM_Z \quad (3.1)$$

Trabajando sólo con partículas:

$$\begin{aligned} -iM_\gamma &= \bar{v}(-p')ieQ_e\gamma^\mu u(p) \left[ -i \frac{g_{\mu\nu}}{(p+p')^2} \right] \bar{u}(p_1)ieQ_b\gamma^\nu v(-p'_1) \\ -iM_\gamma &= -\frac{e^2 Q_e Q_b}{k^2} (\bar{e}\gamma_\nu e)(\bar{u}\gamma^\nu u) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Se ha utilizado la conservación del cuadrimomento  $k = p + p' = p_1 + p'_1$ . De igual forma se obtiene una expresión para la amplitud invariante de dispersión del boson de corriente neutra:

$$\begin{aligned} -iM_Z &= \bar{v}(-p') \left[ -i \frac{g_2}{\cos\theta_w} \gamma^\nu \frac{1}{2} (g_V^e - g_A^e \gamma^5) \right] u(p) \left( -i \frac{g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{M_Z^2}}{k^2 - M_Z^2 - iM_Z \Gamma_Z} \right) \\ &\quad \bar{u}(p_1) \left[ -i \frac{g_2}{\cos\theta_w} \gamma^\nu \frac{1}{2} (g_V^b - g_A^b \gamma^5) \right] v(-p'_1) \\ -iM_Z &= -i \frac{g_2^2}{4\cos^2\theta_w} \frac{1}{(k^2 - M_Z^2 - iM_Z \Gamma_Z)} [\bar{e}\gamma_\nu (g_V^e - g_A^e \gamma^5) e] [\bar{b}\gamma^\nu (g_V^b - g_A^b \gamma^5) b] \end{aligned} \quad (3.3)$$

Comparando el valor de la masa del boson despreciamos la masa del electrón y del quark  $b$ . Reemplazando las ecuaciones (3.2) y (3.3), en la ecuación (3.1), se obtiene:

$$M = a(\bar{e}\gamma_\nu e)(\bar{b}\gamma^\nu b) + c[\bar{e}\gamma_\nu (g_V^e - g_A^e \gamma^5) e][\bar{b}\gamma^\nu (g_V^b - g_A^b \gamma^5) b] \quad (3.4)$$

Con  $a$  y  $c$  constantes cuyas definiciones son:

$$a \equiv \frac{e^2 Q_e Q_b}{k^2} \quad c \equiv -\frac{g_2^2}{4\cos^2\theta_w (k^2 - M_Z^2 + iM_Z \Gamma_Z)} \quad (3.5)$$

Por lo tanto,

$$|M|^2 = (M_\gamma + M_Z)^2 = |M_\gamma|^2 + |M_\gamma|^* |M_Z| + |M_\gamma| |M_Z|^* + |M_Z|^2 \quad (3.6)$$

Después de realizar varios cálculos matemáticos, se llega a la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} |M|^2 = & 8a^2 [ (p' \cdot p_1)(p \cdot p'_1) + (p' \cdot p'_1)(p \cdot p) ] \\ & + \frac{2R(c)}{a} [ g_V^e g_A^b [(p' \cdot p_1)(p \cdot p'_1) + (p' \cdot p'_1)(p \cdot p_1)] \\ & + g_A^e g_A^b [(p' \cdot p'_1)(p \cdot p_1) - (p' \cdot p_1)(p \cdot p'_1)] ] \\ & + \frac{|b|^2}{a^2} [ (g_V^{e^2} + g_A^{e^2})(g_V^{b^2} + g_A^{b^2}) [(p' \cdot p_1)(p \cdot p'_1) + (p' \cdot p'_1)(p \cdot p_1)] \\ & + 4g_V^e g_A^e g_V^b g_A^b [(p' \cdot p'_1)(p \cdot p_1) - (p' \cdot p_1)(p \cdot p'_1)] ] \end{aligned} \quad (3.7)$$

Con  $a \in R$  y  $c + c^* \equiv 2R(c)$ . Analizando la cinemática del proceso y además, de la ecuación de conservación del cuadrimomento  $k = p + p' = p_1 + p'_1$ :

$$p \cdot p_1 = p \cdot p'_1 \quad p \cdot p'_1 = p' \cdot p_1 \quad (3.8)$$

Trabajando en el sistema centro de masa y teniendo en cuenta que los subíndices  $i, f$  indican respectivamente un estado inicial y final del proceso

$$\begin{aligned} p_i = (E + E', \vec{p} + \vec{p}') = (E_i, \vec{0}) \\ p_f = (E_1 + E'_1, \vec{p}_1 + \vec{p}'_1) = (E_f, \vec{0}) \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} \vec{p} = -\vec{p}' \\ \vec{p}_1 = -\vec{p}'_1 \end{aligned} \quad \text{y} \quad \begin{aligned} E_i = E + E' \\ E_f = E_1 + E'_1 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Despreciando la masa del electrón y el quark  $b$  se tiene que:

$$\begin{aligned} |\vec{p}| = |\vec{p}'| \quad E' = E \\ |\vec{p}_1| = |\vec{p}'_1| \quad E'_1 = E_1 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} E_i = 2E \\ E_f = 2E_1 \end{aligned} \quad (3.10)$$

Por otra parte, de la conservación de la energía:

$$E_i = E_f \Rightarrow E = E_1 = E'_1 = E' \quad (3.11)$$

y

$$\begin{aligned} p \cdot p'_1 = (E, \vec{p})(E'_1, -\vec{p}'_1) = EE_1 - |\vec{p}| |\vec{p}'_1| \cos \theta = E^2(1 - \cos \theta) \\ p \cdot p_1 = (E, \vec{p})(E_1, -\vec{p}_1) = EE_1 - |\vec{p}| |\vec{p}_1| \cos \pi \pm \theta = E^2(1 + \cos \theta) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Donde  $\theta$  denota el ángulo de dispersión en el sistema centro de masa, definido entre  $p$  y  $p'$ . Por lo tanto, utilizando la variable cinemática de Mandelstam  $s$ , representa a la energía en el centro de masa

$$\begin{aligned} s &= (p + p')^2 = 4E^2 = k^2 \\ s^2 &= 16E^4 \end{aligned} \quad (3.13)$$

La amplitud invariante es de la siguiente forma (con  $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$ , constante de estructura fina):

$$|M|^2 = 16\pi^2 \alpha^2 \left[ (1 + \cos^2 \theta) A_0 + \cos \theta A_1 \right] \quad (3.14)$$

Donde

$$\begin{aligned} A_0 &\equiv 1 + 2g_V^e g_V^b R(x) + (g_V^{e^2} + g_A^{e^2}) (g_V^{b^2} g_A^{b^2}) |x|^2 \\ A_1 &\equiv 4R(x) g_A^e g_A^b + 8g_V^e g_A^e g_V^b g_A^b |x|^2 \end{aligned} \quad (3.15)$$

Y cuyo factor de resonancia  $x$  es

$$x = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2} G_F M_Z^2}{s - M_Z^2 + i M_Z \Gamma_Z} \left( \frac{s}{e^2 Q_e Q_b} \right) \quad (3.16)$$

De tal manera que, la expresión para la sección eficaz diferencial es:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{C.M.} = \frac{\alpha^2}{4s} \left\{ (1 + \cos^2 \theta) A_0 + \cos \theta A_1 \right\} \quad (3.17)$$

Los resultados a bajo orden en la teoría de electrodinámica Cuántica se obtiene que  $A_0 = 1$  y  $A_1 = 0$  dando así una distribución angular simétrica. La interacción débil introduce la asimetría atrás-adelante con un valor de  $A_1 \neq 0$  definida como

$$A_{FB} = \frac{F - B}{F + B}$$

con

$$F = \int_0^1 \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \quad B = \int_{-1}^0 \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$$

Para este caso, de la ecuación (3.17) la expresión para la asimetría atrás-adelante tiene la siguiente forma

$$A_{FB} = \frac{3A_1}{8A_0} = \frac{3}{8} \frac{4R(x)g_A^e g_A^b + 8|x|^2 g_V^e g_A^e g_V^b g_A^b}{1 + 2R(x)g_V^e g_V^b + |x|^2 (g_V^{e^2} + g_A^{e^2})(g_V^{b^2} + g_A^{b^2})} \quad (3.18)$$

Donde

$$R(x) = \frac{\sqrt{2}G_F \left( \frac{s}{e^2 Q_e Q_b} \right) \left( \frac{s}{M_Z^2} - 1 \right)}{\left( \frac{s}{M_Z^2} - 1 \right)^2 + \frac{\Gamma_Z^2}{M_Z^2}} \quad (3.19)$$

$$|x|^2 = 2G_F^2 \frac{\left( \frac{s}{e^2 Q_e Q_b} \right) \left[ \left( \frac{s}{M_Z^2} - 1 \right)^2 + \frac{\Gamma_Z^2}{M_Z^2} \right]}{\left[ \left( \frac{s}{M_Z^2} - 1 \right)^2 + \frac{\Gamma_Z^2}{M_Z^2} \right]^2}$$

Comparando la masa del boson con su anchura de decaimiento se encuentra que la razón  $\frac{\Gamma_Z^2}{M_Z^2} \approx 0$ . De la ecuación  $\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g_w^2}{8M_Z^2 \cos^2 \theta_w}$  y de la definición (2.15), finalmente la expresión para la asimetría atrás-adelante es (con  $A_0 \approx 1$ ):

$$A_{FB} = \frac{-\frac{3}{8} g_A^e g_A^b s}{\left( \frac{s}{M_Z^2} - 1 \right) \cos^2 \theta_w \sin^2 \theta_w Q_b} \quad (3.20)$$

Se observa que en ausencia del quark  $t$ , el *bottom* es un singlete de isoespín débil con acople axial  $g_A^b = 0$  resultando una asimetría de cero; sin embargo, la teoría indica que la asimetría tiene un valor de  $-0.2737 \pm 0.0005$  de acuerdo con los datos experimentales<sup>12</sup>, que indican una asimetría de  $-0.25$  a una energía en el centro de masa de  $\sqrt{s} = 35 GeV$  y  $g_A^b = -\frac{1}{2}$ , sugiere la presencia del quark  $t$ .

**3.1.2 Ausencia de corrientes neutras que cambian de sabor en el decaimiento  $b \rightarrow s, d$ .** Al igual que cuando se propuso la existencia teórica del quark  $c$  mediante el Mecanismo de GIM, para eliminar cambio de sabor en las

<sup>12</sup> ROY. Top quark search - An Overview. On sabbatical leave at CERN, Geneva, during Feb.1991 - Jan.1992. p. 33.



corrientes neutras que experimentalmente no eran posibles; de igual forma un quark  $t$  es necesario para eliminar términos que cambian de sabor en la corriente neutra. Con tan solo cinco quarks, los términos de la corriente neutra son de la forma:

$$\begin{aligned} & \frac{g_2 Z_\mu}{2 \cos \theta_w} \left[ \bar{u}_L \gamma^\mu u_L + \bar{c}_L \gamma^\mu c_L - \bar{d}'_L \gamma^\mu d'_L - \bar{s}'_L \gamma^\mu s'_L \right. \\ & \left. - 2 \sin^2 \theta_w \left( \frac{2}{3} (\bar{u}_L \gamma^\mu u_L + \bar{c}_L \gamma^\mu c_L) - \frac{1}{3} (\bar{d}'_L \gamma^\mu d'_L + \bar{s}'_L \gamma^\mu s'_L) \right) \right] \end{aligned} \quad (3.21)$$

Donde los quarks  $\bar{d}'_L$  y  $\bar{s}'_L$  tienen las siguientes transformaciones

$$\begin{aligned} \bar{d}'_L &= c_1 d_L + s_2 c_3 s_L + s_1 s_3 b_L \\ \bar{s}'_L &= -s_2 c_2 d_L + (c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3) \bar{s}_L + (c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3) b_L \end{aligned} \quad (3.22)$$

Se ha utilizado la siguiente notación indicial,  $c_i = \cos \theta_i$ ,  $s_i = \sin \theta_i$  con  $i = 1, 2, 3$ . Lo cual implica términos de la forma:

$$\begin{aligned} & \frac{g_2 Z_\mu}{2 \cos \theta_w} \left\{ \bar{u}_L \gamma^\mu u_L + \bar{c}_L \gamma^\mu c_L - (c_1 \bar{d}_L + s_2 c_3 \bar{s}_L + s_1 s_3 \bar{b}_L) \gamma^\mu (c_1 d_L + s_2 c_3 s_L + s_1 s_3 b_L) \right. \\ & - (-s_2 c_2 \bar{d}_L + (c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3) \bar{s}_L + (c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3) \bar{b}_L) \gamma^\mu \\ & \left. (-s_2 c_2 d_L + (c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3) s_L + (c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3) b_L) \right\} \\ & - 2 \sin^2 \theta_w \left[ \frac{2}{3} [\bar{u}_L \gamma^\mu u_L + \bar{c}_L \gamma^\mu c_L] - \frac{1}{3} [(c_1 \bar{d}_L + s_2 c_3 \bar{s}_L + s_1 s_3 \bar{b}_L) \gamma^\mu (c_1 d_L + s_2 c_3 s_L + s_1 s_3 b_L) \right. \\ & \left. + (-s_2 c_2 \bar{d}_L + (c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3) \bar{s}_L + (c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3) \bar{b}_L) \gamma^\mu \right. \\ & \left. \left. (-s_2 c_2 d_L + (c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3) s_L + (c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3) b_L) \right] \right] \end{aligned} \quad (3.23)$$

presentando cambios de sabor mediante corrientes neutras como  $b \rightarrow d, s$  y  $s \rightarrow d$ , que experimentalmente no son posibles de obtener, por lo tanto, para eliminarlos se sugiere introducir teóricamente un sexto quark, compañero del quark  $b$ , así que, la matriz utilizada para tres generaciones es la matriz de *CKM* ecuación (2.24), de manera que su contribución a la corriente neutra, generalizando la ecuación (3.21), solamente para los quarks  $d', s'$  y  $b'$  tenemos

$$Z^\mu(d', s', b') = -\frac{g_2 Z_\mu}{2 \cos \theta_w} \sum_{i'=d', s', b'} \bar{d}'_i \gamma^\mu \left( 1 - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w - \gamma^5 \right) d'_i \quad (3.24)$$

Sea  $O = \gamma^\mu (1 - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w - \gamma^5)$  un operador

$$\begin{aligned}
\sum_{i'=d',s',b'} \bar{d}_{i'} O d_{i'} &= \sum_{i'=d',s',b'} \left( \sum_{k=d,s,b} \bar{d}_k V_{i'k}^+ \right) O \left( \sum_{m=d,s,b} V_{i'm} d_m \right) \\
&= \sum_k \bar{d}_k \left( \sum_{i'} V_{i'k}^+ V_{i'm} \right) O \sum_m d_m \\
&= \sum_{k=d,s,b} \bar{d}_k O d_m
\end{aligned} \tag{3.25}$$

De esta forma se ha demostrado en general, que no aparecen términos de mezcla de sabor en las corrientes neutras siempre que exista un quark  $t$  como compañero del quark  $b$ .

**3.1.3 Medida de la anchura  $Z_0 \rightarrow b\bar{b}$ .** La siguiente es una clara evidencia para la existencia del  $t$ , el cual consiste en realizar los cálculos correspondientes a la anchura del decaimiento del boson  $Z_0 \rightarrow b\bar{b}$ , que determina una solución única para la tercer componente de isoespín débil. Para ello analizaremos el proceso dado en la figura 4 del Anexo B.

Para el caso específico donde el boson vectorial es  $Z_0$  y el quark  $b$  con su respectivo antiquark son los fermiones  $f_1$  y  $f_2$  cuya masa con respecto a la masa del boson se desprecian, además se sabe que:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g_2^2}{8M_Z^2 \cos^2 \theta_w} \tag{3.26}$$

Pues bien, la anchura de decaimiento para el boson  $Z_0$  simplificando de la ecuación (B.9) es:

$$\Gamma(Z_0 \rightarrow b\bar{b}) = \frac{G_F}{6\pi\sqrt{2}} M_Z^2 (g_A^{b^2} + g_V^{b^2}) \tag{3.27}$$

reemplazando  $g_A^b$  y  $g_V^b$  por sus respectivos valores expresados en la tabla 6, del anexo A teniendo en cuenta que cada quark posee tres colores diferentes según la teoría de Cromodinámica Cuántica, además se incluye un factor de correcciones  $QCD$  para obtener finalmente que:

$$\Gamma(Z_0 \rightarrow b\bar{b}) = \frac{G_F M_Z^2}{\pi\sqrt{2}} \left( 1 + \frac{\alpha_s}{\pi} \right) \left[ (T_3^b - Q_b \sin^2 \theta_w)^2 + (Q_b \sin^2 \theta_w)^2 \right] \tag{3.28}$$

En efecto, se presentan dos casos para  $T_3^b$

- Consideramos al quark  $b$  como singlete, entonces  $T_3^b = 0$  por lo cual el valor numérico para la anchura de decaimiento para el boson es de

$$\Gamma(Z_0 \rightarrow b\bar{b}) = (24,61 \pm 0,04) MeV \quad (3.29)$$

- Cuando el quark  $t$  está presente para formar junto con el quark  $b$  un doblete de isoespín débil en el grupo  $SU(2)_L$  con  $T_3^b = -\frac{1}{2}$  obteniendo así una anchura de decaimiento con un valor de

$$\Gamma(Z_0 \rightarrow b\bar{b}) = (381,48 \pm 0.15) MeV \quad (3.30)$$

Las medidas realizadas a la anchura del decaimiento de  $Z_0 \rightarrow b\bar{b}$  en el *LEP* indican un valor de<sup>13</sup>

$$\Gamma(Z_0 \rightarrow b\bar{b}) = (350 \pm 50) MeV \quad (3.31)$$

Por consiguiente, esto indica que el quark  $b$  no debe ser un singlete del grupo de simetría  $SU(2)_L$ .

### 3.2 RESTRICCIONES INDIRECTAS A LA MASA DEL QUARK TOP

El quark  $t$  completó la tercera generación del ME<sup>14</sup>, distinguiéndose por la gran magnitud de su masa, con aproximadamente 40 veces mas pesado que su compañero el quark  $b$  y alrededor de dos veces mas masivo que los bosones vectoriales  $W^\pm$ ; por tal motivo antes de su descubrimiento se realizaron varias pruebas indirectas acerca de los límites posibles de su valor, pues para obtenerlo se exigió la disponibilidad de aceleradores de partículas cada vez mas energéticos.

La razón de las anchuras de los bosones  $W$  y  $Z$  nos indican un límite inferior para la masa del  $t$  mientras que las correcciones radiativas a las masas de dichos bosones suministran el valor máximo posible, exigiendo por lo tanto que las partículas que lo producen interactúen a altísimas energías.

**3.2.1 Razón de las anchuras de los bosones  $W$  y  $Z$ .** Esta relación suministra una prueba indirecta de que la masa del  $t$  sea mayor de  $50 GeV$ . Particularmente,

<sup>13</sup> Ibid, p. 36-37.

<sup>14</sup> BENEKE, Op.cit., p.1-2.

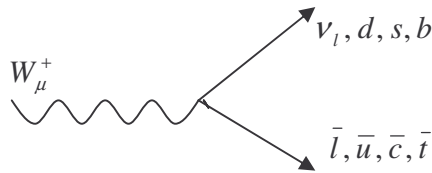
cuando  $m_t \approx 50 GeV$ , el canal de decaimiento  $Z \rightarrow t\bar{t}$  está prohibido cinemáticamente, pero, el canal  $W \rightarrow b\bar{t}$  tiene la forma<sup>15</sup>

$$W^- \rightarrow e\bar{\nu}_e + \mu\bar{\nu}_\mu + \tau\bar{\nu}_\tau + 3(d\bar{u} + s\bar{c} + b\bar{t}) \quad (3.32)$$

El factor 3 corresponde al color de cada uno de los quarks. Estudiaremos los decaimientos de los bosones  $W^\pm$  y el boson  $Z_0$  con base en el desarrollo del Anexo B y teniendo en cuenta además los vértices y acoplos para cada uno de ellos dados en el Anexo A.

- **Decaimiento de los bosones  $W$ .** Según el lagrangiano del ME las corrientes cargadas representadas por los bosones  $W^\pm$  tienen diferentes modos de decaimiento, para los quarks según la ecuación (2.25) y para leptones la ecuación (2.23) como se indica en la figura 2.

**Figura 2. Diagrama para el decaimiento del boson  $W$  en dos fermiones  $f_1$  y  $f_2$**



- a. **Leptones:** éstas partículas poseen una cantidad de masa muy pequeña comparada con la masa del boson  $W$  por tal motivo la expresión para la anchura de decaimiento que se elige es la ecuación (B.10), así, obtenemos:

$$\Gamma(W^+ \rightarrow \bar{l} \nu_l) = \frac{G_F}{6\sqrt{2}\pi} M_W^2 \quad (3.33)$$

De esta expresión podemos decir que  $\Gamma_e = \Gamma_\mu = \Gamma_\tau$ , ya que las masa del electrón, muón, tau son pequeñísimas comparadas con la masa del boson  $W$ , de manera que no se tienen en cuenta.

- b. **Quarks:** al igual que en el caso de los leptones, la masa de los quarks es muy pequeña por lo tanto se desprecia, de modo que la anchura de decaimiento para el boson  $W$  es:

<sup>15</sup> ROY, Op.cit., p. 37-38.

$$\Gamma(W^+ \rightarrow \bar{p}n) = 3 \sum_{p,n} |V_{pn}|^2 \Gamma(W \rightarrow \bar{l} \nu_l) \quad (3.34)$$

El 3 es la asignación de la carga de color a cada quark. La anchura de decaimiento total  $\Gamma_{W^+}$  sumando la contribución de las tres familias de leptones y quarks tenemos:

$$\Gamma_{W^+} = \frac{G_F}{6\pi\sqrt{2}} M_W^3 \left[ \bar{\nu}_e e + \bar{\nu}_\mu \mu + \bar{\nu}_\tau \tau + 3 \left( 1 + \frac{\alpha_s}{\pi} \right) (|V_{ud}|^2 \bar{u}d + |V_{cs}|^2 \bar{c}s) + k_t |V_{tb}|^2 \bar{t}b \right] \quad (3.35)$$

$k_t$  es una variable en función de la masa del quark  $t$ , su expresión esta dada de la siguiente manera:

$$k_t = \left[ 1 + \left( \frac{m_t}{M_W} \right)^4 - 2 \left( \frac{m_t}{M_W} \right)^2 - 2 \left( \frac{m_t}{M_W} \right)^2 \left( \frac{m_b}{M_W} \right)^2 \right]^2 \left( 1 - \left( \frac{m_t}{M_W} \right)^2 - \left( \frac{m_b}{M_W} \right)^4 \right) \quad (3.36)$$

Para que el canal de decaimiento  $W \rightarrow b\bar{t}$  sea considerado, el factor  $k_t$  debe ser  $k_t < \frac{1}{2}$ .

▪ **Decaimientos del boson  $Z_0$ :**

**a. Leptónicos:** la masa de las partículas involucradas es despreciable respecto a la masa del boson  $Z_0$ , por lo tanto la expresión para la anchura de decaimiento según el desarrollo del anexo B es la ecuación (B.10). De acuerdo con el lagrangiano del modelo estándar, ecuación (2.25) tenemos varios casos relacionados con la corriente neutra

1. Cuando un fermión  $f$  es un neutrino y su respectiva antipartícula y de acuerdo con la Tabla 6,  $g_V = \frac{1}{2}$  y  $g_A = \frac{1}{2}$  entonces

$$\Gamma(Z_0 \rightarrow \nu_l \bar{\nu}_l) = \frac{G_F}{12\pi\sqrt{2}} M_Z^3 \quad (3.37)$$

2. Cuando  $f$  sea un lepton con su respectivo antilepton, los acoples se describen en la tabla 6 del Anexo A:

$$\Gamma(Z_0 \rightarrow \bar{l}l) = \frac{1}{2} \Gamma(Z_0 \rightarrow \nu_l \bar{\nu}_l) \left[ 1 + (4 \sin^2 \theta_w)^2 \right] \quad (3.38)$$

**b. Quarks:** también tenemos dos casos, y para cada caso los acoples están

dados en la tabla 6.

1. Los fermiones  $f = n$  que pueden ser los quarks  $d, s, b$  con sus respectivas antipartículas  $\bar{d}, \bar{s}, \bar{b}$

$$\Gamma(Z_0 \rightarrow n\bar{n}) = \frac{3}{2}\Gamma(Z_0 \rightarrow \nu_l\bar{\nu}_l) \left[ 1 + \left( \frac{4}{3} \sin^2 \theta_w \right)^2 \right] \quad (3.39)$$

2. Cuando  $f_1 = p$  y  $f_2 = \bar{p}$  para el caso de los quarks  $u, c$  y los antiquarks  $\bar{u}, \bar{c}$  respectivamente

$$\Gamma(Z_0 \rightarrow p\bar{p}) = \frac{3}{2}\Gamma(Z_0 \rightarrow \nu_l\bar{\nu}_l) \left[ 1 + \left( 1 - \frac{8}{3} \sin^2 \theta_w \right)^2 \right] \quad (3.40)$$

Cabe anotar que para la ecuación (3.40) los quarks  $u, d, c, s$  y  $b$  se consideran con masa cero en comparación con el valor de la masa del boson  $Z_0$ . El canal de decaimiento  $Z_0 \rightarrow t\bar{t}$  no se ha tenido en cuenta porque se supone que  $m_t \approx 50 GeV$ . De esta manera la anchura total de decaimiento para el boson  $\Gamma_{Z_t}$  teniendo en cuenta las contribuciones de leptones y quarks con sus respectivas antipartículas es

$$\Gamma_{Z_t} = 3\Gamma(Z_0 \rightarrow \nu_l\bar{\nu}_l) \left[ 4 + \frac{1}{2}(4\sin^2 \theta_w - 1)^2 + \frac{3}{2} \left( \frac{4}{3} \sin^2 \theta_w - 1 \right)^2 + \left( 1 - \frac{8}{3} \sin^2 \theta_w \right)^2 \right] \quad (3.41)$$

Veamos los resultados que se obtienen de la razón de las anchuras de los bosones  $W$  y  $Z$ ; ver Tabla (3.1), el valor para dicha razón es de  $\frac{\Gamma_W}{\Gamma_Z} = 0.85 \pm 0.08$  cuyo valor central corresponde a la razón sin incluir la contribución  $W \rightarrow t\bar{b}$  y el límite superior 0.93 corresponde a un efecto del 15% implicando que  $m_t > 50 GeV$ <sup>16</sup>.

El valor de  $\Gamma_W = 2.0234 \pm 0.0032$  indica que el canal  $W \rightarrow t\bar{b}$  no esta presente, es decir,  $k_t = 0$  mientras que  $\Gamma_W = 2.2232 \pm 0.0038$  corresponde al valor de  $k_t = 0.2829 \pm 0.0004$  esto indica que  $k_t < \frac{1}{2}$  por lo tanto, de la ecuación (3.36) decimos que  $m_t > 50 GeV$ .

---

<sup>16</sup> Ibid, p. 38.

**Tabla 3. Razón de anchuras para los bosones  $W$  y  $Z$ .**

$GeV$	$k_t = 0$	$m_t = 50$
$\Gamma(W \rightarrow total)$	$2,0234 \pm 0,0032$	$2,2232 \pm 0,0038$
$\Gamma(Z_0 \rightarrow total)$	$2,4215 \pm 0,0192$	
$\frac{\Gamma(W \rightarrow total)}{\Gamma(Z_0 \rightarrow total)}$	$0,84 \pm 0,006$	$0,92 \pm 0,006$

**3.2.2 Correcciones radiativas a las masas de los bosones  $W$  y  $Z$ .** En esta sección indicaremos un límite superior a la masa del  $t$ . Un cálculo preciso para la masa de los bosones en función de la masa del quark top se debe tener en cuenta la corrección radiativa de la constante de estructura fina  $\alpha$  que usualmente se encuentra en la ecuación que relaciona la constante de Fermi  $G_F$  con la masa del boson  $M_W$ :

$$G_F = \frac{g_2^2 \sqrt{2}}{8M_W^2} = \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2} \sin^2 \theta_w M_W^2} \quad (3.42)$$

Además,

$$M_Z^2 = \frac{M_W^2}{\cos^2 \theta_w} \quad (3.43)$$

La corrección dominante se obtiene del diagrama de energía propia del fotón, indicado en la figura 5 para quarks y leptones. Mediante el desarrollo llevado a cabo en el Anexo C, y específicamente utilizando la ecuación (C.11); se estudia en primer lugar la contribución de la carga y la masa de los tres leptones a  $\alpha(M_W^2)$  obteniendo así:

$$\alpha(M_W^2) = \alpha(m_e^2) \left[ 1 + \frac{\alpha(m_e^2)}{3\pi} \sum_l Q_l^2 \ln \frac{M_W^2}{m_l} \right] = \alpha(m_e^2) \left[ 1 + \frac{\alpha(m_e^2)}{3\pi} \left( 2 \ln \frac{M_W^3}{m_e m_\mu m_\tau} \right) \right] \quad (3.44)$$

Donde  $Q_l$  es la carga de los leptones  $Q_e = Q_\mu = Q_\tau = -1$  y  $m_e, m_\mu, m_\tau$  son las masas del electrón, el muon y el tau sus valores respectivos se especifican en el Anexo D. Ahora para el caso de los quarks tenemos:

$$\alpha(M_W^2) = \alpha(m_e^2) \left[ 1 + \frac{\alpha(m_e^2)}{3\pi} 3 \sum_q Q_q^2 \ln \frac{M_W^2}{m_q^2} \right] \quad (3.45)$$

El factor 3 indica la carga de color para cada quark, además los quarks  $u$  y  $c$  tienen carga  $Q_{u,c} = \frac{2}{3}$  y los quarks  $d, s, b$  tienen un valor de  $Q_{d,s,b} = -\frac{1}{3}$ , así  $\alpha(M_W^2)$  es de la forma:

$$\alpha(M_W^2) = \alpha(m_e^2) \left[ 1 + \frac{\alpha(m_e^2)}{3\pi} \left( \frac{8}{3} \ln \frac{M_W^2}{m_u m_c} + \frac{2}{3} \ln \frac{M_W^3}{m_d m_s m_b} \right) \right] \quad (3.46)$$

Sumando la contribución de las masas de los tres leptones y los cinco quarks:

$$\alpha(M_W^2) = \alpha(m_e^2) \left[ 1 + \frac{\alpha(m_e^2)}{3\pi} \left( 2 \ln \frac{M_W^3}{m_e m_\mu m_\tau} + \frac{8}{3} \ln \frac{M_W^2}{m_u m_c} + \frac{2}{3} \ln \frac{M_W^3}{m_d m_s m_b} \right) \right] \quad (3.47)$$

También se puede expresar de la siguiente manera:

$$\alpha(M_W^2) = \alpha(m_e^2) [1 + \Delta_r] \quad (3.48)$$

Donde  $\Delta_r$  es la cantidad que resume las correcciones radiativas del Modelo estándar y constituye una relación entre cantidades experimentales, las masas de los fermiones cuyo valor sea menor que la escala de energía determinada por la masa del boson  $W$ , obteniendo así

$$\Delta_r = \frac{\alpha(m_e^2)}{3\pi} \left( 2 \ln \frac{M_W^3}{m_e m_\mu m_\tau} + \frac{8}{3} \ln \frac{M_W^2}{m_u m_c} + \frac{2}{3} \ln \frac{M_W^3}{m_d m_s m_b} \right) = 0,0751 \pm 0,0006 \quad (3.49)$$

Para obtener por lo tanto un valor para  $\alpha(M_W^2)$  de:

$$\alpha(M_W^2) = \frac{1}{127,47 \pm 0,07} \quad (3.50)$$

De las ecuaciones (3.42), (3.43) y la relación (3.26), se utilizan junto con la ecuación (3.49), para predecir el valor de las masas de los bosones vectoriales  $W, Z$ :

$$M_W = \left[ \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2} \sin^2 \theta_w G_F} \right]^{\frac{1}{2}} = 80,335 \pm 0,031 GeV \quad (3.51)$$



$$M_Z = \frac{M_W}{\cos \theta_w} = 91,114 \pm 0,004 GeV$$

Los valores experimentales para  $M_W, M_Z$ <sup>17</sup>:

$$M_W = 80 \pm 0,5 GeV \quad \text{y} \quad M_Z = 91,17 \pm 0,02 GeV \quad (3.52)$$

Si se realiza el ejercicio de calcular los valores de  $M_W, M_Z$  sin tener en cuenta correcciones radiativas, es decir con  $\alpha(m_e^2) = \frac{e^2}{4\pi}$  la constante de estructura fina, se tiene:

$$M_W = 77,48 \pm 0,02 GeV \quad \text{y} \quad M_Z = 87,853 \pm 0,007 GeV \quad (3.53)$$

Estos valores están en desacuerdo con los datos experimentales. Ahora, si el quark top es una partícula muy pesada, es decir, que su masa sea muy superior que la masa de los bosones, entonces para  $m_t > M_W$  se encuentra que existe una contribución importante del diagrama de energía propia, que ya no es del fotón, sino del boson  $W$  y de la contribución de un par top-antitop virtuales al canal  $Z \rightarrow t\bar{t}$ . El factor de corrección radiativa resultante es:

$$\Delta_r \cong -\frac{3\sqrt{2}}{16\pi^2} G_F \cot^2 \theta_w m_t^2 \quad (3.54)$$

Evaluando para  $m_t \gg M_W$  la corrección radiativa  $\Delta_r$  resultante disminuye su valor, afectando con ello la masa de los bosones, pues sus valores se reducen considerablemente a factores menores que cero, conduciendo a determinar un límite superior a la masa del quark top:

$$m_t \leq 200 GeV \quad (3.55)$$

Como ya se menciona en el capítulo 2 específicamente en la sección 2.24, la masa del quark  $t$  se obtiene del acople de Yukawa y el boson de Higgs mediante la relación

$$m_t = f_t \frac{v}{\sqrt{2}} \quad (3.56)$$

Donde  $\frac{v}{\sqrt{2}} = (2G_F \sqrt{2})^{\frac{1}{2}} \approx 176 GeV$  el valor esperado del campo de Higgs en el vacío. El quark top es hasta ahora la partícula elemental mas pesada que se ha

---

<sup>17</sup> Ibid, p. 40.

encontrado experimentalmente, su valor de  $174.2 \pm 3.3 GeV$ <sup>18</sup>, del mismo orden que la escala electrodébil indicando así una aproximación para el acople de Yukawa de  $f_t \approx 1$  por lo tanto, para el mecanismo de rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil el top puede tener su única dinámica, también puede ser que por el valor de su masa forme parte de los modelos supersimétricos<sup>19</sup>. Estas cuestiones serán respondidas por experimentos que prueben la escala natural del rompimiento de la simetría electrodébil.

### 3.3 EFECTOS SOBRE LA ANCHURA DEL QUARK TOP DE LA ANCHURA DEL BOSON $W$ .

Considerando la anchura del estado final del boson  $W$  muy grande, calculamos la anchura del quark  $t$  en el Modelo estándar y encontramos que la corrección a la anchura de decaimiento de Born  $\Gamma^0$  tiene la misma importancia como las correcciones radiativas a un-loop<sup>20</sup>.

Del Lagrangiano, ecuación (2.25) la expresión para la corriente cargada acoplado específicamente a los quarks  $t$  y  $b$  es de la forma

$$L_{cc} = V_{tb} \frac{g_2}{\sqrt{2}} \bar{b}_L \gamma^\mu t_L W_\mu^+ = \bar{b}_L \gamma^\mu \frac{g_2 V_{tb}}{2\sqrt{2}} (1 - \gamma^5) t W_\mu^+ \quad (3.57)$$

Donde  $V_{tb}$  es el elemento de la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, ecuación (2.24). El quark  $t$  tiene carga  $+\frac{2}{3}$  y es lo suficientemente pesado con masa  $M_t = 174.2 \pm 3.3 GeV$  para decaer en un boson  $W$  a través del canal  $t \rightarrow W + b$ . El diagrama para el canal principal de decaimiento del quark  $t$  se representa en la figura 3.

Usando las reglas de Feynman, se encuentra que la amplitud invariante de dispersión  $M$  es:

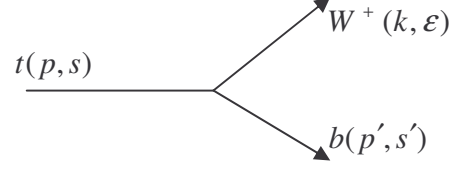
$$-iM = \bar{u}(p', s') \left[ -i \frac{g_2}{2\sqrt{2}} V_{tb} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \right] u(p, s) \epsilon_\mu^*(k, \epsilon) \quad (3.58)$$

<sup>18</sup> YAO, W.M. Quarks [online]. Particle Data Group. J. Phys. G33,1 (2006)[cited 7 may 2006]. Available from Internet: URL:<http://pdg.lbl.gov>.

<sup>19</sup> QUIGG, Chris. Top-ology [online]. Fermi National Accelerator Laboratory, Batavia. [cited 11 april 1997]. Available from Internet: <http://arxiv:hep-ph/9704332v1>.

<sup>20</sup> GAO, Chongshou, LU, Caidian y LU, Wei. The effects on top-quark width of the  $W$  boson width. Theoretical Physics Institute University of Minnesota. (March 1992).

**Figura 3. Diagrama para el decaimiento del quark  $t$ .**



Sumando sobre los posibles estados de polarización del boson  $W$  y de acuerdo a métodos estándar, promediando sobre espines iniciales y sumando sobre estados de espines finales de los quarks  $b$  y  $t$  obtenemos una expresión para el cuadrado de la amplitud de dispersión de la ecuación (3.58):

$$|M|^2 = \frac{g_2^2}{2} |V_{tb}|^2 \left[ \frac{k^2(p' \cdot p) + 2(p' \cdot k)(p \cdot k)}{k^2} \right] \quad (3.59)$$

Despreciando la masa del quark  $b$  es decir que  $p'^2 = m_b^2 = 0$  y de la conservación del cuadrimomento  $p = p' + k$ , teniendo en cuenta que  $p^2 = M_t^2$  y que  $k^2 = M_w^2$  tenemos:

$$2p' \cdot k = 2p \cdot p' = M_t^2 - M_w^2, \quad 2p \cdot k = M_t^2 + M_w^2 \quad (3.60)$$

De modo que la expresión para el cuadrado de la amplitud invariante, que encontramos es:

$$|M|^2 = 2 \frac{G_F}{\sqrt{2}} |V_{tb}|^2 M_t^4 \left[ 1 - \left( \frac{M_w}{M_t} \right)^2 \right] \left[ 1 + 2 \left( \frac{M_w}{M_t} \right)^2 \right] \quad (3.61)$$

Se ha supuesto que las partículas están en su concha de masa. Una vez encontrado la expresión para la amplitud de dispersión, la anchura de decaimiento para el quark  $t$  es de la forma:

$$\Gamma^0(t \rightarrow b + W^+) = \frac{G_F |V_{tb}|^2}{4\pi\sqrt{2}} M_t^2 |\vec{k}| \left[ 1 - \left( \frac{M_w}{M_t} \right)^2 \right] \left[ 1 + 2 \left( \frac{M_w}{M_t} \right)^2 \right] \quad (3.62)$$

Definamos  $\vec{k}$ , así que se considera al quark top en un sistema en reposo, es decir:

$$p \cdot p' = (M_t, \vec{0})(E', -\vec{p}') = M_t E' \quad (3.63)$$

Ahora, de la conservación del trimomento tenemos que  $\vec{p}' = -\vec{k}$  además, al despreciar la masa del quark  $b$  tenemos que  $\vec{p}' = E'$  de tal manera que  $\vec{p}' = -\vec{k} = E'$ ; por otra parte de la conservación del cuadrimento ecuación (3.60) obtenemos finalmente:

$$|\vec{k}| = M_t \frac{1 - \left(\frac{M_w}{M_t}\right)^2}{2} \quad (3.64)$$

Entonces, la anchura de decaimiento es:

$$\Gamma^0(t \rightarrow b + W^+) = \frac{G_F |V_{tb}|^2}{8\pi\sqrt{2}} M_t^3 \left[1 - \left(\frac{M_w}{M_t}\right)^2\right]^2 \left[1 + 2\left(\frac{M_w}{M_t}\right)^2\right] \quad (3.65)$$

El cual aumenta rápidamente cuando  $M_t$  adquiere valores grandes. En esta ecuación  $|V_{tb}|$  mide la fuerza de acople del canal de decaimiento  $t \rightarrow bW^+$ . Asumiendo solamente tres generaciones de quarks el valor para el elemento de matriz de  $CKM$ ,  $|V_{tb}|$  tiene una magnitud cerca a la unidad.

Trabajando con la anchura del boson  $W$  muy grande debemos modificar su concha de masa, así que la anchura de decaimiento para el quark top en este caso será de la forma:

$$\Gamma = \frac{1}{2M_t} \int |M|^2 \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2E'} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2w} (2\pi)^4 \delta^4(p - p' - k) \quad (3.66)$$

Se ha definido el cuadrimento del boson como  $k = (w, \vec{k})$ . Además usamos que:

$$\begin{aligned} \frac{d^3 k}{2w} &= \int d^4 k \delta(k^2 - M_w^2) \theta(E) \\ \theta(E) &= \begin{cases} 1, E > 0 \\ 0, E < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.77)$$

Pero, no podemos usar  $\delta(k^2 - M_w^2)$ , ya que  $k^2 = M_w^2$  en el propagador  $\frac{1}{k^2 - M_w^2}$  tiende a infinito, para evitar esto utilizamos la fórmula de Breit-Wigner de resonancia:

$$\delta(s - M_w^2) = \frac{N}{(s - M_w^2)^2 + M_w^2 \Gamma_w^2} \quad (3.68)$$

Donde  $N$  es el factor de normalización y  $\Gamma_w$  es la anchura de decaimiento del boson  $W$ ,  $s$  es la energía en el centro de masa. Calculando el valor del factor  $N$ , si se conoce que:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(s - M_w^2) ds = N \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{ds}{(s - M_w^2)^2 + M_w^2 \Gamma_w^2} = 1 \quad (3.69)$$

Por tanto:

$$N = \frac{M_w \Gamma_w}{\pi} \quad (3.70)$$

De manera que al reemplazar el valor de  $N$  en la ecuación (3.68) y luego en (3.67), obtenemos la siguiente expresión para  $\Gamma$  de la ecuación (3.66) si usamos además la ecuación para la amplitud invariante (3.59):

$$\Gamma = \frac{(2\pi)^{-2} g_2^2 |V_{tb}|^2 M_w \Gamma_w}{8\pi M_t} \int \frac{d^3 p'}{E'} \frac{(p - p')^2 (p' \cdot p) + 2p'(p - p')(p \cdot (p - p'))}{(p - p')^2 [(p - p')^2 - M_w^2] + M_w^2 \Gamma_w^2} \quad (3.71)$$

Considerando el sistema en reposo del quark top, es decir,  $p^\mu = (M_t, \vec{0})$ :

$$\begin{aligned} (p - p')^2 &= M_t^2 + m_b^2 - 2M_t E' \\ p' \cdot (p - p') &= M_t E' - m_b^2 \\ p \cdot (p - p') &= M_t^2 - M_t E' \end{aligned} \quad (3.72)$$

Además, la constante de estructura fina  $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$  y de la ecuación (2.15)  $g_2^2 = \frac{4\pi\alpha}{\sin^2 \theta_w}$ , así obtenemos finalmente la anchura de decaimiento es:

$$\Gamma = \frac{\alpha |V_{tb}|^2 M_w \Gamma_w}{2\pi \sin^2 \theta_w} \int \frac{dE' \sqrt{E' - m_b^2} - 4M_t E'^2 + 3(m_b^2 + M_t^2)E' - 2M_t m_b^2}{(M_t^2 + m_b^2 - 2M_t E') [(M_t^2 + m_b^2 - 2M_t E' - M_w^2)^2 + M_w^2 \Gamma_w^2]} \quad (3.73)$$

Donde los límites de integración son, desde  $m_b$  a  $\frac{M_t + m_b^2}{2M_t} - \varepsilon$ ,  $\varepsilon$  es un número positivo de valor muy pequeño, su uso se debe a que el boson  $W$  no puede ser no masivo. Los resultados de los cálculos numéricos están dados en la tabla 4.

De acuerdo con los resultados numéricos dados en la tabla (3.2) se concluye que las correcciones a la anchura de decaimiento del top debidas a la gran anchura del

estado final del boson  $W$  , son de especial consideración cuando  $M_t = 174.2 \pm 3.3 GeV$  pues su porcentaje de error es del  $-0.9\%$  .

**Tabla 4. Resumen efectos sobre la anchura del  $t$  de la anchura del boson  $W$**

$M_t(GeV)$	$\Gamma^0(GeV)$	$\Gamma(GeV)$	$\frac{\Gamma - \Gamma^0}{\Gamma^0}(\%)$
$174,2 \pm 3,3$	1,534	1,5194	-0,95

En el ME el decaimiento dominante para el quark top masivo es el canal  $t \rightarrow bW^+$  y tomando como referente la anchura  $\Gamma(t \rightarrow bW^+) = 1.53 GeV$  su tiempo de vida correspondiente es de  $\tau \approx 0.43 * 10^{-24}$  que comparado con la escala de energía de hadronización, indica que no hay formación de mesones o bariones del top antes de su decaimiento.

## 4. CONCLUSIONES

Una teoría consistente exige que los quarks y leptones aparezcan en igual número, organizados en generaciones. El resultado del análisis de la condición necesaria para la cancelación de anomalías que aparece en la tercer familia, sin el quark  $t$  sumando sus cargas es de  $-2$ , por lo que se debe incluir éste quark con carga  $Q_t = \frac{2}{3}$ ; de igual manera, cuando sumamos sobre las hipercargas el resultado es de  $-4$ , así que el top debe ser compañero de isoespín débil del quark  $b$  para eliminar anomalías en esta familia y permitir la consistencia de la teoría del ME.

Las medidas experimentales tanto de la asimetría atrás-adelante en el proceso  $e^+e^- \rightarrow \bar{b}b$ , como la medida de la anchura de  $Z \rightarrow b\bar{b}$  y de acuerdo con los datos teóricos obtenidos del Modelo estándar se indica claramente que el quark  $b$  no es un singlete del grupo  $SU(2)_L$  y que por lo tanto debe tener un compañero, el quark top.

El requisito para evitar cambio de sabor en los términos de la corriente neutra como motivo puramente teórico es la introducción de un sexto quark, el quark  $t$ , tal como se realizó mediante la introducción del quark charm por el mecanismo de GIM.

La masa del top se constituyó en una gran dificultad para lograr su temprano descubrimiento, por lo tanto, se convierte en un parámetro dominante en las correcciones para las masas de los bosones  $W$  y  $Z$ .

Para la masa del quark de  $174.2 \pm 3.3 GeV$  las correcciones a su anchura de decaimiento debidas a la anchura del boson  $W$  no ejercen efectos considerables, ya que su porcentaje de error es de  $-0.9\%$ .

El descubrimiento del quark top termina el capítulo al conocimiento de las partículas fundamentales de la materia y es una ventana a una nueva teoría física.

## BIBLIOGRAFIA

BENEKE, M. et al. Top quark physics [online]. 4 marzo 2000. Available from Internet:<http://arxiv:hep-ph/0003033v1>.

BHAT, Pushpalatha C; PROSPER, Harrison y SMYDER, Scott. Top quark physics at the Tevatron [online]. Available from Internet: <http://www.arxiv:hep-ex/98099011> V.2.

BJORKEN, James D. y DRELL, Sidney D. Relativistic Quantum Fields. Madrid: Mc Graw-Hill Company. 1965.p.284-312.

CARITHERS, Bill y GRANNIS, Paul. Discovery of the top quark. En: Stanford Linear Accelerator Center: a periodical of particle physics. Vol. 25, No. 3 (Fall 1995).

DONOGHUE, Jhon; GOLOWICH, Eugene y HOLSTEIN, Barry. Dynamics of the Standar Model. Cambridge University 1992.

FRITZSCH, MINKOWSKI, P. Flavordynamics of quarks and leptons. Physics reports Vol.13 No.2 (Julio 1981). p. 83-91

GAO, Chongshou, LU, Caidian y LU, Wei. The effects on top-quark width of the  $W$  boson width. Theoretical Physics Institute University of Minnesota. (March 1992).

GREINER, Walter y MULLER, Berndt. Gauge theory of weak interactions. 3rd. Edition. New York 2000. p. 177-197.

GUIDRY, Mike. Gauge field theories an introduction with applications. Wiley Classics Library. Editiion published 1999. p.319-371.

HALZEN, Francis y MARTIN, Alan D. Quarks and leptons. An Introductory Course in Modern Particle Physics. New York: John Wiley \& Sons, 1983.

QUIGG, Chris. Top-ology [online]. Fermi National Accelerator Laboratory, Batavia. [cited 11 april 1997]. Available from Internet: <http://arxiv:hep-ph/9704332v1>.

RYDER, Lewis H. Quantum Field Theory. Cambridge University. Segunda edición, 1996. p. 308-375.

ROSSETTI Cabral, Luis G. Introduccion al ME en el background field method electrodebil. Revista Mexicana de Física 48(2)155-181. Abril 2002.



ROY. Top quark search - an overview. On sabbatical leave at CERN, Geneva, during Feb. 1991 - Jan. 1992.

YAO, W.M, et al. Particle Data Group, (cited 27 April, 2007). Available from Internet: URL: <http://pdg.jbl.gov>.

## ANEXOS

**Anexo A. Reglas de Feynman.** Las reglas propuestas por Feynman son un elemento principal a la hora de calcular la amplitud de dispersión y depende de las propiedades de las partículas involucradas como su masa y su espín.

Una vez que se ha encontrado la correspondiente Amplitud se puede hallar la rata de decaimiento dada por:

$$d\Gamma_n = (2\pi)^4 \delta^4(p_f - p_i) \frac{1}{2E} \sum_{i=1}^n \frac{d^3 k_i}{(2\pi)^3 2E_{k_i}} |M|^2 \quad (\text{A.1})$$

Y la sección transversal para un proceso  $1+2 \rightarrow 3+4$  es de la forma:

$$d\sigma = \frac{|M|^2}{F} dQ \quad (\text{A.2})$$

Donde  $F$  es el flujo entrante y  $dQ$  es el factor de fase, expresados por:

$$F = 4 \left[ (p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$dQ = (2\pi)^{-2} \delta^4(p_3 + p_4 - p_1 - p_2) \frac{d^3 p_3}{2E_3} \frac{d^3 p_4}{2E_4} \quad (\text{A.3})$$

Un diagrama de Feynman que describe un proceso de dispersión consiste de tres partes:

- **Líneas externas** representan las partículas que entran y salen.

Partícula	Línea entrante	Línea saliente
espín 0	1	1
espín $\frac{1}{2}$ (fermión)	$u(p, s)$	$\bar{u}(p, s)$
espín $\frac{1}{2}$ (antifermión)	$\bar{v}(p, s)$	$v(p, s)$
Espín	$\varepsilon_\mu(p, s)$	$\varepsilon_\mu^*(p, s)$

- **Líneas internas** son las que describen al propagador.

Partícula	Propagador
espín 0 :	$\frac{-i}{m^2 - k^2 - i\epsilon}$
espín $\frac{1}{2}$ (fermión):	$\frac{-i(m + \not{k})}{m^2 - k^2 - i\epsilon}$
espín 1 (fotón):	$\frac{g_{\mu\nu}}{-k^2 - i\epsilon}$
espín 1 (boson):	$\frac{i\left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{m^2}\right)}{m^2 - k^2 - i\epsilon}$

- **Los vértices** representan las interacciones entre las partículas.

Proceso	Vértice
$\gamma \rightarrow f\bar{f}$	$-ieQ_f\gamma^\mu$
$W^\pm \rightarrow \nu_l\bar{l}, (n\bar{p})$	$-i\frac{g_2}{\sqrt{2}}\gamma^\mu\frac{1}{2}(1-\gamma^5)V_{pn}$
$Z_0 \rightarrow f\bar{f}$	$-i\frac{g_2}{\cos\theta_w}\gamma^\mu\frac{1}{2}(g_V^f - g_A^f\gamma^5)$

$V_{pn}$  en el vértice de las corrientes cargadas representan los elementos de matriz: unitaria, para los leptones; y la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, para los quarks, donde  $p$  y  $n$  representan los quarks:  $p = u, c, t$  y  $n = d, s, b$ .

Los acoples para la interacción de corriente neutra tanto vectoriales  $g_V^f$  como axiales  $g_A^f$  de un fermión  $f$  dado en la tabla A.1 se determinan por el Modelo estándar, mediante las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} g_V^f &= T_3^f - 2Q_f \sin^2 \theta \\ g_A^f &= T_3^f \end{aligned} \tag{A.4}$$

$T_3^f$  es la tercer componente del generador de isoespín débil  $T_i^f = \frac{1}{2}\sigma_i$  con  $i = 1, 2, 3$ . Los valores para  $g_V^f$  y  $g_A^f$  se dan en la tabla A.2, tomados del lagrangiano que corresponde a la corriente neutra, ecuación (2.25).

**Tabla 5. Familias de fermiones.**

Fermiones	Estructura	I Familia	II Familia	III Familia
Leptones	dobletes	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$
	singletes	$e_R$	$\mu_R$	$\tau_R$
Quarks	dobletes	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$
	singletes	$u_R, d_R$	$c_R, s_R$	$t_R, b_R$

**Tabla 6. Acoples de fermiones con el boson de corriente neutra  $Z_0$**

Fermiones	$g_L^f$	$g_R^f$	$g_V^f = g_L^f + g_R^f$	$g_A^f = g_L^f - g_R^f$
$\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$e, \mu, \tau$	$-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_w$	$\sin^2 \theta_w$	$-\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_w$	$-\frac{1}{2}$
$u, c, t$	$\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w$	$-\frac{2}{3} \sin^2 \theta_w$	$\frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_w$	$\frac{1}{2}$
$d, s, b$	$-\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \sin^2 \theta_w$	$\frac{1}{3} \sin^2 \theta_w$	$-\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w$	$-\frac{1}{2}$

Hasta el momento hemos considerado solamente diagramas de Feynman de bajo orden. Para los diagramas de alto orden, específicamente cuando contienen loops, se aplica lo siguiente:

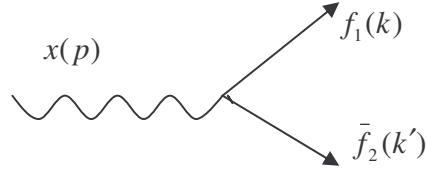
- Se aplica conservación del cuadrimomento en cada vértice.
- Integramos sobre el momento del loop  $\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4}$ .
- Debe incluirse un factor  $-1$  por cada loop de fermiones.
- Se toma la traza de las matrices  $\gamma$  asociadas<sup>21</sup>.

**Anexo B. Análisis del decaimiento de un boson  $x(p)$  en dos fermiones  $f_1(k)$  y  $f_2(k')$ .** Analizando el decaimiento de un boson  $x$  de momento  $p$  a dos

<sup>21</sup> Ibid, 150-156.

fermiones  $f_1$  y  $f_2$  con momentos  $k$  y  $k'$  respectivamente, teniendo en cuenta la masa de las partículas, el esquema del proceso se ilustra en la figura 4

**Figura 4. Diagrama para el decaimiento de un boson  $x$  en dos fermiones  $f_1$  y  $f_2$**



El vértice para el decaimiento del boson vectorial  $x(p)$  de espín 1, es:

$$-ic_x \gamma^\mu \frac{1}{2} (g_V - g_A \gamma^5) \quad (\text{B.1})$$

Utilizando las reglas de Feynman para la amplitud invariante  $\mathcal{M}$  tenemos:

$$-iM = \varepsilon_\mu \bar{u}(k) \left[ -ic_x \gamma^\mu \frac{1}{2} (g_V - g_A \gamma^5) \right] v(-k') \quad (\text{B.2})$$

Cuya expresión para el cuadrado de la amplitud invariante de dispersión:

$$|M|^2 = \frac{c_x^2}{2} \left[ \frac{1}{3} \sum_\lambda \varepsilon_\mu^\lambda \varepsilon_\nu^{*\lambda} \right] \left[ \frac{1}{2} \sum_{ss'} (\bar{u}(k) \gamma^\mu (g_V - g_A \gamma^5) v(-k')) (\bar{u}(k) \gamma^\mu (g_V - g_A \gamma^5) v(-k'))^\dagger \right] \quad (\text{B.3})$$

Según los métodos estándar, se ha promediado sobre espines iniciales y sumando sobre espines finales, por otra parte

$$\sum_\lambda \varepsilon_\mu^\lambda \varepsilon_\nu^{*\lambda} = -g_{\mu\nu} + \frac{P_\mu P_\nu}{M_x^2} \quad (\text{B.4})$$

Representan la suma sobre los tres estados de polarización del boson vectorial de masa  $M_x$ . Luego de realizar el análisis sobre los elementos de matriz de los términos de la segunda llave de la ecuación (B.3), y calcular las correspondientes trazas de las matrices gamma, se obtiene la ecuación:

$$|M|^2 = \frac{c_x^2}{3} \left[ (g_V^2 + g_A^2) [2k \cdot k' - 4m_1 m_2] + \frac{g_V^2 + g_A^2}{M_x^2} [2(k \cdot p)(k' \cdot p) - (k \cdot k') p^2 + 4m_1 m_2 p^2] \right] \quad (\text{B.5})$$

Por conservación del cuadrimomento  $p = k + k'$  y usando el sistema en reposo del boson  $p = (M_x, 0, 0, 0)$ :

$$\begin{aligned} k^\mu &= (E_1, \vec{k}_1) \\ k'^\mu &= (E_2, \vec{k}_2) \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} k^\mu k_\mu &= E_1^2 - \vec{k}_1^2 = m_1^2 = k^2 \\ k'^\mu k'_\mu &= E_2^2 - \vec{k}_2^2 = m_2^2 = k'^2 \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Por lo tanto,

$$k \cdot k' = \frac{M_x^2 - m_1^2 - m_2^2}{2}, \quad k' \cdot p = \frac{M_x^2 + m_2^2 - m_1^2}{2}, \quad k \cdot p = \frac{M_x^2 + m_1^2 - m_2^2}{2} \quad (\text{B.7})$$

De modo que, reemplazando estas expresiones en la ecuación (B.5):

$$\begin{aligned} |M|^2 &= \frac{c_x^2}{3} (g_V^2 + g_A^2) M_x^2 [1 - a - b + (1 + a - b)(1 - a + b)] \\ a &= \left( \frac{m_1}{M_x} \right)^2 \quad b = \left( \frac{m_2}{M_x} \right)^2 \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Con ésta ecuación fácilmente se obtiene la anchura de decaimiento para el boson  $x^\mu$  el cual tiene la siguiente forma:

$$\Gamma(x^\mu \rightarrow f_1 \bar{f}_2) = \frac{c_x^2}{48\pi} (g_V^2 + g_A^2) M_x^2 [1 + a^2 + b^2 - 2a - 2b - 2ab]^{\frac{1}{2}} (1 - a - b - (a - b)^2) \quad (\text{B.9})$$

Los casos que se visualizan son dos:

- Cuando  $m_1$  y  $m_2$  se desprecian con respecto a un boson  $M_x$  muy masivo; entonces,  $a = b = 0$  de modo que:

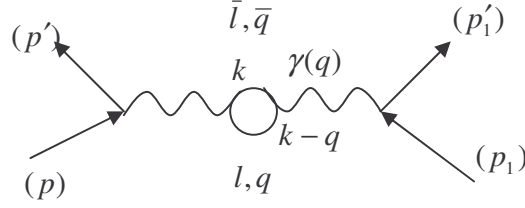
$$\Gamma(x^\mu \rightarrow f_1 \bar{f}_2) = \frac{c_x^2}{48\pi} (g_V^2 + g_A^2) M_x^2 \quad (\text{B.10})$$

- Si solamente uno de los dos fermiones es una partícula masiva, en el caso del quark  $t$  es decir,  $a = \left( \frac{m_t}{M_x} \right)^2$  y  $b = \left( \frac{m_b}{M_x} \right)^2$ , así:

$$\Gamma(x^\mu \rightarrow f_1 \bar{f}_2) = \frac{c_x^2}{48\pi} (g_V^2 + g_A^2) M_x^2 [1 + a^2 - 2a - 2ab]^{\frac{1}{2}} (1 - a - a^2) \quad (\text{B.11})$$

**Anexo C. Renormalización de las constantes de acoplamiento.** Uno de los procesos de alto orden es el diagrama de polarización del vacío, ilustrado en la figura 5, indicado para quarks y leptones

**Figura 5. Contribución de un par de fermiones al diagrama de energía propia del fotón.**



En esta figura el fotón virtual momentáneamente se divide en un par fermión-antifermión, el cual va a modificar la carga efectiva de los fermiones, ya que la magnitud del cuadrimomento del loop no es limitado y puede tener cualquier valor desde cero a infinito. De las reglas de Feynman para diagramas que contienen loops de fermiones se obtiene la siguiente amplitud de dispersión

$$-iM = \bar{u}(p')ie\gamma^\mu u(p) \left( -i \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} \right) (-1)^1 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left[ (ieQ_{l,q}\gamma^{\mu'})_{\alpha\beta} \frac{(\mathbf{k}+m)_{\beta\lambda}}{k^2-m^2} (ieQ_{l,q}\gamma^{\nu'})_{\lambda\rho} \frac{(\mathbf{k}-q+m)_{\rho\alpha}}{(p-q)^2-m^2} \right] \left( -i \frac{g_{\nu\nu'}}{q^2} \right) \bar{u}(p')ie\gamma^\nu u(p_1) \quad (C.1)$$

La carga, el cual aparece en las amplitudes de Feynman de bajo orden se conoce con el nombre de “carga desnuda” (vértices libres de loops), sin embargo, en una medida experimental están incluidas no sólo la carga desnuda sino también la contribución de todos los diagramas de alto orden. El análisis de diagramas que contienen loops conduce a divergencias que se eliminan mediante un método de regularización<sup>22</sup>. Así que analizando el propagador efectivo:

$$I_{\mu\nu}(q^2) = -\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} Tr \left[ ieQ_{l,q}\gamma^\mu \frac{\mathbf{k}+m}{k^2-m^2} ieQ_{l,q}\gamma^\nu \frac{\mathbf{k}-q+m}{(p-q)^2-m^2} \right] = -ig_{\mu\nu}I(q^2) \quad (C.2)$$

$$I(q^2) = \frac{\alpha}{3\pi} \int_{m^2}^{\infty} \frac{dp^2}{p^2} - \frac{2\alpha}{\pi} \int_0^1 dz (1-z) \ln \left( 1 - \frac{q^2 z(1-z)}{m^2} \right)$$

<sup>22</sup> BJORKEN, James D. y DRELL, Sidney D. Relativistic Quantum Fields. Madrid: Mc Graw-Hill Company. 1965.p.284-312.

El primer término diverge logarítmicamente. La corrección se realiza al propagador de bajo orden

$$-i \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} \rightarrow -i \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} + \frac{-i}{q^2} I_{\mu\nu} \frac{-i}{q^2} = -i \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} + i \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} I(q^2) \quad (\text{C.3})$$

Los infinitos pueden eliminarse, la estrategia es absorberlos en la renormalización de masas y constantes de acople, relacionando cantidades “desnudas” a cantidades físicas; de modo que, al introducir un corte  $\Lambda^2$  la ecuación (C.2) en función de cantidades finitas:

$$I(q^2) = \frac{\alpha}{3\pi} \ln\left(\frac{\Lambda^2}{m^2}\right) - \frac{2\alpha}{\pi} \int_0^1 dz z(1-z) \ln\left(1 - \frac{q^2 z(1-z)}{m^2}\right) \quad (\text{C.4})$$

Se debe tener en cuenta que  $\Lambda^2 \rightarrow \infty$ .

a. Para  $q^2 \ll$  el segundo término de la ecuación (C.4) es cero

$$I(q^2) = \frac{\alpha}{3\pi} \ln\left(\frac{\Lambda^2}{m^2}\right) \quad (\text{C.5})$$

b. Para  $q^2 \gg$  hay una contribución en la ecuación (C.4)

$$I(q^2) = \frac{\alpha}{3\pi} \ln\left(\frac{\Lambda^2}{m^2}\right) - \frac{\alpha}{3\pi} \ln\left(\frac{-q^2}{m^2}\right) = \frac{\alpha}{3\pi} \ln\left(\frac{\Lambda^2}{-q^2}\right) \quad (\text{C.6})$$

La carga medida experimentalmente depende de todos los diagramas de alto orden además de la medida de  $q^2$ .

**Anexo C.1 Constantes de acoplamiento.** Una constante de acople indica la intensidad de la interacción. El resultado de la medida experimental de una constante de acople se debe a la suma de todos los términos de diagramas de orden superior, su valor depende también de la escala de energía a la que se este trabajando.

$$e^2(q^2) = e_0^2(1 - a + a^2 - a^3 + \dots) = \frac{e_0^2}{1+a} \quad (\text{C.7})$$



Donde  $a^n$  es el número  $n$  de loops presentes en los diagramas, y  $a$  tiene un valor de  $a = \frac{\alpha_0}{3\pi} \ln\left(\frac{\Lambda^2}{-q^2}\right)$ , por lo tanto:

$$\alpha(-q^2) = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{\alpha_0}{3\pi} \ln\left(\frac{\Lambda^2}{-q^2}\right)} = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{\alpha_0}{3\pi} \ln\left(\frac{\Lambda^2 \mu^2}{-q^2 \mu^2}\right)}$$

$$\alpha(\mu^2) = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{\alpha_0}{3\pi} \ln\left(\frac{\Lambda^2}{\mu^2}\right)}$$
(C.8)

Así que la constante de acople  $\alpha(-q^2)$  se expresa únicamente en términos de cantidades físicas  $\alpha(\mu^2)$  el cual se mide en un valor particular de  $q^2$  llamado  $q^2 = -\mu^2$ ,

$$\alpha(-q^2) = \frac{\alpha(\mu^2)}{1 + \frac{\alpha(\mu^2)}{3\pi} \ln\left(\frac{\mu^2}{-q^2}\right)}$$
(C.9)

La fuerza de acople depende de  $q^2$ , por lo tanto se le llama evolución de la constante de acople creciendo cuando aumenta  $Q^2$  con  $Q^2 = -q^2$

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha(\mu^2)}{1 + \frac{\alpha(\mu^2)}{3\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}$$
(C.10)

Ahora, normalizando  $\alpha$  a un valor pequeño de  $-q^2$ , es decir,  $\mu^2 = 4m_e^2$  y  $\alpha(4m_e^2) = 137013599^{-1}$

$$\alpha(Q^2) = \frac{\alpha(4m_e^2)}{1 + Q_f \frac{\alpha(m_e^2)}{3\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{4m_e^2}\right)}$$
(C.11)

El factor  $Q_f$  es la carga de los fermiones que contribuyen al loop en el propagador, a  $Q^2 = M_w^2$  los fermiones que contribuyen son  $e, \mu, \tau, u, d, s$  y el quark  $b$ ; el quark  $t$  no esta presente porque su masa es de  $174.2 \pm 3.3 GeV$ .

## Anexo D. Constantes utilizadas en los cálculos.

El valor de las constantes utilizadas en los diferentes cálculos son<sup>23</sup>

$\sin^2 \theta_w = 0,23152 \pm 0,00014$	Parámetro de mezcla débil
$G_F = 1.16637 * 10^{-5} \pm 10^{-10}$	Constante de Fermi
$\alpha_s = 0,1176 \pm 0,0020$	Constante de acople fuerte
$\alpha = 1/137,03599911(46)$	Constante de estructura fina
$m_e = 0,51099892 \pm 0,00000004 MeV$	Masa de electrón
$m_\mu = 105,658369 \pm 0,000009 MeV$	Masa del muón
$m_\tau = 1776,99^{0,29}_{-0,25} MeV$	Masa del tau
$m_u = 1,5 \rightarrow 3 MeV$	Masa del quark up
$m_d = 3 \rightarrow 7 MeV$	Masa del quark down
$m_s = 95 \pm 25 MeV$	Masa del quark strange
$m_c = 1,25 \pm 0,09 GeV$	Masa del quark charm
$m_b = 4,70 \pm 0,07 GeV$	Masa del quark bottom
$m_t = 174,2 \pm 3,3 GeV$	Masa del quark top
$M_W = 80,403 \pm 0,029 GeV$	Masa del boson W
$M_Z = 91,1876 \pm 0,0021 GeV$	Masa del boson Z
$V_{ud} = 0,97383^{+0,00024}_{-0,00023}$	Elemento de la matriz de CKM
$V_{cs} = 0,97296 \pm 0,00024$	Elemento de la matriz de CKM
$V_{tb} = 0,99910 \pm 0,00003$	Elemento de la matriz de CKM
$\Gamma_W = 2,141 \pm 0,041 GeV$	Anchura total del boson W

---

<sup>23</sup> YAO, W.M, et al. Particle Data Group [online]. (cited 27 April, 2007). Available from Internet:URL:<http://pdg.jbl.gov>.