

PRODUCCIÓN DE BOSONES VECTORIALES EN UN MODELO 3-3-1 DE TRES
FAMILIAS SIN CARGAS ELÉCTRICAS EXÓTICAS

GUILLERMO EDUARDO YARPAZ BENAVIDES

UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
PROGRAMA DE FÍSICA
SAN JUAN DE PASTO
2013

PRODUCCIÓN DE BOSONES VECTORIALES EN UN MODELO 3-3-1 DE TRES
FAMILIAS SIN CARGAS ELÉCTRICAS EXÓTICAS

GUILLERMO EDUARDO YARPAZ BENAVIDES

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR EL TÍTULO DE FÍSICO

DIRECTOR:
JUAN BAUTISTA FLÓREZ MORENO
Ph.D. EN FÍSICA.

UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
PROGRAMA DE FÍSICA
SAN JUAN DE PASTO
2013

“Las ideas y conclusiones aportadas en este trabajo de grado, son responsabilidad exclusiva del autor”.

Artículo primero del acuerdo No. 324 de Octubre 11 de 1966, emanado por el Honorable Consejo Directivo de la Universidad de Nariño.

Nota de aceptación

Ph.D. JUAN BAUTISTA FLÓREZ M.

Director

Ph.D. YITHSBEY GIRALDO ÚSUAGA

Jurado

Ms.C. JAIME A. BETANCOURTH M.

Jurado

San Juan de Pasto, Marzo de 2013

AGRADECIMIENTOS

Expreso mis agradecimientos a Dios, gestor de la vida, quien es la “*chispa divina*” de este Universo tan complejo pero a la vez tan maravilloso.

A mi madre Rosa Ma. Benavides por darme la vida, ser una madre ejemplar y confiar plenamente en mí

A la Universidad de Nariño y al programa de física, por darme esta oportunidad tan bella de realizarme como profesional y darme los mejores años de mi vida.

A todas aquellas personas que de una u otra forma contribuyeron al desarrollo de este trabajo y que culmina satisfactoriamente.

A mi director de tesis Juan Bautista Flórez por su inmensa colaboración, a quien admiro y respeto, y del que he aprendido no sólo ecuaciones y partículas sino también el respeto y el profesionalismo ante la carrera; un modelo a seguir en el largo camino de la física.

A todos los profesores que tuve durante mi carrera y de quienes de seguro aprendí.

A mis compañeros de estudio y amigos con quienes tuve la oportunidad de compartir momentos agradables.

DEDICATORIA

A mi madre
A mi hijo, a mis hermanos y hna
A mi padre(Q.E.P.D)

Dedico este trabajo primero que todo a mi madre *Rosa Ma. Benavides*, quien ve con agrado que todo su esfuerzo y sacrificio, para conmigo, culmina satisfactoriamente.

A mi hijo *Kevin*, de quien espero reciba todas las bendiciones del mundo y que cada anhelo que tenga sea alcanzado satisfactoriamente. “todo lo que uno anhela se puede alcanzar, no existen barreras ni límites en la mente de la humanidad”.

A mis hermanos y hermana por ver en mí un reflejo de mi padre(*Q.E.P.D*), quien siempre tuvo anhelos de triunfo.

A mi padre(*Q.E.P.D*).

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
1. INTRODUCCIÓN	17
2. OBJETIVOS	19
2.1 OBJETIVO GENERAL	19
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	19
3. AMPLITUDES DE POLARIZACIÓN	20
3.1 ESTRUCTURA DE HELICIDAD EN COLISIONES e^+e^-	20
3.2 ESTADOS DE HELICIDAD EN COLISIONES e^+e^-	20
3.3 MÉTODO PARA CALCULAR AMPLITUDES DE POLARIZACIÓN EN EL PROCESO $e^+e^- \rightarrow algo$	22
3.4 APLICACIONES	23
3.4.1 Cálculo del proceso $e^+e^- \rightarrow V_1V_2$ por el canal t	23
3.4.2 Cálculo del proceso $e^+e^- \rightarrow V_1V_2$ por el canal u	25
3.4.3 Cálculo del proceso $e^+e^- \rightarrow V_1V_2$ por el canal s	26
3.5 CÁLCULO DE LAS EXPRESIONES PARA LAS AMPLITUDES DE POLARIZACIÓN	28
3.5.1 Cálculo de la expresión para las amplitudes $A_{\epsilon-\epsilon+}^{L(R)t}$	28
3.5.2 Cálculo de la expresión para las amplitudes $A_{\epsilon-\epsilon+}^{L(R)u}$	29
3.5.3 Cálculo de la expresión para las amplitudes $C_{\epsilon-\epsilon+}^{L(R)}$ por el canal s	29
3.6 AMPLITUDES DE POLARIZACIÓN POR LOS CANALES t, u y s	30
3.6.1 Amplitudes de polarización $A_{\epsilon-\epsilon+}^{L(R)t}$ por el canal t	30
3.6.2 Amplitudes de polarización $A_{\epsilon-\epsilon+}^{L(R)u}$ por el canal u	31
3.6.3 Amplitudes de polarización $C_{\epsilon-\epsilon+}^{L(R)}$ por el canal s	31
4. EL MODELO ESTÁNDAR	33
4.1 LA MATERIA EN EL MODELO $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$	33
4.1.1 El sector fermiónico	33
4.1.1.1 Organización de las partículas	34
4.1.2 Sector Bosónico de Norma	35
4.1.3 Sector Escalar o de Higgs	36
4.2 SIMETRÍA	37
4.2.1 Teorema de Noether	37
4.3 ROMPIMIENTO ESPONTÁNEO DE SIMETRÍA	37
4.4 PRINCIPIO GAUGE	38
4.4.1 Teoría invariante bajo transformaciones locales	38

	Pág.
4.5 DERIVADA COVARIANTE	38
4.6 LAGRANGIANO DEL MODELO $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$	39
4.6.1 Energía cinética de los fermiones (Lagrangiano fermiónico)	39
4.6.2 Energía cinética de los campos de norma (Lagrangiano gauge)	40
4.6.3 Lagrangiana de Higgs (Lagrangiano escalar)	40
4.6.3.1 Rompimiento espontáneo de simetría con el campo de Higgs	41
4.6.3.2 Masas bosónicas mediante el mecanismo de Higgs	43
4.6.4 Acoplamiento de Yukawa (Masas Fermiónicas)	44
4.7 CORRIENTES EN EL MODELO $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$	44
4.7.1 Corrientes Cargadas-Acoples	45
4.7.2 Corriente Electromagnética-Acoples	45
4.7.3 Corriente Neutra-Acoples	46
4.8 ACOPLÉS TRILINEALES DE BOSONES DE NORMA	46
4.9 CÁLCULO DEL PROCESO $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$	49
4.9.1 Amplitudes de dispersión para el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$	49
4.9.2 Secciones eficaces diferenciales para el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$	50
4.9.3 Sección eficaz total para el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ en función de la energía del $c.m$	51
4.10 RESULTADOS DEL PROCESO $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$	51
5. MODELO $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$	55
5.1 MODELOS DE UNA SOLA FAMILIA	56
5.1.1 Modelo A	57
5.1.2 Modelo B	57
5.2 MODELOS INTERFAMILIAS: <i>modelos de tres familias</i>	58
5.2.1 Modelo D	58
6 MODELO 3-3-1 BARROCO LIBRE DE ANOMALÍAS	62
6.1 EL SECTOR ESCALAR	63
6.2 EL SECTOR DE BOSONES GAUGE	63
6.3 DERIVADA COVARIANTE	64
6.4 LAGRANGIANO DEL MODELO 3-3-1 BARROCO (sólo leptones). Corrientes-Acoples	66
6.4.1 Corrientes Cargadas-Acoples	67
6.4.2 Corrientes Neutras-Acoples	68
6.4.3 Lagrangiano de los Acoples Gauge Trilineales	68
6.5 CÁLCULO DEL PROCESO $e^+e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0$	72
6.5.1 Amplitudes de dispersión para el proceso $e^+e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0$	72
6.5.2 Secciones eficaces diferenciales para el proceso $e^+e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0$	74

	Pág.
6.5.3 Sección eficaz total para el proceso $e^+e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0$ en función de la energía del $c.m$ (\sqrt{s})	74
6.6 RESULTADOS DEL PROCESO $e^+e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0$	74
6.7 CÁLCULO DEL PROCESO $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$	78
6.7.1 Amplitudes de dispersión para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$	78
6.7.2 Secciones eficaces diferenciales para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$	80
6.7.3 Sección eficaz total para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$ en función de la energía del $c.m$ (\sqrt{s})	81
6.8 RESULTADOS DEL PROCESO $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$	81
6.9 CÁLCULO DEL PROCESO $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$	85
6.9.1 Amplitudes de dispersión para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$	86
6.9.2 Secciones eficaces diferenciales para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$	88
6.9.3 Sección eficaz total para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$ en función de la energía del $c.m$ (\sqrt{s})	88
6.10 RESULTADOS DEL PROCESO $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$	89
CONCLUSIONES	95
RECOMENDACIONES	96
BIBLIOGRAFÍA	97
ANEXOS	100

LISTA DE TABLAS

1.	Leptones en el Modelo Estándar	34
2.	Quarks en el Modelo Estándar	34
3.	Familias Fermiónicas: <i>Sector Leptónico y de Quarks</i>	35
4.	Partículas Mediadoras: <i>Bosones de Norma</i>	36
5.	Acoples (en unidades de e) para el Modelo Estándar	47
6.	Modelo A: <i>El Sector de Quarks y el Sector Leptónico</i>	57
7.	Modelo B: <i>El Sector de Quarks y el Sector Leptónico</i>	58
8.	Modelo D: <i>El Sector de Quarks y el Sector Leptónico</i>	59
9.	Anomalías para S_i	60
10.	Modelos 3-3-1 para tres familias	60
11.	Modelos 3-3-1 para dos familias	61
12.	Modelo 3-3-1 barroco: <i>El Sector de Quarks y el Sector Leptónico</i>	62
13.	Acoples (en unidades de e) en el Modelo 3-3-1 Barroco	71

LISTA DE FIGURAS

1.	Diagramas de Feynman para el proceso $e^+e^- \rightarrow V_1V_2$ por el canal t . . .	23
2.	Diagramas de Feynman para el proceso $e^+e^- \rightarrow V_1V_2$ por el canal u . . .	25
3.	Diagramas de Feynman para el proceso $e^+e^- \rightarrow V_1V_2$ por el canal s . . .	26
4.	Potencial Escalar para (a) $\mu^2 > 0$ y (b) $\mu^2 < 0$	42
5.	Diagramas de Feynman para el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$	49
6.	Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$	52
7.	Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$	52
8.	Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$	53
9.	Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$	53
10.	Sección eficaz total para el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$	54
11.	Diagramas de Feynman para el proceso $e^+e^- \rightarrow Z'^0Z'^0$	72
12.	Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow Z'^0Z'^0$	75
13.	Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow Z'^0Z'^0$	76
14.	Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow Z'^0Z'^0$	76
15.	Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow Z'^0Z'^0$	77
16.	Sección eficaz total para el proceso $e^+e^- \rightarrow Z'^0Z'^0$ en función de la energía del $c.m$ (\sqrt{s}).	77
17.	Diagramas de Feynman para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$	79
18.	Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$	82
19.	Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$	83
20.	Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$	83
21.	Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$	84
22.	Sección eficaz total para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$ en función de la energía del $c.m$ (\sqrt{s}).	85
23.	Diagramas de Feynman para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$	86
24.	Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$	90
25.	Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^0(\bar{K}^0)$	91
26.	Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$	91
27.	Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$	92
28.	Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$	93
29.	Sección eficaz total para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$ en función de la energía del $c.m$ (\sqrt{s}).	93
30.	Cinemática del proceso	100

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
A. CINEMÁTICA DEL PROCESO	100
A.1. El plano de reacción de los procesos.....	100
A.2. Cuadrimomentos de las partículas.....	100
A.3. Funciones de helicidad.....	101
A.4. Variables de Mandelstam.....	101
B. NOTACIÓN, MATRICES Y PROPIEDADES	102
B.1. Matrices de Pauli.....	102
B.2. Matrices Gamma de Dirac.....	102
C. EL GRUPO SU(2) Y SU(3)	104
C.1. El Grupo SU(2).....	104
C.2. EL Grupo SU(3).....	105
D. SECCIONES EFICACES	105
E. ANOMALÍAS	106
E.1. Anomalías en el Modelo Estándar.....	106
E.2. Anomalías en el Modelo $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$	107
F. EVOLUCIÓN DE LA CONSTANTE ELECTROMAGNÉTICA α_{em} A UN LOOP	107

GLOSARIO

Antipartícula: A toda partícula le corresponde una antipartícula. Sus características son iguales (masa, espín, duración de vida media) y de signos opuestos, para aquellas que pueden ser positivas o negativas (carga eléctrica, carga bariónica, leptónica, de extrañeza,...).

Aniquilación partícula-Antipartícula: Se refiere al encuentro de una partícula material con su respectiva antipartícula, en el que toda la masa de ambas partícula-antipartícula se transforma en energía y/u otras partículas. Si una partícula y su antipartícula se encuentran en sus estados cuánticos apropiados, entonces pueden aniquilarse la una a la otra y producir energía u otras partículas.

Bosón: Partícula de espín entero ($0, 1, 2, 3, \dots$, en unidades de \hbar), son las mediadoras de las interacciones fundamentales y obedecen la estadística de Bose-Einstein. Los bosones con espín 0 se les llama “escalares” (por ejemplo el bosón de Higgs, el cual aún no se confirma de manera contundente), los bosones con espín 1 se les llama “vectoriales” (por ejemplo: fotones, gluones, W^\pm , Z^0), si los bosones tienen espín 2 se les llama “tensoriales” (por ejemplo el hipotético gravitón)

Colisión: Choque entre dos o más partículas. Entre los grandes colisionadores de partículas se tiene el LHC (Large Hadron Collider) el cual, actualmente, realiza sus experimentos a escalas de energías del orden de los TeV ($1TeV = 1000GeV$).

Electrón (e^-): Es una partícula elemental del tipo fermiónico, más precisamente un leptón; su masa es de $0.511MeV/c^2$, su carga eléctrica (en unidades de e) es -1 y su espín es $\pm\frac{1}{2}$.

Espín: Propiedad de las partículas elementales de tener un momento angular intrínseco.

Fermión: Partículas de espín semientero ($1/2, 3/2$, etc), son los constituyentes fundamentales de la materia y obedecen la estadística de Fermi-Dirac.

Fermiones de Dirac: Partícula que posee una antipartícula distinta a ella misma.

Fermiones de majorana: partículas que son sus propias antipartículas .

Fotón: Partícula de espín 1, son las mediadoras de las interacciones electromagnéticas, poseen masa cero y obedecen la estadística de Bose-Einstein.

Gluón: Son bosones, partículas mediadoras de la interacción fuerte, no poseen masa.

Hadrón: partícula subatómica, sienten la interacción fuerte y están compuestas de fermiones (quarks).

Helicidad: En física de partículas, la helicidad es una magnitud física asociada al espín, obtenida proyectando esa magnitud vectorial sobre la dirección del momento lineal; por tanto, se puede decir que la helicidad es la proyección del momento angular

sobre la dirección del movimiento.

Leptón: Fermiones de espín $1/2$ que sienten la interacción débil pero no la interacción fuerte.

Mesón: Partícula de espín entero (bosón) que sienten la interacción fuerte. Tienen masa comprendida entre la masa de los electrones y los neutrones.

Neutrino: Son partículas subatómicas de espín $1/2$ y de carga neutra; recientemente se ha mostrado que los neutrinos tienen masa aunque de valor muy pequeño.

Positrón (e^+): Partícula elemental del tipo fermiónico (es un leptón), es la antipartícula del electrón por lo que posee su misma cantidad de masa y carga eléctrica (pero positiva). También posee espín de $\pm\frac{1}{2}$ y no forma parte de la materia ordinaria, si no de la antimateria.

Quarks: Son partículas de espín $1/2$ y al igual que los leptones son los constituyentes fundamentales de la materia.

Sección eficaz: La sección eficaz es una cantidad típicamente usada en la física de partículas. Es directamente proporcional a la probabilidad de que exista una interacción entre dos partículas.

Simetría: Una simetría está asociada a una transformación que deja invariante la función de onda del sistema físico. La importancia de las simetrías en la física de partículas es que conducen a las leyes de conservación. Éste es el contenido del teorema de Noether que dice que cada simetría de la naturaleza esta asociada a una ley de conservación y viceversa.

RESUMEN

En el siguiente trabajo se realizó un estudio teórico de la producción de bosones $Z'^0 Z'^0$, $K^+ K^-$ y $K^0 \bar{K}^0$ a través de colisiones $e^+ e^-$ en un modelo de tres familias sin cargas eléctricas exóticas libre de anomalías, basado en el grupo de simetría de gauge local $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ (3-3-1) como una extensión del Modelo Estándar (ME). Se calculan las corrientes y acoples trilineales de los bosones vectoriales, así como las amplitudes de polarización y secciones eficaces para el proceso $e^+ e^- \rightarrow W^+ W^-$ en el ME. Siguiendo un lineamiento similar, pero ahora en un modelo 3-3-1, calculamos corrientes-acoples, amplitudes de polarización para los procesos $e^+ e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0$, $K^+ K^-$ y $K^0 \bar{K}^0$. Finalmente calculamos las secciones eficaces para los procesos $e^+ e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0$, $K^+ K^-$, y $K^0 \bar{K}^0$. Este nuevo modelo es invariante bajo transformaciones de simetría C, P y T.

ABSTRACT

On the following piece of work it was developed a study theory of $Z'^0 Z'^0$, $K^+ K^-$ and $K^0 \bar{K}^0$ bosons production through $e^+ e^-$ collisions of three-family model without exotic electric charges free of anomalies, based in the $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ (3-3-1) local gauge symmetry group, straight forward extensions of Standard Model (SM). The trilinear gauge boson couplings Currents, polarization amplitudes and cross-sections in the process $e^+ e^- \rightarrow W^+ W^-$ in the SM, are calculated. Let us outline, now into a 3-3-1 model, Couplings-currents, polarization amplitudes in the processes $e^+ e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0$, $K^+ K^-$ y $K^0 \bar{K}^0$, are calculated. Finilly, cross-sections in the processes $e^+ e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0$, $K^+ K^-$, $K^0 \bar{K}^0$, are calculated. It is new model to be invariant under C, P, y T symmetry transformations.

1. INTRODUCCIÓN

Por años el Modelo Estándar (ME)¹ basado en el grupo de gauge local $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, el cual explica el comportamiento de las partículas elementales y sus interacciones a bajas energías, ha dado resultados satisfactorios en el mundo de la física de partículas; resultados tales como la existencia de bosones mediadores de las interacciones débiles y la relación entre sus masas, ya han sido confirmadas experimentalmente, incluso con una precisión de varias cifras significativas. A pesar de que el ME ha tenido resultados tan exitosos, muchos físicos no lo aceptan como una teoría definitiva, ya que este modelo no explica algunos aspectos tales como: La existencia de tres familias fermiónicas², la violación de paridad de las interacciones débiles, la cuantización de la carga, el gran número de parámetros, neutrinos no masivos, entre otros. Es por esta razón que desde muchos años atrás los físicos han pensado en ir más allá del ME, buscando modelos más básicos que permitan explicar ciertos fenómenos para los cuales el ME no lo hace.

Al conocer las limitaciones de la teoría del ME, se llega a la conclusión de que éstas se encuentran incompletas, y uno de los trabajos de la física teórica es completar, o al menos tratar de mejorar lo que hasta el momento se tiene. El ME es una teoría efectiva, es decir, no se la considera como una teoría básica válida en todos los rangos de energías posibles; se la considera como teoría aproximada (descriptiva, fenomenológica) válida sólo en un rango de energía determinado. Este hecho no le quita mérito, por el contrario, esto hace que se exploren nuevos modelos más básicos en la física de partículas elementales. Si se extiende el grupo gauge local del ME, se puede obtener el modelo $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$, también llamado modelo 3-3-1, el cual trabaja a energías más altas que las del ME, lo que significa que el modelo $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ contiene al ME como subgrupo.

Ahora bien, en la física de partículas elementales los experimentos siempre se hacen por medio de colisiones, ya que a través de éstas se obtienen nuevas partículas las cuales difieren de las partículas iniciales al intercambiar los números cuánticos o por transformación de energía pura en materia. Las colisiones son una forma de estudiar las fuerzas que actúan sobre las partículas, por lo que las colisiones se basan en observaciones, y observar una reacción significa detectar partículas e identificar sus características. Las colisiones electrón-positrón (e^-e^+), las cuales se iniciaron en los años 60 cuando se obtuvieron resultados interesantes e importantes para la cromodinámica cuántica (Q.C.D), son las más simples y una de las mejores herramientas para estudiar la estructura de la materia, ya que las partículas son puntuales y su estado inicial es totalmente conocido e interactúan predominantemente a través de interacciones electromagnéticas.

En la actualidad se hacen necesarias pruebas claras y decisivas sobre las teorías de norma, ME y sus extensiones, existencia y propiedades de nuevos bosones vectoriales predichos en estas extensiones, existencia de fermiones exóticos, campos escalares

¹S.L. Glashow, *Nucl. Phys.* 22, 579, 1961.

²P.H. Frompton, *Phys. Rev. Lett.* 69, 2889, 1992.

(bosones de Higgs) y posibles violaciones de CP y T. En estas investigaciones las colisiones e^+e^- juegan un papel fundamental; estos procesos poseen dos propiedades muy importantes que se pueden aprovechar en este trabajo: A energías muy altas las masas del electrón - positrón pueden ser despreciadas, y estas partículas adquieren estados de helicidad bien definidos. Por otra parte, el estado neutro de las partículas iniciales permite, en algunos casos, que toda la energía se transforme en nuevas partículas.

El objetivo principal de este trabajo es hacer un estudio teórico de la producción de bosones vectoriales mediante colisiones e^+e^- en un modelo 3-3-1 de tres familias fermiónicas, el cual no presenta cargas eléctricas exóticas y es libre de anomalías, y que por su riqueza en el contenido fermiónico se lo denominará modelo 3-3-1 barroco libre de anomalías. Por otra parte, se calcularán las amplitudes de polarización y secciones eficaces (transversales). El primer paso es aclarar aspectos relacionados con la helicidad en los procesos de aniquilación $e^+e^- \rightarrow V_1V_2$, aquí se desarrollará un método para el cálculo de las amplitudes definidas en dicho proceso; luego se pasa a las aplicaciones, en la cual se calculan los procesos $e^+e^- \rightarrow V_1V_2$ con el fin de obtener las fórmulas para las amplitudes de polarización por los canales t , u y s . Posteriormente se estudia el modelo $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, calculando su Lagrangiano, corrientes-acoples, así como las amplitudes de polarización y secciones eficaces para el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$. Seguidamente se trabajan los modelos basados en el grupo de simetría gauge $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$, específicamente el modelo barroco libre de anomalías, encontrando su Lagrangiano, corrientes-acoples y las amplitudes de polarización para los procesos $e^+e^- \rightarrow Z'^0Z'^0, K^+K^-, K^0\bar{K}^0$. Para finalizar se encuentran las secciones eficaces para los procesos $e^+e^- \rightarrow Z'^0Z'^0, K^+K^-, K^0\bar{K}^0$. En el estudio de estos modelos se los considera invariantes bajo transformaciones de C, P y T.

2. OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GENERAL

Realizar un estudio teórico de la producción de bosones vectoriales en un modelo de tres familias basado en el grupo de simetría $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Calcular el Lagrangiano, corrientes-acoples en el modelo $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ y $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$.
- Calcular las amplitudes de polarización y secciones eficaces en el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ en el Modelo Estándar.
- Calcular las amplitudes de polarización en los procesos $e^+e^- \rightarrow Z'^0Z'^0, K^+K^-, K^0\bar{K}^0$ en el modelo 3-3-1.
- Cálculo de las secciones eficaces en los procesos $e^+e^- \rightarrow Z'^0Z'^0, K^+K^-, K^0\bar{K}^0$ en el modelo 3-3-1.

3. AMPLITUDES DE POLARIZACIÓN

En los procesos de aniquilación $e^+e^- \rightarrow V_1V_2$, donde V_1 y V_2 son bosones vectoriales, hay que tener en cuenta la polarización la cual viene dada por sus estados de helicidad³; por esto se hace necesario un estudio en la estructura y estados de helicidad.

3.1 ESTRUCTURA DE HELICIDAD EN COLISIONES e^+e^-

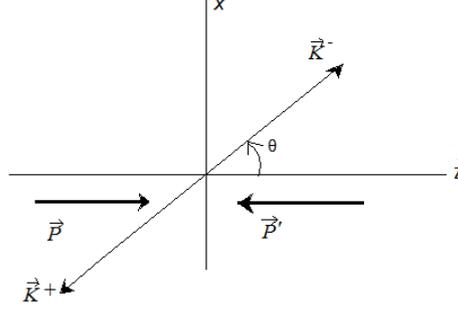
Si la masa de una partícula de espín $\frac{1}{2}$ es diferente de cero, su velocidad es siempre menor que la velocidad de la luz en el vacío; si un observador viaja a una velocidad mayor al de la partícula medirá una quiralidad diferente(contraria) a la quiralidad medida por otro observador que viaje a una velocidad menor a la de la partícula. Por tanto, si el observador que viaja a mayor velocidad mide una quiralidad L(R) el otro observador medirá una quiralidad R(L). Cuando la masa de la partícula es cero ésta se moverá a una velocidad igual a la velocidad luz en el vacío, y por lo tanto su quiralidad solo puede ser medida por observadores que se muevan con velocidades menores a la velocidad de la luz en el vacío, lo que significa que todos los observadores medirán la misma quiralidad. Por tanto, se puede concluir que la quiralidad sólo es un buen número cuántico cuando la masa de la partícula es cero. Es de anotar también que al desprejar la masa de una partícula de espín $\frac{1}{2}$, los estados de helicidad derechos(R) e izquierdos(L) tienen diferentes representaciones del grupo de Lorentz y por lo tanto estos estados se comportan de manera diferente.

Por otra parte, se sabe que la masa del electrón (e^-) y positrón (e^+) es $0.511MeV/c^2$, la cual es relativamente pequeña y por lo tanto se la puede desprejar en colisiones de muy altas energías. Con esto, se puede decir que para los electrones y positrones la quiralidad está definida.

3.2 ESTADOS DE HELICIDAD EN COLISIONES e^+e^-

Veamos que estados de helicidad se pueden tener en el proceso $e^+e^- \rightarrow algo$. Para esto, se tiene el siguiente plano de reacción (plano x - z) para los diferentes procesos.

³S.R. Juárez Wysozka, REVISTA MEXICANA DE FÍSICA, E 56 (2), 2010, pag. 197-206.



Cinemática del proceso: Plano de reacción.

En la reacción:

$$e^+(p')e^-(p) \rightarrow V_2(k_+, \epsilon_+)V_1(k_-, \epsilon_-)$$

El momentum de los rayos entrantes e^- y e^+ con helicidades L y R están denotados por p y p' respectivamente⁴; los bosones vectoriales salientes V_2 y V_1 con helicidades ϵ_+ y ϵ_- están asociados con el momentum k_+ y k_- respectivamente.

Sabemos que $\Psi_{L(R)} \equiv P_{L(R)}\Psi$, con Ψ un tetraespinor de Dirac y $P_{L(R)} = \frac{1}{2}(I \mp \gamma^5)$ son los operadores de proyección⁵ izquierdos y derechos respectivamente, los cuales están relacionados con la matriz identidad I y las matrices γ^5 (aquí, γ^5 es llamado operador de quiralidad). Estos operadores de proyección tienen las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} (P_{L(R)})^2 &= P_{L(R)}, & P_{L(R)}P_{R(L)} &= 0, & \gamma^\mu P_{L(R)} &= P_{R(L)}\gamma^\mu, \\ P_R + P_L &= I, & P_R - P_L &= \gamma^5 \end{aligned}$$

Con estas propiedades se demuestra que:

$$\bar{\Psi}_{L(R)} \equiv \bar{\Psi}P_{R(L)}, \quad (3.1)$$

lo que nos indica que las quiralidades se invierten, siendo $\bar{\Psi} = \Psi^\dagger \gamma^0$ ⁶ el espinor adjunto, con Ψ^\dagger el conjugado hermítico de Ψ .

De manera similar y usando la representación en el espacio de los momentos, se halla que:

$$u_{L(R)} = P_{L(R)}u \quad (3.2)$$

$$\bar{u}_{L(R)} = \bar{u}P_{R(L)} \quad (3.3)$$

En el caso de antipartículas la helicidad del tetraespinor es opuesta a la helicidad de la partícula, así:

$$v_{L(R)} = P_{R(L)}v \quad (3.4)$$

⁴Es decir p y p' son los momentos de la partícula y la antipartícula respectivamente.

⁵ $P_{L(R)} = \frac{1}{2}(I \mp \gamma^5)$ también son llamados proyectores de quiralidad izquierda y derecha respectivamente.

⁶Donde las matrices $\gamma^0 = \gamma^{0\dagger}$. Para más información de estas matrices γ^0 ver anexo B.2.

$$\bar{v}_{L(R)} = \bar{v}P_{L(R)} \quad (3.5)$$

Para el proceso $e^+e^- \rightarrow algo$, se tiene:

$$\begin{aligned} \bar{v}(p', s_2)\gamma^\mu u(p, s_1) &= \bar{v}(p', s_2)(P_L + P_R)\gamma^\mu(P_L + P_R)u(p, s_1) \\ &= \bar{v}(p', s_2)\gamma^\mu(P_L + P_R)^2u(p, s_1), \end{aligned}$$

donde s_1 y s_2 son las helicidades del electrón (e^-) y el positrón (e^+) respectivamente. Ahora bien, usando las identidades:

$$(P_L + P_R)^2 = (P_L)^2 + (P_R)^2 \quad y \quad \gamma^\mu P_{L(R)} = P_{R(L)}\gamma^\mu,$$

se obtiene finalmente:

$$\bar{v}(p', s_2)\gamma^\mu u(p, s_1) = \bar{v}(p', s_2)P_L\gamma^\mu P_R u(p, s_1) + \bar{v}(p', s_2)P_R\gamma^\mu P_L u(p, s_1). \quad (3.6)$$

Con este resultado se concluye que en el proceso $e^+e^- \rightarrow algo$, la estructura quiral del sistema se da solamente mediante dos procesos:

$$e_L^+ e_R^- \quad y \quad e_R^+ e_L^-.$$

Para encontrar las amplitudes de polarización es necesario encontrar un método apropiado para calcular dichas amplitudes en los procesos de aniquilación. Para ésto, se debe tener en cuenta la cinemática de los procesos.

3.3 MÉTODO PARA CALCULAR AMPLITUDES DE POLARIZACIÓN EN EL PROCESO $e^+e^- \rightarrow algo$

En el siguiente proceso se despreciará las masas del electrón y positrón, y con esta aproximación, de acuerdo a lo dicho anteriormente, las partículas tendrán helicidad definida. Consideremos la siguiente función:

$$\xi = \bar{u}(p, s_1)P_{L(R)}\not{\eta}P_{R(L)}v(p', s_2),$$

con $\not{\eta} = \gamma_\mu \eta^\mu$, y de acuerdo a la cinemática del problema se puede escoger el siguiente cuadvectores unitario $\eta^\mu = (0, 0, 1, 0)$. Ahora se puede encontrar $\xi\xi^+$,

$$\xi\xi^+ = \frac{1}{2}\text{Traz}[(I \pm \gamma^5)\not{p}\not{\eta}\not{p}'\not{\eta}] \quad (3.7)$$

$$\xi\xi^+ = \frac{1}{2}\text{Traz}(\not{p}\not{\eta}\not{p}'\not{\eta} \pm \gamma^5\not{p}\not{\eta}\not{p}'\not{\eta}),$$

al utilizar las propiedades de matrices γ el segundo término de la traza (*Traz*) se anula, obteniendo

$$\xi\xi^+ = \frac{1}{2}\text{Traz}(\not{p}\not{\eta}\not{p}'\not{\eta})$$

de donde

$$\xi\xi^+ = 2[2(p \cdot n)(p' \cdot n) + (p' \cdot p)] \quad (3.8)$$

y, de acuerdo a la cinemática del problema, se obtiene el siguiente resultado:

$$\xi\xi^+ = 4E^2,$$

donde E es la energía del rayo e^+e^- . El anterior resultado implica que $|\xi|^2 = 4E^2$, es decir $\xi = 2Ee^{i\delta}$ con δ el ángulo de fase. Ahora bien, por las convenciones usuales de fase de los espinores y por la escogencia de $\eta^\mu = (0, 0, 1, 0)$ se escoge $\delta = \frac{\pi}{2}$, por lo tanto:

$$\xi = 2iE,$$

lo que se puede expresar como:

$$\frac{\xi}{2iE} = 1 \quad (3.9)$$

Este resultado se lo puede aplicar en la siguiente sección para realizar el cálculo de los procesos de aniquilación

3.4 APLICACIONES

En esta sección se realiza el cálculo de los procesos de aniquilación por los canales⁷ t, u y s, siendo éstas las variables de Mandelstam (ver anexo A.4). Estos resultados serán muy importantes para el cálculo de las amplitudes de polarización y secciones transversales que se desarrollarán posteriormente.

3.4.1 Cálculo del proceso $e^+e^- \rightarrow V_1V_2$ por el canal t

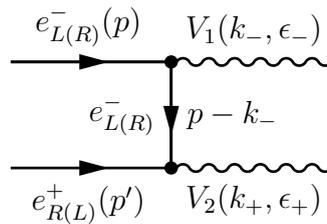


Figura 1: Diagramas de Feynman para el proceso $e^+e^- \rightarrow V_1V_2$ por el canal t

En este proceso se tiene la siguiente amplitud de dispersión (\mathcal{M})⁸:

$$-i\mathcal{M}^{L(R)t} = [\bar{v}(p')P_{R(L)}(ieg_{e_{R(L)}^+V_2})\gamma^\beta i \frac{(\not{p} - \not{k}_- + m_N)}{(p - k_-)^2 - m_N^2} \gamma^\alpha (ieg_{e_{L(R)}^-V_1})P_{L(R)}u(p)]J_{\alpha,\beta}(V_1, V_2). \quad (3.10)$$

⁷Los canales s, t y u se refieren a los procesos $AB \rightarrow CD$, $\bar{D}B \rightarrow C\bar{A}$ y $A\bar{D} \rightarrow C\bar{B}$ respectivamente, donde A, B, C y D son partículas.

⁸También llamada amplitud de decaimiento.

En esta expresión (3.10) se tiene: las cargas eléctricas e , la masa de los neutrinos m_N ⁹, las corrientes $J_{\alpha,\beta}(V_1, V_2)$ ¹⁰ que dependen de los bosones vectoriales, y por último se tienen los acoples $g_{e_{L(R)}^- V_1}$ entre el electrón y el bosón vectorial V_1 y los acoples $g_{e_{R(L)}^+ V_2}$ entre el positrón y el bosón vectorial V_2 .

Después de realizar el álgebra se tiene que:

$$\mathcal{M}^{L(R)t} = -\frac{(ieg_{e_{R(L)}^+ V_2})(ieg_{e_{L(R)}^- V_1})}{4[(p - k_-)^2 - m_N^2]} A^{L(R)t(\alpha\beta)} J_{\alpha,\beta}(V_1, V_2) \quad (3.11)$$

donde $A^{L(R)t(\alpha\beta)}$ se define como:

$$A^{L(R)t(\alpha\beta)} \equiv \bar{v}(p')(I \pm \gamma^5)\gamma^\beta(\not{p} - \not{k}_- + m_N)\gamma^\alpha(I \mp \gamma^5)u(p). \quad (3.12)$$

Ahora bien, al multiplicar la anterior expresión (3.12) por:

$$1 = \frac{\xi}{2Ei} = \frac{\bar{u}(p)P_{R(L)}\not{\eta}P_{L(R)}v(p')}{2Ei}, \quad (3.13)$$

se obtiene el siguiente resultado:

$$A^{L(R)t(\alpha\beta)} = \frac{\bar{u}(p)P_{R(L)}\not{\eta}P_{L(R)}v(p')\bar{v}(p')(I \pm \gamma^5)\gamma^\beta(\not{p} - \not{k}_- + m_N)\gamma^\alpha(I \mp \gamma^5)u(p)}{2Ei} \quad (3.14)$$

Este resultado se lo puede expresar como una traza:

$$A^{L(R)t(\alpha\beta)} = \frac{1}{2Ei} \text{Traz}[P_{L(R)}\not{p}\not{\eta}\not{p}'\gamma^\beta(I \mp \gamma^5)(\not{p} - \not{k}_- + m_N)\gamma^\alpha(I \mp \gamma^5)], \quad (3.15)$$

y al utilizar las identidades

$$(I \mp \gamma^5)(I \mp \gamma^5) = 2(I \mp \gamma^5) \quad y \quad \text{Traz}[(I \mp \gamma^5)m_N\not{p}\not{\eta}\not{p}'\gamma^\beta\gamma^\alpha] = 0$$

se obtiene finalmente:

$$A^{L(R)t(\alpha\beta)} = \frac{1}{Ei} \text{Traz}[(I \mp \gamma^5)\not{p}\not{\eta}\not{p}'\gamma^\beta(\not{p} - \not{k}_-)\gamma^\alpha] \quad (3.16)$$

Ahora se necesita contraer esta amplitud, $A^{L(R)t(\alpha\beta)}$, con la corriente $J_{\alpha,\beta}(V_1, V_2)$. Aquí V_1 y V_2 dependen de los vectores cuadrimentum (k_- y k_+) y polarización (ϵ_- y ϵ_+)¹¹, es decir $V_1(k_-, \epsilon_-)$ y $V_2(k_+, \epsilon_+)$. De acuerdo a estas definiciones, la cuadricorriente respecto al proceso anterior en el espacio de los momentos será:

⁹En los modelos 3-3-1 a los neutrinos se los considera masivos, contrario al Modelo Estándar donde los neutrinos se los considera con masa nula.

¹⁰Los subíndices α y β los cuales contraen la corriente $J_{\alpha,\beta}$, están relacionados con las matrices γ^α y γ^β respectivamente.

¹¹Para más información de estos vectores ver anexos A.3.

$$J_{\alpha,\beta}(V_1, V_2) = \epsilon_{-\alpha}\epsilon_{+\beta} \quad (3.17)$$

Ahora bien, al definir:

$$A_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)t} \equiv A^{L(R)t(\alpha\beta)}\epsilon_{-\alpha}\epsilon_{+\beta}, \quad (3.18)$$

se obtiene la siguiente expresión para la amplitud de polarización por el canal t:

$$A_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)t} = \frac{1}{Ei} \text{Tr}az[\not{p}\not{\eta}\not{p}'\not{\epsilon}_+(\not{p} - \not{k}_-)\not{\epsilon}_- + (\mp)\gamma^5\not{p}\not{\eta}\not{p}'\not{\epsilon}_+(\not{p} - \not{k}_-)\not{\epsilon}_-] \quad (3.19)$$

Con este resultado, se obtiene finalmente la expresión para la amplitud de dispersión:

$$\mathcal{M}_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)t} = -\frac{(ieg_{R(L)V_2}^+)(ieg_{L(R)V_1}^-)}{4[(p - k_-)^2 - m_N^2]} A_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)t} \quad (3.20)$$

Con estas dos expresiones finales, se puede calcular las amplitudes de polarización (por el canal t) y secciones transversales que se desarrollarán más adelante.

3.4.2 Cálculo del proceso $e^+e^- \rightarrow V_1V_2$ por el canal u

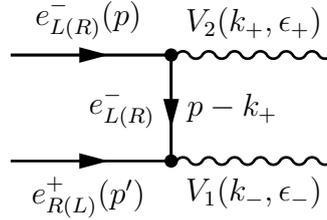


Figura 2: Diagramas de Feynman para el proceso $e^+e^- \rightarrow V_1V_2$ por el canal u

En este proceso se tiene la siguiente amplitud de dispersión:

$$-i\mathcal{M}^{L(R)u} = [\bar{v}(p')P_{R(L)}(ieg_{R(L)V_2}^+)\gamma^\beta i\frac{(\not{p} - \not{k}_+ + m_N)}{(p - k_+)^2 - m_N^2}\gamma^\alpha(ieg_{L(R)V_1}^-)P_{L(R)}u(p)]J_{\alpha,\beta}(V_1, V_2) \quad (3.21)$$

Los cálculos que se realizan en este proceso son idénticos a los realizados por el canal t, teniendo en cuenta que la diferencia está en el propagador fermiónico,

$$i\frac{(\not{p} - \not{k}_+ + m_N)}{(p - k_+)^2 - m_N^2}$$

Por lo tanto, la amplitud de dispersión será:

$$\mathcal{M}_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)u} = -\frac{(ieg_{R(L)V_2}^+)(ieg_{L(R)V_1}^-)}{4[(p - k_+)^2 - m_N^2]} A_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)u} \quad (3.22)$$

3.4.3 Cálculo del proceso $e^+e^- \rightarrow V_1V_2$ por el canal s

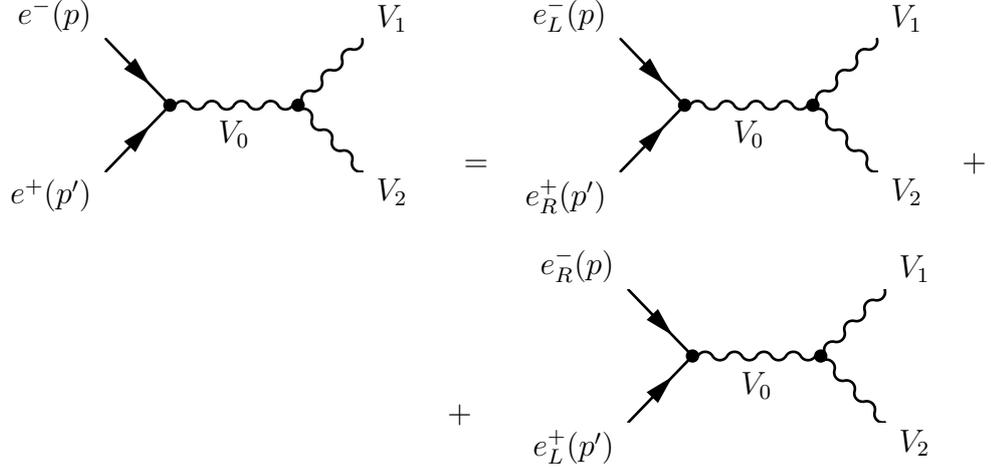


Figura 3: Diagramas de Feynman para el proceso $e^+e^- \rightarrow V_1V_2$ por el canal s

En este proceso la amplitud de dispersión viene dada por la siguiente expresión:

$$-i\mathcal{M}_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)s} = [\bar{v}(p')P_{R(L)}(ieg_{e_{R(L)}^-}V_o)\gamma^\mu iD_{\mu\nu}(V_o)P_{L(R)}u(p)]J_{\alpha\beta}^\nu\epsilon_-^\alpha\epsilon_+^\beta, \quad (3.23)$$

donde $iD_{\mu\nu}(V_o)$ es el propagador del bosón vectorial neutro V_o y en forma general se puede escribir así:

$$iD_{\mu\nu}(V_o) = \frac{-i}{q^2 - M_{V_o}^2 + iM_{V_o}\Gamma_{V_o}} [g_{\mu\nu} + (\zeta - 1)q_\mu q_\nu / (q^2 - \zeta M_{V_o}^2)], \quad (3.24)$$

con M_{V_o} la masa del bosón vectorial neutro y $M_{V_o}^2$ su respectivo cuadrado de masa. También, en la anterior expresión del propagador, se presenta un término adicional ($+iM_{V_o}\Gamma_{V_o}$ ¹²) en el denominador; este término significa que la amplitud de dispersión posee un polo para aquellos valores de q para los cuales, la partícula virtual se convertirá en partícula física ($q^2 = M_{V_o}^2$). Además $\zeta = 1$, $\zeta = 0$ y $\zeta = \infty$ son los gauges de t' Hoof - Feynman, Landau y unitario respectivamente. por otra parte $q_\mu q_\nu$ no contribuyen al proceso ya que:

$$\bar{v}(p')\not{q}u(p) = \bar{v}(p')(\not{p}' + \not{p})u(p) = \bar{v}(p')[\not{p}'u(p) + \bar{v}(p')\not{p}]u(p) = 0,$$

la anterior relacion se anula de acuerdo a la ecuación de Dirac:

$$\not{p}u(p) = mu(p) = 0 \quad \text{y} \quad \bar{v}(p')\not{p}' = -mv(p') = 0.$$

¹²Donde Γ_{V_o} es el ancho de decaimiento para los bosones neutros V_o

Por lo tanto, en forma general para este proceso, el propagador para una partícula vectorial se puede escribir de la siguiente manera:

$$iD_{\mu\nu}(V_o) = \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2 - M_{V_o}^2 + iM_{V_o}\Gamma_{V_o}} \quad (3.25)$$

Utilizando este resultado, la expresión para la amplitud de dispersión queda:

$$\mathcal{M}_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)s} = \frac{\frac{(ieg_{R(L)}^- V_o)}{2}}{q^2 - M_{V_o}^2 + iM_{V_o}\Gamma_{V_o}} C^{L(R)\mu} J_{\mu\alpha\beta} \epsilon_-^\alpha \epsilon_+^\beta, \quad (3.26)$$

donde $C^{L(R)\mu}$ es una expresión que se define como:

$$C^{L(R)\mu} \equiv [\bar{v}(p')(I \pm \gamma^5)\gamma^\mu P_{L(R)}u(p)].$$

Ahora bien, si se multiplica esta expresión por la ecuación (3.13) se obtiene:

$$C^{L(R)\mu} = \frac{1}{2Ei} \text{Traz}[P_{L(R)}\not{p}\eta P_{L(R)}\not{p}'\gamma^\mu (I \mp \gamma^5)],$$

con la cual se llega a la siguiente expresión:

$$C^{L(R)\mu} = \frac{1}{2Ei} \text{Traz}[\not{p}\not{p}'\gamma^\mu \mp \gamma^5 \not{p}\not{p}'\gamma^\mu].$$

Ahora bien, al resolver las trazas por separado (ver anexo B:2) se obtiene:

$$C^{L(R)\mu} = -\frac{2}{Ei} [2E^2\eta^\mu \pm i\epsilon^{\sigma\rho\omega\mu} p_\sigma \eta_\rho p'_\omega]. \quad (3.27)$$

Contrayendo $C^{L(R)\mu}$ con la corriente $J_{\mu\alpha\beta} \epsilon_-^\alpha \epsilon_+^\beta$, se puede definir la amplitud de polarización así:

$$C_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)} \equiv C^{L(R)\mu} J_{\mu\alpha\beta} \epsilon_-^\alpha \epsilon_+^\beta, \quad (3.28)$$

con lo cual se obtiene finalmente la expresión para la amplitud de dispersión:

$$\mathcal{M}_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)s} = \frac{\frac{(ieg_{R(L)}^- V_o)}{2}}{q^2 - M_{V_o}^2 + iM_{V_o}\Gamma_{V_o}} C_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)}. \quad (3.29)$$

Ahora bien, ya encontradas las expresiones de las amplitudes de polarización por los tres canales (t, u, s), se pueden calcular y así encontrar las fórmulas explícitas para dichas amplitudes.

3.5 CÁLCULO DE LAS EXPRESIONES PARA LAS AMPLITUDES DE POLARIZACIÓN

En esta sección se obtendrán las fórmulas con las cuales se puede llegar finalmente a las amplitudes de polarización¹³ por cada uno de los canales t, u y s.

3.5.1 Cálculo de la expresión para las amplitudes $A_{\epsilon_- \epsilon_+}^{L(R)t}$

En este caso se trata de las amplitudes de polarización por el canal t y su expresión es la encontrada en la sección anterior(ec. 3.19):

$$A_{\epsilon_- \epsilon_+}^{L(R)t} = \frac{1}{Ei} \text{Traz}[p\eta\eta' \epsilon_+ (\not{p} - \not{k}_-) \epsilon_- + (\mp)\gamma^5 p\eta\eta' \epsilon_+ (\not{p} - \not{k}_-) \epsilon_-].$$

Para calcular esta expresión se la divide en dos términos. Para el primer término, usando la propiedad cíclica de la traza, se tiene:

$$\text{Traz}[p\eta\eta' \epsilon_+ (\not{p} - \not{k}_-) \epsilon_-] = \text{Traz}[\eta\eta' \epsilon_+ (\not{p} - \not{k}_-) \epsilon_- p].$$

Ahora, usando identidades de traza (ver anexo B.2) y aplicando las siguientes identidades (ver cinemática del problema):

$$(n \cdot p) = (n \cdot p') = (n \cdot k_-) = (n \cdot k_+) = 0,$$

se obtiene:

$$\begin{aligned} & \text{Traz}\{\eta\eta' \epsilon_+ (\not{p} - \not{k}_-) \epsilon_- p\} = \\ & -\{(n \cdot \epsilon_+) \text{Traz}[p' (p - k_-) \epsilon_- p] + (n \cdot \epsilon_-) \text{Traz}[p' \epsilon_+ (p - k_-) p]\}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Por otra parte, el segundo término queda:

$$\begin{aligned} & \text{Traz}\{\gamma^5 p\eta\eta' \epsilon_+ (\not{p} - \not{k}_-) \epsilon_-\} = -4i\{(p \cdot p')|n\epsilon_+(p - k_-)\epsilon_-| + \\ & (p' \cdot \epsilon_+) |pn p' \epsilon_-| + (\epsilon_+ \cdot \epsilon_-) |pn p' (p - k_-)| - (p \cdot \epsilon_-) |pn p' \epsilon_+|\}. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Para obtener el resultado anterior se hizo uso de la siguiente identidad:

$$a_{\alpha_1} b_{\alpha_2} c_{\alpha_3} d_{\alpha_4} \epsilon^{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4} = |abcd| = \det(abcd) = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ c_0 & c_1 & c_2 & c_3 \\ d_0 & d_1 & d_2 & d_3 \end{vmatrix}$$

Por último, realizando el cálculo de las trazas de la ecuación (3.30) y junto con la ecuación (3.31) se obtiene la expresión final para encontrar las amplitudes de polarización por el canal t:

¹³K. J. F. Gaemers and G.J. Gounaris, TH. 2548 - CERN, 1978.

$$\begin{aligned}
A_{\epsilon_- \epsilon_+}^{L(R)t} = & \frac{4}{iE} \{ -(n \cdot \epsilon_+) [(p' \cdot k_+) (p \cdot \epsilon_-) + (p \cdot k_-) (p' \cdot \epsilon_-) + (p' \cdot p) (p \cdot \epsilon_-)] + \\
& + (n \cdot \epsilon_-) [(p \cdot k_-) (p' \cdot \epsilon_+) + (p' \cdot k_+) (p \cdot \epsilon_+) + (p' \cdot p) (p' \cdot \epsilon_+)] \\
& (\mp) i [-(p \cdot p') |n \epsilon_+ (p - k_-) \epsilon_-| - (p' \cdot \epsilon_+) |p n p' \epsilon_-| + \\
& - (\epsilon_- \cdot \epsilon_+) |p n p' (p - k_-)| + (p \cdot \epsilon_-) |p n p' \epsilon_+|] \},
\end{aligned} \tag{3.32}$$

donde se tuvo en cuenta que $m_e = 0$ ¹⁴ y se utilizaron las siguientes identidades:

$$\begin{aligned}
\epsilon_+ \cdot (p - k_-) = \epsilon_+ \cdot (k_+ - p') = -\epsilon_+ \cdot p', \quad p' \cdot (p - k_-) = p' \cdot (k_+ - p') = p' \cdot k_+, \\
p \cdot (p - k_-) = -k_- \cdot p
\end{aligned}$$

3.5.2 Cálculo de la expresión para las amplitudes $A_{\epsilon_- \epsilon_+}^{L(R)u}$

En este caso se trata de las amplitudes de polarización por el canal u y su expresión es idéntica a la encontrada anteriormente. Por tanto, no se ve necesario expresarla nuevamente.

3.5.3 Cálculo de la expresión para las amplitudes $C_{\epsilon_- \epsilon_+}^{L(R)}$ por el canal s

Para calcular la expresión con la cual se puede llegar a las amplitudes de polarización por el canal s se necesita conocer la corriente $J_{\mu\alpha\beta}$. Ésta viene dada por:

$$\begin{aligned}
J_{\mu\alpha\beta} = & (ieg_{V_0 V^1 V^2}) \{ (f_3 - if_4) q_\beta g_{\mu\alpha} - (f_3 + if_4) q_\alpha g_{\mu\beta} + (k_+ - k_-)_\mu [(f_1 g_{\alpha\beta} - \frac{f_2}{M^2} q_\alpha q_\beta) + \\
& \frac{f_7}{M^2} \epsilon_{\theta\phi\alpha\beta} q^\theta (k_+ - k_-)^\phi] + if_5 \epsilon_{\mu\theta\alpha\beta} (k_+ - k_-)^\theta + f_6 \epsilon_{\mu\theta\alpha\beta} q^\theta + \frac{(f_9 + if_8)}{M^2} \epsilon_{\mu\theta\phi\alpha} q^\theta q_\beta (k_+ - k_-)^\phi + \\
& \frac{(f_9 - if_8)}{M^2} \epsilon_{\mu\theta\phi\beta} q^\theta q_\alpha (k_+ - k_-)^\phi \},
\end{aligned}$$

donde $q_\mu \equiv (p + p')_\mu = (k_+ + k_-)_\mu$. Por otra parte, f_1, \dots, f_9 son los parámetros que determinan las violaciones de C, P y T; ahora bien, la invariancia de C, P y T se presenta cuando $f_1 = 1$, $f_2 = 0$, $f_3 = 2$ y $f_4, \dots, f_9 = 0$ ¹⁵

Con esta corriente se puede realizar todas las operaciones indicadas en las ecuaciones (3.27) y (3.28) y llegar a la siguiente expresión:

¹⁴Es decir, se desprecia la masa del electrón ya tiene un valor de $0.511 MeV/c^2$, lo cual es relativamente pequeña y, por tanto, se la puede despreciar en colisiones de muy altas energías.

¹⁵ f_1, f_2, f_3 son los acoplos electromagnéticos libres y $f_4 \dots f_9$ son parámetros arbitrarios que se determinan de forma experimental o teórica.

$$\begin{aligned}
C_{\epsilon_- \epsilon_+}^{L(R)} = & -\frac{2}{iE} \{ 2E^2 [(f_3 - if_4)(q \cdot \epsilon_+)(\eta \cdot \epsilon_-) - (f_3 + if_4)(q \cdot \epsilon_-)(\eta \cdot \epsilon_+) + \\
& + \epsilon_{\mu\theta\alpha\beta} \eta^\mu \epsilon_-^\alpha \epsilon_+^\beta (if_5 K^\theta + f_6 q^\theta) + \frac{\epsilon_{\mu\theta\phi\alpha} \eta^\mu q^\theta K^\phi}{M^2} ((f_9 + if_8)(q \cdot \epsilon_+) \epsilon_-^\alpha + \\
& + (f_9 - if_8)(q \cdot \epsilon_-) \epsilon_+^\alpha)] + (\mp) i [\epsilon^{\mu\sigma\rho\omega} p_\sigma \eta_\rho p'_\omega ((f_3 - if_4)(q \cdot \epsilon_+) \epsilon_{-\mu} + \\
& - (f_3 + if_4)(q \cdot \epsilon_-) \epsilon_{+\mu} + K_\mu [f_1(\epsilon_+ \cdot \epsilon_-) - \frac{f_2}{M^2} (q \cdot \epsilon_+)(q \cdot \epsilon_-)]] + \\
& + \frac{f_7}{M^2} \epsilon_{\theta\phi\alpha\beta} q^\theta K^\phi \epsilon_-^\alpha \epsilon_+^\beta + if_5 (\eta \cdot \epsilon_-) [(p' \cdot K)(p \cdot \epsilon_+) - (p \cdot K)(p' \cdot \epsilon_+)] + \\
& - if_5 (\eta \cdot \epsilon_+) [(p \cdot K)(p' \cdot \epsilon_-) - (p' \cdot K)(p \cdot \epsilon_-)] + f_6 (\eta \cdot \epsilon_-) [(p' \cdot q)(p \cdot \epsilon_+) \\
& - (p \cdot q)(p' \cdot \epsilon_+)] - f_6 (\eta \cdot \epsilon_+) [(p \cdot q)(p' \cdot \epsilon_-) - (p' \cdot q)(p \cdot \epsilon_-)] + \\
& + \frac{1}{M^2} ((p' \cdot K)(p \cdot q) - (p \cdot K)(p' \cdot q)) [(f_9 + if_8)(q \cdot \epsilon_+) (\eta \cdot \epsilon_-) + \\
& + (f_9 - if_8)(q \cdot \epsilon_-) (\eta \cdot \epsilon_+)] \}. \tag{3.33}
\end{aligned}$$

En la anterior expresi3n (3.33) se ha definido $K^\mu \equiv (k_+ - k_-)^\mu$.

Ya encontradas las expresiones para las amplitudes por los canales t, u y s se puede, por tanto, obtener de forma expl3cita las amplitudes de polarizaci3n¹⁶ por cada uno de los tres canales.

3.6 AMPLITUDES DE POLARIZACI3N POR LOS CANALES t, u y s.

Para la obtenci3n de cada una de las amplitudes de polarizaci3n se tiene en cuenta la cinemática del problema (ver anexos A y B).

3.6.1 Amplitudes de polarizaci3n $A_{\epsilon_- \epsilon_+}^{L(R)t}$ por el canal t

Por este canal las amplitudes de polarizaci3n son:

$$\begin{aligned}
A_{11}^{L(t)} &= -2s \sin \theta (2 \cos \theta - \beta) & A_{11}^{R(t)} &= -A_{11}^{L(t)} \\
A_{12}^{L(t)} &= -2is \sin \theta & A_{12}^{R(t)} &= A_{12}^{L(t)} \\
A_{21}^{L(t)} &= 2is \sin \theta & A_{21}^{R(t)} &= A_{21}^{L(t)} \\
A_{22}^{L(t)} &= -2s\beta \sin \theta & A_{22}^{R(t)} &= -A_{22}^{L(t)} \\
A_{13}^{L(t)} &= -\frac{2}{M} s^{\frac{3}{2}} [(\beta - \cos \theta) \cos \theta + \frac{2M^2}{s}] & A_{13}^{R(t)} &= -A_{13}^{L(t)} \\
A_{31}^{L(t)} &= -\frac{2}{M} s^{\frac{3}{2}} [(\beta - \cos \theta) \cos \theta + \frac{2M^2}{s}] & A_{31}^{R(t)} &= -A_{31}^{L(t)} \\
A_{23}^{L(t)} &= \frac{2i}{M} s^{\frac{3}{2}} [(\beta - \cos \theta) + \frac{2M^2}{s} \cos \theta] & A_{23}^{R(t)} &= A_{23}^{L(t)} \\
A_{32}^{L(t)} &= -\frac{2i}{M} s^{\frac{3}{2}} [(\beta - \cos \theta) + \frac{2M^2}{s} \cos \theta] & A_{32}^{R(t)} &= A_{32}^{L(t)} \\
A_{33}^{L(t)} &= -2s \sin \theta [\frac{s}{2M^2} (\beta - \cos \theta) + \beta] & A_{33}^{R(t)} &= -A_{33}^{L(t)}
\end{aligned}$$

Donde θ es el ángulo de dispersi3n del centro de masa ¹⁷ y est3 formado por \vec{p} y

¹⁶K. J. F. Gaemers and G.J. Gounaris, TH. 2548 - CERN, 1978.

¹⁷K. J. F. Gaemers and G.J. Gounaris, TH. 2548 - CERN, 1978.

\vec{k}_- , es decir entre el electrón y el bosón V_1 (ver cinemática del problema); además M y $\beta = \frac{|\vec{k}_-|}{E} = \frac{|\vec{k}_+|}{E}$ son la masa y la velocidad de los bosones respectivamente, y $s = (p + p')^2 = (k_+ + K_-)^2 = 4E^2$ es una de las variables de Mandelstam. Por otra parte, las amplitudes de polarización $A_{ij}^{R(t)} = A_{ji}^{L(t)}$ se obtuvieron intercambiando $\theta \rightarrow \pi + \theta$ y $i \leftrightarrow j$, ésto de acuerdo a la cinemática del problema.

3.6.2 Amplitudes de polarización $A_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)u}$ por el canal u

Por este canal las amplitudes de polarización son:

$$\begin{aligned}
A_{11}^{L(u)} &= -2s \sin \theta (2 \cos \theta + \beta) & A_{11}^{R(u)} &= -A_{11}^{L(u)} \\
A_{12}^{L(u)} &= -2is \sin \theta & A_{12}^{R(u)} &= A_{12}^{L(u)} \\
A_{21}^{L(u)} &= 2is \sin \theta & A_{21}^{R(u)} &= A_{21}^{L(u)} \\
A_{22}^{L(u)} &= 2s\beta \sin \theta & A_{22}^{R(u)} &= -A_{22}^{L(u)} \\
A_{13}^{L(u)} &= \frac{2}{M} s^{\frac{3}{2}} [(\beta + \cos \theta) \cos \theta - \frac{2M^2}{s}] & A_{13}^{R(u)} &= -A_{13}^{L(u)} \\
A_{31}^{L(u)} &= \frac{2}{M} s^{\frac{3}{2}} [(\beta + \cos \theta) \cos \theta - \frac{2M^2}{s}] & A_{31}^{R(u)} &= -A_{31}^{L(u)} \\
A_{23}^{L(u)} &= -\frac{2i}{M} s^{\frac{3}{2}} [(\beta + \cos \theta) - \frac{2M^2}{s} \cos \theta] & A_{23}^{R(u)} &= A_{23}^{L(u)} \\
A_{32}^{L(u)} &= \frac{2i}{M} s^{\frac{3}{2}} [(\beta + \cos \theta) - \frac{2M^2}{s} \cos \theta] & A_{32}^{R(u)} &= A_{32}^{L(u)} \\
A_{33}^{L(u)} &= 2s \sin \theta [\frac{s}{2M^2} (\beta + \cos \theta) + \beta] & A_{33}^{R(u)} &= -A_{33}^{L(u)}
\end{aligned}$$

3.6.3 Amplitudes de polarización $C_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)}$ por el canal s

Por este canal las amplitudes de polarización son:

$$\begin{aligned}
C_{11}^L &= -2s\beta \sin \theta d_2 & C_{11}^R &= -C_{11}^L \\
C_{12}^L &= 2s \sin \theta d_5 & C_{12}^R &= -C_{12}^L \\
C_{13}^L &= \frac{s^{\frac{3}{2}}}{M} [id_4 + \beta \cos \theta d_3] & C_{13}^R &= \frac{s^{\frac{3}{2}}}{M} [id_4 - \beta \cos \theta d_3] \\
C_{21}^L &= 2s \sin \theta d_5 & C_{21}^R &= -C_{21}^L \\
C_{22}^L &= 2s\beta \sin \theta d_2 & C_{22}^R &= -C_{22}^L \\
C_{23}^L &= \frac{s^{\frac{3}{2}}}{M} [i\beta d_3 - \cos \theta d_4] & C_{23}^R &= \frac{s^{\frac{3}{2}}}{M} [i\beta d_3 + \cos \theta d_4] \\
C_{31}^L &= C_{13}^L & C_{31}^R &= C_{13}^R \\
C_{32}^L &= C_{23}^L & C_{32}^R &= C_{23}^R \\
C_{33}^L &= 2s\beta \sin \theta d_1 & C_{33}^R &= -C_{33}^L
\end{aligned}$$

Donde:

$$\begin{aligned}
d_1 &= 1 + \frac{s}{2M^2} \kappa, & d_2 &= 1 + \frac{s}{2M^2} \lambda, & d_3 &= 1 + \kappa + \lambda + if_4, \\
d_4 &= f_6 \beta^2 [if_5 - \frac{s}{M^2} (f_9 - if_8)], & d_5 &= \frac{4\beta^2 s}{M^2} f_7 + f_6,
\end{aligned}$$

donde los parámetros k y λ representan valores de los momentos del dipolo magnético y del cuadrupolo eléctrico respectivamente. Por otra parte, se tiene que¹⁸:

- Invarianza C $\Rightarrow f_4 = f_5 = f_8 = 0$.
- Invarianza P $\Rightarrow f_5 = f_6 = f_7 = f_8 = f_9 = 0$.
- Invarianza T $\Rightarrow f_4 = f_6 = f_7 = f_9 = 0$.

Luego las teorías gauge demandan que:

$$\begin{aligned} f_i &= 0, & (i = 4, \dots, 9), \\ k_\gamma &= k_Z = 1, \\ \lambda_\gamma &= \lambda_Z = 0, \end{aligned}$$

independientemente del grupo gauge considerado. Luego, de acuerdo a lo anterior se tiene que:

$$d_1 = 1 + \frac{s}{2M^2}, \quad d_2 = 1, \quad d_3 = 2, \quad d_4 = 0, \quad d_5 = 0.$$

¹⁸K. J. F. Gaemers and G.J. Gounaris, TH. 2548 - CERN, 1978.

4. EL MODELO ESTÁNDAR

El Modelo Estándar (ME) es una teoría cuántica de campo¹⁹ y se basa en la simetría del grupo gauge local (grupo de norma) $G_{ME} = SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ ²⁰. Este modelo se utiliza para estudiar las partículas elementales y sus interacciones (electrodébiles y fuertes), el ME no describe la interacción gravitacional. El ME presenta 19 parámetros libres o 26, si se considera masivos a los neutrinos²¹, estos parámetros no pueden ser ajustados al modelo pero son necesarios en la teoría. Este modelo es el que mayor éxito ha tenido hasta estos días ya que no sólo se ajusta muy bien a los datos experimentales; sino que hace predicciones, como la existencia de bosones mediadores de las interacciones débiles y la relación entre sus masas, que ya han sido corroboradas.

El grupo gauge, G_{ME} , incluye el grupo de simetría de las interacciones fuertes $SU(3)_C$, y al grupo de simetría de las interacciones electrodébiles $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. El grupo de simetría de las interacciones electromagnéticas, $U(1)_{em}$, aparece en el modelo como un subgrupo de $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ por lo que se dice que las interacciones débiles y electromagnéticas están unificadas.

4.1 LA MATERIA EN EL MODELO $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$

Las partículas elementales son los constituyentes básicos de la materia, es decir, sin subestructura conocida por debajo de los límites experimentales de $10^{-18} - 10^{-19}$ m. En el ME se identifican tres sectores: a) el sector fermiónico, b) el sector bosónico de norma, c) el sector escalar o de Higgs.

4.1.1 El sector fermiónico

Las partículas de materia del ME son fermiones de espín $s = \frac{1}{2}$ los cuales se clasifican en quarks y leptones. Los leptones y sus características principales dentro de la teoría se presentan en la tabla 1. Cada uno de los leptones cargados poseen su correspondiente antipartícula con igual masa pero con carga opuesta; por tanto, se tienen seis leptones cargados. Los neutrinos por su parte tienen carga eléctrica nula y surge así dos posibilidades para ellos: en primer lugar podrían ser sus propias antipartículas (lo cual los constituye en fermiones de Majorana), o por el contrario, cada neutrino puede tener una antipartícula distinta a ella misma (lo que los constituye en fermiones de Dirac).

¹⁹S.R. Juárez Wysozka, REVISTA MEXICANA DE FÍSICA, E 56 (2), 197-206, 2010.

²⁰R. Martínez, F. Ochoa y A. Raba REVISTA DE FÍSICA, NO.37, 2008.

²¹En el ME los neutrinos se suponen que tienen masa nula.

Leptones	Masa [MeV/c^2]	Carga	Vida media[s]
e^- (electrón)	0.511	-1	∞
ν_e (Neutrino electrónico)	0	0	∞
μ^- (Muón)	105.658	-1	$2,197 \times 10^{-6}$
ν_μ (Neutrino muónico)	0	0	∞
τ^- (Tau)	1777	-1	$291,0 \pm 1,5$
ν_τ (Neutrino tauónico)	0	0	∞

tabla 1: Leptones en el Modelo Estándar

Por otra parte, se tienen seis tipos de quarks, lo que significa que existen seis “sabores” de quarks con sus correspondientes antipartículas. Además, no ha sido posible encontrar quarks, de forma experimental, en estados aproximadamente “libres”. Estas partículas se encuentran en estados ligados conocidos como hadrones, que a su vez se clasifican en mesones (estados ligados de quarks- antiquarks, $\bar{q}q'$) y bariones (estados ligados de tres quarks, $qq'q''$). La masa y su carga están descritas en la tabla 2.

Quarks	Masa [MeV/c^2]	Carga
u (up)*	2-8	2/3
d (down)*	5-13	-1/3
c (charm)	1000-1600	2/3
s (strange)*	100-300	-1/3
t (top)	168000-192000	2/3
b (bottom)	4100-4500	-1/3

tabla 2: Quarks en el Modelo Estándar

* Los estados que involucran a los quarks “livianos” u, d y s muestran una simetría aproximada bajo el grupo $SU(3)_f$, donde f designa el sabor.

4.1.1.1 Organización de las partículas

Los quarks y leptones en el ME están organizados en tres generaciones o familias fermiónicas y cada una de ellas contiene dos sabores de quarks y dos de leptones. Estas familias poseen propiedades idénticas, a excepción de su masa. Actualmente, existe evidencia experimental que confirma la masa de los neutrinos, que aunque pequeña, no es cero. Esta evidencia experimental requiere que el ME deba extenderse para incluir los neutrinos derechos, ya que en el ME a los neutrinos se los considera sin masa.

1ª Familia	$L_{L_e} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, e_R^-$	$Q_{L_u} = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, u_R, d_R$
2ª Familia	$L_{L_\mu} = \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L, \mu_R^-$	$Q_{L_c} = \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, c_R, s_R$
3ª Familia	$L_{L_\tau} = \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L, \tau_R^-$	$Q_{L_t} = \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L, t_R, b_R$
números cuánticos	$(1,2,-1), (1,1,-2)$	$(3,2,\frac{1}{3}), (3,1,\frac{4}{3}), (3,1,-\frac{2}{3})$

tabla 3: Familias Fermiónicas: *Sector Leptónico y de Quarks*

En la tabla 3 Q_L y L_L son dobletes de quarks y leptones que transforman bajo $SU(2)_L$. Los valores entre paréntesis son los números cuánticos, que son los mismos para las tres familias, e indican como transforman los campos bajo la simetría gauge $SU(3)_C$, $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$, es decir: el grupo de interacción fuerte o de color, el grupo de isospín débil y el grupo de la hipercarga débil respectivamente. Además los campos derechos(R) o izquierdos(L) están dados en términos del operador de quiralidad γ^5 mediante $\Psi_{R(L)} = P_{R(L)}\Psi$, donde Ψ representa cualquiera de los campos leptónicos o de quarks y donde se han definido los proyectores de quiralidad derecha e izquierda como $P_R = \frac{1}{2}(I + \gamma^5)$ y $P_L = \frac{1}{2}(I - \gamma^5)$ respectivamente.

Para que se den acoplamientos de fermiones izquierdos con bosones de norma de $SU(2)_L$, los campos (fermiones) izquierdos transforman como dobletes de $SU(2)_L$ o grupo de “isospín”; en tanto que los campos derechos (estados fermiónicos de helicidad derecha) transforman como singletes bajo $SU(2)_L$, pero ambos dobletes y singletes transforman de manera no trivial bajo el grupo de hipercarga $U(1)_Y$.

Las partículas organizadas de esta forma son autoestados del operador T_3 de isospín y del operador Y , denominado hipercarga, los cuales son generadores diagonales de los grupos $SU(2)_L$, $U(1)_Y$ respectivamente. Estos operadores determinan los dos números cuánticos Y (hipercarga) y T_3 (carga débil), relacionados con la carga eléctrica, Q , mediante la relación de Gell-Mann-Nishijima:

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2}, \quad (4.1)$$

donde Q es el generador del grupo electromagnético $U(1)_{em}$ y $T_3 = \frac{\tau_3}{2}$, donde τ_3 es la tercera matriz de Pauli.

4.1.2 Sector Bosónico de Norma

En este sector están las partículas denominadas mediadoras o de interacción. En general son bosones de norma descritos así: Ocho gluones G^a , $a = 1, \dots, 8$, mediadores de la interacción fuerte $SU(3)_C$, los bosones débiles W^\pm , Z^0 y el fotón γ , mediadores de la interacción electrodébil $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ ²², y el bosón de Higgs Φ , que se describirá con más detalle en la siguiente subsección. Las principales características de los bosones

²²En el ME la interacción electromagnética y la débil están unificadas.

de norma del ME están descritas en el tabla 4.

Interacción	Bosón	Masa [GeV/c^2]	Carga	Espín
Débil	W^\pm, Z^0	80.41, 91.188 **	$\pm 1, 0$	1
Electromagnética	γ (fotón)	0	0	1
Fuerte	$G^a, a = 1, \dots, 8$ (gluones)	0	0	1

tabla 4: Partículas Mediadoras: *Bosones de Norma*

** Los valores de las masas de los bosones W^\pm, Z^0 fueron confirmadas experimentalmente en el Large Electron-Positron collider (LEP) en el CERN.

A pesar de que los gluones son eléctricamente neutros, éstos poseen carga de color y presentan ocho números cuánticos diferentes. Como una consecuencia de esto, los gluones no sólo interactúan con los quarks, sino también entre ellos mismos. Lo mismo ocurre con los bosones W^\pm y Z^0 que también interactúan entre sí.

4.1.3 Sector Escalar o de Higgs

En este sector se hace la predicción de la existencia de una partícula que se conoce como bosón de Higgs Φ . En el ME se incluye un sector escalar que tiene como fin dotar de masa a las partículas. Esto se logra con el mecanismo de Higgs, con el que se obtienen las masas de los fermiones y los bosones de norma, que concuerdan con los resultados obtenidos experimentalmente. Sin embargo, el sector de Higgs del ME aún no ha sido confirmado experimentalmente, aunque muy recientemente, se ha observado en el Gran Colisionador de Hadrones (LHC) una partícula en el rango de masas alrededor de 125GeV. Este rango de masas da claros indicios de un bosón, el cual podría tratarse del bosón de Higgs²³. Por otra parte, aunque en el ME no se incluye la interacción gravitacional, se presume de la existencia de su mediador, llamado gravitón, el cual tampoco ha sido detectado.

Ahora bien, para darle masa a los fermiones se incluye un doblete de Higgs, sin incluir los neutrinos, ya que en el ME éstos se consideran partículas de masa cero. Sin embargo, en experimentos de oscilaciones de neutrinos se ha encontrado que la masa de los neutrinos es diferente de cero ²⁴, por lo que se hace necesario extender el ME para incluir neutrinos masivos.

Sabemos que los términos de masa tienen la siguiente forma:

$$m\bar{\Psi}\Psi = m(\bar{\Psi}_L\Psi_R + \bar{\Psi}_R\Psi_L). \quad (4.2)$$

Donde los campos izquierdos y derechos están definidos como $\Psi_{L(R)} = \frac{1}{2}(I \mp \gamma^5)\Psi$. Ahora bien, si los términos de masa tratan de ser introducidos de forma directa, esto

²³Esta información se la puede ver en arXiv:1207.7235v1 [hep-ex] 31 Jul 2012.

²⁴Luis G. Cabral - Rosetti, REVISTA MEXICANA DE FÍSICA, 48 (4), 2002, pag. 366-383.

destruye la invariancia de norma $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Por tanto, para evitar este problema, la solución más conocida consiste en introducir en el ME un sector de Higgs el cual induce un rompimiento espontáneo de simetría a través del mecanismo de Higgs.

En el ME sólo hay un campo de Higgs el cual es un doblete escalar complejo bajo la simetría $SU(2)_L$. El cual está dado por:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^\dagger \\ \phi^o \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

Este sector es un singlete bajo el grupo $SU(3)_C$, posee hipercarga asociada $Y_\Phi = 1$ e isospín débil $T = \frac{1}{2}$.

4.2 SIMETRÍA

Existen muchas clases de simetría que se pueden clasificar en dos grandes grupos: a) simetrías discretas y b) simetrías continuas.

Las simetrías continuas se clasifican en: simetrías internas y simetrías espacio-temporales. Nos enfocaremos en las transformaciones de simetrías internas, las cuales actúan simultáneamente sobre los números cuánticos y las coordenadas espacio-temporales en su estado final, conservando la misma masa. Existen dos clases de simetrías internas:

- Simetría Global: en este caso los parámetros de la transformación no dependen de las coordenadas espacio-temporales.
- Simetría Local: en este caso los parámetros de la transformación dependen de las coordenadas espacio-temporales.

4.2.1 Teorema de Noether

La invariancia bajo traslaciones (espaciales y temporales), rotaciones y en general transformaciones de Lorentz, conducen a la conservación de la energía, el momentum y momentum angular. por tanto, toda simetría continua conlleva a una ley de conservación física. En teoría de campos la cantidad invariante es la densidad Lagrangiana. Desde el punto de vista físico, la existencia de una simetría implica que cierta cantidad permanezca sin cambio.

4.3 ROMPIMIENTO ESPONTÁNEO DE SIMETRÍA

Se puede definir el rompimiento espontáneo de simetría de la siguiente manera:

“Un sistema físico tiene una simetría espontáneamente rota si las interacciones que gobiernan la dinámica del sistema poseen tal simetría y el estado base (vacío) del mismo no”.

El rompimiento espontáneo de simetría tiene repercusiones sobre la dinámica del sistema. Una de estas implicaciones la describe en el teorema de Goldstone:

“Si una teoría de campos tiene una simetría global del Lagrangiano que a su vez no

es simetría del vacío entonces debe existir un bosón escalar o pseudoescalar sin masa, asociado a cada generador que no aniquile el vacío, y que tiene sus mismos números cuánticos. Estos modos se denotan como bosones de Nambu-Goldstone o simplemente bosones Goldstone”.

4.4 PRINCIPIO GAUGE

Se puede interpretar el principio gauge considerando un sistema físico de partículas Ψ cuya dinámica esté descrita mediante la densidad Lagrangiana \mathcal{L} , la cual es invariante bajo cierta simetría global U . Ahora bien, al hacer que esta simetría se torne local $U(x)$, se estará transformando las partículas y generando a su vez una teoría de interacciones. De este modo, para el ME se tendrá que es posible generar los términos de las interacciones electrodébiles y fuertes²⁵ al hacer una transformación gauge local sobre cada uno de los términos de la densidad Lagrangiana libre para todas las partículas.

4.4.1 Teoría invariante bajo transformaciones locales

Para que una teoría sea invariante bajo transformaciones locales se sigue el siguiente procedimiento: mediante una derivada covariante se introducen nuevos campos bosónicos, llamados campos de gauge, los cuales interactúan con el campo Ψ de modo que la densidad Lagrangiana sea invariante de gauge. El número de campos gauge y las características individuales de las interacciones de gauge dependen del grupo de simetría, siendo el número de bosones de gauge igual al número de generadores del grupo de simetría.

4.5 DERIVADA COVARIANTE

De acuerdo a lo anterior, cuando en una transformación de fase $\Psi(x) = e^{i\delta}\Psi(x)$ el parámetro δ depende de x , es decir de las coordenadas espacio-temporales, el Lagrangiano ya no es invariante bajo dicha transformación. Para solucionar este problema se introduce la derivada covariante que es una extensión de la derivada parcial ordinaria. Las derivadas covariantes están dadas por:

$$D_\mu = \partial_\mu + i\frac{g'}{2}B_\mu Y, \quad \text{para } U(1)_Y, \quad (4.4)$$

donde el bosón de norma $B_\mu(X)$ corresponde al campo fotónico (γ) del grupo $U(1)_Y$ de la hipercarga, g' es la constante de acoplamiento electromagnética; esta constante es una generalización de la unidad de carga fundamental e .

$$D_\mu = \partial_\mu + igW_\mu^a T^a + i\frac{g'}{2}B_\mu Y, \quad \text{para } SU(2)_L \otimes U(1)_Y \quad (4.5)$$

donde $W_\mu^a(X)$ son los tres campos de norma (campos bosónicos) de $SU(2)_L$, g es la

²⁵Con todas las propiedades de simetría correctas.

constante de acople débil y donde $T^a = \frac{\tau_a}{2}$ con $a = 1, 2, 3$ son los generadores del grupo $SU(2)_L$ y se representa con las tres matrices de Pauli, τ_a , para dobletes. Por otro lado,

$$D_\mu = \partial_\mu + ig_s G_\mu^b L^b, \quad \text{para } SU(3)_C, \quad (4.6)$$

donde $G_\mu^b(X)$ son los ocho campos de norma de $SU(3)_C$, g_s es la constante de acoplamiento fuerte y $L^b = \frac{\lambda^b}{2}$ con $b = 1, \dots, 8$ son los generadores del grupo $SU(3)_C$ de las interacciones fuertes y se representa con las ocho matrices de Gell-Mann, λ^b , para el caso de tripletes. Finalmente,

$$D_\mu = \partial_\mu + ig_s G_\mu^b L^b + ig W_\mu^a T^a + i \frac{g'}{2} B_\mu Y, \quad \text{para } SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \quad (4.7)$$

4.6 LAGRANGIANO DEL MODELO $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$

En teoría de campos se habla de densidades Lagrangianas, \mathcal{L} ²⁶. El Lagrangiano del Modelo Estándar se obtiene a partir de la invariancia de norma bajo el grupo G_{ME} . Este Lagrangiano contiene los siguientes términos:

$$\mathcal{L}_{ME} = \mathcal{L}_{kf} + \mathcal{L}_{kn} + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_Y, \quad (4.8)$$

donde \mathcal{L}_{kf} es la energía cinética de los fermiones, \mathcal{L}_{kn} es la energía cinética de los campos de norma (también llamado Lagrangiano gauge), \mathcal{L}_H es el potencial del campo de Higgs (también llamado Lagrangiano escalar) y \mathcal{L}_Y es el término de los acoplamientos de Yukawa.

4.6.1 Energía cinética de los fermiones (Lagrangiano fermiónico)

Comencemos con el siguiente sistema físico: un campo de Dirac Ψ libre, sin masa y con espín $\frac{1}{2}$ (partículas fermiónicas). Como sabemos la ecuación empleada para la descripción de fermiones, es la ecuación de Dirac. La Lagrangiana de Dirac para una partícula libre es:

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \Psi.$$

Esta Lagrangiana es invariante bajo una transformación global $U(1)$ pero no es invariante bajo una transformación local. La manera más fácil de construir una Lagrangiana invariante (invariancia de norma) es simplemente remplazando la derivada usual, ∂_μ , por la derivada covariante D_μ en la Lagrangiana de partícula libre, así:

$$\mathcal{L}_{kf} = \bar{\Psi} i \gamma^\mu D_\mu \Psi. \quad (4.9)$$

²⁶En lo sucesivo cuando se hable del Lagrangiano se entenderá por densidad Lagrangiana.

Esta Lagrangiana invariante de norma no describe a una partícula libre, ya que ahora está sujeta a las fuerzas electromagnéticas, fuerzas nucleares fuertes y débiles.

4.6.2 Energía cinética de los campos de norma (Lagrangiano gauge)

En este caso, la Lagrangiana de los campos de norma tiene la siguiente forma:

$$\mathcal{L}_{kn} = \mathcal{L}_{YM} - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu},$$

donde \mathcal{L}_{YM} es el Lagrangiano de Yang-Mills, para la teoría electrodébil, y se define como:

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}.$$

Por tanto, la Lagrangiana de los campos de norma o Lagrangiano gauge será:

$$\mathcal{L}_{kn} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}, \quad (4.10)$$

con los respectivos tensores antisimétricos construidos a partir de los campos de norma:

$$\begin{aligned} B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \\ F_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g\epsilon^{ajk}W_\mu^j W_\nu^k, \\ G_{\mu\nu}^b &= \partial_\mu G_\nu^b - \partial_\nu G_\mu^b + g_s f^{bjk}G_\mu^j G_\nu^k. \end{aligned}$$

En estas expresiones, $B_{\mu\nu}$ son los tensores de norma antisimétricos construidos a partir de los campos de norma $B_\mu(X)$ asociados con $U(1)_Y$; $F_{\mu\nu}^a$ son los tensores de norma antisimétricos construidos a partir de los campos de norma $W_\mu^a(X)$ y corresponden a los generadores de $SU(2)_L$, en este tensor se encuentra la constante de estructura ϵ^{ajk} del grupo $SU(2)_L$ el cual coincide con el tensor ϵ^{ijk} completamente antisimétrico de Levi-Civita. $G_{\mu\nu}^b$ son los tensores de norma antisimétricos construidos a partir de los ocho campos G_μ^b de los gluones correspondientes a los ocho generadores de $SU(3)_C$, y finalmente f^{bjk} son las constantes de estructura del grupo $SU(3)_C$.

Con el fin de que las partículas adquieran masa, en el ME se incluye el Lagrangiano de Higgs; éste rompe espontáneamente la simetría y permite la aparición de términos de masa mediante el mecanismo de Higgs.

4.6.3 Lagrangiana de Higgs (Lagrangiano escalar)

Aquí se aborda el Lagrangiano escalar del ME. Sus consecuencias, como el rompimiento espontáneo de simetría y el mecanismo de Higgs, son una parte esencial de la descripción de las partículas elementales. Ahora bien, para describir las partículas libres de espín entero empleamos la ecuación de Klein-Gordon, cuya Lagrangiana es la siguiente:

$$\mathcal{L}_{KG} = (\partial^\mu \Phi)^\dagger (\partial_\mu \Phi).$$

Con el fin de lograr la invariancia de norma $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ se introduce la derivada covariante $D_\mu = \partial_\mu + igT^a W_\mu^a + i\frac{g'}{2}Y B_\mu$ y obtenemos la Lagrangiana de Higgs con interacciones; esta derivada contiene los términos de acoplamiento de los bosones de norma W_μ y B_μ con el campo de Higgs. Luego

$$\mathcal{L}_H = (D^\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger \Phi), \quad (4.11)$$

donde el potencial $V(\Phi^\dagger \Phi)$ contiene los auto-acoplamientos del Higgs y es invariante bajo $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Este potencial contiene los siguientes términos:

$$V(\Phi^\dagger \Phi) = \mu^2(\Phi^\dagger \Phi) + \lambda(\Phi^\dagger \Phi)^2 = \mu^2 \phi^2 + \lambda \phi^4,$$

donde el parámetro μ^2 tiene unidades de masa, λ es un real positivo adimensional, y Φ es un campo escalar complejo representado mediante un doblete de $SU(2)_L$ con hipercarga $Y = 1$:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^\dagger \\ \phi^o \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}, \quad (4.12)$$

donde ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 y ϕ_4 son campos reales. Estos resultados aseguran que la Lagrangiana de Higgs sea invariante bajo la simetría gauge $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$.

4.6.3.1 Rompimiento espontáneo de simetría con el campo de Higgs

El rompimiento espontáneo de simetría se induce si el mínimo del potencial se obtiene para valores de Φ entre estados del vacío no nulos, es decir:

$$\left| \frac{\partial V(\Phi^\dagger \Phi)}{\partial \phi} \right|_{\langle \Phi \rangle_0} = 2\mu^2 \phi + 4\lambda \phi^3 = \phi(\mu^2 + 2\lambda \phi^2) = 0. \quad (4.13)$$

Con ésto se puede obtener la ecuación para este mínimo:

$$\mu^2 + 2\lambda \phi^2 = 0 \Rightarrow \phi^2 = -\frac{\mu^2}{2\lambda}, \quad (4.14)$$

pero, de acuerdo al campo descrito en (4.12), se tiene que ϕ^2 es:

$$\Phi^\dagger \Phi \equiv \phi^2 = \frac{1}{2}(\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2).$$

Ahora bien, al escoger un único valor esperado del vacío en ϕ_3 , es decir $\phi_3 = v$ y $\phi_1 = \phi_2 = \phi_4 = 0$, se tiene que $\phi^2 = \frac{v^2}{2}$ y reemplazando este resultado en (4.14), se obtiene:

$$\frac{v^2}{2} = -\frac{\mu^2}{2\lambda} \quad (4.15)$$

de donde

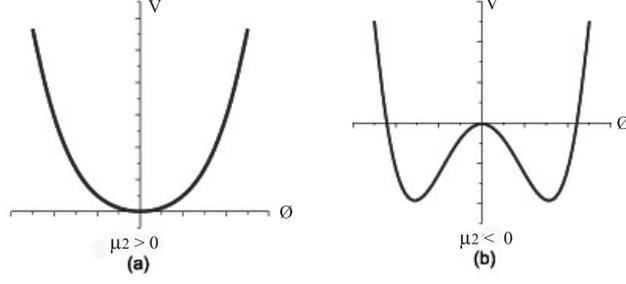


Figura 4: Potencial Escalar para (a) $\mu^2 > 0$ y (b) $\mu^2 < 0$

$$v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}. \quad (4.16)$$

A partir de este resultado se presentan dos casos para μ^2 :

- Caso 1. $\mu^2 > 0$. Se tiene un único estado de vacío²⁷, de acuerdo a la condición ϕ real. El diagrama del potencial, para esta caso, se lo puede ver en la figura 4(a).
- Caso 2. $\mu^2 < 0$. No se tiene un estado de vacío único, se tienen dos soluciones reales $v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}$ con $v = 246\text{GeV}$, como se puede ver en la gráfica del potencial, figura 4(b). Lo cual significa que se ha roto la simetría espontáneamente.

En el ME hay doce bosones de norma relacionados a la simetría de norma (simetría de gauge) $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ y sólo un escalar de Higgs con el que se implementa al siguiente rompimiento espontáneo de simetría:

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{\langle \Phi \rangle_o} SU(3)_C \otimes U(1)_Q, \quad (4.17)$$

cuando el potencial escalar toma su valor mínimo $\langle \Phi \rangle_o \neq 0$. Es decir:

$$\langle \Phi \rangle_o = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad (4.18)$$

donde v será el estado base el cual corresponde al mínimo del potencial $V(\Phi^\dagger \Phi)$ y por consiguiente de la energía. Si se redefine el campo escalar mínimo, $\phi_{\text{mínimo}} = v$, y se lo hace fluctuar a través de este mínimo, se tiene que

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}, \quad (4.19)$$

²⁷De la ecuación (4.13) queda la solución $\phi = 0$.

donde $H(x)$ ²⁸ es el nuevo escalar neutro. El anterior doblete (4.19) rompe la simetría gauge (4.17), el rompimiento se debe a la constante v que no sufre ninguna transformación gauge, ya que se relaciona con el valor esperado en el vacío.

4.6.3.2 Masas bosónicas mediante el Mecanismo de Higgs

El mecanismo de Higgs es el proceso que da masa a las partículas elementales. Las partículas ganan masa interactuando con el campo de Higgs H . Además, se verá que mediante el mecanismo de Higgs los bosones de norma (bosones de gauge) asociados con los generadores T^1 , T^2 y $T^3 - \frac{Y}{2}$ adquieren masa²⁹, con excepción del fotón producto de la simetría gauge remanente $U(1)_Q$.

Expresemos a ϕ^o en (4.12) en términos de $\langle \Phi \rangle_o$:

$$\phi_3 + i\phi_4 = \frac{v + H}{\sqrt{2}} + i\phi_4,$$

donde el campo escalar H se conoce como el bosón de Higgs. Si se consideran únicamente los términos asociados a ϕ_3 , el Lagrangiano de Higgs (4.11) toma la siguiente forma:

$$\mathcal{L}_H = \left| \left(\partial_\mu + igT^a W_\mu^a + i\frac{g'}{2} B_\mu \right) \frac{v + H}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2 - \mu^2 \frac{(v + H)^2}{2} - \lambda \frac{(v + H)^4}{4} \quad (4.20)$$

De esta Lagrangiana se obtienen los términos cuadráticos para los campos vectoriales:

$$g^2 \frac{(v + H)^2}{4} W_\mu^+ W^{-\mu} + g^2 \frac{(v + H)^2}{8 \cos^2 \theta_w} Z_\mu Z^\mu.$$

En estos términos cuadráticos con v^2 se implementa el mecanismo de Higgs³⁰. Con $\cos^2 \theta_w = \frac{g^2}{g'^2 + g^2}$, además g' y g están relacionadas de la siguiente manera:

$$\tan \theta_w = \frac{g'}{g}. \quad (4.21)$$

Por tanto, los términos con v^2 constituyen términos de masa (de acuerdo al Mecanismo de Higgs) para los bosones vectoriales W^\pm y Z :

$$M_{W^\pm} = \frac{gv}{2}, \quad M_Z = \frac{gv}{2 \cos \theta_w} = \frac{M_{W^\pm}}{\cos \theta_w}. \quad (4.22)$$

De este modo, los bosones W^\pm y Z fueron dotados de masa con el mecanismo de Higgs, partiendo de un Lagrangiano invariante de gauge, a través del rompimiento espontáneo de simetría. De igual forma, en el ME la masa del bosón de Higgs m_H está dada por

²⁸ $H(x)$ representa las fluctuaciones.

²⁹Solamente los términos cuadráticos son los que tienen relación con la masa de los bosones.

³⁰Las partículas ganan masa interactuando con el campo de Higgs.

$m_H = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu^2}$ ³¹, donde λ es el parámetro de acoplamiento directo con el Higgs, y v es el valor esperado del vacío.

Recientemente (4 de Julio de 2012) se anuncio que los experimentos ATLAS y CMS del Gran Colisionador de Hadrones (LHC) presentaron sus últimos resultados preliminares en la búsqueda de la partícula de Higgs. En los dos experimentos se puede observar una partícula en el rango de masas alrededor de 125GeV . Este rango de masas da claros indicios de un bosón (“el bosón más pesado jamás encontrado” hasta ahora), el bosón de Higgs³².

4.6.4 Acoplamiento de Yukawa (Masas Fermiónicas)

Por último, para dotar de masa a los fermiones se debe incluir el Lagrangiano de Yukawa, invariante frente al grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, el cual acopla los sectores escalar (campo de Higgs) y fermiónico (los campos de quarks y leptones).

Los acoplos de Yukawa más generales en $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ están dados por:

$$\mathcal{L}_Y = Y_e \bar{l}_L \Phi e_R + Y_u \bar{q}_L \tilde{\Phi} u_R + Y_d \bar{q}_L \Phi d_R + h.c. \quad (4.23)$$

donde $\tilde{\Phi} = i\tau_2 \Phi^*$ es el isodoublete con hipercarga $Y(\tilde{\Phi}) = -1$.

Por otra parte, se sabe que la contribución es nula para los campos cargados de Higgs; los que contribuyen son los campos neutros, entonces expresando el Lagrangiano de Yukawa en estos campos se tiene:

$$\mathcal{L}_Y = \frac{v}{\sqrt{2}} [Y_e \bar{e}_L e_R + Y_u \bar{u}_L u_R + Y_d \bar{d}_L d_R + h.c.], \quad (4.24)$$

de donde

$$M_e = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_e, \quad M_u = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_u, \quad M_d = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_d, \quad (4.25)$$

son las masas para el electrón e , quark u y quark d respectivamente. Los coeficientes Y_e , Y_u , y Y_d son reales ya que la fase puede ser absorbida en los singletes derechos.

4.7 CORRIENTES EN EL MODELO $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$

Para la obtención de las corrientes en el Modelo Estándar se tiene en cuenta la energía cinética de los fermiones, ya que ahí es donde se presentan las interacciones de los campos de norma del grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ con las corrientes de los fermiones. El Lagrangiano (sólo la parte leptónica) es el siguiente:

$$\mathcal{L}_{kf} = i\bar{\nu}_{eL} \not{\partial} \nu_{eL} + i\bar{e}_L \not{\partial} e_L + i\bar{e}_R \not{\partial} e_R + \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu e_L + W_\mu^- \bar{e}_L \gamma^\mu \nu_{eL}) +$$

³¹Una estimación teórica de la masa del bosón de Higgs se puede ver en Renata Jora, arXiv:1208.3753v1 [hep-ph] 18 Aug 2012.

³²Los resultados experimentales se pueden ver en arXiv:1207.7235v1 [hep-ex] 31 Jul 2012.

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \left\{ \frac{gZ_\mu}{\cos\theta_w} [\bar{\nu}_{eL}\gamma^\mu\nu_{eL} + (-1 + 2\sin^2\theta_w)\bar{e}_L\gamma^\mu e_L] + 2Z_\mu g' \sin\theta_w \bar{e}_R\gamma^\mu e_R + \right. \\
& \quad \left. - 2A_\mu g' \cos\theta_w \bar{e}_L\gamma^\mu e_L - 2A_\mu g' \cos\theta_w \bar{e}_R\gamma^\mu e_R \right\}.
\end{aligned}$$

Reorganizando términos y teniendo en cuenta que $g \sin\theta_w = g' \cos\theta_w$, se tiene:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{kf} &= i\bar{\nu}_{eL}\not{\partial}\nu_{eL} + i\bar{e}_L\not{\partial}e_L + i\bar{e}_R\not{\partial}e_R + \frac{g}{\sqrt{2}}(W_\mu^+\bar{\nu}_{eL}\gamma^\mu e_L + W_\mu^-\bar{e}_L\gamma^\mu\nu_{eL}) + \\
& + \frac{gZ_\mu}{2\cos\theta_w}[\bar{\nu}_{eL}\gamma^\mu\nu_{eL} + (-1 + 2\sin^2\theta_w)\bar{e}_L\gamma^\mu e_L + 2\sin^2\theta_w\bar{e}_R\gamma^\mu e_R] + \\
& - A_\mu g' \cos\theta_w(\bar{e}_L\gamma^\mu e_L + \bar{e}_R\gamma^\mu e_R).
\end{aligned} \tag{4.26}$$

Con este resultado se pueden obtener cada uno de los Lagrangianos de las corrientes cargadas, electromagnéticas y neutras junto con sus respectivos acoples.

4.7.1 Corrientes Cargadas-Acoples.

El Lagrangiano de corrientes cargadas es:

$$\mathcal{L}_{kf}^{CC} = \frac{g}{\sqrt{2}}(W_\mu^+\bar{\nu}_{eL}\gamma^\mu e_L + W_\mu^-\bar{e}_L\gamma^\mu\nu_{eL}), \tag{4.27}$$

Recordando $\Psi_{L(R)} \equiv P_{L(R)}\Psi$ y $\bar{\Psi}_{L(R)} \equiv \bar{\Psi}P_{R(L)}$, se tiene:

$$\mathcal{L}_{kf}^{CC} = \frac{g}{\sqrt{2}}(W_\mu^+\bar{\nu}_e P_R\gamma^\mu P_L e + W_\mu^-\bar{e} P_R\gamma^\mu P_L \nu_e).$$

Ahora, sabiendo que $e = g \sin\theta_w = g' \cos\theta_w$ ³³, se obtiene el siguiente Lagrangiano:

$$\mathcal{L}_{kf}^{CC} = \frac{e}{2\sqrt{2}s_w}(W_\mu^+\bar{\nu}_e\gamma^\mu(1 - \gamma^5)e + W_\mu^-\bar{e}\gamma^\mu(1 - \gamma^5)\nu_e), \tag{4.28}$$

donde se ha definido $\sin\theta_w = s_w$ y se utilizaron las identidades:

$$\gamma^\mu P_{L(R)} = P_{R(L)}, \quad [P_{L(R)}]^2 = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma^5).$$

Los acoples, en unidades de e , vienen dados por:

$$g_{V_1} = g_{V_2} = \frac{1}{2\sqrt{2}s_w} \tag{4.29}$$

4.7.2 Corriente electromagnética-Acoples.

El Lagrangiano de la corriente electromagnética es:

$$\mathcal{L}_{kf}^{EM} = -A_\mu g' \cos\theta_w(\bar{e}_L\gamma^\mu e_L + \bar{e}_R\gamma^\mu e_R), \tag{4.30}$$

³³Con θ_w el ángulo de mezcla electrodébil.

pero $g' \cos \theta_w = e$, entonces:

$$\mathcal{L}_{kf}^{EM} = -eA_\mu(\bar{e}_L\gamma^\mu e_L + \bar{e}_R\gamma^\mu e_R) = -eA_\mu\bar{e}\gamma^\mu e, \quad (4.31)$$

de donde se obtiene el siguiente acople (en unidades de e):

$$g_{\gamma e_{L(R)}} = -1. \quad (4.32)$$

4.7.3 Corriente Neutra-Acoples.

El Lagrangiano de la corriente Neutra es:

$$\mathcal{L}_{kf}^{CN} = \frac{gZ_\mu}{2\cos\theta_w}[\bar{\nu}_{eL}\gamma^\mu\nu_{eL} + (-1 + 2\sin^2\theta_w)\bar{e}_L\gamma^\mu e_L + 2\sin^2\theta_w\bar{e}_R\gamma^\mu e_R]. \quad (4.33)$$

Realizando un proceso igual que en las corrientes cargadas se llega al siguiente Lagrangiano:

$$\mathcal{L}_{kf}^{CN} = \frac{e}{2c_w s_w} Z^\mu [\frac{1}{2}\bar{\nu}_e(1+\gamma^5)\gamma^\mu\nu_{eL} + (-\frac{1}{2} + s_w^2)\bar{e}(1+\gamma^5)\gamma^\mu e_L + s_w^2\bar{e}(1-\gamma^5)\gamma^\mu e_R], \quad (4.34)$$

de donde se encuentran los siguientes acoples (en unidades de e):

$$g_{Ze_L^-} = \frac{(-1/2 + s_w^2)}{c_w s_w}, \quad y \quad g_{Ze_R^-} = t_w \quad (4.35)$$

4.8 ACOPLAS TRILINEALES DE BOSONES DE NORMA

Los acoples trilineales de bosones de norma se obtienen a partir del Lagrangiano gauge:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{gauge} &= -\frac{1}{4}[F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a}] \cong -\frac{g}{2}[\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a]\epsilon^{abc} A^{\mu b} A^{\nu c} \\ &= -\frac{g}{2}[\partial_\mu A_\nu^a A^{\mu b} A^{\nu c} \epsilon^{abc} - \partial_\nu A_\mu^a A^{\mu b} A^{\nu c} \epsilon^{abc}]. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Ahora aplicando la siguiente identidad:

$$\partial_\mu A_\nu^a A^{\nu b} A^{\mu c} \epsilon^{abc} = \partial_\mu A_\nu^a A^{\nu c} A^{\mu b} \epsilon^{acb} = -\partial_\mu A_\nu^a A^{\mu b} A^{\nu c} \epsilon^{abc},$$

se obtiene:

$$\mathcal{L}^{gauge} = -g\epsilon^{abc}\partial_\mu A_\nu^a A^{\mu b} A^{\nu c}, \quad (4.37)$$

donde ϵ^{abc} con $a, b, c = 1, 2, 3$ es el símbolo de Levi- Civita. Ahora bien, expandiendo

el Lagrangiano anterior (ec. 4.37) se obtiene:

$$\mathcal{L}^{gauge} = -g\{\partial_\mu A_\nu^3(A^{\mu 1}A^{\nu 2}-A^{\mu 2}A^{\nu 1})+\partial_\mu A_\nu^2(A^{\mu 3}A^{\nu 1}-A^{\mu 1}A^{\nu 3})+\partial_\mu A_\nu^1(A^{\mu 2}A^{\nu 3}-A^{\mu 3}A^{\nu 2})\},$$

y usando las siguientes definiciones:

$$\sqrt{2}A^{\mu 1} = W^{\mu+} + W^{\mu-}, \quad \sqrt{2}iA^{\mu 2} = W^{\mu-} - W^{\mu+}, \quad A^{\mu 3} = s_w A^\mu + c_w Z^\mu,$$

se tiene que:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{gauge} = ig\{ & s_w[\partial_\mu A_\nu(W^{\mu+}W^{\nu-} - W^{\mu-}W^{\nu+}) + \partial_\mu W_\nu^-(A^\mu W^{\nu+} - A^\nu W^{\mu+}) + \\ & \partial_\mu W_\nu^+(A^\nu W^{\mu-} - A^\mu W^{\nu-})] + c_w[\partial_\mu Z_\nu(W^{\mu+}W^{\nu-} - W^{\mu-}W^{\nu+}) + \\ & \partial_\mu W_\nu^-(Z^\mu W^{\nu+} - Z^\nu W^{\mu+}) + \partial_\mu W_\nu^+(Z^\nu W^{\mu-} - Z^\mu W^{\nu-})]\}. \end{aligned}$$

Ahora, usando la siguiente identidad:

$$\partial_\mu X_\nu(Y^\mu T^\nu + Y^\nu T^\mu) = X_{\mu\nu}Y^\mu T^\nu, \quad \text{con} \quad X_{\mu\nu} = \partial_\mu X_\nu - \partial_\nu X_\mu,$$

se encuentra que:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{gauge} = ig\{ & s_w[A^\mu(W_{\mu\nu}^-W^{\nu+} - W_{\mu\nu}^+W^{\nu-}) + A_{\mu\nu}W^{\mu+}W^{\nu-}] + \\ & c_w[Z^\mu(W_{\mu\nu}^-W^{\nu+} - W_{\mu\nu}^+W^{\nu-}) + Z_{\mu\nu}W^{\mu+}W^{\nu-}]\}. \end{aligned}$$

Finalmente, reemplazando $e = gs_w$, se encuentra el siguiente Lagrangiano gauge

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{gauge} = i\{ & e[A^\mu(W_{\mu\nu}^-W^{\nu+} - W_{\mu\nu}^+W^{\nu-}) + A_{\mu\nu}W^{\mu+}W^{\nu-}] \\ & + et_w^{-1}[Z^\mu(W_{\mu\nu}^-W^{\nu+} - W_{\mu\nu}^+W^{\nu-}) + Z_{\mu\nu}W^{\mu+}W^{\nu-}]\}. \end{aligned} \quad (4.38)$$

Con este resultado se obtienen los siguientes acoples trilineales (en unidades de e):

$$g_{\gamma W^+ W^-} = 1, \quad y \quad g_{Z W^+ W^-} = t_w^{-1}. \quad (4.39)$$

Ahora bien, en la tabla 5 se reunen todos los acoples encontrados para el ME.

$g_{W^+ \bar{\nu}_{eL} e_L^-}$	$g_{W^+ \bar{e}_L \nu_{eL}}$	$g_{\gamma e_{L(R)}}$	$g_{Z e_L^-}$	$g_{Z e_R^-}$	$g_{\gamma W^+ W^-}$	$g_{Z W^+ W^-}$
$\frac{1}{2\sqrt{2}s_w}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}s_w}$	-1	$\frac{(-1/2+s_w^2)}{c_w s_w}$	t_w	1	t_w^{-1}

tabla 5: Acoples (en unidades de e) para el Modelo Estándar

Con estos acoples y las amplitudes de polarización encontradas en el capítulo anterior se está, por tanto, en capacidad de utilizar dichos elementos para encontrar las

amplitudes de dispersión y secciones eficaces (transversales) para los diferentes procesos; teniendo en cuenta que para rayos no polarizados e^+e^- y promediando sobre el rayo inicial, la sección eficaz diferencial para los diferentes procesos vendrá dada por:

$$\left. \frac{\partial\sigma}{\partial(\cos\theta)} \right|_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)} = \frac{\beta}{32\pi s} |\bar{\mathcal{M}}_{\epsilon_-\epsilon_+}|^2. \quad (4.40)$$

De forma más general se tiene:

$$\left. \frac{\partial\sigma}{\partial(\cos\theta)} \right|_{\epsilon_-\epsilon_+} = C \frac{\beta}{s} |\bar{\mathcal{M}}_{\epsilon_-\epsilon_+}|^2, \quad (4.41)$$

donde C es una constante que depende del proceso. Ahora, sumando sobre todas las polarizaciones del estado final de las partículas se obtiene:

$$\left. \frac{\partial\sigma}{\partial(\cos\theta)} \right|_{\epsilon_-\epsilon_+}^T = \sum_{\epsilon_-\epsilon_+} \left. \frac{\partial\sigma}{\partial(\cos\theta)} \right|_{\epsilon_-\epsilon_+}. \quad (4.42)$$

Antes de pasar a la siguiente sección, es necesario ver las unidades que se van a utilizar en las secciones eficaces. Para el desarrollo de los cálculos de todos los procesos, se tiene en cuenta el “factor de conversión” (F_C) con el cual, la secciones eficaces pueden tener unidades de: centímetros cuadrados (cm^2)³⁴, picobar (pb) o femtobar (fb). El factor de conversión es:

$$1=3.88 \times 10^{-28} cm^2 \cdot GeV^2 = 3.88 \times 10^8 pb \cdot GeV^2 = 3.88 \times 10^2 pb \cdot TeV^2,$$

donde $1pb=10^{-12}bar$, pero $1bar=10^{-24}cm^2$, por tanto $1pb=10^{-36}cm^2$. Ahora bien, en este trabajo de grado se convino trabajar las secciones eficaces en unidades de cm^2 con el fin de obtener resultados que pueden ser comparados tanto con trabajos desarrollados y publicados en años anteriores³⁵ o en tiempos recientes³⁶. Sin embargo, a nivel científico en experimentos recientes (y para experimentos programados para los siguientes años) las unidades que se utilizan son los pb o fb. Estas unidades pueden ser aplicadas multiplicando el factor de conversión adecuado (en pb o fb) en la sección eficaz diferencial, es decir:

$$\left. \frac{\partial\sigma}{\partial(\cos\theta)} \right|_{\epsilon_-\epsilon_+} = C \frac{\beta}{s} |\bar{\mathcal{M}}_{\epsilon_-\epsilon_+}|^2 \cdot F_C,$$

³⁴En el libro de Antonio Ferrer Soria, Física Nuclear y de Partículas, 2^{da} Ed. (2006) nos dice que el flujo de partículas incidentes tiene unidades de $cm^{-2} \cdot s^{-1}$ (ver anexo D).

³⁵K. J. F. Gaemers and G.J. Gounaris, TH. 2548 - CERN, 1978.

³⁶J.B. Flórez, Y. Giraldo, A. Pasaje, REVISTA COLOMBIANA DE FÍSICA, VOL.43, NO.3, 2011.

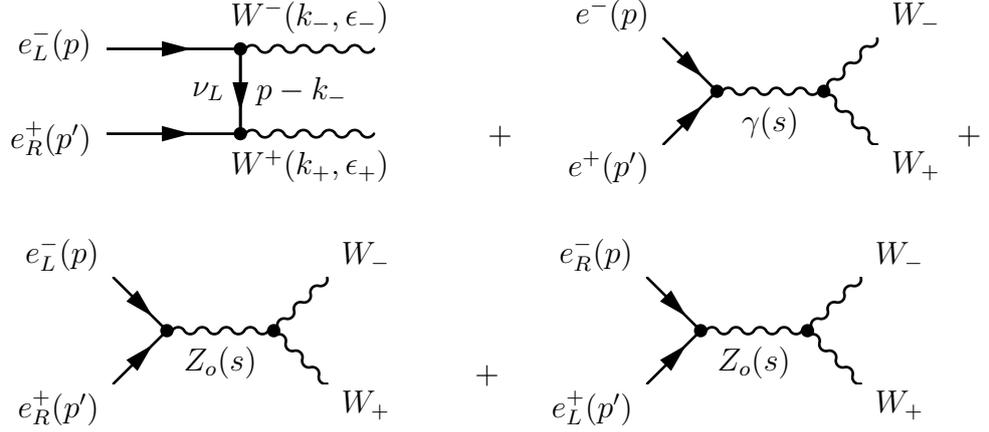


Figura 5: Diagramas de Feynman para el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$

4.9 CÁLCULO DEL PROCESO $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$

Primero se realizará el análisis de la producción de pares de bosones vectoriales W^+W^- mediante el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ ^{37, 38}, en el modelo $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. En el capítulo siguiente se realizará el análisis de la producción de pares Z^0Z^0 , K^+K^- y $K^0\bar{K}^0$ en un modelo 3-3-1 de tres familias sin cargas eléctricas exóticas y libre de anomalías.

4.9.1 Amplitudes de dispersión para el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$

Se debe tener en cuenta que en el ME los bosones vectoriales W^\pm :

- No se acoplan a e_R^-
- El acople $g_{\gamma e_R^-} = g_{\gamma e_L^-}$
- El acople $g_{Z e_R^-} \neq g_{Z e_L^-}$

Por tanto, se debe considerar dos diagramas por separado como lo muestra la figura (5); con estos diagramas se pueden calcular las *amplitudes* para dicho proceso.

Remplazando los acoples (encontrados en la sección anterior) en las expresiones de las amplitudes de dispersión encontradas en el capítulo anterior, para los canales t y s , se encuentran las siguientes amplitudes:

$$\mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+}^{L(t)} = \frac{e^2}{8xt} A_{\epsilon-\epsilon+}^{L(t)}, \quad (4.43)$$

$$\mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+}^s(\gamma) = \frac{e^2}{2s} [C_{\epsilon-\epsilon+}^L + C_{\epsilon-\epsilon+}^R], \quad (4.44)$$

$$\mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+}^{L(s)}(Z) = -\frac{e^2(-1/2+x)}{2x(s-M_Z^2)} C_{\epsilon-\epsilon+}^L, \quad (4.45)$$

$$\mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+}^{R(s)}(Z) = -\frac{e^2}{2(s-M_Z^2)} C_{\epsilon-\epsilon+}^R, \quad (4.46)$$

³⁷W. Alles, Ch. Boyer, and A.J. Buras, TH. 2220 - CERN, 1976.

³⁸K. J. F. Gaemers and G.J. Gounaris, TH. 2548 - CERN, 1978

con t una de las variables de Mandelstam (ver anexo A.4) y $x = \text{sen}^2 \theta_w = s_w^2$. Ahora bien, para cada una de las helicidades se tiene:

$$\mathcal{M}_{\epsilon_- \epsilon_+}^L = \frac{e^2}{2} \left[\frac{A_{\epsilon_- \epsilon_+}^{L(t)}}{4xt} + \frac{C_{\epsilon_- \epsilon_+}^L}{s} - \frac{(-1/2 + x)}{x(s - M_Z^2)} C_{\epsilon_- \epsilon_+}^L \right] \quad (4.47)$$

$$\mathcal{M}_{\epsilon_- \epsilon_+}^R = \frac{e^2}{2} \left[\frac{C_{\epsilon_- \epsilon_+}^R}{s} - \frac{C_{\epsilon_- \epsilon_+}^R}{(s - M_Z^2)} \right] \quad (4.48)$$

Juntando términos se encuentra la siguiente expresión para la amplitud de dispersión:

$$\mathcal{M}_{\epsilon_- \epsilon_+} = \frac{e^2}{2} \left\{ \frac{A_{\epsilon_- \epsilon_+}^{L(t)}}{4xt} + \frac{(C_{\epsilon_- \epsilon_+}^L + C_{\epsilon_- \epsilon_+}^R)}{s} - \frac{1}{(s - M_Z^2)} \left[\frac{(-1/2 + x)C_{\epsilon_- \epsilon_+}^L}{x} + C_{\epsilon_- \epsilon_+}^R \right] \right\} \quad (4.49)$$

Ahora, promediando sobre los estados entrantes (iniciales) se tiene:

$$\begin{aligned} |\bar{\mathcal{M}}_{\epsilon_- \epsilon_+}|^2 &= \frac{1}{4} \left(\frac{e^2}{2} \right)^2 \left| \frac{A_{\epsilon_- \epsilon_+}^{L(t)}}{4xt} + \frac{(C_{\epsilon_- \epsilon_+}^L + C_{\epsilon_- \epsilon_+}^R)}{s} + \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{(s - M_Z^2)} \left[\frac{(-1/2 + x)C_{\epsilon_- \epsilon_+}^L}{x} + C_{\epsilon_- \epsilon_+}^R \right] \right|^2, \end{aligned} \quad (4.50)$$

donde el factor $\frac{1}{4}$ proviene del promedio de los estados entrantes.

4.9.2 Secciones eficaces diferenciales para el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$

Al reemplazar la fórmula de amplitud (4.50) en la sección eficaz diferencial (4.40) se obtienen las secciones eficaces diferenciales con polarización definida para las partículas iniciales y finales, en función del ángulo de dispersión θ del *c.m.*:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \sigma}{\partial(\cos \theta)} \right|_{\epsilon_- \epsilon_+} &= C \frac{\beta}{s} \left| \frac{A_{\epsilon_- \epsilon_+}^{L(t)}}{4xt} + \frac{1}{s} [C_{\epsilon_- \epsilon_+}^L + C_{\epsilon_- \epsilon_+}^R] + \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{(s - M_Z^2)} \left[\frac{(-1/2 + x)C_{\epsilon_- \epsilon_+}^L}{x} + C_{\epsilon_- \epsilon_+}^R \right] \right|^2 \end{aligned} \quad (4.51)$$

$$\left. \frac{\partial \sigma}{\partial(\cos \theta)} \right|^T = \sum_{\epsilon_- \epsilon_+} \left. \frac{\partial \sigma}{\partial(\cos \theta)} \right|_{\epsilon_- \epsilon_+}, \quad (4.52)$$

con:

$$C = \frac{\pi \alpha^2}{32}. \quad (4.53)$$

4.9.3 Sección eficaz total para el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ como función de la energía del $c.m$ (\sqrt{s})

La sección eficaz total del proceso es:

$$\sigma_T = \int_0^\pi \left. \frac{\partial\sigma}{\partial(\cos\theta)} \right|_T (d\cos\theta) \quad (4.54)$$

La integral va desde $0 \leq \theta \leq \pi$ ya que las partículas son diferentes. Además, se calcula la sección eficaz total en función de la energía \sqrt{s} del $c.m$ con la masa del bosón $W^+(W^-)$ de $M_W=80.41\text{GeV}$. En la siguiente sección se muestra el resultado de la sección eficaz total dada en la figura 10.

4.10 RESULTADOS DEL PROCESO $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$

En el desarrollo de los cálculos se tiene en cuenta las siguientes consideraciones: $x = \sin^2\theta_w = 1/4$ ³⁹, $\alpha = \frac{1}{128}$ ⁴⁰, cuatro escalas de energía emitida por la colisión: $E = 81\text{GeV}$, $E = 86\text{GeV}$, $E = 96\text{GeV}$, $E = 116\text{GeV}$ (con energía del $c.m$ $\sqrt{s} = 2E$); además las masas de los bosones $W^+(W^-)$ y Z^0 , de acuerdo a los valores dados en la tabla 4, son $M_W = 80.41\text{GeV}$ y $M_Z = 91.188\text{GeV}$ respectivamente.

Por otra parte, para obtener los resultados de las secciones eficaces diferenciales se debe tener en cuenta que se tienen dos estados de polarización para las partículas iniciales: $e_L^-e_R^+$ y $e_R^-e_L^+$; mientras que las partículas finales (bosones $W^+(W^-)$) poseen nueve polarizaciones, sin embargo, debido a la simetría, solamente seis polarizaciones 11, 12, 13, 22, 23 y 33 serán suficientes para nuestro estudio. Los resultados se muestran en las figuras (6), (7), (8) y (9); en cada una de las gráficas la línea continua (punteada) corresponden al estado inicial $e_L^-e_R^+(e_R^-e_L^+)$.

Los resultados gráficos de las secciones eficaces diferenciales y de la sección eficaz total se obtienen utilizando el programa MATHEMATICA 5.2.

³⁹ZHOU GUANGZHAO AND GAO CHONGSHOU, SCIENTIA SINICA, Vol. XXIII No. 5 (1980).

⁴⁰Alex G. Dias, R. Martinez, V. Pleitez, arXiv: hep-ph/0407141v2 8 Dec 2004

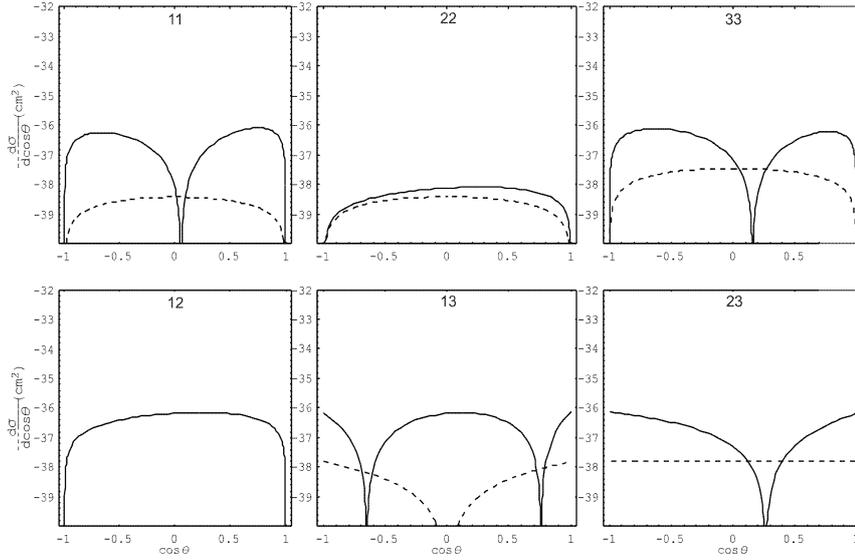


Figura 6: Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$.

La gráfica describe el comportamiento de la sección eficaz diferencial para este proceso en el Modelo Estándar con polarización definida para las partículas inicial y final, como una función del ángulo de dispersión θ del $c.m.$ La línea continua (punteada) corresponden al estado inicial $e_L^-e_R^+$ ($e_R^-e_L^+$). Además se toman las siguientes consideraciones: La energía del rayo e^+e^- es de $E = 81\text{GeV}$, las masas de los bosones vectoriales $W^+(W^-)$ y Z^0 son $M_W = 80.41\text{GeV}$ y $M_Z = 91.188\text{GeV}$ respectivamente. También se asume que la constante α tiene un valor de $\alpha = \frac{1}{128}$ y para el ángulo electrodébil un valor de $\sin^2 \theta_w = 1/4$.

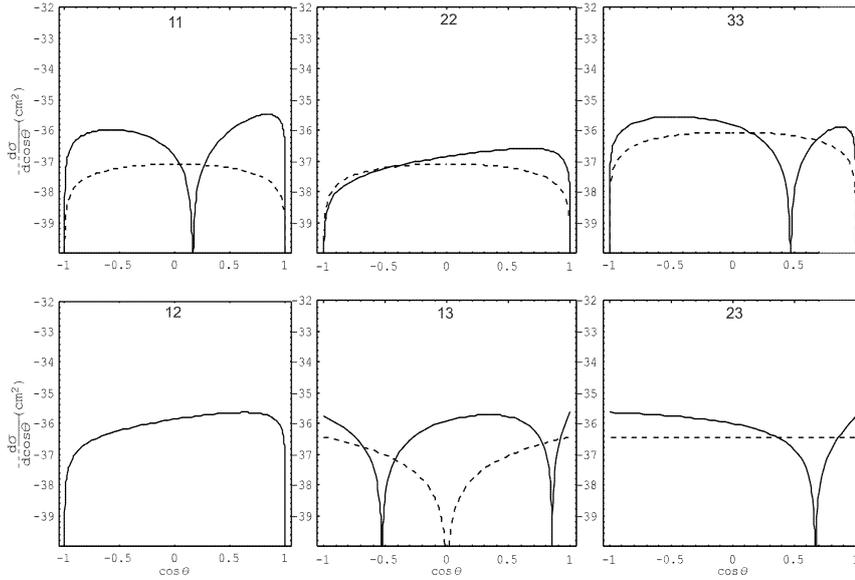


Figura 7: Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$.

En este caso es lo mismo que la figura (6) pero con $E = 86\text{GeV}$.

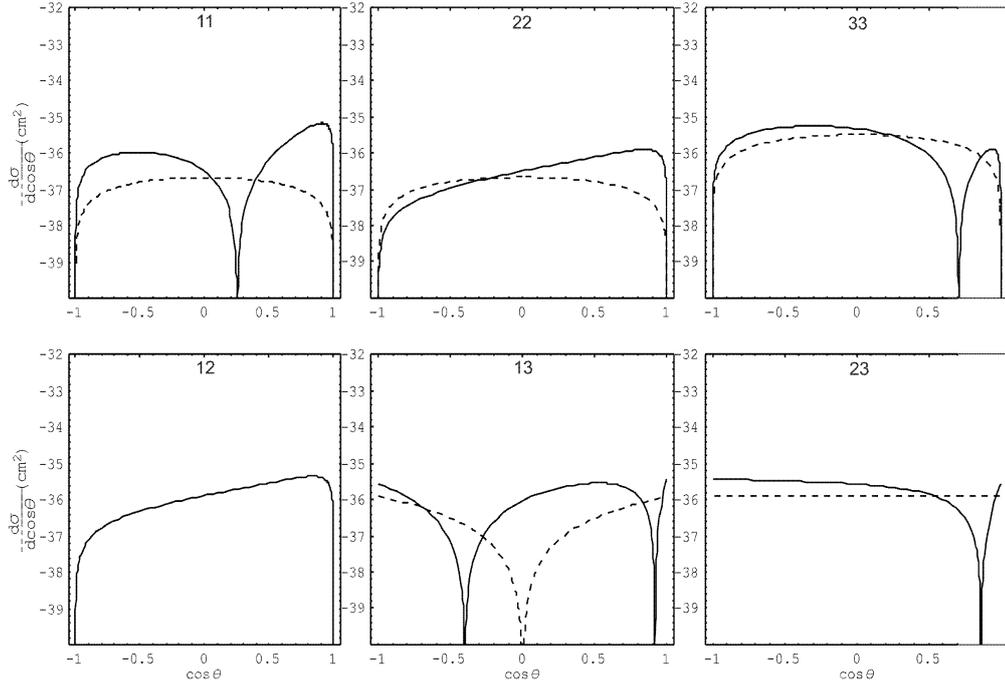


Figura 8: Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$. En este caso es lo mismo que la figura (6) pero con $E = 96\text{GeV}$.

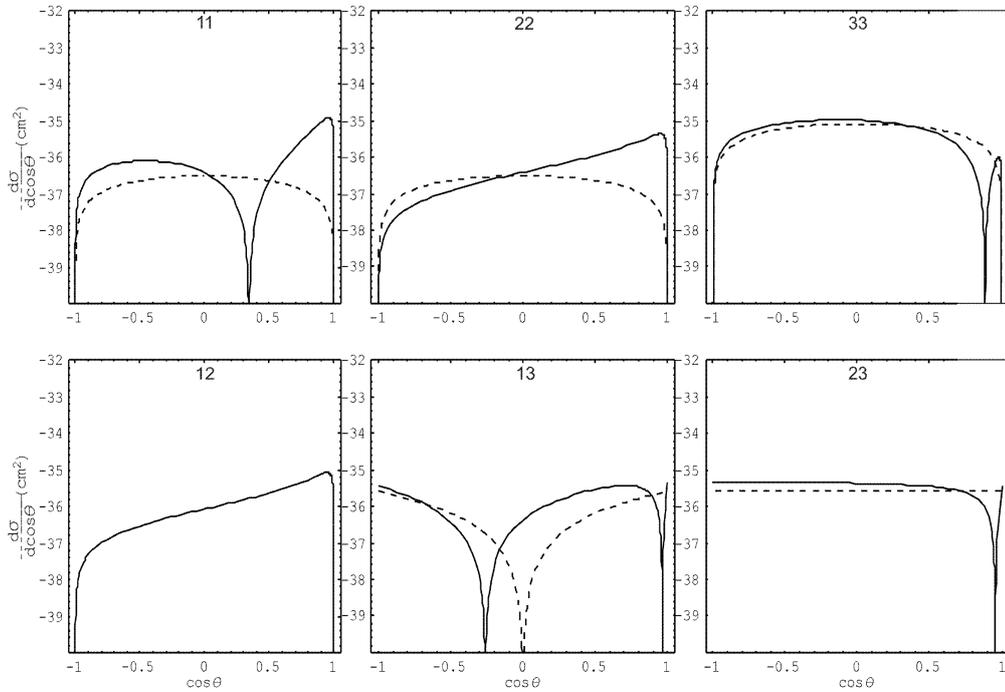


Figura 9: Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$. En este caso es lo mismo que la figura (6) pero con $E = 116\text{GeV}$.

En la siguiente gráfica (10) muestra el resultado de la sección eficaz total:

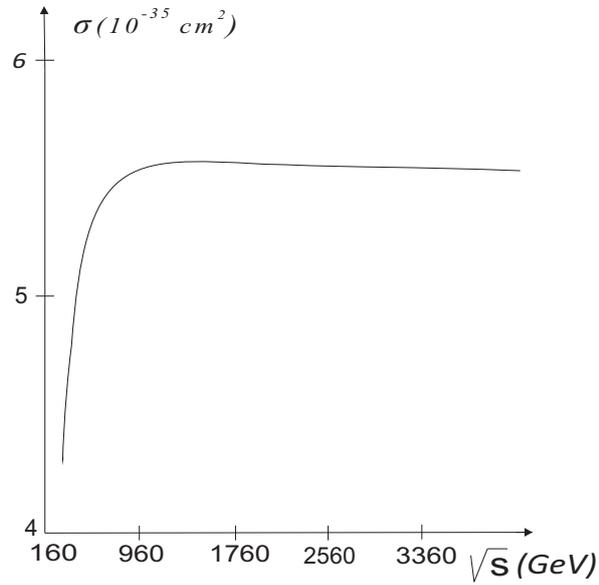


Figura 10: Sección eficaz total para el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$.

Esta gráfica describe el comportamiento de la sección eficaz total $\sigma(e^+e^- \rightarrow W^+W^-)$ en el Modelo Estándar en función de la energía del *c.m.* (\sqrt{s}). Las masas de los bosones vectoriales $W^+(W^-)$ y Z^0 son $M_W = 80.41 \text{ GeV}$ y $M_Z = 91.188 \text{ GeV}$ respectivamente. Se puede observar que cuando $s \rightarrow \infty$, la sección eficaz total σ tiende a un valor constante (“como debe ser”), lo que significa que a medida que el rango de energías del centro de masas aumenta (en GeV), el área efectiva de colisión tiende a ser la misma para esas energías⁴¹.

⁴¹Los resultados gráficos se pueden comparar con los resultados obtenidos en K. J. F. Gaemers and G.J. Gounaris, TH. 2548 - CERN, 1978, teniendo en cuenta los parámetros utilizados para el desarrollo de los cálculos en este trabajo.

5. MODELO $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$

El Modelo Estándar (ME) puede ser extendido de varias maneras⁴²: aumentando el sector escalar⁴³ a más de una representación de Higgs, aumentando nuevos campos fermiónicos o alargando el grupo gauge local. En este trabajo de grado se escogerá la última forma, realizando nuestro estudio en modelos basados en el grupo de simetría gauge local $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$, que suelen denominarse modelos 3-3-1, y que son consistentes con la fenomenología a bajas energías. Estos modelos sirven como base para investigar otros aspectos físicos tales como incluir neutrinos con quiralidad derecha, el sector escalar⁴⁴, estudiar la violación CP, materia oscura, grupos de renormalización⁴⁵, masas de neutrinos, decaimiento del protón, cambio de sabor en corrientes neutras, y otros aspectos fenomenológicos.

La evidencia experimental indica la existencia de tres familias fermiónicas y una de las características importantes de los modelos 3-3-1 interfamilias es que logran explicar por qué el número de familias debe ser tres: En los modelos 3-3-1 los leptones cargados y neutrinos se componen de antitripletos de $SU(3)_L$, dos generaciones de quarks de quiralidad izquierda son organizados en tripletes y la otra generación como un antitriplete. Esta estructura cancela todas las anomalías y al combinar con los requerimientos de libertad asintótica, se requiere que el número de generaciones sea tres. De acuerdo a la cancelación de anomalías, los modelos 3-3-1 se clasifican en dos clases: los modelos de una sola familia, que cancelan anomalías en cada familia (las anomalías se cancelan familia por familia o lo que es lo mismo para una sola familia) como en el ME, y los modelos de tres familias que cancelan anomalías entre familias (Las anomalías se cancelan por la interrelación entre las familias). Diferentes modelos 3-3-1 basados en el criterio de cancelación de anomalías fueron estudiados en varios artículos⁴⁶.

En lo que sigue se asume que el grupo gauge electrodébil $SU(3)_L \otimes U(1)_X \supset SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ y también se asume que los quarks de quiralidad izquierda (tripletes de color), leptones izquierdos (singletes de color) y escalares transforman bajo dos representaciones fundamentales de $SU(3)_L$ (3 y 3*).

Todos los modelos 3-3-1 que se discuten en este trabajo tienen el mismo *sector de bosones gauge* pero difieren en su contenido fermiónico y también pueden diferir en el sector escalar.

⁴²L. A. Sánchez, William A. Ponce, and R. Martínez, *Phys. Rev. D*64, 075013, 2001.

⁴³Rodolfo A. Diaz, R. Martínez, and F. Ochoa, *Phys. Rev. D*69, 095009, 2004.

⁴⁴William A Ponce and Yistbey Giraldo, Luis A. Sánchez, *Phys. Rev. D*67, 0550 2003.

⁴⁵Rodolfo A. Diaz, D. Gallego, R. Martínez, *Revista Colombiana de Física*, VOL.38, NO.3, 2006.

⁴⁶ZHOU GUANGZHAO AND GAO CHONGSHOU, *SCIENTIA SINICA*, Vol. XXIII No. 5, 1980; L. A. Sánchez, William A. Ponce, and R. Martínez, *Phys. Rev. D*64, 075013 2001; R. Martínez, W. A. Ponce and L. A. Sánchez, *Phys. Rev. D*65, 055013 2001.

5.1 MODELOS DE UNA SOLA FAMILIA ⁴⁷

La expresión más general para el generador de carga eléctrica en $SU(3)_L \otimes U(1)_X$ es una combinación lineal de los tres generadores diagonales del grupo gauge, expresado de la siguiente forma⁴⁸:

$$Q = a \frac{\lambda_{3L}}{2} + b \frac{\lambda_{8L}}{\sqrt{3}} + XI_3 \quad (5.1)$$

donde λ_i son las matrices de Gell-Mann para $SU(3)_L$ normalizadas como $Tr(\lambda_i \lambda_j) = 2\delta_{ij}$, $I_3 = Dg(1, 1, 1)$ es la matriz identidad diagonal 3×3 , el parámetro X corresponde a la hipercarga asociada al grupo $U(1)_X$ la cual se fija de tal forma que garantice la cancelación de anomalías en el modelo; se escoge $a = 1$ de tal manera que se obtenga el isospín usual $SU(2)_L$ de la interacción electrodébil del ME y además que $SU(2)_L \subset SU(3)_L$. Ahora si el parámetro b es arbitrario entonces la ecuación (5.1) permite un número infinito de modelos, en el contexto de la teoría 3-3-1; pero si se restringe el estudio a modelos que no contengan cargas eléctricas exóticas⁴⁹, es decir que en nuestro modelo sólo se permiten quarks con cargas eléctricas $\pm \frac{2}{3}$, $\pm \frac{1}{3}$ y leptones con cargas ± 1 y 0 , entonces el parámetro b bajo estas condiciones toma únicamente los valores $b = \pm \frac{1}{2}$ y por tanto el número de modelos es finito. El sector de bosones gauge es el mismo para todos los modelos 3-3-1.

Teniendo en cuenta el isodoublete $SU(2)_L$ para una sola familia, se definen dos tripletes para $SU(3)_L$, así:

$$\chi_L = \begin{pmatrix} u \\ d \\ q \end{pmatrix}_L, \quad \psi_L = \begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \\ l \end{pmatrix}_L$$

donde l_L y q_L son singletes en $SU(2)_L$ para los campos de leptones y quarks exóticos respectivamente; esta estructura implica que $a = 1$ como se dijo anteriormente. Ahora bien, si los números cuánticos de $\{SU(3)_L, U(1)_X\}$ para χ_L y ψ_L son $\{3, X_\chi\}$ y $\{3^*, X_\psi\}$ respectivamente, entonces de acuerdo a la ecuación (5.1) se obtiene la siguiente relación:

$$X_\chi + X_\psi = Q_q + Q_l = -\frac{1}{3} \quad (5.2)$$

donde Q_q y Q_l son los valores de la carga eléctrica de los singletes q_L y l_L en $SU(2)_L$ respectivamente, en unidades del valor absoluto de la carga eléctrica del electrón.

Como se dijo, la primera clasificación de modelos de una sola familia son los que cancelan las anomalías familia por familia, entre estos modelos (sin cargas eléctricas exóticas) se tienen el modelo indicado como A y el modelo denotado por B.

⁴⁷W. A. Ponce, J.B.Flórez, and L.A. Sánchez, *Ind. Journal of Mod. Phys.* A17, No.5, 643, 2002.

⁴⁸J.A. Herrera, R.H. Benavides, W.A. Ponce, *Revista Colombiana de Física*, Vol. 41, NO.3, 2009.

⁴⁹Un ejemplo de un modelo con quarks con cargas eléctricas exóticas es presentado en F. Pisano and V. Pleitez, *Phys. Rev.* D46, 410, 1992.

5.1.1 Modelo A

Este modelo no presenta anomalías y posee un quark extra D con carga eléctrica $Q_q = Q_D = -\frac{1}{3}$ con $b = \frac{1}{2}$, ésto implica que $Q_l = 0$ y por tanto se origina un nuevo leptón neutro N_{1L}^o . La estructura de multipletes libre de anomalías, para este modelo, es la siguiente:

Sector de Quarks			
$\chi_L = \begin{pmatrix} u \\ d \\ D \end{pmatrix}_L$	u_L^c	d_L^c	D_L^c
$(3,3,0)$	$(3^*,1,-2/3)$	$(3^*,1,1/3)$	$(3^*,1,1/3)$

Sector de Leptones		
$\psi_L = \begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \\ N_1^o \end{pmatrix}_L$	$\psi_{1L} = \begin{pmatrix} E^- \\ N_2^o \\ N_3^o \end{pmatrix}_L$	$\psi_{2L} = \begin{pmatrix} N_4^o \\ E^+ \\ e^+ \end{pmatrix}_L$
$(1,3^*,-1/3)$	$(1,3^*,-1/3)$	$(1,3^*,2/3)$

tabla 6: Modelo A: *El Sector de Quarks y el Sector Leptónico*

Los valores que están entre paréntesis corresponden a los números cuánticos para $SU(3)_C$, $SU(3)_L$ y $U(1)_X$ respectivamente.

5.1.2 Modelo B

Este modelo también es libre de anomalías y tiene los mismos multipletes de quarks que los usados en el modelo A, pero organizados de forma diferente; utiliza un quark extra $q = U$ de carga eléctrica $Q_q = Q_U = \frac{2}{3}$, para $b = -\frac{1}{2}$, ésto implica que $Q_l = -1$ y por tanto se origina un nuevo leptón cargado ⁵⁰ E_{1L}^- . La estructura de multipletes libre de anomalías del modelo B es la siguiente:

Sector de Quarks			
$\chi_L = \begin{pmatrix} u \\ d \\ U \end{pmatrix}_L$	d_L^c	u_L^c	U_L^c
$(3,3,1/3)$	$(3^*,1,1/3)$	$(3^*,1,-2/3)$	$(3^*,1,-2/3)$

⁵⁰Es decir, l_L es ahora un electrón exótico E^- .

Sector de Leptones					
$\psi_L = \begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \\ E_1^- \end{pmatrix}_L$	$\psi_{1L} = \begin{pmatrix} N_1^o \\ E_2^+ \\ \nu_e^c \end{pmatrix}_L$	$\psi_{2L} = \begin{pmatrix} E_2^- \\ N_2^o \\ E_3^- \end{pmatrix}_L$	e_L^+	E_{1L}^+	E_{3L}^+
(1,3*, -2/3)	(1,3*, 1/3)	(1,3*, -2/3)	(1,1,1)	(1,1,1)	(1,1,1)

tabla 7: Modelo B: *El Sector de Quarks y el Sector Leptónico*

El contenido de bosones gauge de los modelos A y B son equivalentes.

Existen otros modelos de una sola familia, pero a diferencia de los dos modelos anteriores, es que éstos trabajan con cargas eléctricas exóticas. Modelos donde los quarks q_L tienen cargas $Q_q = -\frac{2}{3}$ o $\frac{1}{3}$ y de acuerdo a la ecuación (5.2) se generan leptones con carga $Q_l = \frac{1}{3}$ o $-\frac{2}{3}$ respectivamente, lo que corresponde a modelos que presentan leptones con cargas eléctricas exóticas. De igual forma se puede tener un modelo donde el leptón l_L tenga carga $Q_l = 1$ que, de acuerdo a la ecuación (5.2), produce $Q_q = -\frac{4}{3}$ es decir un modelo con un quark con carga eléctrica exótica, lo que excluye los modelos tratados en este trabajo de grado⁵¹.

5.2 MODELOS INTERFAMILIAS: *modelos de tres familias*⁵²

En ciertos casos, en los modelos de una sola familia no es posible cancelar anomalías, por lo que se hace necesario recurrir a las tres familias, donde la tercera familia es tratada de forma diferente a las otras dos, o las tres familias son tratadas de forma independiente. Estos modelos poseen anomalías que no pueden ser canceladas en cada familia de manera individual. La cancelación se realiza a través de las tres familias.

Un modelo 3-3-1 de tres familias fermiónicas libre de anomalías, es el modelo indicado como C⁵³ el cual resulta de la combinación de los modelos A y B; además se hace el reemplazo de $3 \leftrightarrow 3^*$ con el fin de asegurar una única derivada covariante. Nuestro interés es el modelo 3-3-1 barroco libre de anomalías, ya que nuestro estudio se enfoca en este modelo. El cual se estudiará en detalle junto con los diferentes procesos en el siguiente capítulo.

Otro modelo interfamilias con características similares al modelo 3-3-1 barroco es el modelo indicado como D.

5.2.1 Modelo D

Este modelo, se ha estudiado ampliamente en la literatura⁵⁴ y posee la siguiente estructura de multipletes libre de anomalías:

⁵¹Un modelo con cargas eléctricas exóticas se estudia en: F. Pisano and V. Pleitez, *Phys. Rev. D*46, 410, 1992.

⁵²W. A. Ponce, J.B.Flórez, and L.A. Sánchez, *Ind. Journal of Mod. Phys.* A17, No.5, 643, 2002.

⁵³En lo sucesivo, cuando se hable de este modelo en particular se hará referencia a un “Modelo 3-3-1 Barroco” de tres familias fermiónicas sin cargas eléctricas exóticas y libre de anomalías.

⁵⁴M.Singer, J.W.F. Valle and J. Schechter, *Phys. Rev. D*22,738, 1980.

Sector de Quarks para las dos primeras familias			
$\chi_L^\alpha = \begin{pmatrix} u_a \\ d_a \\ D_a \end{pmatrix}_L$	u_{aL}^c	d_{aL}^c	D_{aL}^c
$(3,3,0)$	$(3^*,1,-2/3)$	$(3^*,1,1/3)$	$(3^*,1,1/3)$

con $a = 1, 2$.

Sector de Quarks para la tercera familia			
$\chi_L^3 = \begin{pmatrix} u_3 \\ d_3 \\ U \end{pmatrix}_L$	u_{3L}^c	d_{3L}^c	U_L^c
$(3,3^*,1/3)$	$(3^*,1,-2/3)$	$(3^*,1,1/3)$	$(3^*,1,-2/3)$

donde el sub-índice 3 representa la tercera familia de quarks.

Sector de Leptones	
$\psi_L^\alpha = \begin{pmatrix} \alpha^- \\ \nu_\alpha \\ N_\alpha^o \end{pmatrix}_L$	α_L^+
$(1,3^*,-1/3)$	$(1,1,1)$

tabla 8: Modelo D: *El Sector de Quarks y el Sector Leptónico*

con $\alpha = e, \mu, \tau$, para las tres familias. Las tres generaciones de leptones transforman como un antitriplete de $SU(3)_L$.

Ahora bien, se puede considerar otros modelos 3-3-1 sin cargas eléctricas exóticas, para $b = \frac{1}{2}$. Pimero definamos los siguientes conjuntos cerrados⁵⁵ de multipletes fermiónicos (estructuras de partículas):

- $S_1 = [(\nu_\alpha, \alpha^-, E_\alpha^-); \alpha^+, E_\alpha^+]$
con números cuánticos $(1,3,-2/3);(1,1,1)$ y $(1,1,1)$ respectivamente.
- $S_2 = [(\alpha^-, \nu_\alpha, N_\alpha^o); \alpha^+]$
con números cuánticos $(1,3^*,-1/3)$ y $(1,1,1)$ respectivamente.
- $S_3 = [(d, u, U); u^c; d^c; U^c]$
con números cuánticos $(3,3^*,1/3);(3^*,1,-2/3);(3^*,1,1/3)$ y $(3^*,1,-2/3)$ respectivamente.
- $S_4 = [(u, d, D); d^c; u^c; D^c]$

⁵⁵Cerrado en el sentido que se incluyen las antipartículas de las partículas cargadas

con números cuánticos $(3,3,0);(3^*,1,1/3);(3^*,1,-2/3)$ y $(3^*,1,1/3)$ respectivamente.

- $S_5 = [(e^-, \nu_e, N_1^o); (E^-, N_2^o, N_3^o); (N_4^o, E^+, e^+)]$
con números cuánticos $(1,3^*,-1/3);(1,3^*,-1/3)$ y $(1,3^*,2/3)$ respectivamente.

- $S_6 = [(\nu_e, e^-, E^-); (E_2^+, N_1^o, N_2^o); (N_3^o, E_2^-, E_3^-); e^+, E_1^+, E_3^+]$
con números cuánticos $(1,3,-2/3);(1,3,1/3);(1,3,-2/3);(1,1,1);(1,1,1)$ y $(1,1,1)$ respectivamente.

Por otra parte, las cuatro anomalías para cada grupo de partículas se indican en la tabla 9:

Anomalías para S_i						
Anomalías	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
$[SU(3)_C]^2 U(1)_X$	0	0	0	0	0	0
$[SU(3)_L]^2 U(1)_X$	-2/3	-1/3	1	0	0	-1
$[grav]^2 U(1)_X$	0	0	0	0	0	0
$[U(1)_X]^3$	10/9	8/9	-12/9	-6/9	6/9	12/9

tabla 9: Anomalías para S_i

Ahora, de acuerdo con las estructuras de partículas presentadas, se pueden construir diferentes modelos 3-3-1 que no presentan anomalías para tres y más familias, de la siguiente manera:

Modelos para tres familias	
Modelo A	$S_4 + S_5$
Modelo B	$S_3 + S_6$
Modelo C	$3S_1 + 2S_3 + S_4$
Modelo D	$3S_2 + S_3 + 2S_4$
Modelo E	$S_1 + S_2 + S_3 + 2S_4 + S_5$
Modelo F	$S_1 + S_2 + 2S_3 + S_4 + S_6$
Modelo G	$2S_4 + 2S_5 + S_3 + S_6$
Modelo H	$S_4 + S_5 + 2S_3 + 2S_6$
Modelo I	$3(S_4 + S_5)$
Modelo J	$3(S_3 + S_6)$

tabla 10: Modelos 3-3-1 para tres familias

Modelos para dos familias
$2S_4 + 2S_5$
$2S_3 + 2S_6$
$S_1 + S_2 + S_3 + S_4$
$S_3 + S_4 + S_5 + S_6$

tabla 11: Modelos 3-3-1 para dos familias

En la tabla 11 se describen algunos modelos para dos familia. estos modelos (para dos familias) no son realistas. También se pueden obtener modelos de cuatro familias, cinco familias, etc. pero como en el caso de dos familias no son realistas⁵⁶.

Como ya se dijo, de todos los modelos 3-3-1 presentados, hay uno en particular en el cual está enfocado este trabajo de grado que es el Modelo C (modelo 3-3-1 barroco libre de anomalías).

Por otra parte, también se dijo que todos los modelos 3-3-1 tienen el mismo sector de bosones gauge pero difieren en su contenido fermiónico y también pueden diferir en el sector escalar. Por tanto, se trabajará estos dos sectores directamente en el modelo 3-3-1 barroco libre de anomalías, en el siguiente capítulo.

⁵⁶W. A. Ponce, J.B.Flórez, and L.A. Sánchez, *Ind. Journal of Mod. Phys.* A17, No.5, 643, 2002.

6. EL MODELO 3-3-1 BARROCO LIBRE DE ANOMALÍAS

Como se dijo en el capítulo anterior, este es un modelo 3-3-1 de tres familias fermiónicas sin cargas eléctricas exóticas y libre de anomalías. En este modelo, la tercera familia del sector de quarks es tratada diferente a las otras dos. Las dos primeras generaciones de quarks de quiralidad izquierda transforman como antitripletos de $SU(3)_L$ (representación 3^*) y la tercera generación transforma como triplete de $SU(3)_L$ (representación 3); además, las tres generaciones de leptones de quiralidad izquierda transforman como tripletes de $SU(3)_L$ (representación 3). Por tanto, la estructura de multipletes libre de anomalías, en este modelo, es la siguiente⁵⁷:

Sector de Quarks para las dos primeras familias			
$\chi_L^a = \begin{pmatrix} d^a \\ u^a \\ U^a \end{pmatrix}_L$	u_L^{ac}	d_L^{ac}	U_L^{ac}
$(3, 3^*, 1/3)$	$(3^*, 1, -2/3)$	$(3^*, 1, 1/3)$	$(3^*, 1, -2/3)$

con $a = 1, 2$.

Sector de Quarks para la tercera familia			
$\chi_{3L} = \begin{pmatrix} u_3 \\ d_3 \\ D \end{pmatrix}_L$	u_{3L}^c	d_{3L}^c	D_L^c
$(3, 3, 0)$	$(3^*, 1, -2/3)$	$(3^*, 1, 1/3)$	$(3^*, 1, 1/3)$

donde el sub-índice 3 representa la tercera familia de quarks.

Sector de Leptones		
$\psi_L^\alpha = \begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \alpha^- \\ E_\alpha^- \end{pmatrix}_L$	α_L^+	$E_{\alpha L}^+$
$(1, 3, -2/3)$	$(1, 1, 1)$	$(1, 1, 1)$

tabla 12: Modelo 3-3-1 barroco: *El Sector de Quarks y el Sector Leptónico*

con $\alpha = e, \mu, \tau$, para las tres familias.

⁵⁷W. A. Ponce, J.B.Flórez, and L.A. Sánchez, *Ind. Journal of Mod. Phys.* A17, No.5, 643, 2002.

6.1 EL SECTOR ESCALAR

En general, el sector escalar del modelo es muy simple⁵⁸, al escoger un sector escalar apropiado con tres tripletes escalares complejos $\langle \phi_i \rangle_o$ con $i = 1, 2, 3$. El rompimiento espontáneo de la simetría se lo realiza de la siguiente manera⁵⁹:

$$SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X \rightarrow SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow SU(3)_C \otimes U(1)_Q \quad (6.1)$$

Después de este rompimiento los campos fermiónicos adquieren masa, incluyendo las masas de los bosones gauge. Este sector se ha mencionado para conocer como se lleva a cabo el rompimiento espontáneo de la simetría, sin embargo no se detendrá en su análisis.

6.2 EL SECTOR DE BOSONES GAUGE

En este modelo existe un total de 17 bosones gauge⁶⁰, también llamados bosones vectoriales, de los cuales se tienen: un campo gauge B^μ (el ya conocido fotón γ) asociado con $U(1)_X$, ocho campos de gluones asociados con $SU(3)_C$ y finalmente ocho campos gauge asociados con $SU(3)_L$, de los cuales, tres son los conocidos bosones gauge W^\pm y Z^o del ME y cinco bosones más de nuestro interés que son Z'^o , K^\pm , K^o y \bar{K}^o , y en los que este trabajo dirige su atención al análisis de su producción mediante colisiones e^+e^- . Los ocho bosones gauge asociados con $SU(3)_L$ se pueden escribir de la siguiente manera:

$$\frac{1}{2}\lambda_\alpha A_\mu^\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} D_{1\mu}^o & W_\mu^+ & K_\mu^+ \\ W_\mu^- & D_{2\mu}^o & K_\mu^o \\ K_\mu^- & \bar{K}_\mu^o & D_{3\mu}^o \end{pmatrix}, \quad (6.2)$$

donde $D_{1\mu}^o = \frac{A_{3\mu}}{\sqrt{2}} + \frac{A_{8\mu}}{\sqrt{6}}$, $D_{2\mu}^o = -\frac{A_{3\mu}}{\sqrt{2}} + \frac{A_{8\mu}}{\sqrt{6}}$, $D_{3\mu}^o = -2\frac{A_{8\mu}}{\sqrt{6}}$ y $\lambda_i = 1, 2, \dots, 8$ son las matrices normalizadas de Gell-Mann, las cuales se mencionaron en la sección 5.1. Ahora el operador de carga en las dos representaciones fundamentales (3 y 3*) tiene la siguiente forma:

$$Q = \frac{\lambda_3}{2} + \frac{\lambda_8}{2\sqrt{2}} + XI_3, \quad (6.3)$$

$$Q^* = -\frac{\lambda_3}{2} - \frac{\lambda_8}{2\sqrt{2}} + XI_3, \quad (6.4)$$

donde I_3 es la matriz unitaria 3×3 .

⁵⁸Rodolfo A.Diaz, R. Martínez, and F. Ochoa, *Phys. Rev.* D69, 095009, 2004.

⁵⁹W. A. Ponce, J.B.Flórez, and L.A. Sánchez, *Ind. Journal of Mod. Phys.* A17, No.5, 643, 2002.

⁶⁰William A Ponce and Yistbey Giraldo, Luis A. Sánchez, *Phys. Rev.* D67, 0550, 2003.

6.3 DERIVADA COVARIANTE

La derivada covariante para singletes de $U(1)_X$ es:

$$D_\mu = \partial_\mu - ig'XB_\mu. \quad (6.5)$$

La derivada covariante para multipletes de $SU(3)_L$ en las dos representaciones (3 y 3^*) es:

$$D_\mu = \partial_\mu - i\frac{g}{2}\lambda_\alpha A_\mu^\alpha - ig'XB_\mu, \quad \text{para la Rep.}(3) \quad (6.6)$$

$$D_\mu = \partial_\mu - i\frac{g}{2}\bar{\lambda}_\alpha A_\mu^\alpha - ig'XB_\mu, \quad \text{para la Rep.}(3^*) \quad (6.7)$$

donde $\bar{\lambda}_\alpha = -\bar{\lambda}_\alpha^* = -\bar{\lambda}_\alpha^T$, g y g' son las constantes de estructura de los grupos de simetría $SU(3)_L$ y $U(1)_X$ respectivamente; X es la hipercarga, que es el número cuántico asociado al grupo $U(1)_X$.

Esta derivada se la puede expresar de forma explícita, en las dos representaciones fundamentales (3 y 3^*), así:

- En la representación (3)

$$D_\mu = I_{3 \times 3} \partial_\mu - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \mathcal{D}_{1\mu}^o & g\sqrt{2}W_\mu^+ & g\sqrt{2}K_\mu^+ \\ g\sqrt{2}W_\mu^- & \mathcal{D}_{2\mu}^o & g\sqrt{2}K_\mu^o \\ g\sqrt{2}K_\mu^- & g\sqrt{2}K_\mu^o & \mathcal{D}_{3\mu}^o \end{pmatrix}, \quad (6.8)$$

donde las componentes diagonales de esta matriz son:

$$\mathcal{D}_{1\mu}^o = D_\mu^1 + 2g'XB_\mu, \quad \mathcal{D}_{2\mu}^o = D_\mu^2 + 2g'XB_\mu, \quad \mathcal{D}_{3\mu}^o = D_\mu^3 + 2g'XB_\mu, \quad (6.9)$$

con

$$D_\mu^1 = g(A_\mu^3 + \frac{A_\mu^8}{\sqrt{3}}), \quad D_\mu^2 = g(-A_\mu^3 + \frac{A_\mu^8}{\sqrt{3}}), \quad D_\mu^3 = g(-2\frac{A_\mu^8}{\sqrt{3}}) \quad (6.10)$$

- En la representación (3^*)

$$D_\mu = I_{3 \times 3} \partial_\mu + \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \mathcal{D}_{1\mu}^{*o} & g\sqrt{2}W_\mu^- & g\sqrt{2}K_\mu^- \\ g\sqrt{2}W_\mu^+ & \mathcal{D}_{2\mu}^{*o} & g\sqrt{2}K_\mu^o \\ g\sqrt{2}K_\mu^+ & g\sqrt{2}K_\mu^o & \mathcal{D}_{3\mu}^{*o} \end{pmatrix}, \quad (6.11)$$

donde las componentes diagonales de esta matriz son:

$$\mathcal{D}_{1\mu}^{*o} = D_\mu^1 - 2g'XB_\mu, \quad \mathcal{D}_{2\mu}^{*o} = D_\mu^2 - 2g'XB_\mu, \quad \mathcal{D}_{3\mu}^{*o} = D_\mu^3 - 2g'XB_\mu, \quad (6.12)$$

con D_μ^1 , D_μ^2 , D_μ^3 las mismas expresiones (6.10).

Después del rompimiento espontáneo de la simetría descrito en la sección 6.1, se obtienen los siguientes campos:

- Seis bosones gauge físicos cargados:

$$W_\mu^\pm = \frac{A_\mu^1 \mp iA_\mu^2}{\sqrt{2}}, \quad K_\mu^\pm = \frac{A_\mu^4 \mp iA_\mu^5}{\sqrt{2}}, \quad K_\mu^o(\bar{K}_\mu^o) = \frac{A_\mu^6 \mp iA_\mu^7}{\sqrt{2}}. \quad (6.13)$$

- El fotón:

$$A_\mu = S_w A_\mu^3 + C_w \left[\frac{T_w}{\sqrt{3}} A_\mu^8 + \left(1 - \frac{T_w^2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} B_\mu \right]. \quad (6.14)$$

- Dos bosones neutros Z y Z'^o dados por:

$$Z_\mu = C_w A_\mu^3 - S_w \left[\frac{T_w}{\sqrt{3}} A_\mu^8 + \left(1 - \frac{T_w^2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} B_\mu \right], \quad (6.15)$$

$$Z_\mu'^o = \frac{T_w}{\sqrt{3}} B_\mu - \left(1 - \frac{T_w^2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} A_\mu^8, \quad (6.16)$$

donde S_w y C_w son el seno y el coseno del ángulo de mezcla electrodébil respectivamente, definido por $S_w = \frac{\sqrt{3}g'}{\sqrt{3g^2+4g'^2}}$; además $T_w = \frac{S_w}{C_w}$.

En realidad, los bosones Z_μ y $Z_\mu'^o$ definidos en (6.15) y (6.16) no son estados propios de la matriz de mezcla⁶¹, por tanto los bosones gauge neutros son no-físicos después de la ruptura de simetría. Los verdaderos bosones vectoriales neutros son Z_μ^1 y Z_μ^2 los cuales están relacionados con Z_μ y $Z_\mu'^o$ a través de una rotación del ángulo ϕ , dependiente del modelo, como sigue:

$$\begin{aligned} Z_\mu^1 &= Z_\mu \cos \phi + Z_\mu'^o \sin \phi, \\ Z_\mu^2 &= -Z_\mu \sin \phi + Z_\mu'^o \cos \phi. \end{aligned} \quad (6.17)$$

Ahora bien, aunque el ángulo de mezcla ϕ depende de los campos escalares elegidos y de la forma como ocurre el rompimiento de simetría, en general, esto corresponde a pequeñas cantidades, y se omite en casi todos los casos; por tanto, no se tiene en cuenta la mezcla, es decir $\phi = 0$, de lo cual:

$$\begin{aligned} Z_\mu^1 &= Z_\mu, \\ Z_\mu^2 &= Z_\mu'^o. \end{aligned}$$

donde $Z_\mu^1 = Z_\mu$ es el bosón gauge físico neutro correspondiente al del Modelo Estándar. Ahora, con el fin de expresar los primeros campos gauge no físicos en términos de los campos gauge físicos finales, invertimos las expresiones (6.14), (6.15) y (6.16). Después de un sencillo proceso algebraico, se obtiene:

$$A_\mu^8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(S_w A_\mu - \frac{S_w^2}{C_w} Z_\mu - \frac{a}{C_w} Z_\mu'^o \right) \quad (6.18)$$

$$A_\mu^3 = S_w A_\mu + C_w Z_\mu \quad (6.19)$$

⁶¹Fredy Ochoa and R. Martínez arXiv: hep-ph/0508082V1 6 Aug 2005.

$$\begin{aligned}
B_\mu &= \frac{1}{S_w} (\sqrt{3}C_w Z'_\mu + aA_\mu^8) \\
&= \frac{1}{\sqrt{3}} (aA_\mu + T_w(Z'_\mu - aZ_\mu)).
\end{aligned} \tag{6.20}$$

El nuevo bosón gauge neutro Z'^o en términos de la nueva constante a es:

$$Z'_\mu = \frac{1}{\sqrt{3}C_w} (S_w B_\mu - aA_\mu^8),$$

con $a = \sqrt{3 - 4S_w^2}$.

Ahora bien, con el fin de encontrar las corrientes y acoples en el modelo 3-3-1 barroco libre de anomalías, se necesitará hacer uso de las componentes diagonales (6.9) para la representación (3). Por tanto, en dichas componentes:

$$\begin{aligned}
\mathcal{D}_{1\mu}^o &= D_\mu^1 + 2g' X B_\mu, \\
\mathcal{D}_{2\mu}^o &= D_\mu^2 + 2g' X B_\mu, \\
\mathcal{D}_{3\mu}^o &= D_\mu^3 + 2g' X B_\mu
\end{aligned}$$

se remplazan sus correspondientes expresiones para D_μ^1 , D_μ^2 , D_μ^3 , dadas en (6.10), junto con los nuevos campos gauge físicos (6.18, 6.19 y 6.20) y luego de una ligera manipulación algebraica se obtienen las siguientes expresiones en términos de la hipercarga X .

$$\begin{aligned}
\mathcal{D}_{1\mu}^o &= g\{2S_w A_\mu (\frac{2}{3} + X) + \frac{Z_\mu}{C_w} [C_w^2 - S_w^2 (\frac{1}{3} + 2X)] + \frac{Z'_\mu}{3aC_w} [3 - 2S_w^2 (2 + 3X)]\} \\
\mathcal{D}_{2\mu}^o &= -g\{2S_w A_\mu (\frac{1}{3} - X) + \frac{Z_\mu}{C_w} [C_w^2 + S_w^2 (\frac{1}{3} + 2X)] + \frac{Z'_\mu}{3aC_w} [3 - 2S_w^2 (2 + 3X)]\} \\
\mathcal{D}_{3\mu}^o &= 2g\{S_w A_\mu (X - \frac{2}{3}) + \frac{S_w^2 Z_\mu}{C_w} (\frac{1}{3} - X) + \frac{Z'_\mu}{3aC_w} [3 - S_w^2 (4 - X)]\}
\end{aligned}$$

- Para $X = -\frac{2}{3}$ se tiene:

$$\begin{aligned}
\mathcal{D}_{1\mu}^o &= g\left(\frac{Z_\mu}{C_w} - \frac{Z'_\mu}{aC_w}\right) \\
\mathcal{D}_{2\mu}^o &= -g\left(2S_w A_\mu + \frac{C_{2w}}{C_w} Z_\mu + \frac{Z'_\mu}{aC_w}\right) \\
\mathcal{D}_{3\mu}^o &= 2g\left(-S_w A_\mu + \frac{S_w^2}{C_w} Z_\mu + \frac{C_{2w}}{aC_w} Z'_\mu\right)
\end{aligned} \tag{6.21}$$

6.4 LAGRANGIANO DEL MODELO 3-3-1 BARROCO (sólo leptones). Corrientes-Acoples

En esta sección se encuentra el Lagrangiano del modelo 3-3-1 barroco, para el sector leptónico. Para ésto, el estudio se concentrará en la energía cinética de los fermiones

(Lagrangiano cinético). Primero es necesario recordar el sector de leptones para este modelo:

Sector de Leptones		
$\psi_L^\alpha = \begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \alpha^- \\ E_\alpha^- \end{pmatrix}_L$	α_L^+	$E_{\alpha L}^+$
(1,3,-2/3)	(1,1,1)	(1,1,1)

con $\alpha = e, \mu, \tau$, para las tres familias.

Ahora bien, el Lagrangiano cinético de los fermiones \mathcal{L}^L , para el sector leptónico, viene dado por:

$$\mathcal{L}^L = \bar{\psi}_L^\alpha i \not{D} \psi_L^\alpha + \bar{\alpha}_L^+ i \not{D} \alpha_L^+ + \bar{E}_{\alpha L}^+ i \not{D} E_{\alpha L}^+.$$

En este Lagrangiano, \mathcal{L}^L , se trabaja cada término por separado. Al aplicar la derivada covariante (6.8) de la representación (3) al triplete ψ_L^α (con $X = -\frac{2}{3}$) se obtiene el siguiente resultado:

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_L^\alpha i \not{D} \psi_L^\alpha &= \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\mu \alpha_L^- + K_\mu^+ \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\mu E_\alpha^- + K_\mu^o \bar{\alpha}_L^- \gamma^\mu E_{\alpha L}^- + h.c) \\ &+ \frac{g}{2} (\bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\mu \mathcal{D}_{1\mu}^o \nu_{\alpha L} + \bar{\alpha}_L^- \gamma^\mu \mathcal{D}_{2\mu}^o \alpha_L^- + \bar{E}_{\alpha L}^- \gamma^\mu \mathcal{D}_{3\mu}^o E_{\alpha L}^-). \end{aligned} \quad (6.22)$$

De igual forma aplicando la derivada covariante (6.5) a los singletes (con $X = 1$) se obtiene:

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_L^+ i \not{D} \alpha_L^+ + \bar{E}_{\alpha L}^+ i \not{D} E_{\alpha L}^+ &= g (S_w A_\mu - \frac{S_w^2}{C_w} Z_\mu + \frac{S_w^2}{a C_w} Z_\mu^{\prime o}) (\bar{\alpha}_L^+ \gamma^\mu \alpha_L^+ + \bar{E}_{\alpha L}^+ \gamma^\mu E_{\alpha L}^+) \\ &= -g (S_w A_\mu - \frac{S_w^2}{C_w} Z_\mu + \frac{S_w^2}{a C_w} Z_\mu^{\prime o}) (\bar{\alpha}_R^- \gamma^\mu \alpha_R^- + \bar{E}_{\alpha R}^- \gamma^\mu E_{\alpha R}^-), \end{aligned} \quad (6.23)$$

donde se ha hecho uso de las siguientes relaciones:

$$\bar{\alpha}_L^+ \gamma^\mu \alpha_L^+ = -\bar{\alpha}_R^- \gamma^\mu \alpha_R^- \quad y \quad \bar{E}_{\alpha L}^+ \gamma^\mu E_{\alpha L}^+ = -\bar{E}_{\alpha R}^- \gamma^\mu E_{\alpha R}^-. \quad (6.24)$$

Con estos dos resultados (6.22) y (6.23) se pueden obtener las corrientes cargadas y neutras para el modelo 3-3-1 barroco.

6.4.1 Corrientes Cargadas-Acoples

De la ecuación (6.22) y teniendo en cuenta que $g = \frac{e}{S_w}$, se obtiene el siguiente Lagrangiano para las corrientes cargadas:

$$\mathcal{L}^{CC} = \frac{e}{\sqrt{2} S_w} (W_\mu^+ \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\mu \alpha_L^- + K_\mu^+ \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\mu E_\alpha^- + K_\mu^o \bar{\alpha}_L^- \gamma^\mu E_{\alpha L}^- + h.c). \quad (6.25)$$

De este Lagrangiano se obtienen los siguientes acoples (en unidades de e):

$$g_{W^+\bar{\nu}_e L e^-} = g_{K^0_{E_L^-} e^-} = \frac{1}{\sqrt{2}S_w}. \quad (6.26)$$

6.4.2 Corrientes Neutras-Acoples

El Lagrangiano de corrientes neutras resulta de unir el segundo término de (6.22) con (6.23), así:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{CN} = & \frac{g}{2}(\bar{\nu}_{\alpha L}\gamma^\mu \mathcal{D}_{1\mu}^o \nu_{\alpha L} + \bar{\alpha}_L^- \gamma^\mu \mathcal{D}_{2\mu}^o \alpha_L^- + \bar{E}_{\alpha L}^- \gamma^\mu \mathcal{D}_{3\mu}^o E_{\alpha L}^-) \\ & - g(S_w A_\mu - \frac{S_w^2}{C_w} Z_\mu + \frac{S_w^2}{a C_w} Z'_\mu)(\bar{\alpha}_R^- \gamma^\mu \alpha_R^- + \bar{E}_{\alpha R}^- \gamma^\mu E_{\alpha R}^-). \end{aligned} \quad (6.27)$$

Ahora bien, si se introducen las componentes diagonales encontradas para $X = -\frac{2}{3}$ (6.21) y se tiene en cuenta que $g = \frac{e}{S_w}$, se llega al Lagrangiano final para corrientes neutras(en unidades de e):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{CN} = & A_\mu(-\bar{\alpha}_R^- \gamma^\mu \alpha_R^- - \bar{E}_\alpha^- \gamma^\mu E_\alpha^-) \\ & + Z_\mu(S_{2w}^{-1} \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\mu \nu_{\alpha L} - T_{2w}^{-1} \bar{\alpha}_L^- \gamma^\mu \alpha_L^- \\ & + T_w \bar{E}_{\alpha L}^- \gamma^\mu E_{\alpha L}^- + T_w \bar{\alpha}_R^- \gamma^\mu \alpha_R^- + T_w \bar{E}_{\alpha R}^- \gamma^\mu E_{\alpha R}^-) \\ & + Z'_\mu(-\frac{S_{2w}^{-1}}{a} \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\mu \nu_{\alpha L} - \frac{S_{2w}^{-1}}{a} \bar{\alpha}_L^- \gamma^\mu \alpha_L^- + \frac{2T_{2w}^{-1}}{a} \bar{E}_{\alpha L}^- \gamma^\mu E_{\alpha L}^- \\ & - \frac{T_w}{a} \bar{\alpha}_R^- \gamma^\mu \alpha_R^- - \frac{T_w}{a} \bar{E}_\alpha^- \gamma^\mu E_\alpha^-). \end{aligned} \quad (6.28)$$

De este Lagrangiano se obtienen los siguientes acoples (en unidades de e):

$$g_{Z e_L^-} = -T_{2w}^{-1}, \quad g_{Z e_R^-} = T_w, \quad g_{Z' e_L^-} = -\frac{S_{2w}^{-1}}{a}, \quad g_{Z' e_R^-} = -\frac{T_w}{a} \quad (6.29)$$

Los dos primeros acoples nos permiten identificar a Z como el bosón gauge neutro del Modelo Estándar y los dos últimos son los acoples del nuevo bosón gauge neutro Z'^o .

6.4.3 Lagrangiano de los Acoples Gauge Trilineales

El Lagrangiano gauge de donde se obtienen los acoples trilineales viene dado por⁶²:

$$\mathcal{L}^{gauge} = -g f_{abc} \partial_\mu A_\nu^a A^{b\mu} A^{c\nu} \quad (6.30)$$

donde f_{abc} , con $a, b, c = 1, 2, \dots, 8$, son las constantes de estructura, completamente antisimétricas, del grupo $SU(3)_C$ las cuales son:

⁶²Hoang Ngoc Long and Dang Van Soa, arXiv: hep-ph/01044150 V1 16 Apr 2001.

$$f_{123} = 1, \quad f_{458} = f_{678} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad f_{345} = f_{378} = \frac{1}{2} \quad f_{147} = f_{165} = f_{246} = f_{257} = \frac{1}{2}.$$

Ahora bien, necesitamos expresar A^a en términos de los campos gauge físicos. Recordemos dichos campos encontrados en la sección (6.3), los cuales los podemos escribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} A_\mu^1 &= \frac{W_\mu^- + W_\mu^+}{\sqrt{2}} & A_\mu^4 &= \frac{K_\mu^- + K_\mu^+}{\sqrt{2}} & A_\mu^6 &= \frac{K_\mu^o + \bar{K}_\mu^o}{\sqrt{2}} \\ A_\mu^2 &= \frac{W_\mu^- - W_\mu^+}{\sqrt{2}i} & A_\mu^5 &= \frac{K_\mu^- - K_\mu^+}{\sqrt{2}i} & A_\mu^7 &= \frac{K_\mu^o - \bar{K}_\mu^o}{\sqrt{2}i} \\ A_\mu^3 + \sqrt{3}A_\mu^8 &= S_w A_\mu - \frac{S_w^2}{C_w} Z_\mu - \frac{a}{C_w} Z_\mu^o \\ A_\mu^3 - \sqrt{3}A_\mu^8 &= \frac{Z_\mu}{C_w} + \frac{a}{C_w} Z_\mu^o \\ A_\mu^3 &= S_w A_\mu + C_w Z_\mu \end{aligned}$$

Con estos campos y las constantes de estructura podemos construir el Lagrangiano gauge (6.30), así:

1) Para $a, b, c = 1, 2, 3$ se encuentra:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1^{gauge} &= -ig \{ S_w [A^\mu (W_{\mu\nu}^- W^{+\nu} - W_{\mu\nu}^+ W^{-\nu}) + A_{\mu\nu} W^{+\mu} W^{-\nu}] \\ &= C_w [Z^\mu (W_{\mu\nu}^- W^{+\nu} - W_{\mu\nu}^+ W^{-\nu}) + Z_{\mu\nu} W^{+\mu} W^{-\nu}] \} \end{aligned}$$

2) Para $a, b, c = 1, 4, 7$ y $a, b, c = 1, 6, 5$ se encuentra:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_2^{gauge} &= -\frac{ig}{\sqrt{2}} \{ [K^{-\mu} (K_{\mu\nu}^o W^{+\nu} - W_{\mu\nu}^+ K^{o\nu}) + K_{\mu\nu}^- W^{+\mu} K^{o\nu}] \\ &= + [K^{+\mu} (W_{\mu\nu}^- \bar{K}^{o\nu} - \bar{K}_{\mu\nu}^o W^{-\nu}) + K_{\mu\nu}^+ \bar{K}^{o\mu} W^{-\nu}] \} \end{aligned}$$

3) Ahora con $a, b, c = 4, 5, 8$, $a, b, c = 6, 7, 8$, $a, b, c = 3, 4, 5$, $a, b, c = 3, 7, 6$ y recolectando términos, se encuentra el Lagrangiano gauge final:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}^{gauge} = & ie\{1[A^\mu(W_{\mu\nu}^-W^{+\nu} - W_{\mu\nu}^+W^{-\nu}) + A_{\mu\nu}W^{+\mu}W^{-\nu}] + \\
& + T_w^{-1}[Z^\mu(W_{\mu\nu}^-W^{+\nu} - W_{\mu\nu}^+W^{-\nu}) + Z_{\mu\nu}W^{+\mu}W^{-\nu}] + \\
& + 1[A^\mu(K_{\mu\nu}^-k^{+\nu} - K_{\mu\nu}^+K^{-\nu}) + K_{\mu\nu}K^{+\mu}K^{-\nu}] + \\
& + T_{2w}^{-1}[Z^\mu(K_{\mu\nu}^-K^{+\nu} - K_{\mu\nu}^+K^{-\nu}) + Z_{\mu\nu}K^{+\mu}K^{-\nu}] + \\
& - \frac{a}{S_{2w}}[Z'^{o\mu}(K_{\mu\nu}^-K^{+\nu} - K_{\mu\nu}^+K^{-\nu}) + Z'_{\mu\nu}K^{+\mu}K^{-\nu}] + \\
& - S_{2w}^{-1}[Z^\mu(\bar{K}_{\mu\nu}^oK^{o\nu} - K_{\mu\nu}^o\bar{K}^{o\nu}) + Z_{\mu\nu}K^{o\mu}\bar{K}^{o\nu}] + \\
& - \frac{a}{S_{2w}}[Z'^{o\mu}(\bar{K}_{\mu\nu}^oK^{o\nu} - K_{\mu\nu}^o\bar{K}^{o\nu}) + Z'_{\mu\nu}K^{o\mu}\bar{K}^{o\nu}] + \\
& + \frac{1}{\sqrt{2}S_w}[K^{-\mu}(K_{\mu\nu}^oW^{+\nu} - W_{\mu\nu}^+K^{o\nu}) + K_{\mu\nu}^-W^{+\mu}K^{o\nu}] + \\
& + \frac{1}{\sqrt{2}S_w}[K^{+\mu}(W_{\mu\nu}^- \bar{K}^{o\nu} - \bar{K}_{\mu\nu}^oW^{-\nu}) + K_{\mu\nu}^+ \bar{K}^{o\mu}W^{-\nu}]\}.
\end{aligned}$$

Finalmente, en la siguiente tabla 12 se recolectan los acoples trilineales de los bosones gauge y los acoples de las corrientes neutras y cargadas (en unidades de e).

Acoples trilineales de bosones gauge	
vértice	acople/ e
γW^+W^-	1
ZW^+W^-	T_w^{-1}
γK^+K^-	1
ZK^+K^-	T_{2w}^{-1}
$Z'^oK^+K^-$	$-\frac{a}{S_{2w}}$
$ZK^o\bar{K}^o$	$-\frac{1}{S_{2w}}$
$Z'^oK^o\bar{K}^o$	$-\frac{a}{S_{2w}}$
$K^{-\nu}K^oW^+$	$\frac{1}{\sqrt{2}S_w}$
$K^{+\nu}\bar{K}^oW^-$	$\frac{1}{\sqrt{2}S_w}$

Acoples-corrientes neutras del modelo 3-3-1 barroco - $Z(Z'^o)e_{L(R)}^-$	
vértice	acople/ e
Ze_L^-	$-T_{2w}^{-1}$
Ze_R^-	T_w
$Z'^oe_L^-$	$-\frac{S_{2w}^{-1}}{a}$
$Z'^oe_R^-$	$-\frac{T_w}{a}$

Acoples-corrientes cargadas del modelo 3-3-1 barroco - $W^+(K^o)fe_L^-$	
vértice	acople/ e
$W^+ \bar{\nu}_{eL} e_L^-$	$\frac{1}{\sqrt{2}S_w}$
$K^o E_L^- e_L^-$	$\frac{1}{\sqrt{2}S_w}$

tabla 13: Acoples (en unidades de e) en el Modelo 3-3-1 Barroco

Con estos acoples y las amplitudes de polarización encontradas en el capítulo 3 se puede, por tanto, dar paso al estudio de los diferentes *procesos*. De manera similar al estudio realizado para el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ en el Modelo Estándar. Se procede a realizar el estudio de tres procesos, específicamente, la producción de los cinco bosones vectoriales Z'^o , K^\pm y $K^o(\bar{K}^o)$ mediante colisiones e^+e^- ⁶³. Para cada proceso se encuentran las amplitudes de dispersión, verificando la unitariedad y realizando los cálculos de sus respectivas secciones transversales, teniendo en cuenta que para los estados finales de polarización se promedia sobre los estados iniciales y se suma sobre los estados finales.

Por otra parte, para el cálculo de todos los procesos se utilizarán los siguientes parámetros:

- $S_w^2 = \frac{1}{4}$. Se utiliza este valor ya que se encuentra en un buen rango de aceptabilidad⁶⁴, para modelos 3-3-1.
- $\alpha = \frac{1}{128}$ ⁶⁵. Este es un valor aproximado de la constante de acople electromagnética. Ahora bien, para el cálculo de los diferentes procesos se tomó $\alpha = \frac{1}{128}$ en función de la masa M_{K^+} del nuevo bosón vectorial K^+ (K^-), y su valor se lo obtuvo al realizar la evolución de esta constante a 1 Loop ⁶⁶ (ver anexo F).
- La masa del bosón vectorial neutro Z es de $M_Z = 92.188\text{GeV}$, cuyo valor se encuentra descrito en la tabla 4.
- Para los nuevos bosones vectoriales Z'^o , K^\pm y $K^o(\bar{K}^o)$ se suponen masas con valores que están en las escalas actuales de energías de los TeV, y las cuales están en un rango permitido⁶⁷ en actuales y próximos (futuros) experimentos en el Gran Colisionador de Hadrones (LHC, por sus siglas en ingles) ya que actualmente se está trabajando con escalas de energías de los TeV y se estima llegar a energías centro de masa (*c.m*) de 14TeV. A estas escalas de energías se buscan nuevas partículas (como el bosón de Higgs) en las que podrían estar los nuevos bosones vectoriales que se estudian en este trabajo.

Recientemente (4 de Julio de 2012) se anunció ⁶⁸ que los experimentos ATLAS y CMS del Gran Colisionador de Hadrones (LHC) presentaron sus últimos resultados

⁶³J.B. Flórez, Y. Giraldo, A. Pasaje, REVISTA COLOMBIANA DE FÍSICA, VOL.43, NO.3, 2011.

⁶⁴Alex G. Dias, R. Martinez, V. Pleitez, arXiv: hep-ph/0407141v2 8 Dec 2004

⁶⁵Alex G. Dias, R. Martinez, V. Pleitez, arXiv: hep-ph/0407141v2 8 Dec 2004.

⁶⁶Las ecuaciones de evolución de las constantes de acople a un loop se encuentran en: Alex G. Dias, R. Martinez, V. Pleitez, arXiv: hep-ph/0407141v2 8 Dec 2004.

⁶⁷Los diferentes valores de masas a escalas permitidas para modelos 3-3-1 se pueden encontrar en: Alex G. Dias, R. Martinez, V. Pleitez, arXiv: hep-ph/0407141v2 8 Dec 2004.

⁶⁸El anuncio fue realizado en un seminario hecho el 4 de Julio de 2012 en la sede del Laboratorio Europeo de Física de Partículas (CERN) en Ginebra (Suiza).

preliminares en la búsqueda de la partícula de Higgs. En los dos experimentos se puede observar una partícula en el rango de masas alrededor de 125GeV (unas 134 veces la masa del protón). Este rango de masas da claros indicios de un bosón (“el bosón más pesado jamás encontrado” hasta ahora).

6.5 CÁLCULO DEL PROCESO $e^+e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0$

En esta sección se encuentran las amplitudes de dispersión, además se verifica la unitariedad y se calculan las secciones eficaces para este proceso⁶⁹.

6.5.1 Amplitudes de dispersión para el proceso $e^+e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0$

Los diagramas de Feynman que contribuyen a este proceso son:

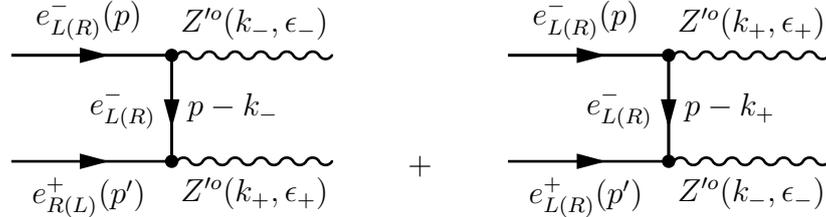


Figura 11: Diagramas de Feynman para el proceso $e^+e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0$

De acuerdo a estos diagramas se obtienen las siguientes amplitudes de dispersión:

$$\mathcal{M}_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)(t,u)} = \frac{e^2 (g_{Z'^0 e_{L(R)}^-})^2}{4(t,u)} A_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)(t,u)}.$$

Ahora, remplazando sus dos acoples correspondientes se obtiene:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(t,u)} &= e^2 a_L \frac{A_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(t,u)}}{(t,u)} \\ \mathcal{M}_{\epsilon_-\epsilon_+}^{R(t,u)} &= e^2 a_R \frac{A_{\epsilon_-\epsilon_+}^{R(t,u)}}{(t,u)}. \end{aligned}$$

donde $a_L = \frac{S_{2w}^{-2}}{4a^2}$ y $a_R = \frac{T_w^2}{4a^2}$, con $a = \sqrt{3 - 4S_w^2}$.

Recolectando términos se tiene:

$$\mathcal{M}_{\epsilon_-\epsilon_+} = e^2 \left\{ a_L \left(\frac{A_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(t)}}{t} + \frac{A_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(u)}}{u} \right) + a_R \left(\frac{A_{\epsilon_-\epsilon_+}^{R(t)}}{t} + \frac{A_{\epsilon_-\epsilon_+}^{R(u)}}{u} \right) \right\}, \quad (6.31)$$

⁶⁹J.B. Flórez, Y. Giraldo, A. Pasaje, REVISTA COLOMBIANA DE FÍSICA, VOL.43, NO.3, 2011.

Ahora bien, tomando $S_w^2 = 1/4$, se obtiene $a_L = \frac{4}{24}$ para la parte izquierda y $a_R = \frac{1}{24}$ para la parte derecha. Con ésto se puede decir que $a_L = 4a_R = \frac{4}{24}$. Remplazando este resultado en la amplitud de dispersión $\mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+}$ (6.31), reorganizando términos y promediando sobre los estados entrantes (iniciales) se obtiene:

$$|\bar{\mathcal{M}}_{\epsilon-\epsilon+}|^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{e^2}{24} \right)^2 \left| \frac{1}{t} [4A_{\epsilon-\epsilon+}^{L(t)} + A_{\epsilon-\epsilon+}^{R(t)}] + \frac{1}{u} [4A_{\epsilon-\epsilon+}^{L(u)} + A_{\epsilon-\epsilon+}^{R(u)}] \right|^2, \quad (6.32)$$

el factor $\frac{1}{4}$ proviene del promedio de los estados entrantes.

- **Unitariedad del proceso**

Los experimentos de física de altas energías se realizan, habitualmente, mediante colisiones de partículas a altas velocidades. La teoría cuántica de campos permite calcular los detalles de dichas colisiones a partir de la probabilidad (\mathcal{M}) de que estas ocurran: $\mathcal{M}_{A \rightarrow B} = \langle B_{final} | S | A_{inicial} \rangle$. Esta expresión relaciona la probabilidad de encontrar las partículas B tras la colisión, partiendo de las partículas A , en términos de S , la llamada matriz de dispersión. La propiedad de unitariedad⁷⁰ permite garantizar la conservación de la ortogonalidad y la normalización de los estados en la reacción. Luego, la verificación de unitariedad que se realizará en todos los procesos, en este trabajo, será para descartar la existencia de problemas divergentes en la amplitud de dispersión, y por tanto en la sección eficaz, cuando se trabaja a muy altas energías, y así exista una única probabilidad de que las partículas dispersadas en la colisión sean detectadas.

Los términos potencialmente peligrosos en este proceso son: $A_{33}^{L(R)(t,u)}$. Ahora bien, para $s \rightarrow \infty$ se tiene:

$$\begin{aligned} \beta &= 1, \quad t = -\frac{s}{2}(1 - \cos \theta), \quad u = -\frac{s}{2}(1 + \cos \theta), \\ A_{33}^{L(R)(t)} &= \mp \left[\frac{s^2 \sin \theta}{M^2} (1 - \cos \theta) + 2s \sin \theta \right], \\ A_{33}^{L(R)(u)} &= \pm \left[\frac{s^2 \sin \theta}{M^2} (1 + \cos \theta) + 2s \sin \theta \right], \end{aligned}$$

entonces:

$$\frac{A_{33}^{L(t)}}{t} + \frac{A_{33}^{L(u)}}{u} = 8 \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = 8(T_\theta)^{-1}, \quad (\theta \neq 0). \quad (6.33)$$

Un procedimiento similar se sigue para $\frac{A_{33}^{R(t)}}{t} + \frac{A_{33}^{R(u)}}{u}$. De acuerdo a los anteriores resultados se puede concluir que no se viola unitariedad.

⁷⁰La matriz de dispersión, S , debe ser unitaria $SS^* = 1$, o bien en elementos de matriz $(SS^\dagger)_{ij} = \sum_n S_{in} S_{jn}^* = \delta_{ij}$, donde el índice n numera todos los estados intermedios posibles. La matriz S de dispersión es un operador que recoge la evolución del sistema durante el experimento.

6.5.2 Secciones eficaces diferenciales para el proceso $e^+e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0$

Al reemplazar la fórmula de amplitud (6.32) en la ecuación (4.40) se obtienen las secciones eficaces diferenciales con polarización definida para las partículas iniciales y finales, en función del ángulo de dispersión θ del $c.m$:

$$\left. \frac{\partial \sigma}{\partial(\cos \theta)} \right|_{\epsilon_- \epsilon_+} = C \frac{\beta}{s} \left| \frac{1}{t} [4A_{\epsilon_- \epsilon_+}^{L(t)} + A_{\epsilon_- \epsilon_+}^{R(t)}] + \frac{1}{u} [4A_{\epsilon_- \epsilon_+}^{L(u)} + A_{\epsilon_- \epsilon_+}^{R(u)}] \right|^2, \quad (6.34)$$

y sumando sobre todas las polarizaciones del estado final de las partículas se obtiene:

$$\left. \frac{\partial \sigma}{\partial(\cos \theta)} \right|^T = \sum_{\epsilon_- \epsilon_+} \left. \frac{\partial \sigma}{\partial(\cos \theta)} \right|_{\epsilon_- \epsilon_+}, \quad (6.35)$$

con

$$C = \frac{\pi \alpha^2}{2(48)^2}. \quad (6.36)$$

6.5.3 Sección eficaz total para el proceso $e^+e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0$ en función de la energía del $c.m$ (\sqrt{s})

La sección eficaz total del proceso es:

$$\sigma_T = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left. \frac{\partial \sigma}{\partial(\cos \theta)} \right|^T (d \cos \theta) \quad (6.37)$$

La integral va desde $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ya que las partículas son idénticas. Además, se calcula la sección eficaz total en función de la energía \sqrt{s} del $c.m$, manteniendo fija la masa del nuevo bosón vectorial neutro Z'^0 con un valor de $M_{Z'^0} = 1 \text{ TeV}$. La energía de centro de masas llega a un valor máximo de 5 TeV . En la siguiente sección se muestra el resultado de la sección eficaz total dada en la figura 16.

6.6 RESULTADOS DEL PROCESO $e^+e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0$

En el desarrollo de los cálculos se tiene en cuenta las siguientes consideraciones: $\sin^2 \theta_w = S_w^2 = x = 1/4$, $\alpha = \frac{1}{128}$, la escala de energía emitida por la colisión de $E = 2.5 \text{ TeV}$ (con la energía $c.m$ de $\sqrt{s} = 5 \text{ TeV}$) y cuatro valores de masa para el nuevo bosón vectorial neutro Z'^0 de: $M_{Z'^0} = 1 \text{ TeV}$, 1.2 TeV , 2 TeV y 2.3 TeV .

Por otra parte, para obtener los resultados de las secciones eficaces diferenciales se debe tener en cuenta que se tienen dos estados de polarización para las partículas iniciales: $e_L^- e_R^+$ y $e_R^- e_L^+$; mientras que las partículas finales (bosones Z'^0) poseen nueve polarizaciones, sin embargo, debido a la simetría, solamente seis polarizaciones 11, 12, 13, 22, 23 y 33 serán suficientes para nuestro estudio en este proceso. Los resultados

se muestran en las figuras (12), (13), (14) y (15). En cada una de estas figuras se tiene que: la línea continua (punteada) corresponden al estado inicial $e_L^- e_R^+(e_R^- e_L^+)$.

En este proceso ($e^+e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0$) y en los siguientes dos procesos ($e^+e^- \rightarrow K^+K^-$, $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$), se utiliza el programa MATHEMATICA 5.2 para obtener los resultados gráficos de las secciones eficaces diferenciales y de la seccion eficaz total .

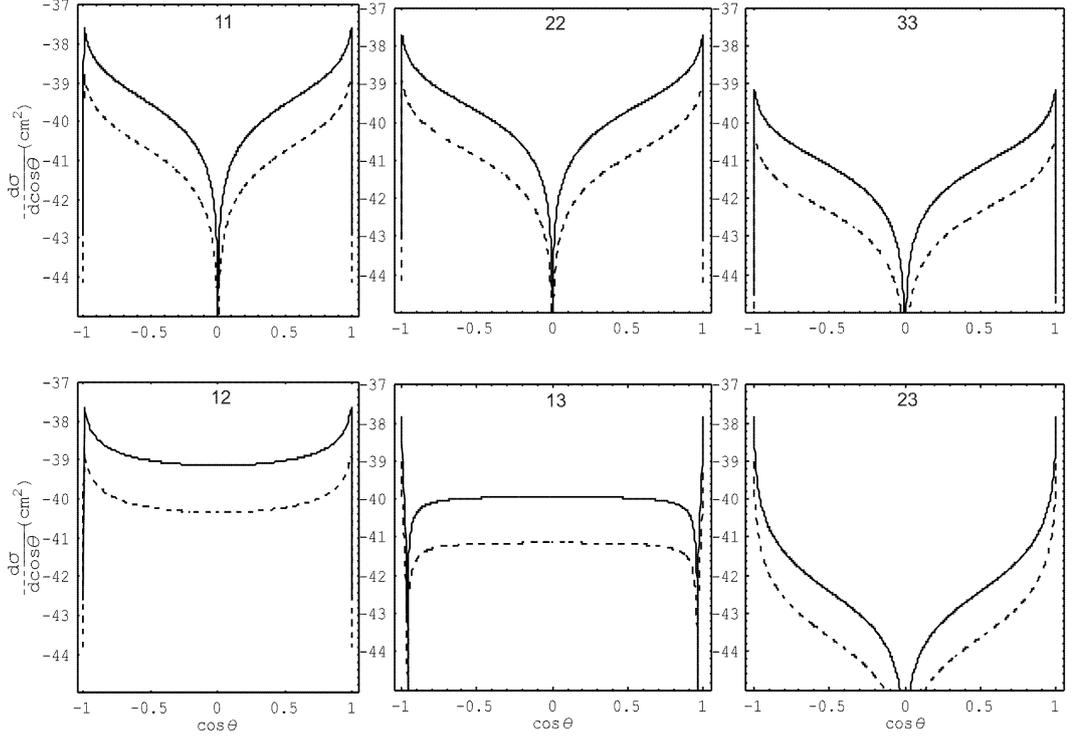


Figura 12: Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0$.

La gráfica describe el comportamiento de la sección eficaz diferencial para este proceso en el Modelo 3-3-1 barroco sin cargas eléctricas exóticas y con polarización definida para las partículas inicial y final, como una función del ángulo de dispersión θ del $c.m.$. La línea continua (punteada) corresponden al estado inicial $e_L^- e_R^+(e_R^- e_L^+)$. Además, se toman las siguientes consideraciones: La energía del rayo e^+e^- está a una escala de $E = 2.5\text{TeV}$ y la masa del nuevo bosón vectorial neutro Z'^0 es de $M_{Z'^0} = 1\text{TeV}$. También se asume que la constante de acople electromagnética α tiene un valor de $\alpha = \frac{1}{128}$ y para el ángulo electrodébil un valor de $\sin^2 \theta_w = 1/4$.

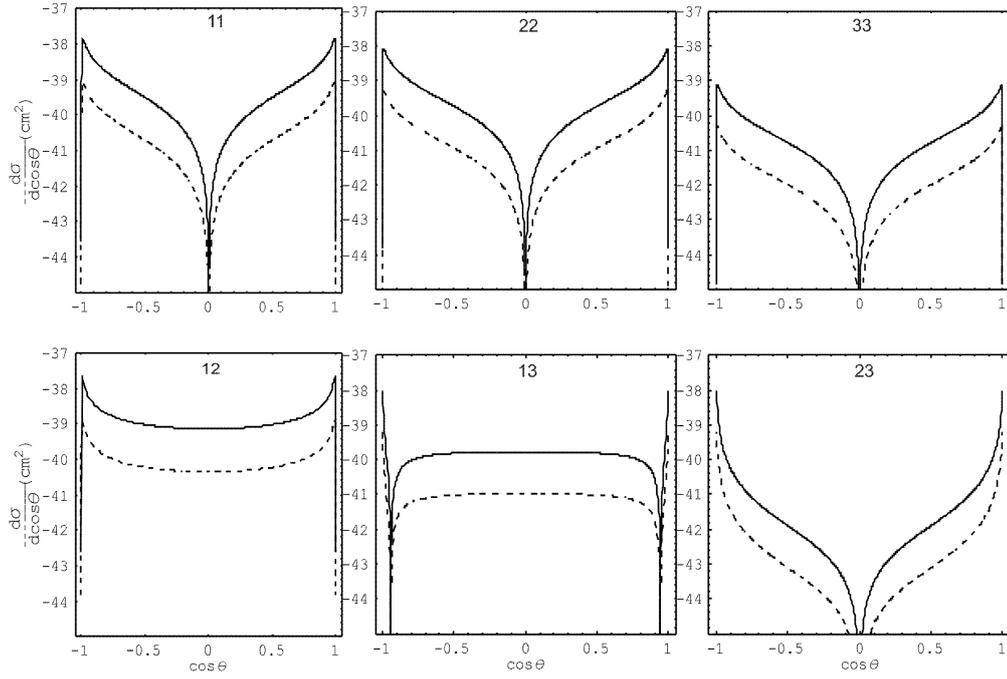


Figura 13: Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow Z'^{i0}Z'^{i0}$. En este caso es lo mismo que la figura (12) pero con $E = 2.5\text{TeV}$ y $M_{Z'^{i0}} = 1.2\text{TeV}$.

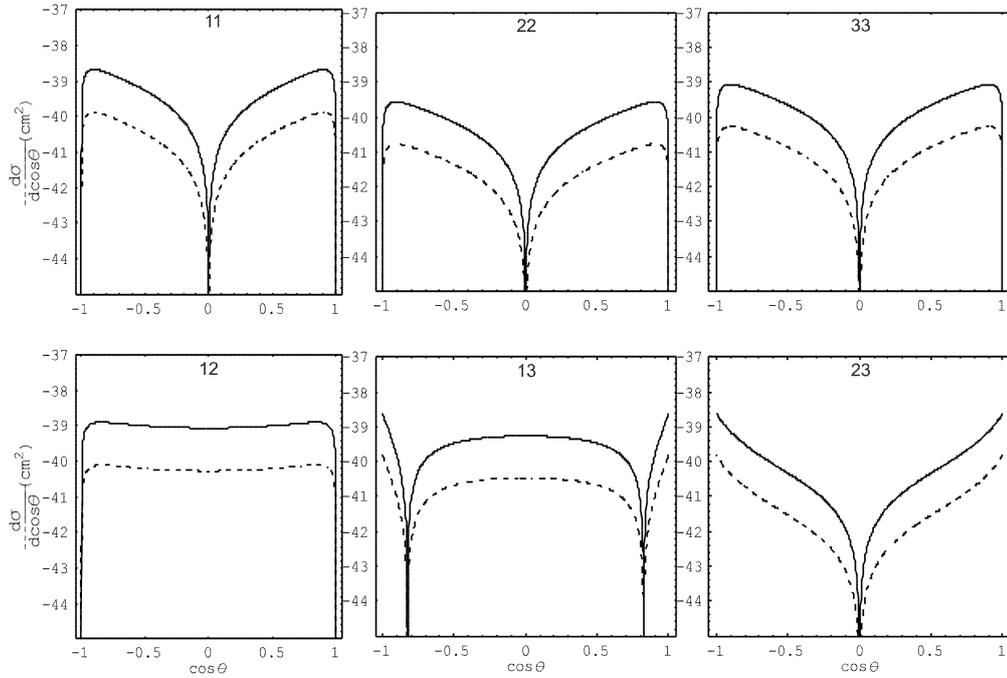


Figura 14: Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow Z'^{i0}Z'^{i0}$. En este caso es lo mismo que la figura (12) pero con $E = 2.5\text{TeV}$ y $M_{Z'^{i0}} = 2\text{TeV}$.

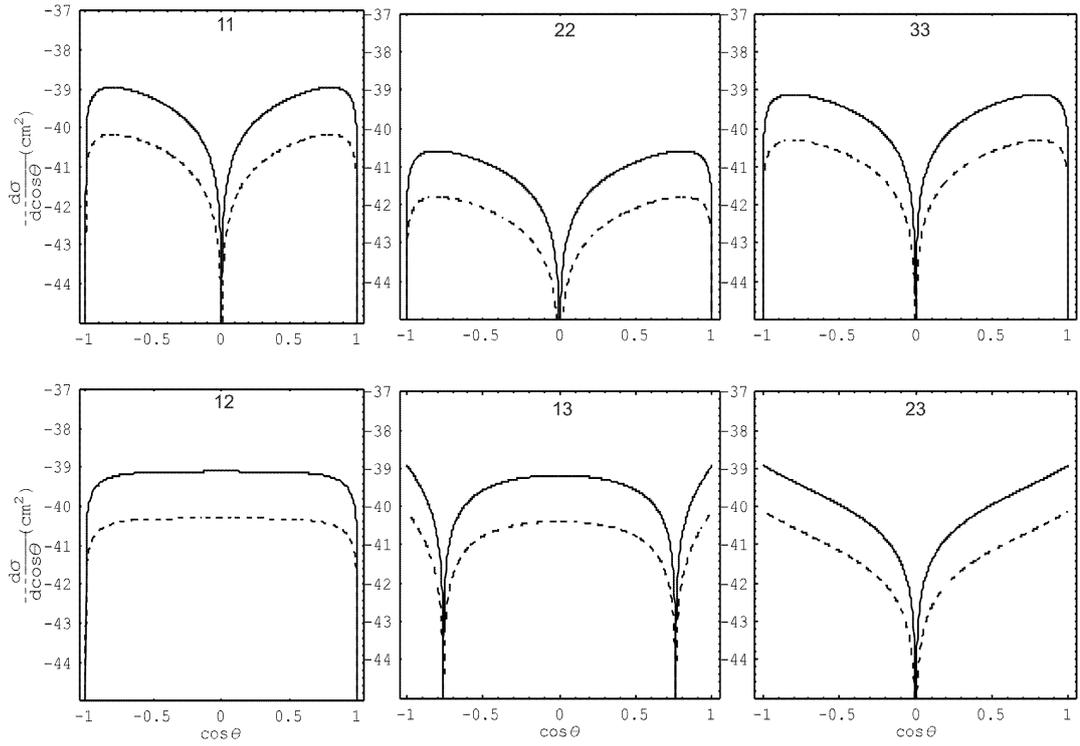


Figura 15: Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0$. En este caso es lo mismo que la figura (12) pero con $E = 2.5\text{TeV}$ y $M_{Z'^0} = 2.3\text{TeV}$.

En la siguiente figura 16 se obtiene el resultado de la sección eficaz total:

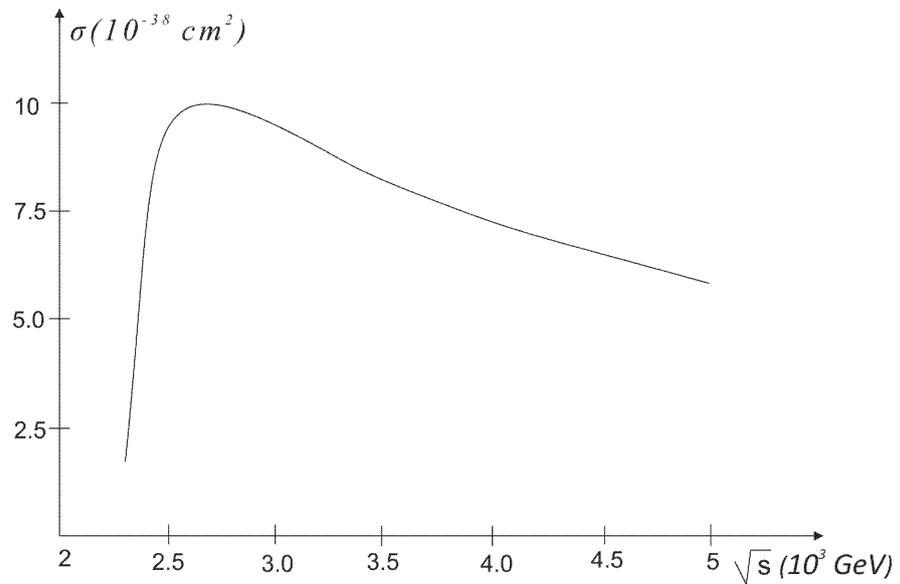


Figura 16: Sección eficaz total para el proceso $e^+e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0$ en función de la energía del $c.m$ (\sqrt{s}).

La figura 16 describe el comportamiento de la sección eficaz total $\sigma(e^+e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0)$ en el modelo 3-3-1 barroco sin cargas eléctricas exóticas, en función de la energía del *c.m.* (\sqrt{s}), manteniendo fija la masa del nuevo bosón vectorial neutro Z'^0 , la cual se asume para un valor de $M_{Z'^0} = 1\text{TeV}$. Se puede observar que la sección eficaz total σ crece drásticamente hasta un valor máximo del orden de $\sim 10^{-37}\text{cm}^2$, en una escala de energías de centro de masas de ~ 2.3 a $\sim 2.6\text{TeV}$ y finalmente, σ decrece a partir de una escala de energía de centro de masas de ~ 2.6 a 5TeV . En esta figura, la energía centro de masas llega hasta un valor máximo de 5TeV . Sin embargo, éste no es el límite de la escala de energías usadas en el LHC, ya que este Gran Colisionador de Hadrones ha trabajado durante estos dos últimos años a energías de centro de masa (*c.m.*) de $7\text{-}8\text{TeV}$ en 2011 - 2012 respectivamente y en los siguientes dos años (2013-2014) se espera llegar a escalas de energías de centro de masa de 14TeV .

De acuerdo al anterior análisis, se puede decir que al producir pares de nuevos bosones vectoriales neutros, $Z'^0 Z'^0$, la sección eficaz total $\sigma(e^+e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0)$ decrece a medida que se aumentan las escalas de energías de centro de masa. Es decir, la sección transversal decrece en función de la energía del centro de masa (\sqrt{s}), lo que significa que el área efectiva de la colisión es menor para rangos de “ muy altas energías”. Por último, estas figuras (de la 12 a la 16) se pueden comparar con las figuras del artículo J.B. Flórez, Y. Giraldo, A. Pasaje, REVISTA COLOMBIANA DE FÍSICA, VOL.43, NO.3, 2011, teniendo en cuenta los valores de los parámetros utilizados en este trabajo.

6.7 CÁLCULO DEL PROCESO $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$

En esta sección se encuentran las amplitudes de dispersión, además se verifica la unitariedad y se calculan las secciones eficaces para este proceso.

6.7.1 Amplitudes de dispersión para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$

En la figura 17 se muestran los diagramas de Feynman que contribuyen a este proceso.

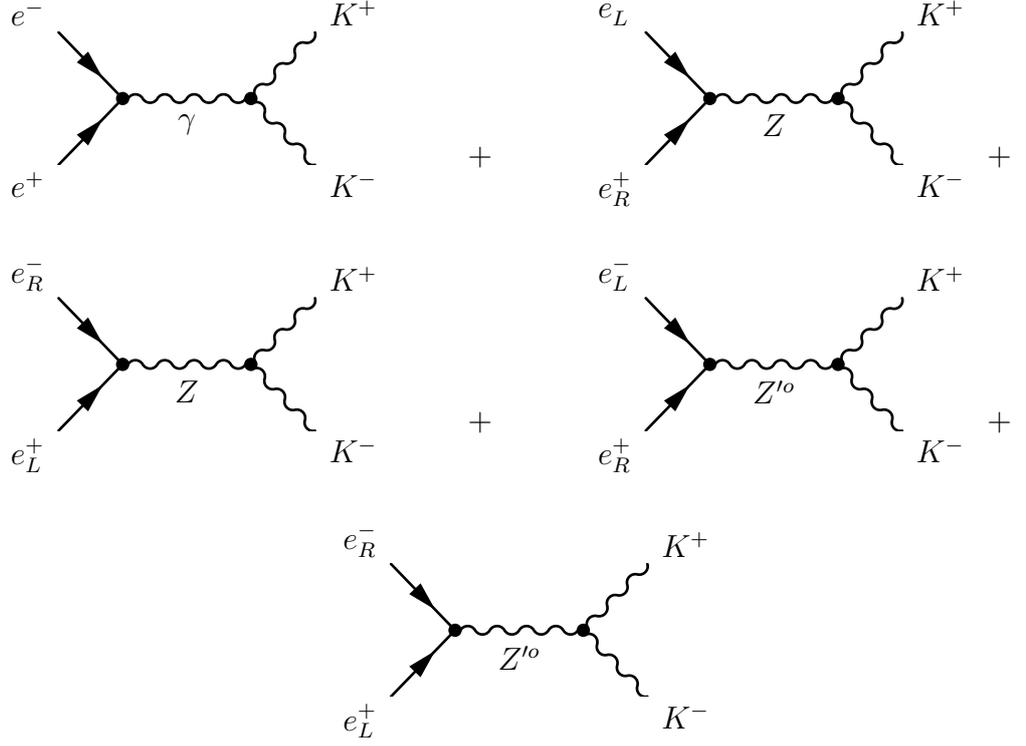


Figura 17: Diagramas de Feynman para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$

De acuerdo a estos diagramas y al reemplazar los respectivos acoples se obtienen las siguientes amplitudes de dispersión:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+}^{(1)} &= \frac{e^2}{2s} (g_{\gamma e_L^-}) (g_{\gamma K^+K^-}) C_{\epsilon-\epsilon+}^{L(R)} = -\frac{e^2}{2s} (C_{\epsilon-\epsilon+}^L + C_{\epsilon-\epsilon+}^R), \\
\mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+}^{(2)} &= \frac{e^2}{2(s - M_Z^2)} (g_{Ze_L^-}) (g_{ZK^+K^-}) C_{\epsilon-\epsilon+}^L = -\frac{e^2}{2(s - M_Z^2)} (T_{2w}^{-2}) C_{\epsilon-\epsilon+}^L, \\
\mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+}^{(3)} &= \frac{e^2}{2(s - M_Z^2)} (g_{Ze_R^-}) (g_{ZK^+K^-}) C_{\epsilon-\epsilon+}^R = \frac{e^2}{2(s - M_Z^2)} \left(\frac{T_w}{T_{2w}} \right) C_{\epsilon-\epsilon+}^R, \\
\mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+}^{(4)} &= \frac{e^2}{2(s - M_{Z'0}^2)} (g_{Z'0e_L^-}) (g_{Z'0K^+K^-}) C_{\epsilon-\epsilon+}^L = \frac{e^2}{2(s - M_{Z'0}^2)} (S_{2w}^{-2}) C_{\epsilon-\epsilon+}^L, \\
\mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+}^{(5)} &= \frac{e^2}{2(s - M_{Z'0}^2)} (g_{Z'0e_R^-}) (g_{Z'0K^+K^-}) C_{\epsilon-\epsilon+}^R = \frac{e^2}{2(s - M_{Z'0}^2)} \left(\frac{T_w}{S_{2w}} \right) C_{\epsilon-\epsilon+}^R.
\end{aligned}$$

Recolectando términos tenemos:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+} &= \frac{e^2}{2} \left\{ -\frac{1}{s} (C_{\epsilon-\epsilon+}^L + C_{\epsilon-\epsilon+}^R) + \frac{1}{(s - M_Z^2)} \left[-T_{2w}^{-2} C_{\epsilon-\epsilon+}^L + \frac{T_w}{T_{2w}} C_{\epsilon-\epsilon+}^R \right] + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{(s - M_{Z'0}^2)} \left[S_{2w}^{-2} C_{\epsilon-\epsilon+}^L + \frac{T_w}{S_{2w}} C_{\epsilon-\epsilon+}^R \right] \right\} \quad (6.38)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+} = & \frac{e^2}{2} \left\{ -\frac{1}{s}(C_{\epsilon-\epsilon+}^L + C_{\epsilon-\epsilon+}^R) + \frac{1}{D_Z} \left[-T_{2w}^{-2}C_{\epsilon-\epsilon+}^L + \frac{T_w}{T_{2w}}C_{\epsilon-\epsilon+}^R \right] + \right. \\ & \left. + \frac{1}{D_{Z'0}} \left[S_{2w}^{-2}C_{\epsilon-\epsilon+}^L + \frac{T_w}{S_{2w}}C_{\epsilon-\epsilon+}^R \right] \right\}, \end{aligned} \quad (6.39)$$

donde $D_Z = s - M_Z^2$ y $D_{Z'0} = s - M_{Z'0}^2$ son los propagadores de los bosones Z y $Z'0$ respectivamente, fuera de sus respectivas resonancias.

Por otra parte, se sabe que la masa del bosón Z es $M_Z = 91.2 GeV$ y para el nuevo bosón neutro $Z'0$ se ha supuesto una masa de $M_{Z'0} = 2 TeV = 2 \times 10^3 GeV$, luego $M_{Z'0}^2 \gg M_Z^2$, por tanto $D_Z = s - M_Z^2 \approx s$. De acuerdo a esta aproximación y promediando sobre los estados entrantes (iniciales) y tomando $S_w^2 = x = 1/4$ se obtiene el siguiente resultado:

$$|\bar{\mathcal{M}}_{\epsilon-\epsilon+}|^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{e^2 M_{Z'0}^2}{3s D_{Z'0}} \right)^2 |2C_{\epsilon-\epsilon+}^L + C_{\epsilon-\epsilon+}^R|^2, \quad (6.40)$$

el factor $\frac{1}{4}$ proviene del promedio de los estados entrantes.

- **Unitariedad del proceso**

Verifiquemos que no haya problema con unitariedad en este proceso.

Para $s \rightarrow \infty$ se tiene: $D_Z = s - M_Z^2 \approx s$, $D_{Z'0} = s - M_{Z'0}^2 \approx s$, entonces:

$$\mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+} = \frac{e^2}{2} \left\{ -\frac{1}{s}(C_{\epsilon-\epsilon+}^L + C_{\epsilon-\epsilon+}^R) + \frac{1}{s} \left[C_{\epsilon-\epsilon+}^L (S_{2w}^{-2} - T_{2w}^{-2}) + C_{\epsilon-\epsilon+}^R \left(\frac{T_w}{T_{2w}} + \frac{T_w}{S_{2w}} \right) \right] \right\},$$

pero, de acuerdo a las siguientes identidades:

$$S_{2w}^{-2} - T_{2w}^{-2} = 1 \quad \text{y} \quad \frac{T_w}{T_{2w}} + \frac{T_w}{S_{2w}} = 1,$$

se obtiene el siguiente resultado:

$$\mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+} = \frac{e^2}{2} \left\{ -\frac{1}{s}(C_{\epsilon-\epsilon+}^L + C_{\epsilon-\epsilon+}^R) + \frac{1}{s}[C_{\epsilon-\epsilon+}^L + C_{\epsilon-\epsilon+}^R] \right\} = 0.$$

Con el anterior resultado se puede concluir que no hay problema con unitariedad.

6.7.2 Secciones eficaces diferenciales para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$

Al reemplazar la fórmula de amplitud (6.40) en la ecuación (4.40) se obtienen las secciones eficaces diferenciales con polarización definida para las partículas iniciales y

finales, en función del ángulo de dispersión θ del *c.m.*:

$$\left. \frac{\partial \sigma}{\partial(\cos \theta)} \right|_{\epsilon_- \epsilon_+} = C \frac{\beta}{s^3 D_{Z'^0}^2} \left| 2C_{\epsilon_- \epsilon_+}^L + C_{\epsilon_- \epsilon_+}^R \right|^2, \quad (6.41)$$

y sumando sobre todas las polarizaciones del estado final de las partículas se obtiene:

$$\left. \frac{\partial \sigma}{\partial(\cos \theta)} \right|^T = \sum_{\epsilon_- \epsilon_+} \left. \frac{\partial \sigma}{\partial(\cos \theta)} \right|_{\epsilon_- \epsilon_+}, \quad (6.42)$$

Donde, en este caso, la constante C es:

$$C = \frac{\pi \alpha^2}{72} M_{Z'^0}^4. \quad (6.43)$$

6.7.3 Sección eficaz total para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$ en función de la energía del *c.m.* (\sqrt{s})

La sección eficaz total del proceso es:

$$\sigma_T = \int_0^\pi \left. \frac{\partial \sigma}{\partial(\cos \theta)} \right|^T (d \cos \theta) \quad (6.44)$$

La integral va desde $0 \leq \theta \leq \pi$ ya que las partículas son diferentes. Además calculamos la sección eficaz total en función de la energía \sqrt{s} del *c.m.* manteniendo fija la masa del bosón vectorial cargado $K^+(K^-)$ con un valor de $M_{K^+(K^-)} = 1\text{TeV}$; además se asumen que la masa del bosón vectorial neutro Z'^0 tiene un valor de : $M_{Z'^0} = 1\text{TeV}$. El resultado se muestra en la figura 22 en la siguiente sección.

6.8 RESULTADOS DEL PROCESO $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$

En el desarrollo de los cálculos se tiene en cuenta las siguientes consideraciones: $\sin^2 \theta_w = S_w^2 = 1/4$, $\alpha = \frac{1}{128}$, $E = 2.5\text{TeV}$ (con $\sqrt{s} = 2E$), dos valores de masa del bosón vectorial $K^+(K^-)$ de: $M_{K^+(K^-)} = 0.5\text{TeV}$ y 1TeV . Además, se consideran cuatro valores de masa para el bosón vectorial neutro Z'^0 de: $M_{Z'^0} = 1\text{TeV}$, 1.2TeV , 2TeV y 2.3TeV .

Por otra parte, se tienen dos estados de polarización para las partículas iniciales: $e_L^- e_R^+$ y $e_R^- e_L^+$; mientras que las partículas finales (bosones $K^+(K^-)$) poseen nueve polarizaciones, sin embargo, debido a la simetría, solamente seis polarizaciones 11, 12, 13, 22, 23 y 33 serán suficientes para nuestro estudio en este proceso. Los resultados se

muestran en la figuras (18), (19), (20) y (21). En cada una de estas figuras se tiene que la línea continua (punteada) corresponden al estado inicial $e_L^- e_R^+$ ($e_R^- e_L^+$).

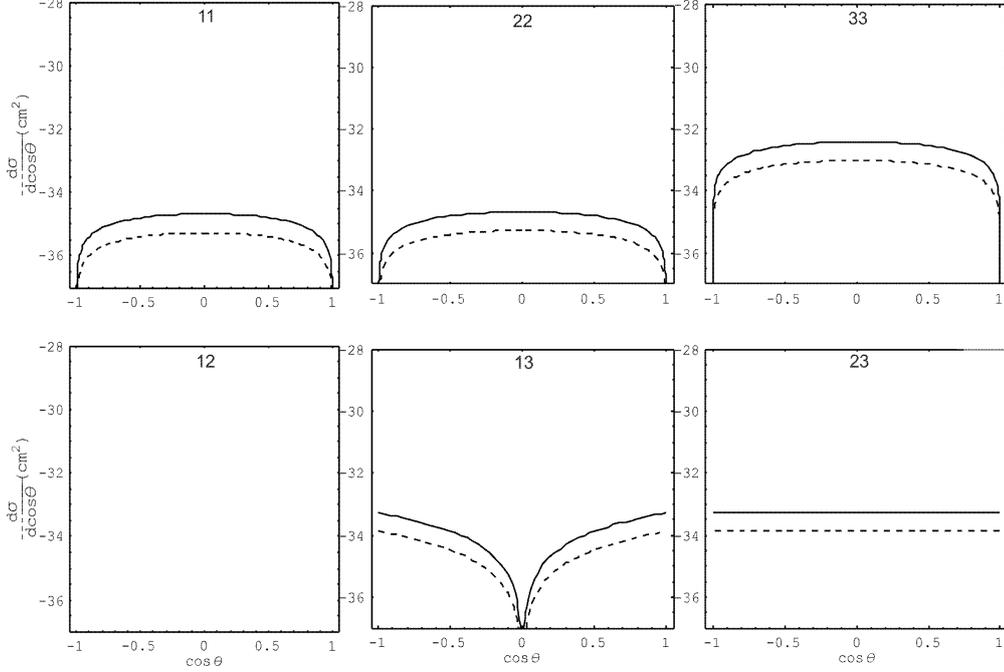


Figura 18: Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$.

La gráfica describe el comportamiento de la sección eficaz diferencial para este proceso en el Modelo 3-3-1 barroco sin cargas eléctricas exóticas y con polarización definida para las partículas inicial y final, como una función del ángulo de dispersión θ del $c.m.$. La línea continua (punteada) corresponden al estado inicial $e_L^- e_R^+$ ($e_R^- e_L^+$). Además, se toman las siguientes consideraciones: La energía del rayo e^+e^- está a una escala de $E = 2.5\text{TeV}$ y las masas de los nuevos bosones vectoriales $K^+(K^-)$ y Z'^0 serán de $M_{K^+(K^-)} = 1\text{TeV}$ y $M_{Z'^0} = 1\text{TeV}$ respectivamente. También se asume que la constante de acople electromagnética α tiene un valor de $\alpha = \frac{1}{128}$ y para el ángulo electrodébil un valor de $\text{sen}^2 \theta_w = 1/4$.

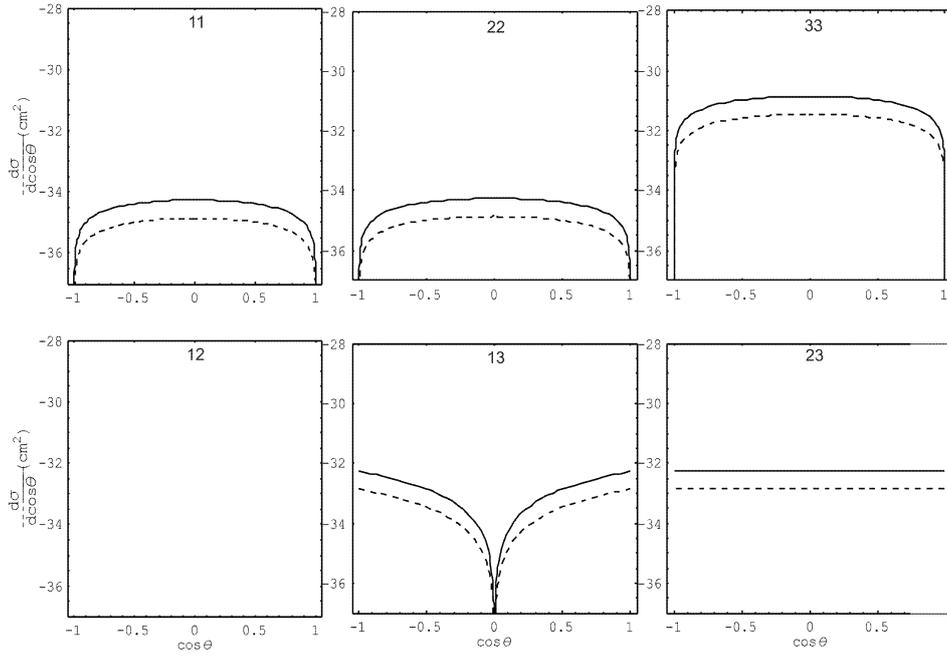


Figura 19: Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$. En este caso se tiene lo mismo que en la figura (18) pero con $M_K = 0.5\text{TeV}$ y $M_{Z'\circ} = 1.2\text{TeV}$.

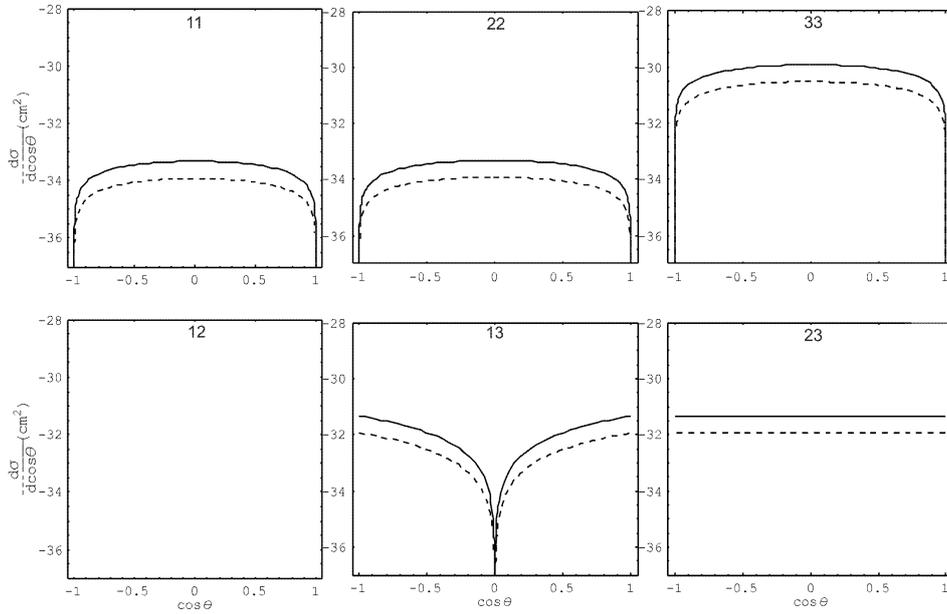


Figura 20: Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$. En este caso se tiene lo mismo que en la figura (18) pero con $M_K = 0.5\text{TeV}$ y $M_{Z'\circ} = 2\text{TeV}$.

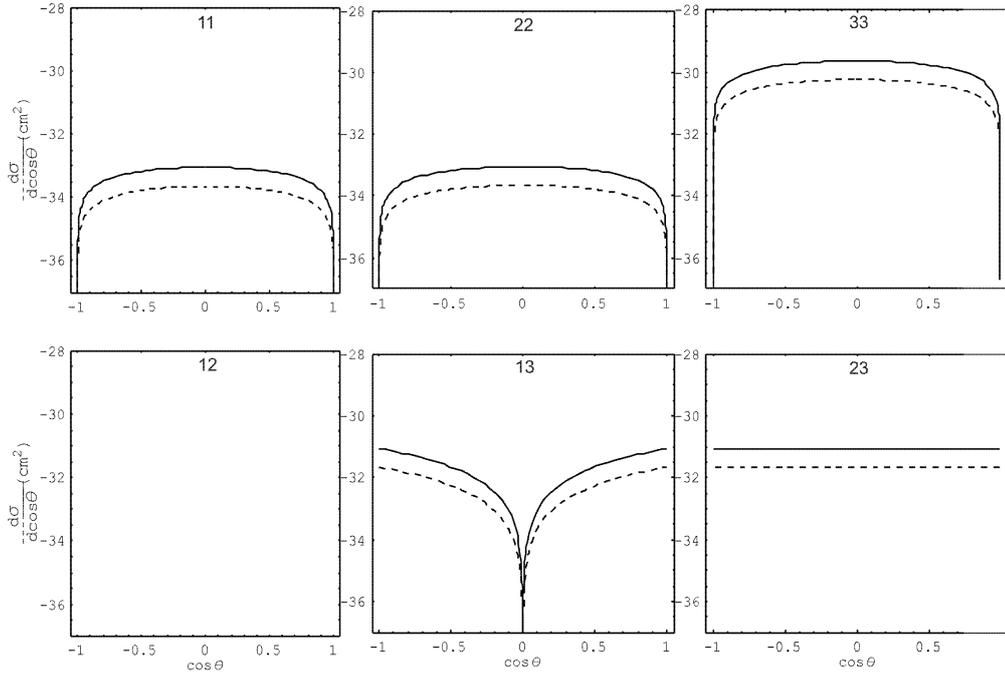


Figura 21: Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$. En este caso se tiene lo mismo que en la figura (18) pero con $M_K = 0.5\text{TeV}$ y $M_{Z'0} = 2.3\text{TeV}$.

En la siguiente figura 22 se muestra el resultado de la sección eficaz total:

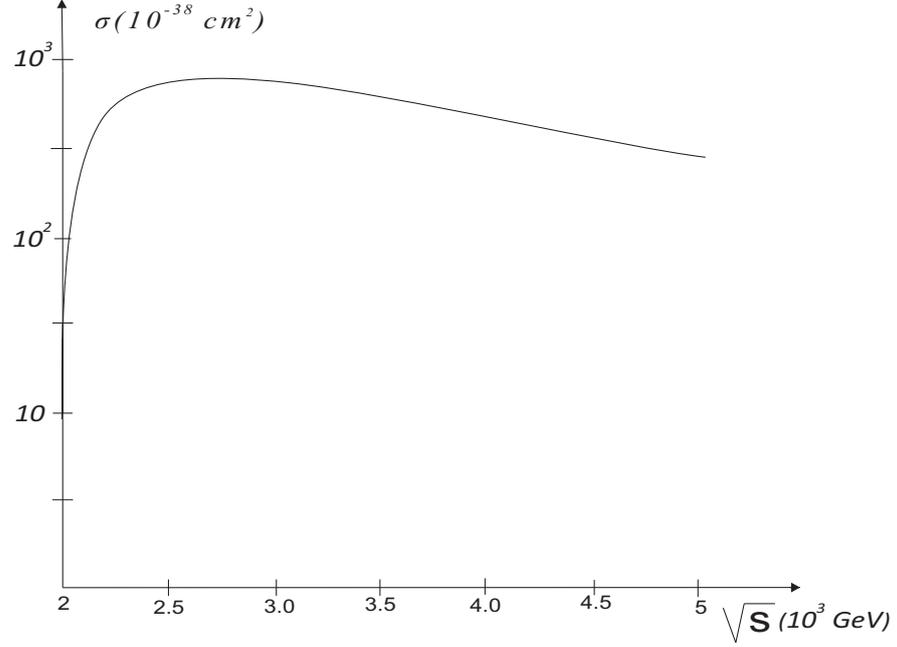


Figura 22: Sección eficaz total para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$ en función de la energía del c.m (\sqrt{s}).

Esta gráfica describe el comportamiento de la sección eficaz total $\sigma(e^+e^- \rightarrow K^+K^-)$ en el modelo 3-3-1 barroco sin cargas eléctricas exóticas, en función de la energía de centro de masa, c.m, (\sqrt{s}) manteniendo fija la masa del nuevo bosón vectorial cargado $K^+(K^-)$ y la cual se asume para un valor de $M_{K^+(K^-)} = 1\text{TeV}$. Se puede observar que, para valores a escalas de energías de centro de masa de ~ 2 a $\sim 2.5\text{TeV}$, la sección eficaz total σ crece hasta llegar a un máximo aproximado a los 10^{-35}cm^2 . Luego, σ decrece en el intervalo de energías de $\sim 2.5\text{TeV}$ a $\sim 5\text{TeV}$. En esta figura, la energía de centro de masa llega hasta un valor máximo de 5TeV , no siendo éste el rango límite de energías para los experimentos de los dos años siguientes en el CERN (para el año 2014 se espera llegar a 14TeV).

De acuerdo al anterior análisis, se puede decir que al producir pares de nuevos bosones vectoriales cargados, $K^+(K^-)$, la sección eficaz total $\sigma(e^+e^- \rightarrow K^+K^-)$ presenta un máximo para para un rango de energías de centro de masa de $\sim 2.5\text{TeV}$. Finalmente, σ decrece a medida que se aumentan las escalas de energías de centro de masa. Es decir, la sección transversal decrece en función de la energía del centro de masa (\sqrt{s}). Por tanto, el área efectiva de la colisión disminuye a medida que se aumentan los rangos de energías de c.m.

6.9 CÁLCULO DEL PROCESO $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$

En esta sección se encuentran las amplitudes de dispersión, además se verifica la unitariedad y se calculan las secciones transversales para este proceso.

6.9.1 Amplitudes de dispersión para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^o\bar{K}^o$

Los diagramas que contribuyen a este proceso son:

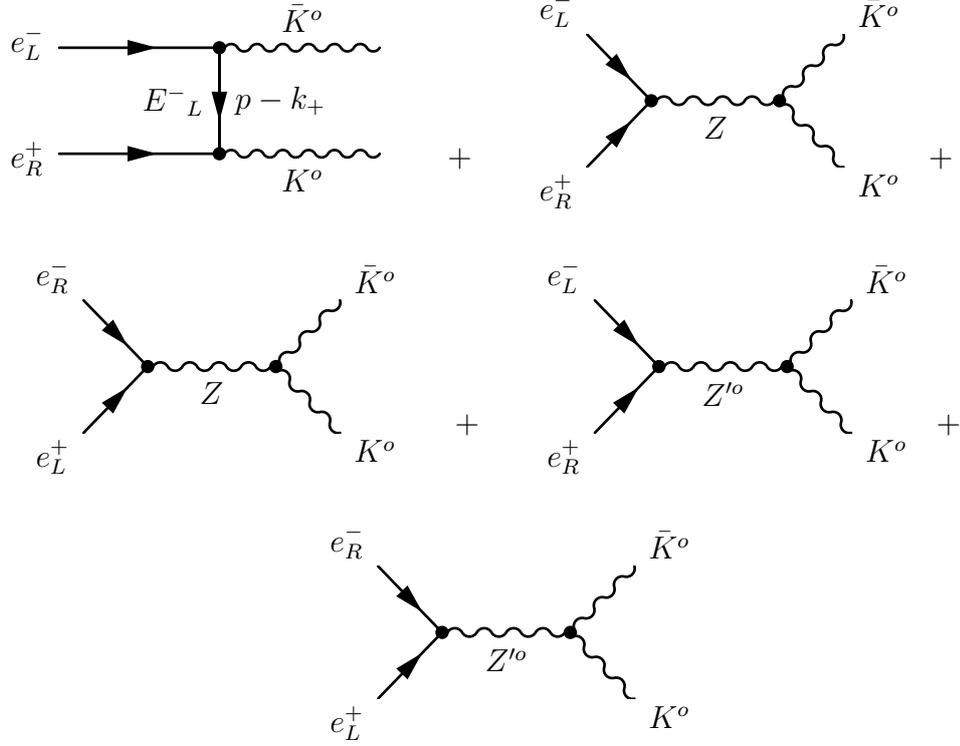


Figura 23: Diagramas de Feynman para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^o\bar{K}^o$

De acuerdo a estos diagramas y al reemplazar los respectivos acoples se obtienen las siguientes amplitudes de dispersión:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+}^{(1)} &= \frac{e^2}{4(u - M_{E_L^-}^2)} (g_{K^o e_L^- E_L^-})^2 A_{\epsilon-\epsilon+}^{L(u)} = \frac{e^2}{8x(u - M_{E_L^-}^2)} A_{\epsilon-\epsilon+}^{L(u)}, \\ \mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+}^{(2)} &= \frac{e^2}{2(s - M_Z^2)} (g_{Z e_L^-}) (g_{Z K^o \bar{K}^o}) C_{\epsilon-\epsilon+}^L = \frac{e^2}{2(s - M_Z^2)} (T_{2w} S_{2w})^{-1} C_{\epsilon-\epsilon+}^L, \\ \mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+}^{(3)} &= \frac{e^2}{2(s - M_Z^2)} (g_{Z e_R^-}) (g_{Z K^o \bar{K}^o}) C_{\epsilon-\epsilon+}^R = -\frac{e^2}{2(s - M_Z^2)} \left(\frac{T_w}{S_{2w}} \right) C_{\epsilon-\epsilon+}^R, \\ \mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+}^{(4)} &= \frac{e^2}{2(s - M_{Z'0}^2)} (g_{Z'0 e_L^-}) (g_{Z'0 K^o \bar{K}^o}) C_{\epsilon-\epsilon+}^L = \frac{e^2}{2(s - M_{Z'0}^2)} (S_{2w}^{-2}) C_{\epsilon-\epsilon+}^L, \\ \mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+}^{(5)} &= \frac{e^2}{2(s - M_{Z'0}^2)} (g_{Z'0 e_R^-}) (g_{Z'0 K^o \bar{K}^o}) C_{\epsilon-\epsilon+}^R = \frac{e^2}{2(s - M_{Z'0}^2)} \left(\frac{T_w}{S_{2w}} \right) C_{\epsilon-\epsilon+}^R. \end{aligned}$$

Recolectando términos tenemos:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+} &= \frac{e^2}{2} \left\{ \frac{A_{\epsilon-\epsilon+}^{L(u)}}{4x(u - M_{E_L^-}^2)} + \frac{1}{(s - M_Z^2)} \left[(T_{2w}S_{2w})^{-1} C_{\epsilon-\epsilon+}^L - \frac{T_w}{S_{2w}} C_{\epsilon-\epsilon+}^R \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{(s - M_{Z'^0}^2)} \left[S_{2w}^{-2} C_{\epsilon-\epsilon+}^L + \frac{T_w}{S_{2w}} C_{\epsilon-\epsilon+}^R \right] \right\} \end{aligned} \quad (6.45)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+} &= \frac{e^2}{2} \left\{ \frac{A_{\epsilon-\epsilon+}^{L(u)}}{4xD_{E^-}} + \frac{1}{D_Z} \left[(T_{2w}S_{2w})^{-1} C_{\epsilon-\epsilon+}^L - \frac{T_w}{S_{2w}} C_{\epsilon-\epsilon+}^R \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{D_{Z'^0}} \left[S_{2w}^{-2} C_{\epsilon-\epsilon+}^L + \frac{T_w}{S_{2w}} C_{\epsilon-\epsilon+}^R \right] \right\}, \end{aligned} \quad (6.46)$$

con $D_{E^-} = u - M_{E_L^-}^2$ y donde $D_Z = s - M_Z^2$ y $D_{Z'^0} = s - M_{Z'^0}^2$ son los propagadores de los bosones Z y Z'^0 respectivamente.

Ahora bien, se sabe que la masa del bosón Z es $M_Z = 91.188\text{GeV}$ y se ha supuesto una masa para el bosón Z'^0 de $M_{Z'^0} = 2\text{TeV} = 2 \times 10^3\text{GeV}$, luego $M_{Z'^0}^2 \gg M_Z^2, M_{E_L^-}^2$, por tanto:

$$D_{E^-} = u - M_{E_L^-}^2 \approx u \quad \text{y} \quad D_Z = s - M_Z^2 \approx s.$$

De acuerdo a lo anterior y promediando sobre los estados entrantes (iniciales) y tomando $S_w^2 = x = 1/4$ se obtiene el siguiente resultado:

$$|\bar{\mathcal{M}}_{\epsilon-\epsilon+}|^2 = \frac{1}{4} (e^2)^2 \left| \frac{A_{\epsilon-\epsilon+}^{L(u)}}{u} + \frac{1}{3sD_{Z'^0}} [3sC_{\epsilon-\epsilon+}^L - M_{Z'^0}^2(C_{\epsilon-\epsilon+}^L - C_{\epsilon-\epsilon+}^R)] \right|^2, \quad (6.47)$$

el factor $\frac{1}{4}$ proviene del promedio de los estados entrantes.

- **Unitariedad del proceso**

Verifiquemos que no haya problema con unitariedad en este proceso.

Para $s \rightarrow \infty$ se tiene:

$$D_Z = s - M_Z^2 \approx s, \quad D_{Z'^0} = s - M_{Z'^0}^2 \approx s, \quad \text{y} \quad D_{E^-} = u - M_{E_L^-}^2 \approx u,$$

entonces:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+} &= \frac{e^2}{2} \left\{ \frac{A_{\epsilon-\epsilon+}^{L(u)}}{4xu} + \frac{1}{s} \left[(T_{2w}S_{2w})^{-1} C_{\epsilon-\epsilon+}^L - \frac{T_w}{S_{2w}} C_{\epsilon-\epsilon+}^R + S_{2w}^{-2} C_{\epsilon-\epsilon+}^L + \frac{T_w}{S_{2w}} C_{\epsilon-\epsilon+}^R \right] \right\}, \\ \mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+} &= \frac{e^2}{2} \left\{ \frac{A_{\epsilon-\epsilon+}^{L(u)}}{4xu} + \frac{1}{s} \left[C_{\epsilon-\epsilon+}^L \left(\frac{1}{T_{2w}S_{2w}} + \frac{1}{S_{2w}^2} \right) \right] \right\}, \end{aligned}$$

pero la identidad:

$$\frac{1}{T_{2w}S_{2w}} + \frac{1}{S_{2w}^2} = \frac{1}{2S_w^2} = \frac{1}{2x}, \quad (6.48)$$

por tanto:

$$\mathcal{M}_{\epsilon-\epsilon+} = \frac{e^2}{2} \left\{ \frac{A_{\epsilon-\epsilon+}^{L(u)}}{4xu} + \frac{1}{2xs} C_{\epsilon-\epsilon+}^L \right\} = \frac{e^2}{4xs} \left\{ \frac{A_{\epsilon-\epsilon+}^{L(u)}}{2u} + \frac{C_{\epsilon-\epsilon+}^L}{s} \right\}.$$

Ahora bien, los términos potencialmente peligrosos son:

$$\begin{aligned} C_{33}^L &= 2s \operatorname{sen} \theta + \frac{s^2 \operatorname{sen} \theta}{M^2} \\ A_{33}^{L(u)} &= 2s \operatorname{sen} \theta + \frac{s^2 \operatorname{sen} \theta}{M^2} (1 + \cos \theta), \end{aligned}$$

como $u = -\frac{s}{2}(1 + \cos \theta)$, entonces:

$$\frac{A_{33}^{L(u)}}{2u} + \frac{C_{33}^L}{s} = \frac{\operatorname{sen} 2\theta}{1 + \cos \theta}.$$

Con el anterior resultado se puede concluir que no hay problema con unitariedad.

6.9.2 Secciones eficaces diferenciales para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^o\bar{K}^o$

Al reemplazar la fórmula de amplitud (6.47) en la ecuación (4.40) se obtienen las secciones eficaces diferenciales con polarización definida para las partículas iniciales y finales, en función del ángulo de dispersión θ del *c.m.*:

$$\left. \frac{\partial \sigma}{\partial(\cos \theta)} \right|_{\epsilon-\epsilon+} = C \frac{\beta}{s} \left| \frac{A_{\epsilon-\epsilon+}^{L(u)}}{u} + \frac{1}{3sD_{z'0}} [3sC_{\epsilon-\epsilon+}^L - M_{z'0}^2 (C_{\epsilon-\epsilon+}^L - C_{\epsilon-\epsilon+}^R)] \right|^2, \quad (6.49)$$

y sumando sobre todas las polarizaciones del estado final de las partículas se obtiene:

$$\left. \frac{\partial \sigma}{\partial(\cos \theta)} \right|^T = \sum_{\epsilon-\epsilon+} \left. \frac{\partial \sigma}{\partial(\cos \theta)} \right|_{\epsilon-\epsilon+} \quad (6.50)$$

con

$$C = \frac{\pi\alpha^2}{8}. \quad (6.51)$$

6.9.3 Sección eficaz total para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^o\bar{K}^o$ en función de la energía del *c.m.* (\sqrt{s})

La sección eficaz total del proceso es:

$$\sigma_T = \int_0^\pi \left. \frac{\partial \sigma}{\partial(\cos \theta)} \right| (d \cos \theta) \quad (6.52)$$

La integral va desde $0 \leq \theta \leq \pi$ ya que las partículas son distintas. Además, se calcula la sección eficaz total en función de la energía \sqrt{s} del *c.m.*, manteniendo fija la masa del bosón vectorial $K^o(\bar{K}^o)$. Los valores de las masas de los bosones vectoriales $K^o(\bar{K}^o)$, Z'^0 y $K^+(K^-)$ son $M_{K^o(\bar{K}^o)} = 1\text{TeV}$, $M_{Z'^0} = 1\text{TeV}$ y $M_{K^+(K^-)} = 1\text{TeV}$, respectivamente. La energía de centro de masa llega a un valor máximo de 5TeV. El resultado se muestra en la figura 29.

6.10 RESULTADOS DEL PROCESO $e^+e^- \rightarrow K^o\bar{K}^o$

En el desarrollo de los cálculos se tiene en cuenta las siguientes consideraciones: $x = \sin^2 \theta_w = S_w^2 = 1/4$, $\alpha = \frac{1}{128}$, tres escalas de energía emitida por la colisión de $E = 0.25\text{TeV}$, $E = 0.5\text{TeV}$ y $E = 1.05\text{TeV}$, cinco valores de masa del bosón $K^o(\bar{K}^o)$ de: $M_{K^o(\bar{K}^o)} = 0.24\text{TeV}$, 0.45TeV , 0.48TeV , 0.496TeV , 1TeV y cinco valores de masa del bosón Z'^0 de: $M_{Z'^0} = 1.2\text{TeV}$, 1.5TeV , 2TeV , 2.3TeV y 1TeV .

Por otra parte, se tienen dos estados de polarización para las partículas iniciales: $e_L^-e_R^+$ y $e_R^-e_L^+$; mientras que las partículas finales (bosones $K^o(\bar{K}^o)$) poseen nueve polarizaciones, sin embargo, debido a la simetría, solamente seis polarizaciones 11, 12, 13, 22, 23 y 33 serán suficientes para nuestro estudio en este proceso. Los resultados se muestran en las figuras (24), (25), (26), (27) y (28). En cada una de estas figuras se tiene que la línea continua (punteada) corresponden al estado inicial $e_L^-e_R^+(e_R^-e_L^+)$.

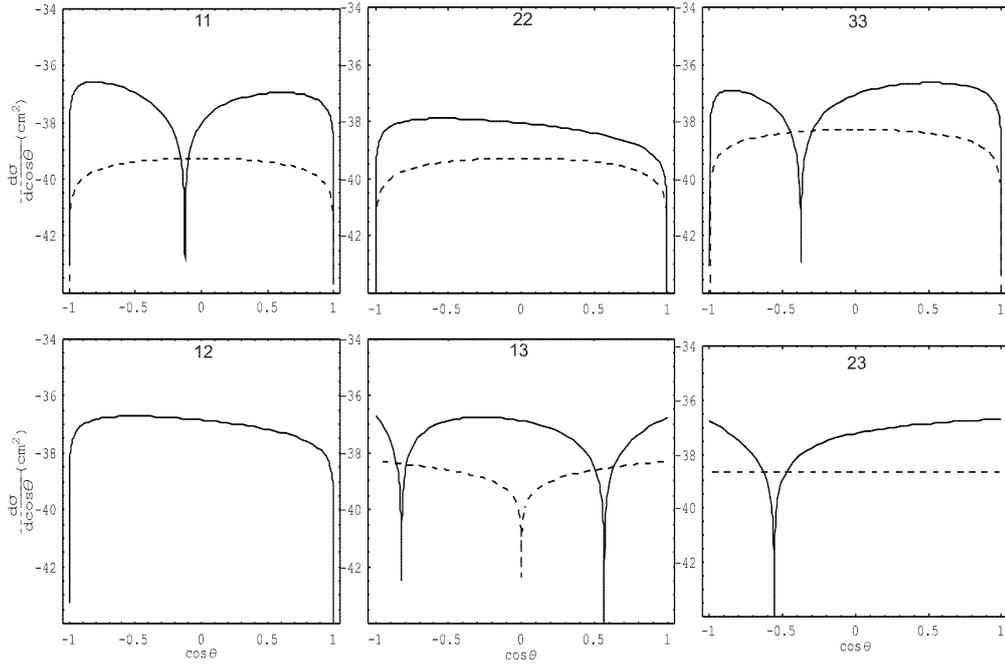


Figura 24: Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$.

La gráfica describe el comportamiento de la sección eficaz diferencial para este proceso en el modelo 3-3-1 barroco sin cargas eléctricas exóticas y con polarización definida para las partículas inicial y final, como una función del ángulo de dispersión θ del $c.m.$. La línea continua (punteada) corresponden al estado inicial $e_L^-e_R^+$ ($e_R^-e_L^+$). Además, se toman las siguientes consideraciones: La energía del rayo e^+e^- está a una escala de $E = 0.25\text{TeV}$ y las masas de los nuevos bosones vectoriales $K^o(\bar{K}^o)$ y Z'^o serán de $M_{K^o(\bar{K}^o)} = 0.24\text{TeV}$ y $M_{Z'^o} = 1.2\text{TeV}$ respectivamente. También se asume que la constante de acople electromagnética α tiene un valor de $\alpha = \frac{1}{128}$ y para el ángulo electrodébil un valor de $\sin^2\theta_w = 1/4$.

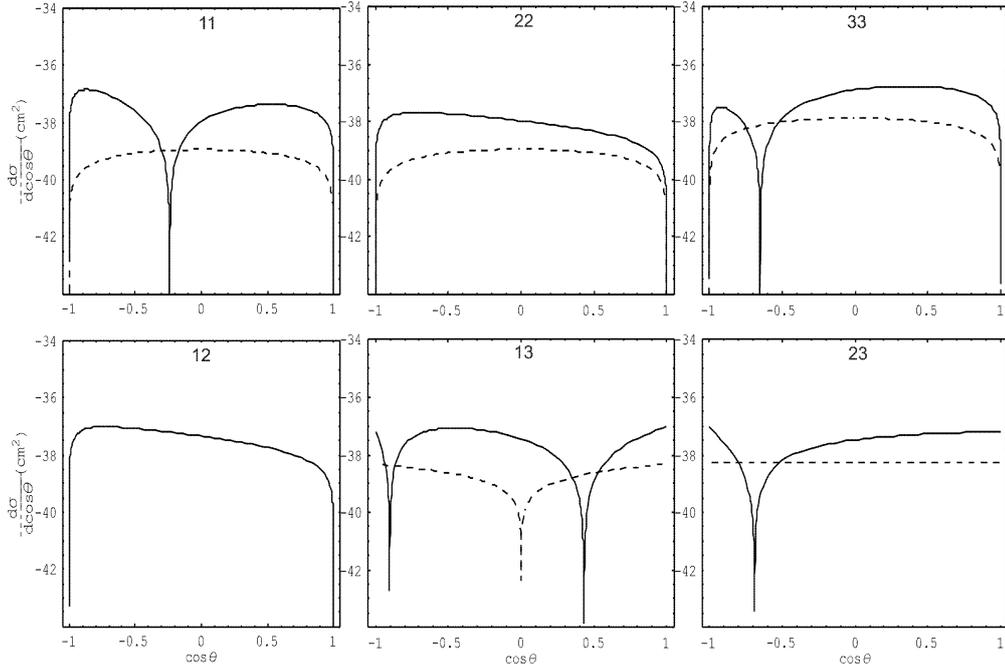


Figura 25: Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^0(\bar{K}^0)$. En este caso se tiene lo mismo que en la figura (24) pero con $E = 0.5\text{TeV}$, $M_{K^0} = 0.45\text{TeV}$ y $M_{Z'^0} = 1.5\text{TeV}$.

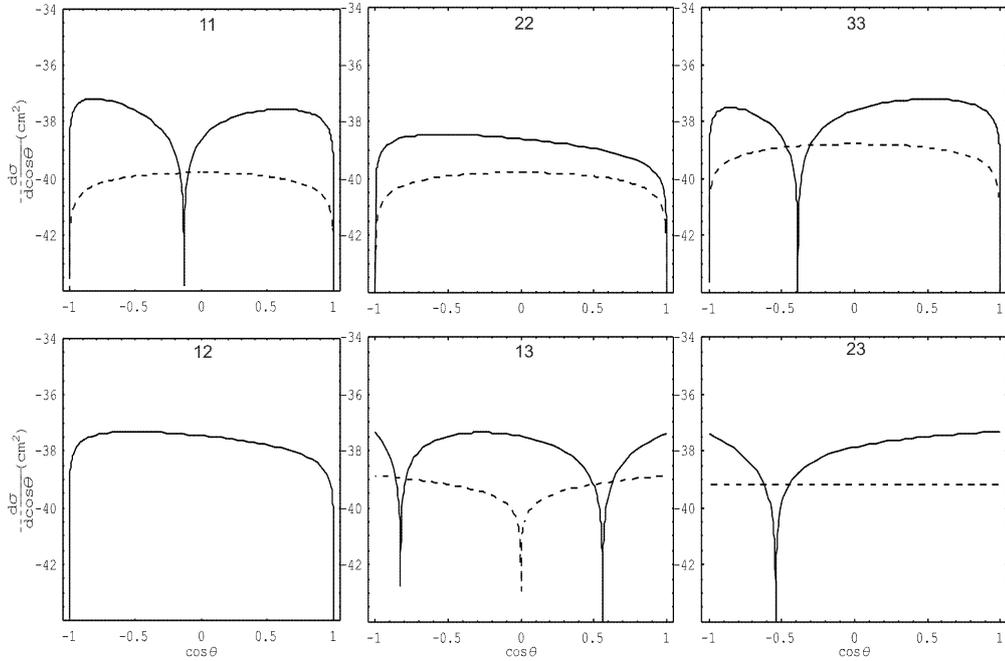


Figura 26: Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$. En este caso se tiene lo mismo que en la figura (24) pero con $E = 0.5\text{TeV}$, $M_{K^0} = 0.48\text{TeV}$ y $M_{Z'^0} = 2\text{TeV}$.

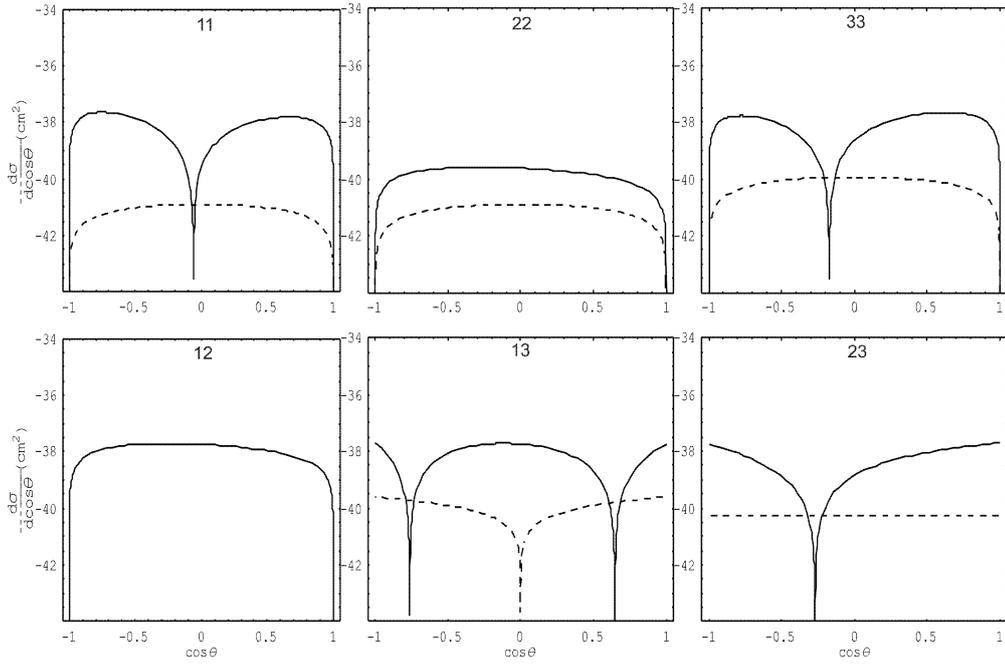


Figura 27: Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$. En este caso se tiene lo mismo que en la figura (24) pero con $E = 0.5\text{TeV}$, $M_{K^0} = 0.496\text{TeV}$ y $M_{Z'^0} = 2.3\text{TeV}$.

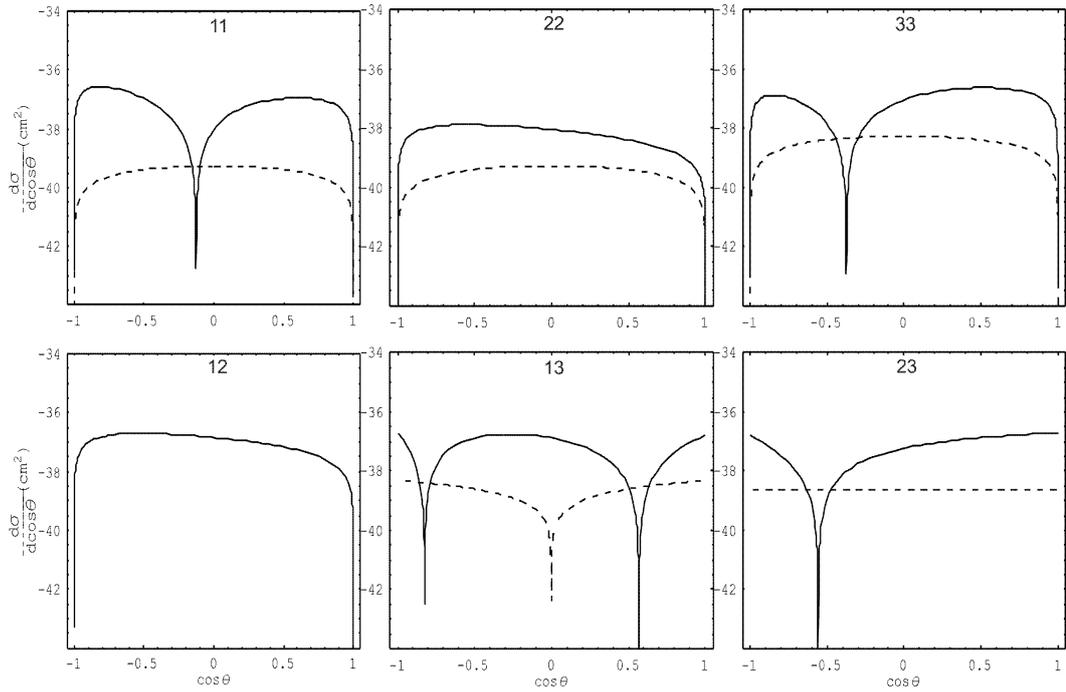


Figura 28: Sección eficaz diferencial para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$. En este caso se tiene lo mismo que en la figura (24) pero con $E = 1.05\text{TeV}$, $M_{K^0} = 1\text{TeV}$ y $M_{Z^{\prime 0}} = 1\text{TeV}$.

En la siguiente figura 29 se muestra el resultado de la sección eficaz total:

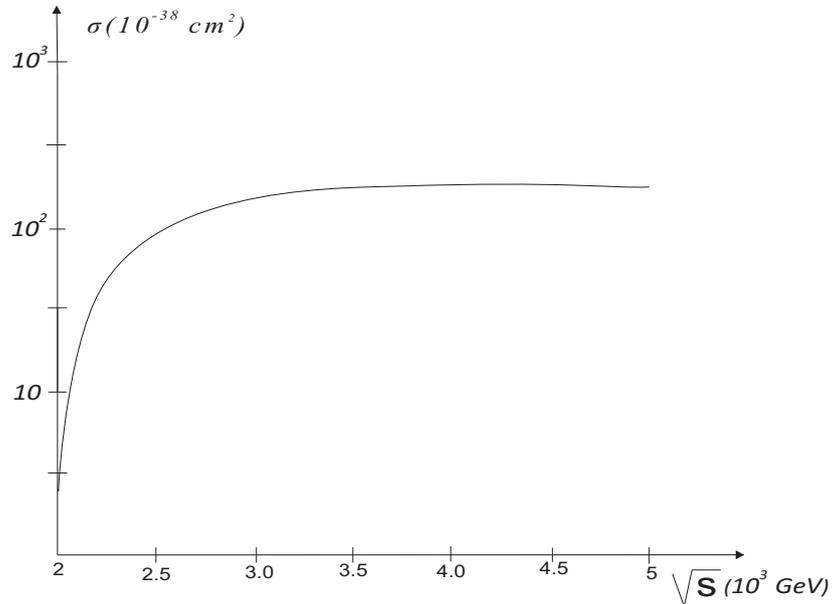


Figura 29: Sección eficaz total para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$ en función de la energía del $c.m$ (\sqrt{s}).

Esta gráfica describe el comportamiento de la sección eficaz total $\sigma(e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0)$

en el modelo 3-3-1 barroco sin cargas eléctricas exóticas, en función de la energía del *c.m* (\sqrt{s}) manteniendo fija la masa del nuevo bosón $K^o(\bar{K}^o)$, la cual se asume para un valor de $M_{K^+(K^-)} = 1\text{TeV}$. Se puede observar que la sección eficaz total σ crece drásticamente hasta un valor del orden de $\sim 10^{-36}\text{cm}^2$, en una escala de energías de centro de masa de ~ 2 a $\sim 2.7\text{TeV}$. Luego, partir de la escala de energía de $\sim 2.7\text{TeV}$, σ crece de manera muy lenta a medida que se incrementa la energía hasta llegar a 5TeV . Finalmente, cuando $s \rightarrow \infty$ la sección eficaz total tiende a ser constante, llegando a un valor de rango de 10^{-37}cm^2 . En esta figura, la energía de centro de masa llega hasta un valor máximo de 5TeV , pero éste no es el límite de energías, ya que para el 2014 se espera llegar a una escala de energía de centro de masas de 14TeV .

De acuerdo al anterior análisis, se puede decir que al producir pares de nuevos bosones vectoriales, $K^o(\bar{K}^o)$, la sección eficaz total $\sigma(e^+e^- \rightarrow K^o\bar{K}^o)$ crece a medida que se aumentan las escalas de energías de centro de masas. Sin embargo, cuando $s \rightarrow \infty$, σ tiende a un mismo valor, lo que significa que el área efectiva de la colisión se torna constante para rangos de “muy altas energías”.

CONCLUSIONES

- Como primera instancia, podemos decir que los nuevos modelos que surgen como extensiones del Modelo Estándar nos permiten estudiar aspectos de la fenomenología que el ME no ha logrado explicar, y de igual manera adentrarnos al estudio de nuevas partículas predichas por estos modelos. Es así como en este trabajo de grado se realizó un estudio teórico de la producción de cinco nuevos bosones vectoriales Z'^0 , K^\pm y $K^0(\bar{K}^0)$ en un modelo de tres familias fermiónicas sin cargas eléctricas exóticas y libre de anomalías, bajo el grupo de simetría gauge $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$. Por lo tanto, si estas nuevas partículas predichas en este modelo son correctas, se hace necesario realizar un estudio experimental en su búsqueda.
- Se ha realizado un estudio teórico de los bosones $W^+(W^-)$ en el Modelo Estándar bajo el grupo gauge local $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ y de los nuevos bosones vectoriales en un modelo 3-3-1 de tres familias sin cargas eléctricas exóticas. Se encontró que estos nuevos bosones vectoriales podrían ser detectados solamente a escalas del orden de los TeV, a diferencia de los ya conocidos bosones intermedios de la interacción débil $W^+(W^-)$ y Z^0 (únicos portadores de fuerza masivos), los cuales fueron detectados a escalas de los GeV en 1983.
- Se obtuvo información de las corrientes cargadas - neutras y sus correspondientes acoples. Con esta información se obtuvieron las fórmulas explícitas de las amplitudes de dispersión y secciones eficaces para los procesos $e^+e^- \rightarrow Z'^0 Z'^0$, K^+K^- , y $K^0\bar{K}^0$, finalizando con los resultados gráficos de las secciones eficaces diferenciales y totales mediante el programa de cómputo MATHEMATICA 5.2.
- Al no conocer los valores de la masa de los nuevos bosones vectoriales, no es posible obtener los valores de la constante de acoplamiento $\alpha(M_V^2)$ y del ángulo electrodébil $S_w^2 \equiv \sin^2 \theta_w(M_V^2)$. Esta limitante se la solucionó usando diferentes valores de las masas para $M_{Z'}$, M_{K^\pm} y $M_{K^0(\bar{K}^0)}$ en la escala de los TeV, con lo cual se espera que los resultados presentados en este trabajo sean útiles de acuerdo a los nuevos experimentos.
- De acuerdo a los resultados obtenidos en este trabajo de grado también se puede concluir que: si los nuevos bosones vectoriales estudiados teóricamente mediante colisiones e^+e^- con amplitudes de polarización bien definidas existen, entonces podrían ser detectados en los futuros aceleradores de partículas e^+e^- a escalas de energías mayores a 1TeV. Estas colisiones se pueden dar en el nuevo proyecto a futuro en el Colisionador Lineal Internacional ILC (International Linear Collider), el cual está enfocado a realizar colisiones de tipo e^+e^- .
- Para finalizar, se puede decir que los aceleradores de partículas son uno de los componentes principales en experimentos de muy altas energías y son el complemento fundamental en la física de partículas, ya que con los experimentos realizados en estos aceleradores, se ha logrado encontrar muchas de las partículas predichas por la teoría y a pesar de que algunas de estas partículas aún no han sido detectadas, se sigue en búsqueda de nuevas partículas, entre las cuales se encuentra el bosón de Higgs y, a estas escalas, también podrían ser detectados los nuevos bosones vectoriales masivos.

RECOMENDACIONES

Sería interesante realizar una simulación experimental en la producción de pares de nuevos bosones vectoriales masivos Z'^0 , K^\pm y $K^0(\bar{K}^0)$, y poder encontrar valores permitidos de masas para determinados rangos de energías.

BIBLIOGRAFÍA

- A. Salam, in *Elementary Particle Theory: Relativistic Groups and Analyticity (Nobel Symposium No.8)*, edited by N. Svartholm, Almqvist and Wiksell, Stockholm, (1968), pag. 367.
- A. Doff, arXiv: 1005.4077v2 [hep-ph] 25 May 2010.
- Alex G. Dias, C.A. de S. Pires, and P.S. Rodrigues da Silva, arXiv: hep-ph/0508186v1 17 Aug 2005.
- Alex G. Dias, C.A. de S. Pires, V. Pleitez, and P.S. Rodrigues da Silva, arXiv: hep-ph/0503192v2 13 May 2005.
- Alex G. Dias, R. Martínez, V. Pleitez, arXiv: hep-ph/0407141v2 8 Dec 2004.
- Benjamin W. Lee and Steven Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* D38, 1237 (1977).
- D. Ng, *Phys. Rev.* D49, R34 (1994).
- DO THI HOUNG, HOANG NGOC LONG, NGUYEN QUYNH LAN, *Communications in Physics*, Vol. 15, No. 4 (2005), pag. 205-212.
- F. Pisano and V. Pleitez, *Phys. Rev.* D46, 410 (1992).
- Fredy Ochoa and R. Martínez arXiv: hep-ph/0508082V1 6 Aug 2005.
- H.N. Long, *ibid.* 53, 437 (1996); 54, 4691 (1996); *Mod. Phys. Lett.* A13, 1865 (1998).
- HALZEN, Francis, MARTIN, Alan D. Quarks and Leptons, An Introductory Course In Modern Particle Physics, John Wiley y Sons (1984).
- Hoang Ngoc Long and Dang Van Soa, arXiv: hep-ph/01044150 V1 16 Apr 2001.
- <http://www.linearcollider.org/about/What-is-the-ILC/Facts-and-figures>.
- J.A. Duarte, J. Alexis Rodriguez, R. Martínez, *REVISTA COLOMBIANA DE FÍSICA*, VOL.41, NO.1, (2009).
- J.A. Herrera, R.H. Benavides, W.A. Ponce, *REVISTA COLOMBIANA DE FÍSICA*, VOL.41, NO.3, (2009).
- J.B. Flórez, Y. Giraldo, A. Pasaje, *REVISTA COLOMBIANA DE FÍSICA*, VOL.43, NO.3, (2011).
- J.C. Montero, F. Pisano, and V. Pleitez, *Phys. Rev. Lett.* D47, 2818 (1993).
- J. Duarte Ch, J. Alexis, R. Martínez *REVISTA COLOMBIANA DE FÍSICA*, VOL.38, NO.1, (2006).
- K. J. F. Gaemers and G.J. Gounaris, TH. 2548 - CERN (1978).

L. A. Sánchez, William A. Ponce, and R. Martínez, *Phys. Rev.* D64, 075013 (2001).

L. B. Okun, PARTICLE PHYSICS, The Quest for the Substance of Substance. Contemporary Concepts in Physics V.2, OPA, Amsterdam, B.V., (1985).

M. Medina and P.C. de Holanda, arXiv: 1108.5228v1 [hep-ph] 26 Aug (2011).

M.B: Tully and G.C. Joshi, arXiv: hep-ph/980/201 V2 31 Jul (1998).

M.Singer, J.W,F. Valle and J. Schechter, *Phys. Rev.* D22,738 (1980).

Michael Edward Peskin and Dan V. Schroeder, An Introduction to Quantum Field Theory, Addison-Wesley Publishing Company, (1995).

Nguyen Tuan Anh, Nguyen Anh Ky, and Hong Ngoc Long, *Int. J. Mod. Phys.* A16, 541 (2001).

Palash B. Pal *Phys. Rev.* D52, 1659 (1995).

P. Langacker, *Phys. Rev.* 72, 185 (1981).

P.H. Frompton, *Phys. Rev. Lett.* 69, 2889 (1992).

RAYDER, Lewis H. Quantum Field Theory; Second Edition. Cambridge University press. (1996).

R.Diaz, R. Martínez, Fredy Ochoa, REVISTA COLOMBIANA DE FÍSICA, VOL.38, NO.4, (2006).

Renata Jora, arXiv:1208.3753v1 [hep-ph] 18 Aug (2012).

R. Foot, G.C. Joshi, H. Lee, and R.R. Volkas, *Mod. Phys. Lett.* A5, 2721 (1990).

R.Foot, H.N. Long, and T.A. Tran, *Phys. Rev.* D50, R34 (1994).

R. Foot, H. Lee, and R.R. Volka, *J. Phys.* G19, 269 (1993).

R.Foot, O.F. Hernandez, F. Pisano, and V. Pleitez, *ibid.* 47 4158 (1993).

R. Martínez, F. Ochoa y A. Raba REVISTA DE FÍSICA, NO.37, (2008).

R. Martínez y F. Ochoa REVISTA COLOMBIANA DE FÍSICA, VOL. 41, NO.3, (2009).

R. Martínez, W. A. Ponce and L. A. Sánchez, *Phys. Rev.* D65, 055013 (2001).

Rodolfo A.Diaz, R. Martínez, and F. Ochoa, *Phys. Rev.* D69, 095009 (2004).

Rodolfo A.Diaz, D. Gallego, R. Martínez,REVISTA COLOMBIANA DE FÍSICA, VOL.38, NO.3, (2006).

S.L. Glashow, *Nucl. Phys.* 22, 579 (1961).

S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* 19, 1264 (1967).

Sutapa Sen and Aparna Dixit, Department of Physics, Christ Church P.G.

College, Kanpur-208001, India, PACS numbers: 12.60 Cn, 13.38 Dg, 14.70 Pw.
S.R. Juárez Wysozka, REVISTA MEXICANA DE FÍSICA, E 56 (2), 197-206,
(2010).
V. Pleitez and M.D. Tonasse, *Phys. Rev.* D48, 2353 (1993).
V. Pleitez and M.D. Tonasse, *Phys. Rev.* D48, 5274 (1993).
Vicente Pleitez, *Physic. Letters.* B, 430 (1998), pag. 174-178.
W. A. Ponce, J.B.Flórez, and L.A. Sánchez, *Ind. Journal of Mod. Phys.* A17,
No.5, 643 (2002).
W. Alles, Ch. Boyer, and A.J. Buras, TH. 2220 - CERN (1976).
William A Ponce and Yistbey Giraldo, Luis A. Sánchez, *Phys. Rev.* D67, 0550
(2003).
ZHOU GUANGZHAO AND GAO CHONGSHOU, SCIENTIA SINICA, Vol.
XXIII No. 5 (1980).

ANEXOS

Anexo A. CINEMÁTICA DEL PROCESO

A.1. El plano de reacción de los procesos

El plano de reacción de los diferentes procesos será el plano x - z.

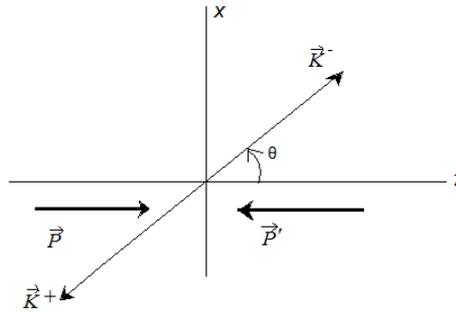


Figura 30: Cinemática del proceso

En la reacción:

$$e^+(p')e^-(p) \rightarrow V(k_+, \lambda_2)\bar{V}(k_-, \lambda_1)$$

El momentum de los rayos entrantes e^- y e^+ con helicidades L y R están denotados por p y p' respectivamente; los bosones salientes V con helicidades ϵ_+ y ϵ_- están asociados con el momentum k_+ y k_- .

A.2. Cuadrimomentos de las partículas

Los cuadrimomentos $p^\mu(p'^\mu)$ de las partículas entrantes $e^-(e^+)$ y los cuadrimomentos $k_-^\mu(k_+^\mu)$ de los bosones vectoriales salientes $V_1(V_2)$ vienen dados por:

$$\begin{aligned} p^\mu &= (E, -\vec{p}) & k_-^\mu &= (w_-, \vec{k}_-) \\ p'^\mu &= (E', -\vec{p}') & k_+^\mu &= (w_+, \vec{k}_+). \end{aligned}$$

En el sistema centro de masa se tiene:

$$\vec{p} + \vec{p}' = \vec{k}_+ + \vec{k}_- = \vec{0},$$

de donde, al despreciar la masa del electrón (positrón) se tiene que:

$$E = |\vec{p}|$$

Por otra parte, las energías de cada una de las partículas serán iguales:

$$E = E' = w_+ = w_- = w$$

$$|\vec{k}_+| = |\vec{k}_-| \equiv |k|$$

así como la masa de los bosones vectoriales:

$$M_{V_1} = M_{V_2} \equiv M_V$$

por tanto, de acuerdo a la cinemática del proceso, los cuádrimomentos en el sistema c.m vienen dados por:

$$p^\mu = (E, 0, 0, E) \quad k_-^\mu = (E, |k| \sin \theta, 0, |k| \cos \theta)$$

$$p'^\mu = (E, 0, 0, -E) \quad k_+^\mu = (E, -|k| \sin \theta, 0, -|k| \cos \theta).$$

donde E es la energía emitida y θ es el ángulo de dispersión del c.m, el cual se forma entre \vec{p} y \vec{k}_- (entre el electrón y el bosón V_1).

A.3. Funciones de helicidad

Para bosones vectoriales se debe tener en cuenta su polarización la cual viene dada por sus estados de helicidad:

$$\epsilon_{-1}^\mu = (0, \cos \theta, 0, -\sin \theta) \quad \epsilon_{+1}^\mu = (0, -\cos \theta, 0, \sin \theta)$$

$$\epsilon_{-2}^\mu = (0, 0, 1, 0) \quad \epsilon_{+2}^\mu = (0, 0, 1, 0)$$

$$\epsilon_{-3}^\mu = \frac{1}{M_V} (|k|, E \sin \theta, 0, E \cos \theta) \quad \epsilon_{+3}^\mu = \frac{1}{M_V} (|k|, -E \sin \theta, 0, -E \cos \theta)$$

Estos son vectores de polarización reales. Ahora bien, la función de onda ϵ_{-1}^μ describe la polarización para el bosón saliente V_1 perpendicular al momentum de este bosón y paralelo al plano de reacción. Por otra parte, ϵ_{-2}^μ describe una polarización transversal al plano de reacción, y ϵ_{-3}^μ describe una polarización longitudinal a dicho plano.

A.4. Variables de Mandelstam

Las variables de Mandelstam vienen dadas por:

$$s = (p + p')^2 = (k_+ + k_-)^2 = 4E^2$$

$$t = (p - k_-)^2 = (k_+ - p')^2 = M^2 - \frac{s}{2}(1 - \beta \cos \theta)$$

$$u = (p - k_+)^2 = (k_- - p')^2 = M^2 - \frac{s}{2}(1 + \beta \cos \theta),$$

donde $\beta \equiv \sqrt{1 - \frac{4M^2}{s}}$.

Anexo B. NOTACIÓN, MATRICES Y PROPIEDADES

B.1. Matrices de Pauli

Las matrices de Pauli están dadas por:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

y sus principales propiedades son:

$$\begin{aligned} \sigma_i &= \sigma_i^\dagger, & \sigma_i^\dagger &= \sigma_i, & \sigma_i^2 &= 1, & \sigma_i \sigma_j &= i\epsilon_{ijk}\sigma^k + \delta_{ij} \\ \text{Tr}\{\sigma_i\} &= 0, & \det(\sigma_i) &= 1, & [\sigma_i, \sigma_j] &= 2i\epsilon_{ijk}\sigma^k, & \{\sigma_i, \sigma_j\} &= 2\delta_{ij}, \end{aligned}$$

con $\delta_{ij} = \delta^{ij} = \delta_j^i = \delta_i^j$, representando el delta de Krönecker, y las combinaciones lineales dedinidas por:

$$\sigma^\pm = \frac{\sigma^1 \pm \sigma^2}{2},$$

con

$$\sigma^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

definiendo el tensor de Levi-Civita totalmente antisimétrico:

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} +1 & \text{si } \{i, j, k\} \text{ es una permutación par de } \{1,2,3\}, \\ -1 & \text{si } \{i, j, k\} \text{ es una permutación impar de } \{1,2,3\}, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

B.2. Matrices Gamma de Dirac

Matrices 4×4 construidas a partir de las matrices de Pauli σ_i y de la matriz identidad I . Estas matrices Gamma de Dirac son:

$$\gamma_0 = \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \gamma_i = \beta\alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix},$$

con

$$\alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}.$$

Las propiedades de las matrices gamma son:

$$\begin{aligned}
(\gamma^0)^2 &= I, & (\gamma^i)^2 &= -I, & (\gamma^0)^\dagger &= \gamma^0, & (\gamma^i)^\dagger &= -\gamma^i \\
\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} &= 2g^{\mu\nu} \\
[\gamma^\mu, \gamma^\nu] &= 2\sigma^{\mu\nu} \\
\sigma^{\mu\nu} &= -\sigma^{\nu\mu} \\
\gamma_\mu \gamma^\mu &= 4 \\
\gamma^\mu \gamma^\nu &= g^{\mu\nu} - i\sigma^{\nu\mu} \\
\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu &= 2g^{\mu\nu}
\end{aligned}$$

con $g^{\mu\nu}$ representando el tensor de métrica pseudo-euclidiana, definido como:

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Con las matrices gamma se define γ^5 , así:

$$\gamma_5 = \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$$

La matriz gamma γ^5 tiene las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned}
(\gamma^5)^2 &= I, & \gamma^5\gamma^\mu &= -\gamma^\mu\gamma^5, & \{\gamma^5, \gamma^\mu\} &= 0, \\
(\gamma^5)^\dagger &= \gamma^5, & \gamma^5\gamma^0 &= -\gamma^0\gamma^5, & [\gamma^5, \sigma^{\mu\nu}] &= 0.
\end{aligned}$$

Los conjugados hermíticos de estas matrices son:

$$\begin{aligned}
\gamma^0\gamma^\mu\gamma^0 &= \gamma^{\mu\dagger}, & \gamma^0(\gamma^\mu\gamma^5)\gamma^0 &= (\gamma^\mu\gamma^5)^\dagger, & \gamma^{\mu\dagger}\gamma^0 &= \gamma^0\gamma^\mu. \\
\gamma^0\gamma^5\gamma^0 &= -\gamma^{5\dagger}, & \gamma^0\sigma^{\mu\nu}\gamma^0 &= (\sigma^{\mu\nu})^\dagger,
\end{aligned}$$

Las trazas de estas matrices están dadas por:

$$\begin{aligned}
Tr\{I\} &= 4 \\
Tr\{\gamma^\mu\} &= 0 \\
Tr\{\gamma^5\} &= 0 \\
Tr\{\gamma^5\gamma^\mu\} &= 0 \\
Tr\{\gamma^\mu\gamma^\nu\} &= 4g^{\mu\nu} \\
Tr\{\sigma^{\mu\nu}\} &= 0 \\
Tr\{\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\} &= 0 \\
Tr\{\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma\} &= 4(g^{\mu\nu}g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma}g^{\nu\rho}) \\
Tr\{\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma\} &= -4i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} = 4i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \\
Tr\{\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma\gamma^\alpha\gamma^\beta\} &= 4i(g^{\mu\nu}\epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} - g^{\mu\rho}\epsilon^{\nu\sigma\alpha\beta} + g^{\nu\rho}\epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} + \\
&\quad + g^{\sigma\alpha}\epsilon^{\mu\nu\rho\beta} - g^{\sigma\beta}\epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} + g^{\alpha\beta}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma})
\end{aligned}$$

De forma general se tiene que:

$$Tr\{\gamma^{\alpha_1}\gamma^{\alpha_2}\dots\gamma^{\alpha_n}\} \equiv 4\Gamma^{\alpha_1\alpha_2\dots\alpha_n}$$

donde

$$\begin{aligned} \Gamma^{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5\alpha_6} &= g^{\alpha_1\alpha_2}\Gamma^{\alpha_3\alpha_4\alpha_5\alpha_6} - g^{\alpha_1\alpha_3}\Gamma^{\alpha_2\alpha_4\alpha_5\alpha_6} + g^{\alpha_1\alpha_4}\Gamma^{\alpha_2\alpha_3\alpha_5\alpha_6} + \\ &- g^{\alpha_1\alpha_5}\Gamma^{\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_6} + g^{\alpha_1\alpha_6}\Gamma^{\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5}. \end{aligned}$$

Otras propiedades, sabiendo que $\not{a} = \gamma_\mu a^\mu$, son:

$$\begin{aligned} \gamma_\mu \not{a} \gamma^\mu &= -2\not{a} \\ \gamma_\mu \not{a} \not{b} \gamma^\mu &= 4(a \cdot b) \\ \gamma_\mu \not{a} \not{b} \not{c} \gamma^\mu &= -2\not{c} \not{b} \not{a} \end{aligned}$$

y sus trazas son:

$$\begin{aligned} Tr\{\not{a} \not{b}\} &= 4(a \cdot b) \\ Tr\{\gamma_5 \not{a} \not{b}\} &= 0 \\ Tr\{\gamma_5 \not{a} \not{b} \not{c} \not{d}\} &= 4i\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} a^\mu b^\nu c^\alpha d^\beta \\ Tr\{\not{a} \not{b} \not{c} \not{d}\} &= 4[(a \cdot b)(c \cdot d) - (a \cdot c)(b \cdot d) + (a \cdot d)(b \cdot c)] \end{aligned}$$

Anexo C. EL GRUPO SU(2) Y SU(3)

C.1. El Grupo SU(2)

El álgebra de Lie utilizada para el grupo SU(2) es la siguiente:

$$[\tau_i, \tau_j] = i\epsilon_{ijk}\tau^k,$$

ésta es la más sencilla de las álgebras de Lie, a causa de que ϵ_{ijk} para $i, j, k = 1, 2, 3$ es el término antisimétrico, completamente posible, más sencillo con tres índices. La anterior expresión (en unidades de $\hbar = 1$) es equivalente al álgebra de momentum angular.

analizando un espacio finito de N dimensiones y asumiendo que transforma bajo algunas representaciones irreducibles de álgebra, se puede ver que se puede diagonalizar un elemento, que obedece el álgebra de la representación, denominado T_3 . Llamando los valores de T_3 , j , se tiene un conjunto de estados:

$$T_3|j, \alpha\rangle = j|j, \alpha\rangle,$$

donde α se utiliza si se tiene más de un estado T_3 . Los estados se escogen de tal forma que:

$$\langle j, \alpha|j, \beta\rangle = \delta_{\alpha\beta}.$$

El grupo $SU(2) \rightarrow e^{i\theta^a \tau^a}$ corresponde a transformaciones unitarias, matrices (2×2) de determinante 1. La representación más sencilla de $SU(2)$ es la de espín 1/2 y es la responsable del nombre $SU(2)$, el cual es un acrónimo de "Special Unitary" (unitario especial):

$$\tau^a \rightarrow \tau^1, \tau^2, \tau^3$$

$$\tau^1 = \frac{1}{2}\sigma_1 \quad \tau^2 = \frac{1}{2}\sigma_2 \quad \tau^3 = \frac{1}{2}\sigma_3,$$

donde $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ corresponden a las matrices de Pauli.

C.2. El Grupo $SU(3)$

Después del álgebra de $SU(2)$, el álgebra de $SU(3)$ es la más importante en la física de partículas. $SU(3)$ es el grupo de matrices unitarias 3×3 con determinante 1. El grupo $SU(3)$ es generado por matrices sin traza hermíticas de orden 3×3 :

$$U(\alpha) = e^{i\alpha_a T_a},$$

diagonalizando $\alpha_a T_a$:

$$V \alpha_a T_a V^{-1} = D$$

donde D es la diagonal

$$\det(U(\alpha)) = \det(e^{iD}) = e^{i\text{Tr}(\alpha_a T_a)}$$

si $\text{Tr}(\alpha_a T_a) = 0 \rightarrow \det(U(\alpha)) = 1$.

El grupo $SU(3) \rightarrow e^{i\alpha^a T_a}$ corresponde a transformaciones unitarias, matrices (3×3) , ocho posibles generadores independientes en términos de las matrices de Gell-Mann:

$$T_a = \frac{1}{2}\lambda_a.$$

Anexo D. SECCIONES EFICACES

La sección eficaz representa la probabilidad de interacción por partícula incidente y por blanco. El proceso será: $A + B \rightarrow C + D$.

Mandamos un haz A con energía y momentum conocidos y se hacen "chocar" con las partículas B. Ahora si las partículas no son muy densas se evita que interactúen entre sí. Luego el área efectiva de transición en la dirección (θ, ϕ) se denota por $d\sigma$, ésto significa que todas las partículas que colisionan en ese punto sufren un proceso de transición y caen en el detector. Ahora bien si tenemos:

- N = número de partículas (n) que inciden en el blanco en la unidad de tiempo.
- W_{f_i} = número de partículas que llegan al detector.

- $|J_{inc}| = F = \text{flujo de partículas incidentes} = \frac{N}{a}$ (número de partículas por unidad de área y por unidad de tiempo)

con a área del blanco y $N = \frac{n}{t}$. Como el flujo incidente es uniforme, se tiene que:

$$|J_{inc}| = \frac{W_{fi}}{d\sigma}$$

Luego

$$\frac{W_{fi}}{d\sigma} = \frac{N}{a} \Rightarrow d\sigma = \frac{W_{fi}}{\frac{N}{a}} = \frac{W_{fi}}{|J_{inc}|}$$

Por lo tanto:

$$d\sigma = \frac{\frac{W_{fi}}{V}}{|J_{inc}|} dn_f$$

donde dn_f es el número de estados finales para las partículas C y D.

Otra manera de expresar las secciones eficaces es: $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{F} \frac{dN_s(\theta)}{d\Omega}$, donde $F [cm^{-2} \cdot s^{-1}]$ es el flujo de partículas incidentes.

$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$, con $N_s(\theta)$ el número de difusiones por unidad de tiempo en un ángulo sólido $d\Omega$ que subtende el detector.

Anexo E. ANOMALÍAS

E.1. Anomalías en el Modelo Estándar

Las anomalías se las conoce con el nombre de anomalías ABJ, ya que fueron descubiertas por Adler (1969-1970), Bell y Jackiew (1969) al estudiar el álgebra de corrientes. La importancia de los tres personajes mencionados, es que introdujeron la condición de cancelación de anomalías. Las anomalías surgen cuando una simetría clásica no es una simetría cuántica y la condición de invariancia gauge requiere que las anomalías se cancelen; por tal motivo, cuando se imponen que sean igual a cero derivan en relaciones matemáticas entre los números cuánticos del contenido fermiónico. Es decir, la sumatoria de las hipercargas de las familias fermiónicas debe ser cero.

Las anomalías presentes son:

$$[SU(3)_C]^2 U(1)_Y : -2a + b + c = 0,$$

$$[SU(2)_L]^2 U(1)_Y : -3a - d = 0,$$

$$[Grav]^2 U(1)_Y : -6a + 3b - 2d + e = 0,$$

$$[U(1)_Y]^3 : -6a^3 + 3b^3 + 3c^3 - 2d^3 + e^3 = 0$$

De estos valores se encuentran las hipercargas para que las anomalías se cancelen, con valores positivos para los estados de quiralidad derecha y negativos para los de

quiralidad izquierda. Ahora bien, los valores que se encuentran para las hipercargas son $a = 1/3$, $b = 4/3$, $c = -2/3$, $d = -1$ y $e = -2$ lo que hace que el Modelo Estándar (ME) este libre de anomalías y por tanto renormalizable⁷¹.

La sumatoria de las cargas de los fermiones izquierdos debe ser igual a cero, es decir:

$$\sum_i Q_L^i = 0$$

Por tanto, en el ME con solamente leptones no satisface la cancelación de anomalías, cuando se incluyen los quarks las anomalías quedan canceladas. Veamos como ejemplo, en la primera generación, que con los tres colores de quarks la anomalía quiral desaparece, es decir:

$$Q_e + Q_{\nu_e} + 3Q_u + 3Q_d = -1 + 0 + 3\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) = 0.$$

E.2. Anomalías en el Modelo $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$

Para cancelar la anomalía $[SU(3)_L]^3$, se necesitan dos antitripletos leptónicos en $SU(3)_L$ con números cuánticos ($3 * .X_i$), para $i = 1, 2$, con sus correspondientes componentes derechos. Cada uno de estos multipletes incluye un doblete en $SU(2)_L$ y un singlete de nuevos leptones, los quarks u_L^c , d_L^c y q_L^c son antitripletos de color y singletes en $SU(3)_L$, con números cuánticos en $U(1)_X$ dados por X_u , X_d y X_q . Además, si cancelamos la anomalía $[SU(3)_L]^3$, la hipercarga X_α con $\alpha = \chi, \psi, 1, 2, u, d, q, \dots$ debe ser fijada mediante las ecuaciones (5.1) y (5.2), dadas en el capítulo 5. Para que las anomalías de los vértices $[SU(3)_C]^2U(1)_X$, $[SU(3)_L]^2U(1)_X$, $[Grav]^2U(1)_X$ y $[U(1)_X]^3$ se cancelen, se deben cumplir las siguientes relaciones:

$$[SU(3)_C]^2U(1)_X : 3X_\chi + X_u + X_d + X_q = 0,$$

$$[SU(3)_L]^2U(1)_X : 3X_\chi + X_\psi + X_1 + X_2 = 0,$$

$$[Grav]^2U(1)_X : 9X_\chi + 3X_u + 3X_d + 3X_q + 3X_\psi + 3X_1 + 3X_2 + \sum_{Singl} X_{ls} = 0,$$

$$[U(1)_X]^3 : 9X_\chi^3 + 3X_u^3 + 3X_d^3 + 3X_q^3 + 3X_\psi^3 + 3X_1^3 + 3X_2^3 + \sum_{Singl} X_{ls}^3 = 0$$

Donde X_{ls} son las hipercargas de los singletes leptónicos derechos cargados, necesarios con el fin de que se tenga una teoría consistente.

Anexo F. EVOLUCIÓN DE LA CONSTANTE ELECTROMAGNÉTICA α_{em} A UN LOOP

Para realizar el cálculo de α_{em} la ecuación del grupo de renormalización, dada por la siguiente expresión:

$$\alpha_{EM}^{-1}(q^2) = \alpha_{EM}^{-1}(q_0^2) - \frac{1}{3\pi} \sum_i Q_i^2 \left(\ln \frac{q^2}{m_i^2} - \frac{5}{3} \right),$$

donde, para nuestro caso, q representa la masa de algún bosón vectorial, respecto a la cual evoluciona la constante electromagnética, q_0 será una masa inicial; además Q_i y

⁷¹Gracias al rompimiento espontáneo de simetría, se puede ver que el ME es una teoría renormalizable, para el caso de los bosones intermediarios masivos.

m_i son las cargas y las masas de los fermiones respectivamente, con $i = e, \mu, \tau$ para los leptones e $i = u, d, c, s, t, b$ para los quarks.

Primero se hará el desarrollo de la sumatoria (ésto es la corrección) para los leptones y los quarks en el Modelo Estándar (ME).

- Para los leptones se tiene $Q_i = -1$ con $i = e, \mu, \tau$. Por lo tanto:

$$\sum_i Q_i^2 (\ln \frac{q^2}{m_i^2} - \frac{5}{3}) = \ln \frac{q^2}{m_e^2} + \ln \frac{q^2}{m_\mu^2} + \ln \frac{q^2}{m_\tau^2} - \frac{15}{3} = 2[\frac{q^3}{m_e m_\mu m_\tau}] - 5$$

- Para los quarks se tienen dos casos:

a) La carga $Q_i = \frac{2}{3}$ para $i = u, c, t$. En este caso se tiene:

$$\sum_i Q_i^2 (\ln \frac{q^2}{m_i^2} - \frac{5}{3}) = \frac{8}{9} [\ln \frac{q^2}{m_u^2} + \ln \frac{q^2}{m_c^2} + \ln \frac{q^2}{m_t^2} - \frac{20}{9}] = \frac{8}{9} [\frac{q^3}{m_u m_c m_t}] - \frac{20}{9}$$

b) La carga $Q_i = -\frac{1}{3}$ para $i = d, s, b$. En este caso se tiene:

$$\sum_i Q_i^2 (\ln \frac{q^2}{m_i^2} - \frac{5}{3}) = \frac{2}{9} [\frac{q^3}{m_d m_s m_b}] - \frac{5}{9}$$

Ahora bien, teniendo en cuenta los valores de las masas para los fermiones, dados en las tablas 1 y 2, y además considerando:

$$\alpha_{EM}^{-1}(q^2 = m_W^2), \text{ con } m_W = 80.41 \text{ GeV, y } \alpha_{EM}^{-1}(q_0^2 = m_e^2) = \frac{e^2}{4\pi} \approx 137.03^{72},$$

se encuentra el valor de la constante electromagnética $\alpha_{EM}(m_W^2)$ a la escala de la masa del bosón cargado de interacción electrodédil W^\pm del ME, así:

$$\alpha_{EM}(m_W^2) = 137.03 - 4.22 - 3(1.27 + 0.42) \approx 128$$

En el anterior cálculo, no se tiene en cuenta el quark top ya que $m_t > m_W$ y se multiplicó por 3, que es el factor de color.

Ahora se procede a realizar el cálculo de la constante electromagnética en función de la escala de la masa del nuevo bosón vectorial K^\pm del modelo 3-3-1. La evolución de la contante de acoplamiento para $m_{W^+}^2 \rightarrow m_{K^+}^2$ será:

$$\alpha_{EM}^{-1}(m_{K^+}^2) = \alpha_{EM}^{-1}(m_{W^+}^2) - \frac{1}{3\pi} \sum_i Q_i^2 (\ln \frac{q^2}{m_i^2} - \frac{5}{3}),$$

Ahora bien, en el modelo barroco, se tiene:

- 2 quarks U y un quark D con una escala de masas que se suponen a un valor de \sim

⁷²A esta constante se la conoce con el nombre de constante de estructura fina o de interacción electromagnética, definida en la escala de la masa del electrón $m_e = 0.511 \text{ MeV}$. Actualmente ninguna teoría de aceptación general explica por qué toma el valor que toma. Su valor experimental es: $\alpha_{EM}^{-1}(m_e^2) = 137.03599911$.

0.2TeV

- 3 leptones E^+ con una escala de masa que se supone a un valor de $\sim 0.5\text{TeV}$

Teniendo en cuenta estos valores y realizando un proceso algebraico similar al realizado en el cálculo de $\alpha_{EM}^{-1}(q^2 = m_W^2)$ en el ME, se obtiene el siguiente resultado:

$$\alpha_{EM}^{-1}(m_{K^+}^2) = 128 - 0.05 - 0.07 - 0.01 \cong 127.87$$

De acuerdo al anterior resultado, se puede concluir que:

$$\alpha_{EM}^{-1}(q^2 = m_W^2) \approx \alpha_{EM}^{-1}(m_{K^+}^2) \simeq 128.$$