Estabilidad del potencial escalar En el modelo 331

Yithsbey Giraldo, Larry Burbano

Universidad de Nariño

Facultad de Ciencias Exactas - Programa de Física

Ciudad Universitaria Torobajo, Nariño — Colombia

larrypantoja,yitsbey,(@gmail.com)

Resumen

Presentaremos un método que permite determinar las condiciones necesarias y/o suficientes que deben satisfacer los parámetros a fin de tener un potencial escalar estable, es decir, que esté acotado por debajo. Esto con el objetivo de garantizar que el potencial escalar tenga un mínimo global, condición necesaria para poder implementar el rompimiento espontáneo de la simetría gauge en el Modelo Estándar y sus extensiones.Nuestra contribución consiste en mejorar estos métodos a fin de poderlos aplicar sistemticamente en diferentes potenciales presentes en los diversos modelos gauge. Ya hemos implementado exitosamente los criterios de estabilidad en el Modelo con dos Dobletes de Higgses y en el Modelo Estándar Supersimétrico Mínimo. El método también se puede aplicar a modelos que extienden el sector gauge del Modelo Estándar, como los modelos SU(3)xSU(3)XU(1), especficamente modelos con dos tripletes escalares, como el Modelo Econmico 3-3-1, cuya estabilidad fue exitosamente establecida.

1. Introducíon

En la actualidad existe una teoría que es bastante aceptada por la comunidad científica, dicha teoría es conocida como el Modelo Estándar (ME),esta es una teoría cuántica de campos gauge bien definida, que describe las partículas elementales y sus interacciones (electromagnética, fuerte y débil) a bajas energías. La teoría del ME combina el grupo de norma $SU(3)$ de color en el cual se basa la teoría de las interacciones fuertes, también conocida como Cromodinámica Cuántica, con el grupo $SU(2)\otimes U(1)$ de las interacciones electrodébiles. La comunidad científica piensa que el ME es una teoría efectiva, en otras palabra, que el grupo de simetrías del ME esta contenido en un grupo de simetrías mayor. En este orden de ideas se propone el grupo de simetrías gauge $SU(3)\otimes SU(3)\otimes U(1)$ es una manera de extender el grupo de simetrías gauge $SU(3)\otimes SU(2)\otimes U(1)$Y dentro del cual se encuentra el ME.

2. Objetivos

Deseamos dar una idea general del modelo 331 que como vemos con respecto al modelo 321 el sector del color permanece igual y el sector electrodébil se ha generalizado a la simetría 31 donde se ha introducido una carga exótica X.

Las partículas del modelo estándar serán un subgrupo de ésta extensión que ademas será renormalizable. La expresión más general para el generador de cárga eléctrica en $SU(3)\otimes U(1)$,es una combinación lineal de los tres generadores diagonales del grupo gauge

$$Q = aT_{3L} + \frac{2}{\sqrt{3}}bT_{8L} + XI_3 \tag{1}$$

Donde $T_{iL} = \frac{\lambda_{iL}}{2}$, siendo λ_{iL} las matrices de Gell-Man para $SU(3)$. El sector leptónico será expresado como:

$$L_l = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \\ E^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \\ M^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \\ T^+ \end{pmatrix} \tag{2}$$

el sector escalarse expresa como:

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi_- \\ \chi^{--} \\ \chi^0 \end{pmatrix} \rho = \begin{pmatrix} \rho_+ \\ \rho^0 \\ \rho^{++} \end{pmatrix} \eta = \begin{pmatrix} \eta_0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^+ \end{pmatrix} \tag{3}$$

3. Metodologia

El método es expuesto tomando el grupo de simetría $SU(2)\otimes U(1)$ definiendo dos dobletes de Higgs en la forma:

$$\varphi_i(x) = \begin{pmatrix} \varphi_i^+(x) \\ \varphi_i^0(x) \end{pmatrix} \tag{4}$$

el potencial escalar mas general lo expresamos mediante la matriz hermitica:

$$K = \begin{pmatrix} \varphi_1^\dagger\varphi_1 & \varphi_2^\dagger\varphi_1 \\ \varphi_1^\dagger\varphi_2 & \varphi_2^\dagger\varphi_2 \end{pmatrix} \tag{5}$$

Matriz que la descomponemos como:

$$K_{ij} = \frac{1}{2}(K_0\delta_{ij} + K_a\sigma^a_{ij}) \tag{6}$$

En donde

$$K_0 = \varphi_i^\dagger\varphi_i, \quad K_a = (\varphi_i^\dagger\varphi_j)\sigma^a_{ij}, \quad a = 1,2,3 \tag{7}$$

Ademas

$$DetK = \frac{1}{4}(K_0^2 - K_a^2) \tag{8}$$

Esto nos permite trazar le dominio

$$K_0 \geq 0, \ K_0^2 - K_a^2 \geq 0 \tag{9}$$

e identificamos los parametros $K_0, \mathbf{K}$

muy importantes a la hora de discutir la estabilidad , pues cuando $K_0 > 0$ puedo definir

$$\mathbf{k} = \frac{\mathbf{K}}{K_0} \tag{10}$$

Si tenemos que el potencial mas general es dado por por la expresion:

$$V(\varphi_1,\varphi_2) = \frac{1}{2}\mu^2(\varphi_1^\dagger\varphi_2) - \frac{1}{4}|\lambda|(\varphi_1\varphi_2)^2 \tag{11}$$

sustituyendo 6, 7 en este potencial vemos que podemos expresarlo como:

$$V(\varphi_1,\varphi_2) = V_2 + V_4 \tag{12}$$

En donde

$$\begin{aligned} V_2 &= \varepsilon_0 K_0 + \varepsilon_a K_a \\ V_4 &= \eta_{00}K_0^2 + 2K_0\eta_a K_a + K_a\eta_{ab}K_b \end{aligned} \tag{13}$$

Que en terminos de (10) sería

$$\begin{aligned} V_2 &= K_0 J_2(\mathbf{k}) \ \ con \ \ J_2(\mathbf{k}) = \varepsilon_0 + \varepsilon^T\mathbf{k} \\ V_4 &= K_0^2 J_4(\mathbf{k}) \ \ con \ \ J_4(\mathbf{k}) = \eta_{00} + 2\eta^T\mathbf{k} + \mathbf{k}^T E\mathbf{k} \end{aligned} \tag{14}$$

Las funciones introducidas satisfacen la condicion del dominio$|\mathbf{k}| \leq 1$

El potencial es estable cuando esta limitado por abajo, se trata de una estabilidad debil cuando

$$\begin{aligned} J_4(\mathbf{k}) &> 0 \\ J_4(\mathbf{k}) = 0 \ \ &y \ \ J_2(\mathbf{k}) \geq 0 \end{aligned} \tag{15}$$

y la estabilidad sera fuerte cuando

$$J_4(\mathbf{k}) > 0$$

para todo $|\mathbf{k}| \leq 1$ Para el caso $|\mathbf{k}| < 1$ los puntos estacionarios cumplen

$$E\mathbf{k} = -\eta \tag{16}$$

si $DetE \neq 0$ entonces $\mathbf{k} = -(E^{-1})\eta$ y

$$J_4(\mathbf{k})|_{est} = \eta_{00} - \eta^T E^{-1}\eta \ \ si \ \ 1 - \eta^T E^{-2}\eta > 0$$

si $DetE = 0$ entonces vemos que la solucion es posible para algun $a = 1,2,3$

$$\begin{aligned} \mu_1 k_1 &= -\eta_1 \\ \mu_2 k_2 &= -\eta_2 \\ \mu_3 k_3 &= -\eta_3 \end{aligned} \tag{17}$$

y asi para cualquier valor de k_1, k_2 tenemos que

$$\mathbf{k}^2 = k_1^2 + k_2^2 + \left(\frac{\eta_3}{\mu_3}\right)^2 \tag{18}$$

vector **k** que podemos escribir como

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_\parallel + \mathbf{k}_\perp \tag{19}$$

donde

$$\mathbf{k}_\perp^2 < 1 - \mathbf{k}_\parallel^2 = 1 - \left(\frac{\eta_3}{\mu_3}\right)^2$$

y sustituyendo en (14) llegamos a $J_4(\mathbf{k})|_{est}$

Para el caso $|\mathbf{k}| = 0$ los puntos estacionarios los calculamos por medio de :

$$F_4(\mathbf{k}, u) = J_4(\mathbf{k}) + u(1 - \mathbf{k}^2) \tag{20}$$

En donde u es un multiplicador de Lagrange, entonces tenemos la soluciones dadas por :

$$(E - u)\mathbf{k} = -\eta \quad con \quad \|\mathbf{k}| = 0 \tag{21}$$

Cuando $Det(E - u) \neq 0$ entonces tenemos

$$\mathbf{k}(u) = -(E - u)^{-1}\eta \tag{22}$$

y sustituyendo en (14) tomando $u = 0$ tenemos que

$$J_4(\mathbf{k}, 0) = \eta_{oo} - \eta^T E^{-1}\eta = J_4(\mathbf{k})|_{est}$$

De el mismo modo cuando $Det(E - u) = 0$ expresamos el vector de la forma (19) en donde

$$\mathbf{k}_\parallel = -(E - u)^{-1}\eta|_{u=\mu_a} \ \ ; \quad (E - \mu_a)\mathbf{k}_\perp = 0 \tag{23}$$

y sustituyendo en (14) obtenemos

$$J_4(\mathbf{k})|_{stat}$$

Vemos como la estabilidad del potencial escalar es dado por el termino cuartico.

4. Discusion de resultados

Vale la pena hacer una consideración del modelo económico 3-3-1 sin cargas exóticas,aunque son varios modelos cada uno tiene diferente estructura fermiónica pero con el mismo bosón gauge y el mínimo sector escalar.

Podemos destacar el modelo

$$\begin{aligned} \Psi_L^a = \left(l^{-a}, \nu^a, N^{0a}\right)_L^T &\sim (1, 3^*, \frac{-1}{3}) \\ l_L^{+a} &\sim (1,1,1) \\ Q_L^i = \left(u^i, d^i, D^i\right)_L^T &\sim (3,3,0) \\ Q_L^1 = \left(d^1, u^1, U\right)_L^T &\sim (3, 3^*, \frac{1}{3}) \\ u_L^{ca} \sim (3^*, 1, \frac{-2}{3}). \quad\quad d_L^{ca} &\sim (3^*, 1, \frac{1}{3}) \\ U_L^c \sim (3^*, 1, \frac{-2}{3}). \quad\quad D_L^{ci} &\sim (3^*, 1, \frac{1}{3}). \end{aligned} \tag{24}$$

El sector escalar lo contruimos usando dos tripletes de Higgs

$$\Phi_1(1, 3^*, \frac{-1}{3}) = \begin{pmatrix} \Phi_1^- \\ \Phi_1^0 \\ \Phi_1^0 \end{pmatrix} \qquad \Phi_1(1, 3^*, \frac{2}{3}) = \begin{pmatrix} \Phi_2^0 \\ \Phi_2^+ \\ \Phi_2^+ \end{pmatrix} \tag{25}$$

y el potencial mas general y renormalizable e invariante bajo simetria 3-3-1 se escribe como:

$$\begin{aligned} V(\Phi_1,\Phi_2) &= \mu_1^2\Phi_1^\dagger\Phi_1 + \mu_2^2\Phi_2^\dagger\Phi_2 + \lambda_1(\Phi_1^\dagger\Phi_1)^2 \\ &+ \lambda_2(\Phi_2^\dagger\Phi_2)^2 + \lambda_3(\Phi_1^\dagger\Phi_1)(\Phi_2^\dagger\Phi_2) + \lambda_4(\Phi_1^\dagger\Phi_2)(\Phi_2^\dagger\Phi) \end{aligned} \tag{26}$$

5. Conclusiones

Si hacemos el conjunto **I** formado por valores de u_i de tal forma que $f'(u) = 0$ en donde hacemos la funcion $f(u) = F(\mathbf{k}(u), u)$ y me permite concluir que

- Si $f(u_i) > 0$,$\forall u_i \in$ **I** la estabilidad del potencial es dada por el término cuártico.
- si $f(u_i) < 0$,por lo menos para un $u_i \in$ **I** el potencial es inestable.
- si $J_4(\mathbf{k})|_{sta} = f(u_i = 0)$ debemos analizar la estabilidad tomando el término cuadrático.

Trabajando la estabilidad con el termino cuadratico,definimos la función $g(u) = \varepsilon_0 - \varepsilon_0^T(E - u)^{-1}\eta$ y debe ser considerado para determinar la estabilidad.

Referencias

[1] J. Maniatis and F.Nagel. Stability.and symmetry breaking in the general two-Higgs-doublet model *Pattern Recognition*, 26:167–174, 1993.

[2] Y. W. L. Stability of the scalar potencial and symmetry breaking in the economical 3-3-1 model.

[3] H.J. EL sector escalar en los modelos 331 sin cargas exoticas. thesis,pregrado , Universidad de Nariño , 2008.

[4] .Alex Macelo Tapia. Estudio fenomenologico Dde un modelo 331, sin cargas exóticas. thesis,pregrado , Universidad de Nariño , 2008.