

Universidad de Nariño

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

**LA ECUACION DE
BETHE-SALPETER Y EL ESPECTRO
DE MESONES PSEUDO-ESCALARES**

RUBEN HERNANDO CRIOLLO ESTRELLA

TRABAJO DE GRADO

Director:

Eduardo Rojas Peña

SAN JUAN DE PASTO

2021

La ecuación de Bethe-Salpeter y el espectro de mesones pseudoescalares

Proyecto de investigación – curso 2021-2022

Ruben Hernando Criollo Estrella

Índice

Índice	1
1. Introducción	4
2. Area de Estudio	4
3. Contexto	5
4. Antecedentes	6
5. Objetivos	7
5.1. Objetivo general	7
5.2. Objetivos específicos	7
6. Metodología	8
7. Recursos	8
7.1. Recursos personales	8
7.2. Recursos materiales	9
8. Cronograma	9
Referencias	10

La ecuación de Bethe-Salpeter y el espectro de mesones pseudoescalares

Proyecto de investigación – curso 2021-2022

Ruben Hernando Criollo Estrella

Las ecuaciones de Bethe-Salpeter y el espectro de mesones pseudoescalares

Resumen

Durante el desarrollo de este trabajo aprenderemos a usar cálculos de la teoría cuántica de campos **QFT** (*Quantum fields theory*, por sus siglas en ingles) de sistemas no perturbativos, a través de las ecuaciones de Schwinger-Dyson (**SDE**) y la de Bethe-Salpeter (**BSE**); simultaneamente escribiré un código para una ecuación de Schwinger-Dyson, para un modelo abeliano con acoplamiento fuerte, y aprenderé a usar un código de la ecuación de Bethe-Salpeter para obtener el espectro de mesones pseudoescalares y calcular las constantes de decaimiento, y hacer una comparación entre los resultados teóricos y experimentales.

La ecuación de Bethe-Salpeter y el espectro de mesones pseudoescalares

Proyecto de investigación – curso 2021-2022

Ruben Hernando Criollo Estrella

The Bethe Salpeter equation and the spectrum of pseudoscalar mesons

Abstracts:

During the development of this work we will learn to use calculations of the quantum field theory **QFT** of non-perturbative systems, through the Schwinger-Dyson equations (**SDE**) and the Bethe-Salpeter (**BSE**); simultaneously I will write a code for a Schwinger-Dyson equation, for a strongly coupled abelian model, and I will learn how to use a code for the Bethe-Salpeter equation to obtain the spectrum of pseudoscalar mesons and calculate the decay constants, and make a comparison between theoretical and experimental results.

La ecuación de Bethe-Salpeter y el espectro de mesones pseudoescalares

Proyecto de investigación – curso 2021-2022

Ruben Hernando Criollo Estrella

1. Introducción

Los mesones pseudoescalares son estados ligados de un quark y un antiquark con momento angular total cero y polaridad negativa.

Durante los años setentas nacio una nueva teoría, la cromodinámica cuantica (QCD), la cuál describe la interacción fuerte, algo que no hacia la teoría previa; la electrodinámica cuántica (QED); la QCD, es una teoría que da el espectro de bariones y mesones. La constante de acoplamiento quark-gluon mucho menor que 1, a muy altas energías, lo que conlleva a la teoria de perturbaciones, pero a bajas energías, fue necesario desarrollar métodos de cálculo no perturbativos , tales como la *lattice* QCD y algunos de los métodos mas conocidos en la literatura son: Teoría quiral de perturbaciones (chiral perturbation theory (ChPT)), Reglas de suma QCD (QCD sum rules), etc.

El popular modelo de quarks, explica estados ligados, como los hadrones. Inicialmente se creían que eran una mera abstracción matemática, sin embargo, actualmente se conocen 6 tipos de quarks, los cuales son los componentes de las partículas, como en el caso de los nucleones (protones y neutrones). El éxito de esta teoría radica en que pudo clasificar los hadrones y permitio predecir la existencia y el valor de la masa de un barion omega (Ω^-), el cuál hizo ganar un premio nobel Gellmann en 1969.

La teoría cuántica de campos tiene su principal aplicación en la física de altas energías, en la cual se unen con los postulados de la relatividad especial, como por ejemplo, se usa para estudiar las partículas subatómicas y sus interacciones, y nos permite dar una explicación a algunos fenómenos tales como la relación entre espín y la estadística, la existencia de antimateria, etc.

Además es una herramienta usada en el campo de la física de la materia condensada, en donde se utiliza estos conocimientos para describir las excitaciones colectivas de sistemas de muchas partículas y también entender efectos físicos tales como la superconductividad, la superfluidez o el efecto Hall cuántico.

2. Area de Estudio

El trabajo de grado propuesto pertenece a las áreas de estudio de la física de partículas y teoría cuántica de campos.

La ecuación de Bethe-Salpeter y el espectro de mesones pseudoescalares

Proyecto de investigación – curso 2021-2022

Ruben Hernando Criollo Estrella

3. Contexto

El presente de trabajo de grado requiere de fundamentos en física teórica, desde la mecánica clásica, mecánica cuántica, dinámica relativista, física de partículas y teoría cuántica de campos. También requiere conocimiento de física matemática, mas específicamente, en el uso de la notación tensorial, transformadas de funciones, calculo de variable compleja y matemáticas, que son un prerrequisito importante en su desarrollo. Hasta el momento, cuento con la formación de todas las materias, excepto en *Teoría cuántica de campos*; sin embargo, esta asignatura, se esta viendo en este semestre.

La ecuación de Bethe-Salpeter y el espectro de mesones pseudoescalares

Proyecto de investigación – curso 2021-2022

Ruben Hernando Criollo Estrella

4. Antecedentes

Se tomo como punto de referencia desde el modelo stadar (MS), la *Electrodinámica cuántica (QED)*, la *Cromodinámica cuántica (QCD)* y los diagramas de Feynmann, en si, estos fueron tan importantes para explicar muchos fenomenos que no eran del todo claro con la mecánica clásica y generaban muchas dudas, algunas como ¿por qué y cómo una particulas decaen en otras? ¿cómo funcionan las colisiones elásticas e inelásticas? ¿qué nuevas propiedades tienen las nuevas particulas generadas por el *scattering* de dos o mas particulas o el decaimiento de una sola? Desde un punto de vista teórico nos lleva a usar estas herramientas (QED, QCD, y los diagramas de Feynmann), si bien, existe mucha literatura sobre estos, se quiso delimitar nuestros conocimientos aplicados sobre un grupo particular de particulas, los *mesones pseudoescalares*, los cuales tienen unas particularidades y propiedades muy interesantes [10, 15, 48, 53, 139, 143.], para esto se trabajará las constantes de decaimiento y el espectro de masas sobre las mismas [1, 2, 146, 150].

Se ha usado la *ecuación de Bethe-Salpeter (BSE)* y la *ecuación de Dyson-Schwinger (DSE)*, en la teoría cuántica de campos, y en el campo de la Física de Particulas (o de Altas energías) [2,16-24,27-38,53,61,102-14,111,120, 125,126] y la solución de las mismas.

Para el cálculo numérico de las constantes de decaimiento ha sido necerario el uso de simuladores, y comparar estos resultados con el uso de las herramientas matemáticas correspondientes y adecuadas para el mismo [24, 56,69,70], aunque no estan enfocados directamente al trato de mesones pseudoescalares, dan como una guía en la cual llevar como modelo.

El grupo de **Altas Energías** de la **Universidad de Nariño** en conjunto con sus colaboradores (nacionales e internacionales) han logrado consolidar algunos estudios sobre espectro de masas, sus constantes y el decaimiento de algunas particulas y ha incursionado en la física de particulas. [61, 65, 59, 53] Inclusive se observa la participación activa de docentes, en temas muy relacionados y se ven alianzas consolidadas entre docentes, en los cuales se ve mas de una participación entre ellos algunos de estos trabajos han tenido un gran impacto en la física de particulas (hadrónica). Estos articulos, han sido escritos en menos de 10 años, lo que nos denota, la contemporariedad de los escritos, su actualidad, la constancia de los docentes sobre estas nos muestra que el tema, es objeto de muchos estudios. Algunas de las publicaciones, tomadas como referentes, son textos que no superan el año, e inclusive, no superan un mes de publicación, y no tienen el protagonismo que llevan otros, pero ratifican la importancia del estudio de la teoría cuántica de campos, y la física de particulas.

La ecuación de Bethe-Salpeter y el espectro de mesones pseudoescalares

Proyecto de investigación – curso 2021-2022

Ruben Hernando Criollo Estrella

5. Objetivos

5.1. Objetivo general

- Conocer la teoría cuántica de campos (QFT) en sistemas no perturbativos.

5.2. Objetivos específicos

- Entender el formalismo lagrangiano de las ecuaciones de Dyson-Schwinger (DSE) y la de Bethe Salpeter (BSE).
- Deducir las ecuaciones de Dyson-Schwinger (DSE) y la de Bethe Salpeter (BSE).
- Resolver numéricamente la ecuación de Dyson-Schwinger (DSE) y la de Bethe Salpeter (BSE).
- Entender las propiedades matemáticas de una ecuación de Bethe-Salpeter (BSE) y su renormalización.
- Calcular el espectro de mesones pseudoescalares.

La ecuación de Bethe-Salpeter y el espectro de mesones pseudoescalares

Proyecto de investigación – curso 2021-2022

Ruben Hernando Criollo Estrella

6. Metodología

A continuación, se presentará la metodología que se va a llevar a cabo, para alcanzar los objetivos propuestos y de forma simultanea el desarrollo de este proyecto.

- **Modelamiento:** Para esta parte se buscará comprender el fundamento teórico de la teoría cuántica de campos en sistemas (QFT) no perturbativos.
- **Programación:** Aprender los elementos de programación para el lenguaje Fortran 77; debido a su alta aplicabilidad matemática, para hacer el espectro de los mesones pseudoescalares.
- **Manejo del código:** Aprender a manejar el código que permita resolver la ecuación de Bethe-Salpeter (BSE)
- **Calculos:** Calcular el espectro de mesones pseudoescalares y constantes de decaimiento y se comparan con los resultados experimentales, determinan el porcentaje de error.
- **Escritura de la tesis:** Finalmente, y de forma trasversal a todo el trabajo, se escribirá los aportes encontrados para el desarrollo de la tesis, y las respectivas correcciones.

7. Recursos

A continuación adjunto, las tablas con los recursos que seran utilizados durante el desarrollo de este proyecto, se dividiran en dos secciones, *personales* y *materiales*.

7.1. Recursos personales

DESCRIPCIÓN	COSTO EN 4 MESES (COP)	FUENTE DE FINANCIACIÓN
2 horas semanales del director de trabajo de grado.	1.200.000	UDENAR
24 horas semanales dedicadas por el estudiante	4.800.00	ESTUDIANTE

La ecuación de Bethe-Salpeter y el espectro de mesones pseudoescalares

Proyecto de investigación – curso 2021-2022

Ruben Hernando Criollo Estrella

7.2. Recursos materiales

DETALLES	USO	TOTAL	FUENTE DE FINANCIACIÓN
Computador.	1 año	1.700.000	ESTUDIANTE
Elementos de oficina	1 año	350.00	ESTUDIANTE

8. Cronograma

Para la ejecución del siguiente trabajo de grado, el cuál esta pensado en desarrollarse durante los cuatro meses establecidos para el decimo semestre del programa de física; a continuación adjunto el cronograma de actividades que se llevaran a cabo durante el trabajo de grado.

ACTIVIDAD	1 MES	2 MES	3 MES	4 MES
Revisión y obtención bibliográfica (Local, nacional e internacional.	X			
Familiarización del lenguaje de programación (<i>Fortran 77</i>) y los sistemas operativos que se utilizaran.		X		
Aplicación del <i>Fortran 77</i> para el desarrollo de la tesis			X	
Analisis comparativo de los datos obtenidos de forma experimental y teóricos.			X	
Elaboración del manuscrito del proyecto de trabajo de grado.	X	X	X	X

La ecuación de Bethe-Salpeter y el espectro de mesones pseudoescalares

Proyecto de investigación – curso 2021-2022

Ruben Hernando Criollo Estrella

Referencias

- [1] I. G. Aznauryan *et al.*, *Int. J. Mod. Phys. E* **22**, 1330015 (2013).
- [2] I. C. Cloët and C. D. Roberts, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **77**, 1 (2014).
- [3] V. P. Gonçalves, B. D. Moreira and F. S. Navarra, *Phys. Rev. D* **95**, no. 5, 054011 (2017).
- [4] B. El-Bennich, A. Furman, R. Kamiński, L. Leśniak and B. Loiseau, *Phys. Rev. D* **74**, 114009 (2006).
- [5] B. El-Bennich, A. Furman, R. Kamiński, L. Leśniak, B. Loiseau and B. Mousallam, *Phys. Rev. D* **79**, 094005 (2009) Erratum: [*Phys. Rev. D* **83**, 039903 (2011)].
- [6] O. Leitner, J.-P. Dedonder, B. Loiseau and B. El-Bennich, *Phys. Rev. D* **82**, 076006 (2010).
- [7] B. El-Bennich, J. P. B. C. de Melo, O. Leitner, B. Loiseau and J. P. Dedonder, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **67**, 395 (2012).
- [8] B. El-Bennich, C. D. Roberts and M. A. Ivanov, *PoS QCD -TNT-II*, 018 (2012) [arXiv:1202.0454 [nucl-th]].
- [9] M. A. Paracha, B. El-Bennich, M. J. Aslam and I. Ahmed, *J. Phys. Conf. Ser.* **630**, no. 1, 012050 (2015).
- [10] V. M. Braun *et al.*, arXiv:1612.02955 [hep-lat] (2016).
- [11] B. El-Bennich, M. A. Ivanov and C. D. Roberts, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **199**, 184 (2010).
- [12] B. El-Bennich, J. P. B. C. de Melo and T. Frederico, *Few Body Syst.* **54**, 1851 (2013).
- [13] E. O. da Silva, J. P. B. C. de Melo, B. El-Bennich and V. S. Filho, *Phys. Rev. C* **86**, 038202 (2012).
- [14] J. P. B. C. de Melo, K. Tsushima, B. El-Bennich, E. Rojas and T. Frederico, *Phys. Rev. C* **90**, no. 3, 035201 (2014).
- [15] G. H. S. Yabusaki, I. Ahmed, M. A. Paracha, J. P. B. C. de Melo and B. El-Bennich, *Phys. Rev. D* **92**, no. 3, 034017 (2015).

La ecuación de Bethe-Salpeter y el espectro de mesones pseudoescalares

Proyecto de investigación – curso 2021-2022

Ruben Hernando Criollo Estrella

- [16] G. Krein, C. D. Roberts and A. G. Williams, *Int. J. Mod. Phys. A* **7**, 5607 (1992). doi:10.1142/S0217751X92002544
- [17] C. D. Roberts and A. G. Williams, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **33**, 477 (1994).
- [18] R. Alkofer and L. von Smekal, *Phys. Rept.* **353**, 281 (2001).
- [19] C. S. Fischer and R. Alkofer, *Phys. Rev. D* **67**, 094020 (2003).
- [20] P. Maris and C. D. Roberts, *Int. J. Mod. Phys. E* **12**, 297 (2003).
- [21] C. D. Roberts and S. M. Schmidt, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **45**, S1 (2000).
- [22] A. Bashir, L. Chang, I. C. Cloët, B. El-Bennich, Y. X. Liu, C. D. Roberts and P. C. Tandy, *Commun. Theor. Phys.* **58**, 79 (2012).
- [23] P. Maris and C. D. Roberts, *Phys. Rev. C* **56**, 3369 (1997).
- [24] P. Maris and P. C. Tandy, *Phys. Rev. C* **60**, 055214 (1999).
- [25] S. x. Qin, L. Chang, Y. x. Liu, C. D. Roberts and D. J. Wilson, *Phys. Rev. C* **84**, 042202 (2011).
- [26] S. X. Qin, L. Chang, Y. X. Liu, C. D. Roberts and S. M. Schmidt, *Phys. Lett. B* **722**, 384 (2013).
- [27] P. O. Bowman, U. M. Heller, D. B. Leinweber, M. B. Parappilly, A. G. Williams and J. b. Zhang, *Phys. Rev. D* **71**, 054507 (2005).
- [28] S. Furui and H. Nakajima, *Phys. Rev. D* **73**, 074503 (2006).
- [29] A. Cucchieri, T. Mendes, O. Oliveira and P. J. Silva, *Phys. Rev. D* **76**, 114507 (2007).
- [30] A. Cucchieri and T. Mendes, *PoS QCD -TNT09*, 026 (2009) [arXiv:1001.2584 [hep-lat]].
- [31] I. L. Bogolubsky, E. M. Ilgenfritz, M. Müller-Preussker and A. Sternbeck, *Phys. Lett. B* **676**, 69 (2009).
- [32] A. Sternbeck and M. Müller-Preussker, *Phys. Lett. B* **726**, 396 (2013).
- [33] O. Oliveira and P. J. Silva, *Phys. Rev. D* **86**, 114513 (2012).
- [34] O. Oliveira and P. Bicudo, *J. Phys. G* **38**, 045003 (2011).

La ecuación de Bethe-Salpeter y el espectro de mesones pseudoescalares

Proyecto de investigación – curso 2021-2022

Ruben Hernando Criollo Estrella

- [35] P. Boucaud, J. P. Leroy, A. L. Yaouanc, J. Micheli, O. Pène and J. Rodríguez-Quintero, *Few Body Syst.* **53**, 387 (2012).
- [36] A. C. Aguilar and J. Papavassiliou, *JHEP* **0612**, 012 (2006).
- [37] A. C. Aguilar, D. Binosi and J. Papavassiliou, *Phys. Rev. D* **78**, 025010 (2008).
- [38] M. R. Pennington and D. J. Wilson, *Phys. Rev. D* **84**, 119901 (2011).
- [39] F. E. Serna, M. A. Brito and G. Krein, *AIP Conf. Proc.* **1701** (2016) 100018.
- [40] F. E. Serna, B. El-Bennich and G. Krein, arXiv:1703.09181 [hep-ph] (2017).
- [41] M. A. Bedolla, J. J. Cobos-Martínez and A. Bashir, *Phys. Rev. D* **92**, no. 5, 054031 (2015).
- [42] M. A. Bedolla, K. Raya, J. J. Cobos-Martínez and A. Bashir, *Phys. Rev. D* **93**, no. 9, 094025 (2016).
- [43] A. Krassnigg and P. Maris, *J. Phys. Conf. Ser.* **9**, 153 (2005).
- [44] M. Blank and A. Krassnigg, *Phys. Rev. D* **84**, 096014 (2011).
- [45] T. Hilger, M. Gómez-Rocha and A. Krassnigg, *Phys. Rev. D* **91**, no. 11, 114004 (2015).
- [46] T. Hilger, M. Gómez-Rocha and A. Krassnigg, arXiv:1508.07183 [hep-ph].
- [47] T. Hilger and A. Krassnigg, arXiv:1605.03464 [hep-ph].
- [48] T. Hilger, M. Gómez-Rocha, A. Krassnigg and W. Lucha, arXiv:1702.06262 [hep-ph].
- [49] M. Ding, F. Gao, L. Chang, Y. X. Liu and C. D. Roberts, *Phys. Lett. B* **753**, 330 (2016).
- [50] J. J. Dudek, R. G. Edwards, M. J. Peardon, D. G. Richards and C. E. Thomas, *Phys. Rev. D* **82**, 034508 (2010).
- [51] L. Liu *et al.* [Hadron Spectrum Collaboration], *JHEP* **1207**, 126 (2012).
- [52] G. K. C. Cheung *et al.* [Hadron Spectrum Collaboration], *JHEP* **1612**, 089 (2016).
- [53] E. Rojas, B. El-Bennich and J. P. B. C. de Melo, *Phys. Rev. D* **90**, 074025 (2014).

La ecuación de Bethe-Salpeter y el espectro de mesones pseudoescalares

Proyecto de investigación – curso 2021-2022

Ruben Hernando Criollo Estrella

- [54] D. Binosi, L. Chang, J. Papavassiliou and C. D. Roberts, Phys. Lett. B **742**, 183 (2015).
- [55] D. Binosi, L. Chang, J. Papavassiliou, S. X. Qin and C. D. Roberts, Phys. Rev. D **95**, no. 3, 031501 (2017).
- [56] S. x. Qin, L. Chang, Y. x. Liu, C. D. Roberts and D. J. Wilson, Phys. Rev. C **85**, 035202 (2012).
- [57] E. Rojas, J. P. B. C. de Melo, B. El-Bennich, O. Oliveira and T. Frederico, JHEP **1310**, 193 (2013).
- [58] B. El-Bennich, E. Rojas, M. A. Paracha and J. P. B. C. de Melo, AIP Conf. Proc. **1625**, 80 (2014).
- [59] E. Rojas, B. El-Bennich, J. P. B. C. De Melo and M. A. Paracha, Few Body Syst. **56**, no. 6-9, 639 (2015).
- [60] P. Maris, C. D. Roberts and P. C. Tandy, Phys. Lett. B **420**, 267 (1998).
- [61] B. El-Bennich, G. Krein, E. Rojas and F. E. Serna, Few Body Syst. **57**, no. 10, 955 (2016).
- [62] M. Bhagwat, M. A. Pichowsky and P. C. Tandy, Phys. Rev. D **67**, 054019 (2003),
- [63] A. Höll, A. Krassnigg and C. D. Roberts, Phys. Rev. C **70**, 042203 (2004).
- [64] B. El-Bennich and E. Rojas, EPJ Web Conf. **113**, 05003 (2016).
- [65] J. Segovia, B. El-Bennich, E. Rojas, I. C. Cloët, C. D. Roberts, S. S. Xu and H. S. Zong, Phys. Rev. Lett. **115**, no. 17, 171801 (2015).
- [66] S. S. Afonin and I. V. Pusenkov, Phys. Rev. D **90**, no. 9, 094020 (2014).
- [67] R. B. Lehoucq, D. C. Sorensen, C. Yang, *ARPACK Users' Guide: Solution of Large-Scale Eigenvalue Problems with Implicitly Restarted Arnoldi Methods* (Society for Industrial & Applied Mathematics, 1998).
- [68] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling and B. P. Flannery, ISBN-9780521430647.
- [69] C. Patrignani *et al.* [Particle Data Group], Chin. Phys. C **40**, no. 10, 100001 (2016).

La ecuación de Bethe-Salpeter y el espectro de mesones pseudoescalares

Proyecto de investigación – curso 2021-2022

Ruben Hernando Criollo Estrella

- [70] H. M. Choi, C. R. Ji, Z. Li and H. Y. Ryu, *Phys. Rev. C* **92**, no. 5, 055203 (2015).
- [71] G. Krein, C. D. Roberts and A. G. Williams, *Int. J. Mod. Phys. A* **7**, 5607 (1992).
- [72] P. O. Bowman, U. M. Heller, D. B. Leinweber, M. B. Parappilly and A. G. Williams, *Phys. Rev. D* **70**, 034509 (2004).
- [73] P. O. Bowman, U. M. Heller and A. G. Williams, *Phys. Rev. D* **66**, 014505 (2002).
- [74] M. B. Parappilly, P. O. Bowman, U. M. Heller, D. B. Leinweber, A. G. Williams and J.-B. Zhang, *Phys. Rev. D* **73**, 054504 (2006).
- [75] M. S. Bhagwat, M. A. Pichowsky, C. D. Roberts and P. C. Tandy, *Phys. Rev. C* **68**, 015203 (2003).
- [76] S. Furui and H. Nakajima, *Phys. Rev. D* **73**, 074503 (2006).
- [77] A. Cucchieri, T. Mendes, O. Oliveira and P. J. Silva, *Phys. Rev. D* **76**, 114507 (2007).
- [78] A. Cucchieri and T. Mendes, *PoS QCD -TNT09*, 026 (2009)
- [79] I. L. Bogolubsky, E. M. Ilgenfritz, M. Müller-Preussker and A. Sternbeck, *Phys. Lett. B* **676**,69 (2009).
- [80] A. Sternbeck and M. Müller-Preussker, *Phys. Lett. B* **726**, 396 (2013).
- [81] O. Oliveira and P. J. Silva, *Phys. Rev. D* **86**, 114513 (2012).
- [82] A. Ayala, A. Bashir, D. Binosi, M. Cristoforetti and J. Rodríguez-Quintero, *Phys. Rev. D* **86**, 074512 (2012).
- [83] P. Boucaud, J.-P. Leroy, A. L. Yaouanc, J. Micheli, O. Pène and J. Rodríguez-Quintero, *JHEP* **0806**, 012 (2008).
- [84] P. Boucaud, J. P. Leroy, A. L. Yaouanc, J. Micheli, O. Pène and J. Rodríguez-Quintero, *Few Body Syst.* **53**, 387 (2012).
- [85] A. C. Aguilar and J. Papavassiliou, *JHEP* **0612**, 012 (2006).
- [86] A. C. Aguilar, D. Binosi and J. Papavassiliou, *Phys. Rev. D* **78**, 025010 (2008).

La ecuación de Bethe-Salpeter y el espectro de mesones pseudoescalares

Proyecto de investigación – curso 2021-2022

Ruben Hernando Criollo Estrella

- [87] M. R. Pennington and D. J. Wilson, Phys. Rev. D **84**, 119901 (2011).
- [88] M. Q. Huber and L. von Smekal, JHEP **1304**, 149 (2013).
- [89] A. Blum, M. Q. Huber, M. Mitter and L. von Smekal, Phys. Rev. D **89**, 061703 (2014).
- [90] C. S. Fischer, A. Maas and J. M. Pawłowski, Ann. Phys. **324**, 2408 (2009).
- [91] S. Strauss, C. S. Fischer and C. Kellermann, Phys. Rev. Lett. **109**, 252001 (2012).
- [92] D. Dudal, S. P. Sorella, N. Vandersickel and H. Verschelde, Phys. Rev. D **77**, 071501 (2008).
- [93] D. Dudal, J. A. Gracey, S. P. Sorella, N. Vandersickel and H. Verschelde, Phys. Rev. D **78**, 065047 (2008).
- [94] D. Dudal, O. Oliveira and N. Vandersickel, Phys. Rev. D **81** (2010) 074505
- [95] A. Cucchieri, D. Dudal, T. Mendes and N. Vandersickel, Phys. Rev. D **85**, 094513 (2012).
- [96] O. Oliveira and P. Bicudo, J. Phys. G **38**, 045003 (2011).
- [97] A. Maas, Phys. Rept. **524**, 203 (2013).
- [98] R. J. Holt and C. D. Roberts, Rev. Mod. Phys. **82**, 2991 (2010).
- [99] A. Bashir, L. Chang, I. C. Cloët, B. El-Bennich, Y.-X. Liu, C. D. Roberts and P. C. Tandy, Commun. Theor. Phys. **58**, 79 (2012).
- [100] I. G. Aznauryan, A. Bashir, V. Braun, S. J. Brodsky, V. D. Burkert, L. Chang, C. Chen and B. El-Bennich *et al.*, Int. J. Mod. Phys. **E22**, 1330015 (2013).
- [101] I. C. Cloët and C. D. Roberts, Prog. Part. Nucl. Phys. **77**, 1 (2014).
- [102] P. Maris, C. D. Roberts and P. C. Tandy, Phys. Lett. B **420**, 267 (1998).
- [103] P. Maris and C. D. Roberts, Phys. Rev. C **56**, 3369 (1997).
- [104] P. Maris and P. C. Tandy, Phys. Rev. C **60**, 055214 (1999).
- [105] T. Nguyen, N. A. Souchlas and P. C. Tandy, AIP Conf. Proc. **1261**, 13 (2010).

La ecuación de Bethe-Salpeter y el espectro de mesones pseudoescalares

Proyecto de investigación – curso 2021-2022

Ruben Hernando Criollo Estrella

- [106] N. Souchlas and D. Stratakis, *Phys. Rev. D* **81**, 114019 (2010).
- [107] B. El-Bennich, J. P. B. C. de Melo, B. Loiseau, J.-P. Dedonder and T. Frederico, *Braz. J. Phys.* **38**, 465 (2008).
- [108] B. El-Bennich, M. A. Ivanov and C. D. Roberts, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **199**, 184 (2010).
- [109] B. El-Bennich, O. Leitner, J.-P. Dedonder and B. Loiseau, *Phys. Rev. D* **79**, 076004 (2009).
- [110] B. El-Bennich, J. P. B. C. de Melo and T. Frederico, *Few Body Syst.* **54**, 1851 (2013).
- [111] S.-x. Qin, L. Chang, Y.-x. Liu, C. D. Roberts and D. J. Wilson, *Phys. Rev. C* **84**, 042202 (2011).
- [112] M. Blank, A. Krassnigg and A. Maas, *Phys. Rev. D* **83**, 034020 (2011).
- [113] P. Maris and P. C. Tandy, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **161**, 136 (2006).
- [114] A. Krassnigg and P. Maris, *J. Phys. Conf. Ser.* **9**, 153 (2005).
- [115] M. S. Bhagwat, A. Holl, A. Krassnigg, C. D. Roberts and P. C. Tandy, *Phys. Rev. C* **70**, 035205 (2004).
- [116] M. Blank and A. Krassnigg, *Phys. Rev. D* **84**, 096014 (2011).
- [117] A. Bender, C. D. Roberts and L. von Smekal, *Phys. Lett. B* **380**, 7 (1996).
- [118] G. Eichmann, R. Alkofer, I. C. Cloët, A. Krassnigg and C. D. Roberts, *Phys. Rev. C* **77**, 042202 (2008).
- [119] C. S. Fischer and R. Williams, *Phys. Rev. D* **78**, 074006 (2008).
- [120] C. S. Fischer and R. Williams, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 122001 (2009).
- [121] S.-x. Qin, L. Chang, Y.-X. Liu, C. D. Roberts and S. M. Schmidt, *Phys. Lett. B* **722**, 384 (2013).
- [122] E. Rojas, J. P. B. C. de Melo, B. El-Bennich, O. Oliveira and T. Frederico, *JHEP* **1310**, 193 (2013).
- [123] W. Heupel, T. Goecke and C. S. Fischer, *Eur. Phys. J. A* **50**, 85 (2014).
- [124] L. Chang and C. D. Roberts, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 081601 (2009).

La ecuación de Bethe-Salpeter y el espectro de mesones pseudoescalares

Proyecto de investigación – curso 2021-2022

Ruben Hernando Criollo Estrella

- [125] C. S. Fischer, P. Watson and W. Cassing, Phys. Rev. D **72**, 094025 (2005).
- [126] A. Krassnigg, PoS CONFINEMENT **8**, 075 (2008).
- [127] J. S. Ball and T.-W. Chiu, Phys. Rev. D **22**, 2542 (1980).
- [128] J. S. Ball and T.-W. Chiu, Phys. Rev. D **22**, 2550 (1980); [Erratum-ibid. D **23**, 3085 (1981)].
- [129] L. Chang and C. D. Roberts, Phys. Rev. C **85**, 052201 (2012).
- [130] T. Hahn, Comput. Phys. Commun. **168**, 78 (2005).
- [131] S.-x. Qin, L. Chang, Y.-x. Liu, C. D. Roberts and D. J. Wilson, Phys. Rev. C **85**, 035202 (2012).
- [132] A. Holl, A. Krassnigg and C. D. Roberts, Phys. Rev. C **70**, 042203 (2004).
- [133] B. El-Bennich, E. Rojas, M. A. Paracha and J. P. B. C. de Melo, arXiv:1311.3449 [nucl-th].
- [134] L. Chang, I. C. Cloët, J. J. Cobos-Martínez, C. D. Roberts, S. M. Schmidt and P. C. Tandy, Phys. Rev. Lett. **110**, 132001 (2013).
- [135] M. Blank and A. Krassnigg, Comput. Phys. Commun. **182**, 1391 (2011).
- [136] R. B. Lehoucq, D. C. Sorensen, C. Yang, *ARPACK Users' Guide: Solution of Large-Scale Eigenvalue Problems with Implicitly Restarted Arnoldi Methods* (Society for Industrial & Applied Mathematics, 1998).
- [137] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling and B. P. Flannery, *Numerical Recipes in FORTRAN 77, The Art of Scientific Computing* Vol. 1 (Cambridge University Press, Cambridge, England, 1992).
- [138] N. Nakanishi, Phys. Rev. **138**, B1182 (1965).
- [139] J. Beringer *et al.* [Particle Data Group Collaboration], Phys. Rev. D **86** (2012) 010001.
- [140] C. T. H. Davies, C. McNeile, E. Follana, G. P. Lepage, H. Na and J. Shigemitsu, Phys. Rev. D **82**, 114504 (2010).
- [141] C. S. Fischer, S. Kubrak and R. Williams, Eur. Phys. J. A **50**, 126 (2014).
- [142] C. McNeile *et al.* [UKQCD Collaboration], Phys. Lett. B **642**, 244 (2006).

La ecuación de Bethe-Salpeter y el espectro de mesones pseudoescalares

Proyecto de investigación – curso 2021-2022

Ruben Hernando Criollo Estrella

- [143] A. Krassnigg, C. D. Roberts and S. V. Wright, *Int. J. Mod. Phys. A* **22**, 424 (2007).
- [144] S. Ahlig and R. Alkofer, *Ann. Phys.* **275**, 113 (1999).
- [145] C. M. Bender, *Rep. Prog. Phys.* **70**, 947 (2007).
- [146] M. A. Ivanov, Y. L. Kalinovsky, P. Maris and C. D. Roberts, *Phys. Lett. B* **416**, 29 (1998).
- [147] M. A. Ivanov, J. G. Körner, S. G. Kovalenko and C. D. Roberts, *Phys. Rev. D* **76**, 034018 (2007).
- [148] B. El-Bennich, M. A. Ivanov and C. D. Roberts, *Phys. Rev. C* **83**, 025205 (2011).
- [149] B. El-Bennich, G. Krein, L. Chang, C. D. Roberts and D. J. Wilson, *Phys. Rev. D* **85**, 031502 (2012).
- [150] B. El-Bennich, C. D. Roberts and M. A. Ivanov, arXiv:1202.0454 [nucl-th].
- [151] C. Shi, L. Chang, C. D. Roberts, S. M. Schmidt, P. C. Tandy and H.-S. Zong, arXiv:1406.3353 [nucl-th].