

**CÁLCULO DE LA DIMENSIÓN FRACTAL Y EL COEFICIENTE DE
HURTS SOBRE LA ACTIVIDAD SÍSMICA DEL VOLCÁN CHILES**



ROBINSON JAVIER SALGADO FINO

Universidad de Nariño

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Departamento de Física

San Juan de Pasto, Colombia

Diciembre 2016

**CÁLCULO DE LA DIMENSIÓN FRACTAL Y EL COEFICIENTE DE
HURTS SOBRE LA ACTIVIDAD SÍSMICA DEL VOLCÁN CHILES**

ROBINSON JAVIER SALGADO FINO

TRABAJO DE GRADO

Para optar al título profesional de:

Físico

Director:

OSCAR CADENA IBARRA

Magister en geofísica

Universidad de Nariño

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Departamento de Física

San Juan de Pasto, Colombia

Diciembre 2016

©2016 - ROBINSON JAVIER SALGADO FINO

“Las ideas y conclusiones aportadas en la tesis de grado son responsabilidad exclusiva de los autores”. Artículo 1. del acuerdo No. 324 del 11 de octubre de 1966, emanado por el Honorable Consejo Directivo de la Universidad de Nariño.

Todos los derechos reservados.

Nota de Aceptación

Oscar Cadena Ibarra

Director

Álvaro Rúgeles Perez

Jurado

Jaime Alfredo Betancourt

Jurado

San Juan de Pasto, 14 de diciembre del 2016

Agradecimientos

A mis Padres, por apoyarme en todo momento, por los valores que me han inculcado y por haberme dado la oportunidad de tener una excelente educación. A mi mamá por sus consejos y su constante motivación. A mi papá por los ejemplos de responsabilidad y constancia que lo caracterizan y que me ha infundado siempre. A mis hermanos por su apoyo incondicional y por creer en mí.

De manera muy sincera expreso mis agradecimientos al MSc. Oscar Cadena director del trabajo, por su dedicación, tiempo y asesoría para la elaboración de esta tesis, ya que gracias a su constante apoyo y sugerencias ha sido posible la culminación de este trabajo.

Extiendo mis agradecimientos al Servicio Geológico Colombiano por brindarme la facilidad de acceso a su base de datos y haberme dado la oportunidad de desarrollar esta tesis.

A la Universidad de Nariño por abrir sus puertas dándome la oportunidad de estudiar y ser profesional de tan ilustre institución, así mismo a todos los profesores que fueron parte de mi experiencia académica, aquellos que estuvieron en cada etapa de mi caminar universitario y contribuyeron a mi formación.

Por último, a las demás personas que están presentes en mi vida y que comparten conmigo la culminación de mi trabajo de grado.

A todos, sinceramente... ¡Muchas Gracias!!!

Dedicatoria

A mis padres:

Javier Armando Salgado.

Josefina Fino.

CÁLCULO DE LA DIMENSIÓN FRACTAL Y EL COEFICIENTE DE HURTS SOBRE LA ACTIVIDAD SÍSMICA DEL VOLCÁN CHILES

Resumen

En este trabajo se realizó un análisis de la dimensión fractal (D_2) y el coeficiente de Hurst (H) para las series de tiempo de ocurrencia sísmica tipo VT presentes en el volcán Chiles (VC) entre noviembre del año del 2013 y mayo del 2016, la estimación del valor de D_2 fue realizada con el objetivo de analizar el comportamiento que presenta la serie, además, se calculó H para comprobar si la hipótesis de Hurst de que la mayoría de fenómenos naturales se comportan como series con tendencia con ruido estadístico y no como caminatas aleatorias. De los resultados obtenidos de D_2 se pudo establecer que en las etapas en las cuales presenta mayor valor podría ser debido al aumento en el movimiento de magma en la corteza superficial, lo que proporciona un menor nivel de aleatoriedad, y con ello un elevado grado de agrupamiento (clustering) y viceversa. Finalmente, al analizar H , se comprueba lo planteado por Hurst.

Palabras claves: Ocurrencia sísmica, dimensión fractal, coeficiente de Hurst, aleatoriedad, grado de agrupamiento, volcán Chiles.

CALCULATION OF FRACTAL DIMENSION AND HURST'S COEFFICIENT ON THE
SEISMIC ACTIVITY OF THE CHILES VOLCANO

Abstract

In this work there realized an analysis of the fractal dimension (D_2) and Hurst's coefficient (H) for the series of time of seismic occurrence type VT present in the volcano Chiles (VC) between November of the year 2013 and May 2016, the estimation of the value of D_2 was realized with the objective to analyze the behavior that presents the series, in addition, it was calculated H to verify if Hurst's hypothesis of which the majority of natural phenomena behave as series with trend with statistical noise and not as random treks. Of the results obtained of D_2 it was possible to establish that in the stages in which he presents major value it might be due to the increase in the movement of magma in the superficial bark, which provides a minor level of randomness, and with it a high degree of grouping (clustering) and vice to turn. Finally, on having analyzed H , the raised is verified by Hurst.

Keywords: Seismic occurrence, fractal dimension, Hurst's coefficient, randomness, degree of grouping, volcano Chiles.

CONTENIDO

	pág.
Titulo.....	I
Nota de Aceptación.....	IV
Agradecimientos.....	V
Dedicatoria	VI
Resumen.....	VII
Abstract	VIII
Índice de figuras	XI
Índice de tablas	XIV
Glosario	XV
Introducción	¡Error! Marcador no definido.
1.1. Volcán Chiles	1
1.2. Antecedentes	2
Definición del Problema	5
2.1. Planteamiento del Problema	5
2.2. Formulación del Problema.....	5
2.3. Objetivos.....	5
2.3.1. Objetivo General.....	5
2.3.2. Objetivos Específicos.....	6
2.4. Justificación	6
Marco teórico.....	7
3.1. Historia de los fractales	7

3.2.	Definición de fractal.....	10
3.3.	Características de los fractales	10
3.4.	Dimensión fractal	11
3.5.	Cálculo de la dimensión fractal por medio del método de conteo de cajas (box counting).....	14
3.6.	Dimensión fractal generalizada.....	16
3.7.	Exponente de Hurst (H).....	17
3.7.1.	Interpretación del exponente de Hurst	19
Metodología.....		20
4.1.	Recolección y clasificación de los datos	21
4.2.	Diseño del algoritmo en MATLAB.....	21
4.3.	Implementación del programa.....	23
4.3.1.	Implementación del programa para el cálculo de la dimensión fractal.....	23
4.3.2.	Implementación del programa para el cálculo del exponente de Hurst.....	29
Resultados		33
5.1.	Resultados del cálculo de la dimensión fractal.....	33
5.2.	Resultados del cálculo del exponente de Hurst.....	35
Discusión.....		42
Conclusiones y Recomendaciones.....		47
Bibliografía.....		48
Apéndice A.....		50
Código del programa		50

Índice de figuras

	pág.
Figura 3. 1: Proceso para generar la curva de Peano.....	7
Figura 3. 2: Proceso para generar la "isla de Koch".....	8
Figura 3. 3: Triángulo de Sierpinsky.	12
Figura 3. 4: Conjunto de Cantor.....	13
Figura 3. 5: Conjunto aleatorio de Cantor.	13
Figura 3. 6: Aplicación del método de conteo de cajas para determinar la dimensión fractal....	14
Figura 3. 7: Diagrama log-log para la determinación de la dimensión fractal del triángulo de Sierpinsky por medio del método de conteo de cajas.....	15
Figura 3. 8: Estimación del exponente de Hurst para una serie aleatoria.	18
Figura 4. 1: Flujograma de la metodología a emplear.....	20
Figura 4. 2: Interfaz que se despliega al ejecutar el archivo Cálculo–Dimensión–Fractal en la ventana windows en MATLAB.....	23
Figura 4. 3: Ventana que se despliega al momento de presionar el botón cargar en la interfaz gráfica, donde se puede seleccionar el archivo a procesar.	24
Figura 4. 4: Programa realizando los cálculos correspondientes.....	26
Figura 4. 5: Resultado gráfico presente en la interfaz posterior al procesamiento.	27
Figura 4. 6: Resultados de aplicar el algoritmo al archivo de entrada.	28
Figura 4. 7: Resultado final de aplicar el proceso adicional.....	28
Figura 4. 8: Interfaz para el cálculo del coeficiente de Hurst.....	29
Figura 4. 9: Gráfica de la tendencia de los resultados después de los cálculos pertinentes.	30

Figura 4.10: Gráfica de la tendencia de los resultados y ecuación para un número de reordenamientos de 500.....	31
Figura 4. 11: Archivo de salida en el cual se guardan los resultados.....	32
Figura 5. 1: Resultado obtenido para la dimensión fractal de correlación usando un número de sismos por ventana igual a 5000, un valor para sismos de traslapo de 100 y una dimensión generalizada con un valor de 25.	34
Figura 5. 2: Resultado obtenido para la dimensión fractal de correlación usando un número de sismos por ventana igual a 5000, un valor para sismos de traslapo de 150 y una dimensión generalizada con un valor de 25.	34
Figura 5. 3: Resultado obtenido para la dimensión fractal de correlación usando un número de sismos por ventana igual a 5000, un valor para sismos de traslapo de 200 y una dimensión generalizada con un valor de 25.	35
Figura 5. 4: Resultado del exponente de Hurst para la serie completa con un número de reordenamientos igual a 1000.....	36
Figura 5. 5: Exponente de Hurst para cada mes de la serie.....	38
Figura 5. 6: Resultado obtenido al sobreponer las gráficas de coeficiente de Hurst y el número de sismos vs tiempo en días.	39
Figura 5. 7: Resultado obtenido al sobreponer las gráficas de dimensión fractal y número de sismos vs tiempo en días.....	40
Figura 5. 8: Resultado obtenido al sobreponer las gráficas de dimensión fractal y número de sismos vs tiempo en días.....	40
Figura 5. 9: Resultado obtenido al sobreponer las figuras de dimensión fractal, coeficiente de Hurst y número de sismos vs tiempo en días.	41

Figura 6. 1: Tomada de Caruso, 1998.	44
Figura 6. 2: Tomada de Cadena, 2012. Dimensión fractal de correlación para la ocurrencia de sismos LP (amarillo) y VT (rojo) entre 2004 y 2011. Las líneas verticales negras indican las erupciones.	45

Índice de tablas

	pág.
Tabla 4. 1: Variaciones realizadas a los valores de entrada.	25
Tabla 5. 1: Valor del coeficiente de Hurst con su respectivo error para cada mes de la serie.	37
Tabla 6. 1: Periodos resaltados en los resultados del cálculo de la dimensión fractal.	42

Glosario

Algoritmo: Conjunto prescrito de instrucciones o reglas bien definidas, ordenadas y finitas que permite realizar una actividad mediante pasos sucesivos.

Embebido: Que se encuentra inmerso.

Epicentro: El punto en la superficie de la Tierra ubicado en la proyección vertical del hipocentro. Usualmente se le ubica mediante la latitud y longitud geográfica.

Estocástico: Que el subsiguiente estado del sistema está determinado tanto por las acciones predecibles del proceso como por elementos aleatorios.

Invarianza: Que no cambia al aplicarle un conjunto de transformaciones.

Iterar: Acto de repetir un proceso con la intención de alcanzar una meta deseada, objetivo o resultado. Cada repetición del proceso también se le denomina una “iteración”, y los resultados de una iteración se utilizan como punto de partida para la siguiente iteración.

Fractal: Objeto geométrico cuya estructura básica, fragmentada o irregular, se repite a diferentes escalas.

Replica: Repetición del movimiento sísmico, generalmente se presentan de menor magnitud en comparación al sismo principal.

Retroalimentación: Es un mecanismo por el cual una cierta proporción de la salida de un sistema se dirige a la entrada, con objeto de controlar su comportamiento.

Sesgada: Que se desvía de la horizontal o vertical.

Simétrico: Objeto al que se le aplica una operación matemática y el resultado de aplicar esa operación o transformación, da un objeto indistinguible en su aspecto del original.

Magnitud: Parámetro que clasifica los sismos por la amplitud de las ondas sísmicas registradas en los sismógrafos. Da una idea del tamaño del sismo y la cantidad de energía liberada en el hipocentro. La más conocida es la magnitud de Richter.

MATLAB: Abreviatura de MATrix LABoratory, es una herramienta de software matemático que ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio (lenguaje M).

Sismo / Seísmo: Movimiento de la Tierra producido por el paso de las ondas generadas por el desplazamiento repentino del suelo por debajo de la superficie terrestre.

Volcán: Montaña en la superficie de continentes y del fondo del océano, por donde la Tierra expulsa una mezcla denominada magma, compuesta por roca fundida, partículas sólidas y gases calientes provenientes de su interior.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Volcán Chiles

El volcán Chiles (VC) se encuentra ubicado en el nudo de los pastos en la cordillera occidental andina colombiana, y junto con el volcán Cerro Negro de Mayasquer constituyen parte de la frontera entre Colombia y Ecuador. Es un volcán que hace parte del complejo volcánico Chiles-Cerro Negro. Cubre una extensión de 7.351 metros cuadrados de la franja que integra el corredor volcánico junto al Cumbal y el Azufral (Grupo de trabajo O. V. S. P., 2016)

Está situado en inmediaciones de la inspección de policía de Chiles, municipio de Cumbal, a 86 km al SW de la ciudad de San Juan de Pasto, Colombia, a 24 km al oeste de la ciudad de Tulcán, Ecuador, y a 608 km al SW de Santafé de Bogotá. En las coordenadas geográficas $0^{\circ}49' N$ y $77^{\circ}56' W$. El acceso se realiza por dos carreteras principales, uno que parte desde Chiles hasta Tiuquer en Colombia, y otro desde Tufiño hasta Maldonado en el Ecuador; en el ascenso hasta las partes más altas se efectúa por numerosos caminos utilizados por la gente de la región.

La cima volcánica alcanza la cota 4748 msnm y su cráter tiene un diámetro 1,0 Km, Los drenajes son radiales excéntricos y las corrientes que nacen en sus edificios llevan sus aguas al río Guaitara, afluente del Patía; los drenajes hacia el W entregan sus aguas al río Mira que las vierte al Pacífico, al igual que el Patía (Grupo de trabajo O. V. S. P., 2016).

En la historia del VC no se habían registrado erupciones de manera instrumental y poco se sabía de su actividad. En agosto de 2013 se observó una manifestación de reactivación con la presencia de un enjambre de sismos asociados con fracturamiento de material cortical que duró hasta mediados de 2014. Cabe también resaltar el incremento en la sismicidad que se

presentó entre el 29 de septiembre y el 20 de octubre del 2014, días en los cuales el Servicio Geológico Colombiano tomó la decisión de cambiar el nivel de actividad de amarillo (cambios en el comportamiento de la actividad volcánica) a naranja (erupción probable en termino de días o semanas), durante ese periodo de tiempo también se presentaron sismos que alcanzaron hasta 5,9 grados en la escala Richter y que fueron sentidos por habitantes de las poblaciones aledañas al volcán. Estos hechos llevaron a pensar que el edificio volcánico podría evidenciar inestabilidad y terminar en una posible erupción.

En cuanto a la sismicidad registrada en el volcán Chiles, la gran mayoría corresponde a eventos con arribos impulsivos de sus fases P y S, con energía distribuida en una amplia banda de frecuencias, características típicas de sismicidad tipo Volcano-Tectónico (VT) asociada con fracturamiento de material cortical. Estos sismos están concentrados sobre los flancos sur y suroeste del volcán Chiles hasta una distancia epicentral de 8 km con profundidades entre 1,5 y 10 km. Localizaciones relativas de esta sismicidad revelan una estructura consistente con el trazo de fallas regionales. Aunque la gran mayoría de eventos son VT, se han registrado algunos de baja frecuencia (LP 0,5 Hz) y de muy baja frecuencia (VLP), el más notable de estos se presentó el 30 de abril de 2014 (Oscar Cadena, 2016). La actividad actual se reduce a la presencia sismos de bajo nivel energético con recurrencia bastante reducida.

1.2. Antecedentes

A continuación, se mencionan algunos trabajos que se tuvieron en cuenta para el desarrollo del presente proyecto.

GEOMETRÍA FRACTAL Y GEOMETRÍA EUCLIDIANA (Vera, 2002)

En este trabajo se da a conocer que los elementos de la geometría euclidiana son entes para modelar los fenómenos naturales y cuantificarlos, tales fenómenos pueden ser tan

complejos e irregulares que la medición usando la métrica euclidiana deja de tener sentido. Sin embargo, hay una manera de medir el grado de complejidad e irregularidad, evaluando cuán rápido aumenta la longitud, la superficie o el volumen, si lo medimos en escalas cada vez más pequeñas. Entre estos fenómenos naturales se encuentran la forma de las montañas y de las costas o la distribución espacial y temporal de los sismos de magnitud menor que 6 en la escala de Richter, ya que estos eventos se producen en enjambres autosemejantes y no a intervalos regulares.

**A FRACTAL APPROACH TO THE CLUSTERING OF EARTHQUAKES:
APPLICATIONS TO THE SEISMICITY OF THE NEW HEBRIDES (R. F. Smalley., 1987).**

En este artículo se realiza el análisis fractal de series de tiempo de la ocurrencia de sismos tipo híbrido ocurridos en cuatro regiones distintas. Dicho estudio da a conocer que el concepto de fractal proporciona un medio de comprobación de que la agrupación sísmica en el tiempo o el espacio es un proceso a escala - invariante. La dimensión fractal de dicha distribución oscila en un intervalo entre 0 y 1, esto se debe a que la ocurrencia sísmica no se concentra en un solo punto (dimensión 0), pero tampoco ocupa completamente la dimensión del mismo (dimensión 1).

**MULTIFRACTAL ANALYSIS OF THE 1992 ERZINCAN AFTERSHOCK
SEQUEN- CEES (D. Legrand, 1996).**

Aquí se aplica el análisis multifractal al conjunto de réplicas del terremoto de Erzincan (Turquía) del 13 de marzo de 1992, mostrando que el espectro de dimensiones fractales generalizadas D_q varía para los diferentes valores de q . En este trabajo se enfatiza en la importancia del análisis multifractal como un índice para seguir la evolución de la distribución espacial de sismicidad en relación a la ocurrencia de eventos de magnitudes importantes.

MULTIFRACTAL ANALYSIS OF MOUNT St. HELENS SEISMICITY AS A TOOL FOR IDENTIFYING ERUPTIVE ACTIVITY (F. Cruso., 1998).

En este documento se realiza el análisis multifractal de la distribución temporal de la sismicidad del Mount st. Helens, Washington, el cual indica que la dimensión fractal ayuda a distinguir patrones sísmicos a diferentes escalas de tiempo, además, el hecho de que este método permite extraer información útil considerando únicamente el historial de ocurrencia sísmica y puede ser una herramienta muy poderosa para el seguimiento de la actividad sísmica de la mayoría de volcanes activos del mundo.

DIMENSIÓN FRACTAL Y EXPONENTE DE HURST APLICADOS A LA OCURRENCIA SÍSMICA EN EL VOLCÁN GALERAS (O. Cadena., 2012).

Mediante el análisis de la dimensión fractal de correlación (D_2) y el exponente de Hurst (H) aplicados a las series de tiempo de ocurrencia sísmica entre los años 2004 y 2011 en el volcán Galeras, se da a conocer que el estudio del comportamiento de D_2 y H aplicados a la sismicidad tipo Volcano-Tectónico (VT) brinda información muy útil para determinar el grado de agrupamiento en el tiempo que ésta presenta, para medir de manera relativa su grado de aleatoriedad y se demuestra que la ocurrencia de sismos tipo LP sigue una tendencia con ruido estadístico durante los periodos de crecimiento de domos de lava.

Capítulo 2

Definición del Problema

2.1. Planteamiento del Problema

El volcán Chiles, objeto de estudio en este trabajo, ha presentado, en los últimos años, un incremento en su actividad sísmica, hecho que ha motivado un análisis detallado de éste comportamiento sísmico, en aras de obtener una interpretación de la actividad volcánica actual.

El análisis de la ocurrencia sísmica en un volcán es de vital importancia para conocer su comportamiento, sin embargo, los histogramas de recurrencia sísmica arrojan información limitada que aporte a una interpretación acertada del fenómeno. Este hecho ha obligado a explorar nuevas técnicas de análisis cuyos resultados apoyen de manera significativa a una interpretación adecuada del comportamiento volcánico desde el punto de vista sísmico.

En la actualidad se han desarrollado técnicas con las cuales se puede extraer mayor información de los valores de recurrencia sísmica en un volcán, entre estas se encuentran el análisis fractal y el coeficiente de Hurst las cuales son la base de este trabajo.

2.2. Formulación del Problema

¿Es posible analizar el comportamiento de la serie de tiempo de ocurrencia sísmica de los eventos tipo VT a partir del cálculo de la dimensión fractal de correlación?

¿La sismicidad tipo VT registrada en el volcán Chiles corresponde a tendencia con ruido estadístico o a una secuencia aleatoria?

2.3. Objetivos

2.3.1. Objetivo General

Aplicar la dimensión fractal de correlación y el exponente de Hurst sobre la distribución temporal de sismos tipo VT en el volcán Chiles.

2.3.2. Objetivos Específicos

- Diseñar y codificar un programa para la determinación de la dimensión fractal de correlación y el exponente de Hurst utilizando el software MATLAB.
- Aplicar el algoritmo a la distribución temporal de sismos tipo VT registrados en el volcán Chiles.
- Contrastar los resultados con los obtenidos por otros estudios en los que se aplican las técnicas mencionadas y con secuencias aleatorias generadas en este estudio.
- Verificar la validez de la hipótesis de Hurst para el caso de la actividad sísmica del volcán Chiles.

2.4. Justificación

El volcán Chiles se encuentra rodeado por regiones pobladas, las cuales se verían afectadas por la ocurrencia de eventos eruptivos, por tal razón se hace necesario el análisis e interpretación de las diferentes variables monitoreadas, incluyendo la sísmica, que desde el punto de vista de este trabajo será abordada mediante técnicas a través de las cuales se pretende extraer mayor información desde el historial de recurrencia sísmico. Los métodos de análisis fractal y coeficiente de Hurst aplicados a la distribución temporal sísmica han sido aplicados a diferentes volcanes del mundo, demostrando ser unas herramientas con un gran potencial en el estudio de este tipo de datos.

La información obtenida en este trabajo será dada a conocer a los entes encargados de tomar decisiones en el momento de prevenir desastres.

Los resultados que se obtuvieron en este trabajo serán útiles para estudios posteriores que se puedan realizar en otros volcanes con el fin de evaluar su comportamiento utilizando las herramientas implementadas en el presente proyecto.

Capítulo 3

Marco teórico

3.1. Historia de los fractales

En 1872 un matemático llamado Karl Weierstrass describió una curva que no se podía "diferenciar", es decir, no se podía calcular la inclinación de esta en ningún punto.

Alrededor de 1890 Giuseppe Peano descubrió lo que él llamó una curva que llena el espacio (Fig. 3.1). Los matemáticos daban por asentado que toda curva, por mucho que se arqueara, debería de ser unidimensional. No obstante, Peano elaboró una que se torcía de modo tan complejo que llenaba el plano del papel donde se le dibujaba. La bidimensionalidad del plano residía en su conjunto de puntos, y esta curva los ocupaba todos. ¿Cómo podía ser un objeto unidimensional y bidimensional a la vez? (Martinez., 2000)

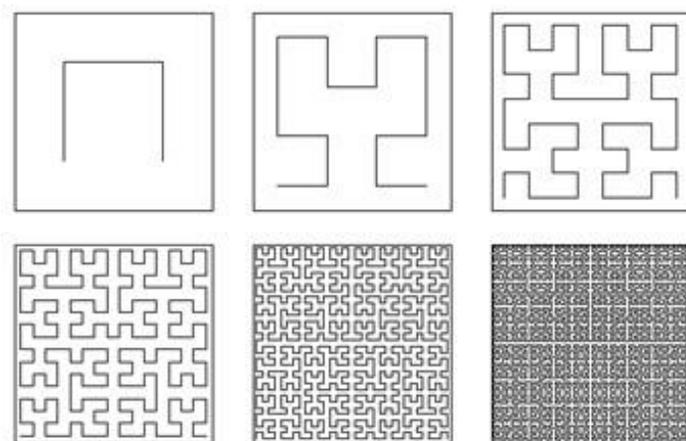


Figura 3. 1: Proceso para generar la curva de Peano.

En 1904 Helge Von Koch elaboró una de las figuras fractales más famosas, la “isla de Koch” o copo de nieve. Esencialmente se crea mediante un proceso de iteración en el cual cada paso se sigue a una escala más pequeña; para dibujarlo basta tomar un triángulo equilátero y añadir en el tercio medio de cada uno de sus lados un triángulo tres veces más

pequeño que el original, repitiendo indefinidamente este proceso se obtiene la isla de Koch (Fig. 3.2).

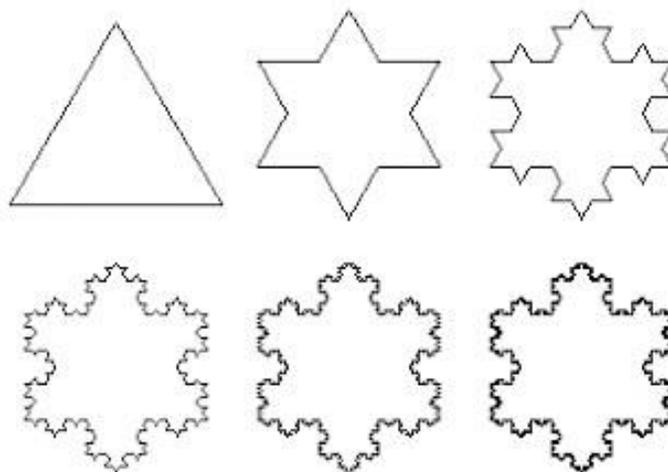


Figura 3. 2: Proceso para generar la "isla de Koch".

Estas curvas sin inclinación y con dimensiones ambiguas fueron consideradas como “quimeras” del pensamiento abstracto, y que no planteaban ninguna amenaza al modo ordenado en que la matemática y la geometría describían la naturaleza. Fueron relegadas a “monstruosidades” matemáticas.

No obstante, setenta años después de Peano, Benoit Mandelbrot demostró que las “curvas monstruosas” no son ajenas a la geometría del mundo, sino todo lo contrario, en ellas reside el modo de medir la irregularidad del mundo real (Martinez., 2000).

En el año 1958 en Yorktown Heights, Nueva York, donde Benoit Mandelbrot ingreso a trabajar en los laboratorios de IBM para hacer un análisis del ruido y perturbaciones eléctricas. Mientras realizaba dichos estudios encontró un patrón en su comportamiento y comenzó a descifrar en ellos una estructura escondida. Algo así como jerarquías de fluctuaciones en todas las escalas. Las cuales no podían ser descritas por la matemática estadística estándar. Mientras seguía adelante con sus tareas empezó a imaginar en qué otros sistemas podrían

encontrarse patrones similares que no pudieran ser descritos con exactitud por la matemática existente y que se comportaran de igual manera.

Esto llevo a Mandelbrot a la publicación del artículo titulado “Cuán larga es la costa de Gran Bretaña” (“¿How long is the coast of Britain?”), publicado en la revista Science en 1967. En dicho artículo, utilizó la costa británica como ejemplo para ilustrar que ésta no tenía una longitud determinable. Si deseamos conocer la longitud de una línea costera cualquiera, una solución simple es tomar un mapa, llevando un hilo a lo largo de la costa, y deduciendo el resultado a partir de la escala impresa al pie del mapa. Pero una pequeña reflexión nos revela que el mapa tiende a simplificar u omitir los detalles por lo que nuestro resultado no es exacto (Mandelbrot, 1967).

La respuesta entonces está en obtener un mapa más detallado. En este caso, el hilo se curvará y torcerá alrededor de más detalles. Pero esto significa que la longitud de la línea costera será mayor, pero podríamos no parar aquí y obtener mayor precisión si medimos cada 100 metros a lo largo de la costa con lo que obtendríamos una mayor longitud, lo que deriva a la desconcertante conclusión de que la verdadera longitud de la línea costera debe ser infinita.

De qué dependerán nuestras mediciones, entonces justamente de la escala que utilicemos para medirlas, y no es para nada una casualidad que estas deducciones se desprendan de los mismos patrones que encontró Mandelbrot en sus estudios sobre flujo electrónico, es decir, “jerarquías de fluctuaciones en todas las escalas”. Esas escalas como Mandelbrot reconoció poseían un patrón, y ese patrón lo relacionaba diciendo que, si bien no eran iguales a diferentes escalas, si lo eran de manera estadísticamente similar.

3.2. Definición de fractal

Probablemente uno de los aspectos más complicados es dar una definición precisa de que es un fractal. Si vamos al libro “La geometría fractal de la naturaleza” de Mandelbrot, este nos dice que acuñó el término fractal a partir del adjetivo latino fractus. El verbo correspondiente es frangere que significa “romper en pedazos”. Por lo tanto, además de “fragmentado”, la palabra fractus significa irregular, lo cual converge en el término fragmento (Mandelbrot B., 1982). Esta primera definición no parece muy clara ni precisa.

Hacia 1977, el matemático se vio forzado a dar una definición formal que permitiera distinguir con más claridad una entidad fractal. Para hacerlo recurrió al antiguo concepto de dimensión de Hausdorff y en respuesta al pragmatismo definió, en general, todos los fractales como el conjunto de formas con dimensión fraccional (Mandelbrot B., 1982).

Los fractales se suelen caracterizar por los infinitos detalles, la infinita longitud, la imposibilidad para diferenciarlos, la autosimilitud y que se pueden generar mediante iteraciones (como se hizo para generar la isla de Koch).

3.3. Características de los fractales

Las dos características fundamentales que poseen los objetos fractales son:

- Autosimilaridad: Es decir, aquellos objetos en los cuales los detalles más pequeños que lo componen tienen alguna relación estadística con sus propiedades globales, repitiéndose tales detalles de una manera infinita.

- Dimensión fractal o dimensión de Hausdorff: Es considerado el concepto principal de la geometría fractal, ya que los objetos fractales se caracterizan por poseer dimensión fraccionaria.

Los fractales pueden presentar tres tipos de autosimilitud:

- Autosimilitud exacta: Este es el tipo más restrictivo de autosimilitud: exige que el fractal sea idéntico a diferentes escalas. A menudo la encontramos en fractales definidos por sistemas de funciones iteradas.

- Cuasiautosimilitud: Exige que el fractal sea aproximadamente idéntico a diferentes escalas. Los fractales de este tipo contienen copias menores y distorsionadas de sí mismos.

- Autosimilitud estadística: Es el tipo más débil de autosimilitud: se exige que el fractal tenga medidas numéricas o estadísticas que se preserven con el cambio de escala. Los fractales aleatorios son ejemplos de fractales de este tipo.

De esta manera, podemos definir fractales como aquellas formas que poseen dimensión fraccional, las cuales describen muchos patrones en la naturaleza, que no pueden ser descritos por la geometría euclidiana y que no poseen un tamaño característico, por lo que podemos referirnos a ellos como autosimilares o independientes de escala.

3.4. Dimensión fractal

La dimensión fractal, " D " es un número real que generaliza el concepto de dimensión ordinaria para objetos geométricos que no admiten espacio tangente. Además, es un exponente que da cuenta de cuán completamente parece llenar un fractal el espacio conforme se amplía el primero hacia escalas más y más finas.

Si tomamos un segmento de línea y agregamos otro de la misma longitud junto al primero, como resultado la longitud se duplica, pero si queremos duplicar el tamaño de los lados de un cuadrado necesitamos 4 elementos y para hacer la misma operación con un cubo serían necesarios 8, de esta manera la forma original de las figuras permanecería invariante respecto a la escala, ya que ésta se ha duplicado. Un cálculo sencillo nos puede dar razón de la dimensión

en la que se encuentra embebido el conjunto de elementos que hemos utilizado para duplicar su tamaño, así por ejemplo en el caso del cubo tenemos $N = 2^D$, siendo $N = 8$ el número de elementos para duplicar el tamaño de un lado del cubo y la dimensión del espacio $D = 3$, que para este caso es euclídeo, por tanto, si queremos encontrar la dimensión simplemente hemos empleado $D = (\log N / \log 2)$. Ahora si tenemos un objeto que para duplicar su tamaño son necesarios 3 objetos iguales encontramos que $D = (\log 3 / \log 2)$, $D = 1,5849\dots$, que es el caso del triángulo de Sierpinski (Figura 3.3) un conjunto fractal con dimensión no entera (O. Cadena., 2012).



Figura 3. 3: Triángulo de Sierpinsky.

Generalizando lo discutido anteriormente tenemos que para multiplicar por un factor de r las medidas de un hipercubo de dimensión D , se necesitarían $N = r^D$ copias iguales del hipercubo, por tanto:

$$D = \log(N) / \log(r) \quad (3.1)$$

Así, D es la dimensión del conjunto y en el caso de que esta no sea entera, se trata de una dimensión fractal. La ecuación (3.1) calcula un tipo particular de dimensión fractal llamada de capacidad o de conteo de cajas.

Un conjunto fractal muy conocido es el denominado *conjunto de Cantor* (Figura 3.4), éste puede pensarse como el intermedio entre el punto y la recta: es un conjunto con muchos agujeros, tiene tantos puntos como reales, es auto semejante. Es muy importante en análisis matemáticos, ecuaciones diferenciales, entre otros y es una fuente continua de contraejemplos, que tiene dimensión fractal $D= 0.6309$, es de escala invariante y determinístico. Como se observa, la siguiente etapa se obtiene extrayendo el tercio central de una línea en la etapa anterior, esta operación se puede aplicar infinitas veces.



Figura 3. 4: Conjunto de Cantor.

Si nos detenemos a observar la última etapa de la figura anterior, se puede ver cierta simetría de agrupamiento, es decir, varios elementos de éste forman grupos de una forma sistemática, sin embargo, podemos crear un conjunto aleatorio de escala invariante extrayendo aleatoriamente el primero, segundo o tercer segmento de la línea como se muestra en la Figura 3.5, en este caso los grupos de la última etapa serían menos simétricos y el conjunto sería estocástico.



Figura 3. 5: Conjunto aleatorio de Cantor.

Ahora si imaginamos que cada componente de la última etapa del conjunto aleatorio de Cantor representa el tiempo de ocurrencia de un sismo, observamos agrupamientos

más parecidos a una distribución real y a cuyo conjunto podemos medir su dimensión fractal que en este caso también es $D = 0.6309$. Aplicando esta analogía podemos calcular la dimensión fractal de un conjunto de sismos distribuidos en el tiempo como una manera de evaluar el agrupamiento o clustering y del análisis de estos resultados realizar las respectivas inferencias fenomenológicas (O. Cadena., 2012).

3.5. Cálculo de la dimensión fractal por medio del método de conteo de cajas (box counting)

El método de conteo de cajas consiste en cubrir el objeto a medir con una malla formada por hipercubos encajados. Se cuenta el número total de cajas, y el número de las mismas que contienen algún punto del conjunto a medir. Vamos variando la escala de la malla, haciéndola cada vez más pequeña, y repetimos el proceso.

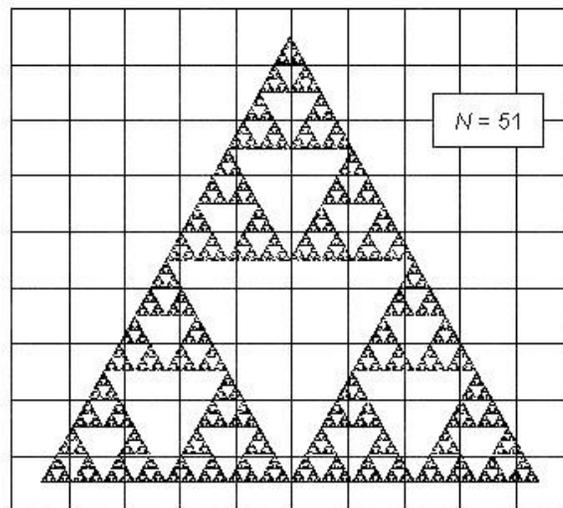


Figura 3. 6: Aplicación del método de conteo de cajas para determinar la dimensión fractal.

En la Figura 3.6 se observa el triángulo de Sierpinski. Sobre el fractal se ha dibujado una malla de $10 \times 9 = 90$ cuadrados o cajas de lado r . Con paciencia se puede comprobar que tan solo en $N(r) = 51$ de ellas hay algún punto perteneciente al triángulo, las restantes 39 cajas están vacías. Se repite la medida para distintos tamaños de r . Y se presentan

los resultados en un gráfico, donde el eje de abscisas representa el logaritmo del inverso del tamaño de lado de las cajas, $\text{Ln}(1/r)$ y el eje de ordenadas el logaritmo del número de cajas no vacías, $\text{Ln}(N(r))$.

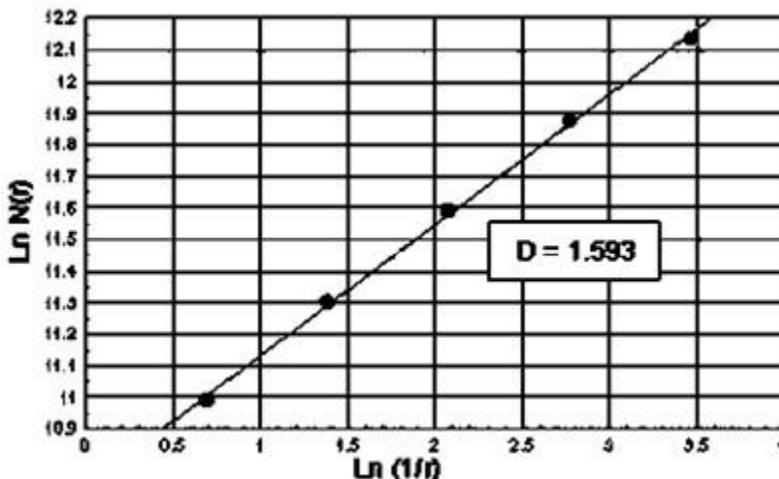


Figura 3. 7: Diagrama log-log para la determinación de la dimensión fractal del triángulo de Sierpinsky por medio del método de conteo de cajas.

En la Figura 3.7 se puede ver que los puntos se sitúan a lo largo de una línea recta de pendiente positiva. Es decir, ajustan a una función del tipo:

$$\text{Ln}N(r) = D * \text{Ln}(1/r) + C \quad (3.2)$$

Despejando $N(r)$, tenemos:

$$N(r) = C * r^{-D} \quad (3.3)$$

Una ley potencial de exponente $-D$. En este caso $D = 1,593$ que coincide bastante bien con el valor que se había encontrado anteriormente, de forma analítica, para la dimensión fractal del triángulo de Sierpinski. Recordemos: podemos recubrir exactamente el fractal con copias reducidas a $1/3$ del original. Cada una debe tener lado $r = 1/2$. Y en general necesitaremos 3^n triángulos de lado $1/2^n$, es decir:

$$(1/2^n)^{-D} = 3^n \quad (3.4)$$

Despejando D se tiene:

$$D * \ln 2^n = \ln 3^n \quad (3.5)$$

$$D = \ln 3 / \ln 2 = 1,58496 \quad (3.6)$$

3.6. Dimensión fractal generalizada

Para el análisis de la dimensión fractal generalizada se utilizan momentos de órdenes superiores de la ecuación (3.1) y se definen de la siguiente manera:

$$D_q = \frac{\log C_q(r)}{\log(r)}; \quad \text{cuando } r \text{ tiende a cero.} \quad (3.7)$$

En la ecuación (3.7) $C(r)$ es la integral de correlación, r es el tamaño de las cajas y q es el orden del momento. La integral de correlación está definida en la siguiente ecuación:

$$C_q(r) = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N H[r - |x_i - x_j|] \right]^{q-1} \right]^{1/q-1} \quad (3.8)$$

Donde N es el número de objetos y $H(x)$ es la función Heaviside, mientras que x_i nos indican la posición de los N objetos bajo estudio. La integral de correlación $C_q(r)$ es tan sólo una función de probabilidad, en la que los casos favorables son el número de puntos contenidos en una hipersfera de m dimensiones y de radio r , y los casos posibles son el número de pares de puntos de los que está formado el sistema (Sanchez, 1996). Así para los tres primeros momentos $q = 0, 1$ y 2 tenemos las dimensiones de conteo de cajas (D_0), de información (D_1) y de correlación (D_2) respectivamente. Para nuestro trabajo los x_i corresponden a los tiempos t_i de ocurrencia de los N sismos.

La dimensión de correlación permite distinguir los sistemas aleatorios de los no aleatorios: sistemas estocásticos no lineales y sistemas deterministas no lineales (Procaccia, 1983) Si el sistema es aleatorio, los valores de las variables estarán uniformemente repartidas, con lo que su dimensión de correlación tenderá a crecer (Peters, 1994).

3.7. Exponente de Hurst (H)

El exponente de Hurst es una técnica utilizada para analizar comportamientos de un sistema a lo largo del tiempo. Fue propuesta por el hidrólogo británico Harold Edwin Hurst, quien estudió las fluctuaciones de las alturas del nivel del Río Nilo como herramienta para distinguir la existencia de series fractales.

El exponente de Hurst se aplica en la clasificación de series de tiempo, puede distinguir entre series aleatorias de aquellas que no lo son, inclusive si la serie no obedece a una distribución Gaussiana. Entre los hallazgos de Hurst está el hecho de que la mayoría de fenómenos naturales no obedecen a caminatas aleatorias.

Hurst creó un cociente sin dimensiones al dividir el rango por la desviación estándar de las observaciones, lo que se conoce como análisis de rango reescalado o R/S (Mandelbrot B.B., 1968). Él halló que la mayoría de las series de tiempo que describen fenómenos naturales obedecen a una caminata aleatoria sesgada, llamada también tendencia con ruido estadístico. Es posible medir la fuerza de la tendencia y la cantidad de ruido mediante el análisis R/S (Kaplan., 2003).

Sea una serie de tiempo t , con un número u de observaciones, entonces:

$$X_{t,N}(r) = \sum_{u=1}^u (e_u - M_N) \quad (3.9)$$

Donde:

$X_{t,N}$ = desviación calculada sobre N períodos e_u = valor de entrada u

M_N = promedio e_u sobre N períodos Siendo el rango R :

$$R = \max(X_{t,N}) - \min(X_{t,N}) \quad (3.10)$$

Donde:

$Max(X)$ = máximo valor de X $Min(X)$ = mínimo valor de X.

Hurst dividió el rango por la desviación estándar de las observaciones originales y formuló la siguiente relación:

$$\frac{R}{S} = (aN)^H \quad (3.11)$$

Donde:

R/S = rango con la nueva escala N = número de observaciones.

a = una constante (0.5 en este caso).

H = exponente de Hurst.

Para estimar H se escoge un determinado número de escalas, se toma el rango R en dicha escala y se divide entre la desviación estándar de los datos, al graficar $\log(R/S)$ vs $\log(aN)$, se obtiene una tendencia lineal, finalmente se calcula la pendiente de la recta que corresponde a un estimado del exponente de Hurst. La Figura 3.8 muestra la estimación de H para una serie de datos aleatoria.

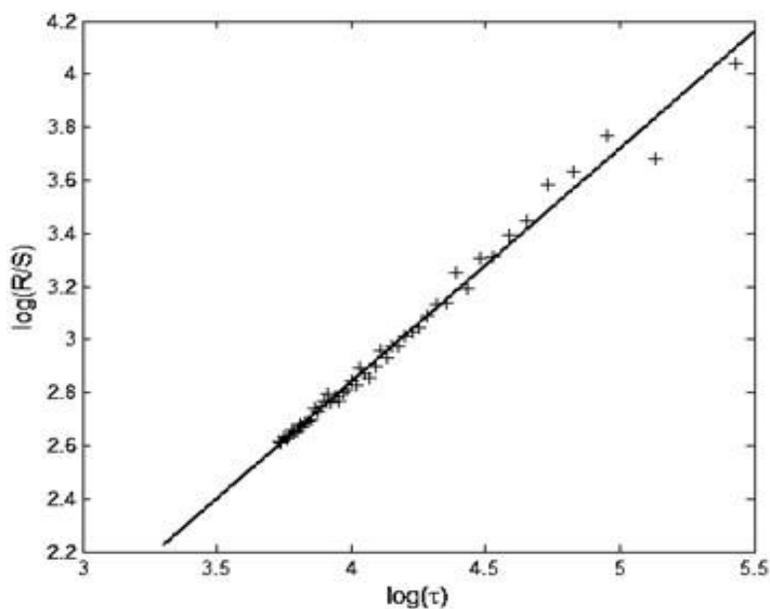


Figura 3. 8: Estimación del exponente de Hurst para una serie aleatoria.

3.7.1. Interpretación del exponente de Hurst

Es importante recalcar que el análisis R/S no implica que el proceso sea Gaussiano, sólo independiente. De hecho, incluye distribuciones normales, pero también puede incluir procesos independientes no Gaussianos, además, no es paramétrico, es decir, no requiere un tipo de forma de la distribución (Mandelbrot B. F., 1977).

Mandelbrot demostró que el valor de H se encuentra acotado entre 0 y 1, explicando que este fenómeno ocurría debido a un síntoma de invarianza al cambio de escala, que es la característica clave de las series de tiempo fractales.

$0,5 < H < 1$ Implica una serie de tiempo persistente, la cual está caracterizada por efectos de larga memoria. Teóricamente, los sucesos que ocurren hoy impactan los sucesos futuros por siempre. Lo que puede ser interpretado como sensible a las condiciones iniciales. Esta larga memoria ocurre independiente de la escala de tiempo. Todos los cambios diarios están correlacionados con todos los cambios diarios futuros, todos los cambios semanales están correlacionados con todos los futuros cambios semanales.

$0 < H = 0,5$ Implica anti persistencia. La cual consiste en la tendencia de regresar constantemente al lugar de procedencia, lo que indicaría un sistema sujeto cambios más bruscos inclusive más que en una caminata aleatoria (Mandelbrot B. F., 1977).

Capítulo 4

Metodología

Para la determinación de la dimensión fractal y el exponente de Hurst de la distribución sísmica temporal en el volcán Chiles se llevaron a cabo los siguientes pasos:

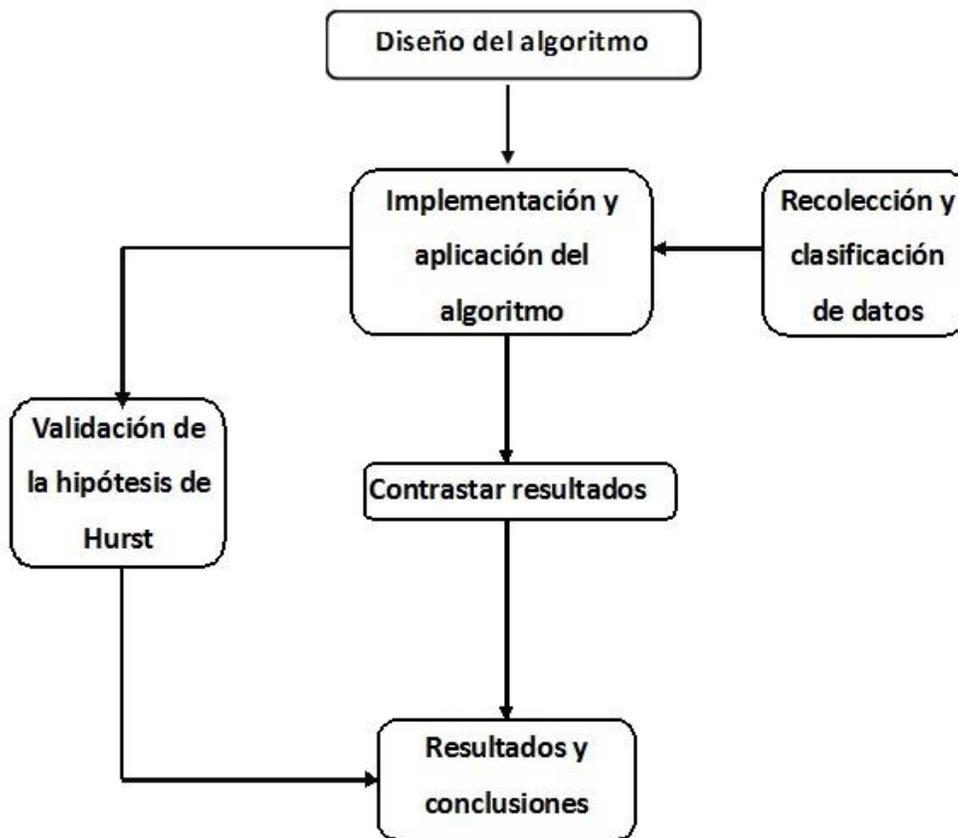


Figura 4. 1: Flujograma de la metodología a emplear.

4.1. Recolección y clasificación de los datos

Los datos utilizados en el presente trabajo fueron seleccionados de la base datos del Servicio Geológico Colombiano (SGC), en el cual se encuentran presentes dos columnas de 540.565 valores, correspondientes a la fecha y hora en la que se presentó cada uno de los sismos reportados en el edificio volcánico del VC, estos comprenden un periodo entre el 3 de noviembre del año 2013 hasta el 2 de mayo del 2016.

Inicialmente se convierte tanto la fecha y hora de la ocurrencia de cada sismo a formato decimal, posterior a esto se suman dichos valores para finalmente obtener un único número, esto se hace ya que los programas desarrollados trabajan con decimales, una vez realizado este proceso se obtiene el archivo de entrada a los algoritmos para el cálculo de la dimensión fractal y del exponente de Hurst.

4.2. Diseño del algoritmo en MATLAB

En el desarrollo del programa se contó con la participación del Msc. Oscar Cadena Ibarra (SGC). El código está implementado en el software MATLAB, y consta de ocho archivos de extensión *.m, los cuales son: *distchck*, *fcdf*, *regress*, *vartest2*, *lagmatrix*, *fractaldim*, *dimfracnumsis* y *Cálculo – Dimensión – Fractal*. A continuación, se describe de una manera breve algunos de los códigos:

Fractaldim: En este código se calcula la dimensión fractal por medio del método de conteo de cajas. Éste se basa en un algoritmo que construye una caja por primera observación y para la prueba de otras observaciones que pertenece a la caja (s) anterior. Si la observación pertenece a una de las cajas existentes a su vez aumenta el número de puntos en la casilla correspondiente, si no realiza una nueva caja. Para dicho cálculo se debe proporcionar ciertos

valores de entrada que corresponden a: y-vector de series de tiempo, q-dimensión generalizada, M-dimensión de embebido.

Dimfracnumsis: En este archivo se realiza el cómputo de la dimensión fractal generalizada teniendo en cuenta: un vector de datos en formato decimal, un número de sismos (Nsis) por ventana a los que se desea realizar el cálculo, un valor para los datos de traslapo entre vectores Nsis, la dimensión generalizada que se desea calcular y la de embebido. Los cálculos realizados se presentan en dos archivos de salida. El primero un de extensión *.txt con el nombre fractalD.txt que se genera en el directorio de trabajo. El otro es una figura de resultados, en la cual cada punto se dibuja en la posición del último elemento del vector Nsis.

Cálculo – Dimensión – Fractal: Éste algoritmo es una compilación de los archivos utilizados en este trabajo, al ejecutarlo se genera una interfaz gráfica en la cual se puede seleccionar de manera sencilla los datos de entrada. Además, se debe introducir los valores de entrada de una manera interactiva, ya que estos se pueden variar sin necesidad de volver a cargar el programa. Después de realizar lo antes mencionado se pulsa un botón y se generan los cálculos correspondientes, posteriormente se generan dos archivos de salida, que corresponden: el primero un archivo de datos de extensión *.txt y el otro de tipo gráfico.

Para el cálculo del exponente de Hurst se desarrolló el algoritmo *proHurst* el cual nos genera una interfaz gráfica que facilita el cómputo del coeficiente de Hurst, en esta se puede seleccionar el archivo de datos a procesar, los resultados se escriben en un archivo de salida de extensión *.txt el cual se genera en el escritorio de trabajo con el nombre Hurst.txt, además el programa nos muestra una gráfica en la cual se plasman los resultados.

4.3. Implementación del programa.

4.3.1. Implementación del programa para el cálculo de la dimensión fractal.

Para la ejecución del programa se emplea el comando “*Cálculo – Dimensión – Fractal*” en la ventana Command Window de MATLAB, éste despliega una ventana, la cual es una interfaz gráfica (Figura 4.2), donde se permite introducir valores de entrada que son necesarios para realizar el procesamiento de los datos.

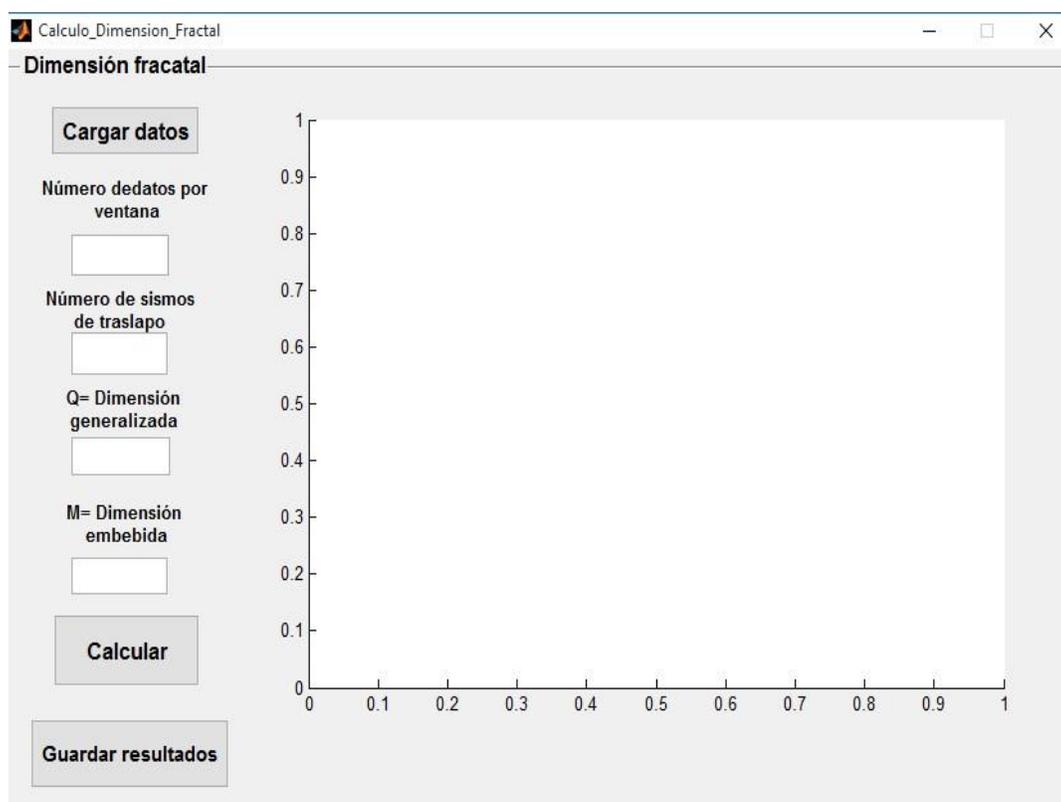


Figura 4. 2: Interfaz que se despliega al ejecutar el archivo *Cálculo–Dimensión–Fractal* en la ventana windows en MATLAB.

Para dar inicio al proceso de datos, se presiona el botón cargar que se encuentra presente en la interfaz, al ejecutar la acción antes mencionada se abre la carpeta de trabajo, en la cual se encuentran presentes una serie de archivos, entre estos se debe seleccionar el que se desea procesar (Figura 4.3).

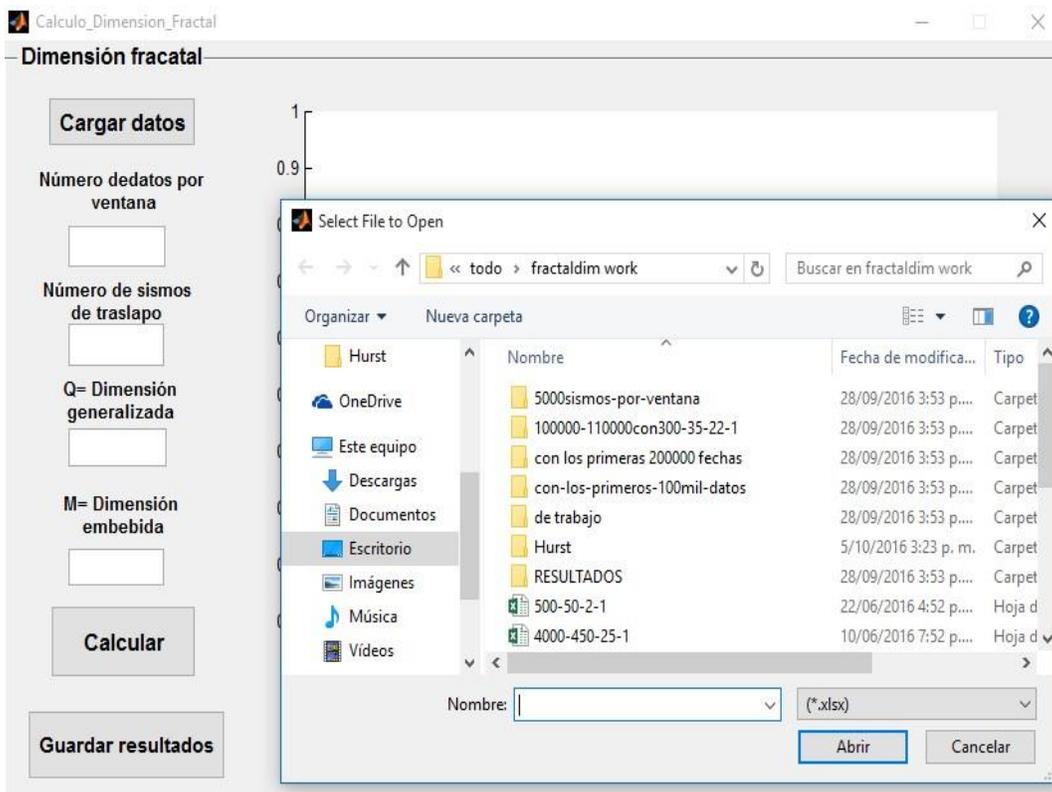


Figura 4. 3: Ventana que se despliega al momento de presionar el botón cargar en la interfaz gráfica, donde se puede seleccionar el archivo a procesar.

Después de cargar los datos a procesar, se continúa con la implementación digitando los valores de entrada que se piden en la interfaz, los cuales corresponden en su orden al número de datos por ventana, la cantidad de sismos de traslapo, la dimensión que se desea calcular (dimensión generalizada) y la dimensión de embebido.

Para establecer el paso del tiempo que mejor representaba las series de la dimensión fractal se realizaron pruebas (ensayo-error) variando los valores de entrada antes mencionados en una manera sistemática.

Dichas variaciones fueron las siguientes:

Tabla 4. 1: Variaciones realizadas a los valores de entrada.

No. de sismos por ventana	No. de sismos de traslapo	Dimensión generalizada
500	50	2
750	100	3
1000	150	4
1250	200	5
1500	250	6
1750	300	7
2000	350	8
2250	400	9
2500	450	10
2750	500	11
3000		12
3250		13
3500		14
3750		15
4000		16
4250		17
4500		18
4750		19
5000		20
		21
		22
		23
		24
		25

El valor de la dimensión de embebido se mantuvo constante durante el transcurso del proceso, tomando el valor de 1 que corresponde a la dimensión en la cual se encuentra inmerso el tiempo.

Cada vez que se hacía una variación en los parámetros se pulsaba el botón calcular, al realizar la acción antes mencionada el algoritmo iniciaba los cálculos correspondientes (Figura 4.4). El programa realiza los cómputos de la dimensión fractal por medio de dos métodos: el método de conteo de cajas (box counting) y el correspondiente a la dimensión fractal de correlación.

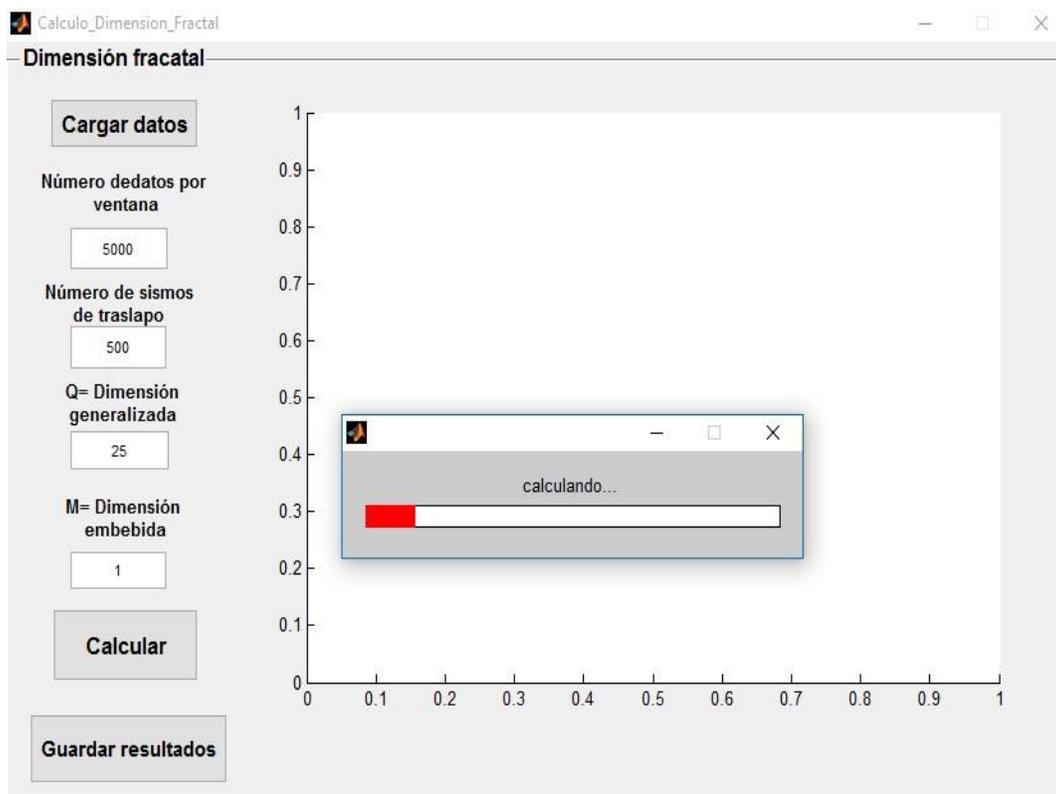


Figura 4. 4: Programa realizando los cálculos correspondientes.

Al terminar el proceso el programa muestra los resultados en una gráfica presente en la interfaz (Figura4.5).

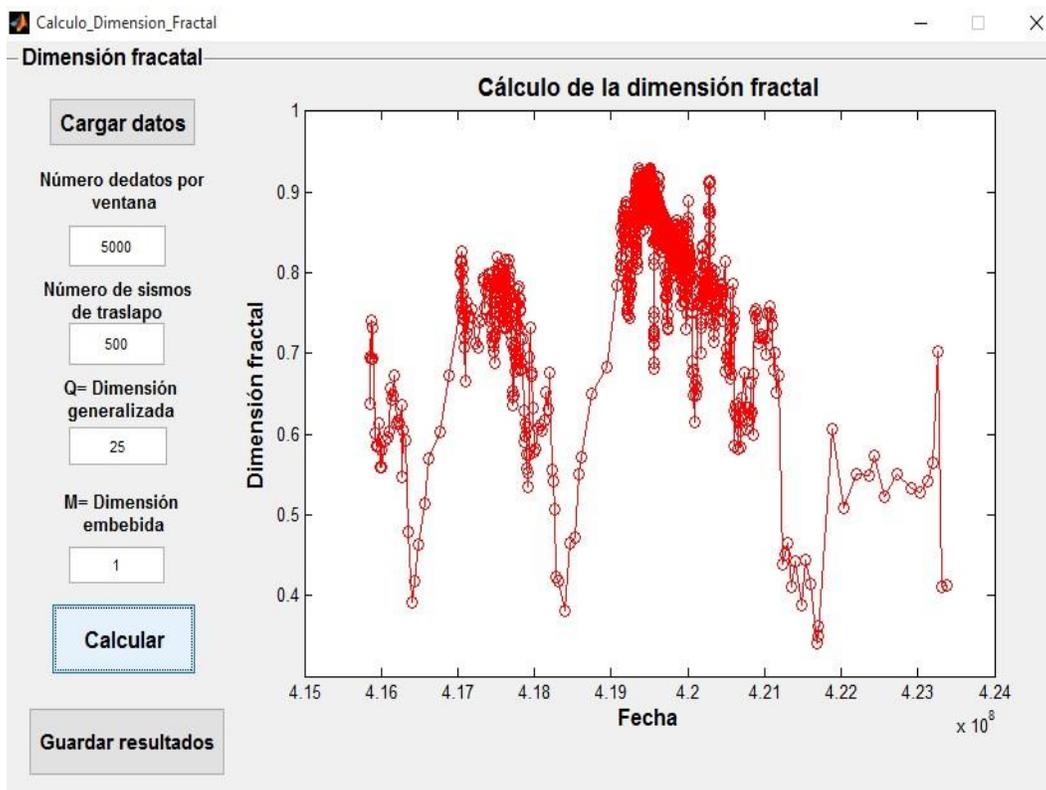


Figura 4. 5: Resultado gráfico presente en la interfaz posterior al procesamiento.

Para guardar los resultados se pulsa la tecla guardar resultados, lo cual proporciona dos archivos de salida, el primero es un archivo de extensión *.fig en el cual nos presenta la gráfica correspondiente a la dimensión de correlación vs fecha (la cual se presenta en formato decimal), el segundo un archivo de extensión *.txt, en el cual se consignan tres valores, que corresponden en su orden a la fecha del último sismo presente en cada intervalo, dimensión calculada mediante el método del box counting (conteo de cajas) y la dimensión fractal de correlación (Figura 4.6).

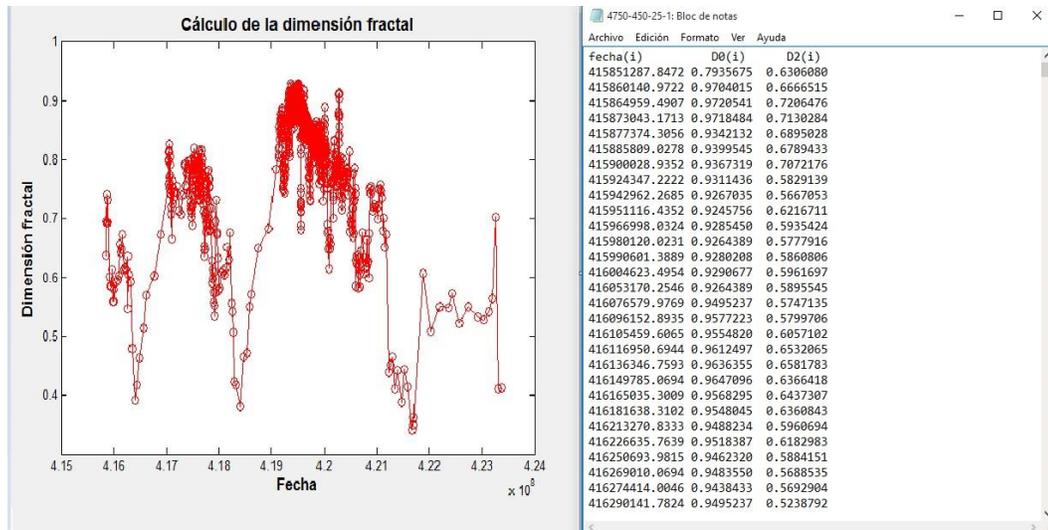


Figura 4. 6: Resultados de aplicar el algoritmo al archivo de entrada.

Al archivo de salida de extensión *.txt se le realizó un sencillo proceso adicional para cambiar las fechas que se encuentran en sistema decimal a un formato más adecuado, para facilitar la interpretación posterior de los resultados. Ya con las fechas en el formato deseado se realiza la gráfica de dimensión fractal de correlación vs fecha. (Figura 4.7)

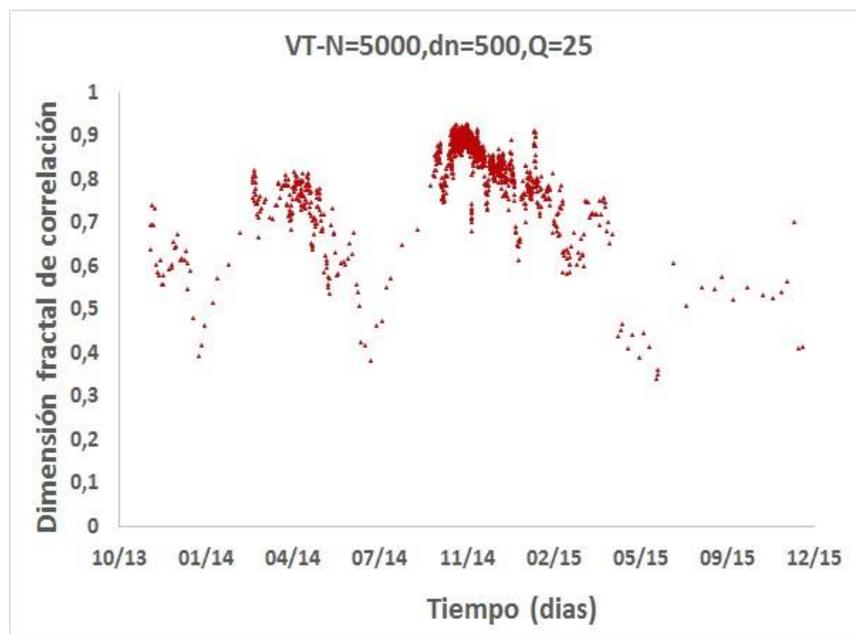


Figura 4. 7: Resultado final de aplicar el proceso adicional.

4.3.2. Implementación del programa para el cálculo del exponente de Hurst.

Para el cálculo del exponente de Hurst se ejecuta el comando “*proHurst*” en la ventana Command Window de MATLAB, al realizar la acción antes mencionada se despliega una ventana, la cual es una interfaz gráfica (Figura 4.8), donde se facilita la selección del vector de entrada a procesar y el número de veces que se desea reordenar la serie.

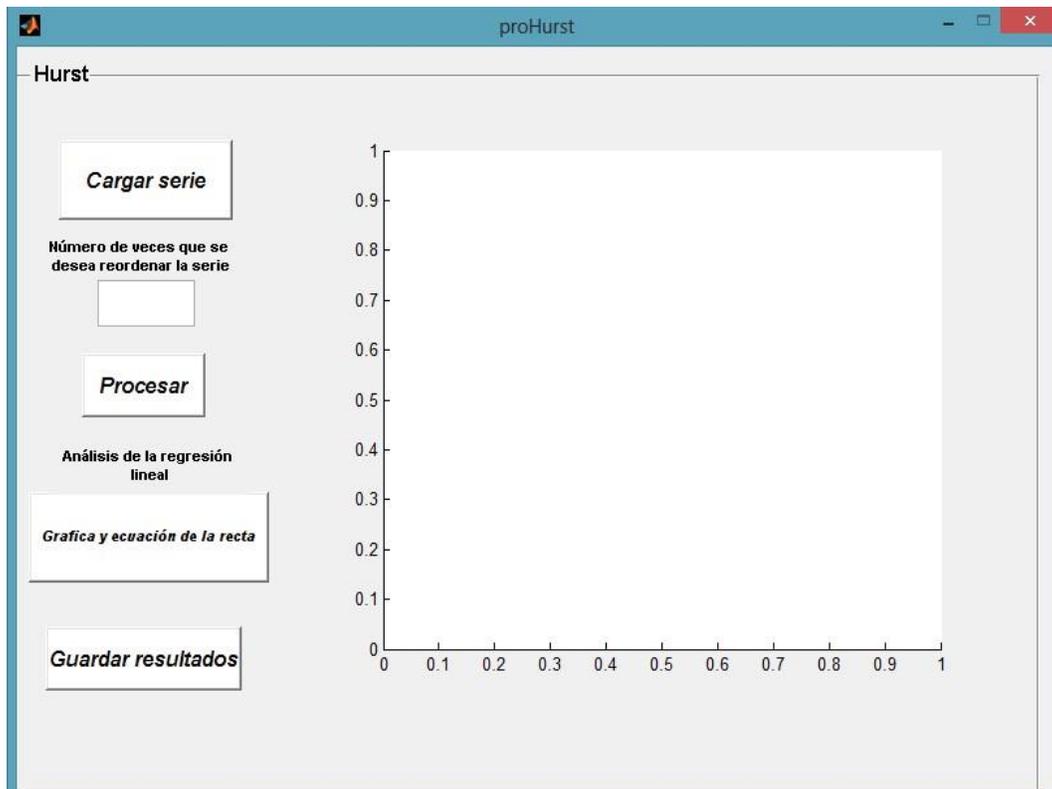


Figura 4. 8: Interfaz para el cálculo del coeficiente de Hurst.

Después de cargar el vector a procesar y dar a conocer el número de veces que se desea reordenar la serie, se pulsa la tecla procesar, al realizar esta acción el programa nos realiza los cálculos correspondientes, después de esto nos presenta los resultados de la linealización de la serie de manera gráfica (Figura 4.9). Se realizó el cómputo para varios valores en el número de reordenamientos.

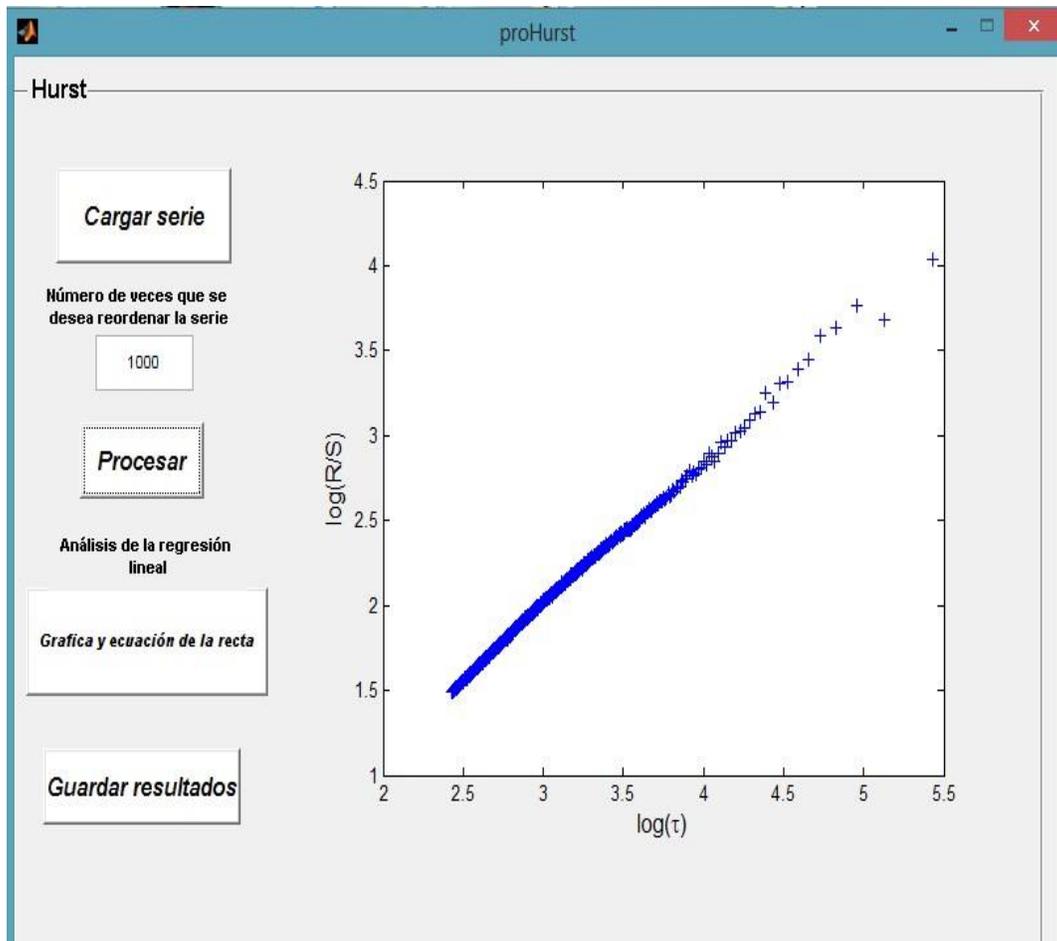


Figura 4. 9: Gráfica de la tendencia de los resultados después de los cálculos pertinentes.

Posteriormente se pulsa la tecla gráfica y ecuación, al realizar lo antes mencionado el algoritmo presenta la ecuación que mejor se ajusta, la cual para este caso es una ecuación lineal, donde la pendiente de la recta representara al coeficiente de Hurst (Figura 4.10).

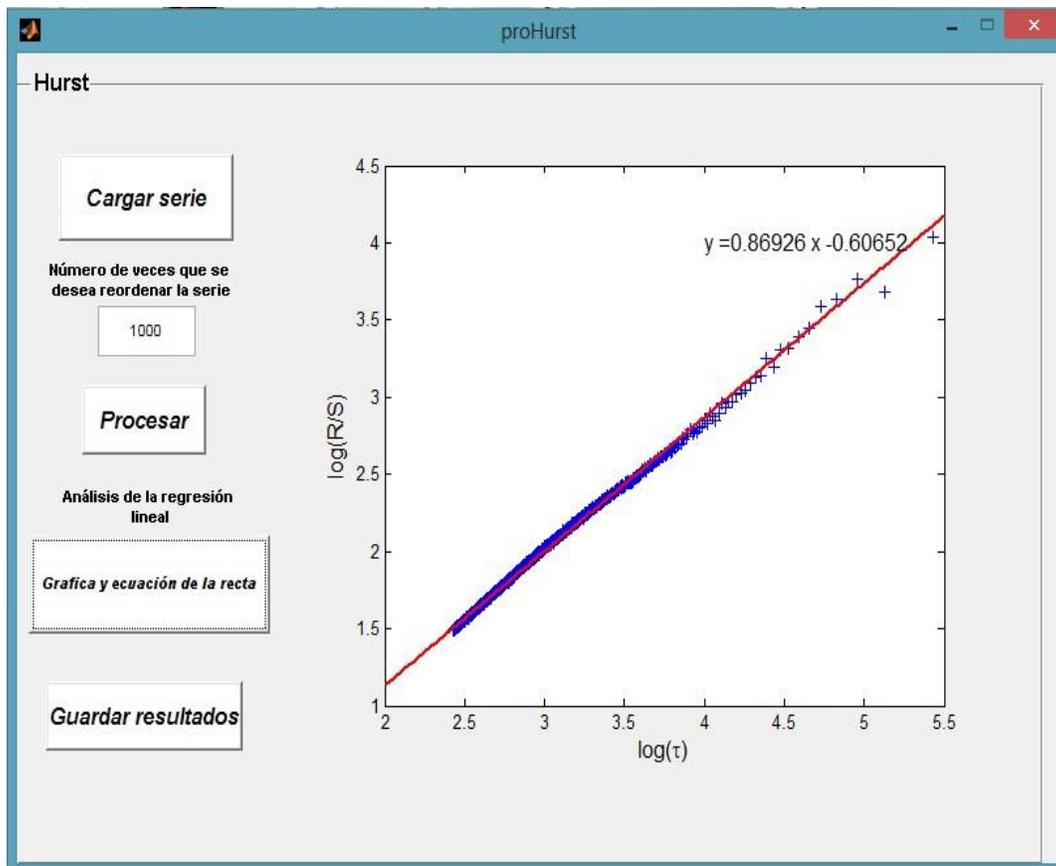
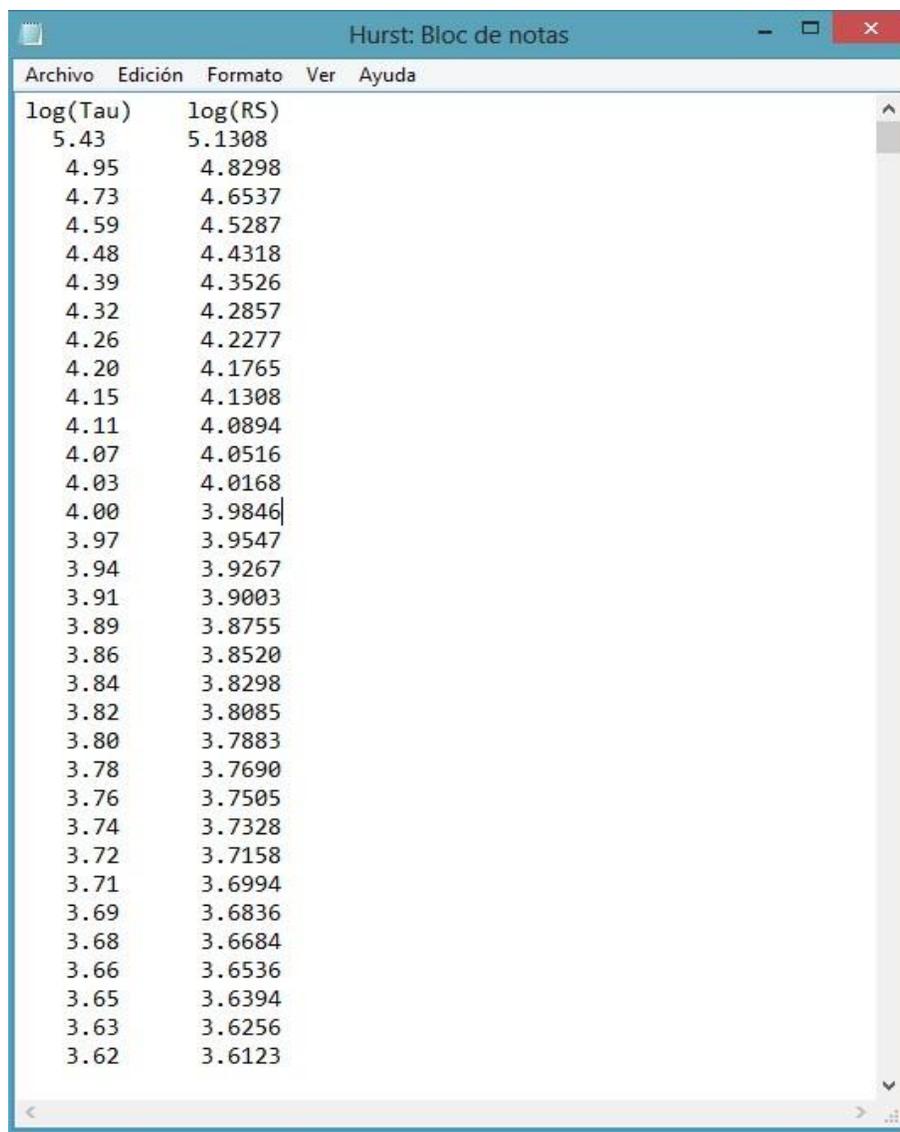


Figura 4. 10: Gráfica de la tendencia de los resultados y ecuación para un número de reordenamientos de 500.

Adicionalmente, la interfaz tiene la opción de guardar los valores que se presentan como resultados en la gráfica, estos se guardan en un archivo de salida de extensión *.txt (Figura 4.11).



The image shows a Notepad window titled "Hurst: Bloc de notas" with a menu bar containing "Archivo", "Edición", "Formato", "Ver", and "Ayuda". The main text area contains a table with two columns: "log(Tau)" and "log(RS)". The data is as follows:

log(Tau)	log(RS)
5.43	5.1308
4.95	4.8298
4.73	4.6537
4.59	4.5287
4.48	4.4318
4.39	4.3526
4.32	4.2857
4.26	4.2277
4.20	4.1765
4.15	4.1308
4.11	4.0894
4.07	4.0516
4.03	4.0168
4.00	3.9846
3.97	3.9547
3.94	3.9267
3.91	3.9003
3.89	3.8755
3.86	3.8520
3.84	3.8298
3.82	3.8085
3.80	3.7883
3.78	3.7690
3.76	3.7505
3.74	3.7328
3.72	3.7158
3.71	3.6994
3.69	3.6836
3.68	3.6684
3.66	3.6536
3.65	3.6394
3.63	3.6256
3.62	3.6123

Figura 4. 11: Archivo de salida en el cual se guardan los resultados.

Capítulo 5

Resultados

5.1. Resultados del cálculo de la dimensión fractal.

Se realizaron alrededor de 1500 pruebas variando los valores de entrada en el algoritmo desarrollado, correspondientes al número de sismos por ventana, el número de sismos de traslapo y la dimensión fractal generalizada, estos cambios se llevaron a cabo de una manera sistemática. Los resultados mostraron una serie de puntos equidistantes, que representan los cambios que sufre la dimensión fractal de correlación D_2 al pasar el tiempo.

Las diferentes pruebas mostraron que la tendencia se mantenía, sin embargo, con valores muy pequeños las curvas muestran detalles de alta frecuencia y poco representativas, por otro lado, valores muy grandes implica pérdida de información de cambios representativos en la serie de tiempo de ocurrencia sísmica en el volcán Chiles.

De la aplicación del algoritmo para la determinación de la dimensión fractal de correlación se obtuvo como resultados los diagramas de dimensión fractal de correlación vs tiempo, de estas gráficas fueron seleccionadas las que se muestran a continuación, ya que en ellas se puede apreciar de una manera clara las variaciones que presenta D_2 al pasar el tiempo.

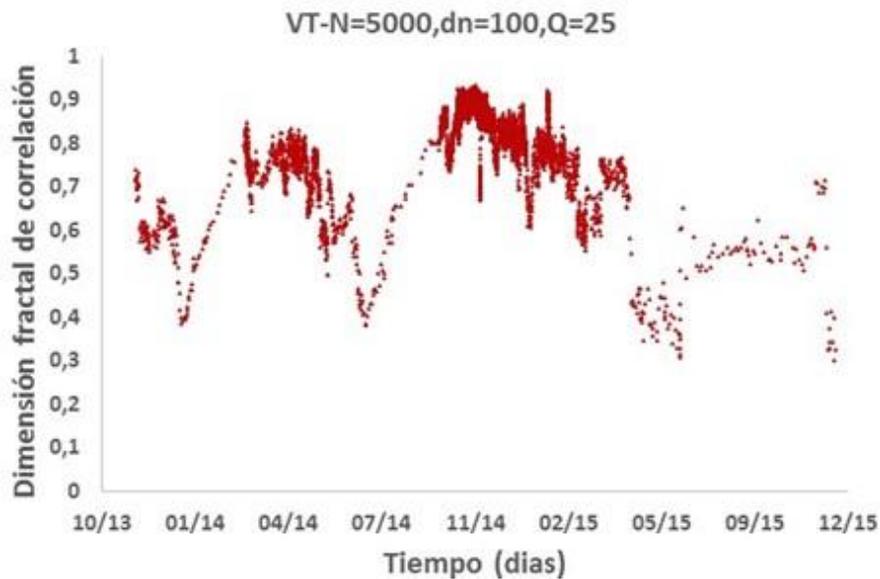


Figura 5. 1: Resultado obtenido para la dimensión fractal de correlación usando un número de sismos por ventana igual a 5000, un valor para sismos de traslapo de 100 y una dimensión generalizada con un valor de 25.

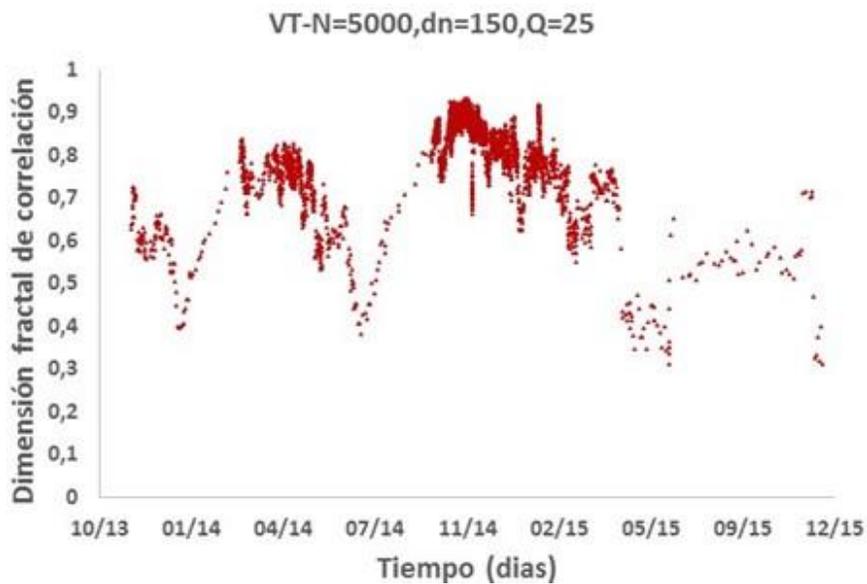


Figura 5. 2: Resultado obtenido para la dimensión fractal de correlación usando un número de sismos por ventana igual a 5000, un valor para sismos de traslapo de 150 y una dimensión generalizada con un valor de 25.

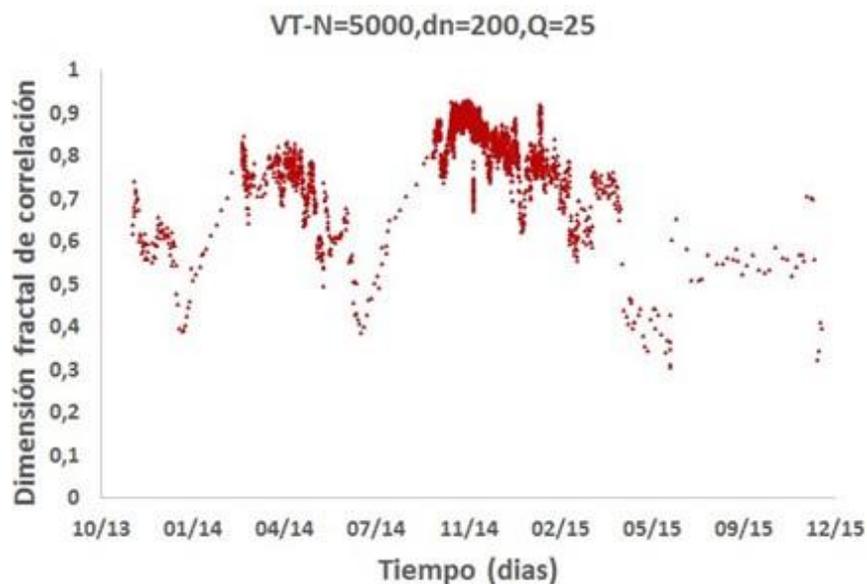


Figura 5. 3: Resultado obtenido para la dimensión fractal de correlación usando un número de sismos por ventana igual a 5000, un valor para sismos de traslapo de 200 y una dimensión generalizada con un valor de 25.

5.2. Resultados del cálculo del exponente de Hurst.

Los resultados de la determinación del coeficiente de Hurst muestran una gráfica en la cual se presentan una serie de puntos equidistantes con una tendencia lineal, en la cual la pendiente es el coeficiente de Hurst. Las diferentes pruebas con el valor del número de veces que se deseaba reordenar la serie mostraron que la tendencia se mantenía, sin embargo, con un valor muy pequeño de este el cálculo es poco confiable.

Se realizaron pruebas para diez valores diferentes del número de reordenamientos trabajando con la serie completa, a continuación, se presenta el resultado del coeficiente de Hurst calculado con un número de reordenamientos igual a 1000.

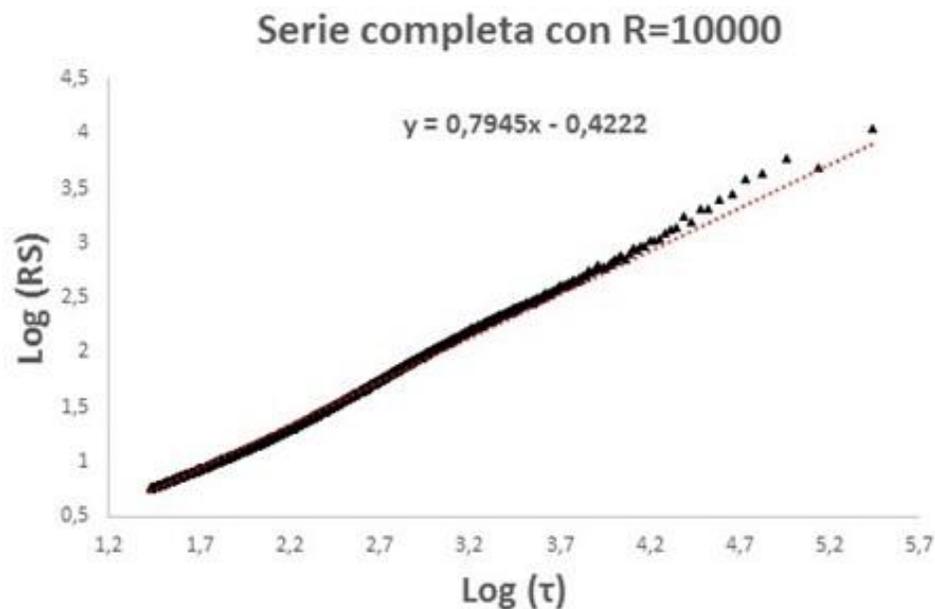


Figura 5. 4: Resultado del exponente de Hurst para la serie completa con un número de reordenamientos igual a 1000.

Adicionalmente se realizó el cómputo del coeficiente de Hurst dividiendo la serie en meses, en la siguiente tabla se presenta una recopilación del valor de H en cada periodo de la serie seleccionado con su respectivo error, posteriormente se presenta la gráfica en la cual se puede interpretar con mayor facilidad los cambios que sufre H con el pasar del tiempo en el volcán Chiles.

Tabla 5. 1: Valor del coeficiente de Hurst con su respectivo error para cada mes de la serie.

Mes	Coeficiente de Hurst \pm error	Mes	Coeficiente de Hurst \pm error
Octubre-2013	0,78 \pm 0,04	Febrero-2015	0,81 \pm 0,009
Noviembre-2013	0,75 \pm 0,003	Marzo-2015	0,80 \pm 0,006
Diciembre-2013	0,77 \pm 0,002	Abril-2015	0,78 \pm 0,004
Enero-2014	0,77 \pm 0,003	Mayo-2015	0,77 \pm 0,003
Febrero-2014	0,79 \pm 0,009	Junio-2015	0,78 \pm 0,006
Marzo-2014	0,72 \pm 0,003	Julio-2015	0,76 \pm 0,005
Abril-2014	0,78 \pm 0,004	Agosto-2015	0,77 \pm 0,009
Mayo-2014	0,76 \pm 0,005	Septiembre-2015	0,78 \pm 0,005
Junio-2014	0,75 \pm 0,005	Octubre-2015	0,75 \pm 0,004
Julio-2014	0,74 \pm 0,003	Noviembre-2015	0,74 \pm 0,008
Agosto-2014	0,80 \pm 0,005	Diciembre-2015	0,71 \pm 0,02
Septiembre-2014	0,78 \pm 0,004	Enero-2016	0,74 \pm 0,01
Octubre-2014	0,85 \pm 0,004	Febrero-2016	0,72 \pm 0,01
Noviembre-2014	0,84 \pm 0,003	Marzo-2016	0,74 \pm 0,005
Diciembre-2014	0,80 \pm 0,003	Abril-2016	0,62 \pm 0,02
Enero-2015	0,85 \pm 0,006		

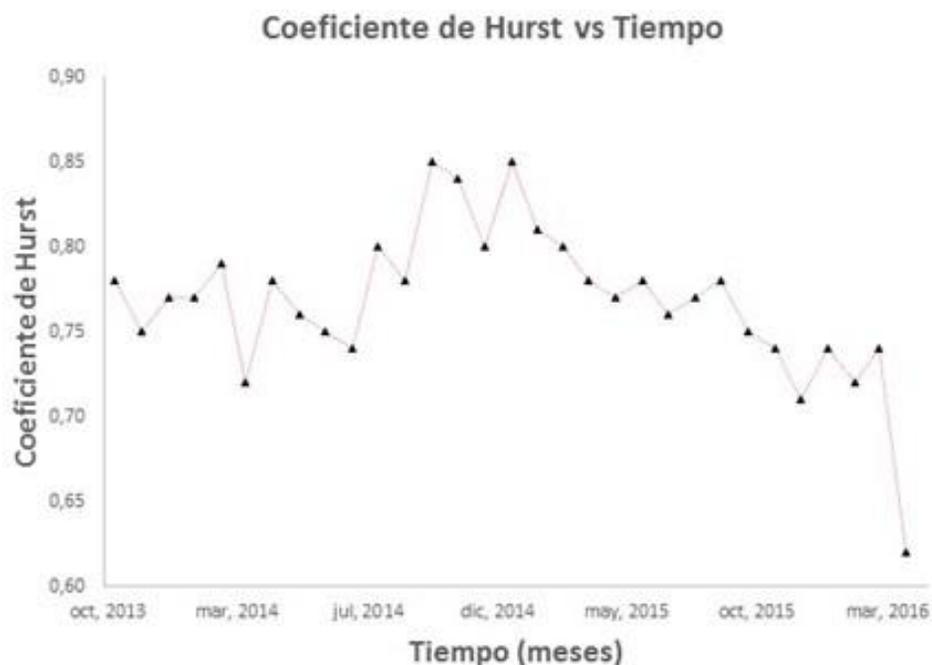


Figura 5. 5: Exponente de Hurst para cada mes de la serie.

Para comprender de una mejor manera los resultados obtenidos, se realizó las gráficas en las cuales se sobrepuso los resultados del cálculo de la dimensión fractal, el coeficiente de Hurst y adicional a estas la gráfica en la cual se presentan el número de sismos que se presentaron cada día de la serie bajo estudio.

A continuación, se presenta el diagrama en el cual están sobrepuestas las gráficas de número de sismos y coeficiente de Hurst versus el tiempo el cual está dado en días. En la Figura 5.6 se puede observar las variaciones que sufre H dependiendo de la actividad sísmica que se presentan diariamente en el volcán Chiles.

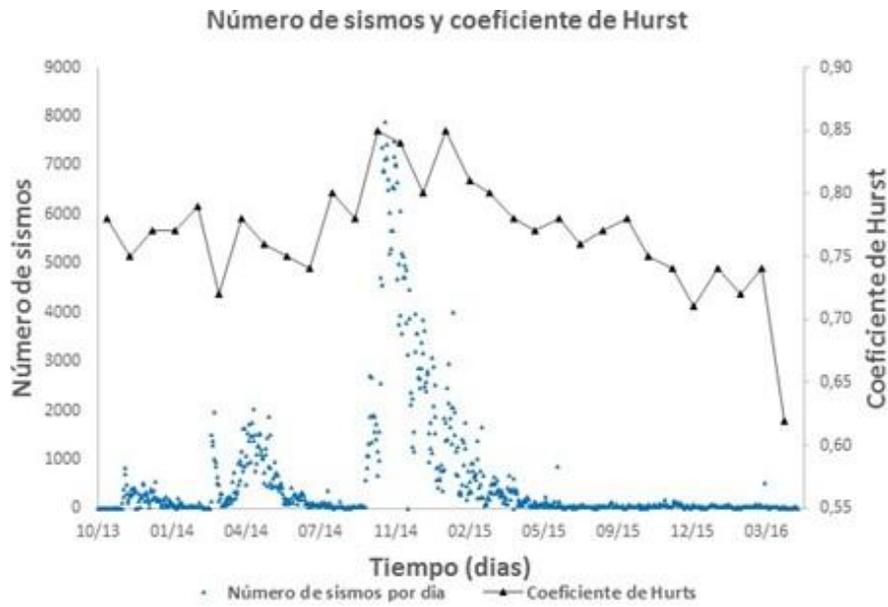


Figura 5. 6: Resultado obtenido al sobreponer las gráficas de coeficiente de Hurst y el número de sismos vs tiempo en días.

Dando continuidad a lo planteado anteriormente, a continuación, se presentan los resultados de sobreponer las gráficas de la dimensión fractal, coeficiente de Hurst y el número de sismos. La D_2 usada para este caso fue calculada con un número de sismos por ventana de 5000, con un traslape de 200 y con una dimensión generalizada igual a 25.

En las siguientes figuras se comparan los cambios que sufre la dimensión fractal dependiendo del número de sismos que se presentan cada día de la serie, además se podrá relacionar las variaciones del exponente de Hurst con los cambios de D_2 . En la Figura 5.9 se presenta el resultado de sobreponer los tres diagramas.

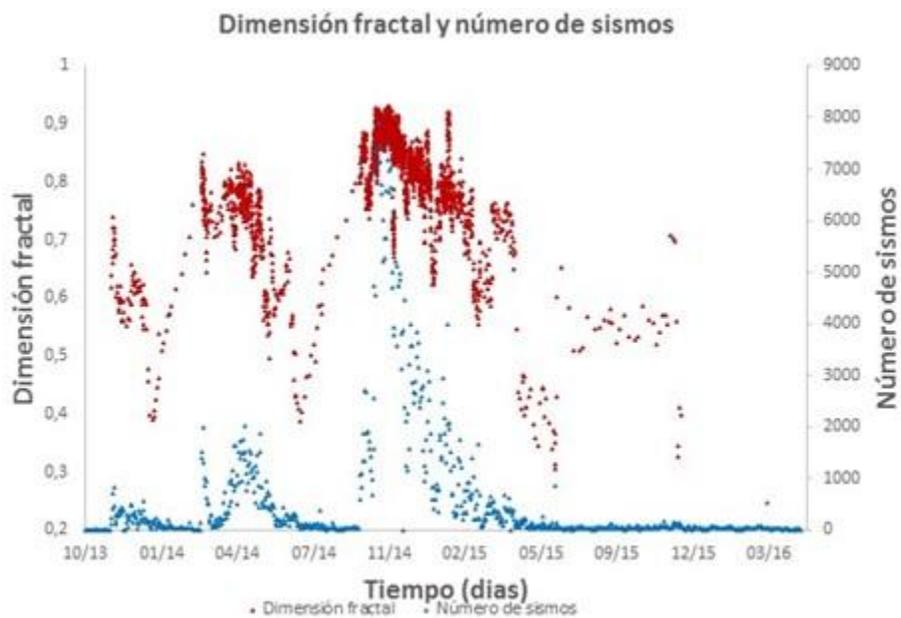


Figura 5. 7: Resultado obtenido al sobreponer las gráficas de dimensión fractal y número de sismos vs tiempo en días.

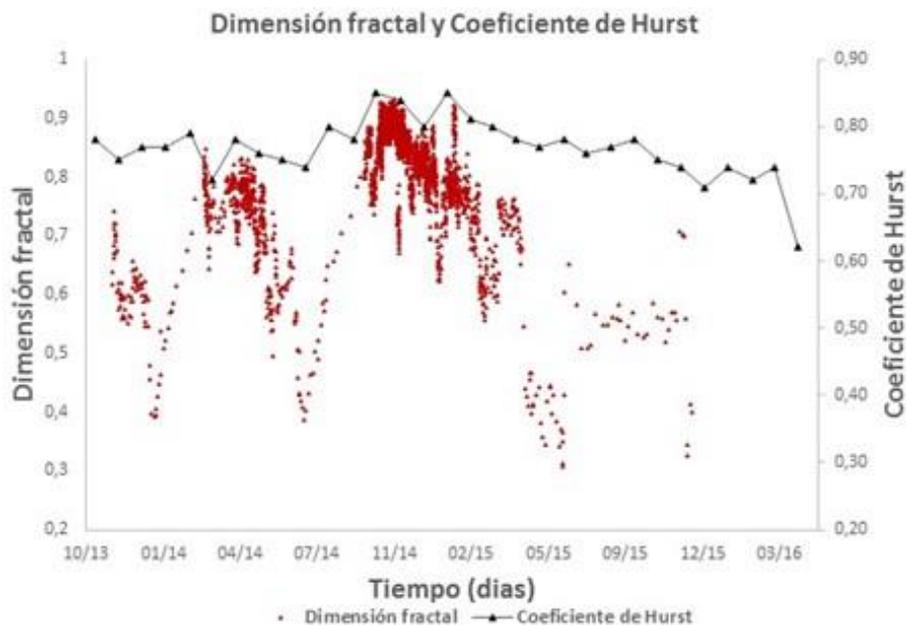


Figura 5. 8: Resultado obtenido al sobreponer las gráficas de dimensión fractal y número de sismos vs tiempo en días.

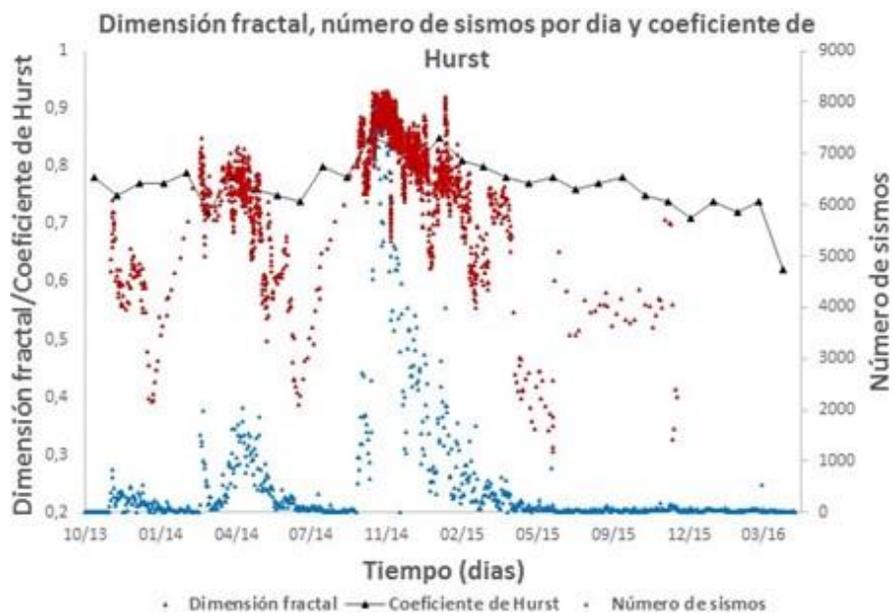


Figura 5. 9: Resultado obtenido al sobreponer las figuras de dimensión fractal, coeficiente de Hurst y número de sismos vs tiempo en días.

Capítulo 6

Discusión

En este trabajo se tuvo como propósito el cálculo de la dimensión fractal de correlación y el exponente de Hurst, aplicados a las series de tiempo de ocurrencia de sismicidad presente en el volcán Chiles en el periodo comprendido entre el 3 de noviembre del año 2013 hasta el 2 de mayo del 2015.

De los resultados que arrojó el cálculo de la dimensión fractal es de resaltar los descensos e incrementos que se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 6. 1: Periodos resaltables en los resultados del cálculo de la dimensión fractal.

Descensos	Incrementos
Diciembre 2013 - Febrero 2014	Marzo - Mayo 2014
Junio - Agosto 2014	
Mayo - Julio 2015	Septiembre 2014 - Febrero 2015
Diciembre 2015 - Enero 2016	

Una interpretación referente a los periodos en los cuales se observa una disminución en el valor de D_2 puede asociarse a la ocurrencia sísmica donde se presenta dicha variación, ya que esta se muestra de manera más aleatoria es decir tiene un menor grado de agrupamiento (clustering); según Susanna Ebmeier (S. Ebmeier, 2016) los posibles mecanismos de este descenso en la actividad incluye una depreciación en la velocidad de movimiento del magma en la corteza superficial, posiblemente causada por la restricción de las vías del líquido, lo cual ocasiona una disminución en la presión que ejerce el fluido de los poros.

Por otro lado, cuando D_2 presenta incrementos, este comportamiento pueden asociarse a que la serie de sismos en esas fases se vuelve cada vez menos aleatoria, lo cual implica un mayor grado de agrupamiento (clustering). Estas transiciones en la actividad sísmica en el volcán Chiles según Ebmeier (S. Ebmeier, 2016) están asociados con incrementos en la presión del fluido intersticial, lo que podría ser debido al calentamiento de las aguas subterráneas, o el ascenso de fluidos magmáticos. Hay que tener en cuenta que durante el segundo ciclo mencionado se presentó el sismo de magnitud 5,6 en la escala de Richter, el cual fue el de mayor magnitud en el periodo bajo estudio, que llegó a ser sentido por habitantes de la zona.

Al comparar los resultados obtenidos en este trabajo con los estudios realizados al Mount St. Helens (F. Cruso., 1998), se puede observar que la dimensión fractal (D_q) presentan cambios dependiendo el periodo en el que se realice el cálculo, según Caruso la variabilidad de D_q en el ciclo eruptivo comprendido entre 1980-1986 puede estar relacionada con la respuesta frágil del medio debido a intensos enjambres sísmicos durante la actividad de construcción de domos y el aumento del magma fresco alimentándose en la parte más superficial de la corteza, causando eventualmente erupciones de gran volumen. En la segunda etapa durante 1987-2002, donde sólo se observó una fuerte disminución en 1991, probablemente relacionada con la renovación de pequeñas explosiones procedentes del domo y los enjambres sísmicos relacionados. La principal implicación es que esta época se caracteriza principalmente por la actividad sísmica "de fondo", es decir, regional o tectónica, que muestra un comportamiento mucho más estable de D_q , tendiendo hacia una distribución aleatoria uniforme, lo cual se puede observar en la Figura 6.1.

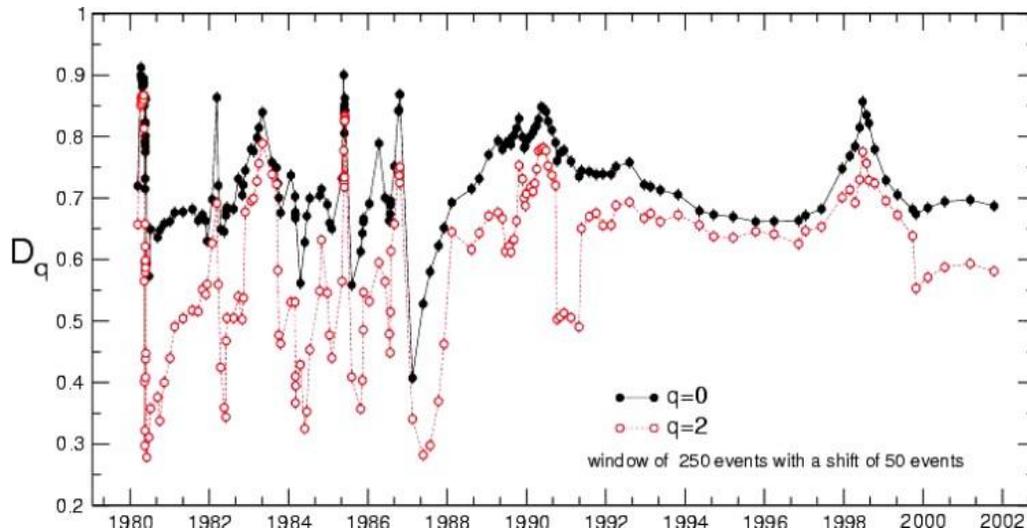


Figura 6. 1: Tomada de Caruso, 1998.

Hay que tener en cuenta que en el trabajo realizado por Caruso realizo los cálculos de D_2 para los sismos clasificados en poco profundos ($0 < h < 4$ km) y profundos ($h > 4$ km), los cuales dan a conocer que la evolución del tiempo calculada con respecto a la profundidad revela que la variabilidad de D_q es característica de la respuesta mecánica frágil de las cortezas poco profundas, probablemente inducidas por las intrusiones rápidas de magma, mientras que cuando D_q se calcula para la sismicidad más profunda se caracteriza por una estructura casi aleatoria.

Por otro lado, al contrastar los resultados de éste trabajo con los presentados en el artículo que lleva por nombre "Dimensión fractal y exponente de Hurst aplicados a la ocurrencia sísmica en el volcán Galeras" (O. Cadena., 2012), se puede observar que el valor de la dimensión fractal de correlación (D_2) presenta variaciones dependiendo del periodo en el que se realice el cálculo, hay que tener en cuenta que en el estudio realizado por Cadena para el cómputo de D_2 trabajó con las series de tiempo, mientras que en éste se realizó con el número sismos. Según Cadena los valores bajos en el valor de D_2 corresponden al fracturamiento de la estructura monolítica del domo de lava emplazado, esta sismicidad aparecía a manera de enjambres con cierta regularidad, fracturando de una manera "uniforme" (menos aleatoria) el material

endurecido. A medida que el domo se destruía con cada erupción, la sismicidad VT se mostraba más aleatoria debido a que la estructura monolítica del material dómico se iba perdiendo, dando lugar a la formación de porciones de masa dómica remanente que se fracturaba de una manera menos “uniforme” (más aleatoria), lo que resulta en valores más elevados de D2, dichas variaciones se pueden observar en la Figura 6.2.

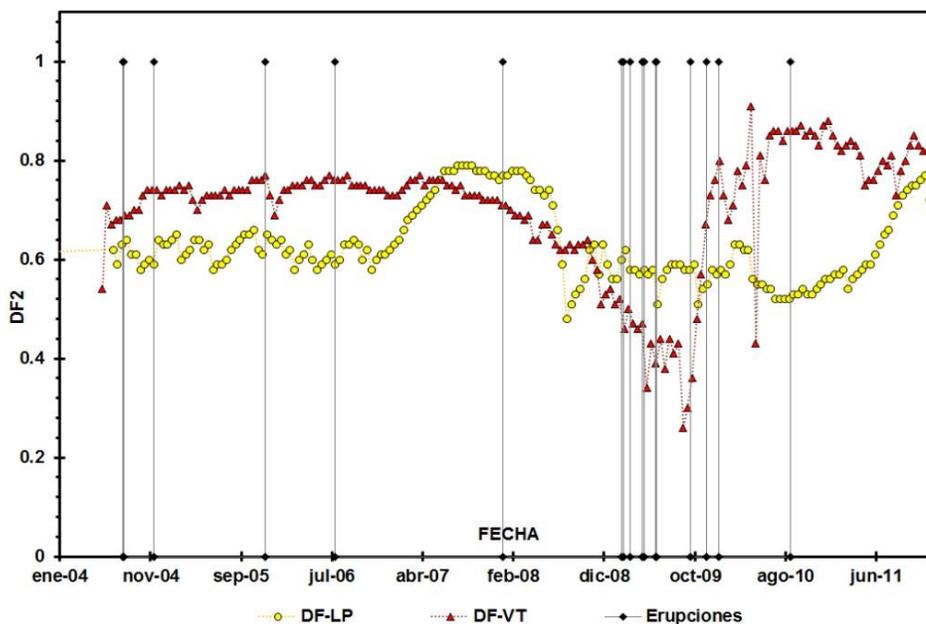


Figura 6. 2: Tomada de Cadena, 2012. Dimensión fractal de correlación para la ocurrencia de sismos LP (amarillo) y VT (rojo) entre 2004 y 2011. Las líneas verticales negras indican las erupciones.

Por otro lado, es de resaltar que en el estudio realizado por Cadena obtuvo resultados del cálculo de D2 para sismos tipo VT clasificados en superficiales con profundidades menores a 2.5 km y VT con profundidades mayores a 2,5 km, adicionalmente realizo el estudio a la serie de sismos tipo largo periodo (LP), lo cual no se llevó acabo en este trabajo debido a que no se contó con la clasificación correspondiente para dicho procesamiento.

Es de destacar que en los resultados obtenidos por Cadena uno de los hechos más relevantes en cuanto al comportamiento de D2 comparando los sismos VT superficiales con los

profundos muestran que los valores en los que fluctúa D2 en el primer grupo de sismos es menor que los valores en el segundo, esto implica la existencia de un mayor grado de agrupamiento (clustering) en el tiempo para los sismos superficiales que, para los profundos, de igual manera un menor grado de aleatoriedad.

Con base en la hipótesis de Hurst en la que la mayoría de fenómenos naturales no obedecen a caminatas aleatorias sino a tendencias con ruido estadístico, el cálculo del exponente de Hurst corrobora esto para las series de tiempo de ocurrencia sísmica en el VC. Los valores para los periodos bajo estudio fluctuaron entre 0.62 y 0,85 en los cálculos realizados para cada mes de la serie. En los diferentes resultados podemos ver que en los meses en los cuales se presentó una mayor cantidad de sismos el valor del exponente de Hurst tiene un valor más cercano a 1, lo cual indica que para dichos lapsos la serie tiene una mayor tendencia, mientras que para los periodos en los cuales se presentó una menor actividad sísmica el exponente de Hurst se aleja de 1, lo cual nos da una idea de que en estos lapsos de tiempo la serie tiende más a una caminata aleatoria.

Al comparar los resultados presentados en el cálculo del coeficiente de Hurst en este trabajo con los obtenidos por Cadena (O. Cadena., 2012), se puede ver que estos presentan variaciones en el valor dependiendo del periodo en el que éste sea determinado, en los resultados que presenta Cadena indica que en los periodos pre-dómicos y dómicos la serie presenta una fuerte tendencia, alejándose de una caminata aleatoria. Según él un factor determinante podría ser que la velocidad de ascenso del magma no presente variaciones fuertes durante el proceso permitiendo una desgasificación con cierta regularidad, y esto a su vez se vería reflejado en la serie de tiempo de la sismicidad tipo LP.

Capítulo 7

Conclusiones y Recomendaciones

De los resultados obtenidos en este trabajo se puede concluir que la dimensión fractal de correlación aplicada a la ocurrencia sísmica tipo VT presente en el volcán Chiles arroja información útil para estudiar la manera como ésta forma clusters en el tiempo y para medir de manera relativa, el grado de aleatoriedad que presenta.

Mediante la estimación del exponente de Hurst aplicado a las series de tiempo de sismos tipo VT, se probó que estos sucesos se acercan más a procesos con tendencia con ruido estadístico, como lo propuso Hurst para la mayoría de fenómenos naturales.

Del comportamiento de D_2 para la serie de sismos tipo VT en el volcán Chiles se pudo inferir que el movimiento del magma en la corteza superficial ocasionado por el taponamiento de las vías del líquido, podría ser la causa de los cambios en la presión, lo cual proporciona periodos de agrupamiento y otros de mayor aleatoriedad en la ocurrencia sísmica.

Se recomienda para futuros estudios en los que se aplique la teoría que se utilizó en este trabajo, aplicarlos para sismos clasificados según su tipo y profundidad, ya que al realizar estos trabajos se podrá ver de una manera más detallada las variaciones que se presentan tanto en D_2 como en H para los sismos clasificados, para posteriormente, con esos resultados poder comparar el comportamiento de las series en las diferentes clasificaciones.

Bibliografía

- Cadena O., Londoño J. Dimensión fractal y exponente de Hurst aplicados a la ocurrencia sísmica el volcán galeras. 2012.
- Cadena O., Torres R., Gómez D., Ruiz M., Prejan S. Volcanes Chiles y Cerro Negro, una crisis sísmica que representa un reto en la gestión del riesgo de desastres para Colombia y Ecuador. 2016.
- Caruso F., Vinciguerra S., Latora V., Rapisarda A., Malone S. Multifractal analysis of Mt. St. Helens seismicity as a tool for identifying eruptive activity. 1998.
- Cattaneo C., BIASONIA E., Larchera L., RUGGERIA A., GÓMEZ A. Aplicación de dimensión fractal al estudio de sistemas naturales. Universidad Nacional de Santiago del Estero, Santiago del Estero, Argentina. Noviembre 2009.
- Ebmeier S., et al. Shallow earthquake inhibits unrest near Chiles–Cerro Negro volcanoes, Ecuador–Colombian border. 2016.
- Grassberger P. & Procaccia I. Measuring the strangeness of strange attractors. *J. Physica D.*, 9, 189-208. 1983.
- Grupo de Trabajo Observatorio Vulcanológico y Sismológico De Pasto (O.V.S.P.). (Julio 10 del 2016). Generalidades volcán Chiles, Servicio Geológico Colombiano, Centro Operativo Regional Pasto.
- Kaplan I. Estimating the Hurst exponent. Mayo 2003.
- Legrand D., Cisternas A., Dorbath L. Multifractal analysis of the 1992 Erzincan aftershock sequence. *Geophysical Research Letters* 23., 933-936. 1996.
- Mandelbrot B. ¿How long is the coast of Britain?. *Revista Science*, 1967.
- Mandelbrot, B., Freeman, W. “Fractals”. 1977.

- Mandelbrot, B., Freeman, W. "The Fractal Geometry of Nature". 1982.
- Mandelbrot B.B. & Willis J.R. s., Water Resour. Res. 4, 909., 1968.
- Martínez J. P. (Agosto 2000). Fractales en ingeniería física. Trabajo de grado (Maestría en ciencias línea terminal estructuras). Universidad autónoma de Querétaro. Facultad de ingeniería. Querétaro, México. 117 h.
- Peters E. E. Fractal Market Analysis. Universidad Carlos III de Madrid John Wiley y Sons, Inc., Nueva York, 1994.
- Sanchez M. A. et al. Universidad Carlos III de Madrid. 1996.
- Smalley R. F., Chatelain J. L., Turcotte D. L., Prevot R. A fractal approach to the clustering of earthquakes: applications to the seismicity of the New Hebrides. Bulletin of the seismological Society of America., Vol. 77, No 4, pp.13681381, agosto 1987.
- Spinadel Vera W de. & Suarez O. Geometría fractal y geometría euclidiana. Revista educación y pedagogía., Universidad de Antioquia, Facultad de educación. Vol.XV, No 35. Pp. 85-91., julio 2002.

Apéndice A

Código del programa

A continuación, se presentan dos de las rutinas usadas para el cálculo de la dimensión fractal y el coeficiente de Hurst:

Cálculo-Dimensión-Fractal

```

gui_Singleton=1;
gui_State=struct('gui_Name', mfilename, ...
    'gui_Singleton', gui_Singleton, ...
    'gui_OpeningFcn', ←-
        @Calculo_Dimension_Fractal_OpeningFcn, ...
    'gui_OutputFcn', ←-
        @Calculo_Dimension_Fractal_OutputFcn, ...
    'gui_LayoutFcn', [], ...
    'gui_Callback', []);
if nargin && ischar(varargin{1}) gui_State.gui_Callback=
    str2func(varargin{1});
end

if nargout

```

```

    [varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
});

else
    gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end

function Calculo_Dimensión_Fractal_OpeningFcn(hObject, eventdata, ←
handles, varargin)

handles.output = hObject;

guidata(hObject, handles);

function varargout = Calculo_Dimensión_Fractal_OutputFcn(hObject, ←
ct, -
eventdata, handles)

varargout{1} = handles.output;

function pushbutton1_Callback(hObject, eventdata, handles)

global data %comando para que la variable data pueda ser leída en cualquier otro punto
del código.

handles.filename = uigetfile('.xlsx'); %para cargar los archivos
desde la carpeta.

datas = handles.filename;

data = xlsread(datas); % código para leer el archivo de extensión xls.

function edit1_Callback(hObject, eventdata, handles)

```

```
Nsis = str2double(get(handles.edit1,'String'));
```

%Las funciones edit son las pestañas que aparecen en la interfaz para introducir valores de entrada correspondientes en su orden al número de sismos por ventana , número de sismo de traslapo, dimensión fractal generaliza y dimensión de embebido .

```
function edit1_CreateFcn(hObject,eventdata,handles)
```

```
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),get(0,'←defaultUicontrolBackgroundColor'))
```

```
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
```

```
end
```

```
function edit2_Callback(hObject, eventdata, handles)
```

```
overlap = str2double(get(handles.edit2,'String'));
```

```
function edit2_CreateFcn(hObject,eventdata,handles)
```

```
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
```

```
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
```

```
end
```

```
function edit3_Callback(hObject,eventdata,handles)
```

```
Q = str2double(get(handles.edit3,'String'));
```

```
function edit3_CreateFcn(hObject,eventdata,handles)
```

```
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
```

```

    set ( hObject , ' BackgroundColor ' , ' w h i t e ' );

end

function edit4_Callback ( hObject , eventdata , handles )

M= str2double ( get ( handles . edit4 , ' String ' ) );

function edit4_CreateFcn ( hObject , eventdata , handles )

    if ispc && isequal ( get ( hObject , ' BackgroundColor ' ) , get ( 0 , d e f a u
        lt U i c o n t r o l B a c k g r o u n d C o l o r ' ) )

        set ( hObject , ' BackgroundColor ' , ' w h i t e ' );

    end

% la siguiente función da la orden al programa para realizar los cálculos pertinentes.

function pushbutton2_Callback ( hObject , eventdata , handles )

global data

global D2

global fecha

global D0

Nsis = str2double ( get ( handles . edit1 , ' String ' ) );

overlap = str2double ( get ( handles . edit2 , ' String ' ) );

Q = str2double ( get ( handles . edit3 , ' String ' ) );

M = str2double ( get ( handles . edit4 , ' String ' ) );

longx = length ( data ) ; maxfecha = data ( longx ) ;

data = data / data ( longx ) ;

```

```

D0 = [ ];

D2 = [ ]; fecha = [ ];

k = 1;

maxdata = floor((longx - Nsis) / overlap);

h = waitbar(0, 'calculando... ');

for j = 1: maxdata
    waitbar(j / maxdata, x = data(k : k +
        Nsis));

        Dq = fractaldim(x, Q, M);

        D0 = [D0 Dq(Q+1)];

        D2 = [D2 Dq(Q+3)]; fecha = [fecha data(k + overlap) * maxfecha];

        k = k + overlap;

        progreso = j * 100 / maxdata; prog = [num2str(progreso),
            '%']; disp(prog)
end

close(h)

plot(handles.axes1, fecha, D2, 'r-o')

title(['Cálculo de la dimensión fractal'], 'fontSize', 14, '←fontweight', 'b')

ylabel('Dimensión fractal', 'fontSize', 12, 'fontweight', 'b') xlabel('Fecha', 'fontSize', 12, 'fontweight', 'b')

```

%La siguiente función da la posibilidad de guardar los resultados en la carpeta de trabajo.

```
function pushbutton3_Callback(hObject, eventdata, handles)

fid = fopen('fractalD.txt','wt');

for i=1:length(fecha)

fprintf(fid, '%6.4f      %6.4f%6.4f\n', fecha(i), D0(i), D2(i)); end

fclose(fid);

figure

plot(handles.axes1, fecha, D2, 'r-o')

title(['Cálculo de la dimensión fractal'], 'fontsize', 14, '-fontweight', 'b')

ylabel('Dimensión fractal', 'fontsize', 12, 'fontweight', 'b')

xlabel('Fecha', 'fontsize', 12, 'fontweight', 'b');st
```

```
proHurst
```

```
function varargout = proHurst ( varargin )

    gui_Singleton = 1;

    gui_State = struct( 'gui_Name', mfilename, ...
        'gui_Singleton', gui_Singleton, ...
        'gui_OpeningFcn', @proHurst_OpeningFcn, ...
        'gui_OutputFcn', @proHurst_OutputFcn, ...
        'gui_LayoutFcn', [], ...
        'gui_Callback', []);

    if nargin && ischar( varargin {1} )
        gui_State.gui_Callback = str2func( varargin {1} );
    end

    if nargout
        [ varargout {1:nargout} ] = gui_mainfcn( gui_State, varargin{:} );
    else
        gui_mainfcn( gui_State, varargin{:} );
    end

function proHurst_OpeningFcn( hObject, eventdata, handles, -
```

```
varargin)

handles.output=hObject;

guidata(hObject,handles);

function varargout=proHurst_OutputFcn(hObject,eventdata, -
handles)

varargout{1}=handles.output;

% función que permite remitirse a la carpeta para seleccionar el archivo a procesar.

function pushbutton1_Callback(hObject,eventdata,handles)

globals

handles.filename=uigetfile('.xlsx');

datas=handles.filename;

s=xlsread(datas);

function edit1_Callback(hObject,eventdata,handles)

reo=str2double(get(handles.edit1,'String'));

function edit1_CreateFcn(hObject,eventdata,handles)

if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),get(0,'-
```

```
defaultUIControlBackgroundColor'))  
  
set(hObject,'BackgroundColor','white');  
  
end  
  
% función para realizar los cálculos y graficar.  
  
function pushbutton2_Callback(hObject,~,handles)  
  
globals  
  
global X  
  
global Y  
  
global reo  
  
reo=str2double(get(handles.edit1,'String'))%Cuántas veces se  
desea reordenar la serie para verificar el coeficiente de Hurst.  
  
ret=diff(log(s(:)));  
  
N=size(ret,1);  
  
t=1:N;  
  
T=(1332*t/N)+41550;  
  
h=waitbar(0,'calculando...');  
  
for i=1:reo  
  
waitbar(i/reo)
```

```

m = floor(N/(2*i));
for j=1:i;
r = ret(1+(j-1)*m:j*m);
M = mean(r);
x = (r-M);
V = cumsum(x);
R(j) = max(V)-min(V);
S(j) = std(r);
End

tau(i) = m;
RS(i) = mean(R./S);
end
close(h)
X=log10(tau);
Y=log10(RS);
plot(X,Y,'+')
xlabel('log(\tau)','FontSize',12)
ylabel('log(R/S)','FontSize',12)

```

%la siguiente función nos grafica sobre los resultados la línea de tendencia y la ecuación.

```
function pushbutton3_Callback(hObject,eventdata,handles)

plot(X,Y,'+')

xlabel('log(\tau)','FontSize',12)

ylabel('log(R/S)','FontSize',12)

hold on

q = polyfit(X,Y,1);

t = min(X):.01:max(X);

z = q(1)*t+(q(2));

plot(t,z,'r','LineWidth',2)

text(2,2,['y = num2str(q(1))','x = num2str(q(2))'],'FontSize',12)

hold off

%función para guardar los resultados.

function pushbutton4_Callback(hObject,eventdata,handles)

fid = fopen('Hurst.txt','wt');

fprintf(fid,'%6s %9s\n','log(Tau)','log(RS)');

for i=1:re0

fprintf(fid,'%6.4f%6.4f\n',X(i),Y(i));

end

fclose(fid);

figure

plot(X,Y,'+')
```

```
xlabel('log(\tau)','FontSize',12)
ylabel('log(R/S)','FontSize',12)
hold on
q = polyfit(X,Y,1);
t = min(X):.01:max(X);
z = q(1)*t+(q(2));
plot(t,z,'r','LineWidth',2)
text(4,4,['y = ' num2str(q(1)), 'x ' num2str(q(2))], 'FontSize',12)
hold off
```

