

ANÁLISIS NUMÉRICO DE LAS ECUACIONES DE KUKHTAREV EN UN CRISTAL BSO

Jorge H. López¹, A. Salazar²

¹ Grupo de Óptica

Instituto de Física. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia

² Grupo de Óptica y Espectroscopía (GOE)

Centro de Ciencia Básica. Universidad Pontificia Bolivariana

A. A 56006, Medellín, Colombia

RESUMEN

Las ecuaciones de Kukhtarev constituyen el cuerpo matemático del efecto fotorrefractivo. Las anteriores forman un sistema de ecuaciones diferenciales acopladas de notable complejidad, y que no han sido solucionadas analíticamente en toda su generalidad. En este trabajo se analiza, con base en las ecuaciones de Kukhtarev y por medio del análisis numérico, la respuesta fotorrefractiva de un cristal BSO sobre el que se hace incidir un patrón cosenoidal de intensidad. Se estudia el comportamiento de algunas variables relevantes como el campo de carga espacial y el tiempo de evolución de la respuesta fotorrefractiva en diferentes situaciones experimentales.

Palabras claves: Ecuaciones de Kukhtarev, campo de carga espacial, cristal fotorrefractivo BSO.

ABSTRACT

The kukhtarev equations give a quantitative explanation of the photorefractive effect. In the present article we search, by means of numerical analysis, the solution for relative important variables like the space charge field and the stabilization time for the photorefractive response. This is done for a BSO crystal, and because of there is not analytical solutions in the all domain of experimental framework.

Key words: Kukhtarev equations, space charge field, BSO photorefractive crystal.

I. INTRODUCCIÓN

El efecto fotorrefractivo es un fenómeno en el que el índice de refracción local de un medio es cambiado por la iluminación de un haz luminoso que presenta una variación espacial en la intensidad. Bajo el modelo más ampliamente usado en la literatura, el modelo de “Transporte de Banda”, dicho fenómeno es caracterizado por las ecuaciones de Kukhtarev. Estas ecuaciones muestran la evolución de las densidades de carga y del campo eléctrico que se forma por la distribución de éstas. El campo eléctrico producido, es en últimas, la magnitud física más importante pues es la que provoca el cambio en el índice de refracción del medio a través del efecto electro-óptico. Hasta el momento no se han encontrado soluciones analíticas a dichas ecuaciones para un patrón luminoso cualquiera, sin embargo, para un patrón de intensidad cosenoidal es posible obtener soluciones analíticas suponiendo que la modulación del patrón es pequeña. Así, para un

patrón de intensidad cosenoidal de la forma $I(x) = I_0 [1 + m \cos(kx)]$ donde I_0 es la intensidad promedio, m es la modulación y k es el número de onda de la red, se deducen soluciones analíticas válidas para valores pequeños de m . De esta manera se obtienen las soluciones que son ampliamente mencionadas en la literatura [1,2].

En el presente trabajo se realizó un estudio numérico para un patrón de intensidad esencialmente cosenoidal. Se obtuvo el comportamiento del campo de carga espacial cuando el período espacial del patrón de interferencia es de $6\mu\text{m}$. Aunque es mucho más sencillo trabajar con períodos más grandes se escoge esta por acercarse más a un régimen holográfico. Posteriormente se mostrará la dependencia del tiempo de estabilización de la respuesta fotorrefractiva respecto a la intensidad promedio y para varios valores del periodo de la red luminosa. Los resultados anteriores se comparan con los analíticos y se hará notar como, cuando el valor de I_0 es lo suficientemente grande, la respuesta obtenida por medio del análisis numérico difiere de la obtenida analíticamente.

II. MODELO NUMÉRICO

Las ecuaciones que se obtienen del modelo de “Transporte de banda”, las así denominadas, ecuaciones de Kukhtarev son las siguientes:

$$\frac{\partial N_d^+}{\partial t} = (SI + \beta)(N_d - N_d^+) - \gamma_r N_d^+ N_e^-$$

Esta ecuación describe como se generan los donadores ionizados por acción de la luz y por las vibraciones térmicas, y como disminuyen estos por su recombinación con los electrones.

$$\frac{\partial N_e^-}{\partial t} = \frac{\partial N_d^+}{\partial t} + \mu \frac{\partial}{\partial x} (N_e^- E) + D \frac{\partial^2 N_e^-}{\partial x^2} \quad (2)$$

Esta es una ecuación de continuidad en la que se considera que la corriente es producida por difusión de las cargas y por la presencia de un campo eléctrico.

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = -\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{e}{\epsilon} (N_d^+ - N_e^- - N_a^-) \quad (3)$$

Esta es la bien conocida ecuación de Poisson.

La discretización de la mayoría de los términos en las ecuaciones anteriores se realizó aplicando métodos estándares y bien conocidos de las diferencias finitas. Una forma un tanto menos conocida se aplicó a los términos que implicaban una segunda derivada, sobre los cuales se realizó lo que se denomina una mezcla de niveles en el tiempo [3].

CONDICIONES INICIALES DEL PROBLEMA

Se asume que $I = 0$ cuando $t < 0$ y luego en $t = 0$ se hace incidir el patrón de intensidad. Este patrón es de tipo cosenoidal multiplicado por una función super-

Gaussiana que simula la magnitud finita del haz luminoso. Así, el ancho del haz tiene un valor de $120\mu m$. La región sobre la que hacemos interferir el patrón de intensidad tiene una longitud de $600\mu m$. En las regiones que permanecen en la oscuridad las variables permanecen constantes por la falta de la excitación luminosa.

Los valores de los parámetros usados en el presente trabajo corresponden a los del cristal BSO, los cuales están dados por los siguientes valores [3]: $N_D=10^{25}m^{-3}$ (densidad de donadores), $N_A=0.95\times 10^{22}m^{-3}$ (densidad de aceptores), $\mu=10^5 m^2/Vs$ (movilidad efectiva del electrón), $\epsilon=9.7\epsilon_0$ (Permitividad eléctrica), $S=1.06\times 10^{-5} m^2/J$ (Coeficiente de fotoionización) y $\gamma_r=1.65\times 10^{-17} m^3s^{-1}$ (constante de recombinación).

III. RESULTADOS

La forma espacial del campo eléctrico en las cercanías del punto medio se puede apreciar en la figura 1a. La evolución temporal de la amplitud del campo eléctrico se muestra en la figura 1b.

De la comparación entre los datos analíticos y los obtenidos numéricos se puede apreciar claramente que los dos son prácticamente idénticos, lo que nos da confianza en la validez del algoritmo que se esta estudiando. Lo que es útil, sobre todo, para el análisis de situaciones en las que no se disponen de soluciones analíticas.

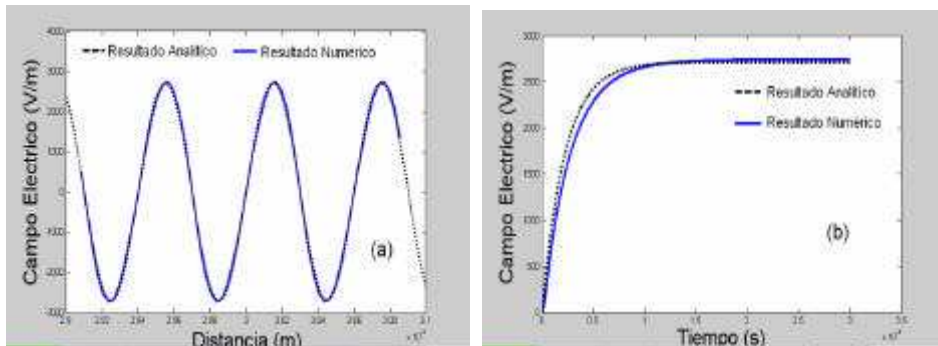


Fig. 1. (a) Forma espacial del campo eléctrico para un periodo de $\Lambda = 6\mu m$ de la red luminosa, cuando $m = 0.1$ y $\beta = 0$ (b) Evolución de la amplitud del campo eléctrico bajo los mismos parámetros.

A continuación apreciamos la relación logarítmica entre el tiempo de estabilización de la respuesta fotorrefractiva y la intensidad promedio para distintos valores del periodo de la red luminosa. Como se puede apreciar en la Figura 2 la respuesta fotorrefractiva predicha por el análisis numérico diverge de la predicha analíticamente a partir del valor $I_0 = 10^4 W / m^2$.

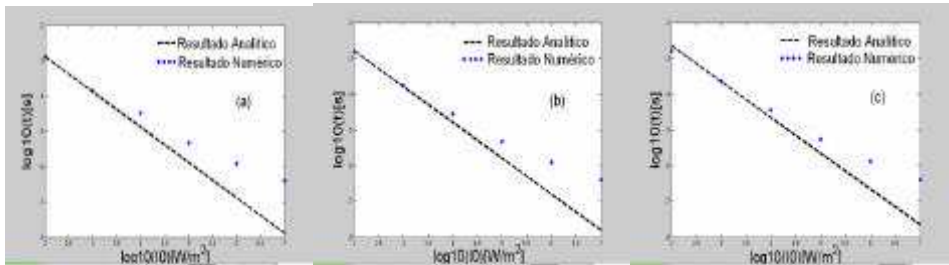


Fig. 2. Relación logarítmica entre el tiempo de formación de la respuesta fotorrefractiva e I_0 para varios valores del periodo de la red luminosa, en: (a) para 10 μm, (b) para 8 μm y (c) para 6 μm.

IV. CONCLUSIONES

V.

Al hacer este breve recorrido tras la búsqueda de la respuesta fotorrefractiva en un cristal BSO, nos podemos dar cuenta que el algoritmo empleado está en fuerte consonancia con los resultados analíticos en los casos aquí analizados a excepción del caso en el cual la intensidad se hace suficientemente grande. Lo anterior no es de extrañar pues en la aplicación del método analítico se hace uso de ciertas aproximaciones que dejan de ser válidas cuando la intensidad promedio se hace muy alta. También podemos notar de la figura 2, que en el caso de períodos de red mayores (p. Ej., 10 μm) se presentará un tiempo de estabilización ligeramente mas grande que cuando se trabaja con un periodo de red menor (p. Ej., 6 μm).

Como perspectiva de lo anterior podemos decir que seria muy interesante aplicar el algoritmo en regimenes distintos de los adoptados en el presente artículo. Es decir, se podría hacer un estudio con $\beta \neq 0$, con $m > 0.1$, con períodos que estén mas plenamente en un régimen holográfico, en fin, en diferentes situaciones donde ni siquiera se dispone de una solución analítica.

REFERENCIAS

- [1] Pochi Yeh, Introduction to Photorefractive Nonlinear Optics.
- [2] L. Solymar, J. Webb, A. Grunnet-Jepsen, The physics and applications of Photorefractive Materials.
- [3] N. Singh, S. P. Nadar, Partha P. Banerjee, Optics Communications 136 (1997) 487-495.