

**CATEGORIZACIÓN DE ERRORES TÍPICOS EN EJERCICIOS  
MATEMÁTICOS COMETIDOS POR ESTUDIANTES DE PRIMER  
SEMESTRE DE LA UNIVERSIDAD DE NARIÑO**

**CLAUDIO DEIVY PIANDA CHAUCANES**

**UNIVERSIDAD DE NARIÑO  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA  
SAN JUAN DE PASTO**

**2018**

**CATEGORIZACIÓN DE ERRORES TÍPICOS EN EJERCICIOS  
MATEMÁTICOS COMETIDOS POR ESTUDIANTES DE PRIMER  
SEMESTRE DE LA UNIVERSIDAD DE NARIÑO**

**CLAUDIO DEIVY PIANDA CHAUCANES**

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de Licenciado en  
Matemáticas**

**Asesor**

**Hilbert Blanco-Álvarez**

**Doctor en Educación Matemática**

**UNIVERSIDAD DE NARIÑO  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA  
SAN JUAN DE PASTO**

**2018**

## **NOTA DE RESPONSABILIDAD**

Las ideas y conclusiones aportadas en este Trabajo de Grado son Responsabilidad del autor.

Artículo 1 del Acuerdo No. 324 de octubre 11 de 1966, emanado por el Honorable Concejo Directivo de la Universidad de Nariño.

Nota de Aceptación

---

---

---

---

---

---

Hilbert Blanco-Álvarez

Doctor en Educación Matemática

Asesor

Mg. Francisco Ocaña

Evaluador 1

Esp. Librado Jácome

Evaluador 2

San Juan de Pasto, 17 de Mayo de 2018

## **AGRADECIMIENTOS**

A Dios, por darme la oportunidad de concluir mis estudios. A la Universidad de Nariño, a los docentes del Departamento de Matemáticas y Estadística a quienes tengo mucho aprecio, siempre caracterizados por su calidad humana y su profesionalismo. Agradezco especialmente a mi asesor Dr. Hilbert Blanco quien me dio la oportunidad de crecer y ser objetivo en mis decisiones y al Dr. Gustavo Marmolejo con quien tuve la oportunidad de conocer la esencia del educador matemático.

## **DEDICATORIA**

A mi madre María Chaucanes y mi padre Claudio Pianda, he tenido la fortuna de contar con ellos en el camino de mi formación profesional y personal, su apoyo incondicional, los valores que me inculcaron y los consejos que me brindaron no permitieron que desfallezca en conseguir mis objetivos, a mi hermano Kevin, a mi hermana Leidy y mi abuela Rosario por sus diferentes manifestaciones de afecto y cariño.

De manera especial, a la persona que por muchos años ha sido mi complemento y mi compañera, Elisabeth, quien ha sido mi significado de felicidad y amor.

## Resumen

El objetivo de esta investigación es analizar los errores matemáticos al ejecutar procedimientos de carácter aritmético-algebraico que se presentan en estudiantes de primer semestre de la Universidad de Nariño, además, se indagó acerca de la actitud que los estudiantes tienen hacia las matemáticas. El estudio se apoyó en categorizaciones previas que ayudan a fundamentar las categorías emergentes encontradas. La recolección de información se realizó aplicando una prueba escrita y una encuesta actitudinal. El respectivo análisis de resultados arrojó diez categorías de errores, entre las más sobresalientes se encuentran: Errores en procedimientos que involucran aplicación de propiedades de potencias, errores en la interpretación estructural y presentación de expresiones algebraicas, errores en la operatoria algebraica al momento de reducir términos semejantes. Por otro lado, el estudio reveló que una gran parte de los participantes no tienen una buena actitud hacia las matemáticas y sus hábitos de estudio son nulos o no adecuados.

## **Abstract**

The objective of this research is to analyze the mathematical errors when executing procedures of arithmetic-algebraic character that are presented in students of first semester of the University of Nariño, in addition, it was inquired about the attitude that students have towards mathematics. The study was based on previous categorizations that help to support the emerging categories found. The information was collected by applying a written test and an attitudinal survey. The respective analysis of results showed ten categories of errors, among the most outstanding are: Errors in procedures involving the application of power properties, errors in the structural interpretation and presentation of algebraic expressions, errors in algebraic operations when reducing terms similar. On the other hand, the study revealed that a large part of the participants do not have a good attitude towards mathematics and their study habits are null or not adequate.

## Contenido

<b>Introducción</b> .....	15
<b>Capítulo 1. Problemática de estudio</b> .....	18
1.1. Planteamiento del problema.....	18
1.2. Antecedentes.....	19
1.3. Justificación y pregunta de investigación.....	22
1.4. Objetivos del estudio.....	23
1.5. Marco teórico.....	24
1.5.1. El error en matemáticas.....	24
1.5.2. Definición de error y dificultad.....	25
1.5.3. Categorización de errores.....	26
1.5.4. Posibilidades de estudio sobre errores.....	29
1.5.5. Actitud hacia las matemáticas.....	30
<b>Capítulo 2. Metodología</b> .....	32
2.1. Enfoque y diseño de la investigación.....	32
2.2. Descripción de los participantes.....	33
2.3. Aspectos generales de la asignatura.....	33
2.4. Instrumentos de recolección de la información.....	35
2.4.1. Prueba escrita.....	35
2.4.2. Cuestionario actitudinal.....	36
2.5. Tratamiento y procesamiento de la información.....	36
<b>Capítulo 3. Análisis de resultados</b> .....	39
3.1. Primer nivel de análisis: Patrones de error identificados.....	39
3.2. Segundo nivel de análisis: Categorización de errores.....	43
3.2.1. Categorías de error emergentes: Aspecto aritmético.....	43
Error en la solución de potencias.....	44
Error en la solución de raíces.....	46
Error en la ejecución de operatoria aritmética básica.....	47
3.2.2. Categorías emergentes: Aspecto algebraico.....	49
Error en la interpretación y uso de información numérica.....	52
Error de linealidad o generalización apresurada.....	54
Errores donde se trunca la estructura de una expresión algebraica.....	55

Error al reducir términos semejantes. ....	58
Error al factorizar expresiones algebraicas por factor común. ....	60
Error en el tratamiento de fracciones algebraicas simples. ....	61
Error al despejar una variable. ....	63
3.2.3. Situaciones potenciales de error relativas al contexto ....	64
3.3. Tercer nivel de análisis: Actitudes hacia las matemáticas. ....	66
<b>Conclusiones</b> .....	70
<b>Posibilidades de investigación y sugerencias</b> .....	74
<b>Referencias</b> .....	75
<b>Anexos</b> .....	79
<b>Anexo 1.</b> Profundización de antecedentes. ....	79
<b>Anexo 2.</b> Instrumento de medición: Prueba escrita. ....	101
<b>Anexo 3.</b> Instrumento de medición: Encuesta actitudinal. ....	101
<b>Anexo 4.</b> Ficha de análisis de errores. ....	103

## Índice de diagramas

Diagrama 1. Clasificación de ejercicios según su solución.....	41
Diagrama 2. Porcentaje de aciertos por ítem.....	41
Diagrama 3. Relación de categorías de error emergentes, aspecto aritmético .....	44
Diagrama 4. Relación de categorías de error presentadas en el contexto algebraico (a) .....	51
Diagrama 5. Relación de categorías de error presentadas en el contexto algebraico (b) .....	52
Diagrama 6. Percepción de la palabra “matemáticas” .....	67
Diagrama 7. Autovaloración nivel de desempeño en matemáticas .....	68
Diagrama 8. Estrategias de estudio .....	68
Diagrama 9. Tiempo de estudio extra clase semanal .....	69

## Índice de ilustraciones

Ilustración 1. Error en la solución de potencias, ejercicio (21, 1) .....	45
Ilustración 2. Error en la solución de potencias, ejercicio (24,5) .....	45
Ilustración 3. Error en la solución de raíces, ejercicio (25, 4).....	46
Ilustración 4. Error en la solución de raíces, ejercicio (37, 1).....	47
Ilustración 5. Error en la ejecución de operatoria aritmética básica, ejercicio (8, 3) .....	48
Ilustración 6. Error en la ejecución de operatoria aritmética básica, ejercicio (25, 2) .....	48
Ilustración 7. Error en la ejecución de operatoria aritmética básica, ejercicio (6, 2) .....	48
Ilustración 8. Error en la interpretación y uso de información numérica, ejercicio (4, 10).....	53
Ilustración 9. Error en la interpretación y uso de información numérica, ejercicio (29, 10).....	54
Ilustración 10. Ejemplos situaciones error de linealización típicas .....	54
Ilustración 11. Error de linealidad o generalización apresurada, ejercicio (2, 4) .....	55
Ilustración 12. Error de linealidad o generalización apresurada, ejercicio (5, 6) .....	55
Ilustración 13. Errores donde se trunca la estructura de una expresión algebraica, ejercicio (9, 7) .	56
Ilustración 14. Errores donde se trunca la estructura de una expresión algebraica, ejercicio (12, 5)	57
Ilustración 15. Errores donde se trunca la estructura de una expresión algebraico ejercicio (20,10)	57
Ilustración 16. Errores donde se trunca la estructura de una expresión algebraica, ejercicio (37, 3)	58
Ilustración 17. Error al reducir términos semejantes, ejercicio (29, 3).....	59
Ilustración 18. Error al reducir términos semejantes, ejercicio (1, 9).....	59
Ilustración 19. Error al factorizar expresiones algebraicas por factor común, ejercicio (29, 7) .....	60
Ilustración 20. Error al factorizar expresiones algebraicas por factor común, ejercicio (33, 7) .....	60
Ilustración 21. Error en el tratamiento de fracciones algebraicas simples, ejercicio (13, 8) .....	62
Ilustración 22. Error en el tratamiento de fracciones algebraicas simples, ejercicio (28, 8) .....	62
Ilustración 23. Error en el tratamiento de fracciones algebraicas simples, ejercicio (26, 8) .....	62

Ilustración 24. Error en el tratamiento de fracciones algebraicas simples, ejercicio (9, 9).....	62
Ilustración 25. Error en el tratamiento de fracciones algebraicas simples, ejercicio (17, 9).....	63
Ilustración 26. Error al despejar una variable, ejercicio (22, 9) .....	64
Ilustración 27. Error al despejar una variable, ejercicio (36, 9) .....	64
Ilustración 28. Situaciones potenciales de error relativas al contexto, ejercicio (3, 6).....	65
Ilustración 29. Situaciones potenciales de error relativas al contexto, ejercicio (4, 4).....	66
Ilustración 30. Situaciones potenciales de error relativas al contexto, ejercicio (33, 10) .....	66

## Índice de tablas

Tabla 1. Clasificación de procedimientos .....	40
Tabla 2. Categorías de error emergentes aspecto aritmético .....	43
Tabla 3. Errores en la solución de potencias .....	45
Tabla 4. Errores en la solución de raíces .....	46
Tabla 5. Errores en la ejecución de operatoria aritmética básica .....	48
Tabla 6. Categorías de error emergentes, aspecto algebraico (a) .....	51
Tabla 7. Categorías de error emergentes aspecto algebraico (b) .....	52
Tabla 8. Errores donde se trunca la estructura de una expresión algebraica .....	56
Tabla 9. Error al reducir términos semejantes .....	59
Tabla 10. Errores en el tratamiento de fracciones algebraicas simples.....	61

## Introducción

Es conocido, en la Educación Matemática, que el error está presente en un gran número de producciones escritas de los estudiantes, generalmente constituye un aspecto inherente a los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, del mismo modo, la presencia de inconsistencias, respuestas incorrectas o falencias en el desarrollo de ejercicios matemáticos y demás errores que presentan los estudiantes, serán muestra de deficiencias en la consecución de los objetivos del proceso educativo en esta área, en consecuencia, cobra importancia para el docente realizar un diagnóstico, detección y clasificación de errores significativos que se presentan en un entorno educativo, este ejercicio hace al docente sensible a las ideas previas de los estudiantes, situación que le permite promover estrategias encaminadas a disminuir el impacto negativo -en una gran parte de estudiantes- de los errores presentes en la futura adquisición de nuevos conceptos (Abrate, Pochulu, & Vargas, 2006)

Si bien, la construcción del conocimiento matemático exige en el docente la identificación de errores y falencias en el desarrollo de tareas matemáticas de sus estudiantes, también, exige en el estudiante una reorganización y ampliación de sus conocimientos previos (Cadenas, 2007). Es decir, podemos inferir que la caracterización e identificación de errores que el docente implemento, le permite al estudiante volver sobre sus conocimientos e identificar sus dificultades, por lo tanto, el estudiante corrige sus errores y realimenta sus conocimientos existentes.

El estudio de errores es una cuestión que cobra importancia en el enfoque educativo de las matemáticas (Rico, 1998). Solucionar los problemas que se presentan frente a errores típicos en estudiantes es una labor del día a día del trabajo docente, los aportes bibliográficos son bastantes, así como, las posibles categorizaciones de errores presentados, sin embargo, el interés de esta

investigación es examinar la situación particular de los estudiantes de primer semestre de la Universidad de Nariño. En este contexto, se diseñó un instrumento de medición de conocimientos aritmético-algebraicos básicos y una encuesta actitudinal que permitieron, respectivamente, categorizar los errores que con mayor frecuencia presentan en estudiantes de primer semestre de diferentes carreras profesionales de la Universidad de Nariño y examinar el componente actitudinal que los estudiantes presentan frente al área de matemáticas con la intención de brindar una visión global de las posibles causas de sus falencias. Se evidenció una notable falta de adquisición de conocimientos aritmético-algebraicos básicos en la población en estudio, entre ellos; propiedades de potencias, reconocimiento de estructuras algebraicas y operaciones sobre expresiones algebraicas, como por ejemplo, reducción de términos semejantes y aplicación de signos de agrupación.

Las oportunidades para que los estudiantes adquieran y fortalezcan conceptos matemáticas están ligadas, entre otros aspectos, al entorno, a la comprensión que el docente tenga sobre los conocimientos previos de los estudiantes, al tipo de tareas que se le presenten, al discurso con el que interactúa y al componente actitudinal que los estudiantes tienen hacia las matemáticas (Bazán y Aparicio, 2006). Es decir, son varias las situaciones que marcan la afectividad de un estudiante hacia esta ciencia desde el primer semestre de sus estudios universitarios, por lo tanto, es nuestra labor docente minimizar aspectos que provoquen apatía al área en estudiantes de primer ingreso universitario.

El contenido de este informe está estructurado como se describe a continuación: En el primer capítulo se presentan los aspectos generales de la investigación, entre ellos, una descripción de la problemática de estudio y se realiza una breve justificación para el desarrollo de esta investigación, se mencionan los objetivos y un breve recuento de la revisión bibliográfica en torno al tema de

interés. Además, se establecen los referentes teóricos que se tiene en cuenta para el sustento y análisis de los resultados.

El componente metodológico del estudio se presenta en el segundo capítulo, donde se establece el enfoque de la investigación, se realiza una descripción de la población participante y de los instrumentos de medición. Así como, el mecanismo que se implementó en el procesamiento de la información obtenida. En el tercer capítulo se abordan los resultados de la investigación; su descripción se hace de manera general y detallada. En el cuarto y quinto capítulo respectivamente, se exponen las conclusiones y recomendaciones.

Se espera que los resultados descritos de esta investigación, así como, los comentarios y sugerencias producto de la experiencia en este estudio de caso, sirvan como herramienta y permitan brindar posibilidades para posteriores investigaciones que se realicen sobre este tema, con miras a identificar y corregir errores matemáticos que se presentan en el estudiantado ingresante a la Universidad de Nariño, así como, o bien, fomentar las investigaciones que procuren abordar la presencia de errores desde la intervención curricular de las instituciones educativas y del Departamento de Matemáticas y estadística de la Universidad de Nariño.

## Capítulo 1. Problemática de estudio

La identificación de los errores en sus estudiantes cobra importancia para los docentes de matemáticas, a partir de ellos es posible contemplar acciones que mitiguen el impacto de su recurrencia en la ejecución de tareas aritmético-algebraicas. (Del Puerto y Seminara, 2013), En este sentido, es necesario estructurar una metodología que permita identificar dichas falencias (Moya y Gómez, 2007). Como veremos, una variedad de investigaciones coinciden en señalar errores reiterativos en los diferentes niveles educativos (Huidobro, Méndez, y Serrano, 2010)

### 1.1. Planteamiento del problema

La formación de futuros profesionales en la Universidad de Nariño exige, entre otros requerimientos básicos de su currículo, la construcción del componente matemático que aporta al desarrollo del razonamiento, promueve el pensamiento analítico y genera practicidad, es decir, aporta elementos importantes para el desempeño profesional del futuro egresado.

“Lo que se pretende con la educación matemática es proporcionar una cultura con varios componentes interrelacionados: a) Capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información matemática y los argumentos apoyados en datos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, o en su trabajo profesional. b) Capacidad para discutir o comunicar información matemática, cuando sea relevante, y competencia para resolver los problemas matemáticos que encuentre en la vida diaria o en el trabajo profesional.” (Godino, Font-Moll, y Batanero, 2003, p. 20)

No es extraño el bajo rendimiento académico en asignaturas de primer semestre de universidad que involucran matemáticas, como es el caso de la asignatura “*Matemáticas generales*,

*Matemáticas I, Matemáticas básicas*” (Nieto Isidro y Ramos Calle, 2012). En este sentido, cobra importancia aportar al mejoramiento del desempeño y apropiación de conceptos matemáticos básicos en estudiantes de primer semestre de universidad identificando los errores típicos cometidos por ellos en el momento de colocar a prueba sus conocimientos en matemáticas (Suceta-Zulueta, Chivas, y Hechavarría, 2011).

## **1.2. Antecedentes**

En general, el estudio de los errores significativos en el desarrollo de tareas matemáticas ha sido una línea de investigación que cobra importancia en la medida que nos permite diagnosticar y categorizar las falencias en estudiantes de cualquier nivel educativo y utilizar estos resultados como herramienta para crear y proponer acciones que mitiguen la incidencia de los obstáculos en ambientes de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. (Morales, 2009)

Por lo anterior, se hace necesario hacer una revisión nacional e internacional de los aportes realizados en el campo de la Educación Matemática relacionados con el estudio de errores, obstáculos y dificultades que se presentan en el desarrollo de actividades matemáticas centradas en el primer semestre universitario. En este proceso se pudo establecer tres categorías para presentar la información relevante:

- Categoría 1: Estudios sobre identificación y clasificación de errores matemáticos conceptuales y operativos que se presentan con mayor frecuencia en estudiantes de los primeros ciclos de universidad.
- Categoría 2: Estudios sobre dificultades y errores en conceptos matemáticos presentados por futuros docentes en matemáticas.

- Categoría 3: Estudios que abordan acciones metodológicas, estrategias correctivas, instrumentos y demás posibilidades para el tratamiento de errores matemáticos de diversa índole, basados en una detección previa de los mismos.

En la primera categoría, Caballero Juárez (2016) hace un análisis de los errores algebraicos detectados en un estudio que abordó la adición de fracciones algebraicas en estudiantes de nuevo ingreso en una universidad, se apoyó en seis entrevistas que le proporcionaron un acercamiento cualitativo tanto a las respuestas como a los procedimientos realizados por los estudiantes. Cerda, Flores, y Pérez (2015) centran su investigación en los errores frecuentes de estudiantes en tareas de resolución de problemas. Martínez (2015) identifica algunos errores frecuentes en el aprendizaje de algoritmos matemáticos en tareas de carácter numérico y algebraico en estudiantes de primer semestre en carreras de ciencias administrativas y económicas. Así mismo, los estudios de Dodera, Bender, Burroni, y Lázaro (2014) muestran los errores matemáticos típicos más frecuentes en estudiantes de primer semestre universitario y complementa su investigación con un análisis de su vinculación con la actitud afectiva hacia la matemática. Es de notar que el estudio sobre errores matemáticos relacionados con conceptos previos aritmético-algebraicos son de gran interés para los investigadores, asimismo, se identifica que la herramienta predilecta para la recolección de datos es la implementación de pruebas diagnósticas de conocimiento previos.

En la segunda categoría, la detección de errores presentados en futuros docentes del área de matemáticas es una vertiente interesante por abordar. Nortes Martínez y Nortes Checa (2017) llaman la atención sobre la necesidad de conocer el nivel de matemáticas escolares que tienen los futuros maestros de primaria, encontraron que los participantes de esta investigación muestran mejor preparación en contenidos escolares numéricos que en contenidos de medida y geometría, siendo positiva su actitud hacia las matemáticas. Martínez-Artero (2016) aborda errores y

dificultades que tienen los futuros maestros al resolver problemas elementales de Matemáticas, encontró que el porcentaje de error supera el 50 % en todos los cursos aunque la actitud hacia las matemáticas es buena. Esas investigaciones buscan medir y analizar el nivel de conocimiento matemático básico en futuros docentes de matemáticas, partiendo de la perspectiva, de que son ellos los que deben tener seguridad en la aplicación y construcción del conocimiento matemático.

En la tercera categoría, se brinda un panorama del potencial y posibilidades que brindan los estudios sobre errores matemáticos. Suárez (2018) considera pertinente implementar una estrategia que pretenda minimizar las dificultades y obstáculos, específicamente, en la resolución de problemas del concepto de función lineal que presenten los estudiantes de primer semestre, ubica al estudiante en un papel activo en la construcción del conocimiento matemático. Ascencio, Nesterova, y Eccius (2017) propone la aplicación de un programa informático que realimenta al alumno sobre las posibles causas de los errores algebraicos que comete y le propone estrategias para evitarlos, encuentra que, a mayor cantidad de práctica con el programa informático, se obtiene un incremento notablemente mayor en el porcentaje de aciertos a preguntas de contenido algebraico. En este mismo sentido, Aznar, Baccelli, Figueroa, Distéfano, y Anchorena (2016) utilizó las funciones semióticas para el abordaje de distintas problemáticas de aprendizaje en estudiantes universitarios, coloca de manifiesto el potencial de las funciones semióticas para el diagnóstico y tratamiento de distintos tipos de errores asociados a prácticas matemáticas.

La anterior categorización permite ver que el estudio de errores cometidos en el desarrollo de actividades y ejercicios matemáticos entorno al primer semestre de universidad es de interés para los investigadores en Educación Matemática.

Un estado del arte más amplio se presenta en el Anexo 1 de esta investigación.

### **1.3. Justificación y pregunta de investigación**

En vista de los estudios realizados en torno al análisis de errores en matemáticas, es evidente que existe una marcada preocupación frente a la identificación y clasificación de falencias en el desarrollo de procedimientos matemáticos, especialmente, en los algebraicos.

Abrate et al. (2006) afirma: “los errores en matemáticas pueden ser superados, además, pueden ser percibidos no como algo que no debió suceder, sino como una instancia interesante y útil que permite la adquisición de un nuevo y mejor conocimiento” (p.12). igualmente, el error puede emplearse como punto de partida para exploraciones matemáticas creativas por parte de los estudiantes propiciando una comprensión completa y profunda de la naturaleza del área, situación que deja ventanas abiertas a investigaciones relativas a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, a las que generalmente es difícil acercarse por otra vía (Pochulu, 2009).

Se considera en este estudio la importancia de conocer los errores que cometen estudiantes que ingresan a la Universidad de Nariño y que tienen dentro de su plan de estudios el componente matemático. Es necesario implementar criterios y acciones que permitan realizar diagnósticos y correcciones frente a estos errores con el fin de evitar que los estudiantes los comenten de manera generalizada y persistente, situación que provoca trastornos en el avance de su plan de estudios, más aun para aquellos programas que requieren una fuerte formación en matemáticas. Esta investigación es una fuente valiosa de información para los docentes en formación del programa de Licenciatura en Matemáticas, así como, para los docentes encargados de impartir dicha asignatura y para los estudiantes que ingresan a la universidad.

Los aportes y beneficios derivados de esta investigación están centrados en brindar un conjunto de información sobre la cual es posible prever posibles situaciones de aula e identificar dificultades

en estudiantes con notables limitaciones en el desarrollo de procedimientos aritmético-algebraicos.

En este sentido, la pregunta que guía la investigación es la siguiente:

*¿Cuáles son los errores matemáticos que cometen los estudiantes de primer semestre al desarrollar ejercicios aritmético-algebraicos en la asignatura “matemáticas generales” y cómo es la actitud de los estudiantes hacia el estudio de las matemáticas?*

Lo que nos lleva a plantear los siguientes objetivos de la investigación.

#### **1.4. Objetivos del estudio**

Objetivo general

Analizar los errores matemáticos que cometen los estudiantes de primer semestre de la Universidad de Nariño al desarrollar ejercicios aritmético-algebraicos en la asignatura “matemáticas generales” y analizar la actitud de los estudiantes hacia el estudio de las matemáticas.

Se establecieron los siguientes objetivos específicos:

- Identificar los patrones de error que se presentan en el desarrollo de tareas y ejercicios matemáticos en estudiantes de primer semestre de la universidad.
- Categorizar los errores matemáticos presentados en producciones escritas por los estudiantes de primer semestre en la ejecución de ejercicios aritmético-algebraicos durante el curso *matemáticas generales* de la Universidad de Nariño.
- Analizar las reflexiones que los estudiantes hacen sobre sus errores enmarcadas en su actitud hacia el área de matemáticas.

## **1.5. Marco teórico**

Considerando los objetivos y el enfoque de la presente investigación, este apartado permite detallar los referentes teóricos que se tuvieron en cuenta organizados de la siguiente forma: Inicialmente se aborda las conceptualizaciones de error matemático, luego, se define el concepto de error para este estudio y, finalmente, se establecen las categorías de errores con las que se fundamentarán los resultados.

### **1.5.1. El error en matemáticas.**

El error puede considerarse como una imprudencia, distorsión o inadecuación en un proceso (De la Torre, 2004), el autor considera cuatro direcciones semánticas para el error, a saber: Efecto destructivo, distorsionador, constructivo y creativo. En las dos primeras el error es un resultado y el enfoque es negativo, lo cual lleva a una actitud condenatoria del mismo. En las dos últimas, es parte de un proceso y el enfoque es positivo, lo cual lleva a una actitud de aprovechamiento del mismo, es decir, el error provee más información sobre el proceso mental del alumno que el acierto. De hecho, le permite a un estudiante aprender distintas propiedades de un concepto de las que no era consciente antes.

De la Torre considera que desde la perspectiva del profesor, un error denota que el estudiante necesita ayuda, pues algo en el proceso que siguió no es correcto. Propone la clasificación de errores para enfocar el esfuerzo en los más trascendentes: aquellos que se presentan con mayor frecuencia, cuya causa se conoce y, por tanto, se puede diseñar una estrategia para corregirlos y permitir al estudiante un aprendizaje más profundo.

Rico (1998) señala que presentar al estudiante ejercicios en los que se sabe que pueden cometer errores permite que dicho estudiante, si los comete, sea consciente de vacíos en formación

matemática. Esto brinda posibilidades al profesor para abordar el error y ayudar al estudiante a superarlo.

En este mismo sentido, Cervantes y Martínez (2007) proponen que los procesos en los que se sabe que los errores son frecuentes se presenten siempre dentro de situaciones contrastantes para que el alumno pueda discriminar las estructuras matemáticas donde es pertinente cada uno. Por último, es importante considerar una distinción entre errores conceptuales y errores procedimentales. Segovia y Rico (2011) citado por Alguacil de Nicolás, Bosqué, y Pañellas (2016) afirma: “entendemos por conceptos como las ideas con las que pensamos y por procedimientos los modos y técnicas con las que se utilizan estas ideas” (p. 421)

### **1.5.2. Definición de error y dificultad.**

La terminología utilizada en el ámbito de la Educación Matemática, en ocasiones, puede llegar a ser confusa ya que un mismo término es usado con sentidos diversos, y a veces, distintos términos se refieren al mismo o muy similar concepto. En consecuencia, es adecuado precisar y clarificar la definición de error para esta investigación, puesto que la expresión ha de utilizarse a lo largo del trabajo y haremos alusión a ella en reiteradas ocasiones.

Asumimos la definición de error dada por Godino et al. (2003), quienes afirman: “Hablamos de *error* cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar” (p. 70).

Por otro lado, el término “dificultad”, se asumirá como “el mayor o menor grado de éxito de los alumnos ante una tarea o tema de estudio” (Godino et al., 2003, p. 70). Por lo tanto, una dificultad alta se presenta cuando el porcentaje de respuestas incorrectas es elevado, mientras que, si el porcentaje es bajo, la dificultad es baja.

### 1.5.3. Categorización de errores.

Entre los estudios sobre errores que servirán como referente para el análisis y definición de las categorías de error emergentes en esta investigación se encuentran:

Saucedo (2007), quien presenta una clasificación tomando como base la realizada por Mosvshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987) citados en Rico (1998), a saber:

- Datos mal utilizados: Se incluyen aquí, los casos en que se añaden datos extraños; se olvida algún dato necesario para la solución; se asigna a una parte de la información un significado inconsistente con el enunciado; se utilizan los valores numéricos de una variable para otra distinta; se hace una lectura incorrecta del enunciado.
- Interpretación incorrecta del lenguaje: Se incluyen aquí los casos de errores debido a una traducción errónea de conceptos o símbolos matemáticos, dados en lenguaje simbólico a otro lenguaje simbólico distinto
- (Designar un concepto por un símbolo que designa a otro concepto y operar con el mismo en su uso convencional). A veces se produce, también una interpretación incorrecta de símbolos gráficos como términos matemáticos y viceversa. Desconexión entre lo analítico y gráfico.
- Empleo incorrecto de propiedades y definiciones: Aquí se consideran los errores que se cometen por deformación de un principio, regla o definición determinada: aplicar la propiedad distributiva a una operación o función no lineal; cita o escritura errónea de una definición, teorema o fórmula identificable.
- Errores al operar algebraicamente: Sumar, restar, multiplicar, etc. Expresiones algebraicas y al transponer términos.

- No verificación de resultados parciales o totales: Se incluyen los errores que se presentan cuando cada paso en la realización de la tarea es correcto, pero el resultado final no es la solución de la pregunta planteada; si el alumno hubiese contrastado la solución con el enunciado tal vez el error habría podido evitarse.
- Errores lógicos: En este grupo se incluyen los errores que se cometen por falacias de razonamiento. Justificaciones inadecuadas. Explicaciones ilógicas.
- Errores técnicos: En esta categoría se consideran los errores de cálculo, errores al transcribir datos del temario.

Por otro lado, Radatz (1980) citado en (García, 2010) propone cinco categorías de error:

- Errores debidos a dificultades de lenguaje: El aprendizaje de conceptos, símbolos y vocabulario matemático es para muchos alumnos un problema similar al aprendizaje de una lengua extranjera. Errores de traducción desde un esquema semántico en el lenguaje natural a un esquema más formal en el lenguaje matemático.
- Errores debidos a dificultades para obtener información espacial: Las diferencias individuales en la capacidad para pensar mediante imágenes espaciales o visuales es una fuente de dificultades en la realización de tareas matemáticas.
- Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos: Se incluyen todas las deficiencias de conocimiento sobre contenidos y procedimientos específicos para la realización de una tarea matemática. Errores originados por deficiencias en el manejo de conceptos, contenidos, procedimientos para las tareas matemáticas.
- Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento: La experiencia sobre problemas similares puede producir una rigidez en el modo habitual de pensamiento

y una falta de flexibilidad para codificar y decodificar nueva información. Los alumnos continúan empleando operaciones cognitivas aun cuando las condiciones originales se hayan modificado. Están inhibidos para el procesamiento de nueva información. En general son causados por la incapacidad del pensamiento para adaptarse a situaciones nuevas.

Interesan cinco subtipos:

- Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes: Surgen con frecuencia por aplicar reglas o estrategias similares en áreas de contenidos diferentes. Ejemplo: El razonamiento por analogía sabemos que no siempre funciona en Matemática, puede pasar en la solución de una ecuación cuadrática por factorización.

Así mismo, en Socas (1997) citado en Morales (2017), clasifica los errores en los que incurren los estudiantes en contextos algebraicos:

- Errores que tienen su origen en un obstáculo: Los estudiantes, al comenzar con sus estudios de algebra, suele ver las expresiones algebraicas como enunciados incompletos por ejemplo, al encontrar situaciones donde la operación de adición ya no significa lo mismo que en aritmética. Dentro de este eje también tiene cabida la yuxtaposición de símbolos en el lenguaje algebraico.
- Errores que tienen su origen en ausencia de sentido: La mayoría de estos errores se originan como falsas generalizaciones sobre operadores, fundamentalmente, por falta de linealidad de estos operadores. En esta tipología tienen cabida errores que derivan de la aritmética como es el uso de fracciones, de paréntesis o de potencias, y los errores en los procedimientos. También se encuentran los errores relativos al mal uso de la propiedad distributiva, de las reglas de potencias, como el resultado de las identidades notables o

errores de cancelación. Este tipo de errores indican que los estudiantes tienden a generalizar procedimientos que se verifican en determinadas ocasiones. Dentro de este segundo eje, se recogen también los errores causados por las características propias del simbolismo algebraico, que se manifiesta en diferentes procesos matemáticos, tales como: generalización, simplificación, eliminación, complicación estructural y particularización.

Palarea (1998) citado en Morales (2017) realiza una clasificación a partir de la de Socas (1997) donde distingue dos grandes grupos:

- Errores del Álgebra que están en la Aritmética: El álgebra no está separada de la aritmética por lo que a veces las dificultades que los estudiantes encuentran en álgebra son problemas que se quedan sin corregir en la aritmética. Por ejemplo, errores en la confusión con las operaciones con fracciones, el signo “-” delante de un paréntesis, el uso inapropiado de fórmulas y reglas de procedimientos. La mayoría de estos errores se originan como falsas generalizaciones de operadores, generalmente por falta de linealidad de estos operadores. Entre estos errores se distinguen: Errores relativos al mal uso de la propiedad distributiva, errores relativos al uso de recíprocos, errores de cancelación.
- Errores de álgebra debidos a las características propias del simbolismo algebraico: Son de naturaleza estrictamente algebraica y no tienen referencia explícita en la aritmética.

#### **1.5.4. Posibilidades de estudio sobre errores.**

Para abordar el estudio de las posibilidades que se desprenden al estudiar errores en matemáticas, Rico (1998) propone cuatro líneas de investigación en torno a este tema de interés académico:

- Estudios sobre análisis, causas, elementos, taxonomías de clasificación de los errores.
- Trabajos acerca del tratamiento curricular de los errores.
- Estudios relativos a la formación de los docentes en cuanto a la capacidad para detectar, analizar, interpretar y tratar los errores de sus alumnos.
- Trabajos de carácter técnico que incluyen técnicas estadísticas, como contrastar hipótesis para el análisis de los errores.

En este sentido, se aborda la primera categoría como línea de investigación pertinente para este estudio.

#### **1.5.5. Actitud hacia las matemáticas.**

En el ámbito universitario existe una opinión generalizada sobre las dificultades que presentan los procedimientos matemáticos y el alto nivel de rechazo hacia el área por parte de los estudiantes. Las afirmaciones emotivas de modo “gustar” y “no gustar” tienen un origen, generalmente, es resultado de las creencias que los estudiantes tienen hacia las matemáticas y la percepción de dificultad que tiene el aprender dichos contenidos, aunque el valor de utilidad que asignan a las matemáticas es notablemente alto teniendo en cuenta su contexto cotidiano (Bazán y Aparicio, 2006), además, este autor afirma: “la actitud es una predisposición del individuo para responder de manera favorable o desfavorable ante un determinado objeto,” (p. 11). Las actitudes en matemáticas pueden verse desde dos perspectivas, “actitudes hacia las matemáticas” relacionadas al componente emotivo y afectivo, por otro lado, las “actitudes matemáticas” relacionadas con el componente cognitivo (Fernández et al., 2016).

Una actitud negativa está directamente relacionada con el rendimiento académico. En este sentido, estudiar las actitudes que los estudiantes universitarios tienen hacia las matemáticas

permite brindar una posibilidad de análisis a sus dificultades y errores frecuentes en ejercicios matemáticos. Bazán y Aparicio (2006) afirman: “Es muy importante que el profesor tenga en mente, a través de un proceso clasificatorio, una idea general de las actitudes de sus alumnos con relación a la Matemática” (p. 10). Y con esta información, incentivar actitudes positivas en sus estudiantes.

## Capítulo 2. Metodología

Este capítulo está dedicado a caracterizar el tipo de investigación, se describe la población en estudio y los instrumentos que se han utilizado para recoger información para cumplir con los objetivos propuestos en el estudio. También se describe el procedimiento que se siguió para el análisis de los datos.

### 2.1. Enfoque y diseño de la investigación

La presente investigación tiene un enfoque cualitativo, para Hernández, Fernández, y Baptista (2010) “El enfoque cualitativo utiliza la recolección de datos para descubrir o afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación” (p. 7). Además, la investigación tiene un alcance exploratorio-descriptivo, la fase exploratoria permitió facilitar la comprensión del estudio sobre errores en matemáticas y el alcance descriptivo final, entendido como: “el conocimiento de la realidad tal como se presenta en una situación de espacio y de tiempo dado, describe el fenómeno sin introducir modificaciones” (Rojas Cairampoma, 2015, p. 7) se presenta al categorizar errores matemáticos presentados en los estudiantes que participaron en el estudio.

El diseño de investigación es un estudio de caso. Entendido como un proceso de indagación profunda que caracteriza, por medio de un examen detallado y sistemático, una situación de interés (Gómez, Flores, y Jiménez, 1999). Para Martínez (2006) la aplicación de un estudio de caso requiere rigurosidad científica y debe ir de la mano con un adecuado diseño de investigación que demuestre la validez y fiabilidad de los resultados obtenidos, garantizando con ello la calidad y objetividad de la investigación, permitiendo que la investigación se desarrolle de forma clara y efectiva.

Después de la selección del tema y problema de investigación, la estructura que nos permitirá recabar información útil y necesaria para desarrollar la investigación se estipulan bajo los siguientes pasos:

- “• Recolección de la información (Diseñar y aplicar el instrumento de medición, trabajo de campo)
- Estructuración y organización de los datos.
- Codificación de los datos (comparación de los datos con la literatura)
- Conceptualización y explicación del problema
- Socialización y ajuste de los resultados
- Elaboración del informe final”. (Martínez, 2006, p. 28)

## **2.2. Descripción de los participantes**

Los participantes considerados en este estudio corresponden a un grupo de 41 estudiantes de primer semestre de la Universidad de Nariño (Pasto, Nariño). Ellos pertenecen a diferentes programas de pregrado: Licenciatura en informática, Administración de empresas, Biología y Zootecnia que la universidad ofrece en el calendario A-2018, se encuentran cursando la asignatura “*Matemáticas generales*”, su edad varía entre 17 – 21 años.

## **2.3. Aspectos generales de la asignatura**

La asignatura *Matemáticas generales* hace parte de la política de flexibilidad curricular que propone la Universidad de Nariño y es aprobada por el Departamento de Matemáticas y Estadística. Se ofrece a estudiantes de primer semestre universitario con una intensidad horaria de 64 horas en el semestre. El curso pretende dar a conocer los contenidos básicos en matemáticas

que deben servir como fundamento para los estudiantes en relación a su desempeño en otras asignaturas de su plan de estudios y, posteriormente, en su vida profesional.

El objetivo general de la asignatura es contribuir decisivamente a reafirmar, consolidar el desarrollo del razonamiento lógico, el pensamiento abstracto y el manejo del lenguaje matemático de la matemática básica. En este sentido, considera dos objetivos específicos; a) Recordar, reforzar y nivelar contenidos, terminología, relaciones, propiedades y operaciones para proporcionar destreza en el manejo del lenguaje y la simbología de la matemática básica, b) Practicar los mecanismos de solución de ejercicios y problemas comprendiendo pasos, metodología y algoritmos apropiados.

De manera general, las temáticas abordadas en el curso son las siguientes; Teoría de los números reales; Funciones lineales y cuadráticas; Polinomios; Funciones potencia, exponencial y algorítmica; Sucesiones; Funciones trigonométricas; Geometría analítica. La metodología para abordar estas temáticas se basa, en la mayor cantidad de horas, en una exposición teórica por parte del docente encargado quien, a su vez, brinda ejemplos pertinentes a dicha teoría. Para aprobar el curso, los estudiantes tendrán la oportunidad de realizar exposiciones guiadas por el docente y deberán presentar tres evaluaciones escritas.<sup>1</sup>

Las referencias bibliográficas presentadas en el curso son las siguientes:

- *WISNIEWSKI, Piotr Marian y GUTIERREZ BANEGAS, Ana Laura. Introducción a las matemáticas universitarias. MCGRAW-HILL / INTERAMERICANA DE MEXICO, 2002. Signación topográfica: 510. W815*
- *Zill, Dennis y DEWAR, Jaqueline. Álgebra y Trigonometría. Mc Graw Hill, Colombia, 2000*
- *SULLIVAN, Michael. Precálculo, Editorial Prentice hall, México, 1997.*

---

<sup>1</sup> La distribución de porcentajes específicamente es la siguiente: Exposiciones: 20%, Primer parcial: 30%, Segundo parcial: 25%, Tercer Parcial: 25%.

- SOLER, Francisco. *Fundamentos de Matemática*, Editorial Ecoe Ediciones, 2009.

## **2.4. Instrumentos de recolección de la información**

La recolección de la información implica elaborar un plan detallado de procedimientos para procurar obtener datos verídicos para el estudio (Hernández et al., 2010), en esta investigación se utilizan dos instrumentos de recolección de información; *una prueba escrita y una encuesta*. A continuación se describen cada uno de ellos.

### **2.4.1. Prueba escrita.**

Este tipo de cuestionario utilizado para la investigación comprende diez preguntas abiertas donde los estudiantes desarrollaron ejercicios algebraicos y aritméticos, los últimos, inmersos de manera transversal, a saber; solución de polinomios aritméticos, evaluación numérica y operaciones con polinomios algebraicos, reducción de fracciones algebraicas simples, desarrollo de potencias de binomios, factorización y solución de ecuaciones lineales y cuadráticas (Ver Anexo 2). Cabe mencionar que esta prueba fue puesta a consideración del profesor encargado de impartir la asignatura “*matemáticas generales*” para su aprobación y está en concordancia con la bibliografía sugerida para el trabajo extra clase. La aprobación del docente cobra relevancia bajo dos puntos de vista; el primero, la experticia del docente nos brinda la certeza que la prueba está estructurada siguiendo el programa propuesto para la asignatura en curso y los temas tratados en ella no desbordan ni son insuficientes a los conocimientos exigidos para un estudiantes de primer ingreso a la universidad; en segunda instancia, porque dicha prueba también hace parte del componente evaluativo de la asignatura y corresponde a la primera evaluación parcial del semestre. Cabe mencionar que este último hecho no altera la veracidad de los datos obtenidos, incluso los mejora para interés del investigador, puesto que los estudiantes expusieron al máximo sus capacidades

teniendo en cuenta que contaron con tiempo de preparación al respecto de los temas a ser evaluados. La aplicación de la prueba se desarrolló en un lapso de 120 minutos con el acompañamiento del docente encargado y en instalaciones físicas óptimas para presentar una prueba escrita.

#### **2.4.2. Cuestionario actitudinal.**

Los estudiantes también respondieron a un cuestionario de 11 preguntas, diez de ellas cerradas y una pregunta abierta (Ver Anexo 3). Este conjunto de preguntas estaban encaminadas a medir la actitud de los estudiantes hacia el área de matemáticas. Entre otros aspectos, el cuestionario se elaboró para determinar la percepción de los estudiantes frente a su desempeño en matemáticas, la relación emocional que tienen con la asignatura, el nivel de dedicación a su estudio extra clase y sus consideraciones frente a la importancia de las matemáticas en el desempeño de su futura carrera profesional. Para su aplicación, se hizo una concientización a los estudiantes sobre la importancia de los datos a recolectar y se promovió la solución de todas las preguntas, para esta prueba no fue necesario tomar información de su identificación personal.

#### **2.5. Tratamiento y procesamiento de la información.**

En esta subsección se describen los pasos que se tuvieron en cuenta para el análisis de los datos, es decir, se quiere mostrar cual fue el tratamiento de la información obtenida de los instrumentos de recolección de datos. En la Figura 1 se muestra el diseño de análisis, cada nivel en este diseño corresponde, respectivamente, a los objetivos específicos que se plantaron para esta investigación.

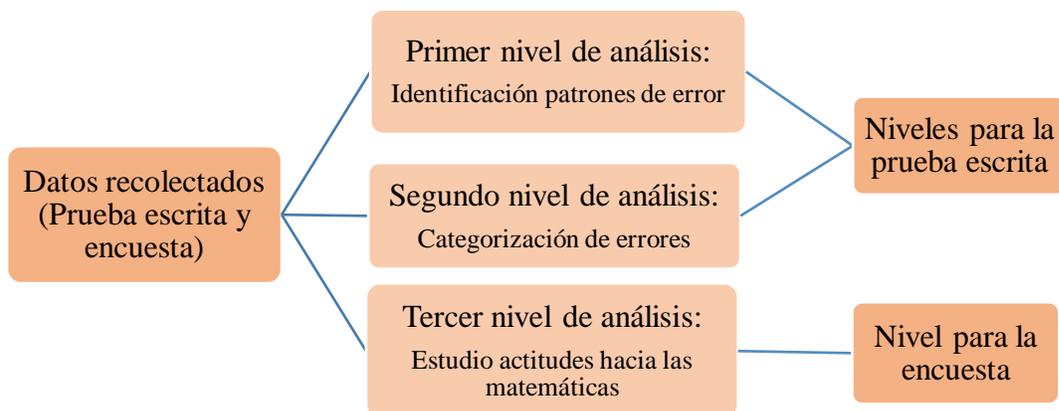


Figura 1. *Diseño de análisis de datos.*

Para el primer nivel de análisis se seleccionó una muestra aleatoria de las pruebas con el fin de verificar -en un ejercicio netamente de observación- los posibles patrones de errores que, a priori, se consideró podrían presentarse. Este ejercicio empírico permitió estructurar una ficha de análisis con la cual se sistematizó la totalidad de las pruebas, en ella se indica, por un lado, los ítems con solución correctas y/o sin respuesta, y por otro lado, las interpretaciones que se realizaron de los patrones de error encontrados, la estructuración final de esta ficha tuvo dos pruebas piloto con el fin de fortalecer su contenido.

En el segundo nivel de análisis se organiza la información producto del ejercicio exploratorio del primer nivel, lo que permitió encontrar diez categorías de error emergentes, asimismo, brindo la posibilidad de definir las características de cada una. Estas categorías de error emergentes se presentan en dos contextos: Aritmético (Tres categorías emergentes) y algebraico (Siete categorías emergentes), en cada caso se describe cada una, se muestran ejemplos ilustrativos y se justifica su estructura bajo categorías de error establecidas en el marco teórico de esta investigación.

Para el tercer nivel de análisis, donde se examinan las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas, se toma la información recolectada de la encuesta y se realiza una comparación de

frecuencias para cada ítem, en cada caso se hace una interpretación de los mismos y se realizan comparaciones entre ítems para establecer una visión general de las actitudes hacia las matemáticas por parte de este grupo de estudiantes. En el siguiente capítulo expondremos los resultados de la investigación.

## Capítulo 3. Análisis de resultados

En esta sección se presentan los resultados de la investigación, la presentación de los mismos se hará teniendo en cuenta los niveles de análisis descritos en la sección 2.5.

### 3.1. Primer nivel de análisis: Patrones de error identificados

El trabajo de observación que se realizó sobre las pruebas permitió construir una *ficha emergente de análisis de errores* (Ver Anexo 4). Donde se establecen veintiocho conceptos, procedimientos y/o situaciones susceptibles de presentar un error, divididas en: Contexto algebraico, contexto aritmético y situaciones sin contexto.

Esta ficha permite caracterizar cada prueba y cada ítem de la misma, tiene una estructura jerárquica de izquierda a derecha, en la parte superior se hace una discriminación inicial de los ítems clasificándolos en: Ítems con desarrollo correcto en su totalidad, ítems que no presentan desarrollo e ítems con desarrollo incomprensible -sin ninguna justificación matemática evidente-. A continuación, se organizan los conceptos y/o procedimientos de forma vertical según el contexto que se le ha asignado y la unidad de análisis establecidas así: El contexto aritmético agrupa 10 conceptos y/o procedimientos susceptibles de error divididos en las unidades de análisis: Potencias, raíces y operatoria aritmética básica. El contexto algebraico agrupa 16 conceptos y/o procedimientos susceptibles de error divididos en las unidades de análisis: Operatoria algebraica; en fracciones, en polinomios y en la solución de ecuaciones lineales; Potencias de binomios y factorización. Al final se establecen dos situaciones sin contexto; Procedimiento inconcluso y respuestas incompletas. En este estudio identificaremos cada ítem de cada prueba con la pareja

(Número de prueba, número de ítem). Así, por ejemplo, si nos referimos al tercer ítem de la prueba 32, se utilizara la pareja (32, 3).

El diligenciamiento de esta ficha se realiza marcando con una (X) el espacio correspondiente al concepto, procedimiento y/o situación con el ítem donde se presentó el error en cuestión.

El registro de la primera parte de la ficha correspondiente a: Ítems con desarrollo correcto, ítems que no presentan desarrollo e ítems con desarrollo incomprensible, nos deja ver el nivel de dificultad de algunas preguntas y el porcentaje de preguntas que al menos presentaban un error, en la Tabla 1 presentamos la clasificación inicial de procedimientos.

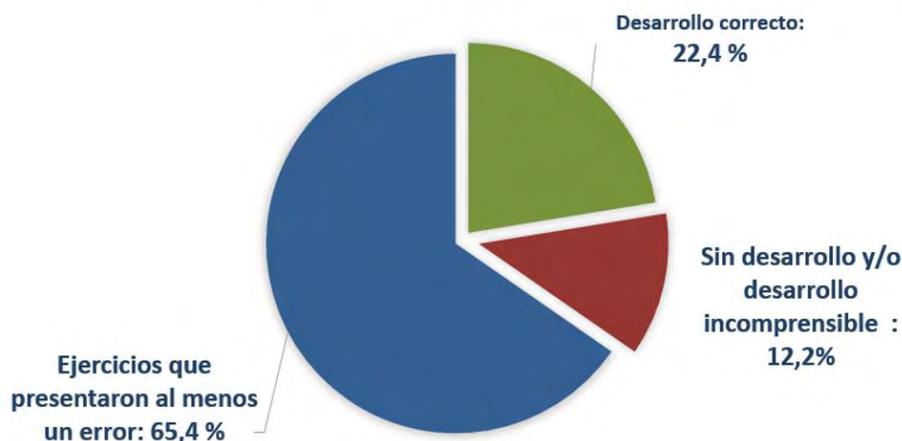
Tabla 1. *Clasificación de procedimientos*

Clasificación de procedimientos	Número de ítem										Total	%
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
Desarrollo correcto	11	16	9	9	14	14	4	7	2	6	92	22,4%
Sin desarrollo y/o desarrollo incomprensible	1	0	0	4	3	4	11	10	14	3	50	12,2%
Ítems que presentaron al menos un error	29	25	32	28	24	23	26	24	25	32	<b>268</b>	65,4%
<b>Porcentaje de aciertos</b>	26,8	39,0	22,0	22,0	34,1	34,1	9,8	17,1	4,9	14,6	22,4	

*Fuente: Esta investigación*

De la Tabla 1 se puede concluir que de los 410 ejercicios que se analizaron, en 268 se cometió al menos un error, es decir, un 65.4 %, lo que permitió contar con un amplio margen para desarrollar la categorización de los mismos, Diagrama 1.

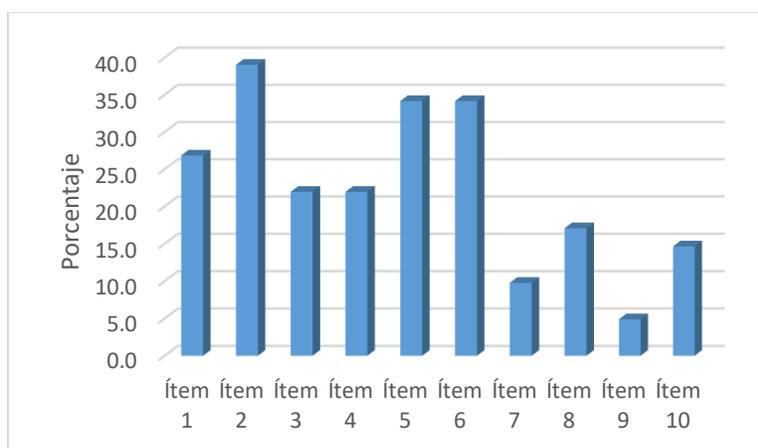
Diagrama 1. Clasificación de ejercicios según su solución



Fuente: Esta investigación

Además, considerando la cantidad de aciertos en cada ítem se estableció cuál de ellos presentó un mayor nivel de dificultad para los estudiantes, como se observa en el Diagrama 2, el ítem 9 muestra mayor dificultad; solución de una ecuación lineal donde se ve inmerso el tratamiento de fracciones algebraicas y su reducción. El ítem 2 presenta un menor nivel de dificultad; la evaluación numérica de un polinomio que involucra sustitución de valores numéricos y operaciones aritméticas simples con números enteros.

Diagrama 2. Porcentaje de aciertos por ítem



Fuente: Esta investigación

La estructura del análisis por cada prueba utilizando la *ficha de análisis de errores* permite además, identificar más de un error por ítem –Si se diera el caso- y, por lo tanto, relacionar los contextos aritméticos y algebraicos de manera transversal. Es pertinente mencionar que luego de analizar los 268 ejercicios que contenían al menos un error, se encontraron 385 errores. En el Cuadro 1 se presentan dos ejercicios y su proceso de análisis, en cada caso se determina tres y dos errores matemáticos respectivamente.

Cuadro 1. *Ejemplo del procedimiento de análisis, primer nivel.*

Ítem 6 prueba escrita	Ejercicio (34, 6)
Expandir las siguientes expresiones $(m^3 + 5x^3b^5)^2$	$(i) = (b^5 + m^3 + 5x^3)^2$ $(ii) = 2(b^5)^2 + 2(m^3)^2 + 2(5x^3)^2$ $= 2b^{10} + 2m^6 + 10x^6$
<p><b>Proceso de análisis:</b> (i) El estudiante desconoce la estructura de una expresión algebraica (binomio) y las propiedades que la constituyen puesto que descompone el factor literal del segundo término del binomio y ahora asume que son tres términos. (ii) Dada la situación producto del error anterior, y partiendo de ella, se observa que añade datos numéricos extraños y distribuye erróneamente el exponente del binomio.</p>	
Ítem 2 prueba escrita	Ejercicio (20, 2)
Teniendo en cuenta los valores $x = 7$ , $y = -2$ , $a = 1$ , $b = 0$ , $z = -1$ determinar el valor numérico de la expresión. $-ax^2 + 5y^3 - xyz^4 - 5bx$	$-ax^2 + 5y^3 - xyz^4 - 5bx$ $-1(7)^2 + 5(-2)^3 - (7)(-2)(-1)^4 - 5(0)(7)$ $-1(49) + 5(-8) - 7(-2)(-1) - 0$ $-48 + (-40) - 7(2)$ $-48 - 40 - 14$ $-6$

En este ejercicio se pueden observar dos errores; en la marca roja izquierda el estudiante no considera la funcionalidad del parentesis y simplemente lo no determina olvidando la multiplicación que este indica. En la marca azul derecha se nota como el estudiante no efectúa la potencia con base negativa.

Si nos remitimos a la ficha de análisis, para el ejercicio (34, 6) deberíamos marcar las filas: Añade valores extraños, Interpretación de la expresión formal de polinomios y generalización incorrecta. Para el ejercicio (20, 2) se deben marcar las filas: Aplicación y uso de signos de agrupación, exponente con base negativa.

### 3.2. Segundo nivel de análisis: Categorización de errores

#### 3.2.1. Categorías de error emergentes: Aspecto aritmético

El contexto aritmético abarca el 32.5% de la totalidad de errores detectados, se puede establecer que este aspecto reúne once conceptos y/o procedimientos susceptibles de error divididos en las unidades de análisis; Potencias, raíces y operatoria aritmética básica, estas unidades de análisis brindan la posibilidad de establecer las siguientes categorías de error, Tabla 2.

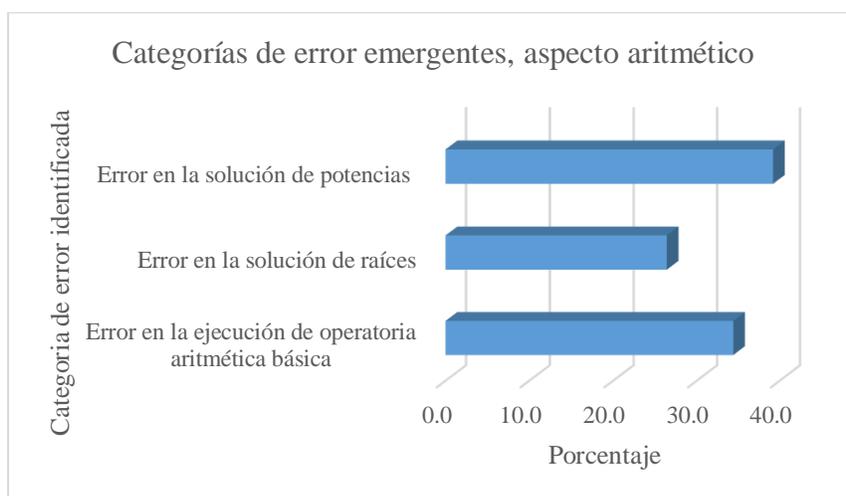
Tabla 2. *Categorías de error emergentes aspecto aritmético*

<b>Categoría de error</b>	<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje</b>
Error en la solución de potencias	49	39.2 %
Error en la solución de raíces	33	26.4 %
Error en la ejecución de operatoria aritmética básica	43	34.4 %
<b>Total</b>	125	100 %

*Fuente: Esta investigación.*

El análisis de los datos permitió evidenciar que la categoría de error que se presenta con mayor frecuencia entre los estudiantes ingresantes a la Universidad de Nariño corresponde a *errores en la solución de potencias*, en el Diagrama 3 se puede observar la relación de las tres categorías mencionadas,

Diagrama 3. *Relación de categorías de error emergentes, aspecto aritmético*



*Fuente: Esta investigación.*

A continuación se exponen en detalle las categorías emergentes mencionadas, se muestran evidencias a modo de ejemplos ilustrativos y se analizan a la luz de los referentes teóricos expuestos en la subsección 1.5.

### **Error en la solución de potencias.**

En esta categoría se encuentran errores en conceptos y/o procedimientos relacionados con la solución de potencias y la aplicación de sus propiedades como se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Errores en la solución de potencias

Concepto, procedimiento y/o situaciones donde se presentó el error	Frecuencia	Porcentaje
Errores en la solución de potencia simple	5	10 %
Errores al aplicar distribución de exponentes	5	10 %
Errores en la solución de potencia de potencia	4	8 %
Errores en potencias con exponente cero	5	10 %
Errores en potencias con exponente negativo	23	47 %
Errores en potencias con base negativa	7	15 %
<b>Total</b>	<b>49</b>	<b>100 %</b>

Fuente: Esta investigación

En este tipo de error el procedimiento que tiene la mayor cantidad de errores es la solución de potencias con exponente negativo, las siguientes ilustraciones presentan evidencias al respecto de algunas entradas de la Tabla 3.

Ilustración 1. Error en la solución de potencias, ejercicio (21, 1)

$$\begin{aligned}
 & 1) \left(-\frac{1}{5}\right)^0 + \sqrt[3]{27} + \frac{10}{4^{1/2}}(-1)^5 - (-1)^2 + (-3)(3^{-1}) \\
 & 1 + 3 + \frac{10}{\sqrt{4}}(-1) - 1 + (-3)(-3) \\
 & 1 + 3 + \frac{10}{-2} - 10 \\
 & 1 + 3 + (-5) - 10 \\
 & = -11
 \end{aligned}$$

Ilustración 2. Error en la solución de potencias, ejercicio (24,5)

$$\begin{aligned}
 & 2^3 - 3(2)^2(3m) + 3(2)(3m) - (3m)^3 \\
 & 8 - 36m + 18m - 9m^3
 \end{aligned}$$

Las ilustraciones 1 y 2, permiten inferir categorización permite inferir que los errores se producen por falta de adquisición y consolidación del procedimiento al solucionar potencias y

aplicar sus propiedades, además, es notable que no se tiene en cuenta el comportamiento de las mismas al ser utilizadas con números negativos y racionales. Saucedo (2007) incluye este tipo de errores dentro de su categoría *empleo incorrecto de propiedades y definiciones*. Así mismo, Radatz (1980) explica esta categoría como producto de *errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos*.

### Error en la solución de raíces.

En esta categoría emergente se encuentran errores en conceptos y/o procedimientos relacionados con la solución de raíces y la aplicación de sus propiedades, llama la atención los errores presentados en el tratamiento de exponentes racionales y la dificultad que presentó para los estudiantes pasar a su expresión radical, en la Tabla 4 se encuentran los errores que pertenecen a esta categoría.

Tabla 4. Errores en la solución de raíces

Concepto, procedimiento y/o situaciones donde se presentó el error	Frecuencia	Porcentaje
Error al expresar el exponente racional como raíz - Exponente racional.	17	52 %
Error en la solución de raíz exacta o reducir raíz inexacta	16	48 %
<b>Total</b>	33	100 %

Fuente: Esta investigación

Evidencias de los errores de esta categoría se presentan en la Ilustración 3 e Ilustración 4.

Ilustración 3. Error en la solución de raíces, ejercicio (25, 4)

$$4) \left( \frac{-8c^3d^6}{c^{-9}d^{12}} \right)^{2/3} = \frac{(-8)^{2/3} (c^3)^{2/3} (d^6)^{2/3}}{(c^{-9})^{2/3} (d^{12})^{2/3}} = \frac{-16}{3} c^2 d^4 c^{-6} d^8$$



Tabla 5. Errores en la ejecución de operatoria aritmética básica

Concepto, procedimiento y/o situaciones donde se presentó el error	Frecuencia	Porcentaje
Errores en la jerarquía de operaciones.	16	33 %
Errores en la suma, resta, multiplicación, división de enteros.	16	33 %
Errores en la aplicación, interpretación y uso de signos de agrupación.	11	22 %
<b>Total</b>	<b>43</b>	<b>100 %</b>

Fuente: Esta investigación

Evidencias de errores cometidos en esta categoría se describen a continuación.

Ilustración 5. Error en la ejecución de operatoria aritmética básica, ejercicio (8, 3)

$$\begin{aligned}
 & \textcircled{3} \quad x^3 + 13 \cdot [2x^4 - 2x^2 - 5x - 3x^2 - 15x] \\
 & \quad x^3 + 13 \cdot [2x^4 - 5x^2 - 20x] \\
 & \quad 2x^7 - 5x^5 - 20x^4 + 26x^4 - 65x^2 - 260x \\
 & \quad 2x^7 - 5x^5 - 6x^4 - 65x^2 - 260x
 \end{aligned}$$

Ilustración 6. Error en la ejecución de operatoria aritmética básica, ejercicio (25, 2)

$$\begin{aligned}
 & 2) \quad x=7 \quad y=-2 \quad a=1 \quad b=0 \quad z=-1 \\
 & \quad -ax^2 + 5y^3 - xyz^4 - 5bx = \\
 & \quad - (1)(7)^2 + 5(-2)^3 - (7)(-2)(-1)^4 - 5(0)(7) = \\
 & \quad -1(49) + 5(-8) - 7(-2) - 5 = \\
 & \quad -49 - 40 + 14 - 5 = \\
 & \quad -94 + 14 = -80
 \end{aligned}$$

Ilustración 7. Error en la ejecución de operatoria aritmética básica, ejercicio (6, 2)

$$\begin{aligned}
 & \textcircled{2} \quad -ax^2 + 5y^3 - xyz^4 - 5bx = \\
 & \quad -1(7)^2 + 5(-2)^3 - (7)(-2)(-1)^4 - 5(0)(7) \\
 & \quad -1 \cdot 49 + 5 \cdot -8 + 14 \cdot 1 - 5(0)(7) \\
 & \quad -49 + 5 \cdot 6 \cdot 1 - 0 \\
 & \quad -49 + 30 - 0 = \boxed{-19}
 \end{aligned}$$

Respecto a los errores expuestos en esta categoría, es posible afirmar que los errores de operatoria aritmética básica, como el expuesto en la ilustración 6, por su naturaleza de cálculo simple, para Saucedo (2007), corresponden a *errores técnicos*. Los errores de jerarquía de operaciones y uso de signos de agrupación, expuestos en las ilustraciones 5 y 7, son de mayor complejidad, su raíz está ligada a la misma estructura del lenguaje matemático necesario para interpretar su funcionamiento, en este sentido, Saucedo (2007) brinda una categoría de error que explica esta situación, a saber, *interpretación incorrecta del lenguaje*.

### **3.2.2. Categorías emergentes: Aspecto algebraico.**

El aspecto algebraico representa el 61.8 % de la totalidad de errores detectados (385 errores), el estudio detallado de los conceptos y/o procedimientos susceptibles de error propuestos en la ficha de análisis del Anexo 4, permitió presentar dos unidades de análisis: a) Interpretación y presentación de expresiones algebraicas; aquí encontramos errores que tienen que ver directamente con la identificación de las propiedades estructurales de una expresión algebraica y errores donde el estudiante pierde el rumbo de la solución del ejercicio por el desconocimiento del lenguaje algebraico. b) Operaciones y procedimientos sobre expresiones algebraicas; en esta unidad de análisis se encuentran errores producto de la incorrecta aplicación de procedimientos -de diversa índole- que se le pide al estudiante desarrollar, aunque el estudiante tenga una noción del procedimiento a seguir en un ejercicio matemático, comete errores en los procesos necesarios para llegar a una solución satisfactoria. Es importante aclarar que en el aspecto algebraico no se considera como error a un procedimiento inconcluso, ya sería una equivocación parte del investigador suponer que la no conclusión de un ejercicio, que hasta ese momento se desarrolla

satisfactoriamente, es significado de error matemático puesto que no se tendría evidencia al respecto, se ahondará en este tipo de situaciones en la sección 3.3.

Cada una de estas unidades de análisis recogen, respectivamente, tres y cuatro categorías de error emergentes, en la Figura 2 se resume esta información.

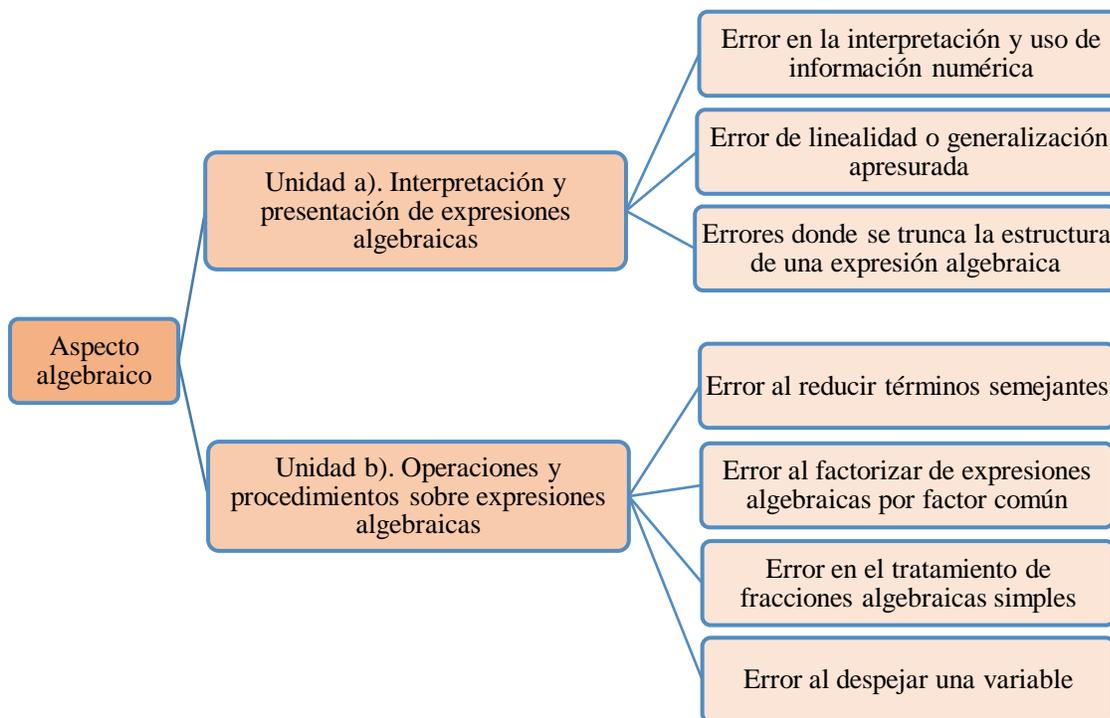


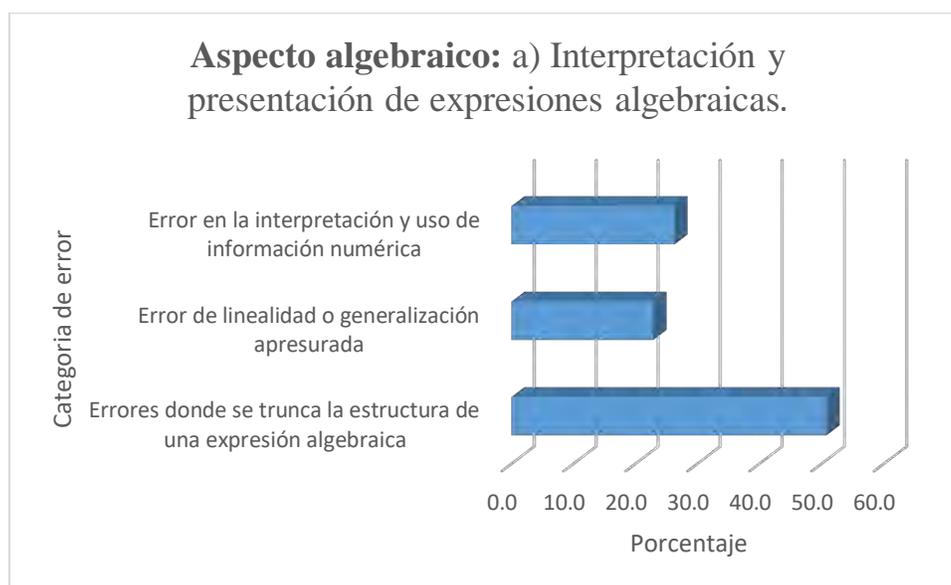
Figura 2. *Categorías de error emergentes aspecto algebraico*

La Tabla 6 provee información detallada de la primera unidad de análisis, en ella se observa que los estudiantes ingresantes a la Universidad presentan altas deficiencias en reconocer las propiedades de composición de una expresión algebraica, es decir, deformar la naturaleza del lenguaje algebraico. En el Diagrama 4 se muestra la relación entre las tres categorías de error emergentes de esta unidad de análisis.

Tabla 6. *Categorías de error emergentes, aspecto algebraico (a)*

<b>Categoría de error: a) Interpretación y presentación de expresiones algebraicas</b>	<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje</b>
Error en la interpretación y uso de información numérica	31	26.3 %
Error de linealidad o generalización apresurada	27	22.9 %
Errores donde se trunca la estructura de una expresión algebraica	60	50.8 %
<b>Total</b>	<b>118</b>	<b>100 %</b>

*Fuente: Esta investigación*

Diagrama 4. *Relación de categorías de error presentadas en el contexto algebraico (a)*

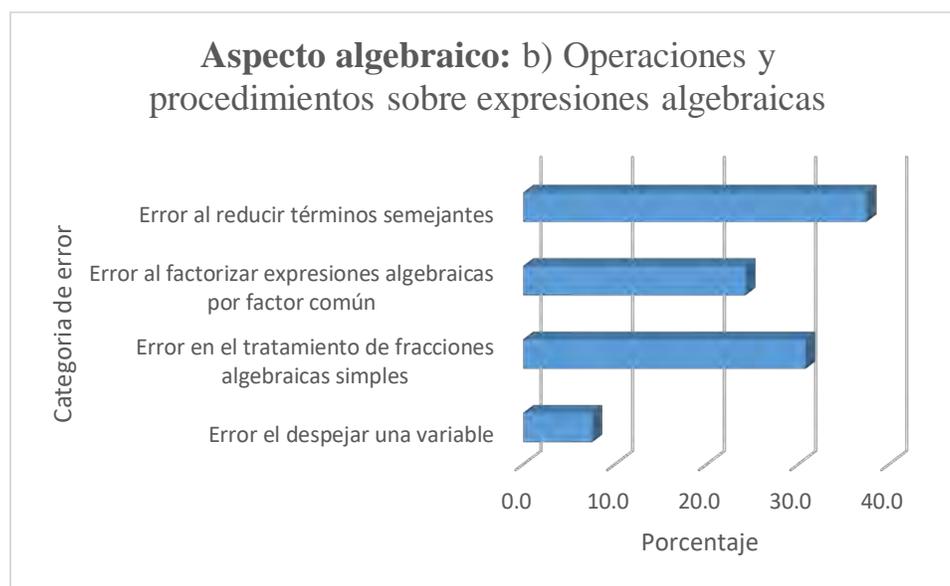
*Fuente: Esta investigación*

La Tabla 7 provee información de la segunda unidad de análisis, se puede determinar que uno de los procedimientos sobre expresiones algebraicas que mayor cantidad de errores presentó fue la reducción de términos semejantes. Es interesante como uno de los procedimientos relativamente sencillos provoca tantas equivocaciones en los estudiantes. En el Diagrama 5 se muestra la relación entre las cuatro categorías de error emergentes de esta unidad de análisis.

Tabla 7. *Categorías de error emergentes aspecto algebraico (b)*

<b>Categoría de error: b) Operaciones y procedimientos sobre expresiones algebraicas</b>	<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje</b>
Error al reducir términos semejantes	45	37.5 %
Error al factorizar expresiones algebraicas por factor común	29	24.2 %
Error en el tratamiento de fracciones algebraicas simples	37	30.8 %
Error el despejar una variable	9	7.5 %
<b>Total</b>	<b>120</b>	<b>100 %</b>

*Fuente: Esta investigación*

Diagrama 5. *Relación de categorías de error presentadas en el contexto algebraico (b)*

*Fuente: Esta investigación*

A continuación definimos y detallamos las categorías emergentes mencionadas, se exponen ejemplos ilustrativos y se analizan a la luz de los referentes teóricos.

### **Error en la interpretación y uso de información numérica.**

Esta categoría de error surge del análisis de aquellos procedimientos en ejercicios donde el uso de información numérica provista en el enunciado es clave en su solución, abarca errores donde el

estudiante no toma dicha información, cambia valores, añade valores extraños y cambia valores de un paso procedimental al siguiente. Aunque el procedimiento de tomar y utilizar valores numéricos puede aparentar ser sencillo, requiere conocimientos por parte del estudiante de la estructura de una expresión algebraica ya que su interpretación al utilizar valores numéricos dependerá de ello. En las ilustraciones 8 a 10 presentamos evidencias al respecto.

Ilustración 8. *Error en la interpretación y uso de información numérica, ejercicio (4, 10)*

$$10 = 2x^2 - 6x = 3$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4(2)(3)}}{2(2)}$$

En la anterior ilustración, el estudiante intenta solucionar una ecuación de segundo grado utilizando la fórmula cuadrática  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ , sin embargo no es consciente del valor  $c = -3$ , situación producto de tomar erróneamente información y desconocimiento de la manipulación de términos algebraicos, además, en la parte izquierda se observa que añade valores extraños a su solución. Saucedo (2007) brinda dos categorías que fundamentan estos errores, a saber, *datos mal utilizados* y, en algunas situaciones, *errores técnicos*. Otro ejemplo donde el estudiante añade valores extraños desconociendo la estructura algebraica de la fórmula cuadrática se presenta en la Ilustración 9, aunque en principio interpreta bien la información suministrada por el ítem, después pierde el hilo de la solución al añadir valores extraños.

Ilustración 9. *Error en la interpretación y uso de información numérica, ejercicio (29, 10)*

$$10) 2x^2 - 6x = 3$$

$$2x^2 - 6x - 3 = 0$$

$$a \quad b \quad c$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(2)^2(-3)}}{2(2)^2}$$

### **Error de linealidad o generalización apresurada.**

Este tipo de errores se presentan cuando el estudiante desarrolla un ejercicio aludiendo a analogías o generalizaciones incorrectas, es decir, la aplicación de una estrategia o propiedad que no se cumple en el campo que la utiliza, aunque en otras situaciones si lo haga. “Uno de los tipos de errores más frecuentemente observado es el denominado error de linealización” (Cervantes y Martínez, 2013, p. 37) algunas situaciones que estos autores proponen para comprender este tipo de errores se presentan a continuación, ilustración 10.

Ilustración 10. *Ejemplos situaciones error de linealización típicas*

$$F(x + y) = F(x) + F(y)$$

$$(x + y)^n = x^n + y^n$$

$$\sqrt{a + b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$1/(x + y) = (1/x) + (1/y)$$

$$\ln(x + y) = \ln x + \ln y$$

$$\cos(x + y) = \cos x + \cos y$$

Fuente: (Cervantes y Martínez, 2017)

Según la categorización de Saucedo (2007), este error puede ser explicado como *empleo incorrecto de propiedades y definiciones y errores lógicos*. De igual manera, Para Socas (1997) esta categoría puede ser explicada bajo *errores que tienen su origen en ausencia de sentido*. Ejemplos de este tipo de situaciones se exponen en la Ilustración 11 y 12.

Ilustración 11. *Error de linealidad o generalización apresurada, ejercicio (2, 4)*

$$\cdot \left( \frac{-8c^3 d^9}{c^{-9} d^{12}} \right)^{2/3} = \frac{(8c^3 d^9)^2}{(c^{-9} d^{12})^3}$$

Ilustración 12. *Error de linealidad o generalización apresurada, ejercicio (5, 6)*

$$\begin{aligned} & (m^3 + 5x^3b^5)^2 \\ & (m^3)^2 + (5x^3b^5)^2 \\ & = m^6 + 25x^6b^{10} \end{aligned}$$

### **Errores donde se trunca la estructura de una expresión algebraica.**

En esta categoría emergente se han agrupado errores donde la estructura de la expresión algebraica no es reconocida, el estudiante deforma o trunca la expresión para facilitar su procedimiento, o bien, producto de ello, pierde el objetivo del ejercicio. También encontramos aquí situaciones donde el estudiante es incapaz de reconocer la solicitud que se le hace, y en su afán de solucionar el ejercicio, desarrolla procedimientos sin una aparente finalidad. En esta categoría se agrupan cuatro procedimientos y/o conceptos susceptibles de error que se muestran en la Tabla 8.

Tabla 8. Errores donde se trunca la estructura de una expresión algebraica

Concepto, procedimiento y/o situaciones donde se presentó el error	Frecuencia	Porcentaje
Error al reconocer la estructura de una expresión algebraica (Formula) y/o pierde el objetivo del ejercicio.	37	62 %
Error al interpretar la expresión formal de polinomios	7	12 %
Errores en la aplicación u omisión de signos de agrupación.	12	19 %
Errores en el tratamiento de raíces algebraicas.	4	7 %
<b>Total</b>	<b>60</b>	<b>100 %</b>

Fuente: Esta investigación

Esta categoría de error se basa en una inapropiada adquisición de las propiedades de construcción y tratamiento de expresiones algebraicas. Socas (1997), citado en Morales (2017) alude a este tipo de errores al establecer *errores cuyo origen se basa en ausencia de sentido*, ya que se relacionan directamente con el simbolismo algebraico. En las ilustraciones 13 a 16 se presentan evidencias de esta categoría.

Ilustración 13. Errores donde se trunca la estructura de una expresión algebraica, ejercicio (9, 7)

$$\text{Factorizar: } \frac{\sqrt{3}}{4}x^3m^7 + \frac{\sqrt{3}}{48}xm^2y^5 - \frac{\sqrt{27}}{100}m^7x^2y^3 =$$

$$\begin{aligned} & \frac{(3)^2}{4}x^3m^7 + \frac{(3)^2}{48}xm^2y^5 - \frac{3\sqrt{3}}{100}m^7x^2y^3 \\ & \frac{9}{4}x^3m^7 + \frac{9}{48}xm^2y^5 - \frac{3\sqrt{3}}{100}m^7x^2y^3 \\ & \frac{39}{16}x^3m^8y^5 - \frac{3\sqrt{3}}{100}m^7x^2y^3 \\ & \frac{195 - 24\sqrt{3}}{80}x^5m^{15}y^8 \\ & \frac{771\sqrt{3}}{80}x^5m^{15}y^8 \end{aligned}$$

Ilustración 14. *Error donde se trunca la estructura de una expresión algebraica, ejercicio (12, 5)*

Expandir la siguiente expresión:  $(2 - 3m)^3$

$$\begin{aligned} 5) (2-3m)^3 &= (2)^3 + 3(2) \cdot (3m)^3 - 3m \\ &= 8 + 6 - 27m - 3m = 14 + 30m = 44m \end{aligned}$$

En la ilustración 13 y 14 se puede evidenciar el desconocimiento del objetivo del ejercicio propuesto, factorizar y expandir, respectivamente. El estudiante desarrolla procedimientos totalmente en contravía de la estructura de la expresión algebraica y de las propiedades sobre ella; no contempla la definición de término algebraico, desconoce los requerimientos para efectuar una reducción de términos semejantes y presenta errores en el uso del simbolismo algebraico. En ambos casos se pierde por completo el objetivo solicitado en la consigna.

Ilustración 15. *Errores donde se trunca la estructura de una expresión algebraico ejercicio (20,10)*

Solucionar la siguiente ecuación cuadrática:  $2x^2 - 6x = 3$

$$\begin{aligned} 2x^2 - 6x &= 3 \\ 2x^2 - 6x - 3 &= 0 \\ \frac{-(-6) \pm \sqrt{4 \cdot 2x^2 - 3}}{2 \cdot 2x^2} \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{24x^2 - 3}}{4x^2} = \frac{\sqrt{24x^2}}{\sqrt{24x^2}} \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{24x^2}}{4x^2} \end{aligned}$$

En la ilustración 15 se puede evidenciar cómo el estudiante no puede implementar una definición que está dada en forma de expresión algebraica, como es el caso de la fórmula cuadrática

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ , en este caso no se trata de un error por extraer información del enunciado, más bien es un error basado en el simbolismo algebraico y en la falta de sentido algebraico sobre la fórmula en cuestión

Ilustración 16. Errores donde se trunca la estructura de una expresión algebraica, ejercicio (37, 3)

Para los polinomios;  $Q(x) = 2x^4 - 2x^2 - 5x$ ;  $P(x) = x^3 + 13$ ;  $R(x) = 3x^2 - 15x$

Determinar:  $P(x) \cdot [(Q(x) - R(x))]$

Handwritten work showing the student's attempt to solve the problem:

$P(x) = x^3 + 13$      $(Q(x) = 2x^4 - 2x^2 - 5x - R(x) = 3x^2 - 15x)$

(i)  $2x^4 - 2x^2 - 5x - (3x^2 - 15x)$

$2x^4 - 2x^2 - 5x - 3x^2 - 15x$

$2x^4 - 5x^2 - 20x$

$P(x) = x^3 + 13 \cdot (2x^4 - 5x^2 - 20x)$

$P(x) = 2x^4 + x^3 - 5x^2 - 20x + 13$

En la Ilustración 16 se observa cómo el estudiante tiene dificultades para traducir la expresión  $P(x) \cdot [(Q(x) - R(x))]$ , se evidencia además que omite por completo el uso de signos de agrupación (i), lo que al final provoca un mal procedimiento al no dejar que se percatara de una multiplicación de polinomios que al final no efectuó.

Teniendo en cuenta la categorización desarrollada por Saucedo (2007), la categoría de error emergente que acabamos de describir está enmarcada en la definición de *errores lógicos e interpretación incorrecta del lenguaje*.

### **Error al reducir términos semejantes.**

En esta categoría se hace referencia a errores que se producen directamente en la reducción de términos semejantes, además, se ha añadido los procedimientos donde se aplica la ley distributiva con la intención de facilitar una posterior reducción de términos semejantes, Tabla 9.

Tabla 9. Error al reducir términos semejantes

Concepto, procedimiento y/o situaciones donde se presentó el error	Frecuencia	Porcentaje
Error en reducción de términos semejantes	27	60 %
Error en la aplicación de ley distributiva	18	40 %
<b>Total</b>	45	100 %

Fuente: Esta investigación

Es decir, abarcamos procedimientos de multiplicación y suma de términos y expresiones algebraicas. Según la categorización propuesta por Saucedo (2007), esta categoría de error se enmarca en *errores al operar algebraicamente*. Cabe mencionar que el procedimiento de reducción de términos semejantes es un claro ejemplo de la dualidad Aritmética-Álgebra.

Palarea (1998), explica este tipo de errores como *errores del álgebra que están en la aritmética*. Evidencias de esta categoría de error se presentan en las ilustraciones 17 y 18.

Ilustración 17. Error al reducir términos semejantes, ejercicio (29, 3)

$$\begin{aligned}
 & 3) P(x) \cdot [Q(x) - R(x)] \\
 & (x^3 + 13) [(2x^2 - 2x^2 - 5x) - (3x^2 - 15x)] \\
 & (x^3 + 13) [5x^2 - 13 - 10x]
 \end{aligned}$$

Ilustración 18. Error al reducir términos semejantes, ejercicio (1, 9)

$$\begin{aligned}
 & a) \frac{4}{r+1} - 5 = 4 - \frac{3}{r+1} \\
 & (i) \frac{4 - 5r + 1}{r+1} = \frac{4r + 1 - 3}{r+1} \\
 & \frac{-2r + 1}{r+1} = \frac{2r + 1}{r+1}
 \end{aligned}$$

La ilustración 18 muestra dos situaciones, la primera, cuando se aplica incorrectamente la ley distributiva, y la segunda, cuando asumimos a (i) como un nuevo ejercicio hipotético, donde se puede verificar una reducción incorrecta de términos semejantes.

### **Error al factorizar expresiones algebraicas por factor común.**

En esta categoría se han incluido procedimientos donde el estudiante deja ver su intención de factorizar una expresión algebraica, es decir, ha entendido su objetivo pero, durante el proceso de la solución deja esta factorización incompleta tanto al factorizar variables como coeficientes, descuida el tratamiento sobre términos algebraicos necesario para descomponerlos en sus partes constituyentes. A continuación presentamos evidencias de esta categoría de error, Ilustración 19 y 20.

Ilustración 19. *Error al factorizar expresiones algebraicas por factor común, ejercicio (29, 7)*

$$7) \frac{\sqrt{3}}{4} x^3 m^7 + \frac{\sqrt{3}}{48} x m^2 y^5 - \frac{\sqrt{27}}{100} m^7 x^2 y^3 =$$

$$4x(\sqrt{3} x^2 m^7 + \sqrt{3} m^2 y^5 - \sqrt{27} m^7 x y^3)$$

Ilustración 20. *Error al factorizar expresiones algebraicas por factor común, ejercicio (33, 7)*

$$7) \frac{\sqrt{3}}{4} x^3 m^7 + \frac{\sqrt{3}}{48} x m^2 y^5 - \frac{\sqrt{27}}{100} m^7 x^2 y^3 =$$

$$\frac{1}{2} x m^2 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} x^2 m^5 + \frac{\sqrt{3}}{24} y^5 - \frac{\sqrt{27}}{50} m^5 x y^3 \right)$$

Para Saucedo (2007), los procedimientos incompletos al factorizar por factor común se pueden explicar bajo las categorías *empleo incorrecto de propiedades y definiciones* y *no verificación de resultados parciales o totales*.

### **Error en el tratamiento de fracciones algebraicas simples.**

Esta categoría incluyen errores que se presentaron en la manipulación de fracciones algebraicas, errores al operar fracciones y errores en procedimientos donde se busca reducir una fracción. Los ejercicios presentados en esta investigación en relación a fracciones algebraicas no incluían procedimientos complejos, su numerador y denominador constaban de expresiones algebraicas lineales, por lo tanto, la observación sobre el desarrollo de estos ejercicios permitió ver la esencia de la manipulación sobre fracciones algebraicas simples sin desviaciones a errores relacionados como; factorización, racionalización, entre otros. En la Tabla 10 se muestran las subcategorías que permitieron formar esta categoría emergente.

Tabla 10. *Errores en el tratamiento de fracciones algebraicas simples*

<b>Concepto, procedimiento y/o situaciones donde se presentó el error</b>	<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje</b>
Error al cancelar términos (denominador) en fracciones algebraicas.	10	27 %
Error en suma y resta fracciones algebraicas.	19	51 %
Error al reducir potencias de igual base.	8	22 %
<b>Total</b>	<b>37</b>	<b>100 %</b>

*Fuente: Esta investigación*

Ejemplos de los procedimientos que permitieron establecer esta categoría se muestran en las ilustraciones 21 a 25.

Ilustración 21. Error en el tratamiento de fracciones algebraicas simples, ejercicio (13, 8)

$$8. \frac{\frac{\sqrt{c}}{1} \cdot \frac{1}{d}}{\frac{d}{1} \cdot \frac{1}{\sqrt{c}}} = \frac{\frac{\sqrt{c}d+1}{d}}{\frac{d\sqrt{c}+1}{\sqrt{c}}} = \frac{\sqrt{c}^2 d + \sqrt{c}}{d^2 \sqrt{c} + d} = \frac{\sqrt{c}^2}{d^2}$$

Ilustración 22. Error en el tratamiento de fracciones algebraicas simples, ejercicio (28, 8)

$$\frac{\sqrt{c} + \frac{1}{d}}{d + \frac{1}{\sqrt{c}}} = \frac{\sqrt{c} \cdot d + 1}{\sqrt{c} \cdot d + 1} = \frac{\sqrt{c} \cdot d + 1}{\sqrt{c}}$$

Ilustración 23. Error en el tratamiento de fracciones algebraicas simples, ejercicio (26, 8)

$$= \frac{-8c^3 d^6}{c^9 d^{12}} = -8c^6 d^6$$

Ilustración 24. Error en el tratamiento de fracciones algebraicas simples, ejercicio (9, 9)

$$9. \frac{4}{r+1} - \frac{5}{1} = 4 - \frac{3}{r+1}$$

$$\frac{4}{r} - \frac{5}{1} = \frac{4}{1} - \frac{3}{r}$$

$$\frac{4-5r}{r} = \frac{4r-3}{r}$$

$$4-5 = 4-3$$

$$1=1$$

Ilustración 25. Error en el tratamiento de fracciones algebraicas simples, ejercicio (17, 9)

$$\frac{4}{x+1} - 5 = 4 - \frac{3}{x+1} \Rightarrow \frac{4-5}{x+1} = \frac{4-3}{x+1}$$

El tratamiento que exige la manipulación de fracciones algebraicas es otro caso donde la dualidad Aritmética-Álgebra es evidente, muchos de los procesos surgen de conceptos trabajados con anterioridad en aritmética, Palarea (1998), enmarca este tipo de errores en su categoría *errores del Álgebra que están en la Aritmética*. Por otro lado, estos errores también pueden ser considerados como *errores técnicos* o *errores producto de empleo incorrecto de propiedades y definiciones* según la categorización de Saucedo (2007).

### **Error al despejar una variable.**

Los errores de esta categoría se presentan cuando el estudiante no puede desarrollar los pasos finales para encontrar una variable, es decir, se consideraron errores que se presentaron a falta de uno o dos pasos para terminar el ejercicio, para algunos estudiantes esta parte final del procedimiento es difícil de interpretar, talvez, su misma simplicidad hace que el estudiante apresure sus pasos finales y lo llevan a cometer errores. Moreno y De Castellano (1997) citado en (Sánchez Acevedo, 2014) deja ver la variedad de errores que se presentan en este contexto. En las ilustraciones 26 y 27 se muestran evidencias de esta categoría de error.

Ilustración 26. Error al despejar una variable, ejercicio (22, 9)

$$\begin{aligned} \frac{4}{r+1} - 5 &= 4 - \frac{3}{r+1} \\ &= \frac{4+3}{r+1} = 4+5 \\ \frac{7}{r+1} &= 9 \\ 7 &= 9(r+1) \\ 7 &= 9r+9 \\ r &= \frac{9}{2} \end{aligned}$$

Ilustración 27. Error al despejar una variable, ejercicio (36, 9)

$$\begin{aligned} \frac{4}{r+1} - 5 &= 4 - \frac{3}{r+1} \\ \frac{4}{r+1} + \frac{3}{r+1} &= 4+5 \\ \frac{7}{r+1} &= 9 \\ r+1 &= 9 \times 7 \\ r+1 &= 63 \\ r &= 63-1 \\ r &= 62 \end{aligned}$$

Para Radatz (1980), este tipo de errores se pueden explicar bajo su categoría *errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento*, así mismo, teniendo en cuenta la categorización de Saucedo (2007) y por la simplicidad de los algoritmos causantes del error en cuestión, este tipo de errores se consideran *errores técnicos*.

### 3.2.3. Situaciones potenciales de error relativas al contexto

En esta categoría se expondrán situaciones en procedimientos que no se consideran como errores directos, pero que en determinados contextos es posible que conlleven a confusiones en la

solución de un ejercicio, estamos hablando de: *Procedimientos inconclusos y respuestas incompletas*, que abarcan el 5.7 % de la totalidad de errores. En el primer caso, el ejercicio lleva un desarrollo adecuado pero fue interrumpido sin razón alguna, esta situación se pudo presentar por distracciones del estudiante, o bien, porque no conocía los pasos siguientes y prefirió no desarrollar procedimientos sin una base conceptual, así mismo, se pudieron presentar por que el estudiante no sabía cuál era el objetivo o el alcance final del ejercicio.

En el segundo caso, la respuesta inconclusa se presenta cuando el ejercicio está correctamente desarrollado, pero la respuesta admite un paso extra en su simplificación. Dicho paso no es causante para considerar el ejercicio como mal resuelto pero deja la inquietud de saber si el estudiante conocía el siguiente paso a seguir para la simplificación total y decidió no hacerlo, o bien, no era consciente de la posibilidad de seguir simplificando al máximo. Un ejemplo de estas diferencias sutiles se puede encontrar en la siguiente secuencia.

$$\frac{5}{500000} = \frac{1}{100000} = 0.00001 = 1 \times 10^{-5} = \frac{1}{10^5}$$

Aunque las expresiones anteriores representan una misma cantidad, el contexto en el que se presenten y la experticia del estudiante en representar una en otra, dictará la posibilidad de un error matemático, que según Saucedo (2007), estaría enmarcado en *errores técnicos*. A continuación presentamos evidencias de estas situaciones, Ilustraciones 28 a 30.

Ilustración 28. *Situaciones potenciales de error relativas al contexto, ejercicio (3, 6)*

$$\begin{aligned} 5. (2-3m)^3 &= (2)^2 + 3(2)^2(-3m) + 3(2)(-3m)^2 - (-3m)^3 \\ &= (2)^2 + 3(2)^2(-3m) + 3(2)(-3m)^2 - (-3m)^3. \\ 6. (m^3 + 5x^3b^5)^2 &= (m^3)^2 + 2(m^3)(5x^3b^5) + (5x^3b^5)^2 \\ &= (m^3)^2 + 2(m^3)(5x^3b^5) + (5x^3b^5)^2. \end{aligned}$$

Ilustración 29. *Situaciones potenciales de error relativas al contexto, ejercicio (4, 4)*

$$\left(\frac{-8c^3d^6}{c^{-9}d^{12}}\right)^{2/3} = \left(+8c^3d^6c^9d^{-12}\right)^{2/3} = \left(-8c^{12}d^{-6}\right)^{2/3} = \left(-8c^{12}\frac{1}{d^6}\right)^{2/3}$$

Ilustración 30. *Situaciones potenciales de error relativas al contexto, ejercicio (33, 10)*

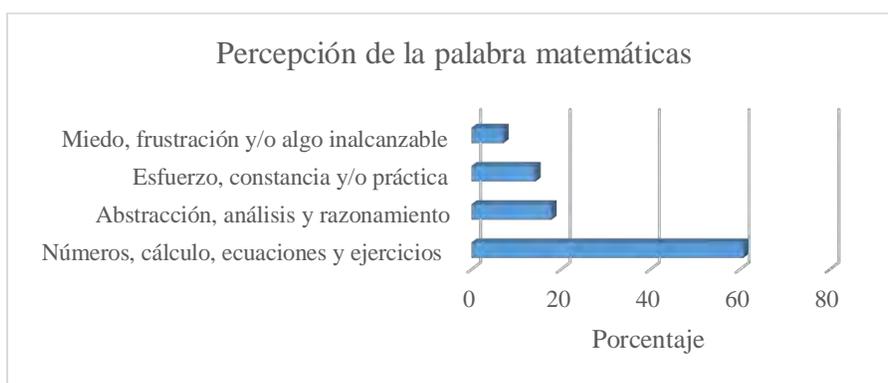
$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)} \\ x &= \frac{6 \pm \sqrt{36 + 24}}{4} \\ x &= \frac{6 \pm \sqrt{60}}{4} \quad \Rightarrow \quad x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{2} \end{aligned}$$

### 3.3. Tercer nivel de análisis: Actitudes hacia las matemáticas.

La encuesta que los estudiantes respondieron permite obtener una visión general de las condiciones con las cuales el estudiante enfrenta una asignatura de matemáticas en el primer semestre universitario. Los factores asociados que podrían influir en un alto, mediano o bajo desempeño en matemáticas dependen, entre otros aspectos; a la institución educativa de donde es graduado, características personales, formación académica y calidad de docentes de matemáticas en la educación básica y media (Cusis y Portilla, 2017). Es nuestro interés indagar sobre la actitud que los estudiantes tienen hacia las matemáticas, para esto se les cuestionó sobre aspectos como: La impresión que tienen de la palabra “matemáticas”, autoevaluación de su desempeño en el área, tiempo de dedicación y estrategias de estudio, su reflexión sobre posibles causas del bajo desempeño en matemáticas y algunas propuestas que los estudiantes tienen para mitigar el bajo desempeño en matemáticas.

Respecto a la impresión inicial que los estudiantes tienen de la palabra “matemáticas”, cuya pregunta y opciones de respuesta fueron tratadas en Dodera et al. (2014), se encontró que la mayor parte de los estudiantes (61 %) asume a las matemáticas como números, cálculo, ecuaciones, ejercicios y/o funciones, por otro lado, es notable que una mínima parte de ellos (7 %) asocian a las matemáticas con miedo, frustración y/o algo inalcanzable. En el Diagrama 6, se muestran de forma creciente las posibilidades de respuesta.

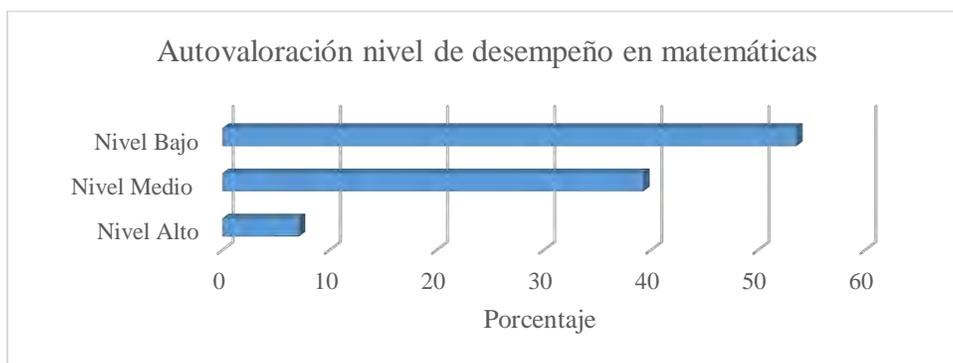
Diagrama 6. *Percepción de la palabra “matemáticas”*



*Fuente: Esta investigación*

Por otro lado, la importancia que los estudiantes brindan al área de matemáticas en su futuro desempeño profesional es alta (64 %), aunque esta información no implica un gusto o apego afectivo con las matemáticas, pero si puede servir como punto de partida para provocar una futura cercanía y apatía con el área. La autovaloración que los estudiantes hacen sobre su rendimiento deja ver que un 54% de ellos considera tener un nivel bajo en su desempeño académico en matemáticas, diagrama 7, esta situación es casual de desmotivación y desapego afectivo hacia el área, que en muchos casos trae como consecuencia la creación de barreras que impiden implementar entornos de estudio extra clase (Bazán y Aparicio, 2006)

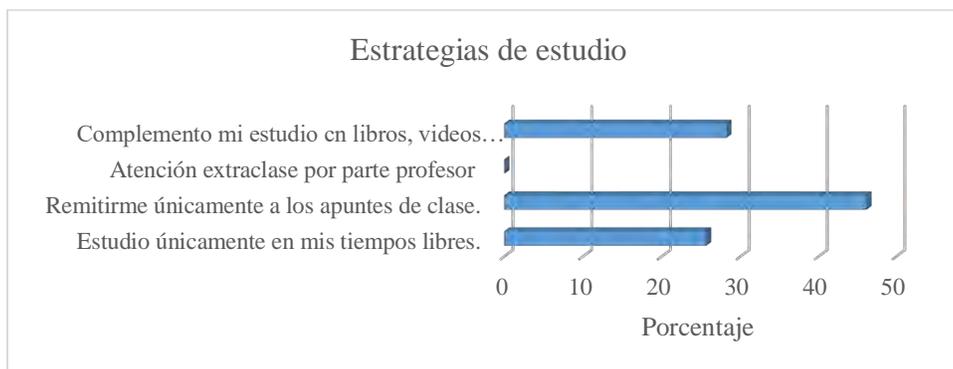
Diagrama 7. Autovaloración nivel de desempeño en matemáticas



Fuente: Esta investigación

Es decir, si un estudiante considera tener un nivel bajo en el desempeño en matemáticas, crea barreras que inconscientemente limitan sus posibilidades de generar ambientes de estudio y se conforma con abordar la asignatura de matemáticas generales con la información obtenida de las horas de clase semanal, Diagrama 8.

Diagrama 8. Estrategias de estudio



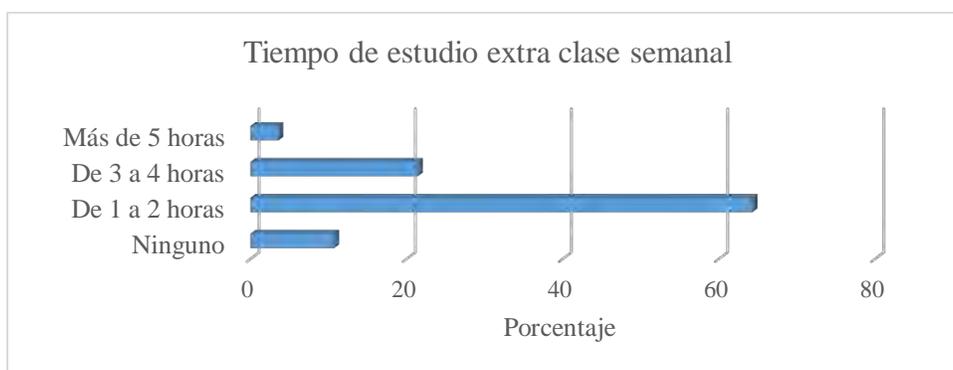
Fuente: Esta investigación

En el anterior diagrama llama la atención que los estudiantes no hacen uso de las jornadas de atención extra clase que el profesor ofrece, situación que va en contravía del objetivo de obtener buenos resultados en la asignatura. Esta información se relaciona con las diferentes percepciones

de la palabra “matemáticas”, donde los estudiantes no relacionan a las matemáticas con esfuerzo y práctica.

Otro aspecto que nos da una idea de la actitud que tienen los estudiantes hacia las matemáticas es el tiempo que estos le dedican al estudio de la misma, la mayor cantidad de estudiantes (64 %) dedican de una a dos horas de tiempo extra clase, Diagrama 9, lo cual se ve reflejado en la opinión de los estudiantes sobre aquellos factores que pueden ser causantes del bajo desempeño en matemáticas, el 93 % de ellos considera a la falta de dedicación y estudio personal como principal causa del bajo desempeño en matemáticas básicas.

Diagrama 9. *Tiempo de estudio extra clase semanal*



Fuente: *Esta investigación*

## Conclusiones

Antes de presentar las conclusiones se presenta de nuevo al lector los objetivos específicos de la investigación.

- Identificar los patrones de error que se presentan en el desarrollo de tareas y ejercicios matemáticos en estudiantes de primer semestre de la universidad.
- Categorizar los errores matemáticos presentados en producciones escritas por los estudiantes de primer semestre en la ejecución de ejercicios aritmético-algebraicos durante el desarrollo de curso Matemáticas generales de la Universidad de Nariño.
- Analizar las reflexiones que los estudiantes hacen sobre sus errores enmarcadas en su actitud hacia el área de matemáticas.

En adelante se exponen los resultados más sobresalientes y puntos llamativos que surgieron del análisis cualitativo de los datos recolectados.

### Conclusiones sobre primer objetivo específico

El análisis de las pruebas en relación a detección de errores resultó ser un trabajo complejo y en ocasiones confuso, sin embargo, la ficha de análisis elaborada en esta investigación donde se establecieron veintiocho conceptos, procedimiento y/o situaciones susceptibles de presentar error permitió organizar la información, es así como se identificaron y cuantificaron los errores frecuentes tanto en el aspecto aritmético como en el algebraico.

Un análisis de frecuencias inicial respecto de la solución de cada ítem permitió evidenciar que la mayoría de estudiantes ingresantes a la universidad tienen numerosas debilidades y errores en procedimientos matemáticos, se encontró que los aciertos –respuestas correctas- en la prueba

escrita alcanzan el 22.4 %. La prueba escrita brindo un número significativo de ejercicios que presentaban al menos un error, situación que permitió fortalecer la definición y estabilidad de las categorías de error emergentes.

### **Conclusiones sobre el segundo objetivo específico**

Se definieron un total de diez categorías emergentes de error divididas en aspecto aritmético y algebraico. En el aspecto aritmético se encuentran tres de ellas, en orden descendente de frecuencia son:

- Error en la solución de potencias
- Error en la ejecución de operatoria aritmética básica
- Error en la solución de raíces.

En el aspecto algebraico fue posible identificar dos grandes unidades de análisis que permitió presentar las categorías de error emergentes en un contexto que ayuda a su identificación, la primera unidad de análisis se denominó: *Interpretación y presentación de expresiones algebraicas*, las categorías de error encontradas en esta unidad de análisis, en su orden descendente de frecuencia fueron:

- Errores donde se trunca la estructura de una expresión algebraica.
- Errores en la interpretación y uso de información numérica.
- Errores de linealidad o generalización apresurada

Para la segunda unidad de análisis, denominada: *Operaciones y procedimientos sobre expresiones algebraicas*, las categorías de error emergentes encontradas, en su orden descendente de frecuencia fueron:

- Error al reducir términos semejantes.

- Error en el tratamiento de fracciones algebraicas simples.
- Error al factorizar expresiones algebraicas por factor común.
- Error el despejar una variable.

Con lo expuesto hasta el momento, el estudio deja de manifiesto la detección de errores matemáticos básicos para el nivel universitario, de hecho, en contenidos que se presentan en la educación media, esto además, nos dice que dichos errores se presentaron en su momento y perduraron en el desarrollo de los respectivos grados académicos de su educación, situación que muestra una marcada deficiencia en la preparación matemática necesaria para abordar sus estudios universitarios.

### **Conclusiones sobre el tercer objetivo específico**

Respecto a la actitud que los estudiantes tienen hacia las matemáticas, se pudo determinar que la mayoría de estudiantes encuestados se auto valoran con un nivel bajo en su desempeño y experticia en el desarrollo de procedimientos matemáticos, no dedican el tiempo necesario a sus estudio extra clase y no son conscientes del esfuerzo que deben implementar para superar sus deficiencias, es decir, se evidencia una actitud negligente y/o negativa hacia el área de matemáticas, aunque la mayoría coincide en expresar la utilidad del área en su futuro desarrollo profesional y muestran alguna disposición a cambiar sus hábitos de estudio.

Finalmente, se espera que este trabajo sirva a profesores, estudiantes y futuros maestros para comprender el contexto y limitaciones que se presentan en un grupo de estudiantes de primer semestre universitario que abordan la asignatura “*matemáticas generales*” y puedan utilizar los resultados como punto de partida para generar propuestas que aborden el tema y generen

alternativas de solución al respecto e innovar en los procesos de enseñanza y aprendizaje, de tal modo que la educación matemática no sea tortuosa para los estudiantes. El éxito del docente está en la capacidad de inculcar en sus estudiantes la motivación suficiente para causar discusión y reflexión frente a sus conocimientos previos y así mejorar sus resultados.

### **Posibilidades de investigación y sugerencias**

Para los docentes resulta difícil trabajar con un grupo de estudiantes donde los conceptos previos evidentemente no están adquiridos, los traumatismos no se hacen esperar y el rendimiento de los estudiantes no es el esperado para el nivel universitario, al respecto, es oportuno trabajar en investigaciones que en el contexto de la Universidad de Nariño profundicen en causas de error, hábito de estudios implementados por estudiantes de primer semestre, e incluso, estudios que dejen ver el nivel de percepción de los docentes frente a los errores de sus estudiantes, así mismo, investigaciones que permitan establecer alternativas para abordar una clase de matemáticas en estudiantes ingresantes a la universidad, donde se establezcan variantes en secuencias de aprendizaje y procesos de enseñanza.

Las categorías de error encontradas en este estudio permiten deducir que las falencias en procedimientos matemáticos vienen presentes en los estudiantes desde tiempo atrás y no son producto del estudio de un nuevo conocimiento, en este sentido, es importante inculcar nuevos hábitos de estudio para el área de matemáticas, hábitos que el estudiante ha perdido o nunca ha logrado implementar, bajo este contexto, la implementación de un curso “*pre-ingreso*” como requisito para abordar el primer semestre es una buena alternativa para contextualizar al estudiante de los requerimientos conceptuales básicos y promover hábitos de estudio que resultan ser nuevos para muchos de ellos, en dicho curso de “*pre-ingreso*” es importante introducir ayudas tecnológicas como plataformas online y programas web donde se presenten contenidos básicos y secuencias didácticas pertinentes.

## Referencias

- Abrate, R., Pochulu, M., & Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María.
- Alguacil de Nicolás, M., Bosqué, M., & Pañellas, M. (2016). Dificultades en conceptos matemáticos básicos de los estudiantes para maestro. *International Journal of Developmental and Educational Psychology*, 1(1), 419–430. Recuperado a partir de <http://www.redalyc.org/html/3498/349851776046/>
- Ascencio, R., Nesterova, E., & Eccius, C. C. (2017). Estrategia correctiva para errores algebraicos de alumnos en cálculo diferencial. *Amiutem. Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática*, 5(2), 82–97. Recuperado a partir de <https://revista.amiutem.edu.mx/relecamiutem/article/view/140>
- Aznar, A., Baccelli, S., Figueroa, S., Distéfano, M., & Anchorena, S. (2016). Las funciones semióticas como instrumento de diagnóstico y abordaje de errores. *Boletim de Educação Matemática*, 30(55), 670–690. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a18>
- Bazán, J. L., & Aparicio, A. S. (2006). Las actitudes hacia la Matemática-Estadística dentro de un modelo de aprendizaje. *Educación*, 15(28), 7–20. Recuperado a partir de <http://revistas.pucp.edu.pe/index.php/educacion/article/view/2041>
- Caballero Juárez, E. (2016). *Análisis y clasificación de errores en la reducción de fracciones algebraicas con estudiantes que ingresan a la F.C.F.M.* (Trabajo de grado). Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Recuperado a partir de <https://www.fcfm.buap.mx/assets/docs/docencia/tesis/matematicas/EmmanuelCaballeroJuar ez.pdf>
- Cadenas, R. (2007). Carencias, dificultades y errores en los conocimientos matemáticos en alumnos del primer semestre de la escuela de educación de la Universidad de los Andes. *Orbis. Revista Científica Ciencias Humanas*, 2(6), 68–84. Recuperado a partir de <http://www.redalyc.org/pdf/709/70920605.pdf>
- Cerda, G., Flores, C., & Pérez, C. (2015). Patrones de errores de estudiantes chilenos en resolución de problemas matemáticos. *Revista de Psicología y educación*, 10(2), 139–160. Recuperado a partir de [https://www.researchgate.net/profile/Gamal\\_Etchepare/publication/299775940\\_Patrones\\_de\\_errores\\_de\\_estudiantes\\_chilenos\\_en\\_resolucion\\_de\\_problemas\\_matematicos/links/570522ba08ae13eb88b93ea6.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Gamal_Etchepare/publication/299775940_Patrones_de_errores_de_estudiantes_chilenos_en_resolucion_de_problemas_matematicos/links/570522ba08ae13eb88b93ea6.pdf)
- Cervantes, G., & Martínez, R. (2007). Sobre algunos errores comunes en desarrollos algebraicos. *Zona Próxima*, 1(8), 34–41. Recuperado a partir de <https://search.proquest.com/openview/8d5b6194a2821498b0ad408b08c9eeb3/1?pq-origsite=gscholar&cbl=2027435>
- Cervantes, G., & Martínez, R. (2013). Una alternativa para prevenir el error de linealización  $(x \pm y)^n = x^n \pm y^n$ . *Zona Próxima*, 1(18), 103–113. Recuperado a partir de <https://search.proquest.com/openview/0eeac6ef8a3a58953e2a02ca111d410e/1?pq-origsite=gscholar&cbl=2027435>

- Cusis, M. M., & Portilla, M. E. (2017). *Factores asociados al desempeño de los estudiantes en las pruebas saber, un estado del arte*. (Trabajo de grado). Universidad de Nariño.
- De la Torre, S. (2004). *Aprender de los errores. El tratamiento didáctico de los errores como estrategia de innovación*. Argentina: Magisterio del Río de la Plata.
- Del Puerto, S., & Seminara, S. (2013). Devolución de la evaluación: Una experiencia innovadora en el aula de matemática en el nivel superior. *Premisa*, 15(57), 3–13. Recuperado a partir de [http://www.soarem.org.ar/Documentos/57\\_delpuerto.pdf](http://www.soarem.org.ar/Documentos/57_delpuerto.pdf)
- Dodera, G., Bender, G., Burrioni, E., & Lázaro, M. del P. (2014). Errores, actitud y desempeño matemático del ingresante universitario. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 38, 69–84. Recuperado a partir de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4766896>
- Fernández, R., Solano, N., Rizzo, K., Gomezescobar, A., Iglesias, L., & Espinosa, A. (2016). Las actitudes hacia las matemáticas en estudiantes y maestros de educación infantil y primaria; revisión de la adecuación de una escala para su medida. *Revista Iberoamericana de ciencia, tecnología y sociedad*, 11(33), 1–11.
- García, J. (2010). *Análisis de errores y dificultades en la resolución de tareas algebraicas por alumnos de primer ingreso en nivel licenciatura*. (Trabajo de investigación de maestría). Universidad de Granada. Recuperado a partir de [http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/Jose\\_Garcia.pdf](http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/Jose_Garcia.pdf)
- Godino, J., Font-Moll, V., & Batanero, C. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. Matemáticas y su Didáctica para Maestros*. Granada: Universidad de Granada.
- Gómez, G. R., Flores, J. G., & Jiménez, E. G. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Granada, España: Aljibe.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. del P. (2010). *Metodología de la investigación*. Colombia: McGraw-Hill.
- Huidobro, J., Méndez, M. A., & Serrano, M. L. (2010). Del bachillerato a la universidad: las Matemáticas en las carreras de ciencias y tecnología. *Aula Abierta*, 38(1), 71–80. Recuperado a partir de <http://digibuo.uniovi.es/dspace/bitstream/10651/9848/1/AulaAbierta.2010.38.1.71-80.pdf>
- Martínez-Artero, R. (2016). Resolución de problemas, errores y dificultades en el grado de maestro de primaria. *Revista de Investigación Educativa*, 34(1), 103–117. Recuperado a partir de <http://www.redalyc.org/html/2833/283343416006/>
- Martínez, J. (2015). *Errores en el aprendizaje de algoritmos matemáticos en la resolución de problemas numéricos y algebraicos en estudiantes neo-tomasinos de ciencias administrativas y económicas*. (Trabajo de investigación de maestría). Universidad Santo Tomás. Recuperado a partir de <http://repository.usta.edu.co/handle/11634/3496>
- Martínez, P. C. (2006). El método de estudio de caso: Estrategia metodológica de la investigación científica. *Pensamiento y gestión: revista de la División de Ciencias Administrativas de la Universidad del Norte*, (20), 165–193. <https://doi.org/10.1055/s-0029-1217568>

- Morales, E. (2009). Los conocimientos previos y su importancia para la comprensión del lenguaje matemático en la educación superior. *Universidad, Ciencia y Tecnología*, 13(52), s.p. Recuperado a partir de [http://www.scielo.org.ve/scielo.php?pid=S1316-48212009000300004&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.org.ve/scielo.php?pid=S1316-48212009000300004&script=sci_arttext)
- Morales, S. (2017). *Errores que presentan estudiantes de undécimo, en el uso del lenguaje algebraico*. (Trabajo de grado). Universidad Pedagógica Nacional.
- Moya, D., & Gómez, N. (2007). Consideraciones metodológicas para el tratamiento de errores en el aprendizaje de la Matemática. *Edusol*, 7(20), 19–31. Recuperado a partir de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5844776>
- Nieto Isidro, S., & Ramos Calle, H. (2012). *Diseño y evaluación de material de apoyo en matemáticas básicas para alumnos procedentes de ciclos formativos en la escuela politécnica superior de Zamora*. Memoria de realización del Proyecto de Innovación Docente. Recuperado a partir de [https://gredos.usal.es/jspui/bitstream/10366/122620/1/MID\\_12\\_085.pdf](https://gredos.usal.es/jspui/bitstream/10366/122620/1/MID_12_085.pdf)
- Nortes Martinez, R., & Nortes Checa, A. (2017). Matemáticas escolares en futuros maestros: Un estudio necesario. *Profesorado. Revista de Curriculum y Formación de Profesorado*, 21(1), 368–386. Recuperado a partir de <https://recyt.fecyt.es/index.php/profesorado/article/view/58067>
- Pochulu, M. D. (2009). Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. *Revista Iberoamericana de Educación*, s.v(s.n), s.p. Recuperado a partir de <http://www.cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/viewArticle/347>
- Rico, L. (1998). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En J. Kilpatrick, L. Rico, & P. Gómez (Eds.), *Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia*, (pp. 69–108). Bogotá: Una empresa docente. Recuperado a partir de <http://funes.uniandes.edu.co/679/>
- Rojas Cairampoma, M. (2015). Tipos de Investigación científica: Una simplificación de la complicada incoherente nomenclatura y clasificación. *REDVET. Revista Electrónica de Veterinaria*, 16(1), 1–14.
- Sánchez Acevedo, N. (2014). Análisis de errores asociados a la resolución de ecuaciones de primer grado. Una aproximación desde la zona de desarrollo próximo. En D. Montero, P., Barrera, R., Montaña, R. Palominos, F., Santander, R., Silva, H., Soto (Ed.), *Acta Jornadas Nacionales de Educación Matemática XVIII* (pp. 196–203). Santiago de Chile.
- Saucedo, G. (2007). Categorización de errores algebraicos en alumnos ingresantes a la Universidad. *Itinerarios Educativos*, 1(2), 22–43. Recuperado a partir de <https://bibliotecavirtual.unl.edu.ar/ojs/index.php/Itinerarios/article/viewFile/3898/5923>
- Suárez, S. E. (2018). *Dificultades y obstáculos, en la resolución de problemas del concepto de Función Lineal, de los estudiantes de primer semestre del programa Tecnología en Contabilidad*. (Trabajo de investigación de Maestría). Universidad Tecnológica de Pereira. Santiago de Cali. Recuperado a partir de

<http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/8688/51071S939d.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Suceta-Zulueta, L., Chivas, Y., & Hechavarría, M. O. (2011). Algunas acciones metodológicas para el tratamiento a los errores cognitivos más frecuentes en las asignaturas Matemática y Física. *EduSol*, 11(37), 85–96. Recuperado a partir de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5822925>

## Anexos

### Anexo 1. Profundización de antecedentes.

# Errores en el desarrollo de ejercicios matemáticos en el primer ingreso a la universidad, estado del arte.

Deivy Pianda Chaucanes<sup>3</sup>  
Hilbert Blanco-Álvarez<sup>4</sup>

## Resumen

El presente estudio busca aportar una visión general del conocimiento que en educación matemática se relaciona con el análisis, identificación y clasificación de falencias que se presentan en estudiantes que ingresan al nivel universitario en el momento de desarrollar tareas matemáticas que coloquen a prueba sus conocimientos previos del área, así como, brindar un panorama de las investigaciones que encuentran en el error una herramienta para desplegar estrategias correctivas al respecto. El material bibliográfico seleccionado corresponde a publicaciones entre 2007 y 2018, Las preguntas que guiaron el análisis de los documentos fueron: ¿Cuáles son los errores matemáticos típicos al desarrollar ejercicios matemáticos en el contexto universitario? ¿Cuáles son las posibilidades que brinda el estudio de los errores en matemáticas para estudiantes, docentes e instituciones universitarias?. Se pudo determinar que el error es parte inherente a los procesos educativos en el área de matemáticas y que en los primeros ciclos del nivel universitario se presentan marcadas falencias en conceptos matemáticos básicos, sobre todo, en procedimientos numérico-algebraicos y de solución de problemas. El análisis pormenorizado de los errores frecuentes en matemáticas resulta de utilidad al permitir mejorar sustancialmente la labor docente y procurar instancias participativas entre docentes y estudiantes encaminadas a mejorar su proceso de aprendizaje de la matemática.

**Palabras Clave:** Estado del arte, error matemático, ingreso universidad, estrategias correctivas.

## Abstract:

The present study seeks to provide a general view of the knowledge that mathematical education is related to the analysis, identification and classification of flaws that occur in students entering the university level at the time of developing mathematical tasks that test their prior knowledge of the area, as well as, provide a panorama of the investigations that find in the error a tool to display corrective strategies in this regard. The bibliographic material selected corresponds to publications between 2007 and 2018. The questions that guided the analysis of the documents were: What are the typical mathematical errors when developing mathematical exercises in the university context?

---

<sup>3</sup> Docente en formación Licenciatura en Matemáticas. Universidad de Nariño, [deivypiandacaj@gmail.com](mailto:deivypiandacaj@gmail.com)

<sup>4</sup> Doctor en Ciencias de la Educación. Profesor Área de Educación Matemática. Universidad de Nariño, [hilbla@udenar.edu.co](mailto:hilbla@udenar.edu.co)

What are the possibilities offered by the study of errors in mathematics for students, teachers and university institutions ?. It was possible to determine that error is an inherent part of educational processes in the area of mathematics and that in the first cycles of the university level there are marked shortcomings in basic mathematical concepts, especially in numerical-algebraic procedures and problem solving. The detailed analysis of the frequent mistakes in mathematics is useful to allow to substantially improve the teaching work and seek participatory instances between teachers and students aimed at improving their learning process of mathematics.

**Keywords:** Corrective strategies, mathematical error, state of the art, university entrance.

## 1. Introducción

El pensamiento crítico y la reflexión coherente, útil y novedosa son la base para la construcción del conocimiento frente a temáticas de investigación educativa, permiten comprender un campo específico de conocimiento (Huergo-Tobar, 2015). La finalidad de este estudio es desarrollar una revisión reflexiva de los textos y artículos consultados en torno a investigaciones que se centran en la categorización y análisis de errores en el desarrollo de ejercicios matemáticos en el primer ingreso a la educación superior, estudios donde la población involucre a futuros docentes en matemáticas e investigaciones de las diferentes posibilidades y propuestas para superar dichas dificultades. Se tuvieron en cuenta publicaciones entre los años 2007 y 2018, la naturaleza del material puede variar entre; artículos de revistas científicas del área, tesis de grado en la modalidad de pregrado y Fin de Master y publicaciones en el marco de proyectos institucionales, así como, publicaciones de grupos de investigación.

El presente análisis se orientó en producciones que respondan -completa o parcialmente- a las siguiente preguntas; 1) *¿Cuáles son los errores matemáticos típicos al desarrollar ejercicios matemáticos en el contexto universitario?*, 2) *¿Cuáles son las posibilidades que brinda el estudio de los errores en matemáticas para estudiantes, docentes e instituciones universitarias?*

## 2. Metodología

Este estudio corresponde a la definición estado del arte entendido como “una modalidad de investigación documental que permite estudiar y analizar de manera detallada y cuidadosa el conocimiento acumulado escrito” (Londoño, Maldonado, & Calderón, 2014, p. 6)

### 2.1. Material bibliográfico

Se consideró como temática en estudio los *Errores en el desarrollo de ejercicios matemáticos en el primer ingreso a la universidad*. Este campo de estudio permite contemplar al error<sup>5</sup> como punto de partida para comprender la naturaleza del área en ciertas condiciones y ser utilizado como instancia útil para construir un nuevo conocimiento, su categorización y análisis se convierte en

---

<sup>5</sup> “Hablamos de *error* cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar” (Godino, Batanero y Font, 2003, p. 70)

una herramienta útil para docentes, futuros maestros y estudiantes ingresantes a la universidad. La recolección del material se centró en artículos publicados entre 2007 y 2018.

## 2.2. Procedimientos de búsqueda

La búsqueda de los documentos se contempló en primera instancia utilizando descriptores como; errores matemáticos, matemáticas y la universidad, caracterización de errores matemáticos. Con esta búsqueda se brindó un panorama general de investigaciones relativas a errores, en una segunda instancia se realizó una búsqueda utilizando descriptores a modo de frases cortas como; Errores típicos en matemáticas, Categorización de errores matemáticos, matemáticas en el primer ingreso a la universidad y el error como estrategia. Recordemos que en la búsqueda de material bibliográfico se tienen en cuenta investigaciones que cuenten con rigurosidad académica.

## 2.3. Material recolectado

El proceso de búsqueda arrojó un total de 38 estudios pertinentes para la investigación, en la Tabla 1 se muestra la fuente de información y el número de documentos encontrados en cada caso. La búsqueda centró su interés en estudios de hasta 11 años atrás, se utilizó una distribución temporal fraccionada en dos columnas, la primera para documentos entre 2007 y 2012 y la segunda para documentos entre 2013 y 2018. Entre las fuentes más sobresalientes tenemos; Google académico<sup>6</sup>, bases de datos de revistas especializadas como Redalyc<sup>7</sup> y SciELO<sup>8</sup> y repositorios de universidades.

Tabla 1. *Fuente de información documental*

Fuente de información	2007 - 2012	2013 - 2018
Google académico	8	12
Redalyc	6	3
SciELO	4	4
Repositorios de universidades	0	1
Total: 38	18	20

*Fuente: Esta investigación*

<sup>6</sup> Google Académico es la versión en castellano de Google Scholar, es un buscador especializado en documentos académicos y científicos

<sup>7</sup> Sistema de Información Científica Redalyc es una red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal, que contempla todas las áreas del conocimiento.

<sup>8</sup> La biblioteca científica - SciELO Chile, es una biblioteca electrónica que incluye, una colección seleccionada de revistas científicas chilenas, en todas las áreas del conocimiento.

Esta información muestra el constante interés por los investigadores en los últimos años por abordar estudios sobre análisis, causas y tipificación de los errores que se presentan en el desarrollo de ejercicios y tareas matemáticas de diferente índole en contextos universitarios. En la Tabla 2 se muestra la naturaleza de los documentos y la cantidad de cada modalidad, es importante mencionar que para esta recopilación documental no se tuvieron en cuenta libros ni capítulos de libros.

Tabla 2. *Naturaleza del material bibliográfico*

Naturaleza del documento	Cantidad de Documentos seleccionados
Artículo de revista científica	29
Tesis pregrado	2
Tesis fin de maestría	3
Proyectos institucionales	4
Total	38

*Fuente: Esta investigación*

#### 2.4. Categorías de análisis

Después de obtener la información pertinente, procedemos a su categorización, en este punto, tenemos en cuenta el enfoque de errores matemáticos que se trabajaron en cada estudio y el impacto que dicha clasificación produjo en sus participantes y/o en la institución universitaria, en el cuadro 1 se presenta las categorías y la cantidad de documentos en cada una.

Cuadro 1 *Categorización documental*

<b>Categoría</b>	<b>Descripción</b>	<b>Cantidad</b>
<b>Categoría 1</b>	Estudios sobre categorización de errores matemáticos conceptuales y operativos que se presentan con mayor frecuencia en estudiantes de los primeros ciclos de universidad.	<b>18</b>
<b>Categoría 2</b>	Estudios sobre dificultades y errores en conceptos matemáticos presentados por futuros docentes en matemáticas y/o formadores de docentes.	<b>5</b>
<b>Categoría 3</b>	Estudios que abordan acciones metodológicas, estrategias correctivas, instrumentos y demás posibilidades para el tratamiento de errores matemáticos de diversa índole basados en una detección previa de los mismos.	<b>15</b>

### 3. Análisis y resultados

La lectura, análisis, interpretación y correlación de la información bibliográfica permitió generar la clasificación documental presentada en el Cuadro 2 donde se relaciona la respectiva referencia del material encontrado con su categoría, cabe mencionar que los documentos se organizaron desde el año de publicación más reciente al más antiguo.

Cuadro 2. *Referencias material recolectado*

<b>Categoría</b>	<b>Material recolectado</b>
<b>Categoría 1</b>	(Sepulcre, 2017), (Caballero Juárez, 2016), (Cerda, Flores, & Pérez, 2015), (Martinez, 2015), (Caronía, Rivero, Operuk, & Mayol, 2014), (Dodera, Bender, Burrioni, & Lázaro, 2014), (García, Segovia, & Lupiáñez, 2014), (Barrón, Ruiz, Luna, Estrada, & Loera, 2013), (Rosso & Barros, 2013), (Rojas & Loiza, 2013), (Nortes Checa & Nortes Martínez, 2010), (García, 2010), (Guevara, 2010), (Ramírez, Chavarría, & Mora, 2010), (Pochulu, 2009), (Cadenas, 2007). (Cervantes & Martínez, 2007), (Saucedo, 2007),
<b>Categoría 2</b>	(Nortes Martinez & Nortes Checa, 2017), (Martínez-Artero, 2016), (Alguacil de Nicolás, Bosqué, & Pañellas, 2016), (Hernández & Villafañe, 2009), (León, 2008).
<b>Categoría 3</b>	(Suárez, 2018), (Ascencio, Nesterova, & Eccius, 2017), (Aznar, Baccelli, Figueroa, Distéfano, & Anchorena, 2016), (Pellerano, 2014), (Cervantes & Martínez, 2013), (Del Puerto & Seminara, 2013), (Nieto Isidro & Ramos Calle, 2013), (Castellano, Jiménez, & Urosa, 2012), (Nieto Isidro & Ramos Calle, 2012), (Ramírez, 2012), (Suceta-Zulueta, Chivas & Hechavarría, 2011), (Huidobro, Méndez & Serrano, 2010), (Morales, 2009), (Moya & Gómez, 2007), (Escudero, 2007).

A continuación, se expone una breve reseña de los documentos publicados para cada una de las categorías.

**3.1. Categoría I.** Estudios sobre categorización de errores matemáticos conceptuales y operativos que se presentan con mayor frecuencia en estudiantes de los primeros ciclos de universidad.

3.1.1. Detección de errores conceptuales y operativos cometidos por los alumnos en una primera asignatura de análisis matemático - Parte I. (Sepulcre, 2017)

Este trabajo se centra en la detección de los principales errores conceptuales y operativos advertidos en la resolución de los problemas o ejercicios usuales que forman parte de las pruebas parciales de carácter teórico-práctico de una primera asignatura del área de análisis matemático

del grado en Matemáticas de la Universidad de Alicante. La atención está centrada en la introducción axiomática de los números reales, de la asignatura Análisis de una variable real I. El desafío principal es procurar que el tipo de error detectado a través de este documento no se produzca en las distintas pruebas de evaluación por realizar. De esta forma, los estudiantes pueden revisar y analizar nuevamente sus apuntes o recursos bibliográficos con un punto de vista diferente al utilizado en sus primeras lecturas.

### 3.1.2. Análisis y clasificación de errores en la reducción de fracciones algebraicas con estudiantes que ingresan a la F.C.F.M. (Caballero Juárez, 2016)

En este trabajo se muestra el análisis de los errores algebraicos detectados en un estudio que abordó la adición de fracciones algebraicas en estudiantes de nuevo ingreso en una universidad pública de Puebla, México. La investigación se realizó mediante la aplicación de un cuestionario de catorce ejercicios, los cuales tuvieron como objetivo detectar y analizar tales errores. Además, a partir de las respuestas dadas se realizó una clasificación de los mismos. Posteriormente se realizaron seis entrevistas para proporcionar un acercamiento cualitativo tanto a las respuestas como a los procedimientos dados por los estudiantes.

### 3.1.3. Patrones de errores de estudiantes chilenos en resolución de problemas matemáticos. (Cerde et al., 2015)

Los errores frecuentes de estudiantes en tareas de resolución de problemas pueden otorgar conocimiento útil para la mejor comprensión de su manera de pensar, así como también para, posteriormente, reforzar su capacidad de resolución de problemas y, consecuentemente, el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en la escuela. Este estudio examinó una muestra de 263 estudiantes chilenos destacados de 3 niveles escolares distintos. Los estudiantes de cada nivel escolar produjeron una resolución escrita de un problema lógico-matemático diferente sobre números y álgebra. El análisis de errores mostró la aparición involuntaria de argumentos falaces típicos en la muestra de estudiantes. Además, se descubrieron algunos patrones de errores que parecen depender fuertemente del contenido matemático considerado y que muestran cierta independencia de las otras variables.

### 3.1.4. Errores en el aprendizaje de algoritmos matemáticos en la resolución de problemas numéricos y algebraicos en estudiantes neo-tomasinos de ciencias administrativas y económicas. (Martinez, 2015)

El objetivo de este estudio fue Identificar algunos errores frecuentes en el aprendizaje de algoritmos matemáticos en la resolución de problemas numéricos y algebraicos en estudiantes Neo-Tomasinos aplicando la prueba al inicio del curso de nivelación en Matemáticas de Ciencias Administrativas y Económicas, en este sentido, se consideró el estudio la naturaleza y significado del concepto de error, una clasificación para los errores generados, una tipología de error en el aprendizaje de algoritmos matemáticos en la resolución de problemas aritmético-algebraicos y por

último establecer algunos lineamientos que permitan realizar propuestas a fin de lograr la superación de los errores detectados.

### 3.1.5. Los conocimientos matemáticos en el umbral de la universidad. (Caronía et al., 2014)

Esta investigación se realizó en la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales de la Universidad Nacional de Misiones, se trabajó sobre los errores considerados como obstáculos para el aprendizaje. Se trató de ver su aparición y su posterior categorización en los conocimientos matemáticos de ingresantes de las cohortes 2003-2004. Para ello se analizaron respuestas dadas a evaluaciones tomadas en el curso de ingreso. Además, para el análisis de su persistencia se administraron las mismas o similares pruebas luego de un año de cursado como alumno regular de la Facultad. Se constató la existencia de estos errores que pudieron ser tipificados. Además se advirtió que responden a patrones de comportamientos estabilizados y permanentes. Por ende, resistentes a las modificaciones que supondría el aprendizaje.

### 3.1.6. Errores, actitud y desempeño matemático del ingresante universitario. (Dodera et al., 2014)

Este estudio muestra los errores matemáticos típicos más frecuentes del ingresante universitario y un análisis de su vinculación con la actitud afectiva hacia la matemática. Se administró una Prueba Diagnóstica a 405 alumnos de Ciencias de la Salud que cursan la asignatura Matemática en el primer año de la Universidad de Buenos Aires. Los alumnos tienen dificultades para: representar números racionales en la recta real (pero no para comparar fracciones); especializar una función; aplicar propiedades de la potenciación; plantear matemáticamente enunciados de problemas; y en menor medida, para resolver ecuaciones lineales. Se observó además que existe correlación entre el desempeño en el primer parcial de la asignatura y el desempeño en la Prueba Diagnóstica, la opinión del nivel matemático de la escuela, y la representación que tiene de la matemática.

### 3.1.7. El uso de las letras como fuente de errores de estudiantes universitarios en la resolución de tareas algebraicas. (García et al., 2014)

La investigación se realizó con 194 estudiantes del Centro Universitario de la Costa Sur, en Autlán, México, cuyo objetivo es analizar los errores más comunes que los alumnos de primer semestre presentan en las producciones, al operar con los distintos significados que pueden tener las letras en álgebra y con base a esos resultados, establecer su ubicación dentro de alguna de las cuatro categorías de entendimiento en el uso y significado de las letras en álgebra que propone Küchemann (1980). Los resultados muestran que más de la mitad de los estudiantes de este nivel educativo no manifiestan dificultades al evaluar las letras, manejarlas como objetos o considerar su presencia, sin embargo, sí revelan deficiencias en el discernimiento para comprender el uso y significado de las letras como incógnitas de valor específico, números generalizados y como variables.

### 3.1.8. Errores matemáticos más comunes de los alumnos de nuevo ingreso en las clases de física y matemáticas de las carreras de ingeniería de la UACJ. (Barrón et al., 2013)

En este documento se presentan estadísticas de los tipos de errores cometidos por los estudiantes de los primeros semestres en el Instituto de Ingeniería y Tecnología de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, si como, propuestas para reducir los índices de reprobación y deserción. La motivación principal fue el alto índice de reprobación y deserción en las asignaturas de física y matemáticas. El grupo de investigación “Física y Matemáticas en Contexto”, aplicó un examen de diagnóstico a alumnos de nuevo ingreso, con la finalidad de conocer sus deficiencias matemáticas básicas y determinar si contaban con los conocimientos matemáticos mínimos requeridos para cursar dichas asignaturas del nivel principiante.

### 3.1.9. Una taxonomía de errores en el aprendizaje de espacios vectoriales. (Rosso & Barros, 2013)

Esta investigación, abordada por docentes de Álgebra Lineal, muestra una caracterización de errores típicos en el abordaje de los conceptos de espacios vectoriales y subespacios. La naturaleza de los conceptos y a la variedad de lenguajes y representaciones utilizados en Álgebra Lineal provoca dificultades conceptuales y cognoscitivas en los estudiantes. Lo abstracto de los conceptos y el manejo de sus diferentes representaciones es la fuente natural donde se manifiestan errores de aprendizaje. Esta taxonomía permite establecer cuatro categorías y formular los posibles causales en relación al logro de los objetivos.

### 3.1.10. Diagnóstico sobre errores algebraicos en estudiantes que ingresan a la universidad. (Rojas & Loaiza, 2013)

Es un estudio exploratorio que utiliza como instrumento una prueba diagnóstica, con ítems planeados según categorías que se adoptan de estudios sobre errores en el aprendizaje de las matemáticas, realizados por investigadores de la comunidad científica de Educación Matemática. El error algebraico es una posibilidad que se encuentra presente en los procesos de construcción y formalización de conocimientos. Esta ponencia consiste en describir, categorizar y analizar los errores algebraicos cometidos por los estudiantes que ingresan a primer semestre de la carrera de Ingeniería Electromecánica de la UPTC. El análisis de los resultados de dichas pruebas da como producto una nueva concepción sobre el error y algunas características que lo rodean.

### 3.1.11. Resolución de problemas de matemáticas en las pruebas de acceso a la universidad: errores significativos. (Nortes Checa & Nortes Martínez, 2010)

La resolución de problemas está presente en todos los niveles educativos y en los diferentes bloques de contenidos, ésta a investigación busca conocer el comportamiento de los alumnos en la prueba de acceso a la universidad (PAU) en la materia Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales de la Universidad de Murcia, en septiembre de 2009, el análisis de la prueba permite

detectar los errores más significativos y se comparan las estadísticas de cada una de las cuestiones y de los bloques, con la finalidad de aportar un estudio detallado en donde el profesorado pueda conocer cómo se enfrentan los alumnos ante la resolución de problemas y así contribuir a la mejora de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en este nivel.

#### 3.1.12. Análisis de errores y dificultades en la resolución de tareas algebraicas por alumnos de primer ingreso en nivel licenciatura. (García, 2010).

En este estudio se plantea el problema de analizar los errores y dificultades al resolver tareas algebraicas que aparecen en las respuestas de una prueba departamental realizada por alumnos de primer curso a nivel de Licenciatura del Centro Universitario de la Costa Sur de la Universidad de Guadalajara, México. En el estudio participaron 153 estudiantes de la asignatura de Matemáticas I, del curso académico 2008. A estos sujetos se les administró un instrumento con 10 problemas en los cuales están presentes distintas tareas algebraicas como factorización, resolución de ecuaciones lineales y desigualdades. Dichas tareas algebraicas están presentadas de forma simbólica y en formato de ejercicio.

#### 3.1.13. Exploración de errores en los contenidos de matemáticas que presentan los estudiantes en la asignatura matemáticas I científico tecnológico (008-1814) del núcleo de sucre de la Universidad de Oriente en el semestre I-2009. (Guevara, 2010)

Este estudio centra sus objetivos en analizar las marcadas dificultades en el campo matemático de la educación superior al momento de abordar conceptos elementales de matemáticas. Se elaboró un estudio diagnóstico que permitió fijar la atención hacia la exploración de los errores matemáticos más comunes cometidos por estudiantes de primer semestre de 2009 en las Licenciaturas: Matemática, Física y Química, Educación Mención Matemática, Física y Química de la escuela de Ciencias y Educación de la Universidad de Oriente, Núcleo de Sucre. Los resultados obtenidos muestran que la mayoría de los estudiantes manifiestan grandes dificultades y errores en sus conocimientos matemáticos básicos y elementales.

#### 3.1.14. Análisis de las conceptualizaciones erróneas en conceptos de álgebra: Un estudio con estudiantes universitarios de primer ingreso. (Ramírez et al., 2010)

En este artículo se exponen los resultados de una investigación, realizada en el Instituto Tecnológico de Costa Rica, en la que se analizan y clasifican las formas de razonamientos y deficiencias mostradas por algunos estudiantes de primer ingreso universitarios en distintas carreras en ejercicios de álgebra, tales como la simplificación de expresiones y la factorización. A pesar de que los estudiantes recibieron en secundaria formación en dichos temas y durante un semestre recibieron instrucción básica en un curso universitario, siguen presentando obstáculos epistemológicos que han perdurado durante todo el proceso de instrucción. Los principales instrumentos, de recolección de información fueron: un examen de diagnóstico, que consta de 9 ítems abiertos y fue aplicado a 1102 estudiantes, fue diseñado para explorar la comprensión

que tienen los estudiantes sobre conceptos algebraicos y geométricos. Además de entrevistas grabadas en formato de video.

### 3.1.15. Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. (Pochulu, 2009)

Es un estudio de naturaleza diagnóstico-descriptivo y busca analizar y categorizar los errores cometidos por los alumnos egresados del Nivel Medio, al resolver problemas y/o ejercicios correspondientes a contenidos matemáticos abordados en el Ciclo Básico Unificado y Ciclo de Especialización de la escuela secundaria. Se elaboró una “Evaluación de Conocimientos Previos” y se aplicó en la tercera clase del Curso de Ingreso a la Universidad Nacional de Villa María, Argentina. Es interesante mencionar que en esta investigación se tuvieron en cuenta entrevistas a docentes y estudiantes antes y después de aplicar el instrumento. Se concluyó, entre otros aspectos, los errores aparecieron en las producciones de los alumnos debido a: concepciones inadecuadas sobre aspectos fundamentales de la Matemática; resultados de la aplicación correcta y crédula de un procedimiento imperfecto sistematizado y totalmente identificable; utilización de procedimientos imperfectos y concepciones inadecuadas que no pudimos reconocer; y empleo de métodos y estrategias inventadas, no formales pero originales, para la realización de algunas de las situaciones propuestas.

### 3.1.16. Carencias, dificultades y errores en los conocimientos matemáticos en alumnos del primer semestre de la escuela de educación de la Universidad de los Andes. (Cadenas, 2007)

Los resultados del estudio diagnóstico implementado en esta investigación permitió determinar las carencias, las dificultades y los errores que presentan los estudiantes en sus conocimientos matemáticos del primer semestre de las menciones de Matemática y Ciencias de la Escuela de Educación de la Universidad de los Andes (semestres B-1999, B-2000, B-2001, A-2001 y A-2002), los resultados obtenidos muestran que la mayoría de los estudiantes muestran grandes carencias, dificultades y errores en sus conocimientos matemáticos básicos y elementales, sobre todo de tipo aritmético y algebraico.

### 3.1.17. Sobre algunos errores comunes en desarrollos algebraicos. (Cervantes & Martinez, 2007)

El objetivo de la investigación en mención era describir algunos tipos de errores que, con mayor frecuencia, presentan los alumnos en los primeros cursos de pre-grado cuando pretenden solucionar ejercicios que requieren manipulaciones algebraicas; además, se trató de identificar las posibles fuentes del error y establecer una alternativa metodológica que permitiera minimizar la presencia de estos tipos de errores.

### 3.1.18. Categorización de errores algebraicos en alumnos ingresantes a la Universidad. (Saucedo, 2007)

La finalidad de esta investigación es identificar, categorizar y analizar los errores algebraicos cometidos por alumnos ingresantes a la Universidad Nacional Del Litoral (UNL). La reflexión sobre los obstáculos y dificultades que se presentan permitirá generar propuestas remediales. El error es una posibilidad que está presente permanentemente en la construcción y consolidación del conocimiento, no sólo escolar, sino también científico.

## 3.2. Categoría II. Estudios sobre dificultades y errores en conceptos matemáticos presentados por futuros docentes en matemáticas y/o formadores de docentes.

### 3.2.1. Matemáticas escolares en futuros maestros: Un estudio necesario. (Nortes Martinez & Nortes Checa, 2017)

La finalidad del estudio es conocer el nivel de matemáticas escolares que tienen los futuros maestros de primaria, se analizaron pruebas diagnósticas de matemáticas escolares aplicadas a una muestra de 197 alumnos de 2.º, 3.º y 4.º del Grado de Maestro de Primaria y un cuestionario de actitud hacia las matemáticas, Los resultados en la prueba diagnóstica tuvieron una media de notable, se comprobó que los hombres obtienen mejores resultados que las mujeres. Los alumnos muestran mejor preparación en contenidos escolares numéricos que en medida y geometría, siendo positiva su actitud hacia las matemáticas y el ítem “Me provoca una gran satisfacción el llegar a resolver problemas de matemáticas” como el más valorado.

### 3.2.2. Resolución de problemas, errores y dificultades en el grado de maestro de primaria. (Martínez-Artero, 2016)

Este artículo aborda errores y dificultades que tienen los futuros maestros al resolver problemas elementales de Matemáticas. Se ha utilizado la prueba de Matemáticas para el ingreso en el cuerpo de maestros de la comunidad de Madrid, un cuestionario de actitud y otro de ansiedad aplicados a 142 alumnos del Grado de Maestro de Primaria de la Universidad de Murcia a principios del curso 2014/15. Los errores, en su mayoría, son debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos. El porcentaje de error supera el 50% en todos los cursos siendo suspendida la prueba por la mitad de los alumnos. La actitud hacia las Matemáticas es positiva, la ansiedad intermedia y solo la mitad de los alumnos contestó bien la tercera parte de las cuestiones de Matemáticas, lo que nos debe llevar a la creación de programas de mejora en el ámbito de las Matemáticas.

### 3.2.3. Dificultades en conceptos matemáticos básicos de los estudiantes para maestro. (Alguacil de Nicolás et al., 2016)

Bajo la perspectiva que los futuros maestros deben tener seguridad en el conocimiento matemático básico sobre el que se pueden construir nuevos conocimientos, este artículo estudia los errores cometidos por los estudiantes de grado en Educación Primaria del grado en Educación Primaria de la Facultad de Psicología, Ciencias de la Educación y del Deporte Blanquerna, de la Universidad Ramón Llull a lo largo de los cursos, 2012-13, 2013-14, 2014-15 y 2015-16. El estudio proporciona una información rica e interesante sobre cómo se construye el conocimiento matemático. Además, nos permitirá encontrar los patrones comunes a que obedecen los errores y, así, poder hacer inferencias sobre los procesos mentales y sobre las estructuras en las que se van organizando los conocimientos.

#### 3.2.4. Errores cometidos por los candidatos a maestros al resolver problemas matemáticos. (Hernández & Villafañe, 2009)

En esta investigación se presentan los resultados de un estudio fenomenológico sobre la solución de problemas matemáticos, Se describen y analizan los errores más frecuentes cometidos por los estudiantes candidatos a maestro en el área de matemáticas al resolver los problemas presentados. Participaron ocho estudiantes de educación, seis con especialidad en la enseñanza de las matemáticas a nivel elemental (grados 4 a 6) y dos cuya especialidad era educación secundaria en matemáticas (grados 7 a 12). Se realizaron entrevistas extensas con el objetivo de determinar sus creencias sobre los problemas matemáticos y la forma como los resuelven. También participaron en sesiones de solución de problemas con pensamiento en voz alta y entrevistas retrospectivas con el objetivo de determinar el tipo de representación que realizaban, las estrategias que utilizaban para resolverlos y los procesos de autorregulación que exhibían.

#### 3.2.5. Errores y dificultades en la resolución de problemas verbales inherentes al teorema de Bayes, un caso con futuros profesores de matemáticas. (León, 2008)

Este estudio describe las deficiencias que se presentan en estudiantes de séptimo semestre de la carrera de Matemática de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL) en Maturín, Venezuela. La población en estudio debe cursar la asignatura *Probabilidad y Estadística Inferencial* como parte de su formación profesional, esta asignatura presenta mayor dificultad para los alumnos, quienes manifiestan tener limitaciones en la comprensión de los enunciados de los problemas, especialmente los relativos al Teorema de Bayes, debido, entre otras razones: a la forma verbal en que están expresados y a la cantidad de datos involucrados en los mismos; la consideración de objetos de diversa naturaleza (como proporciones, razones y probabilidades); y el uso de diferentes estrategias de representación (como las tablas de doble entrada y los diagramas de árbol y de área). Los resultados muestran que, aun cuando se dedicó más tiempo del reglamentario a la instrucción y a la ejercitación, no se logró lo esperado en cuanto a la comprensión del tema por parte de los estudiantes; sus principales limitaciones se manifiestan en la identificación de los eventos y de sus respectivas probabilidades, en el uso de esquemas de representación y en la presencia de las falacias de la tasa base, del eje de los tiempos y de la condicional transpuesta.

}

**3.3. Categoría III.** Estudios que abordan acciones metodológicas, estrategias correctivas, instrumentos y demás posibilidades para el tratamiento de errores matemáticos de diversa índole basados en una detección previa de los mismos.

3.3.1. Dificultades y obstáculos, en la resolución de problemas del concepto de Función Lineal, de los estudiantes de primer semestre del programa Tecnología en Contabilidad. (Suárez, 2018)

Este estudio propone a la resolución de problemas en matemáticas como una alternativa que puede mejorar el aprendizaje del área, ya que el estudiante desarrolla un pensamiento crítico al desempeñar un papel activo en la construyendo el conocimiento matemático. Considera pertinente implementar una estrategia que pretenda minimizar las dificultades y obstáculos, específicamente, en la resolución de problemas del concepto de Función Lineal que presenten los estudiantes de primer semestre que cursan la asignatura Matemáticas I, del programa Tecnología en Contabilidad Sistematizada diurno de la Institución Universitaria Antonio José Camacho (UNIAJC). ya que el estudiante desarrolla un pensamiento crítico al desempeñar un papel activo, discutiendo sobre el problema planteando, proponiendo conjeturas y en general construyendo el conocimiento matemático mediante la conexión de las Matemáticas con otras disciplinas (Santos, 2007).

3.3.2. Estrategia correctiva para errores algebraicos de alumnos en cálculo diferencial. (Ascencio et al., 2017)

Esta investigación presenta avances en torno a la aplicación de un programa informático que realimenta al alumno sobre las posibles causas de los errores algebraicos que comete y le propone estrategias para evitarlos, específicamente, se analizan errores algebraicos cometidos por alumnos de Cálculo Diferencial de la Universidad Panamericana, campus Guadalajara. La población se compone de dos grupos de 25 estudiantes cada uno, los grupos experimentales llevaron la materia de Cálculo Diferencial de la manera tradicional y se les insto a contestar los ejercicios del programa informático en cuestión. Se busca que los alumnos de Cálculo Diferencial reaprendan el Álgebra que requieren para dicha materia mediante un programa de computadora que se usará como actividad extra-clase. Se observó un aumento en la media de los porcentajes de aciertos en las preguntas aplicadas. Es notorio que, a mayor cantidad de práctica con el programa, se obtiene un incremento mayor en el porcentaje de aciertos. También se observó que es necesario que la actividad sea obligatoria (tenga peso en la calificación) para que los alumnos la realicen.

3.3.3. Las funciones semióticas como instrumento de diagnóstico y abordaje de errores. (Aznar et al., 2016)

En este trabajo, a través de algunos ejemplos, se presenta la descripción del uso de las funciones semióticas para el abordaje de distintas problemáticas de aprendizaje en estudiantes universitarios. A partir de los antecedentes y ejemplos expuestos, puede observarse el potencial que estas

herramientas tienen para el diagnóstico y tratamiento de distintos tipos de errores asociados a prácticas matemáticas. Las funciones semióticas permiten: visibilizar el nivel de complejidad de una determinada práctica matemática; evaluar detalladamente prácticas matemáticas de estudiantes para detectar discrepancias de significados, y favorecer el rediseño de secuencias didácticas, contemplando las complejidades y conflictos detectados. También se exponen los pasos de refinamientos sucesivos para la definición de las funciones semióticas apropiadas para el análisis de algún problema particular. De esta manera, se muestra una sistematización de este proceso que posibilita su aplicación en otras investigaciones referidas al estudio de significados de objetos matemáticos.

#### 3.3.4. Nivelación en competencias básicas y rendimiento académico en el primer año universitario. (Pellerano, 2014)

Este reporte incorpora algunas evidencias empíricas respecto a la evaluación de la efectividad de la estrategia de intervención implementada en los años 2012 y 2013, específicamente respecto de los módulos de Comunicación Académica Eficaz y Razonamiento Lógico-Matemático. El propósito del Plan Renovado de Nivelación de Competencias, Univelación-R implementado en la Universidad de Playa Ancha es incrementar la capacidad de respuesta de los estudiantes de primer año, desfavorecidos académicamente, frente a las exigencias académicas que demanda el aprendizaje en asignaturas críticas para el avance en sus estudios universitarios. Se trabajó con una muestra de 322 estudiantes de primer año. El análisis de los resultados de la aplicación de pruebas en el Sistema de Diagnóstico on- line, mediante contrastación de puntuaciones obtenidas por los estudiantes, en situación de pre- test y post test, son consistentes en confirmar la efectividad de la propuesta en disminuir las brechas competenciales de ingreso. Además, en esta muestra se ha obtenido evidencia empírica que permite valorar la contribución de la intervención en nivelación de competencias básica a la mejora del rendimiento académico semestral.

#### 3.3.5. Una alternativa para prevenir el error de linealización $(x \pm y)^n = x^n \pm y^n$ . (Cervantes & Martínez, 2013).

En este artículo se presenta, como producto de la investigación de los errores algebraicos que producen nuestros estudiantes de primer semestre, una alternativa para prevenir el denominado error de linealización, que aparece con mucha frecuencia cuando nuestros alumnos pretenden desarrollar ejercicios que requieren manipulaciones algebraicas; además, se trata de identificar la posible fuente del error y de implementar la utilización de herramientas computacionales que permitan minimizar la presencia de este tipo de error. Se fundamenta la propuesta en el poder de las herramientas computacionales para amplificar la estructura objeto de estudio, en este caso el error  $(x \pm y)^n = x^n \pm y^n$ . lo que permite reorganizar el conocimiento que se obtenga de las exploraciones con un software de cálculo simbólico.

#### 3.3.6. Devolución de la evaluación: Una experiencia innovadora en el aula de matemática en el nivel superior. (Del Puerto & Seminara, 2013)

En el presente artículo se describe una experiencia basada en la utilización de la devolución de la evaluación como parte de los procesos de enseñanza y aprendizaje: luego de que un grupo de alumnos resolviera un examen parcial, se les devolvió el trabajo con los errores “marcados”, y con la consigna de que lo rehicieran. Trabajamos bajo el supuesto de que el alumno, al rehacer su examen teniendo en cuenta los errores y dificultades puntualizados por el docente, tiene aún oportunidad de completar su proceso de aprendizaje. Los resultados obtenidos parecen avalar esta suposición inicial.

### 3.3.7. Uso de los errores como estrategia didáctica en el aprendizaje de las matemáticas en el nivel universitario. (Nieto Isidro & Ramos Calle, 2013).

La razón de ser de este estudio de Innovación docente se enmarca dentro del objetivo general de mejorar la calidad en el aprendizaje del curriculum de matemáticas en las Escuelas de Ingeniería, particularmente, en Escuela Politécnica Superior de Zamora, el objetivo del estudio es utilizar los propios errores habituales de los estudiantes, cometidos en exámenes, pruebas parciales y trabajos presentados, como herramientas didácticas de aprendizaje de las matemáticas. En el estudio intervinieron 35 estudiantes que cursan la asignatura Matemática Aplicada II. En la primera parte del estudio se detectaron y clasificaron los errores más sobresalientes presentados por los estudiantes, en una segunda instancia, se implementaron sesiones presenciales de búsqueda y corrección de errores. En el estudio se pudo colocar de manifiesto la eficacia de los planes de intervención frente a la recurrencia de errores cometidos por estudiantes del primer ingreso a la universidad.

### 3.3.8. Errores conceptuales en el aprendizaje de las matemáticas con o sin derive. (Castellano et al., 2012).

En este trabajo se analizó la influencia que ejercen los programas de cálculo simbólico en el aprendizaje de la asignatura de Cálculo que se imparte en el primer curso de Ingeniería Industrial de la Universidad Pontificia Comillas de Madrid del año académico 20007-20008. Para ello analizamos los resultados obtenidos por 201 alumnos en las cuatro pruebas de Cálculo realizadas durante el curso, en este punto se verifico la adquisición de los conceptos o las deficiencias que presentaban, donde comparamos a aquellos que han cursado asignaturas que utilizan paquetes de cálculo simbólico con los que no las cursaron. Como conclusión principal, afirmamos que los programas de cálculo simbólico ayudan al alumno en una mejor comprensión de algunos conceptos básicos matemáticos necesarios en la ingeniería.

### 3.3.9. Diseño y evaluación de material de apoyo en matemáticas básicas para alumnos procedentes de ciclos formativos en la escuela politécnica superior de Zamora. (Nieto Isidro & Ramos Calle, 2012).

Esta propuesta de innovación docente tiene como objetivo mitigar los efectos de carencias en conceptos matemáticos básicos que presentan estudiantes de primer curso de la asignatura

Fundamentos Matemáticos I de la titulación Grado en Ingeniería Mecánica de la Escuela Politécnica Superior de Zamora El estudio se basa en los resultados de un test de conocimientos básicos de matemáticas para chequear su nivel previo y detectar las principales errores. Posteriormente se elaboró un material de trabajo específico basado en las carencias de las pruebas y se procedió a implementarlo en el desarrollo del curso, dichos materiales estaban apoyados en herramientas on-line. Se determinó que los alumnos han percibido una mejora de la confianza en sus habilidades y conocimientos matemáticos, así como en el seguimiento de las clases de la asignatura Fundamentos Matemáticos I.

### 3.3.10. Diseño e implementación de un curso remedial sobre tópicos de Matemática elemental, en un entorno de aprendizaje colaborativo, con apoyo en las Tic. (Ramírez, 2012)

Las fallas recurrentes en la aplicación de los conceptos matemáticos básicos es una de las causas de los altos índices de repitencia y deserción de los estudiantes que cursan la asignatura de Cálculo I de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Valencia (UCV). Este trabajo propone un modelo de asesoría académica, destinado a mejorar los conocimientos en Matemática elemental, la propuesta se fundamentó en las experiencias reportadas por varios investigadores respecto al impacto positivo de los cursos remediales en Matemática centrados en entornos de aprendizaje basados en el trabajo del estudiante y la incorporación de medios informáticos como herramienta de soporte. Para medir el efecto del modelo planteado se diseñó una experiencia con un grupo experimental y otro de control, de manera que la única diferencia entre ambos fuera la participación en el programa propuesto. Los resultados respecto al rendimiento académico de ambos grupos, indican que el modelo propuesto tuvo efectos positivos sobre el rendimiento en Cálculo I de quienes recibieron la asesoría.

### 3.3.11. Algunas acciones metodológicas para el tratamiento a los errores cognitivos más frecuentes en las asignaturas Matemática y Física. (Suceta-Zulueta et al., 2011)

Se ofrece una propuesta de acciones metodológicas para el tratamiento a los errores cognitivos más frecuentes que se ponen de manifiesto en la carrera Matemática-Física de la Universidad de Ciencias Pedagógicas. La intención de esta investigación se encuentra no sólo en el análisis de los errores que cometen los alumnos, los que pueden revelar errores sistemáticos que sean síntomas de concepciones inadecuadas, sino también en determinar cuáles son las acciones más convenientes que deben realizar las estructuras de dirección y docentes para su mejoramiento.

### 3.3.12. Del bachillerato a la universidad: las Matemáticas en las carreras de ciencias y tecnología. (Huidobro et al., 2010)

Es bien conocido que en estudios superiores en los que las Matemáticas son una componente importante, los estudiantes suelen encontrar difícil superar el primer año de universidad. La mayoría de estos estudiantes provienen del bachillerato y encuentran un gran desnivel entre las Matemáticas del instituto y las de la universidad que resulta de la interacción de varios factores.

Este trabajo está relacionado con uno de ellos, la preparación académica. Se compara el currículo de Matemáticas del bachillerato con los requisitos previos para el primer curso de una carrera tecnológica en la universidad y se analiza la influencia del examen de matemáticas de la PAU (Prueba de Acceso a la Universidad) en la educación secundaria. También se reflexiona sobre el curso cero, curso que es ofrecido por la mayoría de la universidades a los alumnos que van a empezar el primer año de carrera con el fin de facilitar su adaptación al sistema universitario. Como conclusión se pone de manifiesto la necesidad de una mayor coordinación entre el bachillerato y la universidad, y la mejora de los procedimientos que faciliten la adaptación de los alumnos al primer curso de carrera.

### 3.3.13. Los conocimientos previos y su importancia para la comprensión del lenguaje matemático en la educación superior. (Morales, 2009)

Este estudio, enmarcado dentro de la metodología cualitativa, hace parte de una investigación-acción colaborativa, en la que se unieron profesores y estudiantes en un proceso de reconocimiento y comprensión de la dinámica que gira alrededor del proceso de enseñanza y aprendizaje de Matemática I, en la Universidad Nacional Experimental Politécnica Antonio José de Sucre, Vicerrectorado Puerto Ordaz. Entre otras cuestiones, se diseñó un plan estratégico de acción para mejorar los conocimientos previos de los estudiantes que ingresan a la universidad. En este desarrollo, se demostró que la consideración y/o evaluación de los conocimientos iniciales ayuda al docente a determinar el grado de profundidad con que se debe tratar un nuevo tema, reforzarlo o incorporarlo si se considera importante su dominio para comprender un nuevo conocimiento.

### 3.3.14. Consideraciones metodológicas para el tratamiento de errores en el aprendizaje de la Matemática. (Moya & Gómez, 2007)

Los patrones de errores cometidos por estudiantes se convierten en fuente de innovación en el aula, el estudio sistemático del comportamiento del aprendizaje de los alumnos en las Ciencias Exactas conduce a atender, a partir del Trabajo Metodológico, el tratamiento a las diferencias individuales desde la clase, para ello se trabaja esencialmente con el producto de la actividad de los alumnos, tomado de la revisión de libretas y la observación directa del desempeño de los estudiantes en las actividades docentes. El trabajo está dirigido a destacar los efectos que ocasiona en el aprendizaje el tratamiento del error y ofrece sugerencias didácticas para el tratamiento del mismo.

### 3.3.15. Uso de los errores matemáticos como dispositivo didáctico para generar aprendizaje de la racionalización de radicales de tercer orden. (Escudero, 2007)

En este artículo se presentan los resultados del diseño e implementación de un estudio experimental tendiente a refutar la consigna “No existe diferencia significativa entre el aprendizaje de los estudiantes que utilizan sus errores como fuentes de conocimientos versus el aprendizaje de los estudiantes que no utilizan sus errores como fuentes de conocimiento”. Como metodología se

trabajó con dos grupos; uno de control y el otro experimental, así como, la aplicación de pruebas pre-test y pos-test. Se encontró que hubo diferencia significativa entre el grupo experimental y el grupo de control con un nivel de significancia del 95%. Por lo tanto, los estudiantes que utilizaron sus errores como fuentes de conocimientos, aprendieron a racionalizar radicales de tercer orden significativamente mejor que los estudiantes que no utilizaron sus errores como fuente de conocimiento.

#### **4. Conclusiones**

La lectura del material bibliográfico permitió establecer tres categorías que describen la relación entre estudios del error en procedimientos matemáticos y los primeros ciclos de los estudios universitarios, la primera categoría involucra directamente aquellas investigaciones descriptivas que se centraron en categorizar errores en procedimientos matemáticos, la segunda agrupo investigaciones que involucran análisis de conceptos matemáticos en futuros docentes de matemáticas, en la tercera, se describen estudios que abordan acciones metodológicas, estrategias correctivas, instrumentos y demás posibilidades para el tratamiento de errores.

En la primera categoría los errores tipificados se presentan en estudiantes que se encuentran en un primer ingreso a la universidad, la mayoría de investigaciones contemplo en su metodología análisis de pruebas diagnósticas realizadas en cursos de matemática del primer nivel de complejidad en cada una de sus instituciones, en pocos casos se hace dicha tipificación en semestres o grados superiores. Aunque los conceptos a estudiar varían en las investigaciones; geométricos, pensamiento variacional, concepto de función, entre otros, los errores de tipo numérico-algebraicos son los más notables. Respecto a la metodología, la prueba diagnóstica es uno de los instrumentos más utilizados para formar una primera visión global de los conocimientos previos de los estudiantes. La búsqueda en el aula de clase de situaciones contrastantes se convierte en una buena práctica docente, esto lleva al estudiante a enfrentarse con sus conocimientos previos, este conflicto cognitivo lo lleva a replantear sus procedimientos y esquemas.

En la segunda categoría, la observación y estudio de futuros docentes del área de matemáticas se convierte en un punto interesante en el momento de identificar errores matemáticos, es por esto que hemos separado esta población de la anterior categoría, en este caso, la solución de problemas se convierte en foco de estudio de mayor relevancia, las estrategias utilizadas y los procesos de autorregulación que implementaban hacen parte de las categorías de análisis.

Por último, en la tercera categoría se evidencia como los resultados de estudios sobre errores matemáticos motivan la reflexión sobre el potencial y posibilidades para implementar estrategias y encaminadas a superar dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, la oportunidad de ver al error como un punto de partida para mejorar el desempeño académico. Se muestran resultados de investigaciones donde la inclusión de los errores como herramienta didáctica tiene un potencial elevado para el docente, sobre todo si se hace de una forma participativa para el estudiante, enmarcados en el aprovechamiento de recursos informáticos, este diseño de situaciones de

aprendizaje le permite al estudiante asimilar y acomodar nuevos significados del objeto de estudio y promover nuevas conceptos asociadas a él.

## Referencias

- Alguacil de Nicolás, M., Bosqué, M., & Pañellas, M. (2016). Dificultades en conceptos matemáticos básicos de los estudiantes para maestro. *International Journal of Developmental and Educational Psychology*, 1(1), 419-430. Recuperado a partir de <http://www.redalyc.org/html/3498/349851776046/>
- Ascencio, R., Nesterova, E., & Eccius, C. C. (2017). Estrategia correctiva para errores algebraicos de alumnos en cálculo diferencial. *Amiutem. Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática*, 5(2), 82-97. Recuperado a partir de <https://revista.amiutem.edu.mx/relecamiumtem/article/view/140>
- Aznar, A., Baccelli, S., Figueroa, S., Distéfano, M., & Anchorena, S. (2016). Las funciones semióticas como instrumento de diagnóstico y abordaje de errores. *Boletim de Educação Matemática*, 30(55), 670-690. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a18>
- Barrón, J., Ruiz, O., Luna, J., Estrada, J., & Loera, E. (2013). Errores matemáticos más comunes de los alumnos de nuevo ingreso en las clases de física y matemáticas de las carreras de ingeniería de la UACJ. *Culcyt Matemática Educativa*, 10(51), 21-32. Recuperado a partir de <http://erevistas.uacj.mx/ojs/index.php/culcyt/article/view/933>
- Caballero Juárez, E. (2016). *Análisis y clasificación de errores en la reducción de fracciones algebraicas con estudiantes que ingresan a la F.C.F.M.* (Trabajo de grado). Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Recuperado a partir de <https://www.fcfm.buap.mx/assets/docs/docencia/tesis/matematicas/EmmanuelCaballeroJuarez.pdf>
- Cadenas, R. (2007). Carencias, dificultades y errores en los conocimientos matemáticos en alumnos del primer semestre de la escuela de educación de la Universidad de los Andes. *Orbis. Revista Científica Ciencias Humanas*, 2(6), 68-84. Recuperado a partir de <http://www.redalyc.org/pdf/709/70920605.pdf>
- Caronía, S., Rivero, M., Operuk, R., & Mayol, C. (2014). Los conocimientos matemáticos en el umbral de la universidad. *Revista de Ciencia y Tecnología*, 21(Año 16), 5-11. Recuperado a partir de [http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1851-75872014000100001](http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1851-75872014000100001)
- Castellano, A., Jiménez, Á., & Urosa, B. (2012). Errores conceptuales en el aprendizaje de las matemáticas con o sin derive. *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*, 1(41), 47-61. Recuperado a partir de <http://www.redalyc.org/pdf/368/36828247004.pdf>
- Cerda, G., Flores, C., & Pérez, C. (2015). Patrones de errores de estudiantes chilenos en resolución de problemas matemáticos. *Revista de Psicología y educación*, 10(2), 139-160. Recuperado a partir de [https://www.researchgate.net/profile/Gamal\\_Etchepare/publication/299775940\\_Patrones\\_de\\_errores\\_de\\_estudiantes\\_chilenos\\_en\\_resolucion\\_de\\_problemas\\_matematicos/links/570522ba08ae13eb88b93ea6.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Gamal_Etchepare/publication/299775940_Patrones_de_errores_de_estudiantes_chilenos_en_resolucion_de_problemas_matematicos/links/570522ba08ae13eb88b93ea6.pdf)
- Cervantes, G., & Martínez, R. (2007). Sobre algunos errores comunes en desarrollos algebraicos. *Zona Próxima*, 1(8), 34-41. Recuperado a partir de <https://search.proquest.com/openview/8d5b6194a2821498b0ad408b08c9eeb3/1?pq->

- origsite=gscholar&cbl=2027435
- Cervantes, G., & Martínez, R. (2013). Una alternativa para prevenir el error de linealización  $(x \pm y)^n = x^n \pm y^n$ . *Zona Próxima*, 1(18), 103-113. Recuperado a partir de <https://search.proquest.com/openview/0eeac6ef8a3a58953e2a02ca111d410e/1?pq-origsite=gscholar&cbl=2027435>
- Del Puerto, S., & Seminara, S. (2013). Devolución de la evaluación: Una experiencia innovadora en el aula de matemática en el nivel superior. *Premisa*, 15(57), 3-13. Recuperado a partir de [http://www.soarem.org.ar/Documentos/57\\_delpuerto.pdf](http://www.soarem.org.ar/Documentos/57_delpuerto.pdf)
- Dodera, G., Bender, G., Burrioni, E., & Lázaro, M. del P. (2014). Errores, actitud y desempeño matemático del ingresante universitario. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 38, 69-84. Recuperado a partir de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4766896>
- Escudero, R. (2007). Uso de los errores matemáticos como dispositivo didáctico para generar aprendizaje de la racionalización de radicales de tercer orden. *Zona Próxima*, 1(8), 12-25. Recuperado a partir de <https://search.proquest.com/openview/5370feeebbb601394dd87b46c65c2bc8/1?pq-origsite=gscholar&cbl=2027435>
- García, J. (2010). *Análisis de errores y dificultades en la resolución de tareas algebraicas por alumnos de primer ingreso en nivel licenciatura*. (Trabajo de investigación de maestría). Universidad de Granada. Recuperado a partir de [http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/Jose\\_Garcia.pdf](http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/Jose_Garcia.pdf)
- García, J., Segovia, I., & Lupiáñez, J. L. (2014). El uso de las letras como fuente de errores de estudiantes universitarios en la resolución de tareas algebraicas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 28(50), 1545-1566. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a26>
- Guevara, R. (2010). *Exploración de errores en los contenidos de matemáticas que presentan los estudiantes en la asignatura matemáticas I científico tecnológico (008-1814) del núcleo de sucre de la Universidad de Oriente en el semestre I-2009*. (Tesis pregrado). Universidad de Oriente. Recuperado a partir de <http://ri2.bib.udo.edu.ve/handle/123456789/3137>
- Hernández, O., & Villafañe, W. (2009). Errores cometidos por los candidatos a maestros al resolver problemas matemáticos. *Revista Paradigma*, 30(1), s.p. Recuperado a partir de [http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1011-22512009000100006](http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1011-22512009000100006)
- Huergo-Tobar, P. L. (2015). Importancia y pasos para la elaboración del estado del arte en un anteproyecto o proyecto de investigación (CW). *Revista UCC*, 1(2), 1-23. <https://doi.org/10.16925/greylit.1073>
- Huidobro, J., Méndez, M. A., & Serrano, M. L. (2010). Del bachillerato a la universidad: las Matemáticas en las carreras de ciencias y tecnología. *Aula Abierta*, 38(1), 71-80. Recuperado a partir de <http://digibuo.uniovi.es/dspace/bitstream/10651/9848/1/AulaAbierta.2010.38.1.71-80.pdf>
- León, N. (2008). Errores y dificultades en la resolución de problemas verbales inherentes al teorema de Bayes, un caso con futuros profesores de matemáticas. *Revista Paradigma*, 29(2), 187-219. Recuperado a partir de <http://revistas.upel.edu.ve/index.php/paradigma/article/view/1938/825>
- Londoño, O. L., Maldonado, L. F., & Calderón, L. C. (2014). Guía para construir estados del arte. *International Corporation of Networks of Knowledge*, 1-39. [https://doi.org/10.5672/apunts.2014-0983.es.\(2012/1\).107.10](https://doi.org/10.5672/apunts.2014-0983.es.(2012/1).107.10)
- Martínez-Artero, R. (2016). Resolución de problemas, errores y dificultades en el grado de maestro de primaria. *Revista de Investigación Educativa*, 34(1), 103-117. Recuperado a

- partir de <http://www.redalyc.org/html/2833/283343416006/>
- Martínez, J. (2015). *Errores en el aprendizaje de algoritmos matemáticos en la resolución de problemas numéricos y algebraicos en estudiantes neo-tomasinos de ciencias administrativas y económicas*. (Tesis fin de Master). Universidad Santo Tomás. Recuperado a partir de <http://repository.usta.edu.co/handle/11634/3496>
- Morales, E. M. (2009). Los conocimientos previos y su importancia para la comprensión del lenguaje matemático en la educación superior. *Universidad, Ciencia y Tecnología*, 13(52), s.p. Recuperado a partir de [http://www.scielo.org.ve/scielo.php?pid=S1316-48212009000300004&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.org.ve/scielo.php?pid=S1316-48212009000300004&script=sci_arttext)
- Moya, D., & Gómez, N. (2007). Consideraciones metodológicas para el tratamiento de errores en el aprendizaje de la Matemática. *Edusol*, 7(20), 19-31. Recuperado a partir de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5844776>
- Nieto Isidro, S., & Ramos Calle, H. (2012). *Diseño y evaluación de material de apoyo en matemáticas básicas para alumnos procedentes de ciclos formativos en la escuela politécnica superior de Zamora*. Memoria de realización del Proyecto de Innovación Docente. Recuperado a partir de [https://gredos.usal.es/jspui/bitstream/10366/122620/1/MID\\_12\\_085.pdf](https://gredos.usal.es/jspui/bitstream/10366/122620/1/MID_12_085.pdf)
- Nieto Isidro, S., & Ramos Calle, H. (2013). *Uso de los errores como estrategia didáctica en el aprendizaje de las matemáticas en el nivel universitario*. Memoria de realización del Proyecto de Innovación Docente. Recuperado a partir de [https://gredos.usal.es/jspui/bitstream/10366/124794/1/MID\\_13\\_215.pdf](https://gredos.usal.es/jspui/bitstream/10366/124794/1/MID_13_215.pdf)
- Nortes Checa, A., & Nortes Martínez, R. (2010). Resolución de problemas de matemáticas en las pruebas de acceso a la universidad: errores significativos. *Educatio Siglo XXI. Revista de la Facultad de Educación*, 28(1), 317-342. Recuperado a partir de <http://revistas.um.es/educatio/article/view/109851/104521>
- Nortes Martínez, R., & Nortes Checa, A. (2017). Matemáticas escolares en futuros maestros: Un estudio necesario. *Profesorado. Revista de Curriculum y Formación de Profesorado*, 21(1), 368-386. Recuperado a partir de <https://recyt.fecyt.es/index.php/profesorado/article/view/58067>
- Pellerano, B. D. (2014). Nivelación en competencias básicas y rendimiento académico en el primer año universitario. *Revista de Orientación Educativa*, 28(53), 25-36. Recuperado a partir de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5507609>
- Pochulu, M. D. (2009). Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. *Revista Iberoamericana de Educación*, s.v(s.n), s.p. Recuperado a partir de <http://www.cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/view/Article/347>
- Ramírez, G. (2012). Diseño e implementación de un curso remedial sobre tópicos de Matemática elemental, en un entorno de aprendizaje colaborativo, con apoyo en las Tic. *Revista de la Facultad de Ingeniería U.C.V.*, 27(3), 7-20. <https://doi.org/http://www.scielo.org.ve/pdf/rfiucv/v27n3/art02.pdf>
- Ramírez, Chavarría, J., & Mora, M. (2010). Análisis de las conceptualizaciones erróneas en conceptos de álgebra: Un estudio con estudiantes universitarios de primer ingreso. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 1(23), 95-103. Recuperado a partir de <http://funes.uniandes.edu.co/4528/>
- Rojas, A. V., & Loaiza, W. M. (2013). *Diagnóstico sobre errores algebraicos en estudiantes que ingresan a la universidad*. Universidad Pedagógica y tecnológica de Colombia. Recuperado

a partir de

<http://www.uptc.edu.co/export/sites/default/eventos/2013/cf/eime/doc/PonenciaBibianaRojas.pdf>

- Rosso, A., & Barros, J. (2013). Una taxonomía de errores en el aprendizaje de espacios vectoriales. *Revista Iberoamericana de Educación*, 63(2), 2.10. Recuperado a partir de <https://rieoei.org/RIE/article/view/638>
- Saucedo, G. (2007). Categorización de errores algebraicos en alumnos ingresantes a la Universidad. *Itinerarios Educativos*, 1(2), 22-43. Recuperado a partir de <https://bibliotecavirtual.unl.edu.ar/ojs/index.php/Itinerarios/article/viewFile/3898/5923>
- Sepulcre, J. M. (2017). *Detección de errores conceptuales y operativos cometidos por los alumnos en una primera asignatura de análisis matemático - Parte I*. Universidad de Alicante. Recuperado a partir de <http://hdl.handle.net/10045/70868>
- Suárez, S. E. (2018). *Dificultades y obstáculos, en la resolución de problemas del concepto de Función Lineal, de los estudiantes de primer semestre del programa Tecnología en Contabilidad*. (Trabajo de investigación de maestría). Universidad Tecnológica de Pereira. Santiago de Cali. Recuperado a partir de <http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/8688/51071S939d.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Suceta-Zulueta, L., Chivas, Y., & Hechavarría, M. O. (2011). Algunas acciones metodológicas para el tratamiento a los errores cognitivos más frecuentes en las asignaturas Matemática y Física. *EduSol*, 11(37), 85-96. Recuperado a partir de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5822925>

**Anexo 2.** Instrumento de medición: Prueba escrita.

**EVALUACIÓN N°1. MATEMÁTICAS GENERALES**  
 Operatoria aritmética y conceptos fundamentales del álgebra  
 Universidad de Nariño

Nombre: \_\_\_\_\_ Programa: \_\_\_\_\_

Solucionar:

$$1. \left(-\frac{1}{5}\right)^0 + \sqrt[3]{27} + \frac{10}{4^{-1/2}(-1)^5} - (-1)^2 + (-3)(3^{-1})$$

Teniendo en cuenta los valores  $x = 7$ ,  $y = -2$ ,  $a = 1$ ,  $b = 0$ ,  $z = -1$  determinar el valor numérico de cada expresión.

$$2. -ax^2 + 5y^3 - xyz^4 - 5bx =$$

Para los polinomios;  $Q(x) = 2x^4 - 2x^2 - 5x$ ;  $P(x) = x^3 + 13$ ;  $R(x) = 3x^2 - 15x$

$$3. \text{Determinar: } P(x) \cdot [Q(x) - R(x)]$$

Simplificar las siguientes expresiones aplicando propiedades de radicales y potencias (Eliminar exponentes negativos) Suponga que todas las variables son positivas

$$4. \left(\frac{-8c^3d^6}{c^{-9}d^{12}}\right)^{2/3}$$

Expandir las siguientes expresiones

$$5. (2 - 3m)^3$$

$$6. (m^3 + 5x^3b^5)^2$$

Factorizar: (El punto es válido si la factorización es completa)

$$7. \frac{\sqrt{3}}{4}x^3m^7 + \frac{\sqrt{3}}{48}xm^2y^5 - \frac{\sqrt{27}}{100}m^7x^2y^3 =$$

Realice las operaciones indicadas y simplifique

$$8. \frac{\sqrt{c} + \frac{1}{d}}{d + \frac{1}{\sqrt{c}}}$$

Solucionar la siguiente ecuación lineal:

$$9. \frac{4}{r+1} - 5 = 4 - \frac{3}{r+1}$$

Solucionar la siguiente ecuación cuadrática:

$$10. 2x^2 - 6x = 3$$

**Anexo 3.** Instrumento de medición: Encuesta actitudinal.

### ENCUESTA ACTITUDINAL

La siguiente encuesta está dirigida a estudiantes que cursan la materia “*matemáticas generales*” del primer semestre de la Universidad de Nariño, su objetivo es medir el carácter actitudinal hacia las matemáticas y obtener una reflexión y autoevaluación en torno al desarrollo de procedimientos matemáticos. **Agradecemos su amable colaboración.**

1. La carrera profesional que cursa.
  - a) Administración de empresas
  - b) Biología
  - c) Lic. En informática
  - d) Zootecnia
  
2. Cuando escuchas mencionar a la palabra “matemáticas” la relacionas con:
  - a) Números, cálculo, ecuaciones, ejercicios y/o funciones.
  - b) Abstracción, análisis y razonamiento.
  - c) Esfuerzo, constancia y/o práctica.
  - d) Miedo, frustración y/o algo inalcanzable.
  
3. Tu ingreso a la universidad se presentó inmediatamente terminado su bachillerato?
  - a) SI
  - b) NO

Si tu respuesta es NO. Consideras que este lapso de tiempo perjudico tu desempeño en el área de matemáticas? SI \_\_\_ NO \_\_\_
  
4. Como consideras tu nivel de desempeño en matemáticas?
  - a) Nivel alto
  - b) Nivel medio
  - c) Nivel bajo
  
5. Cuantas horas semanales de estudio **extra clase** le dedica a la asignatura?
  - a) Ninguna
  - b) De 1 a 2 horas
  - c) De 3 a 4 horas
  - c) Más de 5 horas
  
6. Comparando el **ritmo e intensidad de estudio** en el área de matemáticas en el bachillerato con el de la universidad, puedo decir que:
  - a) Era bajo y continua siendo bajo en la universidad.
  - b) Era bajo pero, subió en la universidad.
  - c) Tenía un nivel medio y continua así en la universidad
  - d) Era alto pero baje al ingresar a la universidad.
  
- e) Regularmente he tenido un buen desempeño en matemáticas.
7. Cuál es su estrategia para abordar y desarrollar jornadas de estudio en matemáticas. (Puede marcar más de una opción)
  - a) NO dedicó tiempo a jornadas de estudio.
  - b) Estudio únicamente en mis tiempos libres.
  - c) Llevar un cuaderno al día y remitirme únicamente a los apuntes de clase.
  - d) Busco al profesor en sus jornadas de atención extra clase.
  - e) Me interesa buscar libros, videos, etc para complementar mi estudio.
  
8. Después de conocer la nota del primer parcial, usted ha implementado alguna acción al respecto.
  - a) He incrementado mis horas de estudio individual.
  - b) He buscado ayuda extra clase para superar mis debilidades.
  - c) NO he implementado acción alguna y confío en una buena nota en el segundo parcial.
  
9. Calificar la **Importancia** de la “matemática” en el desarrollo de su futura carrera profesional.
  - a) Alta
  - b) Media
  - c) Baja
  
10. En su experiencia como ingresante universitario, considera que los problemas en el rendimiento académico en la asignatura se deben a:
  - a) Falta de dedicación y estudio personal.
  - b) Considero que las matemáticas en la universidad son muy complejas.
  - c) El profesor no está capacitado para abordar la asignatura.
  - d) OTRA. Cuál? \_\_\_\_\_
  
11. Mencione una propuesta que la universidad debería tener en cuenta para mitigar el bajo desempeño en el área de matemáticas.



