

**PRODUCCIÓN DE BOSONES VECTORIALES EN EL MODELO
DEL GRUPO DE SIMETRÍA GAUGE $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ CON
NEUTRINOS DERECHOS.**

ALVARO HERNAN CASANOVA MONTALVO

**UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS
PROGRAMA DE FÍSICA
SAN JUAN DE PASTO
2016**

**PRODUCCIÓN DE BOSONES VECTORIALES EN EL MODELO
DEL GRUPO DE SIMETRÍA GAUGE $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ CON
NEUTRINOS DERECHOS.**

ALVARO HERNAN CASANOVA MONTALVO

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR EL TÍTULO DE FÍSICO

**DIRECTOR:
JUAN BAUTISTA FLOREZ MORENO
Ph.D. en Física Teórica.**

**UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS
PROGRAMA DE FÍSICA
SAN JUAN DE PASTO
2016**

“Las ideas y conclusiones aportadas en este trabajo de grado son responsabilidad exclusiva de los autores”.

Artículo primero del acuerdo No.324 de Octubre 11 de 1966, emanado por el Honorable Consejo Directivo de la Universidad de Nariño.

Nota de aceptación

Ph.D Juan Bautista Florez
Director

Ph.D. German Enrique Ramos
Jurado

Ph.D. Yithsbey Giraldo Usuga
Jurado

San Juan de Pasto, noviembre de 2016.

AGRADECIMIENTOS

Expreso mis mas grandes afectos y agradecimientos a la Universidad de Nariño, que me acogió durante estos años de invaluable aprendizaje.

Agradezco al departamento de física por permitirme llevar a cabo la culminación satisfactoria de mis estudios en esta ciencia. A los profesores, que me enseñaron tantas cosas de la naturaleza y de la impresionante realidad matemática que subyace en ella.

Especialmente agradezco a mi asesor, Ph.D. Juan Bautista Florez Moreno, quien de manera cálida, siempre me brindó su tiempo y su conocimiento para orientarme de la manera mas adecuada en la consecución de este logro.

A mis compañeros y amigos que compartieron tantos buenos momentos de estudio, de esparcimiento y de conversación.

A todos los que de una u otra manera contribuyeron en mi formación como profesional y como persona, agradezco inmensamente.

DEDICATORIA

Dedico la realización de este trabajo a mi madre, quien con los mayores esfuerzos y todo el amor, siempre ha luchado por procurarme lo mejor.

A mis hermanos, con quienes he compartido muchos momentos felices desde la infancia y han sido siempre tan buenos conmigo, apoyándome y alentándome en las situaciones adversas.

A Dayan, quien con su amor ha transformado mi vida.

A toda mi familia, que es tan importante para mí.

TABLA DE CONTENIDO

| | |
|---|-----------|
| INTRODUCCIÓN | 17 |
| 1. SIMETRÍAS Y TEORÍAS GAUGE | 19 |
| 1.1. TEOREMA DE NOETHER | 20 |
| 1.2. SIMETRÍAS DE GAUGE LOCAL | 21 |
| 1.3. GRUPO DE SIMETRÍA U(1) | 22 |
| 1.4. TEORÍA GAUGE NO ABELIANA Y QCD | 24 |
| 1.5. INVARIANCIA LOCAL GAUGE DEL GRUPO SU(2) | 26 |
| 2. MODELO ESTÁNDAR | 28 |
| 2.1. SECTOR FERMIÓNICO | 28 |
| 2.2. SECTOR ESCALAR Y MECANISMO HIGSS | 31 |
| 2.3. MASAS DE LOS BOSONES GAUGE | 33 |
| 2.4. SECTOR DE YUKAWA | 35 |
| 2.5. MATRIZ CKM | 38 |
| 2.6. BOSON DE HIGGS | 38 |
| 2.7. LAGRANGIANO DEL MODELO ESTÁNDAR | 39 |
| 3. MODELOS $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ | 41 |
| 3.1. MODELOS DE UNA FAMILIA | 42 |
| 3.2. MODELOS INTERFAMILIAS | 43 |
| 3.3. SECTOR GAUGE | 44 |
| 4. MODELO 3-3-1 CON NEUTRINOS DERECHOS | 45 |
| 4.1. SECTOR ESCALAR | 46 |
| 4.2. BOSONES GAUGE | 47 |
| 4.3. CORRIENTES CARGADAS Y NEUTRAS | 49 |
| 4.4. LAGRANGIANO CINÉTICO DE CAMPOS GAUGE | 52 |
| 4.5. CRÍTICA DEL MODELO ESTÁNDAR | 55 |
| 5. PROCESOS DE COLISIÓN e^+e^- | 56 |
| 5.1. HELICIDAD A ALTAS ENERGÍAS | 56 |
| 5.2. ESTADOS DE HELICIDAD DEL PROCESO | 57 |
| 5.3. MÉTODO PARA CALCULAR AMPLITUDES CON HELICIDADES DEFINIDAS EN PROCESOS e^+e^- | 58 |
| 5.4. PROCESO $e^+e^- \rightarrow V^1V^2$ POR EL CANAL t | 59 |
| 5.4.1. Cálculo de las amplitudes $A_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)t}$. | 61 |
| 5.4.2. Amplitudes de helicidad $A_{\epsilon_+\epsilon_-}^{L(R)t}$ por el canal t. | 62 |
| 5.5. PROCESO $e^+e^- \rightarrow V^1V^2$ POR EL CANAL u | 63 |

| | | |
|-----------|--|-----------|
| 5.5.1. | Amplitudes de helicidad $A_{\epsilon_+\epsilon_-}^{L(R)u}$ por el canal u. | 63 |
| 5.6. | PROCESO $e^+e^- \rightarrow V^1V^2$ POR EL CANAL s | 64 |
| 5.6.1. | Amplitudes de helicidad $C_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)\mu}$ por el canal s. | 66 |
| 6. | CÁLCULO DE LA SECCIÓN EFICAZ EN PROCESOS e^+e^- | 69 |
| 6.1. | SECCIÓN EFICAZ EN EL PROCESO $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$ | 72 |
| 6.1.1. | Unitariedad del proceso. | 73 |
| 6.1.2. | Sección Eficaz Diferencial. | 74 |
| 6.1.3. | Sección Eficaz Total. | 76 |
| 6.2. | SECCIÓN EFICAZ EN EL PROCESO $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$ | 77 |
| 6.2.1. | Unitariedad del proceso. | 78 |
| 6.2.2. | Sección Eficaz Diferencial. | 78 |
| 6.2.3. | Sección Eficaz Total. | 79 |
| 6.3. | SECCIÓN EFICAZ EN EL PROCESO $e^+e^- \rightarrow Z'Z'$ | 80 |
| 6.3.1. | Unitariedad del Proceso. | 80 |
| 6.3.2. | Sección Eficaz Diferencial. | 82 |
| 6.3.3. | Sección Eficaz Total. | 83 |
| 7. | CONCLUSIONES | 84 |
| 8. | RECOMENDACIONES | 85 |
| | BIBLIOGRAFÍA | 86 |
| | ANEXOS | 88 |

LISTA DE FIGURAS

| | | |
|-----|---|----|
| 1. | Proceso $e^+e^- \rightarrow V^1V^2$ por el canal t. | 59 |
| 2. | Proceso $e^+e^- \rightarrow V^1V^2$ por el canal u. | 63 |
| 3. | Proceso $e^+e^- \rightarrow V^1V^2$ por el canal s. | 65 |
| 4. | Diagramas de Feynman para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$. | 72 |
| 5. | Sección eficaz diferencial del proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$. | 75 |
| 6. | Sección eficaz total del proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$. | 76 |
| 7. | Diagramas de Feynman para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$. | 77 |
| 8. | Sección eficaz diferencial del proceso $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$. | 78 |
| 9. | Sección eficaz total del proceso $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$. | 79 |
| 10. | Diagramas de Feynman para el proceso $e^+e^- \rightarrow Z'Z'$. | 80 |
| 11. | Sección eficaz diferencial del proceso $e^+e^- \rightarrow Z'Z'$. | 82 |
| 12. | Sección eficaz total del proceso $e^+e^- \rightarrow Z'Z'$. | 83 |
| 13. | Interacción de los campos de Fermi con campos gauge a orden e^3 . | 89 |
| 14. | Expansión del vértice axial entre los campos de Fermi y boson gauge a orden e^5 . | 90 |
| 15. | Anomalías dadas por bucle de fermiones quirales. | 91 |
| 16. | Cinemática del proceso e^+e^- . | 93 |

LISTA DE TABLAS

| | | |
|----|---|----|
| 1. | Sector fermiónico. | 29 |
| 2. | Acoples quirales de e^- con los bosones neutros. | 52 |
| 3. | Acoples quirales de e^- con los bosones cargados. | 52 |
| 4. | Acoples trilineales de los bosones gauge. | 54 |

LISTA DE ANEXOS

| | |
|-----------------------------------|----|
| A. ANEXOS | |
| A.1. Matrices de Pauli. | 84 |
| A.2. Matrices de Gell-Mann. | 84 |
| A.3. Anomalías. | 84 |
| A.4. Cinemática de los procesos. | 89 |
| A.5. Traza de matrices γ . | 90 |

RESUMEN

En el presente trabajo se estudia la producción de bosones de norma en el modelo $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ con neutrinos derechos. En primer lugar se halla el Lagrangiano leptónico del modelo con sus respectivas corrientes y acoples. Explícitamente las amplitudes de helicidad bien definidas para los procesos de producción de bosones en el proceso general $e^+e^- \rightarrow V_1V_2$ y las amplitudes de polarización para los procesos $e^+e^- \rightarrow Z'Z', K^+K^-, K^0\bar{K}^0$ en el modelo bajo estudio son calculadas. La sección transversal diferencial y la sección eficaz total para los procesos $e^+e^- \rightarrow K^+K^-, K^0\bar{K}^0, Z'Z'$ son obtenidas con sus respectivas gráficas en función del ángulo sólido de dispersión y de la energía. Se considera que el modelo de estudio es invariante C, P y T .

ABSTRACT

In the present work, we study the gauge boson production in the $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ model with right handed neutrinos. Firstly, we find the leptonic Lagrangian of the model with its currents and couplings. Explicitly, the well defined helicities amplitudes for the boson production in the general process $e^+e^- \rightarrow V_1V_2$ and the polarization amplitudes for the processes $e^+e^- \rightarrow Z'Z', K^+K^-, K^0\bar{K}^0$ in the model subject of study are calculated. We obtain the differential and total cross section for the processes $e^+e^- \rightarrow K^+K^-, K^0\bar{K}^0, Z'Z'$, with their angular distribution in function of the scattering solid angle and energy. We regard the model under study C, P, T invariant.

OBJETIVOS

Objetivo General.

Realizar un estudio detallado de la producción de bosones en los procesos de aniquilación electrón-positrón en el modelo del grupo de simetría $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ con neutrinos derechos.

Objetivos específicos

1. Calcular el Lagrangiano cinético y de autointeracción de los bosones gauge y el Lagrangiano fermiónico, para la parte leptónica, del grupo de simetría $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ con neutrinos derechos y sus respectivas corrientes neutras y cargadas.
2. Calcular amplitudes de polarización en procesos $e^+e^- \rightarrow Z'Z', K^+K^-, K^0\bar{K}^0$ en el modelo $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ con neutrinos derechos.
3. Calcular la sección transversal para los procesos $e^+e^- \rightarrow K^+K^-, K^0\bar{K}^0, Z'Z'$ en el modelo $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ con neutrinos derechos.

GLOSARIO.

ÁNGULO SÓLIDO: ángulo espacial que abarca un objeto visto desde un punto dado, que se corresponde con la zona del espacio limitada por una superficie cónica.

ANTIPARTÍCULA: correspondiente a la mayoría de clases de partículas, existe una antipartícula de antimateria asociada con la misma masa pero con carga opuesta.

BOSÓN: un tipo básico de las partículas elementales de la naturaleza que posee espín entero ($s= 1,2,3\dots$ en unidades de \hbar) mediador de la interacción y que obedece la estadística de Bose-Einstein. Entre los diferentes tipos de bosones se encuentran los de espín 0, llamados escalares; los de espín 1 conocidos como bosones vectoriales; y los de espín 2 que son de tipo tensorial.

ESPÍN: propiedad física de las partículas subatómicas por el cual tienen un momento angular intrínseco de valor fijo.

FERMIÓN: partícula material de espín semientero ($s= \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\dots$ etc) que obedece la estadística de Fermi-Dirac cumpliendo con el principio de exclusión de Pauli.

FOTÓN: partícula elemental no masiva de espín igual a 1, portadora de la interacción electromagnética.

GLUÓN: bosón mediador de la interacción fuerte, que posee carga eléctrica y carga de color, pero no tiene masa.

HELICIDAD: magnitud física que se obtiene de la proyección del espín de un partícula sobre la dirección de su momento lineal.

LAGRANGIANO: función escalar a partir de la cual se puede obtener la evolución temporal, las leyes de conservación y otras propiedades importantes de un sistema dinámico.

LEPTÓN: fermión masivo constituyente fundamental de la materia que no posee carga de color, por lo que no sufre interacción fuerte pero si experimenta fuerza electromagnética y débil.

LUMINOSIDAD: en física de partículas, se define la luminosidad instantánea como el número de partículas por unidad de superficie por unidad de tiempo en un haz.

NEUTRINO: partícula subatómica de tipo fermiónico, sin carga eléctrica y con espín $1/2$. Esta partícula posee una masa muy pequeña y la interacción que experimenta con las demás partículas es mínima, por lo que pasan a través de la materia ordinaria sin apenas perturbarla.

OBSERVABLE: toda propiedad del estado de un sistema que puede ser determinada por alguna secuencia de operaciones físicas.

POSITRÓN: también conocido como antielectrón, es la antipartícula del electrón. Posee la misma cantidad de masa y carga eléctrica; sin embargo, esta es positiva.

PROPAGADOR: es una función de Green, es decir un tipo de solución de una ecuación diferencial, que da la amplitud de probabilidad de que una partícula se desplace entre dos puntos en un tiempo dado, o de que se mueva con cierta energía y momento.

QUARKS: fermiones masivos que interactúan fuertemente formando la materia nuclear.

INTRODUCCIÓN.

El rol que ha desempeñado la física a través de toda la historia de la humanidad, desde sus comienzos hasta nuestra era, ha sido pilar fundamental sobre el cual descansa el principio de la constante búsqueda del conocimiento de las fuerzas que rigen todo cuanto nos rodea, que gobiernan todas las formas de la naturaleza, y que nos resultan totalmente proseguidas impulsando inagotablemente las fronteras del pensamiento.

El entendimiento de los fenómenos subatómicos en la materia son el resultado del esfuerzo mas ambicioso y organizado a lo largo de este último siglo de miles de científicos que trabajan en el campo de la física de altas energías, en la que los avances conjuntos en el área experimental y teórica han llevado a extraordinarios hallazgos que contribuyen cada vez más al esclarecimiento de las leyes fundamentales que gobiernan nuestro universo.

El descubrimiento de una gran cantidad de partículas a partir de 1930, en procesos como la interacción de rayos cósmicos con la atmósfera, desintegración espontánea de núcleos atómicos, y colisiones de haces de partículas revelaron que el modelo atómico conocido para la época, no era suficiente para explicar la gran cantidad de partículas descubiertas ni sus interacciones, por lo cual era necesario formular nuevas teorías que describieran de manera correcta los comportamientos y las estructuras fundamentales de estas partículas y las diferentes interacciones que median sobre estas.

La unificación de las fuerzas fundamentales de la naturaleza ha sido un objetivo primordial dentro de la física, y su búsqueda se ha llevado a cabo alrededor del concepto de simetría, en el que se hace uso de la conservación de ciertas magnitudes físicas, como por ejemplo números cuánticos, cuando se efectúa un tipo de transformación de alguna coordenada generalizada del sistema, produciendo que el Lagrangiano que describe los campos de interacción quede invariante. Es así como se han desarrollado teorías usando generalizaciones de la idea de los campos de Yang-Mills (teoría gauge de campos), para describir conjuntamente tres de las fuerzas fundamentales de la naturaleza: fuerza nuclear, fuerte y débil, y electromagnética.

La primera de ellas fue llevado a cabo por Glashow, Weinberg y Salam, en la cual se unifica de forma no convencional los campos electromagnético y débil en una sola descripción que incluye grupos de simetría local $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ y simetrías subyacentes, sugiriendo para el campo débil, bosones cuánticos de 80 veces la masa del

protón, así como la existencia de corrientes neutras; hechos que fueron corroborados experimentalmente y demostraron que esta teoría era correcta.

Cualquier modelo exitoso para la descripción adecuada de los fenómenos de la materia a escalas subatómicas dentro de rangos de energía por debajo de unos pocos cientos de GeV debe incorporar el grupo de simetría de la interacción electrodébil $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, que ha demostrado la capacidad de predecir variedad de patrones en experimentos de corrientes neutras de neutrinos y experimentos de corrientes neutras de electrones ¹. Es así, como en búsqueda de teorías de unificación mas completas se puede explorar grupos de simetría mas alta en las que se incluya la descripción del campo fuerte descrito por la cromodinámica cuántica (QCD), por lo que es natural considerar diferentes formas en las que el Modelo Estándar puede ser extendido recurriendo al grupo de simetría local de carga de color $SU(3)_C$, que se cree exacta, obteniendo grupos de simetría $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ los cuales llamaremos de ahora en adelante modelos 3-3-1.

Las observaciones minuciosas de la materia que se logran con colisiones de leptones o hadrones, se han constituido en uno de los principales objetos de estudio en la física de altas energías, debido a que mediante éstas, se pueden obtener pruebas determinantes sobre el Modelo Estándar y sus extensiones, la existencia de nuevos bosones vectoriales predichas en estas extensiones, bosón de Higgs, fermiones con carga exótica y posibles violaciones de las invarianzas de carga, paridad y tiempo².

Las colisiones e^+e^- son de gran interés ya que pueden ser usados para estudiar interacciones débiles, quarks, gluones y también para estudiar o buscar quarks o leptones pesados. Además presentan varias ventajas en comparación a otros tipos de colisiones como por ejemplo p^+p^- , que son hadrones con estructuras complejas compuestas de quarks. La primera de ellas es que estas partículas puntuales interactúan principalmente a través de campos electromagnéticos que son los mas estudiados por la electrodinámica cuántica (QED), la que permite asegurar que la colisión e^+e^- es el proceso mas simple cuyo estado inicial es totalmente conocido ³. Otra de la ventajas es que el carácter neutro del estado inicial permite en algunos casos, una transformación completa de su energía en nuevas partículas⁴ ; y en que a altas energías es posible despreciar la masa del electrón y su antipartículas por lo que se puede obtener estados bien definidos de helicidad, haciendo de los autovalores de este operador buenos número cuánticos debido a su conmutación con el Hamiltoniano.

¹M. Singer, J. W. F. Valle and J. Schechter, Phys. Rev. D22, 738 (1980)

²W.A. Ponce, Y. Giraldo and L.A. Sánchez, Phys. Rev. D67, 075001 (2003).

³W.Buchmüller, C.Lüdeling. Field Theory and Standard Model. Hamburg, Germany.2006.P.55

⁴F.M Renard, Basic of electron positron Collision (Edition Frontieres, Gif-sur-Y vette, France, 1981). p.57.

1. SIMETRÍAS Y TEORÍAS GAUGE

El concepto de simetría es crucial en el estudio de la física teórica. A través de esta idea es posible desentrañar la fenomenología de procesos físicos que involucren transformaciones espacio-temporales o internas de un sistema. Estas transformaciones forman grupos de simetría que no dependen de la orientación específica del lugar en que se realicen las mediciones de algún fenómeno particular, lo que implica que la física no cambia mediante una operación simétrica dejando las transiciones de probabilidad invariantes.

La simetría ha demostrado hasta el momento ser un concepto clave en el desarrollo de las teorías de la descripción de las interacciones físicas y ha conducido a resultados importantes tales como los alcanzado por Einstein, quien mediante la consideración de la invariancia bajo transformaciones de coordenadas generalizadas (junto con el principio de equivalencia) dedujo la Teoría General de la Relatividad. Bajo el mismo concepto, las interacciones de las partículas y campos fundamentales pueden considerarse gobernados por un tipo de simetrías gauge locales. Existe una estrecha conexión entre la simetría de un sistema y la idea de que las cantidades físicas (tales como la carga eléctrica, color, etc.) son conservadas en regiones locales del espacio y no solamente de forma global⁵.

Globalmente, la conservación de la carga sería satisfecha si 10C de carga desaparecieran repentinamente de la Tierra y aparecieran simultáneamente en otro planeta. Pero, por conservación de carga usualmente se quiere decir algo más que esto; de hecho este proceso no sería permitido debido a que las nociones de continuidad demandarían que la desaparición de la carga en un punto estuviera acompañada por una corriente, la que haría posible la aparición de la carga en otro lugar ⁶ .

La conexión entre las simetrías y las leyes de la conservación son mejor discutidas en el marco de la formulación Lagrangiana de campos, sin embargo se utilizarán sus conceptos básicos para exponer esta idea.

Consideremos un sistema compuesto por un conjunto de n campos independientes $\phi_a(x)$ ($a = 1, 2, \dots, n$) y asumamos que el Lagrangiano⁷ es invariante bajo alguna transformación de cierto grupo G . Las ecuaciones de Euler-Lagrange

⁵T.Morii, C.S.Lim, S.N.Mukherjee. The Physics of the Standard Model and Beyond, 2004. p.33

⁶Lewis.H.Ryder. Quantum Field Theory. Cambridge University Press, England, 2003. p.79

⁷Usualmente denominado Lagrangiano, pero adecuadamente llamada densidad Lagrangiana.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \partial_\mu \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right] = 0 \quad (1.1)$$

son generadas a partir del requerimiento de mínima acción.

$$\delta s = \delta \int d^4x \mathcal{L}(\phi(x), \partial_\mu(\phi(x))) = 0 \quad (1.2)$$

donde el campo ϕ es una función de los parámetro continuos x_μ .

Las ecuaciones que describen el comportamiento de los campos (escalares, axiales, vectoriales, etc.) relacionados con las partículas y sus interacciones elementales que son obtenidas a partir de la ecuación (1.1) y del Lagrangiano adecuado, permanecen invariantes cuando una transformación simétrica actúa sobre un sistema.

1.1. TEOREMA DE NOETHER

La invariancia de un sistema bajo transformaciones de traslación, rotación, desplazamiento temporal, transformaciones de Lorentz, conducen a la conservación del momentum, momentum angular y la energía.

Si la acción es invariante bajo algún grupo de transformaciones sobre x^μ y ϕ entonces existe uno o mas cantidades conservadas⁸. Para observar de manera general esta afirmación se considera una transformación infinitesimal de un campo ϕ

$$\phi \rightarrow \phi + \delta\phi \quad (1.3)$$

entonces si el Lagrangiano solo depende del campo y su primera derivada $\mathcal{L} = \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$

$$\delta \mathcal{L} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} \delta\phi + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} \delta(\partial_\mu \phi) \quad (1.4)$$

$$\delta \mathcal{L} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} \delta\phi - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} \delta\phi + \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} \delta\phi \right) \quad (1.5)$$

Utilizando la ecuación de Lagrange (1.1) y demandando invariancia bajo la transformación ($\delta \mathcal{L} = 0$)

⁸Mathew Robinson. Symmetry and the Standard Model: Mathematics and Particle Physics. Springer, New York. p. 48

$$\delta\mathcal{L} = \partial_\mu \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)} \delta\phi \right) = 0 \quad (1.6)$$

Definiendo la corriente como:

$$J^\mu = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)} \delta\phi. \quad (1.7)$$

Se obtiene finalmente la expresión matemática del teorema de Noether

$$\partial_\mu J^\mu = 0 \quad (1.8)$$

Integrando sobre el volumen V :

$$\int_V \partial_0 J^0 d^3x + \int_V \partial_i J^i d^3x = 0 \quad (1.9)$$

el segundo término es transformado en una integral de superficie mediante el teorema de Gauss y su valor tiende a cero cuando se toma la superficie lo suficientemente lejos, dejando

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho d^3x = 0 \quad (1.10)$$

$$\frac{dQ}{dt} = 0 \quad (1.11)$$

Por lo que el teorema de Noether establece que para cualquier invariancia de la acción bajo una transformación continua de campos existe una carga clásica que es independiente del tiempo y está asociada a una corriente conservada ($\partial_\mu J^\mu = 0$).

1.2. SIMETRÍAS DE GAUGE LOCAL

Las simetrías gauge son transformaciones locales que consisten en la introducción de campos de calibración que dejan invariante el Lagrangiano del sistema sin que exista una relación de correspondencia única entre los campos físicos y los campos gauge. Bajo estas transformaciones la función de onda asociada a las partículas cambia su fase en una cantidad que puede variar de un punto del espacio a otro⁹.

El Modelo Estándar de la física de partículas está basado en tres teorías gauge cuánticas que describen las interacciones débil, fuerte y electromagnética. Estas

⁹W.Buchmüller and C.Lüdeling. arXiv:hep-ph/0606174v1, 2006.

teorías renormalizables ¹⁰ son basadas en simetrías que pueden clasificarse de dos maneras;(1) simetrías manifiestas o sin ruptura y (2) simetrías escondidas o espontáneamente rotas. La interacción electromagnética es una simetría local $U(1)$ sin ruptura, la interacción débil es una simetría $SU(2) \otimes U(1)$ espontáneamente rota y la interacción fuerte es descrita por una simetría local $SU(3)$ manifiesta.

1.3. GRUPO DE SIMETRÍA $U(1)$

Considerando primero una transformación global de fase de un tetraespinor ψ que describe un campo fermiónico

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha}\psi(x) = U(\alpha)\psi(x) \quad (1.12)$$

La familia de transformaciones de fase $U(\alpha) \equiv e^{i\alpha}$, en la que el parámetro α toma cualquier valor dentro de los números reales, forma un grupo unitario Abeliano conocido como grupo $U(1)$ ¹¹. Es obvio entonces que este tipo de transformaciones cumplen con las condiciones de operadores unitarios, $U(\alpha_1)U(\alpha_1)^{-1} = I$, y las propiedades de multiplicación de un grupo abeliano, $U(\alpha_1)U(\alpha_2) = U(\alpha_2)U(\alpha_1)$.

Generalizando la anterior transformación se puede escribir

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)}\psi(x) \quad (1.13)$$

donde $\alpha(x)$ es un parámetro que ahora depende del espacio y del tiempo de una manera completamente arbitraria. Esto es conocida como invariancia local gauge. Sin embargo, al considerar a α como una función de las coordenadas espacio-temporales el Lagrangiano de un campo fermiónico

$$\mathcal{L} = i \bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi \quad (1.14)$$

no es invariante bajo dicha transformación local de fase. De la ecuación (1.13) se puede ver como transforma el campo $\bar{\psi}$

$$\bar{\psi} \rightarrow e^{-i\alpha(x)}\bar{\psi} \quad (1.15)$$

de tal manera que el último término de L es invariante; sin embargo el problema radica en la forma en como transforma la derivada

¹⁰La renormalización hace parte del estudio de la teoría de campos y busca establecer las condiciones en las cuales las teorías son no divergentes, y por lo tanto mantienen un significado físico

¹¹T.Morii, C.S.Lim, S.N.Mukherje. The Physics of the Standard Model. Singapore. p.37

$$\partial_\mu(\psi) \rightarrow e^{i\alpha(x)}\partial_\mu\psi + ie^{\alpha(x)}\psi\partial_\mu\alpha \quad (1.16)$$

en la que el término $\partial_\mu\alpha$ rompe la invariancia de \mathcal{L} .

Por lo tanto para conservar la invariancia del Lagrangiano se debe buscar una derivada modificada, D_μ , que transforme covariantemente bajo transformaciones de fase local, esto es, de manera similar como la hace el campo φ ¹²:

$$D_\mu \rightarrow e^{i\alpha(x)}D_\mu\psi \quad (1.17)$$

Para hacer que la derivada transforme covariantemente se debe introducir el campo vectorial A_μ con ciertas propiedades de transformación que nos permitan cancelar los términos indeseados de la ecuación (1.16). Esto es posible si se designa

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - ieA_\mu \quad (1.18)$$

con la condición de que A_μ transforme como

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha. \quad (1.19)$$

La invariancia del Lagrangiano es conseguida mediante el reemplazo de ∂_μ por D_μ :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi \\ &= \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi + e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu \end{aligned} \quad (1.20)$$

Es importante resaltar que mediante la imposición de la invariancia local gauge, ha sido necesario introducir un campo vectorial A_μ , llamado campo gauge, que se acopla a la carga del electrón (-e) de la misma manera que lo hace el campo del fotón. Además, el segundo término de la anterior ecuación puede ser escrito de la forma $-j^\mu A_\mu$, donde j^μ es la densidad de corriente electromagnética.

Si se considera este nuevo campo como el fotón físico, debe añadirse al Lagrangiano un término correspondiente a su energía cinética. Ya que el término cinético debe ser invariante bajo (1.19), éste solo puede involucrar el tensor de campo del invariante gauge

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (1.21)$$

De esta manera se obtiene el Lagrangiano QED¹³.

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi + e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (1.22)$$

¹²T.Cheng, L.F.Li. Gauge theory of elementary particles. St.Louis, USA, 1982. p.230

¹³Por sus siglas en inglés, Quantum Electrodynamics

Un término de masa en el Lagrangiano podría ser de la forma $\frac{1}{2}m^2 A_\mu A^\mu$ y es claro que este término no es invariante bajo una transformación gauge. De aquí que la invariancia requiere que el campo gauge sea no masivo. En la usual aproximación al campo electromagnético, es la relatividad la cual requiere que el campo no posea masa, y por lo tanto viaje a la velocidad de la luz¹⁴.

1.4. TEORÍA GAUGE NO ABELIANA Y QCD

Siguiendo un procedimiento similar al realizado para el grupo de simetría U(1) se puede intentar inferir la estructura de la cromodinámica cuántica a partir de la invariancia local gauge. El grupo U(1) aquí es reemplazado por el grupo de transformaciones SU(3) que actúa sobre los campos de color. El Lagrangiano para una partícula libre es

$$\mathcal{L}_l = \bar{q}_j (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) q_j, \quad (1.23)$$

donde q_1, q_2, q_3 denotan los tres campos de color.

Considerando una transformación de fase local de la forma

$$q(x) \rightarrow Uq(x) \equiv e^{i\alpha_a(x)T_a} q(x) \quad (1.24)$$

donde U es una matriz unitaria 3x3, la cual se ha mostrado parametrizada por su forma general. T_a , con $a=1,2,\dots,8$, son un conjunto de matrices 3x3 linealmente independientes cuya traza es igual a cero, y α_a , son los parámetros del grupo. Las matrices de Gell-Mann ($\lambda_a/2$) son convencionalmente las matrices T_a ¹⁵.

El grupo es no abeliano ya que no todos los generadores T_a conmutan unos con otros. Se puede verificar que el conmutador de cualquier par de estos generadores es una combinación lineal de todas las T :

$$[T_a, T_b] = if_{abc} T_c \quad (1.25)$$

donde f_{abc} son constantes reales, denominadas constantes de estructura del grupo y son totalmente antisimétricas bajo el intercambio de cualquier par de índices¹⁶.

Se puede explorar las consecuencias de demandar invariancia local gauge en el Lagrangiano cuando los campos experimentan una transformación de fase infinitesimal,

¹⁴L.H.Ryder. Quantum Field Theory. Canterbury, Kent, 1996. p.97

¹⁵W. Buchmüller and C.Lüdeling. arXiv:hep-ph/0606174v1, 2006.

¹⁶H.G.Mullor. Física del Sabor en el LHC, Valencia, 2014. p.5

$$\begin{aligned}
q(x) &\rightarrow [1 + i\alpha_x(x)T_a]q(x) \\
\partial_\mu q &\rightarrow (1 + i\alpha_a T_a)\partial_\mu q + iT_a q \partial_\mu \alpha_a
\end{aligned} \tag{1.26}$$

El último término arruina la invariancia de \mathcal{L} . Si se procede tal como para la QED, debe introducirse (ocho) campos gauge G_μ^α , cada uno transformando como

$$G_\mu^\alpha \rightarrow G_\mu^\alpha - \frac{1}{g}\partial_\mu \alpha_a, \tag{1.27}$$

y formar una derivada covariante (similar a 1.18)

$$D_\mu = \partial_\mu + igT_a G_\mu^a \tag{1.28}$$

luego hacer el reemplazo $\partial_\mu \rightarrow D_\mu$ en el lagrangiano y obtener

$$\mathcal{L} = \bar{q}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)q - g(\bar{q}\gamma^\mu T_a q)G_\mu^a \tag{1.29}$$

Sin embargo, para una transformación gauge no Abeliana, esto no es suficiente para producir un Lagrangiano invariante. El problema es que

$$(\bar{q}\gamma^\mu T_a q)G_\mu^a \rightarrow (\bar{q}\gamma^\mu T_a q)G_\mu^a + i\alpha_b \bar{q}\gamma^\mu (T_a T_b - T_b T_a)q \rightarrow (\bar{q}\gamma^\mu T_a q) - f_{abc}\alpha_b (\bar{q}\gamma^\mu T_c q) \tag{1.30}$$

donde se ha usado la relación de conmutación de los generadores. Debido a esto, se puede verificar que la invariancia gauge de \mathcal{L} puede ser conseguida si se reescribe (1.27) en la forma

$$G_\mu^\alpha \rightarrow G_\mu^\alpha - \frac{1}{g}\partial_\mu \alpha_a - f_{abc}\alpha_b G_\mu^c. \tag{1.31}$$

Como en la contraparte en QED, se puede añadir el término cinético para cada uno de los campos Gauge G_μ^a y obtener finalmente el Lagrangiano de QCD

$$\mathcal{L} = \bar{q}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)q - g(\bar{q}\gamma^\mu T_a q)G_\mu^a - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} \tag{1.32}$$

Donde, con el fin de que el término cinético sea invariante bajo (1.30) se debe cumplir que

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - gf_{abc}G_\mu^b G_\nu^c \tag{1.33}$$

La ecuación (1.32) es el Lagrangiano de la interacción de los quarks de color y los gluones vectoriales G_μ , con la constante de acoplamiento g , el cual resulta de la imposición de la invariancia del Lagrangiano bajo transformaciones de fase local de color sobre los campos de quarks. Igual que para el fotón, la invariancia local gauge

requiere que los gluones sean no masivos. El tensor de campo $G_{\mu\nu}^a$ tiene una propiedad destacable debido al término extra de (1.33). La imposición de la simetría gauge ha requerido que el término de energía cinética \mathcal{L} no sea puramente cinético sino que incluya una autointeracción inducida entre los bosones gauge por la aparición de términos como $g^3 G^3 + g^4 G^4$ que indican la presencia de vértices de tres y cuatro gluones, lo que refleja que estos campos poseen carga de color ¹⁷.

1.5. INVARIANCIA LOCAL GAUGE DEL GRUPO SU(2)

Para conseguir la invariancia local gauge del grupo $SU(2)$ que representa el grupo de transformaciones unitarias que describe la interacción débil, se procede de manera similar a la realizada para la cromodinámica cuántica (QCD), reemplazando $SU(3)$ por el grupo $SU(2)$ no abeliano asociado al isospín débil, cuyos generadores obedecen el álgebra de Lie¹⁸

$$[\tau_i, \tau_j] = 2i\epsilon_{ijk}\tau_k. \quad (1.34)$$

Donde ϵ_{ijk} es la constante de estructura (tensor de Levi-Civita) totalmente antisimétrico del grupo $SU(2)$ y τ_a , con $a = 1, 2, 3$, son las matrices de Pauli¹⁹ con traza igual a cero.

Reemplazando ∂_μ por la derivadas

$$D_\mu = \partial_\mu + ig\frac{\tau_a}{2}W_\mu^a, \quad (1.35)$$

y los tres campos gauge, W_μ^a con $a = 1, 2, 3$. Para inferir su estructura será suficiente considerar una transformación infinitesimal de fase

$$\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = (1 + \alpha(x) \cdot \frac{\tau}{2})\phi(x). \quad (1.36)$$

bajo la cual, los tres campos gauge deben transformar como

$$W_\mu \rightarrow W_\mu - \frac{1}{g}\partial_\mu\alpha - \alpha \times W_\mu \quad (1.37)$$

El término $\alpha \times W_\mu$ ocurre porque W_μ es un vector de $SU(2)$, que es “rotado” aún si α es independiente de x . El Lagrangiano invariante gauge de la partícula libre es entonces

¹⁷F.Halzen, A.D.Martin. Quarks and Leptons. United States of America, 1984. p.319

¹⁸Ibíd., p.328.

¹⁹Ver anexo A.1.

$$\mathcal{L} = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - \frac{1}{4} W_{\mu\nu} W^{\mu\nu} \quad (1.38)$$

en el cual se ha introducido el término cinético de los campos gauge

$$W_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu - g W_\mu \times W_\nu \quad (1.39)$$

El último término de la anterior ecuación surge de la naturaleza no abeliana del grupo $SU(2)$.

Al sustituir la derivada covariante $D_\mu \phi$ y $W_{\mu\nu}$ en el Lagrangiano (1.38) se encuentran muchos términos de tercer y cuarto orden en los campos ϕ y W_μ como por ejemplo $(\phi\phi w)$ y (www) . Por supuesto, esto es una consecuencia que se puede esperar de las ecuaciones de los campos, ya que en ausencia de materia las ecuaciones

$$(\partial^\nu F_{\mu\nu} = 0 \rightarrow \nabla \cdot E = 0) \quad , \quad \left(\frac{\partial E}{\partial t} - \nabla \times B = 0 \right) \quad (1.40)$$

indican que no existe una fuente de campo electromagnético, mientras que la ecuación de campo gauge no abeliano que se obtiene de las ecuaciones de Lagrange $D^\nu W_{\mu\nu} = g(D_\mu \phi) \times \phi \equiv gJ^\mu$ se convierten en ausencia de materia en

$$D^\nu W_{\mu\nu} = 0 \rightarrow \partial^\nu W_{\mu\nu} = -gW^\nu \times W_{\mu\nu} \quad (1.41)$$

indicando que el campo $W_{\mu\nu}$ actúa como una fuente propia de interacción. Esto corresponde a que el campo electromagnético $F^{\mu\nu}$ no posee carga por lo que no emitirá fotones, pero el campo $W_{\mu\nu}$ posee isospín ($I=1$) por lo que actuará como una fuente propia, ya que éste es el campo generado por cualquier partícula con isospín²⁰.

Las relaciones de conmutación de los generadores del grupo $SU(2)$ son las mismas que las del momentum angular ($\vec{J} = \vec{r} \times \vec{p}$). Esto indica que $SU(2)$ es un grupo que describe una simetría de rotación y la cantidad conservada es una cantidad vectorial, similar al momentum angular, que es llamada isospín débil.

Estas ideas, pueden ser generalizadas para incluir campos fundamentales (quarks o leptones) con mas de dos componentes, como por ejemplo en el caso de $SU(3)_L$ en el cual las matrices de transformación unitarias tienen dimensiones 3×3 .

²⁰L.H.Ryder. Quantum Field Theory. Canterbury, Kent, 1996. p.109

2. MODELO ESTÁNDAR

El Modelo Estándar (ME) de las partículas y fuerzas fundamentales es una teoría basada en grupos de representaciones matriciales de invarianza gauge renormalizable, consistente con la mecánica cuántica y la teoría especial de la relatividad, que explican las relaciones entre las interacciones fundamentales conocidas entre estructuras elementales que componen toda la materia. En este modelo, las partículas fundamentales se clasifican en tres diferentes categorías: quarks, leptones, y portadores de la interacción. Los quarks y leptones son partículas fermiónicas que conforman la masa de todo lo que está a nuestro alrededor, y los mediadores de la interacción, son bosones que representan los cuantos de los campos de las fuerzas electromagnética, fuerte y débil.

Esta teoría gauge está basada en los grupos de simetría: $SU(3)_C$, que describe la interacción fuerte (QCD); $SU(2)_L$, asociado a la interacción débil que solamente actúa sobre las componentes izquierdas de las partículas; y $U(1)_Y$, el grupo de simetría relacionado con la interacción electromagnética de los campos. El Modelo Estándar es una teoría quiral porque las componentes derecha e izquierda de las partículas transforman de manera diferente y es una teoría que requiere que los portadores de la interacción débil, de corto alcance, sean masivos; lo que aparentemente la hace inconsistente con el principio de invariancia gauge, conduciendo al problema de la introducción de masas de los bosones gauge en las teorías de Yang-Mills sin arruinar la renormalizabilidad.

Al principio, el Lagrangiano de la teoría contiene términos sin masa para los fermiones y es invariante bajo un grupo de simetría interna, que es una simetría gauge; por lo tanto, mediante un mecanismo especial, un campo escalar (el campo de Higgs) es introducido con un valor esperado en el vacío diferente de cero produciendo un rompimiento espontáneo de simetría que genera los términos de masa para los leptones, quarks y los bosones gauge, pero no para el fotón ni el neutrino. Es por lo tanto realista y ha alcanzado un buen grado de precisión en la descripción de las interacciones fundamentales.

2.1. SECTOR FERMIÓNICO

El Modelo Estándar está conformado por 12 partículas fundamentales de spin=1/2, que cumplen el principio de exclusión de Pauli. Cada uno posee su correspondiente

| FERMIONES | | | | |
|-----------|-------|------------------------|------------------------------|--------------------------------|
| | Carga | Primera generación | Segunda Generación | Tercera generación |
| quarks | +2/3 | Up(u) | Charm(c) | Top(t) |
| | -1/3 | Down(d) | Strange(s) | Bottom(b) |
| leptones | -1 | Electrón(e^-) | Muón (μ^-) | Tauón (τ^-) |
| | 0 | Neutrino e (ν_e) | Neutrino μ (ν_μ) | Neutrino τ (ν_τ) |

Tabla 1: Sector fermiónico.

antipartícula²¹. Estos se clasifican, como se indica en la tabla, en generaciones de acuerdo a las similitudes en el comportamiento físico.

Los leptones cargados tienen componentes izquierdas y derechas, pero de acuerdo a la teoría de la fuerza débil, los neutrinos solo tienen componentes izquierdas. Mediante la evidencia acumulada en muchos experimentos como el de las transiciones β de un núcleo polarizado de Cobalto (Co^{60}), se ha podido determinar que solamente las componentes izquierdas del neutrino (ν_l) y las componentes derechas del antineutrino (ν_r) están involucradas en la interacción débil²².

Las partículas materiales del ME libre de anomalías se organizan en tres familias, de manera que los fermiones de una familia poseen los mismo números cuánticos pero diferente masa. Así mismo, la única diferencia entre familias corresponde a la escala de masas. En el Modelo Estándar los neutrinos son no masivos. Las componentes izquierdas transforman como un doblete de $SU(2)_L$ y las componentes derechas transforman como singletes de $U(1)_Y$. Para los leptones se tiene

$$\chi_L = \begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \alpha^- \end{pmatrix}_L \sim [1, 2, -1] \quad \psi_R = \alpha_R^- \sim [1, 1, -2] \quad (2.1)$$

con $\alpha = e, \mu, \tau$. Pero los quarks,

$$Q_{iL}^a = \begin{pmatrix} u_i^a \\ d_i^a \end{pmatrix}_L \sim [3, 2, 1/3] \quad u_{iR}^a \sim [3^*, 1, 4/3] \quad d_{iR}^a \sim [3^*, 1, -2/3] \quad (2.2)$$

$a=1,2,3$ es el índice de color, e $i=1,2,3$ es el índice de familia. Aquí los quarks izquierdos tienen su correspondiente componente derecha debido a que éstos, a diferencia de los neutrinos²³, tienen una masa finita, por lo que tienen las dos componentes. Los números en los corchetes corresponden a los números cuánticos de

²¹W.Buchmüller, C.Lüdeling. arXiv:hep-ph/0606174v1, 2006.

²²D.Griffiths. Introduction to Elementary Particles. Portland, USA, 2008. p.137

²³En el Modelo Estándar los neutrinos son no masivos. Sin embargo, es bien sabido que los neutrinos tienen una masa muy pequeña.

$[SU(3)_C, SU(2)_L, U(1)_Y]$ en su orden, los subíndices L y R hacen referencia a campos left y right respectivamente.

Los números cuánticos de los campos obedecen a la relación de isospín, carga e hipercarga de Gell-Mann-Nishijima

$$Q = T^3 - \frac{Y_w}{2}, \quad (2.3)$$

donde T^3 y Y_w son los generadores de los grupos gauge $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ respectivamente.

Los valores de las hipercargas de los campos, son obtenidos de las ecuaciones de restricción que surgen de la condición para la cancelación de anomalías²⁴ triangulares de los vértices²⁵:

$$\begin{aligned} [SU(2)_L]^2 U(1)_Y : 2Y_\chi - Y_\psi + 3(2Y_Q - Y_u - Y_d) &= 0 \\ [SU(2)_L]^2 U(1)_Y : Y_Q &= -\frac{1}{3}Y_\chi \\ [U(1)_Y]^3 : 6Y_Q^3 - 3(Y_u^3 + Y_d^3) &= Y_\psi^3 - 2Y_\chi^3 \\ [SU(3)_C]^2 U(1)_Y : 2Y_Q &= Y_u + Y_d \end{aligned} \quad (2.4)$$

Para inferir la estructura de la interacción descrita por los grupos $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$, se considera una transformación de fase local de las componentes izquierdas y derechas de los campos

$$\begin{aligned} \psi_L &\rightarrow \psi'_L = e^{i\alpha(x)T + i\beta(x)Y} \psi_L, \\ \psi_R &\rightarrow \psi'_R = e^{i\beta(x)Y} \psi_R \end{aligned} \quad (2.5)$$

Para dicha transformación el Lagrangiano de los campos fermiónicos

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi \quad (2.6)$$

en su segundo término presenta un problema, ya que éste no es invariante gauge, por lo tanto no lo tomaremos en cuenta. Debido a que las partículas están organizadas por componentes izquierdas y derechas, es necesario tener en cuenta los operadores de proyección

$$\begin{aligned} \psi_L &= P_L\psi \quad y \quad \psi_R = P_R\psi \\ P_L &= \frac{1 - \gamma^5}{2}, \quad P_R = \frac{1 + \gamma^5}{2} \end{aligned} \quad (2.7)$$

²⁴Ver anomalías en el anexo A.3

²⁵J.F.Donoghue, E.Golowich, B.R.Holstein. Dynamics of Standard Model. p.52.

que se utiliza para escribir el Lagrangiano (2.6) de la siguiente manera

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}_R\gamma^\mu\partial_\mu\psi_R + i\bar{\psi}_L\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L \quad (2.8)$$

ya que γ^μ anticonmuta con γ^5 .

Con los resultados obtenidos en el capítulo anterior para las teorías gauge, se puede notar fácilmente que las derivadas dentro del Lagrangiano deben ser reemplazadas por las siguientes derivadas covariantes para cada una de las transformaciones quirales

$$\begin{aligned} D_\mu L &= \partial_\mu + \frac{i}{2}g'Y B_\mu - i\frac{g}{2}\tau \cdot W_\mu \\ D_\mu R &= \partial_\mu + \frac{i}{2}g'Y B_\mu \end{aligned} \quad (2.9)$$

De manera similar al Lagrangiano QED que resulta de la imposición de la invariancia local gauge, se obtiene el Lagrangiano electrodébil requiriendo invariancia en $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 &= \bar{\psi}_L\gamma^\mu \left[i\partial_\mu - g\frac{1}{2}\tau \cdot W_\mu - g'Y B_\mu \right] \psi_L \\ &+ \bar{\psi}_R\gamma^\mu \left[i\partial_\mu - g'Y B_\mu \right] \psi_R - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}W^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (2.10)$$

Donde g y g' son las constantes de acoplamiento de $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ respectivamente, además los últimos dos términos corresponden a la energía cinética y la autointeracción de los campos W_μ , y la energía cinética de los campos B_μ , con $B_\mu \equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$ ²⁶.

Se puede observar que \mathcal{L}_1 describe bosones gauge no masivos y fermiones no masivos. Los términos de masa como $\frac{1}{2}M^2 B_\mu B^\mu$ y $-m\bar{\psi}\psi$ no son invariantes gauge y no pueden ser añadidos, por lo tanto para generar las masas de las partículas de manera que se preserve la invariancia gauge, se debe recurrir a un mecanismo especial, el mecanismo Higgs.

2.2. SECTOR ESCALAR Y MECANISMO HIGGS

Para obtener términos de masa para los bosones gauge W^\pm y Z^0 y conservar al fotón sin masa, se debe introducir cuatro campos escalares ϕ_i , añadiendo a \mathcal{L}_1 el siguiente

²⁶T.Morii, C.S.Lim, S.N.Mukherjee. The Physics of the Standard Model and Beyond. 2004. p.59

Lagrangiano de campos escalares que es invariante bajo $SU(2)_L \times U(1)_Y$

$$\mathcal{L}_2 = \left| \left(i\partial_\mu - gT \cdot W_\mu - g' \frac{Y}{2} B_\mu \right) \phi \right|^2 - V(\phi) \quad (2.11)$$

donde $V(\phi) = -\mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2$. Para preservar la invariancia de \mathcal{L}_2 , ϕ_i debe ser un multiplete de $SU(2) \times U(1)$. La elección mas simple consiste en colocar cuatro campos en un isodoublet con hipercarga $Y = 1$:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} \phi^+ &\equiv (\phi_1 + i\phi_2)/\sqrt{2}, \\ \phi^0 &\equiv (\phi_3 + i\phi_4)/\sqrt{2}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Para generar la masa de los bosones gauge, se considera el caso en el que $\mu^2 < 0$ y $\lambda > 0$. λ debe ser positivo para asegurar un vacío estable y los términos de orden mas alto de $\phi^\dagger \phi$ no son permitidos con el fin de que la teoría sea renormalizable ²⁷. El potencial $V(\phi)$ tiene su mínimo en un valor finito $|\phi|$ donde

$$\phi^\dagger \phi \equiv \frac{1}{2}(\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2) = -\frac{\mu^2}{2\lambda} \quad (2.13)$$

Esta variedad de puntos en los cuales $V(\phi)$ es mínimo es invariante bajo transformación $SU(2) \times U(1)$. Se debe ahora expandir $\phi(x)$ en torno a un mínimo en particular, con lo que se puede escoger

$$\phi_1 = \phi_2 = \phi_4 = 0, \quad \phi_3^2 = \frac{-\mu^2}{\lambda} \equiv v^2 \quad (2.14)$$

ahora se tiene un valor esperado, ϕ_0 , de $\phi(x)$

$$\langle 0 | \phi(x) | 0 \rangle = \phi_0 \equiv \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Se dice que se ha roto espontáneamente la simetría dado que en general ocurre

$$\begin{aligned} T_a \phi_0 &\neq 0 \rightarrow \text{simetría rota} \\ Y \phi_0 &\neq 0 \rightarrow \text{simetría rota} \end{aligned} \quad (2.16)$$

y debido a que la hipercarga del campo ϕ es igual a 1, se obtiene para el estado vacío

$$Q \langle \phi \rangle_0 = \left(T_3 + \frac{Y}{2} \right) \langle \phi \rangle_0 = 0 \quad (2.17)$$

²⁷T.Morii, C.S.Lim, S.N.Mukherjee. The Physics of the Standard Model and Beyond. 2004. p.60

por lo tanto $U(1)_{em}$ se conserva ya que

$$\phi'_0 \rightarrow e^{i\alpha Q\phi_0} \phi_0 = \phi_0. \quad (2.18)$$

De este modo se tiene el siguiente patrón de ruptura de simetría²⁸

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{v} U(1)_Q \quad (2.19)$$

2.3. MASAS DE LOS BOSONES GAUGE

Para determinar las masas generadas para los bosones gauge, es suficiente substituir ϕ_0 dentro del Lagrangiano. El término relevante de (2.11) es

$$\begin{aligned} & \left| \left(-ig\frac{\tau}{2} \cdot W_\mu - \frac{g'}{2} B_\mu \right) \phi \right|^2 \\ &= \frac{1}{8} \left| \begin{pmatrix} gW_\mu^3 + g'B_\mu & g(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\ g(W_\mu^1 + iW_\mu^2) & -gW_\mu^3 + g'B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \right|^2 \\ &= \frac{1}{8} v^2 g^2 [(W_\mu^1)^2 + (W_\mu^2)^2] + \frac{1}{8} v^2 (g'B_\mu - gW_\mu^3)(g'B_\mu - gW_\mu^3) \\ &= \left(\frac{1}{2} v g \right)^2 W_\mu^+ W_\mu^- + \frac{1}{8} v^2 (W_\mu^3, B_\mu) \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.20)$$

con $W^\pm = (W^1 \mp iW^2)/\sqrt{2}$. Comparando el primer término con el término de masa esperado para un boson cargado, $M_w^2 W^+ W^-$, se tienen

$$M_w = \frac{1}{2} v g \quad (2.21)$$

El término restante es no diagonal en la base W_μ^3 and B_μ :

$$\begin{aligned} \frac{1}{8} v^2 [g^2 (W_\mu^3)^2 - 2gg' W_\mu^3 B_\mu + g'^2 B_\mu^2] &= \frac{1}{8} [gW_\mu^3 - g'B_\mu]^2 \\ &+ 0 [g'W_\mu^3 + gB_\mu]^2 \end{aligned} \quad (2.22)$$

Uno de los autovalores de la matriz (2.20) es cero y ha sido incluido este término como una combinación de campos que es ortogonal a la combinación de campos en el primer término del lado derecho de la ecuación anterior. A través de una

²⁸I.Vulpen. The Standard Model Higgs Boson. University of Amsterdam. 2013. p.16

transformación de rotación, se diagonaliza la matriz de masa encontrando los campos físicos Z_μ y A_μ tal que los términos (2.22) deben ser identificados con

$$\frac{1}{2}M_z^2 Z_\mu^2 + \frac{1}{2}M_A^2 A_\mu^2 \quad (2.23)$$

donde $\frac{1}{2}$ es el factor para términos de masa de bosones vectoriales neutros. Por lo tanto, normalizando los campos, se tienen

$$A_\mu = \frac{gW_\mu^3 + g'B_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad \text{con } M_A = 0 \quad (2.24)$$

$$Z_\mu = \frac{gW_\mu^3 - g'B_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad \text{con } M_Z = \frac{1}{2}v\sqrt{g^2 + g'^2} \quad (2.25)$$

Los campos A_μ y Z_μ resultan de realizar una rotación sobre los campos B_μ y W_μ^3 , por lo tanto

$$\begin{aligned} A_\mu &= \cos \theta_w B_\mu + \text{sen } \theta_w W_\mu^3, \\ Z_\mu &= -\text{sen } \theta_w B_\mu + \cos \theta_w W_\mu^3 \end{aligned} \quad (2.26)$$

donde el ángulo de Weinberg θ_w esta dado por

$$\frac{g}{(g^2 + g'^2)^{1/2}} = \cos \theta_w, \quad \frac{g'}{g} = \tan \theta_w \quad (2.27)$$

y de las ecuaciones (2.21) y (2.25), se tiene

$$\frac{M_W}{M_Z} = \cos \theta_w. \quad (2.28)$$

La constante de acoplamiento e está relacionada con las constantes de acoplamiento originales y con el ángulo de Weinberg de la siguiente manera ²⁹:

$$e = g \text{sen } \theta_w = g' \cos \theta_w \quad (2.29)$$

El modelo fue construido de tal manera que el fotón permanezca sin masa, por lo tanto el resultado $M_A = 0$ en lugar de ser una predicción es una verificación de consistencia de los cálculos. Sin embargo, el resultado para M_W/M_Z es una predicción del ME. Es importante anotar que una elección diferente de campos escalares en el sector Higgs conducirá a relaciones de masa diferentes.

²⁹W. Buchmüller and C.Lüdeling. arXiv:hep-ph/0606174v1, 2006.

Los bosones W y Z fueron descubiertos en el colisionador $p\bar{p}$ del CERN, obteniendo una medida de masas para estas partículas de

$$\begin{aligned} M_W &= 81 \pm 2 \text{ GeV} \\ M_Z &= 93 \pm 2 \text{ GeV} \end{aligned}$$

resultados que impresionantemente concuerdan con las predicciones del Modelo Estándar.

2.4. SECTOR DE YUKAWA

Debido a que los términos de masa $-m\bar{\psi}\psi$ dentro del Lagrangiano no son invariantes gauge, se debe buscar una manera para generar los términos de masa para los quark y los leptones. Una característica importante del ME es que el mismo doblete de Higgs que genera la masa para W^\pm y Z es suficiente para dar masa a los fermiones. Por ejemplo, en el proceso de la generación de masa del electrón, se debe incluir el siguiente término invariante gauge bajo $SU(2) \times U(1)$ en el Lagrangiano

$$\mathcal{L}_3 = -G_e \left[(\bar{\nu}_e, \bar{e})_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R (\phi^-, \bar{\phi}^0) \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \right] \quad (2.30)$$

Debido a que los números cuánticos de la componente izquierda y derecha del electrón son $e_L(T = \frac{1}{2}, Y = -1)$ y $e_R(T = 0, Y = -2)$ respectivamente, el doblete Higgs tiene exactamente los números cuánticos $SU(2) \times U(1)$ requeridos, $h^0(T = \frac{1}{2}, Y = 1)$. Para realizar el rompimiento espontáneo de simetría se sustituye

$$\phi = \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

en (2.30). Ya que se escoge un solo valor mínimo particular en torno al que se expande $\phi(x)$, el campo neutral Higgs $h(x)$ es el único campo remanente del doblete Higgs (2.12) después del rompimiento de simetría³⁰, con lo que el Lagrangiano toma la forma

$$\mathcal{L}_3 = -\frac{G_e}{\sqrt{2}} v (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) - \frac{G_e}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) h. \quad (2.32)$$

Escogiendo G_e de manera que

³⁰F.Halzen, A.D.Martin. Quarks and Leptons. United States of America, 1984. p.339

$$m_e = \frac{G_e v}{\sqrt{2}} \quad (2.33)$$

se expresa el Lagrangiano con los términos de masa para el electrón.

$$\mathcal{L}_3 = -m_e \bar{e} e - \frac{m_e}{v} \bar{e} e h \quad (2.34)$$

Debido a que el valor de G_e es arbitrario, la masa del electrón no es predicha. Se puede observar que además del término de masa, el Lagrangiano contiene un término que acopla el campo Higgs al electrón.

El término de masas fermiónicas $\mathcal{L}_d = \lambda_f \bar{\psi}_L \phi \psi_R + \text{h.c.}$, solamente da masa a los fermiones de tipo ‘down’, i.e solo a una de las componentes del isodoublete. Para dar masa al neutrino y a los quarks tipo ‘up’(u,c,t) es necesario otro término en el Lagrangiano. Afortunadamente es posible componer un nuevo término en el Lagrangiano usando nuevamente el doblete complejo (Higgs) en combinación con el campo fermiónico, que es invariante gauge bajo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ y da masas a los quarks tipo ‘up’³¹. El término de masas para los fermiones tipo ‘up’ toma la forma:

$$\mathcal{L}_{up} = \lambda_\mu \bar{\chi}_2 \bar{\phi}^c \psi_R + \text{h.c.}, \text{ con} \quad (2.35)$$

$$\phi_c = -i\tau_2 \phi^* = \begin{pmatrix} -\bar{\phi}^0 \\ \bar{\phi}^- \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{rompimiento}} \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} v + h \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

Usando los campos Higgs ϕ se puede construir términos en el Lagrangiano similares a los de la ecuación (2.32). Para fermiones tipo up o down (obviando conjugados hermíticos) se podría escribir por ejemplo

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{quark} &= -\lambda_d \bar{\chi}_L \phi \psi_R - \lambda_{up} \bar{\chi}_L \bar{\phi}^c \psi_R \\ &= -\lambda_d \frac{v}{\sqrt{2}} \bar{d}' d' - \lambda_{up} \frac{v}{\sqrt{2}} \bar{u}' u' \\ &= -m_d \bar{d}' d' - m_u \bar{u}' u' \end{aligned} \quad (2.37)$$

donde la magnitud de las interacciones entre el Higgs y los fermiones, las constantes de Yukawa, tendrían que ser incorporadas manualmente.

Debido a que la interacción débil opera sobre dobletes (u,d'),(c,s')... donde los estados primados son combinaciones lineales de autoestados de sabor, las constantes de acoplamiento λ , en realidad son matrices que introducen una combinación entre

³¹I.Vulpen. The Standard Model Higgs Boson. University of Amsterdam, 2013. p.26

diferentes sabores ³².

En el caso mas general, obviando los conjugados hermíticos, la expresión para las masas de los fermiones es escrita como:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Yukawa} &= Y_{ij} \bar{\psi}_{Li} \phi \psi_{Rj} \\ &= Y_{ij}^d \bar{Q}'_{Li} \phi d'_{Rj} + Y_{ij}^u \bar{\phi}^c u'_{Rj} + Y_{ij}^l \bar{L}'_{Li} \phi l'_{Rj}\end{aligned}\quad (2.38)$$

Después el rompimiento de simetría se obtiene los siguientes términos de masa para los fermiones

$$\begin{aligned}-\mathcal{L}_{Yukawa}^{quarks} &= Y_{ij}^d \bar{d}'_{Li} \frac{v}{\sqrt{2}} d_{Rj} + Y_{ij}^u \bar{u}'_{Li} \frac{v}{\sqrt{2}} u_{Rj} + \dots \\ &= M_{ij}^d \bar{d}'_{Li} d'_{Rj} + M_{ij}^u \bar{u}'_{Li} u'_{Rj} + \dots\end{aligned}\quad (2.39)$$

donde se han omitido los términos e interacción entre los fermiones y el campo Higgs y los conjugados hermíticos. La mezcla permanece debido a que cada u' y d' representa los tres tipos de quarks up y down respectivamente.

Para obtener autoestados de masa, con propios términos de masa, se debe diagonalizar las matrices M^d y M^u mediante matrices unitarias V^d como se indica:

$$\begin{aligned}M_{diag}^d &= V_L^d M^d V_R^{d\dagger} \\ M_{diag}^u &= V_L^u M^u V_R^{u\dagger}\end{aligned}\quad (2.40)$$

con lo que se puede expresar

$$\begin{aligned}-\mathcal{L}_{Yukawa}^{quarks} &= \bar{d}'_{Li} V_L^{d\dagger} V_L^d M_{ij}^d V_R^{d\dagger} V_R^d d'_{Rj} + \bar{u}'_{Li} V_L^{u\dagger} V_L^u M_{ij}^u V_R^{u\dagger} V_R^u u'_{Rj} \\ &= \bar{d}'_{Li} (M_{ij}^d)_{diag} d_{ij} + \bar{u}'_{Li} (M_{ij}^u)_{diag} u_{Rj}\end{aligned}\quad (2.41)$$

Ahora las matrices V han sido absorbidas en los estados de los quarks, haciendo que los campos tipo u' y d' ya no sean autoestados de interacción sino simplemente u y d, por lo tanto se tiene los siguientes estados de masa³³:

$$\begin{aligned}d_{Li} &= \left(V_L^d \right)_{ij} d'_{Lj} & d_{Ri} &= \left(V_R^d \right)_{ij} d'_{Rj} \\ u_{Li} &= \left(V_L^u \right)_{ij} u'_{Lj} & u_{Ri} &= \left(V_R^u \right)_{ij} u'_{Rj}\end{aligned}$$

³²F.Halzen, A.D.Martin. Quarks and Leptons. United States of America, 1984. p.340

³³J. F. Donoghue, E. Golowich and B. Holstein. Dynamics of the Standard Model. Cambridge, England. 1992. p.64

2.5. MATRIZ CKM

La combinación de matrices $(V_L^d V_L^{u\dagger})_{ij}$, una matriz unitaria 3x3 conocida por la sigla V_{CKM} , es la matriz de mezcla de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa. Por convención, los autoestados de interacción y los autoestados de masa se escogen de forma que sean iguales para los quark tipo ‘up’, mientras que los quarks tipo down se escogen como rotaciones, yendo de la base de sabor a la base de masa:

$$\begin{aligned} u'_i &= u_j \\ d'_i &= V_{CKM} d_j \end{aligned} \quad (2.42)$$

o explícitamente,

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

Donde la transición de un quark tipo down a un quark tipo up es descrita por V_{ud} , mientras que la transición desde un quark tipo u a un quark tipo d es descrita por V_{ud}^* ³⁴.

La matriz (CKM) contiene la información de las magnitudes de transición del decaimiento de los quarks a través de la fuerza débil. Esta matriz contiene la mayor cantidad de parámetros libres dentro del Modelo Estándar.

2.6. BOSON DE HIGGS

El boson de Higgs es una partícula esencial para la formulación del Modelo Estándar puesto que surge del mecanismo del mismo nombre, utilizado para romper la simetría inicial del Lagrangiano del sistema, que permite conferir dentro del modelo, las masas para las partículas de materia y los bosones masivos. En la teoría de campos, el vacío no tiene la misma definición que en mecánica clásica, aquí el vacío esta lleno de campos que hacen presencia constantemente, por lo que es posible asignar un valor para el estado base en el vacío diferente de cero, que genera el rompimiento de la simetría gauge produciendo una simetría escondida con respecto a alguna coordenada generalizada. Este rompimiento es considerado espontáneo ya que no existe

³⁴I.Vulpen. The Standard Model Higgs Boson. University of Amsterdam, 2013. p.28

un medio externo para que suceda este fenómeno ³⁵.

El Modelo Estándar no predice la masa del bosón Higgs por si mismo y por lo tanto este debe ser medido experimentalmente. Sin embargo, una vez dado con la masa del Higgs, el Modelo Estándar hace predicciones para todas las otras propiedades de este bosón, como la producción de su sección eficaz y las amplitudes de decaimiento parcial, las cuales pueden ser corroboradas por los experimentos.

Hasta ahora, medidas de creciente precisión realizadas por ATLAS Y CMS han establecido que todas las propiedades del bosón de Higgs incluyendo su espín, paridad, e interacciones con otras partículas son consistentes con el bosón de Higgs del Modelo Estándar.

Se ha descubierto en recientes experimentos de colisión de protón-antiprotón que se llevan a cabo en el LHC, que la masa combinada del bosón de Higgs es $M_h = 125,09 \pm 0,24$ GeV, la que corresponde a una medida de precisión mayor que 0.2 %. Este importante hallazgo ha demostrado una vez más la capacidad predictiva del Modelo Estándar.

Las actuales incertidumbres en los valores de masa medidos son grandes, pero serán disminuidos en las venideras exploraciones en el LHC o en posibles colisionadores futuros. La evidencia de cualquier desviación sugeriría que el bosón de Higgs no sigue el comportamiento predicho en el ME o que nuevas partículas o nuevas fuerzas están implicadas en su decaimiento ³⁶.

2.7. LAGRANGIANO DEL MODELO ESTÁNDAR

El Lagrangiano de las interacciones del Modelo Estándar puede escribirse de la siguiente manera:

$$\mathcal{L}_g = \mathcal{L}_g + \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_\phi + \mathcal{L}_Y, \text{ con} \quad (2.44)$$

³⁵Mathew Robinson. Symmetry and the Standard Model: Mathematics and Particle Physics. Springer, New York, 2011. p.48

³⁶ATLAS and CMS Collaborations. Phys. Rev. Lett. 114, 191803. CERN, 2015.

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_g &= \frac{1}{4}W_{\mu\nu}\cdot W^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}\cdot B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}\cdot G^{\mu\nu} \\
\mathcal{L}_f &= \bar{L}\gamma^\mu \left(i\partial_\mu - \frac{1}{2}gW_\mu^\alpha\cdot T_\alpha - ig'\frac{Y}{2}B_\mu \right) L + \bar{R}\gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g'\frac{Y}{2}B_\mu \right) R \\
\mathcal{L}_\phi &= \left| \left(i\partial_\mu - \frac{1}{2}gW_\mu^\alpha\cdot T_\alpha - ig'\frac{Y}{2}B_\mu \right) \phi \right|^2 - V(\phi) \\
\mathcal{L}_Y &= G_1\bar{L}\phi R + G_2\bar{L}\phi_c R + \text{conjugados hermíticos.}
\end{aligned} \tag{2.45}$$

En donde

- \mathcal{L}_g contiene los términos cinéticos y de autointeracción de los bosones gauge.
- \mathcal{L}_f contiene los términos cinéticos de los quarks y leptones y sus interacciones con los bosones gauge.
- \mathcal{L}_ϕ contiene términos de las masas de los bosones y sus acoples.
- \mathcal{L}_Y contiene los términos de masas para quarks y leptones así como sus acoples al boson Higgs.

L denota un doblete de fermiones izquierdo (quark o leptón) y R denota un singlete derecho.

3. MODELOS $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$

El notable éxito experimental del ME yace en sus precisas predicciones relacionadas con la existencia de corrientes neutras y la descripción de las características observadas de las interacciones débiles, a niveles de energía por debajo de unos pocos cientos de GeV. Sin embargo, este hecho no solamente se cumple para el ME, sino que también es verdadero para extensiones que pueden ser utilizadas en la búsqueda de teorías finales de unificación, que no pierden las características naturales de $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$.

Existe una gran variedad de modelos 3-3-1 propuestos para extender el ME, sin embargo algunos poseen inconsistencias físicas, como anomalías gauge, corrientes derechas a bajas energías, indeseables cambios de sabor de corrientes neutras, violación de universalidad, etc. Otros modelos con 3 familias de quarks y leptones son consistentes con la fenomenología a bajas energías y son libres de anomalías debido a la introducción de cargas eléctricas exóticas $-4/3$ y $5/3$. En nuestro caso, se toma como punto de partida modelos libre de anomalías, consistentes con la fenomenología a bajas energías.

El Modelo Estándar basado en el grupo de simetría gauge local $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, se puede extender adicionando nuevos campos fermiónicos (adicionar campos con neutrinos derechos constituye la extensión mas simple), aumentando el sector escalar con mas de una representación higgs, o aumentando el grupo gauge local ³⁷.

Existen dos representaciones fundamentales (3 y 3*) bajo los cuales transforman los quarks izquierdos (tripletes de color), leptones izquierdos (singletes de color) y escalares³⁸.

Dado que los modelos 331 deben ser compatibles con el ME es necesario que $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \subset SU(3)_L \otimes U(1)_X$, además se debe obtener una representación de la carga de este grupo extendido. Mediante el uso de generadores diagonales del grupo $SU(3)_L \otimes U(1)_X$ se puede contruir la expresión mas general del operador carga eléctrica:

$$Q = aT_3 + \frac{2}{\sqrt{3}}bT_8 + XI_3 \quad (3.1)$$

³⁷W.A Ponce, J.B Florez et L.A. Sánchez. International Journal of Modern Physics A. Vol.17, No.5(2002) 643-659.

³⁸C.H. Albright, C.Jarlskog and M.Tjia, Nuclear Physics. B86,535 (1974)

donde $T_i = \lambda_{il}/2$, siendo λ_{il} las matrices de Gell-Mann para $SU(3)_L$ con la relación de normalización $Tr(\lambda_i \lambda_j) = 2\delta_{ij}$, $I_3 = \text{Dg}(1,1,1)$ es la matriz unidad 3×3 y a y b son parámetros arbitrarios a ser determinados.

Para que a partir de la relación de carga eléctrica se reproduzca el ME, se debe cumplir que $a = 1$ (debido a que $SU(2)_L \subset SU(3)_L$) dejando un solo parámetro que se puede variar para formular infinitos modelos 3-3-1 cada uno de los cuales tendrá características particulares que diferencian uno de otro dependiendo del valor escogido de b . Se debe notar que se ha absorbido un eventual coeficiente para X en su definición.

3.1. MODELOS DE UNA FAMILIA

Teniendo en cuenta la estructura de los isodobletes de $SU(2)_L$ en una familia, se comienza definiendo dos tripletes $SU(3)_L$

$$X_L = \begin{pmatrix} u \\ d \\ q \end{pmatrix}_L, \quad \psi_L = \begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \\ l \end{pmatrix}_L \quad (3.2)$$

donde q_L y l_L son un quark singlete exótico y un campo leptónico respectivamente, de cargas eléctricas que deben ser ajustadas. Ahora si los números cuánticos $\{SU(3)_L, U(1)_X\}$ para X_L y ψ_L son $\{3, X_x\}$ y $\{3^*, X_\psi\}$ respectivamente, entonces usando la ecuación (3.1) y teniendo en cuenta el operador de carga eléctrica para la representación 3^*

$$Q^* = -aT_3 - \frac{2}{\sqrt{3}}bT_8 + XI_3 \quad (3.3)$$

se tiene la relación:

$$X_x + X_\psi = Q_q + Q_l = \frac{2}{3} - 1 = -\frac{1}{3} \quad (3.4)$$

donde Q_q y Q_l son los valores de carga eléctrica de los singletes de $SU(2)_L$, q_L y l_L respectivamente, en unidades del valor absoluto de la carga del electrón. Ahora para cancelar la anomalía³⁹ $[SU(3)_L]^3$, dos antitripletes $SU(3)_L$ más con números cuánticos $\{3^*, X_i\}$, donde $i = 1, 2$, deben ser introducidos (junto con sus correspondientes componentes derechas cargadas). Cada uno de esos multipletes debe incluir un doblete $SU(2)_L$ y un singlete de nuevos leptones. Los campos antitripletes de color u_L^c ,

³⁹Ver información adicional sobre anomalías en el anexo A.3.

d_L^c y q_L^c y los singletes de $SU(3)_L$, con números cuánticos X_u, X_d y X_q respectivamente, deben también ser introducidos para cancelar la anomalía $[SU(3)_c]^3$. Entonces las hipercargas X_α con $\alpha = \chi, \psi, 1, 2, u, d, q, \dots$ son ajustadas usando la ecuación (3.1), (3.4) y las ecuaciones de restricción que vienen de los vértices $[SU(3)_c]^2 U(1)_x$, $[SU(3)_L]^2 U(1)_X$, $[\text{grav}]^2 U(1)_X$ y $[U(1)_x]^3$:

$$\begin{aligned} [SU(3)_c]^2 U(1)_x : 3X_\chi + X_u + X_d + X_q &= 0, \\ [SU(3)_L]^2 U(1)_x : 3X_\chi + X_\psi + X_1 + X_2 &= 0, \\ [\text{grav}]^2 U(1)_X : 9X_\chi + 3X_u + 3X_d + 3X_q + 3X_\psi + 3X_1 + 3X_2 + \sum_{\text{singl}} X_{ls} &= 0, \\ [U(1)_x]^3 : 9X_\chi^3 + 3X_u^3 + 3X_d^3 + 3X_q^3 + 3X_\psi^3 + 3X_1^3 + 3X_2^3 + \sum_{\text{singl}} X_{ls}^3 &= 0, \end{aligned}$$

donde X_{ls} son las hipercargas de los singletes derechos cargados necesarios para tener una teoría de campos consistente.

Los innumerables modelos que se pueden obtener dependen del parámetro b , que es un factor clave para la determinación de la carga eléctrica de las partículas extra en los modelos que se pueden conseguir a partir de las anteriores restricciones y del valor escogido de b . Los modelos que mas nos interesan son los que no poseen cargas eléctricas exóticas, con lo que se tendrá únicamente modelos con quarks de cargas eléctricas $\pm 2/3$ y $\pm 1/3$ y leptones con carga ± 1 y 0 . Los modelos de una familia que se obtienen con estas características se denominan A y B en el artículo al que es referido el lector ⁴⁰.

3.2. MODELOS INTERFAMILIAS

Para estos modelos cada una de las familias posee una anomalía que no desaparece de forma individual, sino que la cancelación de anomalías ocurre por la contribución de de cada familia. Para algunos de estos modelos, solamente igualando el número de familias con el número de quarks, hacen que la anomalía total desaparezca. Es también una característica de este tipo de modelos que la tercera familia es tratada de manera diferente a las otras dos, o también que las tres familias sean tratadas independientemente.

⁴⁰W.A Ponce, J.B Florez et L.A. Sánchez. International Journal of Modern Physics A. Vol.17, No.5(2002) 643-659.

Entonces, entre los diferentes modelos 3-3-1 se puede encontrar dos clasificaciones de acuerdo a la forma en que se produce la cancelación de anomalías, en los primeros modelos, denominados A y B, donde las anomalías se cancelan para una sola generación, y los segundos en donde las anomalías se cancelan por interrelación de las diferentes generaciones. Un modelo interfamilia es el modelo 3-3-1 con neutrinos derechos ⁴¹, el cual resulta de la combinación de los multipletes y la utilización de las restricciones para cancelar anomalías en el modelo A y B. En este modelo las anomalías desaparecen para su contenido fermiónico.

3.3. SECTOR GAUGE

Existen muchas versiones de los modelos 3-3-1, sin embargo todos poseen 17 bosones gauge: 1 campo gauge B_μ asociado al fotón, 8 gluones G_μ asociados con $SU(3)_C$, que permanecen sin masa después del rompimiento espontáneo de simetría, y los otros bosones gauge asociados con $SU(3)_L$ que se pueden escribir por conveniencia como en ⁴²:

$$\frac{1}{2}\lambda_a A_\mu^a = \begin{pmatrix} D_{1\mu}^0 & W^{+\mu} & K_\mu^{1/2+b} \\ W_\mu^- & D_{2\mu}^0 & K_\mu^{-(1/2-b)} \\ K_\mu^{-(1/2+b)} & \bar{K}_\mu^{1/2-b} & D_{3\mu}^0 \end{pmatrix}$$

donde $D_{1\mu}^0 = A_3^\mu/\sqrt{2} + A_8^\mu/\sqrt{6}$, $D_{2\mu}^0 = -A_3^\mu/\sqrt{2} + A_8^\mu/\sqrt{6}$, y $D_{3\mu}^0 = -2A_8^\mu/\sqrt{6}$, $\lambda_a = 1, 2, \dots, 8$. Los superíndices nos indican la carga eléctrica de las partículas. Para obtener modelos sin cargas eléctricas exóticas, es decir cargas para los leptones únicamente con valores $Q_l = \pm 1, 0$ y para los quarks $Q_q = \pm 1/3$ y $\pm 2/3$, el parámetro b debe ser igual a $\pm 1/2$ ⁴³.

⁴¹M. Singer, J. W. F. Valle and J. Schechter, Phys. Rev. D22, 738 (1980)

⁴²W.A. Ponce, Y. Giraldo and L.A. Sánchez, Phys. Rev. D67, 075001 (2003).

⁴³W.A Ponce, J.B Florez et L.A. Sánchez. International Journal of Modern Physics A. Vol.17, No.5(2002). p.643-659.

4. MODELO 3-3-1 CON NEUTRINOS DERECHOS

En este modelo, libre de anomalías ⁴⁴, los campos fermiónicos derechos son singletes de $SU(3)_L$ mientras que los leptones izquierdos son acomodados en tres antitripletos como se indica:

$$\psi_L^a = \begin{pmatrix} \alpha^- \\ \nu_\alpha \\ N_\alpha^0 \end{pmatrix}_L \quad \alpha_L^+$$

$$(1, 3^*, -\frac{1}{3}) \quad (1, 1, 1)$$

para $\alpha = e, \mu, \tau$ las tres familias. Los valores dentro del paréntesis debajo de este antitriplete corresponden a los números cuánticos correspondientes a $SU(3)_C$, $SU(3)_L$, $U(1)_X$ respectivamente.

Las dos primeras entradas en cada antitriplete son las partículas usuales, y la tercera será un leptón neutro. La cancelación de anomalías en este tipo de modelo debe ser conseguida teniendo un número igual de tripletes y antitripletos y además exigir que la suma de todas las cargas de los fermiones sea igual a cero ⁴⁵.

Una característica particular de este modelo es el hecho de que la cancelación de anomalías no ocurre para cada generación ($a = 1, 2, 3$), sino sucede por la combinación entre familias. Así que se colocan las dos primeras generaciones de quarks izquierdos dentro de seis tripletes (teniendo en cuenta el color).

$$X_L^a = \begin{pmatrix} u_a \\ d_a \\ D_a \end{pmatrix}_L \quad u_{aL}^c \quad d_{aL}^c \quad D_{aL}^c$$

$$(3, 3, 0) \quad (3^*, 1, -\frac{2}{3}) \quad (3^*, 1, \frac{1}{3}) \quad (3^*, 1, \frac{1}{3})$$

Para $a = 1, 2$, los quarks en dos de las tres familias.

Los miembros de la tercera generación de quarks izquierdos son puestos dentro de tres antitripletos, y los quarks derechos en singletes debido a que las componentes derechas de los campos fermiónicos no están involucrados en la interacción débil.

⁴⁴R. Foot, H. N. Long and T.A. Tran, Phys. Rev. D50, R34 (1994)

⁴⁵H. N. Long, Phys. Rev.D53, 437 (1996)

$$X_L^3 = \begin{pmatrix} d_3 \\ u_3 \\ U \end{pmatrix}_L \quad u_{3L}^c \quad d_{3L}^c \quad U_L^c$$

$$(3, 3^*, \frac{1}{3}) \quad (3^*, 1, -\frac{2}{3}) \quad (3^*, 1, \frac{1}{3}) \quad (3^*, 1, -\frac{2}{3})$$

Con la elección anterior de los números cuánticos puede ser fácilmente verificado que las siguientes anomalías gauge cancelan ⁴⁶: $[SU(3)_C]^3$; (como en el ME $SU(3)_C$ es vectorial); $SU(3)_L$ (seis tripletes y seis antitripletes); $[SU(3)_C]^2 U(1)_X$; $[SU(3)_L]^2 U(1)_X$; $[grav]^2 U(1)_X$ y $[U(1)_X]^3$, donde $[grav]^2 U(1)_X$ corresponde a la anomalía gravitacional⁴⁷.

4.1. SECTOR ESCALAR

La generación de masa y el rompimiento espontáneo de simetría puede ser conseguido con tres tripletes $SU(3)_L$:

$$\begin{aligned} \langle \phi_1 \rangle^T &= (0, 0, V_1/\sqrt{2}) \sim (1, 3, -1/3) \\ \langle \phi_2 \rangle^T &= (0, V_2/\sqrt{2}, 0) \sim (1, 3, +2/3) \\ \langle \phi_3 \rangle^T &= (V_3/\sqrt{2}, 0, 0) \sim (1, 3, -1/3) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Ahora, para conseguir el rompimiento de la manera mas económica se efectúa la siguiente secuencia ⁴⁸.

$$SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$$

$$\downarrow \langle \phi_1 \rangle$$

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$$

$$\downarrow \langle \phi_2 \rangle, \langle \phi_3 \rangle$$

$$SU(3)_C \otimes U(1)_Q$$

Aquí el operador de carga eléctrica asociado a la simetría $U(1)_Q$ está definida como, $Q = \frac{1}{2}\lambda_3 - \frac{1}{2\sqrt{3}}\lambda_8 + X$.

⁴⁶W.A. Ponce, Y. Giraldo and L.A. Sánchez, Phys. Rev. D67, 075001 (2003).

⁴⁷L. Alvarez-Gaumé, Nucl. Phys. B 234, 262 (1984).

⁴⁸R. Foot, H. N. Long and T.A. Tran, Phys. Rev. D50, R34 (1994)

La elección de campos Higgs con representaciones y valores esperados del vacío (VEV) adicionales, conducirá a la obtención de una matriz de masa para los bosones gauge diferente.

4.2. BOSONES GAUGE

Como se mencionó anteriormente, los modelos 3-3-1 en los que se escoge el parámetro $b = \pm 1/2$ para el operador de carga eléctrica derivan en modelos libres de cargas exóticas, como en este caso en particular, y comparten el mismo conjunto de bosones gauge compuesto de un octeto A_μ^a asociados con $SU(3)_L$, un octeto de gluones G_μ^a asociados con $SU(3)_C$ y un campo gauge B_μ asociado con $U(1)_X$.

Es fácil ver que los campos G_μ^a asociados con $SU(3)_C$ se desacoplan de la matriz de masa de los bosones. Por esta razón, se pueden omitir los términos que contienen los bosones G_μ^a en la derivada covariante ⁴⁹.

La matriz de masa de los bosones gauge surge del término cinético del bosón de Higgs:

$$\mathcal{L}_k = (D_\mu \phi_1)^\dagger (D^\mu \phi_1) + (D_\mu \phi_2)^\dagger (D^\mu \phi_2) + (D_\mu \phi_3)^\dagger (D^\mu \phi_3) \quad (4.2)$$

La derivada covariante para este grupo de simetría (sin considerar cromodinámica cuántica) es:

Representación (3)

$$D_\mu = \partial_\mu + ig \frac{1}{2} A_\mu^a \lambda_a - ig' X B_\mu \quad (4.3)$$

Representación (3*)

$$D_\mu = \partial_\mu - ig \frac{1}{2} A_\mu^a \lambda_a^* - ig' X B_\mu \quad (4.4)$$

Después de realizar el rompimiento espontáneo de simetría los bosones gauge no hermíticos

$$W_u^+ = \frac{(A_1 - iA_2)_\mu}{\sqrt{2}}, K_u^0 = \frac{(A_6 - iA_7)_\mu}{\sqrt{2}}, K_u^+ = \frac{(A_4 - iA_5)_\mu}{\sqrt{2}} \text{ tienen masas}^{50}$$

⁴⁹R. Foot, H. N. Long and T.A. Tran, Phys. Rev. D50, R34 (1994)

⁵⁰H.N. Long and T.A. Tran, Mod. Phys. Lett. A 0, 2507 (1994).

$$M_w = \frac{1}{4}g^2(V_2^2 + V_3^2), M_{K^0} = \frac{1}{4}g^2(V_3^2 + V_1^2), M_{K^+} = \frac{1}{4}g^2(V_1^2 + V_2^2).$$

La relación entre el ángulo de mezcla del campo electrodébil y las constantes de acoplamiento, g' del grupo $U(1)_X$ y g del grupo $SU(3)_L$ está dada por:

$$S_w^2 = 3g'^2/(3g^2 + 4g'^2) \quad (4.5)$$

Se puede identificar el campo del fotón A_μ como también el de los bosones masivos Z^μ y Z'^μ asociados a las dos corrientes neutras en el modelo

$$A^\mu = S_w A_3^\mu + C_w \left[\frac{T_w}{\sqrt{3}} A_\mu^8 + \sqrt{(1 - T_w^2/3)} B^\mu \right] \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} Z^\mu &= C_w A_3^\mu - S_w \left[\frac{T_w}{\sqrt{3}} A_\mu^8 + \sqrt{(1 - T_w^2/3)} B^\mu \right] \\ Z'^\mu &= \sqrt{(1 - T_w^2)} A_\mu^8 + \frac{T_w}{\sqrt{3}} B^\mu \end{aligned} \quad (4.7)$$

denotando $T_w = S_w/C_w$, donde S_w y C_w son seno y coseno del ángulo de mezcla electrodébil (ángulo de Weinberg), respectivamente ⁵¹.

La expresión formal Z^μ coincide con la corriente neutra del ME. Usando las anteriores relaciones se podemos darnos cuenta que el bosón gauge Y^μ relacionado con la hipercarga abeliana en el ME $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ es

$$Y^\mu = \frac{T_w}{\sqrt{3}} A_\mu^8 + \sqrt{(1 - T_w^2/3)} B^\mu \quad (4.8)$$

Haciendo una rotación de los campos Z^μ y Z'^μ en un ángulo de mezcla ϕ se encuentra justamente los autoestados de masa de los bosones físicos neutros Z^1 y Z^2 :

$$\begin{aligned} Z^1 &= Z \cos \phi - Z' \sin \phi, \\ Z^2 &= Z \sin \phi + Z' \cos \phi, \end{aligned} \quad (4.9)$$

se puede ver que en el límite $\phi = 0$, los bosones del nuevo modelo corresponden a los bosones gauge neutros del Modelo Estándar $Z^1 = Z$ y $Z^2 = Z'$.

⁵¹D.A.Gutierrez, W.A.Ponce et L.A. Sánchez. arXiv:hep-ph/0411077v3, 2006.

Para expresar los campos originales no físicos en términos de los campos gauge físicos, que serán necesarios en la realización del cálculo de las corrientes, se invierten las expresiones (4.6) y (4.7), obteniendo

$$\begin{aligned} A_\mu^3 &= S_w A_\mu + C_w Z_\mu, \\ A_\mu^8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left(S_w A_\mu - \frac{S_w^2}{C_w} Z_\mu - \frac{a}{C_w} Z'_\mu \right), \\ B_\mu &= \frac{1}{S_w} \left(\sqrt{3} C_w Z'_\mu + a A_\mu^8 \right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

También será necesario expresar Z' en términos de campos no físicos:

$$Z'_\mu = \frac{1}{\sqrt{3} C_w} (-a A_\mu^8 + S_w B_\mu) \quad (4.11)$$

con $a = \sqrt{3 - 4S_w^2}$.

4.3. CORRIENTES CARGADAS Y NEUTRAS

Existen dos corrientes neutras asociadas a los bosones gauge neutros y diagonales Z y Z' y una corriente asociada con el bosón gauge neutro no diagonal $K^{0\mu}$. Estas son encontradas trabajando en el Lagrangiano de interacción de los fermiones con los campos gauge como sigue

$$\mathcal{L}_f = \bar{R} i \gamma^\mu (\partial_\mu + i g' B_\mu X) R + \bar{L} i \gamma^\mu (\partial_\mu + i g \frac{1}{2} A_\mu^a \lambda_a + i g' X B_\mu) L \quad (4.12)$$

donde R representa cualquier singlete derecho y L cualquier triplete o antitriplete izquierdo.

Aplicando (4.12) al antitriplete compuesto por los leptones de quiralidad izquierda se obtiene

$$\mathcal{L}_{f_l} = \bar{\psi}_L^\alpha i \gamma^\mu D_\mu \psi_l^\alpha \quad (4.13)$$

Ahora se escribe la derivada covariante (4.3),(4.4) en forma matricial

Representación (3)

$$D_\mu = I_{3 \times 3} \partial_\mu - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} D_\mu^1 + 2g' X B_\mu & g\sqrt{2} W_\mu^+ & g\sqrt{2} K_\mu^+ \\ g\sqrt{2} W_\mu^- & D_\mu^2 + 2g' X B_\mu & g\sqrt{2} K_\mu^0 \\ g\sqrt{2} K_\mu^- & g\sqrt{2} \bar{K}_\mu^0 & D_\mu^3 + 2g' X B_\mu \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

Representación (3*)

$$D_\mu^* = I_{3x3} \partial_\mu + \frac{i}{2} \begin{pmatrix} D_\mu^1 - 2g' X B_\mu & g\sqrt{2}W_\mu^- & g\sqrt{2}K_\mu^- \\ g\sqrt{2}W_\mu^+ & D_\mu^2 - 2g' X B_\mu & g\sqrt{2}K_\mu^0 \\ g\sqrt{2}K_\mu^+ & g\sqrt{2}K_\mu^0 & D_\mu^3 - 2g' X B_\mu \end{pmatrix}, \quad (4.15)$$

donde $D_\mu^1 = g(A_\mu^3 + \frac{A_\mu^8}{\sqrt{3}})$, $D_\mu^2 = g(-A_\mu^3 + \frac{A_\mu^8}{\sqrt{3}})$ y $D_\mu^3 = g(-2\frac{A_\mu^8}{\sqrt{3}})$.

Usando la ecuacion (4.10), se expresan las identidades que serán necesarias para facilitar la obtención los términos de las corrientes cargadas y neutras del modelo

Representación 3

$$\begin{aligned} D_1 &= g\{2S_w A_\mu(\frac{2}{3} + X) + \frac{Z_\mu}{C_w}(C_w^2 - S_w^2[\frac{1}{3} + 2X]) + \frac{Z'_\mu}{aC_w}(6XC_w^2 - a^2[\frac{1}{3} + 2X])\}, \\ D_2 &= g\{S_w A_\mu(-\frac{1}{3} + X) - \frac{Z_\mu}{C_w}(C_w^2 + S_w^2[\frac{1}{3} - 2X]) + \frac{Z'_\mu}{aC_w}(6XC_w^2 - a^2[\frac{1}{3} + 2X])\}, \\ D_3 &= 2g\{S_w A_\mu(-\frac{1}{3} + X) - \frac{S_w^2}{C_w}Z_\mu(-\frac{1}{3} + X) + \frac{Z'_\mu}{aC_w}(3XC_w^2 - a^2[-\frac{1}{3} + X]) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Representacion 3*

$$\begin{aligned} \bar{D}_1 &= g\{2S_w A_\mu(\frac{2}{3} - X) + \frac{Z_\mu}{C_w}(C_w^2 - S_w^2[\frac{1}{3} - 2X]) - \frac{Z'_\mu}{aC_w}(6XC_w^2 + a^2[\frac{1}{3} - 2X])\}, \\ \bar{D}_2 &= -g\{S_w A_\mu(\frac{1}{3} + X) - \frac{Z_\mu}{C_w}(C_w^2 + S_w^2[\frac{1}{3} - 2X]) - \frac{Z'_\mu}{aC_w}(6XC_w^2 - a^2[\frac{1}{3} - 2X])\}, \\ \bar{D}_3 &= -2g\{S_w A_\mu(\frac{1}{3} + X) - \frac{S_w^2}{C_w}Z_\mu(\frac{1}{3} + X) + \frac{Z'_\mu}{aC_w}(3XC_w^2 - a^2[\frac{1}{3} + X]) \end{aligned} \quad (4.17)$$

teniendo en cuenta que en las anteriores identidades se ha usado la relaciones

$$\begin{aligned} g' X B_\mu &= X S_w A_\mu - \frac{S_w^2}{C_w} Z_\mu + \frac{S_w^2}{aC_w} Z'_\mu \\ D_i &= D_\mu^i + 2g' X B_\mu \\ \bar{D}_i &= D_\mu^i - 2g' X B_\mu \end{aligned} \quad (4.18)$$

Ahora se puede obtener el Lagrangiano fermiónico de interacciones de los leptones de quiralidad izquierda con los bosones gauge, recordando que los campos leptónicos transforman como antitripletos en este modelo

$$\bar{\psi}_L^\alpha i\gamma^\mu D_\mu \psi_L^\alpha = -\frac{g}{2}(\bar{\alpha}^-, \bar{\nu}_\alpha, \bar{N}_\alpha^0)_L \gamma^\mu \begin{pmatrix} \bar{D}_1 & g\sqrt{2}W^- & g\sqrt{2}K^- \\ g\sqrt{2}W^+ & \bar{D}_2 & g\sqrt{2}\bar{K}^0 \\ g\sqrt{2}K^+ & g\sqrt{2}K^0 & \bar{D}_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha^- \\ \nu_\alpha \\ N_\alpha^0 \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

donde se ha expresado $\bar{D}_1 = D_\mu^1 - 2g'XB_\mu$, $\bar{D}_2 = D_\mu^2 - 2g'XB_\mu$, $\bar{D}_3 = D_\mu^3 + 2g'XB_\mu$.

De aquí se obtiene la interacción entre los leptones y los campos vectoriales cargados

$$\mathcal{L}_l^{CC} = \frac{-g}{\sqrt{2}}(W_\mu^- \alpha^- \gamma_\mu \nu_{\alpha L} + K_\mu^- \alpha^- \gamma_\mu N_{\alpha L}^0 + \bar{K}^0 \nu_{\alpha L} \gamma_\mu N_{\alpha L}^0 + h.c.) \quad (4.20)$$

y las interacciones en la corriente neutra que se expresan en la siguiente forma para los tripletes leptónicos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_l^{CN} = & \frac{-g}{2}[(\bar{\alpha}^- \gamma_\mu (2S_w A_\mu + \frac{C_{2w}}{C_w} Z_\mu - \frac{C_{2w}}{aC_w} Z'_\mu) \alpha^- \\ & + \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma_\mu (-\frac{Z_\mu}{C_w} - \frac{C_{2w}}{aC_w} Z'_\mu) \nu_{\alpha L} + \bar{N}_{\alpha L}^0 (-\frac{C_w}{a} Z'_\mu) N_{\alpha L}^0]. \end{aligned} \quad (4.21)$$

De manera similar al cálculo realizado para encontrar la corriente que involucra los leptones con quiralidad izquierda, se desarrolla el primer término del lado derecho de (4.12) para obtener la parte de la corriente relacionada con el singlete derecho:

$$\mathcal{L}_R^{CN} = -g(S_w A_\mu - \frac{S_w^2}{C_w} Z_\mu + \frac{S_w^2}{aC_w} Z'_\mu) \bar{\alpha}_R^- \gamma^\mu \alpha_R^- \quad (4.22)$$

donde se ha utilizado $a = \sqrt{3 - 4S_w^2}$.

Recopilando los términos con componentes derechas e izquierdas en las corrientes neutras, y recordando que $e = gS_w$, se puede expresar la corriente neutra en términos de la carga del positrón $|e|$ como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_l^{CN} = & A_\mu (-\bar{\alpha}^- \gamma_\mu \alpha^-) \\ & + Z_\mu (-T_{2w}^{-1} \bar{\alpha}^- \gamma^\mu \alpha^- + S_{2w}^{-1} \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\mu \nu_{\alpha L} + T_w \bar{\alpha}_R^- \gamma^\mu \alpha_R^-) \\ & + Z'_\mu (\frac{T_{2w}^{-1}}{a} \bar{\alpha}_L^- \gamma^\mu \alpha_L^- + \frac{T_{2w}^{-1}}{a} \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\mu \nu_{\alpha L} + \frac{T_w^{-1}}{2a} \bar{N}_{\alpha L}^0 \gamma^\mu N_{\alpha L}^0 \\ & - \frac{T_w}{a} \bar{\alpha}_R^- \gamma^\mu \alpha_R^-) \end{aligned} \quad (4.23)$$

Para realizar los cálculos de observables en los procesos de colisión electrón positrón, es necesario establecer los acoples entre las componentes derechas e izquierda de e^+ y e^- con los bosones neutros Z_μ y Z'_μ :

| Acoples $Z_\mu(Z'_\mu)f\gamma^\mu e_{L(R)}^-$ | | | |
|---|-----------|-------------------------|------------------|
| $Z e_L^-$ | $Z e_R^-$ | $Z' e_L^-$ | $Z' e_R^-$ |
| $-T_{2w}^{-1}$ | T_w | $\frac{T_{2w}^{-1}}{a}$ | $-\frac{T_w}{a}$ |

Tabla 2: Acoples para $\alpha = e^-$.

además, de las corrientes cargadas se obtiene los acoples con los campos vectoriales:

| Acoples | |
|---|--------------------------|
| $W_\mu^+ \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu e_L^-$ | $-\frac{1}{\sqrt{2}S_w}$ |
| $K_\mu^+ N_{1L}^0 \gamma^\mu e_L^-$ | $-\frac{1}{\sqrt{2}S_w}$ |

Tabla 3: Acoples para $\alpha = e^-$.

4.4. LAGRANGIANO CINÉTICO DE CAMPOS GAUGE

El Lagrangiano cinético de los campos gauge para cualquier modelo de simetría $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ es

$$\mathcal{L}_{gauge} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu} \quad (4.24)$$

en el que $B^{\mu\nu}$, es el tensor de campo electromagnético asociado al grupo de simetría $U(1)_X$ abeliano; $F^{\mu\nu}$, el tensor de campo débil asociado a $SU(3)_L$ no abeliano; y $G^{\mu\nu}$, el tensor de los campos gluónicos relacionados con $SU(3)_C$ no abeliano.

Con el fin de obtener los acoples de los vértices de interacción de los bosones vectoriales, sin tener en cuenta la interacción fuerte de los campos gluónicos, se puede escribir (4.24):

$$\mathcal{L}_{gauge} = -\frac{g}{2}(\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a)f_{abc}A^{\mu b}A^{\nu c} \quad (4.25)$$

donde f_{abc} , con $a, b, c = 1, 2, 3, \dots, 8$, son las constantes de estructura del grupo $SU(3)$, las cuales vienen dadas por:

$$\begin{aligned} f_{123} &= 1 & f_{458} &= f_{678} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ f_{345} &= f_{376} = \frac{1}{2} & f_{147} &= f_{165} = f_{246} = f_{257} = \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (4.26)$$

por las propiedades del tensor antisimétrico f_{abc} se cumple la identidad:

$$\partial_\mu A_\nu^a A^{\nu b} A^{\mu c} f_{abc} = \partial_\mu A_\nu^a A^{\nu c} A^{\mu b} f_{acb} = -\partial_\mu A_\nu^a A^{\mu b} A^{\nu c} f^{abc} \quad (4.27)$$

utilizando (4.27) se obtiene el resultado:

$$-\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} = -gf_{abc} \partial_\mu A_\nu^a A^{b\mu} A^{c\nu} \quad (4.28)$$

Expresando los campos físicos en función de los bosones de norma se tiene:

$$\begin{aligned} A_\mu^1 &= \frac{W_\mu^- + W_\mu^+}{\sqrt{2}} & A_\mu^4 &= \frac{K_\mu^- + K_\mu^+}{\sqrt{2}} & A_\mu^6 &= \frac{K_\mu^0 + \bar{K}_\mu^0}{\sqrt{2}} \\ A_\mu^2 &= \frac{W_\mu^- - W_\mu^+}{\sqrt{2}} & A_\mu^5 &= \frac{K_\mu^- - K_\mu^+}{\sqrt{2}} & A_\mu^7 &= \frac{K_\mu^0 - \bar{K}_\mu^0}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned} A_\mu^3 + \sqrt{3}A_\mu^8 &= S_w A_\mu - \frac{s_w^2}{C_w} Z_\mu - \sqrt{3-t_w^2} Z'_\mu & A_\mu^3 &= s_w A_\mu + c_w Z_\mu \\ A_\mu^3 - \sqrt{3}A_\mu^8 &= \frac{Z_\mu}{c_w} + \sqrt{3-t_w^2} Z'_\mu \end{aligned} \quad (4.30)$$

Usando $L_{gauge} = -gf_{abc} \partial_\mu A_\nu^a A^{b\mu} A^{c\nu}$ con $a, b, c = 1, 2, 3$ se encuentra:

$$\begin{aligned} \frac{iL_{gauge}}{g} &= s_w [A^\nu (W_{\mu\nu}^- W^{+\mu} - W_{\mu\nu}^+ W^{-\mu}) + A_{\mu\nu} W^{-\mu} W^{+\nu}] + \\ & c_w [Z^\nu (W_{\mu\nu}^- W^{+\mu} - W_{\mu\nu}^+ W^{-\mu}) + Z_{\mu\nu} W^{-\mu} W^{+\nu}] \end{aligned} \quad (4.31)$$

De manera similar tomando $L_{gauge} = -gf_{abc} \partial_\mu A_\nu^a A^{b\mu} A^{c\nu}$ con $a, b, c = 1, 4, 7$ y $a, b, c = 1, 6, 5$ se halla:

$$\begin{aligned} \frac{iL_{gauge}}{g} &= \frac{1}{\sqrt{2}} [K^{-\nu} (K_{\mu\nu}^0 W^{+\mu} - W_{\mu\nu}^+ K^{0\mu}) + K_{\mu\nu}^- K^{0\mu} W^{+\nu}] + \\ & \frac{1}{\sqrt{2}} [K^{+\nu} (W_{\mu\nu}^- \bar{K}^{0\mu} - \bar{K}_{\mu\nu}^0 W^{-\mu}) + K_{\mu\nu}^+ W^{-\mu} \bar{K}^{0\nu}] \end{aligned} \quad (4.32)$$

Continuando con el mismo procedimiento con $L_{gauge} = -gf_{abc} \partial_\mu A_\nu^a A^{b\mu} A^{c\nu}$ con $a, b, c = 4, 5, 8$; $a, b, c = 6, 7, 8$; $a, b, c = 3, 4, 5$ y $a, b, c = 3, 7, 6$ se encuentra finalmente:

$$\begin{aligned}
\frac{iL_{gauge}}{g} = & s_w [A^\nu (W_{\mu\nu}^- W^{+\mu} - W_{\mu\nu}^+ W^{-\mu}) + A_{\mu\nu} W^{-\mu} W^{+\nu}] + \\
& c_w [Z^\nu (W_{\mu\nu}^- W^{+\mu} - W_{\mu\nu}^+ W^{-\mu}) + Z_{\mu\nu} W^{-\mu} W^{+\nu}] + \\
& s_w [A^\nu (K_{\mu\nu}^- K^{+\mu} - K_{\mu\nu}^+ K^{-\mu}) + A_{\mu\nu} K^{-\mu} K^{+\nu}] + \\
& \frac{1}{\sqrt{2}} [K^{-\nu} (K_{\mu\nu}^0 W^{+\mu} - W_{\mu\nu}^+ K^{0\mu}) + K_{\mu\nu}^- K^{0\mu} W^{+\nu}] + \\
& \frac{1}{\sqrt{2}} [K^{+\nu} (W_{\mu\nu}^- \bar{K}^{0\mu} - \bar{K}_{\mu\nu}^0 W^{-\mu}) + K_{\mu\nu}^+ W^{-\mu} \bar{K}^{0\nu}] + \\
& \frac{c_{2w}}{2c_w} [Z^\nu (K_{\mu\nu}^- K^{+\mu} - K_{\mu\nu}^+ K^{-\mu}) + Z_{\mu\nu} K^{-\mu} K^{+\nu}] + \\
& - \frac{\sqrt{3-t_w^2}}{2} [Z'^\nu (K_{\mu\nu}^- K^{+\mu} - K_{\mu\nu}^+ K^{-\mu}) + Z'_{\mu\nu} K^{-\mu} K^{+\nu}] + \\
& \frac{1}{2c_w} [Z^\nu (K_{\mu\nu}^0 \bar{K}^{0\mu} - \bar{K}_{\mu\nu}^0 K^{0\mu}) + Z_{\mu\nu} K^{0\mu} \bar{K}^{0\nu}] + \\
& \frac{\sqrt{3-t_w^2}}{2} [Z'^\nu (K_{\mu\nu}^0 \bar{K}^{0\mu} - \bar{K}_{\mu\nu}^0 K^{0\mu}) + Z'_{\mu\nu} K^{0\mu} \bar{K}^{0\nu}] +
\end{aligned} \tag{4.33}$$

A partir de este Lagrangiano se obtiene los acoples de los vértices de interacción entre los bosones gauge

| Acoples Trilineales | |
|---------------------|-------------------------|
| vértices | acoples |
| $\gamma W^+ W^-$ | 1 |
| $Z W^+ W^-$ | t_w^{-1} |
| $\gamma K^+ K^-$ | 1 |
| $Z K^+ K^-$ | t_{2w}^{-1} |
| $Z' K^+ K^-$ | $-\frac{a}{s_{2w}}$ |
| $Z K^0 \bar{K}^0$ | s_{2w}^{-1} |
| $Z' K^0 \bar{K}^0$ | $\frac{a}{s_{2w}}$ |
| $K^- K^0 W^+$ | $\frac{1}{\sqrt{2}s_w}$ |
| $K^+ \bar{K}^0 W^-$ | $\frac{1}{\sqrt{2}s_w}$ |

Tabla 4: Acoples de los bosones gauge.

4.5. CRÍTICA DEL MODELO ESTÁNDAR

El Modelo Estándar basado en el grupo local gauge $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ ha sido muy exitoso debido a que sus predicciones concuerdan con los resultados experimentales. Sin embargo aún presenta falencias en la explicación del problema jerárquico de las masas de los fermiones cargados, ángulos de mezcla para fermiones, cuantización de la carga, violación CP de la fuerza fuerte, replicación de familias, masas y oscilaciones de los neutrinos ⁵²o la explicación del por qué existe mas materia que antimateria en el universo, además de no incluir explicaciones para la composición de materia oscura del universo⁵³.

El propósito del ME es describir de manera unificada las interacciones electrodébiles y fuertes de la materia, sin embargo el grupo de simetría gauge obtenido es el producto de tres conjuntos de transformaciones desconectadas: Los grupos $SU(3)_C$, $SU(2)_L$, $U(1)_Y$ con constantes de acople g_s , g y g' respectivamente. Estas constantes no están relacionadas por la teoría, y por ejemplo el radio $\frac{g}{g'} = \tan \theta_w$ tiene que ser medido experimentalmente.

Por lo tanto es natural buscar un grupo de simetría mas grande que contenga al M.E como subgrupo, una teoría con una sola constante de acoplamiento que combine las tres interacciones como componentes de una sola fuerza. No obstante, debido a la gran diferencia entre la magnitud de la constante de la fuerza fuerte y la fuerza electromagnética, esta unificación no sería visible hasta alcanzar una escala de energía de 10^{14} Gev correspondiente a una distancia de 10^{-28} cm ⁵⁴.

Aún si todos los elementos del Modelo Estándar fueran establecidos experimentalmente en futuras investigaciones, el modelo no puede ser considerado como la última teoría de la fuerza y la materia. Ni los parámetros fundamentales, masas y acoples, ni los patrones de simetría pueden ser deducidos; estos elementos son construidos en el modelo básicamente a mano. Además la gravedad con una estructura muy diferente a la fuerza electrodébil y fuerte, no es incorporada en la teoría.

⁵²R.N.Mohapatra and Y.Smirnov, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.56, 569 (2006).

⁵³S. Perlmutter et al, Astrophys. J. 517, 565 (1999).

⁵⁴T.Cheng y L.F.Li. Gauge theory of elementary particles. St.Louis, USA, 1982. p.435

5. PROCESOS DE COLISIÓN e^+e^-

Los procesos de colisión e^+e^- constituyen una excelente forma de investigar interacciones entre las distintas partículas descritas en el Modelo Estándar y sus extensiones porque presentan grandes ventajas en comparación a colisiones p^+p^- , que poseen estructuras complejas que interactúan predominantemente a través de la fuerza fuerte descrita por la cromodinámica cuántica. El primer tipo de colisiones son procesos limpios que no producen elementos residuales y además, debido a su carácter neutro, aseguran en algunos casos la conversión de materia en energía pura cuando colisionan partícula y su antipartícula directamente.

En la actualidad, el estudio de las colisiones de electrón-positrón mantiene gran relevancia debido a que muchos experimentos futuros concebidos en los proyectos CILC e ILC, permitirían la obtención de un número mayor de observables con la utilización de rayos de electrones polarizados entre un 80-90 % y rayos de positrones polarizados en un 40-60 %, que proveerían una invaluable herramienta para probar rigurosamente el ME y ayudarían a la determinación de parámetros de modelos independientes en el análisis de nueva física⁵⁵.

La sección eficaz de la producción de dos partículas en las reacciones de aniquilación e^+e^- son extremadamente sensibles a las polarizaciones del electrón y positrón. Por lo tanto, estas reacciones pueden ser utilizadas para medidas de polarización⁵⁶.

Los procesos dominantes en experimentos e^+e^- son de aniquilación por el canal s y de dispersión por los canales t y u . En los procesos de aniquilación, las helicidades del electrón y positrón están relacionadas con el espín de la partícula intercambiada directamente en el canal. Por otro lado, en los procesos de dispersión, las helicidades del electrón positrón están relacionadas directamente a las propiedades de cualquier partícula producida. Esta característica brinda la capacidad de probar directamente propiedades de nuevas partículas, logrando determinar sus números cuánticos y acoplos quirales con un número mínimo de asunciones.

5.1. HELICIDAD A ALTAS ENERGÍAS

La quiralidad de una partícula de spin $\frac{1}{2}$ solamente es una invariante de Lorentz si ningún otro observador viaja a una mayor velocidad que ésta. Es decir que, sí un

⁵⁵G.Moortgat-Pick et al, Phys.Rept.460:131-243, 2008.

⁵⁶V.N.Baier. arXiv: hep-ph/0611201V1, 2006.

observador que se mueve a menor velocidad mide una quiralidad izquierda(derecha) L(R) de la partícula, otro observador viajando a mayor velocidad que ésta, medirá una quiralidad contraria, derecha(izquierda) R(L). Por lo tanto en las situaciones donde la partículas tiene una velocidad aproximadamente igual a la de la luz, se puede decir que la quiralidad será la misma para todos los observadores, convirtiendo sus autovalores en buenos números cuánticos. Este hecho hace que los procesos de colisión e^+e^- a muy altas energías tengan estados de helicidad bien definidos ya que la masa del electrón (positrón) aproximadamente de 0.5 Mev es pequeña y por lo tanto pueda ser despreciada.

5.2. ESTADOS DE HELICIDAD DEL PROCESO

Para fermiones no masivos la ecuación de Dirac produce las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}(1 - \gamma^5)\Psi &= \Psi_L \\ \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)\Psi &= \Psi_R\end{aligned}\tag{5.1}$$

Esto quiere decir que $P_{R(L)} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma^5)$ proyecta las componentes (derecha-izquierda) con valores de helicidad $\lambda = \pm \frac{1}{2}$ de un tetraespinor, respectivamente. Usando estas observaciones se llegan a las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned}(P_{L(R)})^n &= P_{L(R)} \\ P_{L(R)}P_{R(L)} &= 0 \\ \gamma^\mu P_{L(R)} &= P_{R(L)}\gamma^\mu \\ P_R + P_L &= I \\ P_R - P_L &= \gamma^5\end{aligned}\tag{5.2}$$

Trabajando en el espacio de los momentos se tiene

$$\begin{aligned}P_{L(R)}u(p) &= u(p)_{L(R)} \\ \bar{v}(p)P_{R(L)} &= \bar{v}(p)_{L(R)}\end{aligned}\tag{5.3}$$

Considerando el proceso $e^+e^- \rightarrow V_1V_2$

$$\bar{v}(p', s_1)\gamma^\mu u(p, s_2) = \bar{v}(p', s_1)(P_L + P_R)\gamma^\mu(P_L + P_R)u(p, s_2)\tag{5.4}$$

y desarrollando el término derecho de la anterior ecuación:

$$\begin{aligned} \bar{v}(p', s_1)\gamma^\mu u(p, s_2) &= \bar{v}(p', s_1)P_L\gamma^\mu P_L u(p, s_2) + \bar{v}(p', s_1)P_L\gamma^\mu P_R u(p, s_2) \\ &+ \bar{v}(p', s_1)P_R\gamma^\mu P_L u(p, s_2) + \bar{v}(p', s_1)P_R\gamma^\mu P_R u(p, s_2). \end{aligned} \quad (5.5)$$

Operando sobre los dos primeros términos del lado derecho y utilizando

$$\begin{aligned} \gamma^\mu P_{L(R)} &= P_{R(L)}\gamma^\mu \\ P_{L(R)}P_{R(L)} &= 0 \end{aligned} \quad (5.6)$$

se obtiene al final

$$\bar{v}(p', s_1)\gamma^\mu u(p, s_2) = \bar{v}(p', s_1)P_L\gamma^\mu P_R u(p, s_2) + \bar{v}(p', s_1)P_R\gamma^\mu P_L u(p, s_2) \quad (5.7)$$

Esto revela que la estructura quiral de la colisión viene dada solo por los procesos $e_R^+e_L^-$ y $e_R^-e_L^+$. A altas energías la interacción vectorial y axia-vectorial, acopla partícula y antipartícula con helicidades opuestas, mientras que la interacción escalar y tensorial acopla pares con helicidades iguales⁵⁷. Este hecho provee una valiosa percepción en el análisis de las interacciones electrodébiles.

5.3. MÉTODO PARA CALCULAR AMPLITUDES CON HELICIDADES DEFINIDAS EN PROCESOS e^+e^-

Consideremos la colisión e^+e^- en el plano de reacción xz, en el que se producen dos bosones vectoriales $V_1(k_-, \epsilon_-)$ y $V_2(k_+, \epsilon_+)$ con momentum y polarización k_-, ϵ_- y k_+, ϵ_+ respectivamente. En el extremo ultrarrelativista en el cual electrón positrón interactúan a grandes energías, con velocidades cercanas a la de la luz, la masa es considerada nula y por lo tanto las helicidades están bien definidas.

Teniendo en cuenta que la cinemática del proceso permite escoger $\eta^\mu = (0, 0, 1, 0)$, se toma el siguiente número complejo:

$$\xi = \bar{v}(p', s_1)P_{L(R)}\eta^\mu P_{R(L)}u(p, s_2) \quad (5.8)$$

Después se realiza el siguiente producto

⁵⁷G.Moortgat-Pick et al, Phys.Rept.460:131-243, 2008.

$$\begin{aligned}
\xi\xi^\dagger &= \frac{1}{2}\text{Traz}((I \pm \gamma^5)\not{p}\not{\eta}\not{p}'\not{\eta}) \\
&= \frac{1}{2}\text{Traz}(\not{p}\not{\eta}\not{p}'\not{\eta} \pm \gamma^5\not{p}\not{\eta}\not{p}'\not{\eta})
\end{aligned} \tag{5.9}$$

Usando las propiedades de las matrices γ se puede ver que

$$\text{Traz}(\gamma^5\not{p}\not{\eta}\not{p}'\not{\eta}) = 0 \tag{5.10}$$

Por ende,

$$\xi\xi^\dagger = \frac{1}{2}\text{Traz}(\not{p}\not{\eta}\not{p}'\not{\eta}) = 2\{2(p.\eta)(p'.\eta) + (p'.p)\} \tag{5.11}$$

De acuerdo a la cinemática del problema ¹ se tiene que: $\xi\xi^\dagger = 4E^2 \implies |\xi|^2 = 4E^2 \implies \xi = 2E^{i\delta}$. Donde se escoge $\delta = \frac{\pi}{2}$ por las convenciones usuales de fase de espinores⁵⁸ y por haber escogido $\eta^\mu = (0, 0, 1, 0)$.

5.4. PROCESO $e^+e^- \rightarrow V^1V^2$ POR EL CANAL t

La amplitud de decaimiento para este proceso viene dado por la siguiente expresión

$$\begin{aligned}
-iM^{L(R)} = & \\
& \{\bar{v}(p')P_{R(L)}(ieg_{e_{R(L)}^+V_2})\gamma^\beta i\frac{(\not{p} - \not{k}_- + m_N)}{(p - k_-)^2 - m_n^2}\gamma^\alpha (ieg_{e_{L(R)}^-V_1})P_{L(R)}u(p)\}J_{\alpha\beta}(V_1V_2)
\end{aligned} \tag{5.12}$$

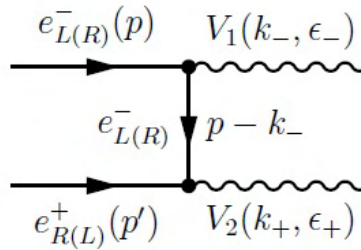


Figura 1: $e^+e^- \rightarrow V^1V^2$ por el canal t .

¹Ver cinemática del problema en el anexo A.4.

⁵⁸K.J.F.Gaemers and G.T.Gounaris. TH.2548-CERN, 1978.

Las constantes de acoplamiento están definidas en funcion de la carga del positron $|e|$. Realizando algunas operaciones se puede expresar la anterior ecuación de la siguiente manera:

$$M^{L(R)} = \frac{(ieg_{e_{R(L)}^+} V_2)(ieg_{e_{L(R)}^-} V_1)}{4((p - k_-)^2 - m_n^2)} A^{L(R)t(\alpha\beta)} J_{\alpha,\beta}(V_1, V_2) \quad (5.13)$$

y se ha definido:

$$A^{L(R)t(\alpha\beta)} = \bar{v}(p')(1 \pm \gamma^5) \gamma^\beta (\not{p} - \not{k}_- + m_N) \gamma^\alpha (1 \mp \gamma^5) u(p) \quad (5.14)$$

multiplicando esta ecuación por

$$1 = \frac{\xi}{2Ei} = \frac{\bar{u}(p) P_{R(L)} \not{\eta} P_{L(R)} v(p')}{2Ei} \quad (5.15)$$

se obtiene

$$A^{L(R)t(\alpha\beta)} = \frac{\bar{u}(p) P_{R(L)} \not{\eta} P_{L(R)} v(p') \bar{v}(p')(1 \pm \gamma^5) \gamma^\beta (\not{p} - \not{k}_- + m_N) \gamma^\alpha (1 \mp \gamma^5) u(p)}{2Ei} \quad (5.16)$$

escribiendo esta expresión como una traza

$$A^{L(R)t(\alpha\beta)} = \frac{1}{Ei} \text{Traz} \{ P_{L(R)} \not{p} \not{\eta} \not{p}' \gamma^\beta (I \pm \gamma^5) (\not{p} - \not{k}_- + m_N) \gamma^\alpha (I \mp \gamma^5) \} \quad (5.17)$$

utilizando las siguientes identidades

$$(I \pm \gamma^5)(I \pm \gamma^5) = 2(I \mp \gamma^5) \text{Traz}(I \mp \gamma^5) m_N \not{p} \not{\eta} \not{p}' \gamma^\beta \gamma^\alpha \quad (5.18)$$

finalmente se obtiene

$$A^{L(R)t(\alpha\beta)} = \frac{1}{Ei} \text{Traz} \{ (I \pm \gamma^5) \not{p} \not{\eta} \not{p}' \gamma^\beta (\not{p} - \not{k}_-) \gamma^\alpha \} \quad (5.19)$$

La corriente $J_{\alpha,\beta}(V_1, V_2)$ donde $V_1(k_-, \epsilon_-)$ y $V_2(k_+, \epsilon_+)$ poseen cuádrimomentum y polarización (k_-, ϵ_-) y (k_+, ϵ_+) respectivamente, tiene la siguiente expresión:

$$J_{\alpha,\beta} = \epsilon_{-\alpha} \epsilon_{+\beta} \quad (5.20)$$

Contrayendo el término $A^{L(R)t(\alpha\beta)}$ y expresando en el espacio de los momentos se tiene ahora:

$$A_{\epsilon_- \epsilon_+}^{L(R)t} = A^{L(R)t(\alpha\beta)} \epsilon_{-\alpha} \epsilon_{+\beta} \quad (5.21)$$

por lo tanto se tendrá que:

$$A_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)t} = \frac{1}{Ei} \text{Traz}\{p\eta p'\epsilon_+(p-k_-)\epsilon_- + (\mp)\gamma^5 p\eta p'\epsilon_+(p-k_-)\epsilon_-\} \quad (5.22)$$

obteniendo finalmente la siguiente expresión para la amplitud de decaimiento

$$M_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)} = -\frac{(ieg_{R(L)}^+ V_2)(ieg_{L(R)}^- V_1)}{4((p-k_-)^2 - m_N^2)} A_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)t} \quad (5.23)$$

5.4.1. Cálculo de las amplitudes $A_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)t}$.

En la expresión

$$A_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)t} = \text{Traz}\{p\eta p'\epsilon_+(p-k_-)\epsilon_- + (\mp)\gamma^5 p\eta p'\epsilon_+(p-k_-)\epsilon_-\} \quad (5.24)$$

tomando el primer término del lado derecho de la ecuación y utilizando la propiedad cíclica de la traza se obtiene:

$$\text{Traz}\{p\eta p'\epsilon_+(p-k_-)\epsilon_-\} = \text{Traz}\{\eta p'\epsilon_+(p-k_-)\epsilon_- p\} \quad (5.25)$$

Usando las identidades de las trazas ⁵⁹ y las identidades $(\eta.p) = (\eta.p') = (\eta.k_-) = (\eta.k_+) = 0$ ⁶⁰, se halla que:

$$\begin{aligned} & \text{Traz}\{\eta p'\epsilon_+(p-k_-)\epsilon_- p\} = \\ & -\{(\eta.\epsilon_+)\text{Traz}\{p'(p-k_-)\epsilon_- p\} + (\eta.\epsilon_-)\text{Traz}\{p'\epsilon_+(p-k_-)\epsilon_- p\}\} \end{aligned} \quad (5.26)$$

Desarrollando en (5.24) el término que contiene γ^5

$$\begin{aligned} & \text{Traz}\{\gamma^5 p\eta p'\epsilon_+(p-k_-)\epsilon_-\} = \\ & -4i((p.p')|\eta\epsilon_+(p-k_-)\epsilon_-| + (p'.\epsilon_+)|pnp'\epsilon_-| \\ & + (\epsilon_+.\epsilon_-)|pnp'(p-k_-)| - (p.\epsilon_-)|pnp'\epsilon_+|) \end{aligned} \quad (5.27)$$

Donde se ha utilizado la identidades

$$a_{\alpha_1} b_{\alpha_2} c_{\alpha_3} d_{\alpha_4} \epsilon^{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4} = |abcd| = \det(abcd) = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ c_0 & c_1 & c_2 & c_3 \\ d_0 & d_1 & d_2 & d_3 \end{vmatrix} \quad (5.28)$$

⁵⁹Ver identidades de trazas utilizadas en anexo A.5.

⁶⁰Ver cinemática del problema en el anexo A.4.

Empleando las identidades de las trazas y haciendo los cálculos respectivos se obtiene:

$$\begin{aligned}
A_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)t} = \frac{4}{Ei} & \left(-(\eta \cdot \epsilon_+) [(p' \cdot k_+) (p \cdot \epsilon_-) + (p \cdot k_-) (p' \cdot \epsilon_-) + (p' \cdot p) (p \cdot \epsilon_-)] \right. \\
& + (\eta \cdot \epsilon_-) [(p \cdot k_-) (p' \cdot \epsilon_+) + (p' \cdot k_+) (p \cdot \epsilon_+) + (p' \cdot p) (p' \cdot \epsilon_+)] \\
& (\mp) i [-(p \cdot p') |\eta \epsilon_+ (p - k_-) \epsilon_-| - (p' \cdot \epsilon_+) |pn p' \epsilon_-| - \\
& \left. (\epsilon_- \cdot \epsilon_+) |pn p' (p - k_-)| + (p \cdot \epsilon_-) |pn p' \epsilon_+| \right) \quad (5.29)
\end{aligned}$$

En la obtención de los anteriores resultados se ha utilizado las siguientes identidades:

$$\begin{aligned}
p \cdot (p - k_-) &= -k_- \cdot p & p' \cdot (p - k_-) &= p' \cdot (k_+ - p') = p' \cdot k_+ \\
m_e^- &= m_e^+ = 0 & \epsilon_+ \cdot (p - k_-) &= \epsilon_+ \cdot (k_+ - p') = -\epsilon_+ \cdot p' \quad (5.30)
\end{aligned}$$

5.4.2. Amplitudes de helicidad $A_{\epsilon_+\epsilon_-}^{L(R)t}$ por el canal t.

Teniendo en cuenta la cinemática del problema y desarrollando los términos de (5.29) se obtienen las amplitudes de helicidad por el canal t:

$$\begin{aligned}
A_{11}^{L(t)} &= -2s \sin \theta (2 \cos \theta - \beta) & A_{11}^{R(t)} &= -A_{11}^{L(t)} \\
A_{12}^{L(t)} &= -2is \sin \theta & A_{12}^{R(t)} &= -A_{12}^{L(t)} \\
A_{21}^{L(t)} &= 2is \sin \theta & A_{21}^{R(t)} &= -A_{21}^{L(t)} \\
A_{22}^{L(t)} &= -2s\beta \sin \theta & A_{22}^{R(t)} &= -A_{22}^{L(t)} \\
A_{13}^{L(t)} &= -\frac{2}{M} s^{3/2} \left[(\beta - \cos \theta) \cos \theta + \frac{2M^2}{s} \right] & A_{13}^{R(t)} &= -A_{13}^{L(t)} \\
A_{31}^{L(t)} &= -\frac{2}{M} s^{3/2} \left[(\beta - \cos \theta) \cos \theta + \frac{2M^2}{s} \right] & A_{31}^{R(t)} &= -A_{31}^{L(t)} \\
A_{23}^{L(t)} &= \frac{2i}{M} s^{3/2} \left[(\beta - \cos \theta) + \frac{2M^2}{s} \cos \theta \right] & A_{23}^{R(t)} &= -A_{23}^{L(t)} \\
A_{32}^{L(t)} &= \frac{-2i}{M} s^{3/2} \left[(\beta - \cos \theta) + \frac{2M^2}{s} \cos \theta \right] & A_{32}^{R(t)} &= -A_{32}^{L(t)} \\
A_{33}^{L(t)} &= -2s \sin \theta \left[\frac{s}{2M^2} (\beta - \cos \theta) + \beta \right] & A_{33}^{R(t)} &= -A_{33}^{L(t)} \quad (5.31)
\end{aligned}$$

$$(5.32)$$

se debe tener en cuenta que M y $\beta = \frac{|k_-^-|}{E} = \frac{k_+^+}{E}$ son la masa y la velocidad del boson $V_1 = V_2$ y $s = (p + p')^2 = (k_+ + k_-)^2$ es una de las tres variables de Mandelstam.

5.5. PROCESO $e^+e^- \rightarrow V^1V^2$ POR EL CANAL u

La amplitud de decaimiento para este proceso viene dada por una expresión similar a la ecuación (5.12) con el cambio de k_- por k_+

$$-iM^{L(R)} = \{\bar{v}(p')P_{R(L)}(ieg_{e_{R(L)}^+}V_2)\gamma^\beta i\frac{(\not{p} - \not{k}_+ + m_N)}{(p - k_+)^2 - m_N^2}\gamma^\alpha(ieg_{e_{L(R)}^-}V_1)P_{L(R)}u(p)\}J_{\alpha\beta}(V_1V_2) \quad (5.33)$$

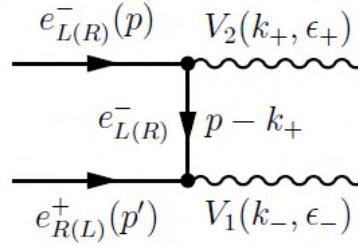


Figura 2: $e^+e^- \rightarrow V^1V^2$ por el canal u.

Los cálculos para este proceso son similares a los realizados para el canal t, la única diferencia reside en el cambio del propagador fermiónico para este proceso

$$Propagador = i\frac{(\not{p} - \not{k}_+ + m_N)}{(p - k_+)^2 - m_N^2} \quad (5.34)$$

por lo tanto la amplitud de decaimiento será:

$$M_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)} = -\frac{(ieg_{e_{R(L)}^+}V_2)(ieg_{e_{L(R)}^-}V_1)}{4((p - k_+)^2 - m_N^2)}A_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)u} \quad (5.35)$$

5.5.1. Amplitudes de helicidad $A_{\epsilon_+\epsilon_-}^{L(R)u}$ por el canal u.

Realizados los anteriores cálculos se procede a aplicar la cinemática del problema para obtener los siguientes valores de las amplitudes de helicidad:

$$\begin{aligned}
A_{11}^{L(u)} &= -2s \sin \theta (2 \cos \theta + \beta) & A_{11}^{R(u)} &= -A_{11}^{L(u)} \\
A_{12}^{L(u)} &= -2is \sin \theta & A_{12}^{R(u)} &= A_{12}^{L(u)} \\
A_{21}^{L(u)} &= 2is \sin \theta & A_{21}^{R(u)} &= A_{21}^{L(u)} \\
A_{22}^{L(u)} &= 2s\beta \sin \theta & A_{22}^{R(u)} &= -A_{22}^{L(u)} \\
A_{13}^{L(u)} &= \frac{2}{M} s^{3/2} \left[(\beta + \cos \theta) \cos \theta - \frac{2M^2}{s} \right] & A_{13}^{R(u)} &= -A_{13}^{L(u)} \\
A_{31}^{L(u)} &= \frac{2}{M} s^{3/2} \left[(\beta + \cos \theta) \cos \theta - \frac{2M^2}{s} \right] & A_{31}^{R(u)} &= -A_{31}^{L(u)} \\
A_{23}^{L(u)} &= -\frac{2i}{M} s^{3/2} \left[(\beta + \cos \theta) - \frac{2M^2}{s} \cos \theta \right] & A_{23}^{R(u)} &= A_{23}^{L(u)} \\
A_{32}^{L(u)} &= \frac{2i}{M} s^{3/2} \left[(\beta + \cos \theta) - \frac{2M^2}{s} \cos \theta \right] & A_{32}^{R(u)} &= A_{32}^{L(u)} \\
A_{33}^{L(u)} &= 2s \sin \theta \left[\frac{s}{2M^2} (\beta + \cos \theta) + \beta \right] & A_{33}^{R(u)} &= -A_{33}^{L(u)}
\end{aligned} \tag{5.36}$$

5.6. PROCESO $e^+e^- \rightarrow V^1V^2$ POR EL CANAL s

El diagrama de feynman a primer orden de perturbación⁶¹ que representa la amplitud física de este proceso se expresa mediante la suma de las dos posibles configuraciones de helicidad inicial para el electrón positrón.

La amplitud de decaimiento para este proceso viene dada por:

$$-iM^{L(R)} = \{\bar{v}(p')P_{R(L)}(ieg_{R(L)}^-V_0)\gamma^\mu iD_{\mu\nu}(V_0)P_{L(R)}u(p)\}J_{\alpha\beta}^\mu \epsilon_-^\alpha \epsilon_+^\beta \tag{5.37}$$

en la que $iD_{\mu\nu}(V_0)$ es el propagador de V_0 , el cual se puede escribir en forma general:

$$iD_{\mu\nu}(V_0) = \frac{-i}{q^2 - M_{V_0}^2 + iM_{V_0}\Gamma_{V_0}} \{g_{\mu\nu} + (\zeta - 1)(q_\mu q_\nu)/(q^2 - \zeta M_{V_0}^2)\} \tag{5.38}$$

donde $\zeta = 1$ es el gauge de 't Hoof- Feynman, $\zeta = 0$ es el gauge de Landau y $\zeta = \infty$ el gauge unitario.

Los términos de la forma $q_\mu q_\nu$ se reducen a cero ya que:

⁶¹Los diagramas de Feynman surgen del cálculo de interacciones a partir la teoría de perturbaciones.

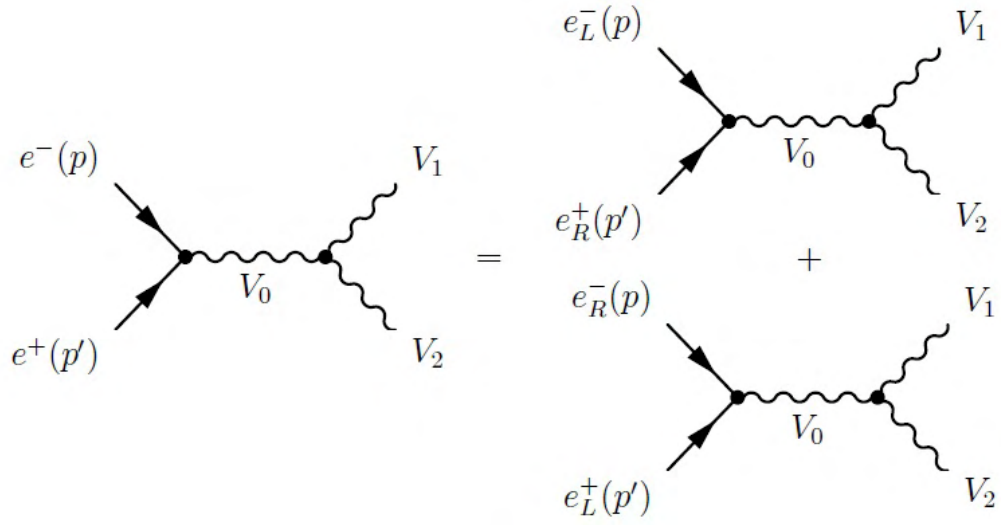


Figura 3: $e^+e^- \rightarrow V^1V^2$ por el canal s.

$$\bar{v}(p')\not{p}u(p) = \bar{v}(p')(\not{p}' + \not{p})u(p) = \bar{v}(p')(\not{p}'u(p)) + (\bar{v}(p')\not{p})u(p) \quad (5.39)$$

pero utilizando la ecuacion de dirac se sabe que:

$$\begin{aligned} \not{p}u(p) &= mu(p) = 0 \\ \bar{v}(p')\not{p}' &= -mv(p') = 0 \end{aligned} \quad (5.40)$$

Por lo tanto para este proceso el propagador de la partícula vectorial será

$$iD_{\mu\nu}(V_0) = \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2 - M_{V_0}^2 + iM_{V_0}\Gamma_{V_0}} \quad (5.41)$$

Reemplazando la anterior ecuación en (5.37) la amplitud tendrá la forma:

$$iM^{L(R)} = \frac{(ieg_{e_{R(L)}V_0})}{2(q^2 - M_{V_0}^2 + iM_{V_0}\Gamma_{V_0})} \{(1 \pm \gamma^5)\gamma^\mu \bar{v}(p')P_{L(R)}u(p)\} J_{\mu\alpha\beta} \epsilon_-^\alpha \epsilon_+^\beta \quad (5.42)$$

$$C^{L(R)\mu} = \{\bar{v}(p')(1 \pm \gamma^5)\gamma^\mu P_{L(R)}u(p)\} \quad (5.43)$$

y como anteriormente se multiplica por

$$1 = \frac{\xi}{2Ei} = \frac{\bar{u}(p)P_{R(L)}\not{\eta}P_{L(R)}v(p')}{2Ei} \quad (5.44)$$

para obtener:

$$C^{L(R)\mu} = \frac{1}{2Ei} \text{Tr}az\{P_{L(R)}\not{p}\not{\eta}P_{L(R)}\not{p}'\gamma^\mu(I \mp \gamma^5)\} \quad (5.45)$$

utilizando los métodos antes vistos para realizar este tipo de cálculos se llega a

$$C^{L(R)\mu} = \frac{1}{2Ei} \text{Tr}az\{\not{p}\not{\eta}\not{p}'\gamma^\mu \mp \gamma^5\not{p}\not{\eta}\not{p}'\gamma^\mu\} \quad (5.46)$$

obteniendo

$$C^{L(R)\mu} = -\frac{1}{2Ei} \{2E^2\eta^\mu \pm i\epsilon^{\sigma\rho\omega\mu} p_\sigma \eta_\rho p'_\omega\} \quad (5.47)$$

Con la contracción del término $C^{L(R)\mu}$ con la corriente $J_{\mu\alpha\beta}\epsilon_-^\alpha\epsilon_+^\beta$ se define la amplitud de helicidad de la siguiente manera

$$C_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)\mu} = C^{L(R)\mu} J_{\mu\alpha\beta}\epsilon_-^\alpha\epsilon_+^\beta \quad (5.48)$$

5.6.1. Amplitudes de helicidad $C_{\epsilon_-\epsilon_+}^{L(R)\mu}$ por el canal s.

La expresión mas general para la corriente $J_{\mu\alpha\beta}$ ⁶² viene dada por:

$$\begin{aligned} J_{\mu\alpha\beta} = & (ieg_{V_0V^1V^2})((f_3 - if_4)q_\beta g_{\mu\alpha} - (f_3 + if_4)q_\alpha g_{\mu\beta} + \\ & (k_+ - k_-)_\mu \left\{ (f_1 g_{\alpha\beta} - \frac{f_2}{M^2} q_\alpha q_\beta + \frac{f_7}{M^2} \epsilon_{\theta\phi\alpha\beta} q^\theta (k_+ - k_-)^\phi \right\} \\ & + if_5 \epsilon_{\mu\theta\alpha\beta} (k_+ - k_-)^\theta + f_6 \epsilon_{\mu\theta\alpha\beta} q^\theta + \frac{f_9 + if_8}{M^2} \epsilon_{\mu\theta\alpha\beta} q^\theta q_\beta (k_+ - k_-)^\phi \\ & + \frac{f_9 - if_8}{M^2} \epsilon_{\mu\theta\alpha\beta} q^\theta q_\alpha (k_+ - k_-)^\phi \end{aligned} \quad (5.49)$$

Realizando los cálculos correspondientes se obtiene

⁶²K.J.F.Gaemers and G.T.Gounaris. TH.2548-CERN, 1978.

$$\begin{aligned}
C_{\epsilon_- \epsilon_+}^{L(R)\mu} = & -\frac{2}{Ei}(2E^2[(f_3 - if_4)(q.\epsilon_+)(\eta.\epsilon_-) - (f_3 + if_4)(q.\epsilon_-)(\eta.\epsilon_+) + \\
& + \epsilon\mu\theta\alpha\beta\eta^\mu\epsilon_-^\alpha\epsilon_+^\beta(if_5K^\theta + f_6q^\theta) + \\
& \frac{\epsilon\mu\theta\phi\alpha}{M^2}((f_9 + if_8)(q.\epsilon_+)\epsilon_-^\alpha + (f_9 - if_8)(q.\epsilon_-)\epsilon_+^\alpha)] \\
& (\mp)i[\epsilon^{\mu\sigma\rho\omega}p_\sigma\eta_\rho p'_\omega((f_3 - if_4)(q.\epsilon_+)\epsilon_{-\mu} - (f_3 + if_4)(q.\epsilon_-)\epsilon_{+\mu}) \\
& + K_\mu(f_1(\epsilon_+\epsilon_-) - \frac{f_2}{M^2}(q.\epsilon_+)(q.\epsilon_-))] + \frac{f_7}{M^2}\epsilon_{\theta\phi\alpha\beta}q^\theta K^\phi\epsilon_-^\alpha\epsilon_+^\beta \\
& + if_5(\eta.\epsilon_-)((p'.K)(p.\epsilon_+) - (p.K)(p'.\epsilon_+)) + \\
& - if_5(\eta.\epsilon_+)((p.K)(p'.\epsilon_-) - (p'.K)(p.\epsilon_-)) + \\
& + f_6(\eta.\epsilon_-)((p'.q)(p.\epsilon_+) - (p.q)(p'.\epsilon_+)) + \\
& - f_6(\eta.\epsilon_+)((p.q)(p'.\epsilon_-) - (p'.q)(p.\epsilon_-)) + \\
& \frac{1}{M^2}((p'.K)(p.q) - (p.K)(p'.q)) \\
& [(f_9 + f_8)(q.\epsilon_+)(\eta.\epsilon_-) + (f_9 - if_8)(q.\epsilon_-)(\eta.\epsilon_+)]
\end{aligned} \tag{5.50}$$

se ha tenido en cuenta que $q_\mu = (p + p')_\mu = (k + k')_\mu$ y definido $K^\mu = (k_+ - k_-)^\mu$.

Los anteriores cálculos se han llevado a cabo con la ayuda de la identidad

$$\epsilon^{\mu\sigma\rho\omega}\epsilon_{\mu\theta\alpha\beta} = \begin{vmatrix} \delta_\theta^\sigma & \delta_\theta^\rho & \delta_\theta^\omega \\ \delta_\alpha^\sigma & \delta_\alpha^\rho & \delta_\alpha^\omega \\ \delta_\beta^\sigma & \delta_\beta^\rho & \delta_\beta^\omega \end{vmatrix} \tag{5.51}$$

Realizando las operaciones anteriores se obtiene:

$$\begin{aligned}
C_{11}^L &= -2s\beta \sin \theta d_2 & C_{11}^R &= -C_{11}^L \\
C_{12}^L &= 2s \sin \theta d_5 & C_{12}^R &= -C_{12}^L \\
C_{13}^L &= \frac{s^{3/2}}{M} [id_4 + \beta \cos \theta d_3] & C_{13}^R &= \frac{s^{3/2}}{M} [id_4 + \beta \cos \theta d_3] \\
C_{21}^L &= 2s \sin \theta d_5 & C_{21}^R &= -C_{21}^L \\
C_{22}^L &= 2s\beta \sin \theta d_2 & C_{22}^R &= -C_{22}^L \\
C_{23}^L &= \frac{s^{3/2}}{M} [id_3 - \beta \cos \theta d_4] & C_{13}^R &= \frac{s^{3/2}}{M} [id_3 + \beta \cos \theta d_4] \\
C_{31}^L &= C_{13}^L & C_{31}^R &= C_{13}^R \\
C_{32}^L &= C_{23}^L & C_{32}^R &= C_{23}^R \\
C_{33}^L &= 2s\beta \sin \theta d_1 & C_{33}^R &= -C_{33}^L
\end{aligned} \tag{5.52}$$

Aquí hay que tener en cuenta las siguientes igualdades

$$\begin{aligned}
 d_1 &= 1 + \frac{s}{2M^2}k & d_2 &= 1 + \frac{s}{2M^2}\lambda \\
 d_3 &= 1 + \kappa + \lambda + if_4 & d_5 &= \frac{4k^2}{M^2}f_7 + f_6 \\
 d_4 &= f_6 + \frac{\kappa}{M^2}[if_5 - 4(f_9 - if_8)]
 \end{aligned}$$

En donde κ y λ son parámetros que provienen de los valores específicos para el dipolo magnético y cuadripolo eléctrico en conjunto con las relaciones de conservación de C, P y T para las interacciones γW^+W^- y ZWW en cualquier grupo gauge. De los acoples para la interacción ZWW se tiene las siguientes implicaciones⁶³:

$$\begin{aligned}
 \text{Invariancia } C &\Rightarrow f_4 = f_5 = f_8 = 0 \\
 \text{Invariancia } P &\Rightarrow f_6 = f_6 = f_7 = f_8 = f_9 = 0 \\
 \text{Invariancia } T &\Rightarrow f_4 = f_6 = f_7 = f_9 = 0
 \end{aligned} \tag{5.53}$$

Las teorías gauge, sin importar el grupo considerado, demandan:

$$\begin{aligned}
 f_i &= 0 \quad (i = 4, \dots, 9), \\
 \kappa_\gamma &= \kappa_Z = 1 \\
 \lambda_\gamma &= \lambda_Z = 0
 \end{aligned} \tag{5.54}$$

⁶³K.J.F.Gaemers and G.T.Gounaris. TH.2548-CERN, 1978.

6. CÁLCULO DE LA SECCIÓN EFICAZ EN PROCESOS e^+e^-

Como una herramienta básica para describir el comportamiento de las partículas elementales, uno de los objetivos del estudio teórico de la física de altas energías es realizar el cálculo de observables. La mayoría de la información obtenida sobre la física de las partículas subatómicas proviene de los experimentos de dispersión. Cuando una colisión de partículas toma lugar, se produce una reacción característica que depende del estado inicial de las partículas que inciden mutuamente, originando partículas resultantes con momentos y números cuánticos relevantes que pueden ser medidos experimentalmente.

En las colisiones en las que se producen partículas se busca determinar el número de partículas por unidad de tiempo $\frac{dN}{dt}(\theta, \varphi)$ dentro del ángulo sólido $d\Omega$, en la dirección especificada por los ángulos polares θ y φ . En general, esta cantidad tiene que ser proporcional al flujo de partículas incidentes (f_i)⁶⁴. Esta constante de proporcionalidad define la sección eficaz diferencial.

$$\frac{dN}{dt}(\theta, \varphi) = f_i \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \varphi) \quad (6.1)$$

Ya que las unidades del flujo incidente tiene dimensiones de $(\text{Área} \times \text{Tiempo})^{-1}$ y la parte izquierda de la anterior ecuación posee dimensiones de $(\text{Tiempo})^{-1}$, la sección eficaz diferencial tiene dimensiones de (Área) . Ésta depende, aparte de la dirección (θ, φ) , de los parámetros de colisión (energía, luminosidad, etc) como también de las masas y espines de las partículas entrantes y salientes.

La sección eficaz diferencial mide la distribución angular de los productos de la colisión. Es importante además, determinar cuán efectiva es la interacción entre las partículas con el fin de producir dispersiones significativas. Esta medición corresponde a la sección eficaz total, que se obtiene integrando la sección eficaz diferencial en todas las direcciones.

$$\sigma = \int_{-1}^1 d(\cos \theta) \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{dN}{dt}(\theta, \varphi) \quad (6.2)$$

En el estudio de la interacción de las partículas elementales en la teoría de perturbaciones, la sección eficaz debe representar una probabilidad intrínseca de dispersión, en otras palabras, esto es la fuerza intrínseca de la interacción en un proceso

⁶⁴El flujo incidente es el número de partículas incidentes atravesando el área perpendicular a la dirección de la velocidad del rayo, por unidad de tiempo

$A + B \rightarrow C + D$. Por lo tanto la sección eficaz está relacionada con la tasa de transición del estado con cuádrimomentos y espines iniciales $\varphi_A(p_1, s_1) + \varphi_B(p_2, s_2)$ a un estado con cuádrimomentos y espines finales $\varphi_C(k_1, s'_1) + \varphi_D(k_2, s'_2)$

$$\text{Sección Eficaz} = \frac{W_{fi}}{\text{Flujo Incidente}} (\text{No. de estados finales}) \quad (6.3)$$

donde $W_{fi} = \frac{|T_{fi}|^2}{TV}$ es la transición por unidad de volumen, y la transición está definida de la siguiente manera:

$$T_{fi} = -iN_A N_B N_C N_D (2\pi)^4 \delta^4(P_D + P_C - P_B - P_A) M \quad (6.4)$$

donde el término $\delta^4(P_D + P_C - P_B - P_A)$ establece la conservación de la energía y momentum en el proceso, N_A y N_B , son el número de partículas entrantes, N_C y N_D son las partículas salientes, donde ambos tipos de partículas cumple con la relación de normalización $N = \frac{1}{\sqrt{V}}$ y M , la amplitud de decaimiento, es una invariante de Lorentz que contiene la información física de la dispersión⁶⁵.

El número de estados finales posibles en un volumen V con momentum d^3p para las partículas C y D , que se obtiene de la restricción que impone la teoría cuántica es

$$\text{No. de estados finales posibles} = \frac{V d^3p_C}{(2\pi)^3 2E_C} \frac{V d^3p_D}{(2\pi)^3 2E_D} \quad (6.5)$$

y tomando posteriormente el flujo incidente

$$\text{Flujo incidente} = |\vec{v}_{AB}| \frac{2E_A}{V} \frac{2E_B}{V} \quad (6.6)$$

es conveniente expresar la sección eficaz diferencial a partir de (6.3) para una reacción $A + B \rightarrow C + D$

$$d\sigma = \frac{1}{|\vec{v}_{AB}|} \frac{1}{2E_A} \frac{1}{2E_B} |\mathcal{M}|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_C + p_D - p_A - p_B) \frac{d^3p_C}{2E_C} \frac{d^3p_D}{2E_D} \quad (6.7)$$

donde $|\vec{v}_{AB}|$ es la velocidad relativa⁶⁶ de las partículas A y B :

$$|\vec{v}_{AB}| = \frac{((P_A \cdot P_B)^2 - m_A^2 m_B^2)^{1/2}}{E_A E_B}. \quad (6.8)$$

En el sistema centro de masa la sección eficaz diferencial para una reacción de este tipo es:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{p_f}{p_i} |\mathcal{M}|^2 \quad (6.9)$$

⁶⁵F.Halzen, A.D.Martin. Quarks and Leptons. United States of America, 1984. p.89

⁶⁶K.Kumericki. arxiv:1602.04182V1, 2016.

donde $d\Omega$ es el elemento de ángulo sólido alrededor de \vec{p}_C , $p_i = |\vec{p}_A| = |\vec{p}_B|$ y $p_f = |\vec{p}_C| = |\vec{p}_D|$.

De acuerdo a la cinemática del problema, se puede obtener a partir de las anteriores expresiones la sección eficaz diferencial de los rayos polarizados e^-e^+ :

$$\left. \frac{d\sigma}{d(\cos\theta)} \right|_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(R)} = \frac{\beta}{32\pi s} |\mathcal{M}_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(R)}|^2 \quad (6.10)$$

Por lo tanto es posible escribir la sección eficaz diferencial en la forma:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{C\beta}{s} |M|^2 \quad (6.11)$$

aquí, C es una constante que depende del proceso específico.

Se puede proceder a realizar el cálculo de la sección eficaz diferencial y total de los procesos e^+e^- con producción de bosones gauge en el modelo bajo estudio, teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la anterior sección, de los cuales se retoman las amplitudes de decaimiento por los canales s , t y u consignados en las ecuaciones (5.42), (5.23), (5.35) expresándolas de esta forma:

$$M_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(R)t} = e^2 \frac{(g_{e_{R(L)}^+} V_2)(g_{e_{L(R)}^-} V_1)}{4(t - m_N^2)} A_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(R)t} \quad (6.12)$$

$$M_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(R)u} = e^2 \frac{(g_{e_{R(L)}^+} V_2)(g_{e_{L(R)}^-} V_1)}{4(u - m_N^2)} A_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(R)u} \quad (6.13)$$

$$M_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(R)s} = e \frac{g_{e_{R(L)}^-} V_0}{2(s - M_{V_0}^2)} C_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(R)s} \quad (6.14)$$

donde $s = q^2$, $t = (p - k_-)^2$ y $u = (p - k_+)^2$ son las variables de Mandelstam; m_N , es la masa de la partícula dispersada por el respectivo canal y se ha utilizado $\Gamma_{V_0} = 0$ debido a un tiempo de vida muy corto para las partículas que median la interacción.

También será necesario recolectar los acoples del electrón con los bosones gauge de las tablas (2),(3):

$$\begin{aligned} g_{K^+ N_{1L}^0 e_L^-} &= -\frac{1}{\sqrt{2}s_w} & g_{Ze_L^-} &= -T_{2w} & g_{Ze_R^-} &= T_w \\ g_{z'e_L^-} &= \frac{T_{2w}^{-1}}{a} & g_{z'e_R^-} &= -\frac{T_w}{a} & g_{\gamma e_L^-} &= 1 \end{aligned} \quad (6.15)$$

y tener en cuenta los acoplos de los vértices de interacción trilineales de los bosones, que se encuentran en la tabla (4), para aplicarlos de acuerdo al proceso particular.

6.1. SECCIÓN EFICAZ EN EL PROCESO $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$

Entre los bosones gauge nuevos que se producen en los modelos 3-3-1 en comparación a los tres ya conocidos bosones del Modelo Estándar, W^+ , W^- , Z , se encontraron otros bosones como el K^+ y K^- que pueden producirse en colisiones e^+e^- . La información de la manera en que se pueden producir estos bosones en este tipo de colisión es obtenida directamente del Lagrangiano cinético y de autointeracción de los campos gauge, y la interacción de estos campos con los fermiones.

Observando la parte del Lagrangiano anteriormente mencionada, se obtiene los siguientes diagramas de Feynman para este tipo de procesos

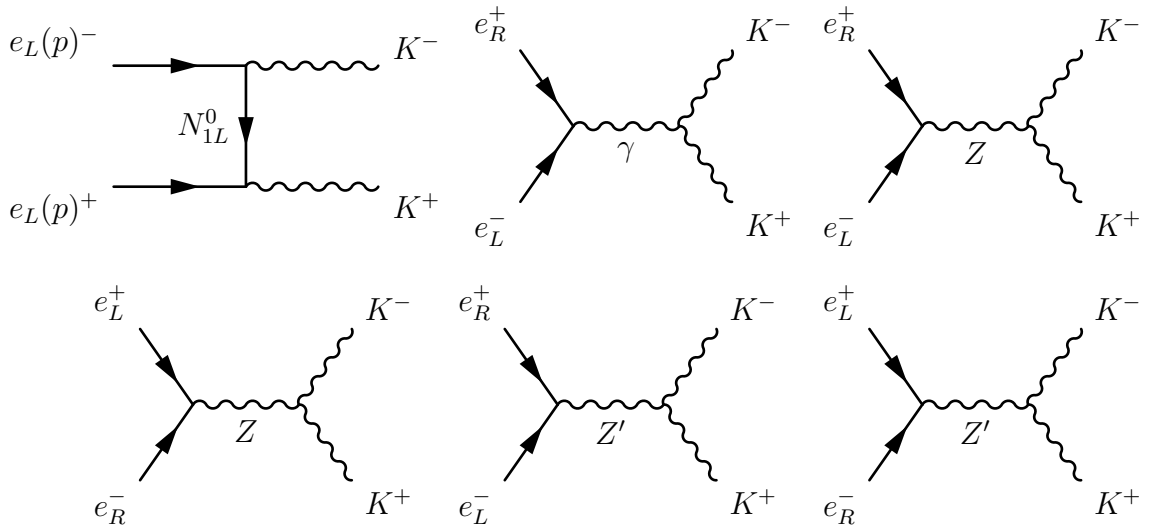


Figura 4: Diagramas de Feynman para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$.

Por lo tanto la amplitud física de este proceso puede ser representada como la suma de los diagramas de Feynman de la figura (4).

Utilizando las ecuaciones (6.12), (6.14), los acoplos (6.15) y los acoplos trilineales de los bosones de norma, se obtiene las amplitudes de polarización para el proceso

$$\begin{aligned}
M_{\epsilon^-\epsilon^+}^{(t)} &= \frac{e^2}{8xD_{N_1^0}} A_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(t)} \\
M_{\epsilon^-\epsilon^+}^{(s)} &= -\frac{e^2}{2s} (C_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(s)} + C_{\epsilon^-\epsilon^+}^{R(s)}) \\
M_{\epsilon^-\epsilon^+}^{(s)} &= -\frac{e^2}{2(s-Mz^2)} T_{2w}^{-2} C_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(s)} \\
M_{\epsilon^-\epsilon^+}^{(s)} &= \frac{e^2}{2(s-Mz^2)} \frac{T_w}{T_{2w}} C_{\epsilon^-\epsilon^+}^{R(s)} \\
M_{\epsilon^-\epsilon^+}^{(s)} &= -\frac{e^2}{2(s-Mz'^2)} (S_{2w} T_{2w})^{-1} C_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(s)} \\
M_{\epsilon^-\epsilon^+}^{(s)} &= \frac{e^2}{2(s-Mz'^2)} \left(\frac{T_w}{S_{2w}} \right) C_{\epsilon^-\epsilon^+}^{R(s)}
\end{aligned} \tag{6.16}$$

Se ha utilizado $x = S_w^2$, $D_{N_1^0} = t - M_{N_{1L}^0}^2$, donde s , t y u son las usuales variables de Mandelstam.

Haciendo la suma de todas estas expresiones se encuentra la amplitud invariante del proceso para los estados de polarización $\epsilon^-\epsilon^+$.

$$\begin{aligned}
M_{\epsilon^-\epsilon^+} &= \frac{e^2}{2} \left\{ \frac{A_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(t)}}{4xD_{N_{1L}^0}} - \frac{1}{s} (C^L + C^R) + \frac{1}{s - Mz^2} (-T_{2w}^{-2} C^L + \frac{T_w}{T_{2w}} C^R) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{s - Mz'^2} (-(S_{2w} T_{2w})^{-1} C^L + \frac{T_w}{S_{2w}} C^R) \right\}
\end{aligned} \tag{6.17}$$

Para encontrar la dispersión de todas las posibles configuraciones de espín, se debe promediar sobre el número de estados de espín de las partículas entrantes y sumar sobre la polarización (o espín) de las partículas en el estado final ⁶⁷.

$$|M|^2 = \frac{1}{4} \sum_{\epsilon^-\epsilon^+} |M_{\epsilon^-\epsilon^+}|^2 \tag{6.18}$$

6.1.1. Unitariedad del proceso.

Para verificar que el valor de la amplitud invariante no diverja cuando s tiende a infinito, y por lo tanto siga siendo significativa físicamente, se evalúa el comportamiento de M en esta situación.

Cuando $s \rightarrow \infty$ la ecuación (6.17) toma la forma:

⁶⁷F.Halzen, A.D.Martin. Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particles Physics. (John Wiley & Sons). United States of America, 1984. p.120

$$M_{\epsilon^-\epsilon^+} = \frac{e^2}{2} \left\{ \frac{A^{L(t)}}{4xt} - \frac{1}{s}(C^L + C^R) + \frac{1}{s}(-C^L [T_{2w}^{-2} + \frac{1}{S_{2w}T_{2w}}]) + C^R [\frac{T_w}{T_{2w}} + \frac{T_w}{S_{2w}}] \right\} \quad (6.19)$$

Realizando las operaciones trigonométricas se obtiene

$$M_{\epsilon^-\epsilon^+} = \frac{e^2}{2} \left\{ \frac{A^{L(t)}}{4xt} - \frac{1}{s} \left[C^L \left(1 + \frac{C_{2w}}{2S_{2w}^2} \right) \right] \right\} \quad (6.20)$$

y simplificando se llega a

$$M_{\epsilon^-\epsilon^+} = \frac{e^2}{2} \left\{ \frac{A^{L(t)}}{4xt} - \frac{1}{2xs} C^L \right\} = \frac{e^2}{4x} \left\{ \frac{A^{L(t)}}{2t} - \frac{C^L}{s} \right\} \quad (6.21)$$

Facilitando la verificación se puede evaluar únicamente los términos que contengan las amplitudes de helicidad con mayor grado de s , de manera que estos resultados se extiendan lógicamente a los demás. Los términos que más podrían hacer no convergente a M son $A_{33}^{L(t)}$ y C_{33}^L .

Cuando s tiende a infinito se tiene que $\beta = 1$ y $t = -\frac{s}{2}(1 - \cos \theta)$, con lo que las amplitudes anteriormente mencionadas serán ahora:

$$A_{33}^{L(t)} = -2s \operatorname{sen} \theta \left[\frac{s}{2M^2} (1 - \cos \theta) + 1 \right] \quad (6.22)$$

$$C_{33}^L = 2s \operatorname{sen} \theta \left(1 + \frac{s}{2M^2} \right) \quad (6.23)$$

Reemplazando estos valores en la ecuación (6.21) y realizando las operaciones necesarias se obtiene finalmente

$$M_{\epsilon^-\epsilon^+} = \frac{e^2}{4x} \frac{\operatorname{sen} 2\theta}{1 - \cos \theta}, \text{ con } \cos \theta \neq 1 \quad (6.24)$$

resultado que nos indica que no hay violación de unitariedad para el proceso.

6.1.2. Sección Eficaz Diferencial.

Una vez obtenida la amplitud de decaimiento del proceso, se procede a calcular la sección eficaz diferencial haciendo uso de la ecuación

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{\epsilon^-\epsilon^+} = C \frac{\beta}{s} |M_{\epsilon^-\epsilon^+}|^2 \quad (6.25)$$

Con los cálculos correspondientes se determina que el valor de la constante es $C = \frac{\pi}{32} \alpha^2$, además $\beta = \sqrt{1 - 4M^2/s}$ y s es el valor cuadrático de la energía que se

fija para el proceso.

La configuración del espín de las partículas entrantes corresponde a los procesos $e_L^- e_R^+$ y $e_R^- e_L^+$, mientras que para los bosones gauge resultantes existen 9 posibles configuraciones de polarización, sin embargo, debido a la simetría de las amplitudes de helicidad solo son suficientes 6 estados, 11, 22, 33, 12, 13, 23, para estudiar la colisión.

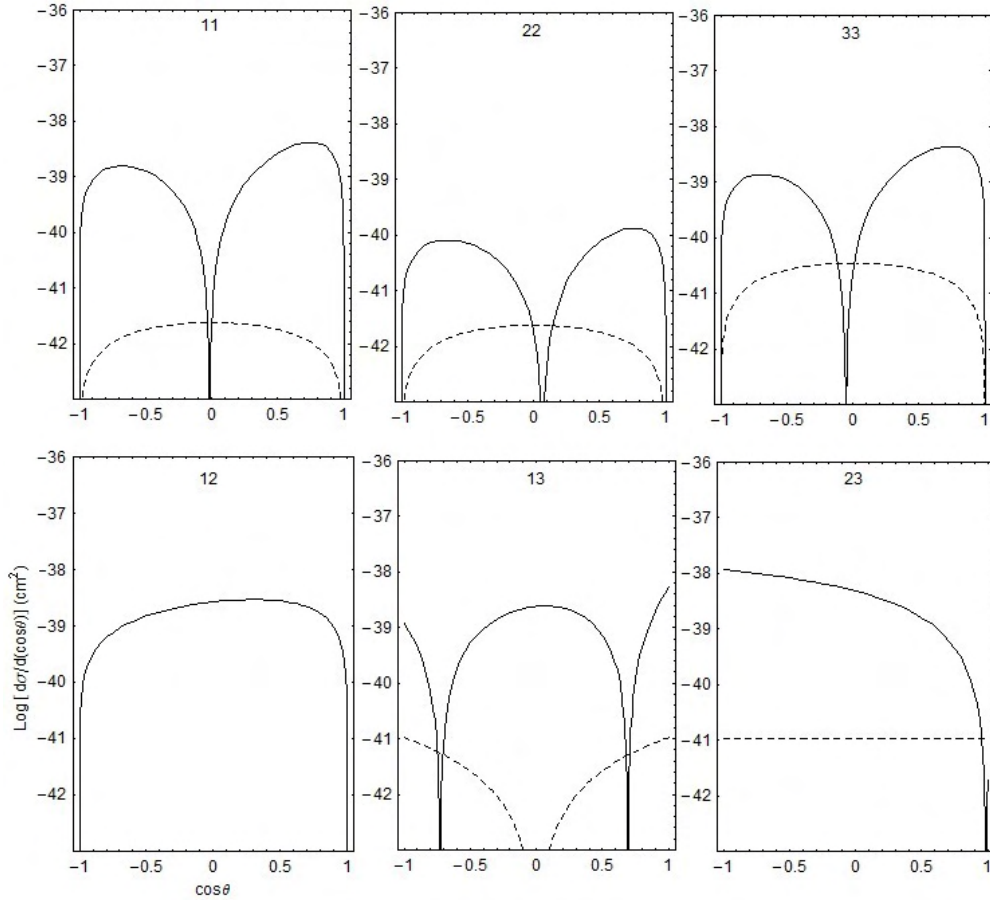


Figura 5: Sección eficaz para estados de polarización en el proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$.

La sección eficaz diferencial con estados específicos de polarización en el sistema centro de masa en función del ángulo de dispersión θ se muestran en la figura 9, en la cual los estados iniciales $e_L^- e_R^+$ ($e_R^- e_L^+$) corresponden a las líneas sólidas (punteadas). Se ha utilizado un valor de $S_w^2 = 0,25$ y $M_Z = 91,4$ Gev conforme a los resultados obtenidos en la experimentación ⁶⁸. También se ha asignado valores de masa

⁶⁸D.A.Gutierrez, William A.Ponce et Luis A. Sánchez. arXiv:hep-ph/0411077v3, 2006.

$M_K^+ = M_K^- = M_{Z'} = M_{N_{1L}} = 10^3$ GeV, además se ha considerado un valor de $2E = \sqrt{s} = 2,1 \times 10^3$ GeV y un valor para la constante de estructura fina $\alpha = \frac{1}{128}$.

6.1.3. Sección Eficaz Total.

Después de hallada la sección eficaz diferencial se encuentra la sección total utilizando la ecuación

$$\sigma = \sum_{\epsilon^- \epsilon^+} \int_{-1}^1 \frac{C\beta}{s} |M_{\epsilon^- \epsilon^+}|^2 d(\cos \theta) \quad (6.26)$$

teniendo en cuenta que la integración debe realizarse: entre 0 y π , en el caso en que se produzcan partículas diferentes; y entre 0 y $\frac{\pi}{2}$, en el caso en que se produzcan partículas idénticas. Al efectuar las operaciones se obtiene la sección eficaz total en unidades de cm^2 y en función de la energía \sqrt{s} , dentro de escalas razonables de unidades de TeV, asumiendo los mismos valores de masas para los bosones y del seno del ángulo de Weinberg que en el cálculo correspondiente a estados polarizados

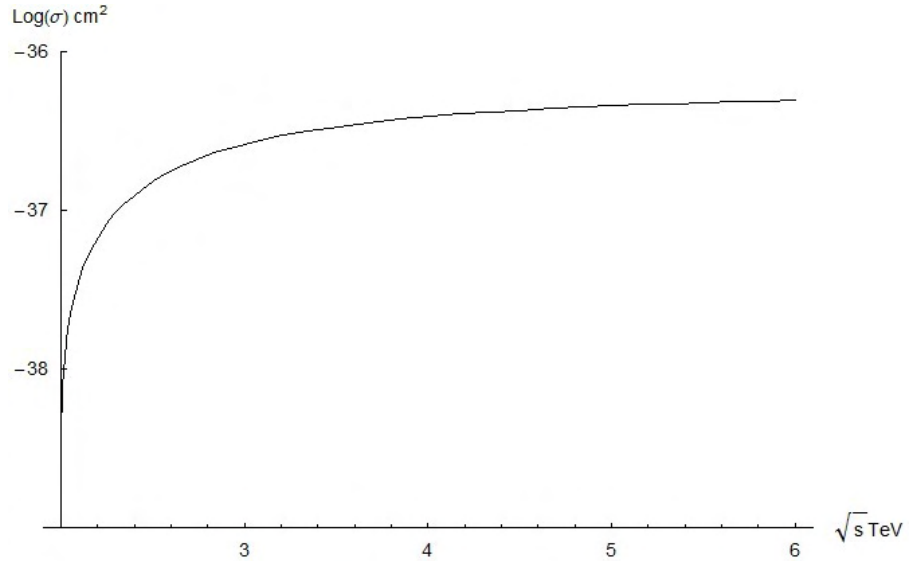


Figura 6: Sección eficaz total del proceso $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$.

En la figura se puede apreciar que los valores posibles de sección eficaz total corresponden a valores dentro del dominio $\sqrt{s} > 2\text{TeV}$, observando un crecimiento de la probabilidad de reacción conforme al aumento del valor de la energía. Cuando $\sqrt{s} = 6$ TeV, la sección total crece a un valor de $4,95 \times 10^{-37} \text{ cm}^2$ y se calcula también que σ tiende a un valor constante de $5,95 \times 10^{-37} \text{ cm}^2$ cuando $\sqrt{s} \rightarrow \infty$, ajustándose a la expectativa de unitariedad del proceso.

6.2. SECCIÓN EFICAZ EN EL PROCESO $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$

De acuerdo a los acoplos obtenidos anteriormente se observa que los bosones K^0 y \bar{K}^0 no se acoplan con el electrón, por lo tanto los posibles procesos que pueden generarse son:

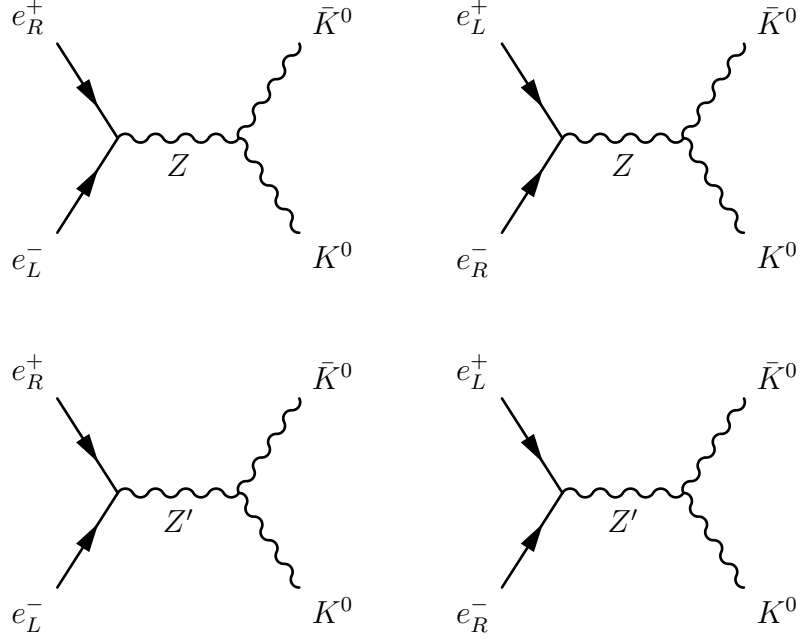


Figura 7: Diagramas de Feynman para el proceso $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$.

De manera similar al proceso anterior, utilizando la ecuación (6.14), los acoplos acoplados quirales y los acoplos trilineales de los bosones gauge, se encuentra la amplitud de decaimiento para cada uno de las posibles historias del proceso.

$$\begin{aligned}
 M_{\epsilon^-\epsilon^+}^{(s)} &= \frac{e^2}{2(s-M_z^2)} \frac{T_{2w}^{-1}}{S_{2w}} C_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(s)} \\
 M_{\epsilon^-\epsilon^+}^{(s)} &= -\frac{e^2}{2(s-M_z^2)} \frac{T_w}{S_{2w}} C_{\epsilon^-\epsilon^+}^{R(s)} \\
 M_{\epsilon^-\epsilon^+}^{(s)} &= -\frac{e^2}{2(s-M_{z'}^2)} \left(\frac{T_{2w}^{-1}}{S_{2w}}\right) C_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(s)} \\
 M_{\epsilon^-\epsilon^+}^{(s)} &= \frac{e^2}{2(s-M_{z'}^2)} \left(\frac{T_w}{S_{2w}}\right) C_{\epsilon^-\epsilon^+}^{R(s)}
 \end{aligned} \tag{6.27}$$

Haciendo la suma de todas estas expresiones se encuentra la amplitud invariante del proceso para los estados de polarización $\epsilon^-\epsilon^+$.

$$M_{\epsilon^-\epsilon^+} = \frac{e^2}{2} \left\{ \left(\frac{1}{s-M_z^2} - \frac{1}{s-M_{z'}^2} \right) \left(\frac{T_{2w}^{-1}}{S_{2w}} C_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(s)} - \frac{T_w}{S_{2w}} C_{\epsilon^-\epsilon^+}^{R(s)} \right) \right\} \tag{6.28}$$

6.2.1. Unitariedad del proceso.

Para verificar la unitariedad del proceso se recuerda que cuando $s \rightarrow \infty$, entonces $\beta = 1$, por lo tanto la amplitud invariante expresada por la ecuación (6.28) toma la forma:

$$M_{\epsilon^-\epsilon^+} = \frac{e^2}{2} \left\{ \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s} \right) \left(\frac{T_{2w}^{-1}}{S_{2w}} C_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(s)} - \frac{T_w}{S_{2w}} C_{\epsilon^-\epsilon^+}^{R(s)} \right) \right\} \quad (6.29)$$

Estos términos se cancelan automáticamente demostrando que no hay violación de unitariedad en el proceso.

6.2.2. Sección Eficaz Diferencial.

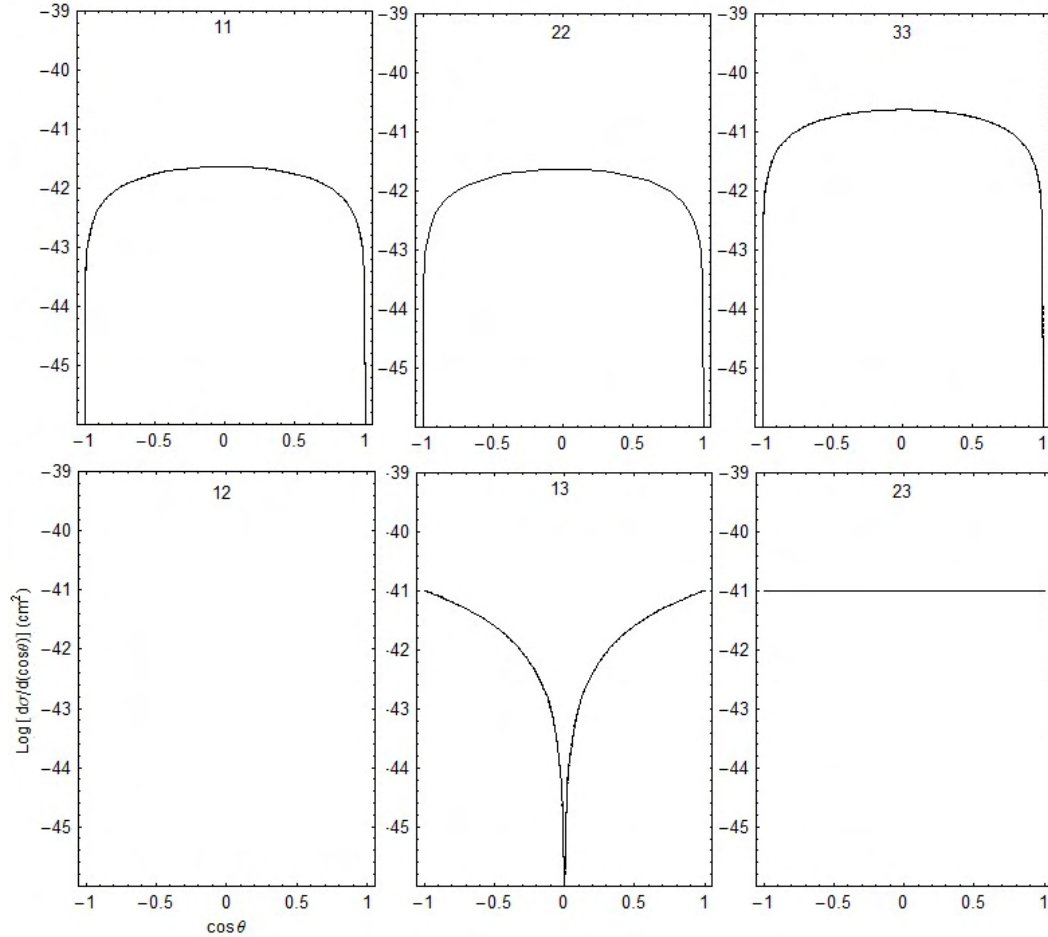


Figura 8: Sección eficaz para estados de polarización en el proceso $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$.

La sección eficaz diferencial con estados específicos de polarización en el sistema centro de masa y en función del ángulo de dispersión θ , se muestra en la figura 8, en la cual los estados iniciales $e_L^- e_R^+ (e_R^- e_L^+)$ corresponden a las líneas sólidas(punteadas). Se ha utilizado un valor de $S_w^2 = 0,25$ y $M_Z = 91,4$ Gev conforme a los resultados obtenidos en la experimentación ⁶⁹, también se ha asignado valores de masa $M_{K^0} = M_{\bar{K}^0} = M_{Z'} = M_{N_{1L}} = 10^3$ Gev, considerado una valor de $2E = \sqrt{s} = 2,1 \times 10^3$ Gev y trabajado con una valor para la constante de estructura fina $\alpha = \frac{1}{128}$. En la realización de este cálculo se ha utilizado la ecuación (6.25), junto con un valor de $C = \frac{\pi}{8} (\frac{\alpha}{S_{2w}})^2$, determinado para este proceso.

6.2.3. Sección Eficaz Total.

Después de hallada la sección eficaz diferencial, se encuentra la sección total en función de $\sqrt{s} = 2E$ en rangos de energía de Tev utilizando la ecuación 6.26

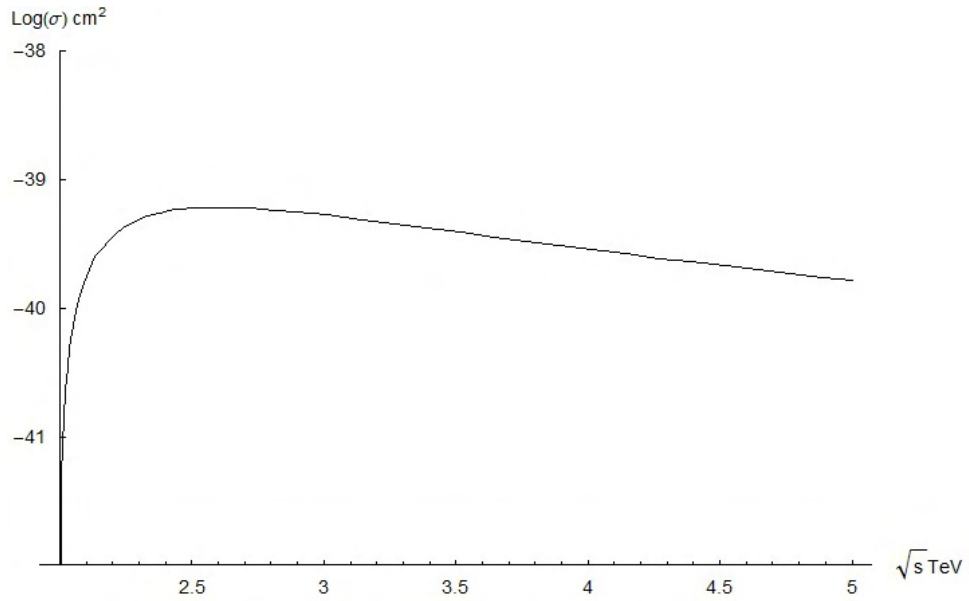


Figura 9: Sección eficaz total del proceso $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$.

Se puede apreciar en la figura, que la función se extiende dentro del dominio $\sqrt{s} > 2$ TeV de acuerdo a los valores asumidos para las masas de los bosones de norma, partiendo de un valor para la sección eficaz total igual a cero cuando $\sqrt{s} \rightarrow 2$ TeV, alcanzando un valor máximo de $6,095 \times 10^{-40} \text{cm}^2$ cuando $\sqrt{s} \approx 2,58$ TeV. A partir de este punto, σ empieza a disminuir pasando por un valor de $1,648 \times 10^{-40} \text{cm}^2$ cuando $\sqrt{s} = 5$ TeV tendiendo a cero cuando $\sqrt{s} \rightarrow \infty$, resultado que concuerda con el cálculo de la unitariedad del proceso.

⁶⁹D.A.Gutierrez, William A.Ponce et Luis A. Sánchez. arXiv:hep-ph/0411077v3, 2006.

6.3. SECCIÓN EFICAZ EN EL PROCESO $e^+e^- \rightarrow Z'Z'$

Uno de los nuevos bosones de norma que se producen en los modelos 3-3-1 es el Z' . En la colisión e^+e^- este bosón es producido en procesos de dispersión por el canal t y por el canal u. Por lo tanto, su amplitud de decaimiento es expresada como la suma de los siguientes dos diagramas de Feynman

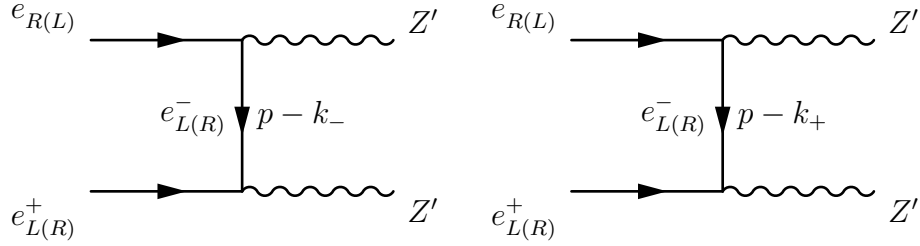


Figura 10: Diagramas de Feynman para el proceso $e^+e^- \rightarrow Z'Z'$.

El primer diagrama corresponde a la dispersión de las partículas $e_L^-e_R^+$ y $e_R^-e_L^+$ por el canal t. El segundo digrama representa los procesos de dispersión de las estructuras quirales $e_L^-e_R^+$ y $e_R^-e_L^+$ por el canal u. Utilizando las ecuaciones (6.12),(6.13) junto con los acoples (6.15) y teniendo en cuenta que $g_{Z'e_L^-} = g_{Z'e_R^+}$ se obtiene las amplitudes de polarización para el proceso

$$M_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(t)} = \frac{e^2}{4t} \left(\frac{T_{2w}^{-1}}{a} \right)^2 A_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(t)} \quad M_{\epsilon^-\epsilon^+}^{R(t)} = \frac{e^2}{4t} \left(\frac{-T_w}{a} \right)^2 A_{\epsilon^-\epsilon^+}^{R(t)} \quad (6.30)$$

$$M_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(u)} = \frac{e^2}{4t} \left(\frac{T_{2w}^{-1}}{a} \right)^2 A_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(u)} \quad M_{\epsilon^-\epsilon^+}^{R(u)} = \frac{e^2}{4t} \left(\frac{-T_w}{a} \right)^2 A_{\epsilon^-\epsilon^+}^{R(u)} \quad (6.31)$$

La amplitud del proceso sin polarización es obtenida sumando las anteriores expresiones

$$M_{\epsilon^-\epsilon^+} = e^2 \left\{ a'_L \left(\frac{A_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(t)}}{t} + \frac{A_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(u)}}{u} \right) + a'_R \left(\frac{A_{\epsilon^-\epsilon^+}^{R(t)}}{t} + \frac{A_{\epsilon^-\epsilon^+}^{R(u)}}{u} \right) \right\} \quad (6.32)$$

donde se ha definido $a'_L = \frac{T_{2w}^{-2}}{4a^2}$ y $a'_R = \frac{T_w^2}{4a^2}$.

6.3.1. Unitariedad del Proceso.

Siguiendo procedimientos similares a los realizados para los anteriores procesos, se evalúa el comportamiento de la amplitud de polarización cuando s tiende a infinito para los términos $A_{33}^{L(R)t}$ y $A_{33}^{L(R)u}$.

$$\text{Si } s \rightarrow \infty \text{ entonces } \begin{cases} \beta \approx 1 \\ u \approx -\frac{s}{2}(1 + \cos \theta) \\ t \approx -\frac{s}{2}(1 - \cos \theta) \end{cases}$$

Por lo tanto, los términos a analizar tendrán la siguiente forma

$$\begin{aligned} A_{33}^{L(t)} &= -2s \operatorname{sen} \theta \left[\frac{s}{2M^2}(1 - \cos \theta) + 1 \right] \\ A_{33}^{L(u)} &= +2s \operatorname{sen} \theta \left[\frac{s}{2M^2}(1 + \cos \theta) + 1 \right] \end{aligned} \quad (6.33)$$

Con lo que se puede escribir la amplitud invariante

$$M_{\epsilon^-\epsilon^+} = e^2 \sum_{\epsilon^+\epsilon^-} \left\{ (a'_L - a'_R) \left(\frac{A_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(t)}}{t} + \frac{A_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(u)}}{u} \right) \right\} \quad (6.34)$$

donde se ha tenido en cuenta que $A_{33}^{R(t)} = -A_{33}^{L(t)}$ y $A_{33}^{R(u)} = -A_{33}^{L(u)}$. Por lo tanto se puede expresar la amplitud total a estudiar como

$$M_{\epsilon^-\epsilon^+} = C \sum_{\epsilon^+\epsilon^-} \left\{ \frac{A_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(t)}}{t} + \frac{A_{\epsilon^-\epsilon^+}^{L(u)}}{u} \right\} \quad (6.35)$$

en la cual se evalúa solo las amplitudes de helicidad (6.33), obteniendo después de realizar las correspondientes operaciones algebraicas

$$M_{\epsilon^-\epsilon^+} = C8 \tan \theta, \text{ con } \cos \theta \neq 0, \quad (6.36)$$

resultado constante que asegura la no violación de la unitariedad cuando s tiende a infinito.

6.3.2. Sección Eficaz Diferencial.

La sección eficaz diferencial con estados específicos de polarización en el sistema centro de masa, en función del ángulo de dispersión θ , se muestra en la figura 11, en la cual los estados iniciales $e_L^- e_R^+ (e_R^- e_L^+)$ corresponden a las líneas sólidas (punteadas). Se ha utilizado un valor de $S_w^2 = 0,25$ y $M_Z = 91,4$ Gev conforme a los resultados obtenidos en la experimentación ⁷⁰, también se ha asignado valores de masa $M_{K^0} = M_{\bar{K}^0} = M_{Z'} = M_{N_{1L}} = 10^3$ Gev, considerado una valor de $2E = \sqrt{s} = 2,1 \times 10^3$ Gev y trabajado con una valor para la constante de estructura fina $\alpha = \frac{1}{128}$. En la realización de este cálculo se ha utilizado la ecuación (6.25), junto con un valor de $C = \frac{\pi}{8}\alpha^2$, determinado para este proceso.

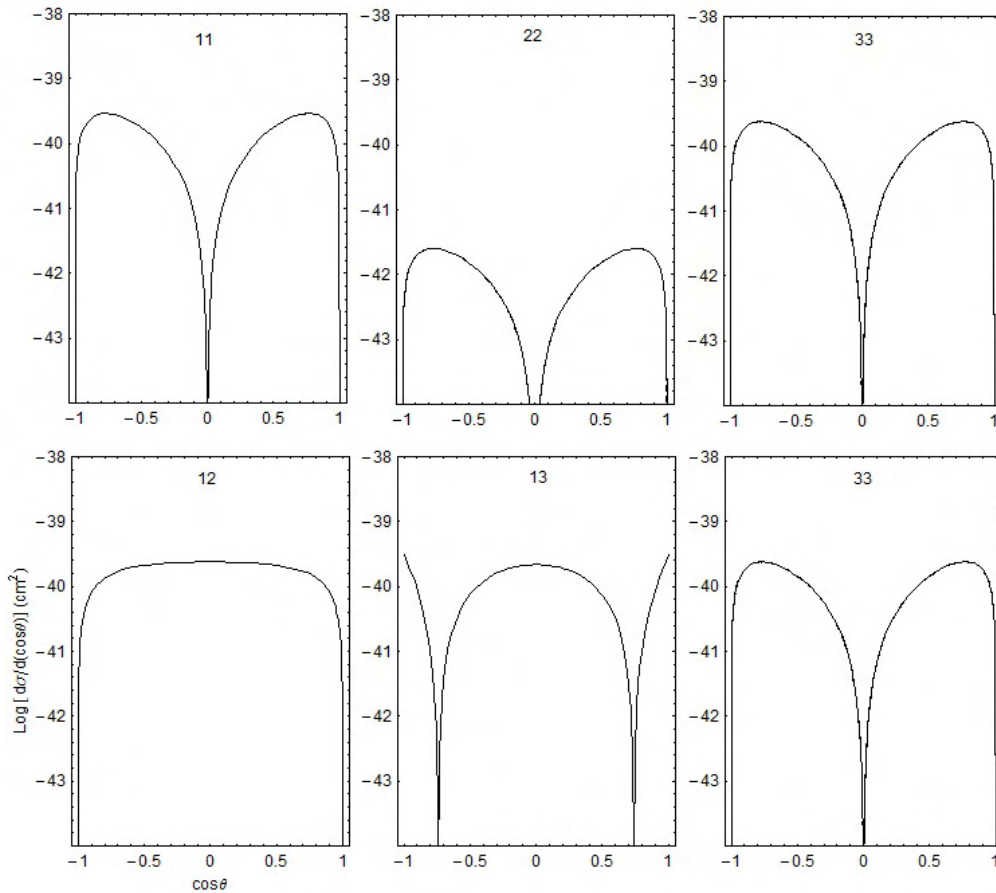


Figura 11: Sección eficaz para estados de polarización en el proceso $e^+e^- \rightarrow Z'Z'$.

⁷⁰D.A.Gutierrez, William A.Ponce et Luis A. Sánchez. arXiv:hep-ph/0411077v3, 2006.

6.3.3. Sección Eficaz Total.

Después de hallada la sección eficaz diferencial, se encuentra la sección total en función de $\sqrt{s} = 2E$ en rangos de energía de unidades de Tev utilizando la ecuación (6.26)

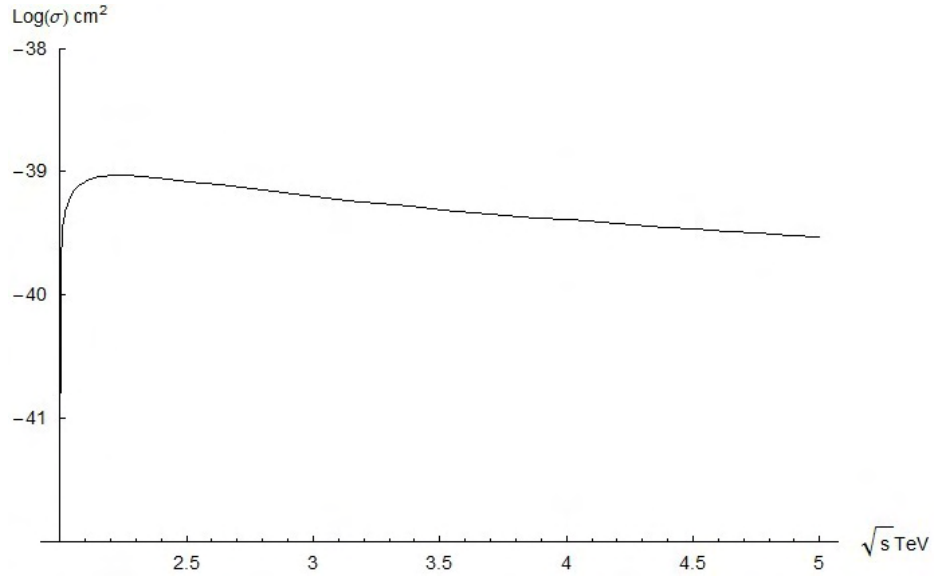


Figura 12: Sección eficaz total del proceso $e^+e^- \rightarrow Z'Z'$.

Se puede apreciar en la figura, que la función se extiende dentro del dominio $\sqrt{s} > 2$ TeV de acuerdo a los valores asumidos para las masas de los bosones de norma, partiendo de un valor para la sección eficaz total igual a cero cuando $\sqrt{s} \rightarrow 2\text{Tev}$ y alcanzando un valor máximo de $9,354 \times 10^{-40} \text{cm}^2$ cuando $\sqrt{s} \approx 2,23$ TeV. A partir de este punto, σ empieza a disminuir pasando por un valor de $2,964 \times 10^{-40} \text{cm}^2$ cuando $\sqrt{s} = 5$ TeV.

7. CONCLUSIONES

El modelo $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ con neutrinos derechos, es una extensión del ME que no posee cargas eléctricas exóticas y es libre de anomalías. En este modelo, recurriendo al sector escalar mínimo compuesto por tres tripletes Higgs, se produce el rompimiento de simetría gauge para generar las masas de los bosones de norma. Entre estos bosones generados se encuentran los usuales del ME y cinco nuevos bosones K^\pm, K^0, \bar{K}^0 y Z' .

A partir del Lagrangiano de interacción de los leptones con los campos gauge, se obtuvieron dos corrientes neutras, una asociada con los bosones neutros diagonales Z y Z' , y otra relacionada con el bosón neutro no diagonal K^0 , además de corrientes cargadas asociadas a los bosones K^\pm y W^\pm . En los términos de interacción de éstas corrientes se determinó los acoples de los bosones gauge ligados a las componentes derechas e izquierdas del electrón y positrón.

En el método para calcular amplitudes de polarización en un proceso general $e^+e^- \rightarrow V_1V_2$ se obtuvieron fórmulas para las amplitudes de helicidad y la amplitud invariante de los procesos de decaimiento por los canales s, t y u, considerando la interacción ultrarrelativista de electrón-positrón, en la que éstos se acoplan con helicidades opuestas, y la conservación de las simetrías C, P y T.

Se obtuvo la sección eficaz diferencial y total de los procesos $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$, $e^+e^- \rightarrow K^0\bar{K}^0$ y $e^+e^- \rightarrow Z'Z'$, utilizando las ecuaciones explícitas de las amplitudes de decaimiento, los acoples trilineales de los bosones gauge y acoples de corrientes neutras y cargadas. Debido a la indeterminación de los parámetros necesarios para realizar estos cálculos se asignaron valores para las masas bosónicas, producidas en cada proceso específico, dentro de escalas acordes a los valores de energía que se alcanzarán en experimentos de colisiones en proyectos como el ILC, que planea comenzar con valores de energía $\sqrt{s} = 250\text{GeV}$ hasta alcanzar valores del orden de unidades de TeV.

El avance en el entendimiento de los fenómenos de las partículas materiales elementales, dependerá de la realización de nuevos experimentos capaces de llegar a reacciones dentro de escalas superiores de energía. Por lo tanto, las colisiones de electrones y positrones llevadas a cabo en proyectos futuros, concebidos en grandes colisionadores de partículas como el ILC o el CILC, podrían revelar desviaciones del ME y la existencia de nuevos bosones gauge cuando se alcancen escalas de energía mayores a 1 Tev. En consecuencia, estos bosones podrían corresponder a los descritos por las extensiones 3-3-1 del ME, entre los que se encuentra el modelo 3-3-1 con neutrinos derechos.

8. RECOMENDACIONES

Para simplificar los cálculos necesarios en la obtención de la amplitud de decaimiento de los procesos representados por los diagramas de Feynman, se podría utilizar herramientas computacionales ofrecidas en las mas recientes versiones del programa MATHEMATICA, así como también sería útil trabajar en el desarrollo de un código, dentro de un lenguaje de programación como Phyton, que permita realizar este tipo de cálculos de manera mas eficiente.

Sería interesante desarrollar una simulación de los procesos de colisión electrón-positrón para determinar el valor de parámetros, como el de las masas de los bosones gauge, en el modelo 3-3-1 con neutrinos derechos.

El estudio teórico de la producción de bosones en colisiones e^+e^- podría ser realizado en modelos de gran unificación GUT con el fin de ampliar la perspectiva de las implicaciones físicas mas allá del ME.

BIBLIOGRAFIA

- ATLAS and CMS Collaborations. Phys. Rev. Lett. 114, 191803. CERN, 2015.
- C.H. Albright, C.Jarlskog and M.Tjia, Nucl.Phys. B86,535 (1974).
- D.A.Gutierrez, William A.Ponce et Luis A. Sánchez. arXiv:hep-ph/0411077v3, 2006.
- D.Griffiths. Introduction to Elementary Particles. Portland, USA. 2008.
- F.Halzen, A.D.Martin. Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particles Physics, (John Wiley & Sons, United States of America, 1984).
- F.M Renard, Basic of electron positron Collision (Edition Frontieres, Gif-sur-Y vette, France, 1981).
- G.Moortgat-Pick et al, Phys.Rept.460:131-243, 2008.
- H.N.Long, Phys. Rev.D53, 437 (1996); ibid. D54, 4691 (1996); V.Pleitez, Phys. Rev. D53, 514 (1996).
- H.N. Long and T.A. Tran, Mod. Phys. Lett. A 0, 2507 (1994).
- H.G.Mullor. Física el Sabor en el LHC. Valencia, España, 2015.
- I.Vulpen. The Standard Model Higgs Boson. University of Amsterdam. 2013.
- J. F. Donoghue, E. Golowich and B. Holstein, Dynamics of the Standard Model, (Cambridge University Press, Cambridge, England, 1992).
- J.C. Monetro F. Pisano and V. Pleitez, Phys. Rev. D 47, 2918 (1993); R. Foot, H.N. Long and T.A. Tran, Phys. Rev. D 50, R34 (1994); H.N. Long, Phys. Rev. D 53, 437 (1996); ibid 54, 4691 (1996); V. Pleitez, Phys. Rev. D 53, 514 (1996).
- K.Kumericki. arxiV:1602.04182V1, 2016.
- K.J.F.Gaemers and G.T.Gounaris. TH.2548-CERN, 1978.
- Lewis.H.Ryder. Quantuam Field Theory, segunda edición, (Cambridge University Press, England, 2003).

- Mathew Robinson. Symmetry and the Standard Model: Mathematics and Particle Physics. Springer. New York.
- M. Singer, J. W. F. Valle and J. Schechter, Phys. Rev. D22, 738 (1980).
- R. Foot, H. N. Long and T.A. Tran, Phys. Rev. D50, R34 (1994).
- R. Delbourgo, Phys. Lett. B 40, 381 (1972); L. Alvarez-Gaumé, Nucl. Phys. B 234, 262 (1984).
- R.N.Mohapatra and Y.Smirnov, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.56, 569 (2006).
- S. Perlmutter et al, Astrophys. J. 517, 565 (1999).
- S.L Glashow, Nucl.Phys22, 579(1961); S. Weinberg Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967); A. Salam, in Proceedings of the VIII Nobel Symposium, edited by N Svartholm(Almqvist and Wiksells, Stockholm, 1968), p 367.
- T.Morii, C.S.Lim, S.N.Mukherjee. The Physics of the Standard Model and Beyond. 2004.
- T.Cheng. L.F.Li. Gauge theory of elementary particles. St.Louis, USA. 1982.
- T.Kitabayashi and M. Yasue, Phys. Rev. D63, 095002 (2001).
- V.N.Baier. arXiv: hep-ph/0611201v1, 2006.
- W. Buchmüller, C.Lüdeling. arXiv:hep-ph/0606174v1, 2006.
- W.A. Ponce, Y. Giraldo and L.A. Sánchez, Phys. Rev. D67, 075001 (2003).
- W.A. Ponce, J.B Florez et L.A. Sánchez. International Journal of Modern Physics A. Vol.17, No.5(2002) 643-659.

ANEXOS

A.1. Matrices de Pauli

Las tres matrices de Pauli son:

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (8.1)$$

A.2. Matrices de Gell-Mann

Las matrices de Gell-Mann, generalizaciones tridimensionales de las matrices de Pauli, generadores del grupo $SU(3)$ son:

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

A.3. Anomalías

En Electrodinámica y Cromodinámica Cuántica, el único tipo de interacción entre la materia y los campos gauge es una interacción vectorial, de la forma $g_v J_\mu W^\mu$ donde W^μ es el campo gauge y $J_\mu \sim \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$ es la corriente vectorial de los campos materiales de Fermi. Por lo tanto en los grupos de simetría $SU(3)$ y $U(1)$ se tiene que la corriente es conservada:

$$\partial^\mu J_\mu = 0, \quad (8.2)$$

esto conduce a la identidad de Ward para la función del vértice de la figura (13) cuya amplitud es

$$W^\mu \langle p' | J_\mu | p \rangle. \quad (8.3)$$

con lo que la conservación de la corriente implica

$$(p' - p)^\mu J_\mu = q^\mu J_\mu = 0 \quad (8.4)$$

la cual es la identidad de Ward.

En la teoría de las interacciones débiles, comunmente llamada Quantum-Flavor-Dynamics o QFD existe también un acople axial ($\gamma^\mu \gamma^5$) entre los campos fermiónicos y los campos gauge, $g_A J_\mu^5 W^\mu$, donde

$$J_\mu^5 = \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma^5 \psi. \quad (8.5)$$

Utilizando la ecuación de Dirac, se puede demostrar que

$$\partial^\mu J_\mu^5 = 2im \bar{\psi} \gamma^5 \psi \equiv 2m J_5. \quad (8.6)$$

J_5 puede ser llamada la densidad quiral. La corriente axial no es conservada a menos que $m = 0$, sin embargo, la ecuación (8.6) produce una identidad axial de Ward, aún en el caso que $m \neq 0$. Para simplificar la situación, se puede considerar el caso en que $m = 0$ tal que la corriente axial se conserve. Esta simplificación puede ser utilizada, puesto que las complicaciones aparecen indistintamente si se considera $m = 0$ o $m \neq 0$ ⁷¹.

Analizando la expansión del vértice de interacción Γ^μ en el orden e^3 se obtienen los diagramas de la figura (13) y se encuentra que la identidad de Ward

$$(p' - p)^\mu \Gamma^\mu = 0 \quad (8.7)$$

es satisfecha.

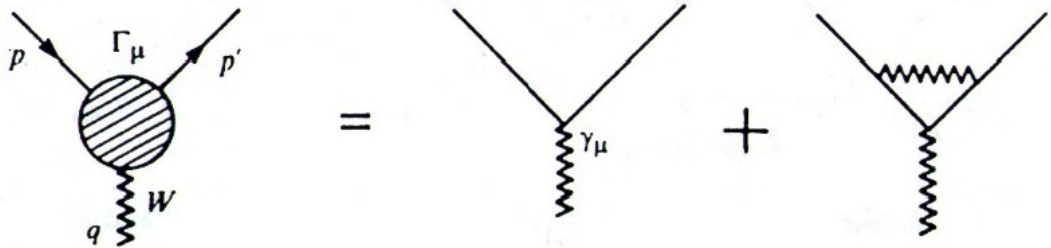


Figura 13: Interacción de los campos de Fermi con campos gauge a orden e^3 .

⁷¹Lewis H. Ryder, Quantum Field Theory. p.367.

Una expansión analoga de el vértice axial se muestra en la figura (14), por encima del orden e^5 . En cada diagrama en la expansión, el vértice de la parte inferior es $\gamma_\mu\gamma^5$, un acople axial, y los otros son acoples vectoriales. Lo que se encuentra, es que, el último gráfico que contiene un bucle cerrado triangular de campos de Fermi, no satisface las identidades axiales de Ward, dando origen a la, así llamada, anomalía axial, triangular o quirral. Las serias consecuencias naturales de esta anomalía yacen en el hecho que la identidad de Ward (y su apropiada generalización en el caso no Abelian) es esencial para probar la renormalizabilidad de las teorías gauge; así que la anomalía quirral amenaza la renormalizabilidad del Modelo Estándar electrodébil, lo que resultaría fatal!. La única manera de preservar la renormalizabilidad es asegurar que la contribución total del gráfico triangular es igual a cero, de manera que las anomalías se cancelen. Esta es una condición que restringe el contenido fermiónico de la teoría, la cual, asombrosamente, resulta ser satisfecha en el modelo de Weinberg-Salam si existen tanto los leptones como los quarks, y si los quarks portan un número cuántico adicional (color) asociado a $SU(3)$ ⁷².

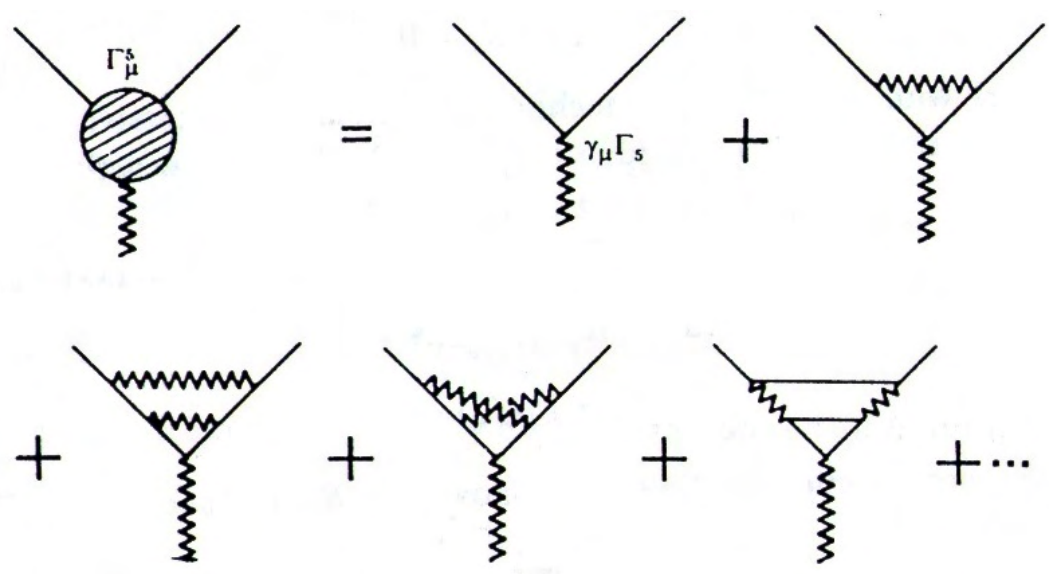


Figura 14: Expansión del vértice axial entre los campos de Fermi y boson gauge a orden e^5 .

Considerando el triángulo de campos de Fermi en la figura (14) se encuentra que no únicamente los triángulos AVV (vértice $A = \gamma_\mu\gamma_5$, vértice $V = \gamma_\mu$) contribuyen a Γ_μ^5 sino también el triángulo AAA , y las configuración cuadradas y pentagonales, que ocurren a órdenes mas altos. Entonces, cuando la anomalías se cancelan en el gráfico VVA , esta desaparece en todos los demás. Por lo tanto es suficiente considerar las dos contribuciones al triángulo VVA , que al ser evaluadas mediante la aplicación de

⁷²Lewis H. Ryder, Quantum Field Theory. p.367.

las reglas de Feynman determinan que la anomalía es proporcional a la diferencia de las amplitudes de la figura (14) ⁷³.

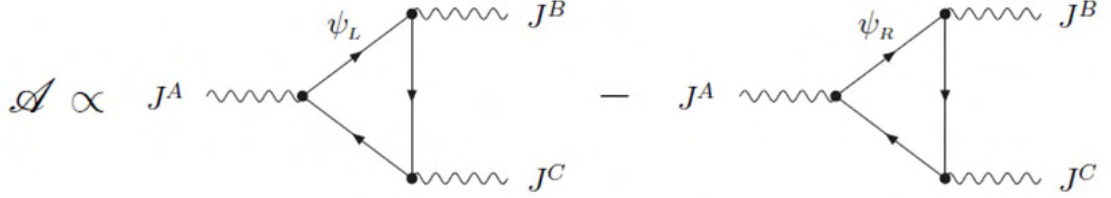


Figura 15: Anomalías dadas por bucle de fermiones quirales.

En general para las corrientes J^A , J^B y J^C la anomalía es la diferencia de los generadores T^A , T^B y T^C en los sectores izquierdos y derechos:

$$\mathcal{A} = \text{tr}[\{T^A, T^B\}T^C]_L - \text{tr}[\{T^A, T^B\}T^C]_R \quad (8.8)$$

Aquí la traza es tomada sobre todos los fermiones ⁷⁴. Para la teoría electrodébil en principio hay cuatro combinaciones de corrientes, conteniendo tres, dos y una corriente $SU(2)_L$. Sin embargo, la traza de cualquier producto de un número impar de matrices τ^i es igual a cero, por lo tanto se tiene que verificar las anomalías $[SU(2)_L]^2U(1)_Y$ y $[U(1)_Y]^3$. Los generadores de $SU(2)_L$ son $\frac{1}{2}\tau^i$, cuyo anticonmutador es proporcional a $\{\tau^i, \tau^j\} = 2\delta^{ij}$. Además solo los campos izquierdos contribuyen, ya que las componentes derechas son singletes de $SU(2)_L$. Entonces para los vértices en cuestión se tendrá:

Anomalías $[SU(2)_L]^2U(1)_Y$:

$$\mathcal{A} \approx \text{tr} \left[\{\tau^i, \tau^j\} Y \right]_L = 2\delta^{ij} \text{tr}[Y]_L = 2\delta^{ij} \left(\underbrace{3}_{N_c} \times \frac{1}{6} - \frac{1}{2} \right) = 0 \quad (8.9)$$

Vemos que la anomalía se cancela si los quarks vienen en tres colores!.

La anomalía $U(1)_Y$ también cancela :

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \text{tr} [\{Y, Y\}Y]_L - [\{Y, Y\}Y]_R = 2(\text{tr}[Y^3]_L - \text{tr}[Y^3]_R) \\ &= 2 \left[3 \times 2 \left(\frac{1}{6} \right)^3 + 2 \left(-\frac{1}{2} \right)^3 - 3 \left(\frac{2}{3} \right)^3 - 3 \left(-\frac{1}{3} \right)^3 - (-1)^3 \right] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (8.10)$$

⁷³W. Buchmüller, C.Lüdeling. arXiv:hep-ph/0606174v1, 2006.

⁷⁴Ibíd.

Esta cancelación de anomalías está relacionada nuevamente al número de colores. Esta no cancela ni en la parte izquierda ni en la derecha de los leptones o los quarks de manera individual. Por lo tanto, la cancelación de anomalías provee una profunda conexión entre los leptones y los quarks en el ME, lo cual se convierte en un indicio para las teorías de gran unificación donde la cancelación de anomalías es frecuentemente automática.

La cancelación de anomalías no está restringida solamente a las corrientes gauge electrodébiles, sino que también aplican a la fuerza fuerte y a la gravedad: Las anomalías $[SU(3)_C]^3, [SU(3)_C]U(1)_Y^2$ son iguales a cero por los mismos argumentos expuestos anteriormente y únicamente el triángulo de corrientes que contribuye es:

$SU(3)_C^2 U(1)_Y$ con anomalía

$$\mathcal{A} = tr[Y]_L - tr[Y]_R = 0 \tag{8.11}$$

Lo mismo ocurre para la última posible anomalía, la gravitacional, donde dos corrientes no Abelianas son reemplazadas por el tensor energía-momentum $T_{\mu\nu}$. De aquí, que el Modelo Estándar es libre de anomalías, como debería ser. Para este, todas las partículas de cada generación con sus respectivas hipercargas tienen que conspirar para cancelar las diferentes anomalías. Un “Modelo Estándar” sin quarks, por el momento, no sería una teoría consistente y tampoco lo sería un “Modelo Estándar” con cuatro colores de quarks. Se puede notar que un neutrino derecho, sugerido por la masa del neutrino, no posee ningún problema, ya que es un singlete completo, sin carga, lo que haría que este no contribuya a ninguna anomalía⁷⁵.

⁷⁵W. Buchmüller, C.Lüdeling. arXiv:hep-ph/0606174v1, 2006.

A.4. Cinemática de los procesos

Los cuadrimomentos del electrón(p^μ), positrón(p'^μ), $V_1(k_+^\mu)$ y $V_2(k_-^\mu)$ están dados por:

$$\begin{aligned} p^\mu &= (E, -\vec{p}) & k_+^\mu &= (w_-, -\vec{k}_-) \\ p'^\mu &= (E, -\vec{p}') & k_-^\mu &= (w_+, -\vec{k}_+) \end{aligned} \quad (8.12)$$

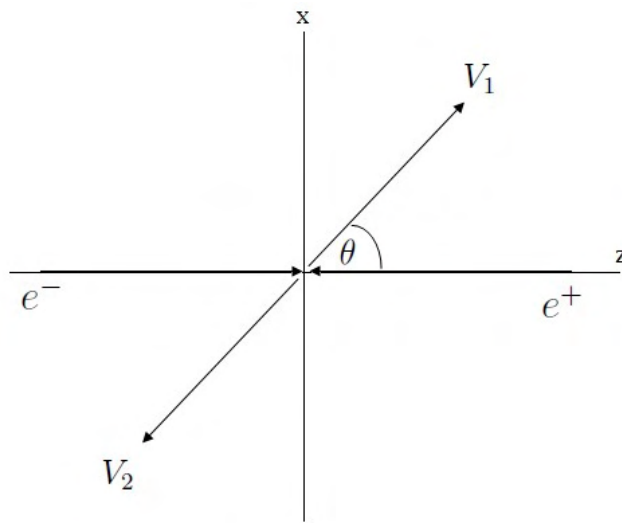


Figura 16: Cinemática del proceso e^+e^- .

En el sistema centro de masa se tiene que:

$$\vec{p} + \vec{p}' = \vec{k}_+ + \vec{k}_-$$

y despreciando la masa del electrón(positrón) se tiene que

$$E = |\vec{p}|$$

además las energías de las partículas serán iguales, por lo tanto:

$$\begin{aligned} E &= E' = w_- = w_+ \\ |\vec{k}_-| &= |\vec{k}_+| = k \end{aligned} \quad (8.13)$$

teniendo en cuenta que:

$$M_{V_1} = M_{V_2} \quad (8.14)$$

Entonces, según la cinemática del proceso se tiene:

$$\begin{aligned} p^\mu &= (E, 0, 0, E) & k_-^\mu &= (w, k \sin \theta, 0, k \cos \theta) \\ p'^\mu &= (E, 0, 0, -E) & k_+^\mu &= (w, -k \sin \theta, 0, -k \cos \theta) \end{aligned} \quad (8.15)$$

Las variables de Mandelstam vienen dadas por:

$$\begin{aligned} s &= (p + p')^2 = (k_+ + k_-)^2 = 4E^2 \\ t &= (p - k_-)^2 = (k_+ - p'^2) = M^2 - \frac{s}{2}(1 - \beta \cos \theta) \\ u &= (p - k_+)^2 = (k_- - p'^2) = M^2 - \frac{s}{2}(1 + \beta \cos \theta) \end{aligned}$$

donde θ es el ángulo que forman \vec{p} y \vec{k}_- y $\beta \equiv \sqrt{1 - \frac{4M^2}{s}}$.

Los bosones de norma tienen los siguientes vectores de polarización dados en estados de helicidad:

$$\begin{aligned} \epsilon_{-1}^\mu &= (0, \cos \theta, 0, -\sin \theta) & \epsilon_{+1}^\mu &= (0, -\cos \theta, 0, \sin \theta) \\ \epsilon_{-2}^\mu &= (0, 0, 0, 1) & \epsilon_{+2}^\mu &= (0, 0, 1, 0) \\ \epsilon_{-3}^\mu &= \frac{1}{M}(k, w \sin \theta, 0, w \cos \theta) & \epsilon_{+3}^\mu &= \frac{1}{M}(k, -w \sin \theta, 0, \cos \theta) \end{aligned} \quad (8.16)$$

A.5. Trazas de matrices γ .

Algunas de las identidades de las matrices γ son

$$\begin{aligned}
Tr\{I\} &= 4 \\
Tr\{\gamma^\mu\} &= 0 \\
Tr\{\gamma^5\} &= 0 \\
Tr\{\gamma^5\gamma^\mu\} &= 0 \\
Tr\{\gamma^\mu\gamma^\nu\} &= 4g^{\mu\nu} \\
Tr\{\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\} &= 0 \\
Tr\{\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma\} &= 4(g^{\mu\nu}g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma}g^{\nu\rho}) \\
Tr\{\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma\} &= -4i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} = 4i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \\
Tr\{\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma\gamma^\alpha\gamma^\beta\} &= 4i(g^{\mu\nu}\epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} - g^{\mu\rho}\epsilon^{\nu\sigma\alpha\beta} + g^{\nu\rho}\epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} \\
&\quad + g^{\sigma\alpha}\epsilon^{\mu\nu\rho\beta} - g^{\sigma\beta}\epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} + g^{\alpha\beta}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma})
\end{aligned}$$

Definiendo

$$Traz(\gamma^{\alpha_1}\gamma^{\alpha_2}\dots\gamma^{\alpha_n}) \equiv 4\Gamma^{\alpha_1\alpha_2\dots\alpha_n}$$

se cumple que

$$\begin{aligned}
\Gamma^{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5\alpha_6} &= g^{\alpha_1\alpha_2}\Gamma^{\alpha_3\alpha_4\alpha_5\alpha_6} - g^{\alpha_1\alpha_3}\Gamma^{\alpha_2\alpha_4\alpha_5\alpha_6} \\
&\quad + g^{\alpha_1\alpha_4}\Gamma^{\alpha_2\alpha_3\alpha_5\alpha_6} - g^{\alpha_1\alpha_5}\Gamma^{\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_6} + g^{\alpha_1\alpha_6}\Gamma^{\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5}
\end{aligned}$$