UNA COMPARATIVA HISTORICA EN EL SURGIMIENTO DEL CÁLCULO INFINITESIMAL: ENFOQUES, MOTIVACIONES Y RECEPCION DE LA OBRA DE NEWTON Y LEIBNIZ

JAIR RAUL SOTO ENRIQUEZ

UNIVERSIDAD DE NARIÑO

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS

PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

SAN JUAN DE PASTO

2017

UNA COMPARATIVA HISTORICA EN UNA COMPARATIVA HISTORICA EN EL SURGIMIENTO DEL CÁLCULO INFINITESIMAL: ENFOQUES, MOTIVACIONES Y RECEPCION DE LA OBRA DE NEWTON Y LEIBNIZ

JAIR RAUL SOTO ENRIQUEZ

Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de

Licenciado en Matemáticas

Asesor

Andrés Chaves Beltrán

Doctor en Historia de las Ciencias

UNIVERSIDAD DE NARIÑO

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS

PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

SAN JUAN DE PASTO

2017

NOTA DE RESPONSABILIDAD

Las ideas y conclusiones aportadas en este Trabajo de Grado son Responsabilidad de los autores.

Artículo 1 del Acuerdo No. 324 de octubre 11 de 1966, emanado del Honorable Consejo Superior de la Universidad de Nariño.

Nota de aceptación

ANDRÉS CHAVES BELTRÁN

Director.

SAULO MOSQUERA LOPEZ

Jurado 1.

VICENTE ERDULFO ORTEGA PATIÑO

Jurado 2.

San Juan de Pasto, 20 de febrero de 2018

Agradecimientos

Doy gracias a Dios por guiarme en este camino bello del conocimiento al llegar a la culminación con este trabajo y esta etapa de mi vida que espero continuar.

Agradezco a la Universidad de Nariño por abrirme las puertas y darme la oportunidad de adquirir tan bello conocimiento como lo son las matemáticas.

Gracias Profe Samolo por brindarme parte de su conocimiento, además apoyarme y escucharme cuando lo necesite a lo largo de este camino. En general gracias a todos mis profesores.

Gracias Profe Andrés por haber creído en mí y sacar este proyecto adelante, con esta idea que surgió de un debate. Gracias por haber sido mi profesor y convertirse en un amigo.

A mi novia Marylin quien siempre me ha apoyado y me acompaño en este camino.

A mis amigos y a todos aquellos que de una u otra forma

Me ayudaron para salir adelante…

Jair Soto

Dedicatoria

A mi Madre

Por ser para mí, mi apoyo mi compañía, la guía de este camino…

…en una palabra mi todo.

Jair Soto

RESUMEN

En esta investigación se pretende mostrar apartes del desarrollo del cálculo infinitesimal desarrollado por Newton y Leibniz. En esencia se aborda una comparativa entre la recepción de la obra de estos personajes, en obras de historia de las matemáticas y de la física.

También se muestra en un capitulo apartes de la recepción del cálculo en Colombia.

En esta investigación se encontró que hay poca documentación relacionada con la historia de la física. En relación con la notación la de Leibniz es mejor que la de Newton, sin embargo las motivaciones de cada uno fueron distintas.

Palabras clave: Newton, Leibniz, cálculo infinitesimal, Historia de la física, Historia de las matemáticas, matemáticas en Colombia.

ABSTRACT

This research aims to show some of the development of the infinitesimal calculus developed by Newton and Leibniz. In essence, a comparison is made between the reception of the work of these characters, in works of history of mathematics and physics.

It is also shown in a chapter apart from the reception of the calculation in Colombia.

In this research it was found that there is little documentation related to the history of physics. In relation to the notation that of Leibniz is better than Newton's, however the motivations of each one were different.

Keywords: Newton, Leibniz, infinitesimal calculus, History of physics, History of mathematics, mathematics in Colombia.

LISTA DE ILUSTRACIONES

Pág.

CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN

Los griegos emplearon el razonamiento lógico para enfrentarse a diferentes problemas matemáticos, entre ellos, por ejemplo el de hallar áreas. Algunas de estas áreas se obtuvieron fácilmente (por haber sido problemas básicos), pero en algunos casos se presentaron dificultades ya que no se podían calcular con exactitud. El problema de calcular exactamente el valor de estas áreas se resolvió en el siglo XVII con la aparición del cálculo infinitesimal. Se puede inferir de esta forma que el origen del cálculo inicia con el planteamiento de este tipo de problemas.

Una característica común de las matemáticas babilónicas, egipcias, hindúes y chinas fue la formulación de reglas para calcular las áreas de figuras rectilíneas. Los métodos empíricos para la medición jugaron un papel importante en el desarrollo del concepto de área; algunos de los cuales fueron fundamentales para elaborar el modelo geométrico del cálculo integral.

La determinación de áreas curvilíneas, es decir, limitadas por líneas curvas cerradas proporcionó, en primera instancia, una aproximación para el cálculo del área del círculo. Las civilizaciones que se mencionaron anteriormente usaban una aproximación común para el valor de π, que era 3, la cual, como bien se sabe en la actualidad, es muy poco satisfactoria.

El desarrollo de la geometría griega dio bases, en términos prácticos para el desarrollo y el cálculo de áreas y volúmenes. Los conceptos relacionados con la geometría de transformaciones y todos los trabajos realizados para determinar áreas y volúmenes que fueron desarrollados a partir de técnicas geométricas sofisticadas en el siglo XVII que precedieron al cálculo integral.

El cálculo infinitesimal surgió con la aparición de dos clases de problemas, el primero referente a la determinación de arcos, áreas, superficies, volúmenes y centros de gravedad; el segundo, a las tangentes, curvaturas, puntos de inflexión. La naturaleza de estas dos clases de problemas fue aprovechada en términos de un modelo matemático por Evangelista Torricelli (1608 – 1647), James Gregory (1638 –1675) e Isaac Barrow (1630 –1677) pero solo con Newton surge la idea general que compila los dos tipos de problemas y que se relacionan con el cálculo infinitesimal.

El desarrollo de la representación gráfica surge en medio de conceptos intuitivos y de fenómenos físicos junto con la geometría griega, es así como algunos matemáticos como Giovanni di Casalli (1320 – 1375), Nicole Oresme (1323 – 1382) y otros introducen los conceptos de tiempo, velocidad, distancia y velocidad instantánea asociados al estudio de curvas. La velocidad instantánea está asociada con el concepto de tangente y la distancia total recorrida con el área bajo la curva.

Así, a lo largo de este grupo de problemas se han desarrollado diferentes métodos, los cuales han arrojado resultados, como los obtenidos por Bonaventura Cavalieri (1598 – 1647), quien desarrolló el concepto de la suma de las potencias de las líneas de una figura y de igual forma era capaz de derivar una serie de cuadraturas y curvaturas expresables analíticamente en la forma $\int x^n \, dx$.

En lo que concierne a Newton, por medio de su método de series infinitas y a través de la expresión de función, pudo desarrollar un método universal de cuadraturas. Es así como la noción de función se encuentra en el núcleo del cálculo infinitesimal. En el caso de la matemática moderna una función puede definirse como una correspondencia en la cual se asocia cada elemento de un conjunto X con un solo miembro de un conjunto Y. De igual forma cabe mencionar que la expansión de la función logarítmica en una serie infinita fue también perseguida por una serie de matemáticos entre los que se encontraba Newton.

Leibniz por su parte, utilizó un concepto de función en el siglo XVIII, este se definía como la idea de una relación funcional la cual estuvo limitada a la existencia de una fórmula matemática que expresaría esta relación. De hecho el concepto de función surge como el resultado de un largo proceso de abstracción y generalización en el cual, en su mayor parte, algunas funciones denominadas especiales se investigaron de forma separada antes de que se diera un desarrollo de la teoría general de las funciones.

Los matemáticos posteriores a Cavalieri durante el siglo XVII estaban rodeados de todas las dificultades que en esa época implicaba el establecer la validación de resultados. Por ese entonces se dio también el empleo de la notación algebraica, junto con esta surgieron también nuevas notaciones y algunos métodos algebraicos.

Más tarde la familiarización con la notación cartesiana, como coordenadas (x, y) de un punto en el plano y la expresión correspondiente de la ecuación de la curva en la forma $f(x, y) = 0$ dieron lugar a un patrón reconocible de los resultados en términos de tangentes y cuadraturas.

Se dio la creación de fórmulas con las que fuera posible derivar tangentes y cuadraturas directamente de la ecuación inicial lo cual fue una consecuencia inmediata. Las primeras normas reguladoras de los procesos diferenciales fueron ideadas por Rene de Sluze (1622 – 1685) y Johannes Hudde (1628 – 1704), posteriormente por Newton. El siguiente paso fue la invención de una notación especializada para cubrir los resultados al realizar las operaciones pertinentes.

A pesar de que Newton no era un gran innovador en relación con el uso de símbolos, estuvo atento a las ventajas de la notación cartesiana, e hizo uso inmediato de la extensión de la notación índice[1] utilizada previamente por John Wallis (1616 - 1703).

Newton, durante sus investigaciones iniciales sobre los problemas de tangencia y curvaturas, experimentó con una gran variedad de representaciones simbólicas de los procesos operativos a la hora de abordar estos problemas. El método de fluxiones con su

[1] Se refiere a la Notación utilizada por Newton por ejempló $\dot{x}$, $\ddot{x}$

correspondiente notación, fue con el que quedó satisfecho, con el que abordó la solución de estos problemas y con el que creó el cálculo infinitesimal; es así, como sus motivaciones para el desarrollo de estas ideas se enfocaron más por el punto de vista físico a través del concepto de fluxión, relacionado con los cambios en fenómenos físicos.

Por su parte, Leibniz centró todo su interés en la notación simbólica como tal, por lo que estaba convencido de que solo por medio de su extensión a todos los ámbitos del pensamiento humano podría lograr mayor comprensión y claridad.

Parte del propósito de Leibniz fue establecer un "lenguaje universal" o lo que podría ser una "característica" que pudiera dar pie al desarrollo de una notación operacional para el cálculo infinitesimal.

Los significados de los símbolos matemáticos propuestos por Leibniz han cambiado pero poseen los mismos fundamentos del cálculo, que es en lo que están basados, en la actualidad se tiene a disposición una gama más amplia de otras notaciones con las cuales se pueden representar las relaciones funcionales y diferenciales así como procesos integrales, sin embargo las notaciones de Leibniz $\frac{dy}{dx}$, para la derivada y $\int dx$, para la integral indefinida, se han utilizado desde cuando fueron propuestas hasta la actualidad.

Newton y Leibniz desarrollaron las ideas básicas del cálculo infinitesimal por separado y con métodos distintos. El método de Newton se enfocó en problemas de la física, mientras que Leibniz tuvo un carácter más analítico. Newton obtuvo sus resultados con anterioridad, pero sin dar publicidad a éstos, y Leibniz unos años después, pero publicándolos antes de que lo hiciera Newton. Así, se generó una gran polémica sobre cuál de los dos debería ser reconocido como el primero en desarrollar las ideas del cálculo.

2. MARCO TEÓRICO Y ANTECEDENTES

En (Durán, 1996) se menciona la existencia de determinados problemas como lo son las tangentes, cuadraturas, máximos y mínimos, los cuales se resolvían por medio de una serie de métodos infinitesimales. Por ejemplo para el cálculo de áreas se utilizaban el método de los indivisibles. Estos problemas se resuelven de una forma común y más eficiente basados en la derivada e integral, el problema que existía en ese momento era el poder relacionar lo que tenían en común los problemas de máximos y mínimos, así como tangentes y cuadraturas con los conceptos recíprocos pertenecientes a la derivada e integral.

De esta forma Newton empleará el concepto de fluxión de una fluente, lo que hoy se conoce como derivada y mostrará que para poder calcular el área que encierra una curva, sería suficiente con calcular la fluente de una fluxión, lo que actualmente sería calcular una primitiva. La razón de los términos utilizados por Newton se explica porque este fue tanto físico como matemático, por lo que tenía una visión del mundo más dinámica, es decir con todas las cosas en un estado continuo de movimiento ocasionado por la acción de fuerzas conocidas, tratando así de dar explicaciones Físico – Matemáticas.

Por otra parte Leibniz se encarga de definir los conceptos de diferencial e integral mostrando que estos son inversos entre sí. De igual forma desarrolla el proceso que corresponde al cálculo de los diferenciales, en este caso aplicando una manera más simbólica que la de Newton, prefiriendo expresiones cerradas antes que desarrollos en series. Se puede decir que las motivaciones de Leibniz estaban más orientadas a la parte matemática tratando de mejorar la escritura de ésta, mientras que las de Newton apuntaban más a la física, porque partían de la misma aplicación.

Ambos mostraron como estos conceptos generales de fluxión y fluente, diferencial e integral, podían ser usados para resolver, no solo los problemas particulares de tangentes, máximos y mínimos o cuadraturas, sino un sinfín de otros diferentes,… (Durán, 1996, pág. 106)

En este tipo de problemas y con la introducción de los conceptos de diferencial e integral se hace también un acercamiento, de una forma indirecta, a lo que hoy en día se conoce como las ecuaciones diferenciales.

En (Ruiz Ángel & Barrantes Hugo, 1996) se hace hincapié en lo siguiente:

Debido al impacto de la obra de Newton en la cosmología y la mecánica, a veces se pasa por alto que Leibniz hizo importantes contribuciones en la lógica, mecánica, óptica, hidrostática, neumática, ciencia náutica y en la construcción de máquinas calculadoras (Ruiz Ángel & Barrantes Hugo, 1996, pág. 149)

Así también se puede decir que Leibniz no solo se enfocó netamente en la matemática sino también en aspectos relacionados con la física.

En otro apartado de (Ruiz Ángel & Barrantes Hugo, 1996, pág. 150) se menciona lo siguiente acerca de los trabajos intelectuales de Leibniz.:

Dos proyectos intelectuales generales tuvieron importancia en su vida:

- Uno era **scientia generalis:** encontrar un método universal para conocer, hacer inventos y entender la unidad del universo;
- Y el otro la **lingua characterica:** crear un lenguaje perfecto para razonar haciendo simples computaciones

Ambos proyectos fueron enriquecedores de su trabajo intelectual: el primero le condujo a descubrimientos matemáticos y el segundo contribuciones en la lógica y en el uso de símbolos matemáticos.

De lo que se afirma en el libro (Ruiz Ángel & Barrantes Hugo, 1996) se puede inferir que fue así como Leibniz perfeccionó y mejoró la notación matemática que se utiliza en el cálculo, puesto que algo importante para él era la notación ya que pretendía crear un lenguaje perfecto.

Por lo anterior se podría plantear que las motivaciones de Leibniz se encontraban orientadas a las matemáticas, más que a la física, sin embargo, en (Ruiz Ángel & Barrantes Hugo, 1996) se menciona lo siguiente:

> (…) En el cálculo Leibniz recibió la influencia directa de Huygens que estuvo en Paris entre 1673 y 1676, allí estudio los trabajos de Descartes y Pascal y de algunos matemáticos británicos. Fue una de las motivaciones de Leibniz para dedicarse a los asuntos que luego originarían el cálculo. [La relación entre Huygens y Leibniz se puede ver por ejemplo en el desarrollo conjunto del concepto de energía cinética]. (Ruiz Ángel & Barrantes Hugo, 1996, pág. 150)

A pesar de creer que las motivaciones de Leibniz para el cálculo pudiesen ser más matemáticas, no se puede descartar que algunas de estas apuntaban también a la física, siendo esta otro impulso para Leibniz y el surgimiento del Cálculo infinitesimal.

Según lo mencionado hasta el momento, se puede decir que el enfoque de Newton fue físico, mientras que el de Leibniz fue esencialmente geométrico o incluso algebraico.

En el proyecto se profundizará este marco teórico alrededor de los enfoques y motivaciones matemáticas y naturalistas de Newton y Leibniz, para analizar el impacto de las obras de estos personajes en la comunidad de físicos como de matemáticos.

3. METODOLOGÍA

3.1 Planteamiento y formulación del Problema

Este trabajo se centró en la búsqueda de aportes científicos y matemáticos que han hecho Newton y Leibniz y de cuál es la importancia dependiendo del ámbito y del contexto en que trabajó cada uno, además se abordó aspectos del reconocimiento actual de estos personajes.

En algunos ámbitos científicos, se resalta a Newton como personaje sobresaliente (cuestión que es justificada) en la Historia de las Ciencias.[2] Teniendo en cuenta que el descubrimiento del cálculo infinitesimal, es uno de sus principales aportes y que este fue en paralelo y contemporáneo al descubrimiento hecho por Leibniz, se pretendió en este trabajo rastrear parte de las motivaciones que cada uno de estos dos personajes tuvieron para llegar al descubrimiento del cálculo infinitesimal.

Es por esto que un problema que motivó esta investigación radica en las siguientes preguntas:

¿Las motivaciones de Newton, para su desarrollo del cálculo infinitesimal, fueron más cercanas a la física que a la matemática? y ¿Las motivaciones de Leibniz fueron más cercanas a las matemáticas que a la física?

Para abordar estas preguntas se debe plantear inicialmente lo que se entiende históricamente como "descubrimiento" del cálculo infinitesimal, es decir, se debe rastrear si hay un concepto o resultado o suceso que pueda identificarse como el nacimiento del cálculo infinitesimal. Podría ser el teorema fundamental del cálculo, o el planteamiento de métodos diferenciales e integrales, para ello se analizaran, en la bibliografía pertinente, las posturas de diferentes autores respecto a lo que consideran como nacimiento del cálculo.

[2] Dado a los trabajos realizados por Newton se podría decir que hacer estudios acerca de la biografía de Newton se convirtió en un tema de moda en algún tiempo. (Duran & Peréz, 2003)

Estas preguntas tienen origen en una observación derivada de comparar textos de física, historia de la física, matemáticas e historia de las matemáticas. En esencia, Newton es más referenciado que Leibniz en textos referentes a los dos primeros tópicos, mientras que Leibniz lo es en temas relacionados con los dos últimos.

Sin embargo con este trabajo se pretende aportar argumentos que permitan precisar y dar un mejor sentido a esta idea estudiando los contextos de la física y de la matemática; y es por ello que se tuvo en cuenta tanto fuentes de información, libros de historia de la física y libros de historia de las matemáticas, además en la búsqueda se añadió artículos relacionados con la filosofía de las ciencias.

En esta investigación se tuvo en cuenta las bases de datos que están a disposición de la Universidad de Nariño (Ebsco, Science Direct, Scopus). También se tuvo en cuenta la red de bibliotecas Luis Ángel Arango del Banco de la Republica.

3.2 Objetivos de la Investigación

3.2.1 Objetivo General

- Realizar un estudio histórico epistemológico del surgimiento y desarrollo del cálculo infinitesimal, teniendo en cuenta los enfoques, perspectivas y motivaciones por parte de Newton y Leibniz.

3.2.2 Objetivos Específicos

1. Plantear un recorrido historiográfico de la prehistoria del cálculo.

2. Proponer una biografía de Newton y Leibniz, a su vez realizar una comparación de historiografías del desarrollo del cálculo respecto a Leibniz y Newton, indagando por el propósito de cada uno de ellos para crear el cálculo.

3. Realizar una comparativa entre libros de historia de la física y de historia de las matemáticas para analizar el impacto de cada uno de estos autores.

4. Exponer apartes de la recepción de ideas del cálculo de Newton y del cálculo de Leibniz en Colombia.

3.3 Antecedentes

En la búsqueda de material bibliográfico se ha encontrado que es más fácil hallar documentación de historia de las matemáticas que acerca de historia de la física. En cuanto a historia de la física, en el libro *Historia De Las Ciencias Físicas* (Snyder, 1973) se le da mayor relevancia a Newton, tal vez porque este desarrolló mayor aporte en esta área. Por su parte podemos decir que en el libro de *Historia De Matemáticas* (Ribnikov, 1978) muestra el inicio de una nueva rama de las matemáticas el "Análisis Infinitesimal" que se da con el descubrimiento del cálculo por parte de Newton y Leibniz, lo cual se conectó con la necesidad de una idea de dependencias funcionales que permitiera aplicar a ellas las operaciones del nuevo cálculo.

A pesar de que los aportes de estos dos autores se consideran independientes, se sabe que llegaron a tener correspondencia escrita, ambos bajo diferentes circunstancias y diferentes formas de pensar; "*Se les debe el extraordinario mérito de haber unificado una serie de procesos y métodos hasta entonces inconexos*", (Babini, 1972, pág. 9) comenzando la sistematización e iniciando el desarrollo del cálculo infinitesimal como rama independiente de la matemática.

Entre los historiadores ha existido una polémica sobre quien inventó el cálculo infinitesimal, sin desconocer por supuesto los intereses que cada quien tuvo en determinado tiempo. En la introducción del apartado *Valores contrapuestos en la controversia Newton – Leibniz* de Javier Echevarría del libro (Duran & Peréz, 2003) plantea al respecto 4 ítems en los que hay un consenso general que mencionan lo siguiente:

- Newton descubrió y desarrolló el cálculo de fluxiones entre 1666 y 1669, cuando escribió el manuscrito *De Analysi*. Su primera publicación al respecto tuvo lugar en 1704 *De Quadrature curvarum* – ambas obras editadas por Jones en el Analysis –.
- Leibniz descubrió y comenzó a desarrollar el cálculo diferencial en 1675, cuando escribió su obra *De Quadratura Arithmetica*, no fue publicada, así como otros manuscritos inéditos. Su primera publicación sobre el tema tuvo lugar en 1684 *Nova Methodus pro Maximis et Minimis.*
- Ambos descubrimientos fueron independientes y siguieron vías muy diferentes, tanto desde el punto de vista conceptual como desde el punto de vista metodológico.
- El cálculo diferencial e integral de Leibniz – la denominación "integral" fue propuesta por Bernoulli – tuvo una influencia muy grande en el desarrollo de la matemática de finales del siglo XVII y principios del XVIII. A partir de la difusión del *Commercium epistolicum (1713 – 1714),* el cálculo de fluxiones de Newton comenzó a tener una influencia mayor, sobre todo en Gran Bretaña. (Duran & Peréz, 2003, pág. LII)

Para terminar, teniendo en cuenta que este proyecto se inició con la hipótesis de que Newton ha sido más relevante para las historiografías de la física y que Leibniz ha sido más relevante en las historiografías de matemáticas esto se hace importante puesto que en el Libro (Ruiz Ángel & Barrantes Hugo, 1996) se menciona que Leibniz hizo aportes en mecánica y óptica, es decir que también realizó trabajos en la disciplina de la física, pero no son tan reconocidos puesto que Leibniz fue más geométrico o incluso algebraico, todo esto abre la posibilidad de estudiar la recepción de ideas de Leibniz en la física más a fondo.

3.4 Justificación

El cálculo constituye una de las grandes conquistas intelectuales de la humanidad y esto se hace evidente en la primera frase de la introducción del libro (Babini, 1972) que menciona: "*El advenimiento de la rama matemática hoy designada análisis infinitesimal, se ha calificado, con razón, de proeza intelectual*" (Babini, 1972) por esto se puede decir que el cálculo infinitesimal[3], es el final de un proceso en la historia de las matemáticas en el cual se compilan conceptos y métodos que se han utilizado en la solución de muchos problemas, de los cuales algunos de ellos datan de siglos atrás, tales como las fluctuaciones provocadas por el cambio, lo que hoy se conoce simplemente como tasas de cambio y en el movimiento en donde se encuentran problemas para calcular por ejemplo la velocidad o la aceleración o en sí, el fluir de las cosas. También se debe tener en cuenta que el cálculo infinitesimal se utilizó en la solución a problemas matemáticos como lo son el cálculo del área bajo una curva, así como también las tangentes, máximos y mínimos. Problemas que tuvieron solución gracias a la evolución del cálculo infinitesimal que se utiliza actualmente, y que pasó por varias etapas históricas, para que un día tanto Newton como Leibniz contribuyan con la madurez científica y matemática del cálculo que se conoce y se utiliza en la actualidad en distintas ramas.

Es así como se justifica centrarse en dos personajes importantes como lo son Newton y Leibniz ya que ambos trabajando por separado y con métodos distintos[4], crean una herramienta potente y universal que permite resolver algunos de los problemas de orden matemático y físico que esperaban ser solucionados desde siglos atrás. A su vez, también generó problemas matemáticos que incitaron a científicos posteriores a indagar en los

---

[3] Relación entre análisis y cálculo.

[4] Newton antes pero sin publicar los resultados que obtenía, y Leibniz, unos años más tarde pero por su parte dando a conocer los resultados.

fundamentos de los infinitesimales y de las matemáticas mismas, entre estos problemas están el cálculo de tangentes a una curva, el área bajo una curva, como se mencionó anteriormente.

Por otra parte es importante resaltar lo que significa Newton en la historia de la física ya que fue el quien aplicó el cálculo infinitesimal a las leyes del movimiento y la gravitación. Al igual que Newton es un ícono de la física, Leibniz lo es en las matemáticas, este presentó en Londres su particular desarrollo del cálculo el cual se consideraba superior desde la perspectiva de la notación simbólica al de Newton.

Este trabajo se realizó con el fin de dar a conocer los aportes de Newton y Leibniz a las matemáticas y dar un reconocimiento a todo su trabajo sin demeritar ni realizar una controversia, a pesar de que hay una polémica alrededor del tema.

En este contexto, se ve la importancia de conocer como fue el desarrollo y los aportes que han hecho en el campo científico y con lo cual se ha podido desarrollar un sistema que permita transmitir, el saber matemático en su mejor contexto, y así han generado una implementación de herramientas apropiadas en los espacios de formación académica que permitan el procesamiento y transmisión del conocimiento matemático, en este caso relacionado con el cálculo infinitesimal, que como bien conocemos, es la base de las ecuaciones diferenciales para comprender un poco mejor el mundo en el que vivimos.

Con relación a los objetivos específicos y su consideración en este trabajo podemos mencionar lo siguiente:

El primer objetivo específico se planteó con el fin de conocer los problemas que se trataban desde antes de la aparición de Newton y Leibniz, se puede decir que hay predecesores como Fermat (1601-1665) y Barrow (1630-1677) que presentan diferentes métodos para el cálculo de tangentes, los cuales presentaban primitivos razonamientos de carácter infinitesimal. Por lo cual es importante conocer los problemas y métodos que dieron origen al cálculo infinitesimal y así mismo a los trabajos de Newton y Leibniz.

Así mismo en el segundo objetivo se plantean las biografías de estos dos personajes, con el propósito de conocer más a fondo los aportes, trabajos, resultados y sobre todo los intereses particulares que tenían cada uno, y así indagar sobre las motivaciones que cada uno pudiese tener relacionado con el cálculo infinitesimal. Así mismo, con este objetivo, se busca identificar las motivaciones, preguntas y respuestas que cada uno de ellos tuvieron de forma independiente, para el descubrimiento del cálculo.

En el tercer objetivo, al realizar la comparativa entre libros de historia de la física y libros de historia de las matemáticas, se pretendió evidenciar el impacto de cada uno de estos autores y la importancia que tienen en estas dos disciplinas, de igual forma se buscó abordar la hipótesis de que Newton ha tenido más impacto que Leibniz, en el ámbito de las ciencias naturales.

El cuarto objetivo específico se enmarcó en la necesidad de la comunidad de historiadores de la matemática en Colombia, de promover la historia de la matemática de nuestro país, para ello es pertinente citar las palabras del profesor Edgar Guacaneme de la Universidad Pedagógica Nacional, en el marco del V Encuentro Nacional de Historia y Educación Matemática (ENHEM V): "sin olvidar la historia occidental y mirando a las orientales hay que reconocer nuestra propia historia".

El propósito de este proyecto de investigación es el de conocer el origen que liga al descubrimiento del Cálculo infinitesimal por parte de Newton y Leibniz en el siglo XVI, en este proyecto se da a conocer el trabajo y aporte que han hecho estos pensadores matemáticos con sus aportes a la ciencia y como bien sabemos proporcionando una de las herramientas más potentes, el cálculo integral y el cálculo diferencial. Siendo esta la base para querer explicar los fenómenos naturales y viendo que puede ser explicada a base de ecuaciones diferenciales, aunque en este trabajo se enfoca en las ideas que estos genios y los motivos que tuvieron para el nacimiento del cálculo infinitesimal.

Este trabajo de grado se realizó por la importancia que tiene el cálculo infinitesimal, pues bien se sabe este tiene muchas aplicaciones en diferentes campos, ramas de investigación sobre todo cuando se trata de la aplicación de las matemáticas y por tanto también es importante conocer como fueron las primeras ideas y como se desarrolló este teniendo en cuenta los principales desarrolladores de estas ideas como lo son Newton y Leibniz comparando sus obras.

3.5 Metodología

Todo conocimiento científico, independientemente de su complejidad, ha tenido un proceso histórico, a partir de ese reconocimiento se ha tratado de introducir la historia de las matemática en el campo de la educación matemática, de esta forma se tuvo en cuenta el Articulo de Maribel Anacona "*La historia de las matemáticas en la educación matemática*" (Anacona, 2003) que nos presenta dos maneras de abordar los trabajos históricos científicos definiéndolos así:

> Desde la corriente internalista, se considera que el objeto de la Historia de las Ciencias, es la ciencia misma. Es así como se trata de hacer una historia de los conceptos, atendiendo básicamente su estructura lógica de producción. Desde la externalista, se considera que las explicaciones sobre acontecimientos científicos se pueden obtener primordialmente desde el ámbito social, postura que se acerca más a una sociología de las ciencias. (Anacona, 2003, pág. 31)

A partir de estos puntos de vista, este trabajo tuvo un enfoque más internalista que externalista, puesto que se centró más en los trabajos alrededor del cálculo infinitesimal desarrollados por Newton y Leibniz. El enfoque meramente internalista se evidencia en el primer y segundo objetivo específico, mientras que en el tercero se da una mezcla de los dos enfoques, donde se abordó una historiografía enfatizada en el impacto a comunidades científicas lo cual se acerca al enfoque externalista.

Para la realización de este trabajo se realizó una búsqueda a partir de diferentes fuentes tanto de la historia de las matemáticas como de la historia de la física en las que se hagan evidentes los aportes tanto de Newton como de Leibniz desde el pensamiento de cada uno al cálculo infinitesimal.

Para esto se recogieron datos de textos los cuales contribuyeron a definir cuáles fueron las aportaciones más significativas por parte de ambos concernientes al cálculo infinitesimal.

4. DESARROLLO DE LA INVESTIGACION

4.1 Capítulo I. RECORRIDO HISTORIOGRAFICO

4.1.1. Surgimiento y desarrollo del cálculo infinitesimal: Origen histórico

Las matemáticas han evolucionado a partir de notaciones básicas, que tuvieron lugar gracias al razonamiento lógico y a determinados problemas que han requerido la aplicación de diferentes métodos para su solución.

Los griegos entran a cumplir un papel fundamental en buscar y aplicar los métodos que se ajusten a la solución de problemas como el cálculo de áreas, de volúmenes y la determinación de rectas tangentes. Es así, que los principales problemas del siglo XVII, que se relacionan con los métodos diferenciales e integrales, fueron la obtención de longitudes de curvas, y los heredados de los griegos: áreas y volúmenes de cuerpos geométricos, tangentes a una curva y la obtención de máximos y mínimos.

Los anteriores problemas como bien se menciona eran de carácter geométrico, sin embargo la física proporcionó otro tipo de problemas que también pueden solucionarse desde el cálculo infinitesimal, dando así interpretaciones cinemáticas, como por ejemplo el de una curva la cual puede interpretarse como la trayectoria de un punto material que posee movimiento, por lo cual también involucra otras variables como lo son la velocidad y la aceleración. En cuanto a la física se pueden considerar los problemas de Kepler, ya que en su trabajo relacionado con el movimiento planetario, tuvo que encontrar áreas de sectores de una elipse para mostrar una de sus leyes, más precisamente la segunda, que enuncia: **el radio vector que une un planeta y el sol barre áreas iguales en tiempos iguales.** Esta ley es equivalente a la constancia del momento angular, es decir, cuando el planeta está más alejado del sol (afelio) su velocidad es menor que cuando está más cercano al sol (perihelio). Es así que tuvo que encontrar el área de sectores de una elipse, tal como se muestra en la Ilustración 1, es así que su método consistió en determinar las áreas como sumas de líneas.

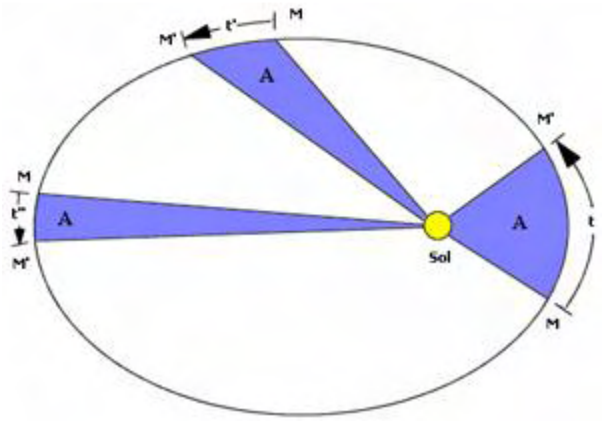


Ilustración 1 Segunda Ley de Kepler

También puede considerarse otro tipo de problemas físicos, en los que se involucra velocidad (por ende se está aplicando derivadas temporales) como lo es el teorema de Torricelli, que estudia el flujo de un líquido contenido en un recipiente, a través de un pequeño orificio, bajo la acción de la gravedad. La velocidad de un líquido en una vasija abierta, por un orificio, como se ve en la Ilustración 2, es la que tendría un cuerpo cualquiera, cayendo libremente en el vacío desde el nivel del líquido hasta el centro de gravedad del orificio.

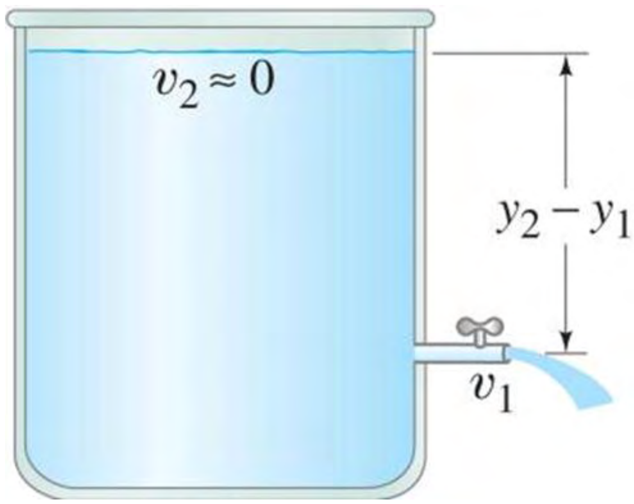


Ilustración 2 Liquido saliendo por orificio en la base del recipiente

4.1.2. Problemas de las tangentes

Antes de abordar algunos de los problemas que implican la tangente, hay que comprender como se define y se entiende actualmente. Tangente proviene del latín *"tangens"* que significa que toca. Se define geométricamente así: La tangente a una curva en un punto P, es una recta por P que toca a la curva solo en dicho punto llamado punto de tangencia; se puede decir que la tangente "forma un ángulo nulo" con la curva en la vecindad de dicho punto. Esta noción se puede generalizar, desde la recta tangente a un círculo o una curva, a "figuras tangentes" en dos dimensiones (es decir, figuras geométricas con un único punto de contacto, por ejemplo la circunferencia inscrita), hasta los espacios tangentes, en donde se clasifica el concepto de «tangencia» en más dimensiones.

En (Recalde) se presenta la definición de Cavalieri la cual al analizarla a fondo presenta algunos problemas, esta definición es tomada de (Andersen, 1982, p. 294) y dice lo siguiente:

> Yo digo que una línea recta toca a una curva situada en el mismo plano que la línea cuando esta encuentra la curva o bien en un punto o a lo largo de una línea y cuando la curva está o bien completamente a un lado de la línea (en el caso cuando el encuentro es un punto) o no tiene parte al otro lado de esta (en el caso cuando el encuentro es un segmento). (Recalde, 2015, pág. 172)

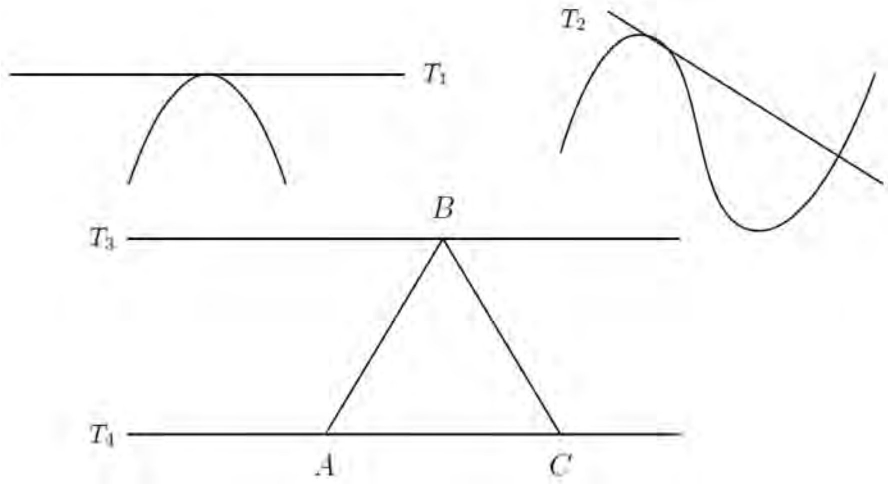


Ilustración 3 La tangente de Cavalieri

En las figuras del libro (Recalde), mostradas en la Ilustración 3 se indican algunos de los problemas que se presentan en la definición, aquí también se realiza un análisis más profundo en lo relacionado con esta desde un punto de vista internalista.

Tangentes en la matemática griega: El problema de las tangentes aparece inicialmente con curvas como la circunferencia, parábola, elipse e hipérbola, es decir con las secciones cónicas; entre otras también se pude mencionar la Cisoide de Diocles y la Concoide de Nicómedes. En un primer momento el concepto de tangencia que tenían lo griegos tiene un carácter estático y geométrico, considerando la tangente como la recta que toca la curva sin cortarla, como bien se sabe esta definición se puede aplicar a algunas curvas, pero en otras aparecen ciertas dificultades con la misma.

A continuación se presenta como se define la Cisoide de Diocles y se muestra la construcción. Es la curva generada por el vector posición de una recta paralela al eje OY (Curva 1), que pasa por el punto $(2a, 0)$, al que se le resta el radio vector de una circunferencia de radio a y centro en $(0, a)$. El segmento OA es igual a BC. El lugar geométrico que se genera el punto A al moverse el punto C sobre la recta se conoce como la Cisoide de Diocles (línea roja). La construcción se ve en la ilustración 4.

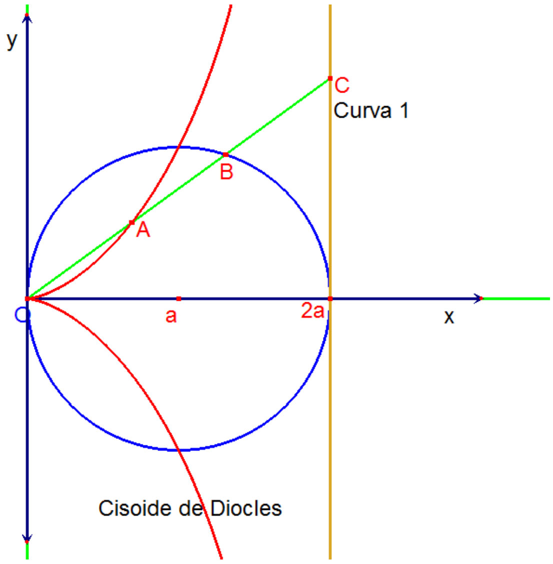


Ilustración 4 Cisoide de Diocles

Desde el punto de vista físico, las tangentes resultan importantes ya que se hace necesario conocer la dirección y velocidad instantánea de un movimiento curvo.

Apolonio (190 a.C.) construyó las tangentes a las cónicas. Arquímedes (287-212 a.C.) hizo lo propio para las espirales. Sin embargo, el punto de vista griego era estático ": la tangente era la recta que cortaba a la curva en un solo punto, dejándola a un lado". No había, pues, proceso de paso al límite. (Muñoz L. & Roman R, 1999, pág. 4)

Método de Apolonio para la construcción de tangentes a parábolas:

Sea P un punto de la parábola de vértice E, con PD perpendicular al eje de simetría de la parábola. Si A está el eje de simetría y AE = ED, entonces AP será tangente a la parábola en P. (Martinez de la Rosa, 2009, pág. 8) La construcción se muestra en la Ilustración 5.

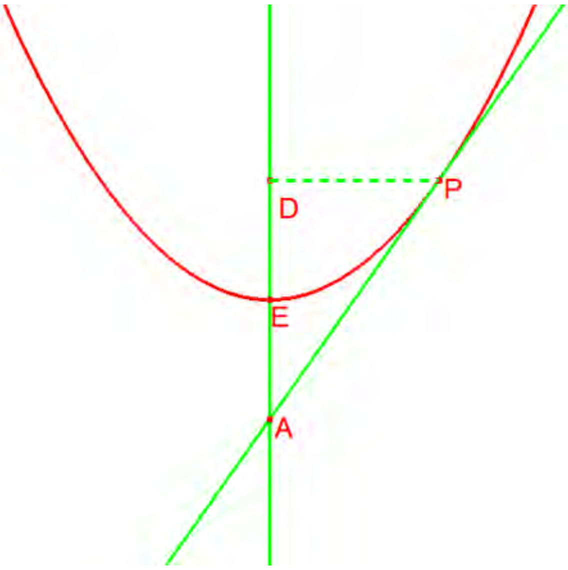


Ilustración 5 Construcción Tangente de Apolonio

4.1.3. Calculo de Tangentes

La situación de los problemas matemáticos en el siglo XVII se basaba en que además de tener readquiridos los métodos y resultados correspondientes a la matemática griega, con el desarrollo de la geometría analítica se veía abierta la posibilidad de plantear y resolver algunos problemas relacionados con curvas de muchos tipos de las cuales para cada una se empleaba un método diferente para su resolución.

Desde la época de los griegos, la búsqueda de la recta tangente a una curva en un punto ha representado un aspecto de mucho interés para los matemáticos, el problema radicaba en que el concepto de tangente se intuía pero sin embargo no se era capaz de dar una definición formal e inequívoca del mismo.

Los matemáticos de la antigüedad tenían conocimiento de cómo trazar tangentes a diversos tipos de curvas, el concepto que los griegos tenían sobre tangencia es estático y naturalmente geométrico. Es así como inicialmente, la tangente es considerada como una recta la cual toca una curva sin cortarla.

Con la invención de la geometría analítica, aparecen también una gran variedad de nuevas curvas para cuyo estudio no resultaban útiles los métodos tradicionales por lo cual los matemáticos del siglo XVII tuvieron la necesidad de dar paso a nuevos métodos para el cálculo de tangentes.

De esta forma surgen varios métodos utilizados en el cálculo de tangentes tales como el método de Fermat, Descartes, Barrow, Hudde, Roberval.

4.1.4. Máximos y mínimos

Uno de los primeros métodos para determinar máximos y mínimos, presentaba la idea de dar un incremento a cierta magnitud. Por su aporte al desarrollo del concepto de límite, algunas interpretaciones que se le dan, según las cuales en el método subyace el cálculo de una derivada que se iguala a cero.

Fermat se expresa así:

1. Sea a una incógnita cualquiera del problema (que tenga una, dos o tres dimensiones, según convenga al enunciado).
2. Se expresará la cantidad máxima o mínima por medio de a en términos que pueden ser de cualquier grado.
3. Se sustituirá a continuación la incógnita original a por $a + e$, y se expresará la cantidad máxima o mínima por medio de a y e, en términos que pueden ser de cualquier grado.
4. Se “adigualarán”, para hablar como Diofanto, las dos expresiones de la cantidad máxima o mínima.
5. Se eliminarán los términos comunes de ambos lados, tras lo cual resultará que a ambos lados habrá términos afectados de e o de una de sus potencias.
6. Se dividirán todos los términos por e, o por alguna potencia superior de e, de modo que desaparecerá la e de al menos uno de los términos de uno cualquiera de los dos miembros.

7. Se suprimirán a continuación todos los términos donde todavía aparece la e o una de sus potencias y se igualará lo que queda, o bien si en uno de los miembros no queda nada se igualarán.
8. La resolución de esta última ecuación dará el valor de a, que conducirá al máximo o mínimo, utilizando la expresión original.

A continuación se presenta la ilustración de su método mediante el problema de dividir un segmento dado en dos partes de tal manera que el producto de las longitudes de estas se un máximo.

Sea B, la longitud del segmento dado y A, la de la primera parte como se muestra en la Ilustración 6. Es necesario encontrar el área máxima el área del rectángulo de la Ilustración 7, es decir: $\acute{A}rea\ del\ rect\acute{a}ngulo = A(B - A)$

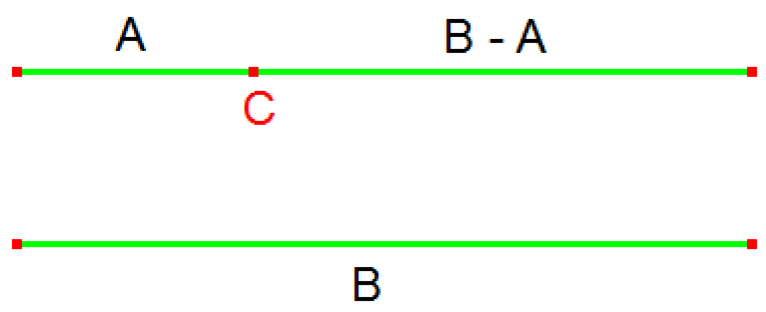


Ilustración 6 División del segmento B

El rectángulo quedaría de le siguiente forma:

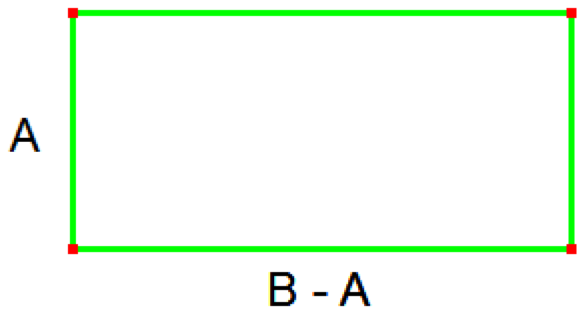


Ilustración 7 Rectángulo de área máxima

Propuesta de Fermat:

1. Identificamos con A la incógnita.
2. La cantidad máxima es $A(B-A)$ desarrollando $AB-A^2$ (1)
3. Sustituimos A por $A+E$, en (1)

   $(A+E)B-(A+E)^2$

   $AB+BE\ -2AE-A^2-E^2$ (2)
4. Hacemos "casi iguales" (1) y (2)

   $$AB+BE\ -2AE-A^2-E^2 \sim AB-A^2$$
5. Eliminamos términos comunes

   $$BE\ -2AE-E^2 \sim 0$$
6. Dividimos por E obtenemos

   $$B\ -2A-E \sim 0$$
7. Suprimimos E

   $$B\ -2A- \sim 0 \quad ; \ B\ -2A=\ 0$$
8. La resolución de la ecuación es $A= {}^{B}/_{2}$ que hace que la cantidad $A\ (B-A)$ sea un máximo.

4.2 Capítulo II. BIOGRAFIAS

4.2.1. Gottfried Wilhelm Leibniz

Ilustración 8 Leibniz

También llamado a veces Gottfried Wilhelm von Leibniz nació el 1 de julio de 1646, en Leipzig, Alemania y fallece en Hannover, Alemania el 14 de noviembre de 1716.

Hijo de profesor de filosofía moral en la Universidad de Leipzig[5], y quien falleció cuando Leibniz apenas tenía 6 años. Mostraba diferentes capacidades intelectuales desde temprana edad. Al parecer no se dejó afectar por el fallecimiento de su padre, puesto que a

[5] La Universidad de Leipzig (alemán Universität Leipzig), localizada en Leipzig en el Estado Libre de Sajonia, es la segunda más antigua de Alemania. Fue fundada el 2 de diciembre de 1409 por Federico I, el Elector de Sajonia y su hermano Guillermo II, margrave de Meißen, y al principio consistió de cuatro facultades.

sus 8 años tenía la capacidad de escribir poemas en latín. A sus 12 años presentó intereses más ambiciosos puesto que su crecimiento académico también mostró interés por la lógica aristotélica mediante el estudio de la filosofía escolástica, así como también con la filosofía de Descartes, posteriormente continuaría sus estudios en las universidades de Jena y Altdorf.

A la edad de 15 años, en el año 1661 ingresó a la Universidad de su ciudad natal, en la cual dedicó sus estudios a las leyes, pero sus intereses al parecer eran más de carácter lógico matemático, puesto que dos años después continuó sus estudios en la Universidad de Jena[6], donde estudió matemáticas con E. Weigel[7].

En 1666, la Universidad de Leipzig no le concedió el título de doctor a causa de su juventud (20 años), pero que finalmente obtuvo en Altdorf[8], en la cual rechazó la oferta de dedicarse a la cátedra en dicha universidad y decidió dedicar su vida a la carrera política y diplomática, es por eso que al año siguiente, es decir en 1667, entró como diplomático al servicio del Arzobispo electo de Maguncia, y en años siguientes se dedicó intensamente a sus actividades en los círculos cortesanos y eclesiásticos.

En 1672, estuvo en París con el propósito de convencer y evitar la invasión a Alemania por Luis XIV, aunque no tuvo éxito en su misión, radicó su estancia en París por 5 años más en los cuales se desarrolló intelectualmente. En esta época inventó una máquina de calcular capaz de realizar multiplicaciones, divisiones y extracción de raíces cuadradas. Además visitó Ámsterdam y Londres, donde se dedicó a su crecimiento intelectual de las matemáticas, la ciencia y la filosofía. En 1675, en París elabora las bases del cálculo

[6] La Universidad Friedrich Schiller de Jena (FSU) se encuentra en Jena, Turingia, en Alemania. Fue fundada en 1558 y se encuentra en la lista de las 10 universidades más antiguas de Alemania. En 1934, la universidad fue renombrada después de que el escritor alemán Friedrich Schiller impartiese clases como profesor de historia y que ésta cobijara a algunas de las más influyentes mentes de principios del siglo XIX.

[7] Erhard Weigel (Weiden in der Oberpfalz, 1625 - Jena, 1699), matemático, astrónomo y filósofo alemán.

[8] Universidad de Altdorf, antigua universidad alemana (1575 a 1809)

infinitesimal, puesto que realiza su contribución al mundo al enumerar los principios fundamentales del cálculo infinitesimal.

En su exposición filosófica, el Universo está compuesto de innumerables centros conscientes de fuerza espiritual o energía, conocidos como mónadas. Cada mónada representa un microcosmos individual, que refleja el Universo en diversos grados de perfección y evolucionan con independencia del resto de las mónadas. El Universo constituido por estas mónadas es el resultado armonioso de un plan divino. Los humanos, sin embargo, con su visión limitada, no pueden aceptar la existencia de las enfermedades y la muerte como partes integrantes de la armonía universal. Este Universo de Leibniz, "el mejor de los mundos posibles", es satirizado como una utopía por el autor francés Voltaire en su novela *Cándido* de 1759.

En 1676, se dedicó como bibliotecario nombrado por el duque Hanover[9] y de quien más adelante seria concejero privado en la corte e historiador; como concejero realizo su labor hasta el fallecimiento del duque, como también lo fue de Sofía Carlota en 1705, quien era la esposa del duque y con quien entabló una amistad, pero al fallecimiento de ésta, su papel como concejero de príncipes empezó a declinar. Dedicó posteriormente sus últimos años a la tarea de historiador, también realizó la redacción de sus obras filosóficas más importantes que se publicaron póstumamente.

Representante por excelencia del racionalismo, Leibniz situó el criterio de verdad del conocimiento en su necesidad intrínseca y no en su adecuación con la realidad; el modelo de esa necesidad lo proporcionan las verdades analíticas de las matemáticas[10]. Junto a estas

[9] Ernesto Augusto de Hannover es el jefe de la depuesta Casa Real de Hannover, que gobernó en el Reino de Hannover (hasta 1866) y el soberano Ducado de Brunswick (1913-1918)

[10] Se debe tener cuidado al afirmar que las matemáticas son en su totalidad analíticas, es decir que son mucho más que análisis también son síntesis, puesto que al ser así ya se hubiese descartado por ejemplo la geometría

verdades de razón, existen las verdades de hecho, que son contingentes y no manifiestan por sí mismas su verdad.

El problema de encontrar un fundamento racional para estas últimas, refiriéndose de alguna manera a su lógica, tratando de referirse tal vez desde su pensamiento a lo que sea demostrable y también involucrando su carácter filosófico, es así que este problema lo resolvió afirmando que su contingencia era consecuencia del carácter finito de la mente humana, incapaz de analizarlas por entero en las infinitas determinaciones de los conceptos que en ellas intervienen, ya que cualquier cosa concreta, al estar relacionada con todas las demás siquiera por ser diferente de ellas, posee un conjunto de propiedades infinito.

Frente a la física cartesiana de la extensión, Leibniz defendió una física de la energía, ya que ésta es la que hace posible el movimiento. Los elementos últimos que componen la realidad son las mónadas, puntos inextensos de naturaleza espiritual, con capacidad de percepción y actividad, que, aun siendo simples, poseen múltiples atributos; cada una de ellas recibe su principio activo y cognoscitivo de Dios, quien en el acto de la creación estableció una armonía entre todas las mónadas. Esta armonía preestablecida se manifiesta en la relación causal entre fenómenos, así como en la concordancia entre el pensamiento racional y las leyes que rigen la naturaleza[11].

De sus obras filosóficas destacan: *Ensayos de Teodicea sobre la bondad de Dios, la libertad del hombre y el origen del mal* (1710), *Monadología* (1714; publicado en latín como *Principia Philosophiae*, 1721), y *Nuevo tratado sobre el entendimiento humano* (1703; pub. 1765).

---

euclidiana, la cual aún tiene vigencia actualmente y la tendrá siempre. Es así que las verdades matemáticas no son solo analíticas (para complementar más este problema se puede ver el artículo (Zalamea, 2009).

[11] Esta parte de la biografía de Leibniz, muestra que no es ajeno al carácter naturalista

Las contribuciones de Leibniz en el campo del cálculo infinitesimal, efectuadas con independencia de los trabajos de Newton, así como en el ámbito del análisis combinatorio, fueron de enorme valor.

La invención del cálculo infinitesimal es atribuida tanto a Leibniz como a Newton. De acuerdo con los cuadernos de Leibniz, el 11 de noviembre de 1675 tuvo lugar un acontecimiento fundamental, ese día empleó por primera vez el cálculo integral para encontrar el área bajo la curva de una función $\boldsymbol{y = f(x)}$. Leibniz introdujo varias notaciones usadas en la actualidad, tal como, por ejemplo, el signo "integral" ∫, que representa una S alargada, derivado del latín *summa*, y la letra "d" para referirse a los "diferenciales", del latín *differentia*. Esta ingeniosa y sugerente notación para el cálculo es probablemente su legado matemático más perdurable. Leibniz no publicó nada acerca de su *Calculus* hasta 1684. La regla del producto del cálculo diferencial es aún denominada "regla de Leibniz para la derivación de un producto". Además, el teorema que dice cuándo y cómo diferenciar bajo el símbolo integral, se llama la "regla de Leibniz para la derivación de una integral"[12].

Desde 1711 hasta su muerte, la vida de Leibniz estuvo emponzoñada con una larga disputa con John Keill[13], Newton y otros sobre si había inventado el cálculo independientemente de Newton, o si meramente había inventado otra notación para las ideas de Newton. Actualmente al menos en matemáticas, se emplea la notación del cálculo creada por Leibniz, no la de Newton.

Los trabajos que inició en su juventud, la búsqueda de un lenguaje perfecto que reformara toda la ciencia y permitiese convertir la lógica en un cálculo, acabaron por desempeñar un papel decisivo en la fundación de la moderna lógica simbólica.

[12] Teorema fundamental del cálculo

[13] John Keill (1 de diciembre de 1671 - 31 de agosto de 1721), Importante discípulo de Newton, matemático escocés, académico y autor.

Leibniz pasó entonces el resto de su vida tratando de demostrar que no había plagiado las ideas de Newton.

Los resultados obtenidos por Leibniz eran similares a los que Newton había obtenido pero que no había publicado. La disputa que surgió a raíz de las afirmaciones de primacía en la invención del cálculo amargó sus últimos años de vida.

Los términos "cálculo diferencial" y "cálculo integral" fueron implementados por Leibniz, al igual que las notaciones $\frac{dy}{dx}$ y $\int dx$. El tiempo que no dedicaba a la prioridad del origen del cálculo, lo empleó Leibniz en la gran variedad de empeños que caracterizaron su vida.

Leibniz murió el 14 de noviembre de 1716 (Siglo XVIII) a los 70 años en Hanover, Alemania. Murió de tristeza, Leibniz perdió el favor de los príncipes electores; se cuenta que a su funeral sólo asistió un criado de confianza, pues sus amigos se habían trasladado a Londres con la Corte; cayó en desgracia más sin embargo no dejó de escribir hasta el último día de su vida.

4.2.2. Sir Isaac Newton

Ilustración 9 Newton

Nació en Woolsthorpe, Linconlnshire, el 25 de diciembre de 1642 (4 de enero de 1643, según el calendario gregoriano) y muere el 20 (30) de marzo de 1727 en Londres.

Su padre se llamaba Isaac Newton, al igual que él, era un próspero granjero pero sin embargo era analfabeto, su madre fue Hannah Ayscough. Su padre fallece tres meses antes de su nacimiento. Su madre por su parte volvió a contraer matrimonio con el reverendo Bernabé Smith cuando Newton tenía tres años.

Todo lo que aconteció en su infancia ocasionó que Newton fuera un niño tímido y con muchas dificultades para relacionarse con los demás. Empezó a asistir a la escuela a la edad de doce años, donde no presentó problemas con las matemáticas, más sin embargo aprender el latín le resulto realmente difícil, con esfuerzo logró dominarlo pues era este un idioma clave para dar a conocer sus descubrimientos. Su madre lo había preparado para un destino de granjero, pero más tarde se convenció del talento que poseía Isaac y fue así como lo envió a la Universidad de Cambridge[14], en donde este tuvo que trabajar para poder costear sus estudios, igualmente si deseaba continuar con sus estudios debía conseguir una plaza segura en Cambridge, donde tuvo como tutor a Benjamín Pulleyn[15].

Fruto de sus esfuerzos independientes fueron sus primeras notas acerca de lo que luego sería su cálculo de fluxiones, que se vieron motivadas por algunas de las clases del matemático y teólogo Isaac Barrow; sin embargo, Newton hubo de ser examinado por Barrow en 1664 al aspirar a una beca, y no consiguió entonces inspirarle ninguna opinión especialmente favorable.

Posteriormente se declaró en Londres una gran epidemia de peste en 1665, por lo que Cambridge cerró sus puertas y Newton regresó a Woolsthorpe[16], éste se reincorporó a Trinity College [17]en 1666, que nuevamente interrumpió sus actividades en junio al reaparecer la peste, es así como no reemprende sus estudios sino hasta abril de 1667.

A su regreso definitivo a Cambridge, Newton fue elegido miembro becario del Trinity College en octubre de 1667, y dos años más tarde sucedió a Barrow en su cátedra. Durante sus primeros años de docencia no parece que las actividades lectivas representaran ninguna carga para él, ya que tanto la complejidad del tema como el sistema docente tutorial

---

[14] La Universidad de Cambridge, es una universidad pública inglesa situada en la ciudad de Cambridge. Fundada en 1209, es la universidad de habla inglesa más antigua, después de Oxford.

[15] Benjamin Pulleyn: Tutor de Isaac Newton en la Universidad de Cambridge. Profesor de Griego desde 1674 a 1686.

[16] Woolsthorpe (conocido formalmente como Woolsthorpe-by-Colsterworth para distinguirlo de Woolsthorpe-by-Belvoir en el mismo condado) es una aldea en el distrito del sur Kesteven de Lincolnshire, Inglaterra. Es más conocido como el lugar de nacimiento de Sir Isaac Newton.

[17] Trinity College es uno de los colleges que constituyen la Universidad de Cambridge en Cambridge, Inglaterra. Tiene más miembros que ningún otro college en Cambridge u Oxford, con unos 660 estudiantes, 430 estudiantes de postgrado y más de 160 profesores y miembros del college.

favorecían el absentismo a las clases, es decir que se tenía la costumbre de no asistir al lugar de estudios.

Durante esa época, Newton redactó sus primeras exposiciones sistemáticas del cálculo infinitesimal, las cuales no se publicaron hasta más tarde. Entre 1664 y 1665 había encontrado la famosa fórmula para el desarrollo de la potencia de un binomio con un exponente cualquiera, entero o fraccionario, aunque no dio noticia escrita de dicho descubrimiento hasta 1676, en dos cartas que estaban dirigidas a Henry Oldenburg, secretario de la Royal Society, publicó el teorema por primera vez John Wallis [18]en 1685, sin dejar a un lado la prioridad de Newton en dicho hallazgo.

En 1679 Newton se ausentó de Cambridge durante varios meses con motivo de la muerte de su madre. Más tarde el camino quedaba abierto para reunir todos los resultados en un tratado sobre la ciencia del movimiento llamado *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (Principios matemáticos de la filosofía natural), cuya impresión termino en 1687 los cuales contenían la primera exposición impresa del cálculo infinitesimal creado por Newton, aunque este prefirió que en general, la obra presentara los fundamentos de la física y la astronomía formulados en el lenguaje sintético de la geometría.

Newton no fue el primero en servirse de ese tipo de cálculo, ya que la primera edición de su obra contenía el reconocimiento de que Leibniz había trabajado con un método análogo. Sin embargo, la disputa de prioridades en que se enfrentaron los partidarios de uno y otro estableció que Newton omitiera la referencia a Leibniz en la tercera edición de 1726. El detonante de esta polémica lo formó la insinuación de que Leibniz pudo haber cometido

[18] John Wallis, matemático inglés. Precursor del cálculo infinitesimal (introdujo la utilización del símbolo ∞para representar la noción de infinito).

plagio, así lo expresó en 1699 Nicolás Fatio de Duillier [19]un matemático suizo admirador de Newton, con el que mantuvo una íntima amistad de 1689 a 1693.Justamente en 1693 Newton atravesó por una crisis paranoica.

Pese a la dificultad de su lectura, *Los Principios matemáticos de la filosofía natural* le habían hecho famoso en la comunidad científica.

A fines de 1701, Newton fue elegido de nuevo miembro del parlamento como representante de su universidad, pero poco después renunció definitivamente a su cátedra y a su condición de fellow del Trinity College, confirmando así un alejamiento de la actividad científica que se remontaba, de hecho, a su llegada a Londres.

Pese a su hipocondría, alimentada desde la infancia por su condición de niño prematuro, Newton gozó de buena salud hasta los últimos años de su vida, en 1722 enfermo seriamente a causa de una afección renal, en 1724 sufrió un nuevo cólico nefrítico. Finalmente Newton muere en la madrugada del 20 de marzo de 1727.

[19] Nicolás Fatio de Duillier: Fue un conocido matemático y astrónomo suizo. Se destacó por sus investigaciones relativas a la Luz zodiacal y es autor de una teoría sobre la gravitación. Es además conocido por su amistad íntima con Isaac Newton y el rol que desempeñó en la controversia entre Newton y Gottfried Leibniz sobre el descubrimiento del cálculo infinitesimal.

4.3 Capítulo III. ANALISIS DE TEXTOS

En este capítulo se analiza información de libros y artículos de Historia de las Matemáticas e Historia de la Física. Se hace una comparativa, en la cual se busca identificar el grado de recepción de las ideas de Newton como de Leibniz, para ello se tendrá en cuenta el índice principal del libro, el índice de nombres cuando sea posible, y el o los capítulos que sean de interés, para ver el número de veces que se referencia Newton y Leibniz en el texto, y si es pertinente, se busca el contexto en el que se referencian.

La búsqueda de la documentación pertinente a esta investigación se inició en las bibliotecas de la Universidad de Nariño (la General, la del Departamento de Matemáticas y Estadística y la del Departamento de Física), y en la Biblioteca del Banco de la República, también se realizó búsqueda de documentación en las bases de datos que están a disposición de la Universidad de Nariño (Ebsco, Scopus, Science Direct), aunque únicamente se encontró documentación en la base Ebsco.

Para cada libro o artículo, inicialmente se hace una descripción, posteriormente se toma lo más relevante de acuerdo a esta investigación, es decir, se tiene en cuenta las veces que se nombra a Newton y Leibniz en cuanto al desarrollo del cálculo infinitesimal.

Para los libros se tuvo en cuenta los índices de nombres, para los artículos encontrados en formato electrónico se realizó un conteo electrónico por no poseer índice de nombres.

4.3.1. Textos de Historia de la Física

DESCRIPCION DEL LIBRO	
Título del libro	Biografía de la física.
Autor	George Gamow.
Año de publicación	1987

Editorial	Salvat Editores S.A.
Lugar de Publicación	Barcelona

Este libro no posee índice de nombres, únicamente índice de capítulos, por otra parte, está más enfocado al desarrollo histórico de la física. En lo que concierne a esta investigación que son los aportes de Newton y Leibniz, da más relevancia a Newton puesto que le dedica incluso un capítulo, el tercero llamado **«Dios dijo: "Que Newton sea"»**, el autor de este libro toma el nombre de este capítulo de unos versos que los presenta en un pie de página al iniciar este capítulo. *De unos versos de Alexander Pope (1688-1744): "La naturaleza y sus leyes yacían ocultas en la noche; Dios dijo: "Que Newton sea", y todo se hizo luz."* (Gamow, 1987, pág. 71).

Es de resaltar que Leibniz no se referencia en este libro, lo cual da pie para relacionar más a Newton que a Leibniz con el naturalismo, es decir lo relacionado con la física (se explica más adelante en un pie de página del capítulo referente a Colombia).

Cabe mencionar que Newton aparte de verse envuelto en disputas en la invención del cálculo con Leibniz, también se vio se involucró en polémicas en cuanto a temas relacionados con la física.

DESCRIPCION DEL LIBRO	
Título del libro	Historia de las ciencias físicas
Autor	Ernest E. Snyder
Año de publicación	1973
Editorial	Editorial Labor, S.A.
Lugar de Publicación	Barcelona, España.

En este libro relacionado con la historia de la física tiene más peso los aportes científicos realizados por Newton, El autor del libro en un aparte de Newton hace una mención a Leibniz, y se hace en relación con el cálculo infinitesimal. La otra mención de Leibniz se relaciona con cambios graduales en los organismos vivos.

Con respecto a Newton y a la física, este libro menciona sobre sus aportes y aceptación de la física universal, con lo relacionado a las leyes de Newton. Además se menciona la invención de instrumentos telescópicos como el telescopio reflector, también hacen enfoque a todos sus aportes en física más que del cálculo como sus trabajos con la luz y la teoría corpuscular.

Leibniz, Gottfried 53,61

Newton, Isaac 6, 38, 39, 45, 49-53, 55-57,

59,62, 68, 73-75, 78, 81, 101,106.108, 116

Ilustración 10 Índice de nombres tomado de (Snyder, 1973)

En la Ilustración 10, tomada del índice de nombres del libro (Snyder, 1973) se nota más la presencia de Newton, que la de Leibniz, teniendo en cuenta que este libro se acerca más a la historia de la física.

DESCRIPCION DEL LIBRO	
Título del libro	HISTORIA DE LA FÍSICA Desde los Griegos hasta nuestros días.
Autor	Alonso Sepúlveda S.
Año de publicación	1995
Editorial	Fondo Editorial Cooperativo.
Lugar de Publicación	Medellín, Colombia.

El libro dedica un capítulo completo a los trabajos realizados por Newton, dedicados a la física, más precisamente el Capítulo 4 llamado **«Principios de la mecánica Newtoniana»,** que va de la página 97 a 125. Con referencia al cálculo infinitesimal se resalta lo siguiente:

> Newton realizó sus descubrimientos básicos en mecánica y astronomía utilizando una matemática especial de su propia invención, el “Calculo de fluxiones”,

> formulación que estaba anticipada por el método de "exhauciones" de Eudoxio y Arquímedes y que, independientemente de Newton (quien era inglés) fue desarrollada en el continente por el alemán Gottfried Wilhem Leibniz (1646 – 1716). (Sepúlveda Soto, 1995, pág. 98)

De aquí se puede ver que los intereses de Newton estaban más inclinados al naturalismo, pero a continuación de este mismo párrafo se menciona lo siguiente de Leibniz: "Esta coincidencia en la elaboración dio lugar a conocidas disputas sobre la paternidad del cálculo diferencial, en las que no nos interesaremos en lo que sique. Históricamente el mérito se ha reconocido a ambos, aunque la formulación de Leibniz es más elegante." (Sepúlveda Soto, 1995, pág. 98).

Se puede ver que el trabajo de Leibniz es más cercano al logicismo que el de Newton, puesto que se interesó por la notación que sea más práctica, en este libro resaltan que este es un mérito de Leibniz, aunque en la mecánica clásica, y en lo que concierne a la mecánica de Lagrange se utiliza la notación de Newton.

INDICE DE MATERIAS

Ilustración 11 Índice de nombres tomado de (Sepúlveda Soto, 1995)

Teniendo en cuenta que Leibniz se menciona una vez en EL índice mostrado en la Ilustración 11. Tal mención se hace respecto a unas críticas relacionadas con la física y en específico a la concepción newtoniana, con esto se puede ver que Leibniz no fue ajeno al carácter naturalista, pero esto no nos permite asegurar su naturalismo con las motivaciones para el desarrollo del cálculo infinitesimal, además en este libro no da indicios de la relación de Leibniz en cuanto a los trabajos relacionados al cálculo infinitesimal.

DESCRIPCION DEL LIBRO	
Título del libro	Temas de Historia de la Física
Autor	Dr. Eduardo Moltó Gil
Año de publicación	2003
Editorial	Editorial Pueblo y Educación
Lugar de Publicación	Playa, Ciudad de la Habana, Cuba

En este libro de 78 páginas es poco lo que se encuentra sobre los intereses investigativos encaminados al cálculo infinitesimal desarrollado por Newton y Leibniz, además tampoco posee un índice de nombres.

En el capítulo 4 llamado **«Estudio de la mecánica a partir de los trabajos de Galileo»**, se muestra parte de los trabajos de Newton relacionados con la mecánica clásica, como lo son las tres leyes básicas.

Este libro le da el crédito de la invención del cálculo únicamente a Newton, dejando a un lado el trabajo desarrollado por Leibniz, puesto que después de mencionar parte del trabajo desarrollado por Newton en cuanto a la física menciona lo siguiente:

> A partir de la segunda y la tercera ley deduce la ley de conservación de la cantidad de movimiento para un sistema cerrado. Posteriormente Newton emplea estas leyes y conclusiones para resolver problemas concretos. Para todo esto Newton debió crear el cálculo diferencial e integral. (Moltó Gil, 2003, pág. 27).

DESCRIPCION DEL LIBRO	
Título del libro	Historia de la física
Autor	Charles – Albert Reichen
Año de publicación	1965
Editorial	Editorial Continente S.A.

Lugar de Publicación	Madrid

Al realizar la revisión de este libro del año 1965, que tiene 110 páginas, no se pudo realizar una comparativa sobre las veces que se nombra tanto a Newton como a Leibniz puesto que no posee un índice de nombres.

En el capítulo 3 llamado **«Los hechos ante todo»**, tiene en cuenta los trabajos realizados por Newton, pero más relacionados con la física, sin embargo al realizar una búsqueda relacionada con el cálculo infinitesimal, se encontró lo siguiente sobre Newton:

> Newton nació en 1643 y murió en 1727. Sobre su tumba, en la abadía de Westminster puede leerse: "Es un honor para el género humano que haya existido un hombre así." Nunca fue tan merecido un elogio. En 1666 descubrió el método matemático de las fluxiones y pensó en aplicarlo a los movimientos planetarios. (Reichen, 1965, pág. 40).

En este libro no se tiene en cuenta el trabajo realizado por Leibniz en cuanto al cálculo infinitesimal, de Newton se puede decir que buscaba la aplicación de sus descubrimientos a la física, dándole así un carácter más naturalista.

El libro menciona que la obra fundamental de Newton se relaciona con la mecánica pura, esto hace ver a Newton más naturalista. Mencionando que la obra principal de Newton es: *Principios matemáticos de la física natural,* compuesto de tres libros. Libro I *Del movimiento de los cuerpos*, libro II *Del movimiento de los cuerpos* (continuación), y el libro III *Sistema del mundo*. De lo anterior se percibe que Newton concebía la matemática desde un punto de vista aplicado.

DESCRIPCION DEL LIBRO	
Título del libro	HISTORIA DE LA FISICA De Arquímedes a Einstein
Autor	Agustín Udías Vallina
Año de publicación	2004
Editorial	Editorial Síntesis S.A.

Lugar de Publicación	Madrid – España

Este libro es uno de los más actuales relacionados con la historia de la física, el capítulo 8 llamado **«Isaac Newton»**, se dedica principalmente a los trabajos de este, relacionados más con la parte de la física, en este mismo existe la sección **«8.6 Cálculo infinitesimal. La controversia con Leibniz»**, y muestra un panorama general del origen del cálculo.

En cuanto al índice de nombres, se nombra más a Newton que a Leibniz como se muestra en la ilustración 12.

Ilustración 12 Índice de Nombres tomado de (Udias Vallina, 2004)

Se tiene en cuenta más el trabajo de Newton que de Leibniz. En cuanto al desarrollo de Newton, llamado por el como el cálculo de fluxiones se menciona lo siguiente:

"Newton consideró dos magnitudes que varían de forma continua y dependiendo la una de la otra, definió el cociente diferencial o, como lo llamo el, la "fluxión", como el cociente del cambio de uno con respecto al cambio del otro (…)" (Udias Vallina, 2004, pág. 158).

Newton siempre relacionó desde sus palabras como lo es la "fluxión" a la física. En (Udias Vallina, 2004) muestra la notación utilizada por Newton y también los términos cinemáticos que utilizaba para describir el cálculo infinitesimal, mencionando lo siguiente:

> Para esta cantidad uso la notación de la variable con un punto sobre ella $(\dot{z})$ y la fluxión de la fluxión (segunda derivada) con dos puntos y asi sucesivamente. Esta

notación se sigue utilizando hoy en física solo para derivadas con respecto al tiempo. Si se consideran los puntos sobre una curva que representa las posiciones de una partícula en el tiempo, la fluxión con respecto al tiempo representa la velocidad. Newton considero que todas las magnitudes geométricas se pueden concebir como generadas por un movimiento continuo, por ejemplo, el movimiento de un punto genera una línea, el de una línea un plano y así sucesivamente. El cambio de cada momento de la posición (velocidad) viene dado por la fluxión. El proceso contrario de encontrar la función original a partir de la fluxión es la integral que Newton llamo método de la cuadratura. (Udias Vallina, 2004, pág. 158)

En cuanto a Leibniz, (Udias Vallina, 2004) muestra el carácter logicista de él, la preocupación por la notación, el carácter inverso de la diferenciación e integración, diciendo lo siguiente:

Su notación se diferencia de la de Newton, ya que utiliza la que se conserva actualmente (dy/dx). Leibniz, al contrario de Newton, dio mucha importancia a la notación, pues pensaba que una notación clara era muy importante. Leibniz estableció la integración como un fenómeno sumatorio que es inverso al de la diferenciación. Esta idea estaba implícita en Newton, pero fue Leibniz el que la hizo explícita. En consecuencia introdujo también el símbolo para la integral como una s alargada $(\int)$ con el significado de una suma. (Udias Vallina, 2004, pág. 159)

4.3.2. Textos de Historia de las Matemáticas

DESCRIPCION DEL LIBRO	
Título del libro	Del Cálculo a la teoría de conjuntos 1630 – 1910
Autor	Grattan, I. – Guinness.
Año de publicación	1980
Editorial	Alianza Editorial, S.A.
Lugar de Publicación	Madrid

Los intereses para el desarrollo investigativo de este trabajo se enfocarán en el capítulo 2 de este libro, de las páginas 69 a 124, puesto que en este apartado se encuentra los trabajos relacionados con Newton y Leibniz.

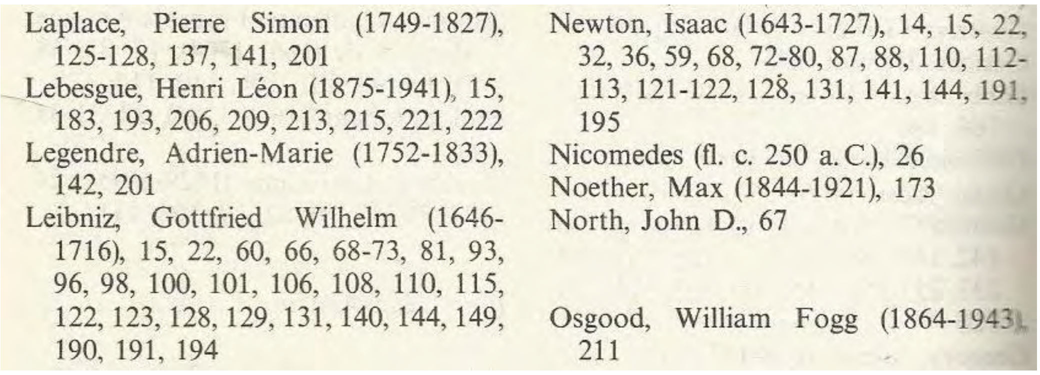
En capítulo 2 llamado **«Newton, Leibniz y la tradición Leibniziana, H. J. M. Bos»,** inicia presentando la creación del cálculo infinitesimal de Newton y Leibniz de manera independiente, teniendo en cuenta que cada uno de ellos tenía ideas y estilos diferentes, esencialmente a lo que hoy en día se conoce como cálculo. Se debe tener en cuenta que este libro (Grattan & Guinness, 1980) tiene un carácter histórico enfocado a la historia de las matemáticas y no a la historia de la física. Este libro además nos plantea que fue el cálculo de Leibniz el que tuvo mayor impacto, esto se puede intuir en el siguiente párrafo:

> En este capítulo también consideramos el desarrollo posterior del cálculo hasta 1780 aproximadamente. A lo largo de este desarrollo, el tipo Leibniziano de cálculo utilizando diferenciales e integrales mostro tener más éxito que el cálculo fluxional Newtoniano, y en consecuencia nos centraremos en el primero de ellos. (Grattan & Guinness, 1980, pág. 69).

Sobre Newton, el libro menciona que escribió varias versiones de sus descubrimientos en el campo infinitesimal (si desea profundizar más pág. 70). Y algo importante sobre el cálculo infinitesimal es que a finales del siglo XVIII ya se disponía de información suficiente acerca de los trabajos de Newton y Leibniz para poder decir que ambos descubrieron el cálculo coincidiendo como lo dicen muchos textos que históricamente sus descubrimientos fueron independientes y que el primero en descubrirlo fue Newton y quien los publicó antes fue Leibniz a pesar de trabajar en el mismo campo matemático.

En lo que se refiere a Leibniz, en este libro se nombra sus principales intereses, puesto que menciona: “Leibniz había pasado cuatro años en París en misión diplomática, lo que le dejaba mucho tiempo libre para dedicarse a sus intereses en matemáticas, ciencias, historia, filosofía y muchas otras cosas” (Grattan & Guinness, 1980, pág. 71)

En el índice de nombres de este libro, se menciona de mayor manera a Leibniz, como se muestra en la siguiente Ilustración 13.



Laplace, Pierre Simon (1749-1827), 125-128, 137, 141, 201
Lebesgue, Henri Léon (1875-1941), 15, 183, 193, 206, 209, 213, 215, 221, 222
Legendre, Adrien-Marie (1752-1833), 142, 201
Leibniz, Gottfried Wilhelm (1646-1716), 15, 22, 60, 66, 68-73, 81, 93, 96, 98, 100, 101, 106, 108, 110, 115, 122, 123, 128, 129, 131, 140, 144, 149, 190, 191, 194
Newton, Isaac (1643-1727), 14, 15, 22, 32, 36, 59, 68, 72-80, 87, 88, 110, 112-113, 121-122, 128, 131, 141, 144, 191, 195
Nicomedes (fl. c. 250 a.C.), 26
Noether, Max (1844-1921), 173
North, John D., 67
Osgood, William Fogg (1864-1943), 211

Ilustración 13 Índice de nombres tomado de (Grattan & Guinness, 1980)

DESCRIPCION DEL LIBRO	
Título del libro	The History of the Calculus and Its Conceptual Development.
Autor	Carl B. Boyer.
Año de publicación	1949
Editorial	Dover Publications Inc.
Lugar de Publicación	United States

Para esta investigación se toma como relevante desde el capítulo V llamado Newton and Leibniz, puesto que se enfoca más en Newton y Leibniz, en los capítulos anteriores se tiene en cuenta las contribuciones anteriores a Newton y Leibniz.

Según el índice de nombres de (Boyer, 1949), se nombra más a Newton que a Leibniz, según esto se puede inferir que se tiene más en cuenta la obra de Newton para el desarrollo del cálculo, teniendo en cuenta que este libro se especializa en eso. A continuación se anexa la Ilustración 14 de cómo se nombra a Newton y Leibniz en el índice de nombres.

Ilustración 14 Índice de nombres tomado de (Boyer, 1949)

Como muchos otros autores, (Boyer, 1949) atribuye la invención del cálculo a Newton y Leibniz. Algo importante que se resalta en este libro, es que muchos físicos y matemáticos utilizaron los aportes de Newton y Leibniz.

> Galileo, Cavalieri, Torricelli y Barrow utilizaron consideraciones tanto fluxionarias como infinitesimales, y los procedimientos de Fermat, Pascal y Huygens fueron tal vez conocidos tanto por Newton y los matemáticos ingleses como por Leibniz. Los desarrollos geométricos que conducían al cálculo fluxionario de Newton no eran, en realidad, más que los que señalaban el camino hacia el cálculo diferencial de Leibniz. Traducido de (Boyer, 1949, pág. 189).

Con base a esto, se puede inferir que el desarrollo del cálculo tuvo motivaciones físicas como matemáticos. Cabe rescatar que también se menciona que otro elemento que añade a la eficacia de la presentación de Newton del método de fluxiones fue el uso de series infinitas.

Es importante resaltar que las primeras investigaciones de las series infinitas aritméticas generales fueron realizadas en su mayoría por matemáticos ingleses como Wallis y James Gregory, se puede decir que Newton, también pudo tener intereses matemáticos, sin embargo, en un principio sus motivaciones debieron ser físicas. En cuanto al descubrimiento de Newton del cálculo, se encontraba más influenciado por la parte física esto se puede llegar a evidenciar en:

> Newton aparentemente consideró cualquier intento de cuestionar la instantaneidad del movimiento como vinculado con la metafísica, y así evitó enmarcar una definición de ello. Sin embargo, aceptó esta noción y la hizo la base de su segunda y más amplia exposición del cálculo, tal como se da en *Methodus fluxionum et serierum infinitarum*, que fue escrito alrededor de 1671. Pero no publicado hasta 1730. En este libro Newton introdujo su notación y concepciones características, variables generadas por el movimiento continuo de puntos, líneas y planos, (…) (Boyer, 1949, pág. 193)

Se utiliza términos más usados en física que en la matemática, que siendo más específicos se utilizan en la mecánica clásica como por ejemplo $\dot{x}$ y $\ddot{x}$, que denotan velocidad y aceleración en física, esto da más soporte a que los intereses iniciales fueron más físicos.

DESCRIPCION DEL LIBRO	
Título del libro	Historia con personajes de los conceptos del Cálculo
Autor	Antonio J. Durán
Año de publicación	1996
Editorial	Alianza Editorial, S.A.
Lugar de Publicación	Madrid

Se toma de este libro el capítulo 3 llamado **«Derivadas, integrales y series infinitas»**, donde hace mención a Newton y Leibniz respectivamente y a la controversia que surgió a raíz de la invención del cálculo.

En este capítulo se plantea que antes de Newton y Leibniz no se podría referirse a la existencia del cálculo como un conjunto unificado de conceptos y resultados que se puedan aplicar para la resolución de determinados problemas, pero si es posible hablar del cálculo con unas reglas unificadas posteriormente a los trabajos de Newton y Leibniz. En este capítulo se encuentra la controversia que surgió a raíz de la invención del cálculo la cual trajo también una repercusión histórica, también en el libro se hace referencia a la correspondencia entre estos dos personajes, en cuanto a esto menciona lo siguiente " La relación entre Newton y Leibniz era buena. De hecho intercambiaron algunas cartas sobre problemas matemáticos de interés para ambos. Como estas cartas fueron importantes en el posterior desarrollo de la controversia conviene tratarlas aquí con cierto detalle" (Durán, 1996, pág. 134). Estas cartas fueron la Epístola Prior donde Newton explica su teorema binomial y otros resultados sobre series, dando respuesta a unas preguntas de Leibniz y otros matemáticos del continente. Y en la Epístola Posterior, Newton escribe sus anagramas. Es así como una comisión nombrada por la *Royal Society* emitió un informe donde se publicaron estas dos cartas anteriormente publicadas, con esto no acusaban directamente a Leibniz de plagio pero si sembraban dudas suficientes para que se pudiera inferir esto, Leibniz por su parte siempre había reconocido la prioridad en la invención de cálculo por parte de Newton, lo que solicitaba es que la *Royal Society* reconociera la independencia en el desarrollo de su método. Esto ocasionó una disputa entre los matemáticos ingleses y los del continente siendo derrotados los primeros. Finalmente a comienzos del siglo XIX proponen que se adopte la notación propuesta por Leibniz como una forma de reconocer la superioridad de la matemática hecha en el continente y para que se marcara representativamente el fin de la controversia de la prioridad.

En (Durán, 1996) se brinda un estudio del desarrollo histórico de los conceptos fundamentales del cálculo diferencial e integral, planteado a un nivel intermedio, de este modo cualquier persona interesada en este tema puede satisfacer su curiosidad acerca de la historia del cálculo sin ser necesario poseer grandes conocimientos matemáticos anticipados.

Teniendo en cuenta el índice de nombres, no hay una diferencia relevante en las veces que están referenciados, lo cual se refleja en la ilustración 15.

Ilustración 15 Índice de nombres tomado de (Durán, 1996)

DESCRIPCION DEL LIBRO	
Título del libro	The Historical Development of the Calculus
Autor	C.H. Edwards, Jr.
Año de publicación	1937
Editorial	Springer – Verlag
Lugar de Publicación	United States

Se destacan dos capítulos, el Capítulo 8 el cual abarca de la página 189 a la 230 denominado **«The Calculus According to Newton»** y el capítulo 9 el cual comprende desde la página 231 a 267 lleva por nombre **«The Calculus According to Leibniz»**.

En (Edwards, 1937) se hace referencia a la importancia que ha tenido el cálculo durante tres siglos, por ser este el lenguaje cuantitativo fundamental utilizado por la ciencia occidental. En el desarrollo de su origen y evolución se dio por primera vez el debate de algunos de los problemas más fundamentales de las matemáticas, y fue así como a través de la permanente labor de generaciones continuas se les ha podido dar solución. Es decir que el desarrollo histórico del cálculo resulta de vital importancia para quien aprecie el valor de una perspectiva histórica en la enseñanza, el aprendizaje y la aplicación de las matemáticas.

Al finalizar los capítulos 8 y 9, se resalta lo siguiente : “Con respecto al cálculo en sí, las diferencias discretas infinitesimales de las variables geométricas desempeñaban el papel central en el enfoque de Leibniz, mientras que el concepto fundamental de Newton era la tasa de cambio de flujo o tiempo, basada en ideas intuitivas de movimiento continuo. Como consecuencia, la notación y la terminología de Leibniz disfraza eficazmente el concepto de límite que, por el contrario, es bastante explícito en el cálculo de Newton.” (Edwards, 1937, pág. 266).

En el índice de nombres de este libro se menciona de manera equitativa a Newton y Leibniz, como se ve en la ilustración 16.

Ilustración 16 Índice de nombres tomado de (Edwards, 1937)

4.3.3. Artículos

DESCRIPCION DEL ARTICULO	
Título del artículo	A historical perspective on teaching and learning calculus
Autores	Michiel Doorman & Jan van Maanen
Año de publicación	2008
Revista	Australian Senior Mathematics Journal 22
Lugar de Publicación	Base de batos EBSCO

Este es un artículo en el cual se hace referencia al cálculo desarrollado por Newton y Leibniz, en este documento se nombra a Newton 8 veces, mientras que a Leibniz 16 veces.

De igual forma afirma que aproximadamente en 1680 Leibniz creo un sistema de símbolos de razonamiento empleados en el cálculo, con el fin de hacer que sea más manejable, esto confirma el hecho de que los símbolos empleados por Leibniz son más prácticos que los usados por Newton.

En este documento también se tiene en cuenta los problemas físicos para el desarrollo del cálculo, puesto que dice: "Las preguntas sobre objetos que caían eran esenciales para el desarrollo del cálculo, y se podría decir que surgió del modelado del movimiento forzado y de caída libre. Aristóteles (hacia 350 A.C.) fue uno de los primeros en formular leyes sobre el movimiento." (Doorman & Maanen, 2008, pág. 5).

Esto hace evidente que la física fue de gran influencia para el desarrollo del cálculo. Otro acercamiento a las motivaciones de Newton, donde se pone de presente su cercanía a la física, se da en la definición de la derivada:

> **Características de las técnicas dinámicas de Newton**.
>
> Newton utilizó el contexto del movimiento para dar una visión intuitiva del límite, proceso de la proporción entre dos cantidades que tienden a cero. El argumentó que la proporción final de dos cantidades que tienen a cero, se puede entender como la velocidad de un objeto en el instante final, cuando llega en una determinada posición.

Las dos cantidades son la posición y el tiempo, y definió la proporción límite o de desaparición entre el cambio de posición y el cambio de tiempo como la velocidad instantánea. (Doorman & Maanen, 2008, pág. 9)

Mientras que de Leibniz menciona; "Las raíces de la obra de Leibniz estaban en patrones algebraicos en sumas y diferencias y sus propiedades. En 1672, antes de formular el Teorema del cálculo, publicó sobre propiedades de secuencias de sumas y diferencias de sumas." (Doorman & Maanen, 2008, pág. 9)

De lo que se puede considerar que Leibniz estaba más cercano al carácter logicista para el desarrollo e invención del cálculo infinitesimal. También en este mismo artículo, se confirma que Leibniz introduce una notación más accesible que la desarrollada por Newton.

DESCRIPCION DEL ARTICULO	
Título del libro	Chunk and permeate: The infinitesimals of Isaac Newton
Autor	David John Sweeney
Año de publicación	2014
Revista	History and philosophy of logic, Vol 35
Lugar de Publicación	Base de batos EBSCO

Este es un artículo en el cual se hace referencia a la obra desarrollada por Newton en cuanto a los infinitesimales y no habla de la obra de Leibniz relacionada con el cálculo infinitesimal, puesto que en este documento, se nombra a Newton 129 veces, mientras que a Leibniz una sola vez. El autor aclara que sobre Leibniz, realizará un trabajo similar en futuras publicaciones, por lo que no proporcionó ningún tipo de información para su análisis.

En la sección 2.1 **«Tiempo y Notación»**, se dice que Newton generalmente toma funciones dependientes del tiempo, por tanto tienen velocidad, es así que su trabajo del cálculo infinitesimal está ligado con la física, pues menciona lo siguiente "La velocidad instantánea de una variable x, llamada fluxión de x, y designada por $\dot{x}$ Newton explica las fluxiones en el **"Quadrature Curvarum"** (Sweeney, 2014, pág. 4), en el cual muestra la notación utilizada por Newton. Pero este artículo también menciona algo importante sobre la notación: “Cuando se consideran los argumentos de Newton más adelante, se verá que Newton no siempre usa esta notación de puntos, y que a veces la notación referente al tiempo es más oblicua, es decir inclinada en su escritura. Sin embargo, esto es principalmente una cuestión de notación más no es sustancial” (Sweeney, 2014, pág. 4).

Cabe mencionar que en este artículo, se confirma que Newton empleó ideas físicas para el desarrollo del cálculo.

DESCRIPCION DEL ARTICULO	
Título del articulo	El cálculo infinitesimal leibniciano: una síntesis de las perspectivas de Brunschvicg e Ishiguro
Autores	Oscar Gonzales Gilmas
Año de publicación	2004
Revista	Signos filosóficos
Lugar de Publicación	Base de batos EBSCO

Este es un artículo en el cual se nombra a Newton 5 veces, mientras que a Leibniz 88 veces, así, el mayor peso de Leibniz sobre Newton se hace más que evidente desde el mismo título.

El artículo muestra a Leibniz más analítico desde sus primeras ideas del cálculo, puesto que sus primeras intuiciones sobre su concepto de diferencial, inician desde un punto de vista geométrico, como se menciona a continuación:

> En efecto, con ocasión de la lectura de uno de los tratados geométricos de Pascal, Leibniz tuvo una primera intuición de su concepto de diferencial, de manera concreta, en la figura del triángulo característico, supuesto infinitamente pequeño… (Gonzales Gilmas, 2004, pág. 101).

En este artículo no se alcanza a percibir un pensamiento naturalista por parte de Leibniz, sin embargo se puede decir que su pensamiento se dirigía más al logicismo, por sus intereses filosóficos:

> La geometría infinitesimal leibniciana pudo consolidarse gracias a su gran generalidad y simplicidad, y no sólo por su capacidad para resolver problemas concretos, fuera de las matemáticas o de la física. Para ello, Leibniz no sólo tuvo que afrontar problemas matemáticos, sino también importantes cuestiones filosóficas. (Gonzales Gilmas, 2004, pág. 104)

En la siguiente cita se confirma la motivación logicista de Leibniz, para el desarrollo del cálculo infinitesimal, y se ve alejada del pensamiento físico:

> El pensamiento de Leibniz se irá precisando, en el sentido de que esas entidades teóricas llamados infinitesimales y que figuran en las series matemáticas, son magnitudes que no existen físicamente en la naturaleza, ni tampoco pueden existir porque no son ni finitas ni nulas y, además, no son posibles. (Gonzales Gilmas, 2004, pág. 116)

De la siguiente cita, se puede concluir que Leibniz, a pesar de tener un pensamiento logicista para el cálculo, no descartaba las aplicaciones matemáticas a la física como se ve a continuación:

> El infinito actual está presente en la materia, en el tiempo, en el movimiento, y en esa medida el conocimiento matemático está orientado a consumarse en una física, como afirmó Leibniz en una carta dirigida a Huygens, ya que su destino natural es ocuparse de lo dinámico. Conforme a estas propuestas, la física puede apropiarse de los conceptos del análisis infinitesimal y comunicarles su sentido expresivo, como dice Granger "en introduisant l'image des êtres comme foyers dinamiques". Granger, 1981: 6. "Introduciendo la imagen de los seres como centros dinámicos" (la traducción del autor).
>
> En definitiva, la Característica Universal tiene como expresión más lograda el cálculo infinitesimal. El nuevo cálculo, en tanto forma algorítmica, es óptimo, porque

responde a la definición de Razón, entendida no como facultad, sino como encadenamiento de verdades, es decir, de demostraciones verificables. (Gonzales Gilmas, 2004, pág. 119)

En este artículo se confirma la hipótesis sobre el logicismo de Leibniz y que al menos para el desarrollo del cálculo infinitesimal, puesto que no se encontraron registros que haya tenido motivaciones físicas.

DESCRIPCION DEL ARTICULO	
Título del articulo	E1 papel del principio de continuidad de Leibniz en el desarrollo del cálculo infinitesimal
Autores	Celso Vargas
Año de publicación	2009
Revista	Rev. Filosofía Univ. Costa Rica
Lugar de Publicación	Base de batos EBSCO

Este es un artículo en el cual se nombra a Newton 5 veces, mientras que a Leibniz 41 veces. De esta forma se tiene en cuenta que para el autor pesa más el pensamiento leibniziano. Este artículo posee un carácter más filosófico que matemático. En cuanto al trabajo de Newton, en este artículo, se puede evidenciar que sus trabajos estaban más ligados a la física puesto que menciona: “Como se ha señalado repetidamente, Newton consideró las fluxiones (tasas de variación) y los fluentes (curvas) como directamente ligados a la mecánica.” (Vargas C. , 2009, pág. 114)

En cuanto a Leibniz, (Vargas C. , 2009) da la concepción del cálculo como un campo independiente, el cual no buscaba ser aplicado, es decir, que Leibniz en el desarrollo del cálculo, no es naturalista, puesto que menciona lo siguiente, diferenciándolo de Newton: “A diferencia de Newton, fue Leibniz el que proporcionó un marco general dentro del cual poder entender los nuevos desarrollos en matemáticas, específicamente, el cálculo infinitesimal como un campo por sí mismo.” (Vargas C. , 2009, pág. 114)

Aunque el artículo tiene un carácter filosófico, también da indicios de las ideas de Leibniz, las que se consideraban ideas físicas, se debe tener en cuenta que Leibniz no estaba alejado totalmente de la física, como se nota en esta cita:

> En un ensayo publicado por Leibniz en 1715, titulado "Los fundamentos metafísicos de las matemáticas" muestra que las matemáticas son instanciaciones de estos principios generales, es decir, estos dominios las ponen de manifiesto: el espacio, el tiempo y al movimiento, siendo los dos primeros los básicos y el segundo el ámbito privilegiado de la física de su tiempo. (Vargas C. , 2009, pág. 115)

También se confirma lo antes mencionado en este artículo a continuación:

En este sentido, afirma Leibniz, una ecuación es un caso particular de la inecuación, el reposo es un caso particular del movimiento (…) (Vargas C. , 2009, pág. 116)

DESCRIPCION DEL ARTICULO	
Título del articulo	History of the infinitely small and infinitely large in calculus.
Autores	Israel Kleiner
Año de publicación	2002
Revista	Kluwer Academic Publishers
Lugar de Publicación	Base de batos EBSCO

Este es un artículo en el cual se nombra a Newton 60 veces, mientras que a Leibniz 64 veces. Desde este punto de vista podría considerarse que el autor equilibra de cierta manera los trabajos de Newton y Leibniz

Algo importante que se menciona en este artículo es que el cálculo ha estado involucrado en problemas desde los griegos y que además los problemas no eran únicamente de tipo matemático sino también físico, puesto que dice lo siguiente:

> El Renacimiento también vio la recuperación y el estudio serio del trabajo matemático de los griegos, especialmente obras maestras de Arquímedes. Los cálculos de áreas, volúmenes y centros de gravedad fueron una inspiración a muchos

> matemáticos de ese período. Algunos fueron más allá de Arquímedes en el intento de cálculos sistemáticos de los centros de gravedad de los sólidos. Pero utilizaron el clásico «método de exahusion» de los griegos, que no conduce ni al descubrimiento de resultados ni al desarrollo de los algoritmos. (Kleiner, 2002, pág. 139)

En el párrafo anterior se evidencia que el cálculo tiene como motivación para su desarrollo y descubrimiento la parte naturalista, siendo Newton heredero de esta antigua concepción. En este mismo artículo se menciona tanto a Newton como a Leibniz como los inventores del cálculo. Algo importante que se menciona es que hubo unos predecesores al cálculo como, Fermat y Cavalieri, y por esto el autor plantea una importante pregunta: ¿Qué quedo para hacer para Newton y Leibniz? Para responder estas preguntas el autor dedica una sección para mostrar a Newton y Leibniz como los creadores del cálculo y quienes desarrollaron las primeras ideas en cuanto a la derivada y la integral.

En lo referente a Newton, sus ideas han estado ligadas a la cinemática y por ende al movimiento por esto se considera más naturalista en cuanto al trabajo hecho del cálculo infinitesimal, se evidencia en la sección 3.2 dedicada a Newton que dice en uno de sus párrafos:

> Newton llama a su variables 'fluentes' - la imagen es geométrica y cinemática, de una cantidad en constante cambio, por ejemplo un punto "que fluye" continuamente a lo largo de una curva. Las variables consideradas implícitamente como funciones del tiempo. El concepto básico de Newton es el de una “fluxión” denotada por $\dot{x}$; es la tasa instantánea de cambio (velocidad instantánea) de la fluente x, en nuestro notación $dx/_{dt}$. La velocidad instantánea no está definida. Pero se toma como intuitivamente entendido. (Kleiner, 2002, pág. 144)

DESCRIPCION DEL ARTICULO	
Título del articulo	Interactions Between Mathematics and Physics: The History of the Concept of Function—Teaching with and About Nature of Mathematics
Autores	Tinne Hoff Kjeldsen & Jesper Lutzen
Año de publicación	2015
Revista	Springer Science+Business Media Dordrecht
Lugar de Publicación	Base de batos EBSCO

Este es un artículo en el cual se nombra a Newton 2 veces y Leibniz de igual manera. Aunque se nombran pocas veces, en este artículo, se tiene en cuenta como fueron realizados los trabajos realizados tanto por Newton como Leibniz en cuanto al cálculo, y da indicios de las motivaciones que pudieron tener. Esto se evidencia en la sección 4 titulada **«Influencia del cálculo»** de este artículo, que menciona lo siguiente:

> Métodos de pre-cálculo se utilizaron a menudo o desarrollados con problemas físicos en mente. Por ejemplo, Fermat utilizó su método de máximo y mínimo para derivar la ley de refracción, y Descartes estaba interesado en las normales a curvas en relación con la investigación de las curvas cáusticas. En el cálculo fluxional de Newton, la cinemática y las ideas matemáticas estaban totalmente integradas. Las curvas fueron generadas por movimiento continuo, haciendo, por ejemplo, las coordenadas x e y en fluidos o cantidades fluidas, las velocidades eran lo que Newton llamaba las fluxiones de estas fluentes. (Hoff Kjeldsen & Lutzen, 2015, pág. 546)

En el párrafo anterior se ve que Newton ha estado ligado a la física, es decir, más naturalista, mientras que de Leibniz en este artículo se menciona lo siguiente:

> La versión de Leibniz del cálculo diferencial estaba menos imbuido de ideas en física. Sin embargo, junto con sus seguidores continentales como los hermanos Bernoulli, desarrolló muchas técnicas nuevas problemas físicos tales como el problema de la braquistocrona, que pregunta por la curva a lo largo de la cual una pesada masa

> puntual se deslizará de un punto a otro en tiempo más corto. (Hoff Kjeldsen & Lutzen, 2015, pág. 546)

Aquí se ve que aunque se considera a Leibniz más logicista no se apartó totalmente de la física y que también realizó trabajos en esta área, los trabajos de Leibniz se pueden considerar más analíticos desde el punto de vista matemático, puesto que da unas primeras ideas para la definición de función.

> La primera introducción de la palabra función apareció en el paradigma geométrico de curvas. En 1673, Leibniz usó esta palabra para denotar una cantidad que varía de punto a punto en una curva, tal como la tangente, la normal o la ordenada. Sin embargo, como el análisis fue gradualmente eliminado más y más de la geometría durante el decimoctavo siglo, el concepto de la función siguió el juego. (Hoff Kjeldsen & Lutzen, 2015, pág. 546)

En la sección 5 llamado **«Concepto de función de Euler»,** se nota también el carácter logicista de Leibniz.

> Aunque el cálculo diferencial de Leibniz se refería a variables y curvas (Bos, 1974), sus algoritmos enérgicos operados en las expresiones analíticas (en su mayoría algebraicas) que describen curvas. Por lo tanto, no es de extrañar que Johann Bernoulli en 1718 sugirió una versión no geométrica del concepto de función: Aquí una función de una cantidad variable denota una cantidad compuesta de manera arbitraria a partir de esta cantidad variable y constantes. (Bernoulli 1718, 241) Esta definición fue reformulada por Euler en su muy influyente libro *Introductio in Analysin Infinitorum* (1748a). (Hoff Kjeldsen & Lutzen, 2015, pág. 547)

DESCRIPCION DEL ARTICULO	
Título del articulo	Loss of dimension in the history of calculus and in student reasoning
Autores	Robert Ely
Año de publicación	2012
Revista	The Mathematics Enthusiast
Lugar de Publicación	Base de batos EBSCO

Este es un artículo en el cual se nombra a Newton 5 veces, mientras que a Leibniz 8 veces. Es de rescatar de este artículo que a pesar de que el cálculo ha tenido diferentes fuentes e ideas para su creación, es decir que hubo diferentes aportes, se acredita su desarrollo y creación independiente tanto a Newton como a Leibniz, puesto que relacionan entre derivadas e integrales, que es la base del Teorema fundamental del cálculo. En uno de sus párrafos a pesar de que se menciona que ellos desarrollaron sus trabajos independientemente, también se hace referencia que la notación de Leibniz es la usada en la actualidad, y esto da a confirmar de cierta manera el carácter logicista que este tenía, puesto que Leibniz se preocupaba por la notación para que esta sea clara y fácil de entender y manejar.

> El método de Newton de fluxiones y fluidos es el método anterior (1665-6), pero no fue ampliamente distribuido hasta que estaba en una forma re-imaginado más adelante en *Principia Mathematica* (1687). El cálculo infinitesimal de Leibniz se desarrolló en la década de 1670 y circuló a principios de la década de 1680, y es su notación que generalmente se usa hoy en día. (Ely, 2012, pág. 12)

En este artículo se confirma que Newton y Leibniz tuvieron diferentes ideas y motivaciones para su creación puesto que dice: “Hay diferencias en las imágenes mentales entre los dos sistemas, pero la imagen de la infinitesimal es central a ambos.” (Ely, 2012, pág. 12)

En cuanto al trabajo de Newton se rescata que fue más naturalista puesto que el teorema fundamental del cálculo es mostrado más dinámicamente, es decir que lo trata a menudo en términos de velocidades, pero manejando la misma idea central.

4.4 Capítulo IV. ASPECTOS DE LA RECEPCIÓN DEL CÁLCULO INFINITESIMAL EN COLOMBIA

Durante la primera mitad del siglo XX se llevó a cabo un proceso de modernización del modelo educativo en la gran mayoría de países latinoamericanos, puesto que en este periodo se intentó incorporar aspectos de la educación materializada de países europeos en el siglo XIX. Así entonces en Colombia se configuraron nuevos modelos en cuanto a la educación, lo cual tuvo una significación importante durante el periodo de 1930-1946, en ese entonces la educación se convirtió en un problema de orden nacional (Herrera, 1993).

En la introducción de (Sánchez C. , 1999), se plantea, que se sienta oficialmente la historia de las matemáticas en Colombia[20], en la primera cátedra de matemáticas en Colombia en el Colegio Mayor de Nuestra Señora del Rosario en Santafé, evento que se realizó en el 13 de Marzo del año 1762 en el que José Celestino Mutis realizó la inauguración que marcó un importante acontecimiento.

Refiriéndose a la edad moderna, periodo comprendido entre los años 1453 hasta 1789, y por lo dicho anteriormente, es decir con el planteamiento oficial de la historia de las matemáticas en Colombia, se puede decir que llegan las matemáticas europeas durante esta etapa en la cual se produjeron avances y cambios en la ciencia que fueron acontecimientos históricos importantes. En esta etapa en Colombia se da una ruptura con los descubrimientos territoriales llevados a cabo victoriosamente por los españoles, siendo este un tema de interés histórico social más que relacionado directamente con la historia de las matemáticas. Teniendo en cuenta que el Renacimiento marca el inicio de la edad moderna y que este periodo abarca aproximadamente del año 1430 al 1600, se podría asegurar que el

[20] Se debe tener en cuenta que en documentos como (Sánchez, 1999), (Sánchez, 2002), menciona que la historia de las matemáticas en Colombia tiene sus inicios con la catedra de colegio mayor, no se debe omitir la existencia de un desarrollo matemático hecho por otras culturas, así que si se quiere hacer un desarrollo histórico mucho más grande es necesario desprenderse de esta frase.

Renacimiento no afectó al territorio Colombiano durante tal época, era parte de la llamada Nueva España; es sabido que el imperio español no permitió que las ideas del Renacimiento llegaran a sus colonias en América. Nueva España[21] entró prácticamente desde la edad media. En Colombia se dio la llegada de pensadores los cuales se dedican a indagar en necesidades de los pueblos que habitaban el territorio colombiano, en el caso de la historia de la matemática se puede decir que estos pensadores que llegaron se remitían directamente a los hechos y fuentes, es decir en buscar instruir y fomentar interés por las ciencias y en las matemáticas, cuyos conocimientos sean en bien y en pro del Estado.

En el camino de la historia de las matemáticas en Colombia, se debe tener en cuenta que son importantes los aportes científicos y matemáticos de José Celestino Mutis (Cádiz 1732 – Santafé de Bogotá 1808), Sacerdote español que se considera uno de los más destacados iniciadores del conocimiento científico en Colombia puesto que se enfocaron en su principal proyecto intelectual el cual consistía en la enseñanza y reclutamiento del talento matemático, puesto al servicio para el desarrollo en la Nueva Granada.

El interés de este apartado se centra en la historia del desarrollo de las matemáticas en Colombia enfocándose principalmente en lo que concierne a la llegada del Cálculo infinitesimal desarrollado por Newton y Leibniz, con el fin de hacer un balance y una búsqueda de dichas ideas en Colombia. Aunque por la llegada de Mutis, el cual se considera importante en el desarrollo de las matemáticas en Colombia y quien es la principal fuente de información para este apartado es posible pensar que tuvo mayor peso o más recepción los trabajos de Newton que Leibniz en el ámbito del Cálculo, pero no podemos afirmar esto con certeza sería interesante llegar conocer de primera mano estos documentos que llegaron a Colombia para analizarlos.

[21] Nueva España fue una entidad territorial que perteneció al Imperio español, establecida en gran parte de América del norte por la Corona durante su dominio en el Nuevo Mundo, entre los siglos XVI y XIX.

4.4.1. La importancia de Mutis en la llegada del Cálculo infinitesimal en la nueva granada.

La expedición Botánica

Expedición patrocinada por el Estado Español que fue protocolizada como una empresa que nace el 30 de Abril de 1738, cuyo evento marco importancia para las ciencias en Colombia y su llegada contribuyó a la formación científica, por esto es importante resaltar este evento en las ciencias y en este caso en las matemáticas. Evento promovido por Mutis como la máxima empresa científica del periodo Colonial, que marcó cambios para el desarrollo de la ciencias en Colombia y por ende al desarrollo de las matemáticas en nuestro país.

La expedición Botánica inició a manera de un instituto científico que tenía principalmente el estudio de los recursos naturales y de cómo aprovecharlos. Teniendo como objetivo la formación de jóvenes para la posterior divulgación del conocimiento en nuestro territorio.

Mutis planteó en España diferentes iniciativas de tipo investigativo, científico y con fines educativos, pero la Expedición Botánica fue una de las más importantes puesto que obtuvo el apoyo decisivo del arzobispo–virrey Antonio Caballero y Góngora, y fructificó en un tercer intento y la que prosperó en su momento por casi tres décadas.

Dentro de lo que fue la Expedición Botánica lograron formarse y adquirir perfección en las ciencias muchos criollos ilustrados tal como Sinforoso Mutis Consuegra (Julio de 1773 - Agosto de 1822) quien fue un botánico y patriota colombiano el cual estudió botánica y ciencias en el Colegio del Rosario de Bogotá, fue miembro de la Expedición Botánica y prócer de la Independencia de Colombia que más tarde fueron líderes del movimiento del 20 de julio de 1810, otros son nombrados a continuación:

Aparte de Sinforoso otros miembros de la nómina de la Expedición fueron juzgados por insurrectos. Francisco Antonio Zea no participó en el movimiento del 20 de julio, pues después de su destierro permaneció en Europa. Otra fue la situación de Sinforoso Mutis, Francisco José de Caldas, José María Carbonell, Jorge Tadeo Lozano y Salvador Rizo. El primero había sido desterrado y luego estuvo prisionero; los otros cuatro, luego de procesados, darían su vida por la patria.

Algunos de los colaboradores de la Expedición resultaron comprometidos con la insurrección iniciada el 20 de julio de 1810. Los promotores de la rebelión hacían parte de una elite minoritaria[22].

La formación de estudiosos involucrados el 20 de Julio de 1810, con esto se evidencia que no solo tenían intereses científicos sino que participaban en lo referente al activismo social y político, esto también se ve reflejado en el artículo *Los discípulos de Mutis y la ilustración en la Nueva Granada* en el cual se menciona lo siguiente: "La vida intelectual de Popayán no mejoró antes del período de las reformas presentadas por José Félix de Restrepo, uno de los muchos discípulos y colaboradores de Mutis, quien preparó intelectuales de la talla de Francisco José de Caldas, Francisco Antonio Zea, José María Cabal, Camilo Torres y otros." (Wilhite, 1980, pág. 2)

Más sin embargo por lo escrito anteriormente no se puede afirmar que Mutis hubiera tenido en mente propósitos revolucionarios.

Podemos decir que el pueblo colombiano ha presentado un interés particular por las ciencias esto se evidencia de cierta forma en el siguiente apartado:

La independencia acabó con la pequeña elite científica de La Nueva Granada: *la forma exhaustiva como los generales españoles aniquilaron a los científicos criollos es*

[22] Tomado de página web:

http:// www.banrepcultural.org/blaavirtual/revistas/credencial/diciembre2009/botanica.htm *asombrosa* [SAFFORD, 1989, p. 146]. Los que sobrevivieron se dedicaron a la política. (Sánchez C. , 1999, pág. 689)

Mutis ha sido importante en todos los ámbitos científicos y por ende en las matemáticas, no solo en la parte formal de estas sino también en la educación matemática, por esto en (Sánchez C. , 1999) menciona que Mutis presenta gran entusiasmo por la enseñanza de las matemáticas:

El entusiasmo mostrado por los criollos por el aprendizaje de las matemáticas, que sorprendió mucho a Mutis, y el prestigio que ella le significaba, fueron suficiente motivo para mantenerse como titular de la catedra hasta su muerte en 1808. (Sánchez C. , 1999).

Esto da pie a pensar que el pueblo Colombiano desde la llegada de los españoles siempre presentó un interés en el aprendizaje de las ciencias y por ende de las matemáticas a pesar de que generales españoles aniquilaron parte de los científicos, sería interesante conocer algunos de estos nombres sin embargo este no es el interés central de esta investigación, lo que si se pretende es que esto cumpla el papel de un antecedente para posteriores investigaciones, pues merecen también un reconocimiento en si para como fue el desarrollo de las matemáticas en nuestro país.

4.4.2. El cálculo infinitesimal en el Colejio Militar

El Colegio militar juega un papel importante en el desarrollo de las matemáticas en Colombia en el año 1848, puesto que este se encargaba de la formación de ingenieros civiles y militares, los cuales eran formados para la creación de diferentes estructuras como puentes, edificios y caminos viales que como bien sabemos necesitan de las matemáticas y en particular al cálculo infinitesimal. Un año después, en 1849 (Sánchez C. , 1999, pág. 690) menciona que una lista de libros reflejan la influencia Europea, sería interesante en una investigación más profunda poder conocer esta lista para poder darnos más información sobre la influencia de las obras de Newton y Leibniz en Colombia.

Por lo ya mencionado en este capítulo se pretende mostrar cómo se dio el desarrollo de las matemáticas en Colombia, principalmente teniendo en cuenta lo que concierne al cálculo infinitesimal y para esta parte iniciamos la búsqueda de datos en la Tesis Doctoral de Gabriela Arbeláez llamada *Proceso de instauración del Análisis Matemático en Colombia: 1850 - 1950.* (Arbeláez G. , 2011).

Es importante resaltar que el primer proyecto para la implementación de la matemática en la educación superior se llevó cabo durante el mandato del General y Presidente Pedro Alcántara y en cuyos planes de estudio se tenía presente el cálculo infinitesimal. Cabe también decir que esta importante iniciativa quedo frustrada por problemas políticos de la época.

Sin embargo los problemas políticos de la época no impidieron que el siguiente presidente, el general Tomas Cipriano de Mosquera llevara cabo la fundación en 1847 del Colegio Militar de ingeniería el cual se caracterizaba por poseer un fuerte curriculum en Matemática[23].

Fue el General Mosquera quien trajo de Francia al Colegio Militar a Aimé Bergeron quien trajo una colección de libros de matemáticas, y demás libros relacionados con las ciencias. Bergeron fue uno de los primeros docentes en impartir la catedra relacionada con el cálculo infinitesimal esto se puede deducir de (Poveda, 2012) puesto que menciona:

> El matemático francés Aimé Bergeron (de quien ya se dio cuenta) dio los cursos más avanzados de su disciplina, como puede inferirse del texto usado: Calculo infinitesimal, escrito por el ingeniero militar francés Lázaro Carnot (1753-1823), hacia 1795, probablemente, en los intervalos entre batalla y batalla de la Francia

[23] En el Libro (Poveda, 2012) en la página 44 se presenta el plan de estudios inicial de la facultad de ciencias físicas y matemáticas del colegio militar en el año de 1843. En este Curriculum también se tiene en cuenta la química y biología, tal vez con el propósito de la formación de ingenieros más integrales.

Revolucionaria contra las monarquías reaccionarias que la rodeaban y que la combatían ferozmente. (Poveda, 2012, págs. 57-58)

Se puede decir que el Colegio Militar marcó una importante llegada formal de lo que se conoce como cálculo infinitesimal inventado y desarrollado por Newton y Leibniz, mas no podemos rastrear con facilidad como fue en si la cátedra, puesto que no se sabe si fue rigorosamente matemática (Se esperaría influenciada por Leibniz considerado más lógico) o fue más enfocado tal vez por la física (Se esperaría influenciada por Newton considerado más naturalista), se puede conjeturar que la mayor influencia pudo ser Newtoniana por su filosofía natural, y por sus aplicaciones a la ingeniería.

4.4.3. Calculo Infinitesimal de Newton y Leibniz en Colombia

En cuanto a los trabajos de Newton y Leibniz se tiene la hipótesis de que Colombia fue influenciada más por la obra de Newton, tal vez por el carácter naturalista[24] que él tenía y como bien se sabe por las aplicaciones que en si tiene el cálculo infinitesimal, por otra parte teniendo en cuenta que Leibniz al ser de carácter logicista[25] se tiende a suponer más complicada inicialmente la entrada de su obra a Colombia. Esto se evidencia en otro documento de (Sánchez & Albis, 2012) llamado *Historia de la enseñanza de las Matemáticas en Colombia. De Mutis al Siglo XXI* que nos da unas ideas de cómo fue inicialmente la catedra de matemática, en la cual Mutis ve la importancia de esta mezclando el método de razonamiento con la práctica misma de las matemáticas. En (Sánchez y Albis, 2012) se da

[24] El término naturalista se usa para denominar las corrientes filosóficas que consideran a la naturaleza como el principio humanitario. Es un sistema filosófico y de creencias que sostiene que no hay nada más que naturaleza, fuerzas y causas del tipo de las estudiadas por las ciencias naturales; estas existen para poder comprender nuestro entorno físico.

[25] Puesto que el trabajo de Leibniz tenía más contribuciones en la lógica y en el uso de símbolos matemáticos.

unas bases de la cátedra de Mutis: *Se basó para su cátedra en los Textos de Benito Bails*[26] *y de Christian Wolff* [27]*, enseño la Teoría Astronómica de Copérnico y los* ***Principia de Newton****, aunque no fue el pionero en introducir estas ideas en la Nueva Granada. (…)* (Sánchez & Albis, 2012, pág. 110) Podemos ver con esto claramente la influencia de la obra de Newton con *Los Principia* y que su obra tuvo más trascendencia en nuestro país.

Christian Wolff (1679-1754) perteneciente a la segunda generación de la ilustración Alemana. Sus teorías llaman la atención del fiscal Moreno y Eloy Valenzuela porque propugna por el avance científico, pero defendiendo la religión cristiana, a lo que se le denomina el pensamiento ecléctico. La filosofía racionalista de Wolff, basada en el método matemático osciló permanentemente entre las ideas de Descartes y las de Leibniz. Ciertamente Wolff es uno de los autores más citados en los planes de estudio de la Nueva Granada, no obstante, es Isaac Newton (1662-1727) quien marca la pauta en el cambio de métodos en estos planes.

Para profundizar más véase en (Arbeláez G. , 2011) como resalta el cálculo infinitesimal desarrollado por Newton y Leibniz como los pioneros en la formalización de éste.

> El cálculo de Newton y Leibniz es heredero de la producción matemática de los primeros sesenta años del siglo XVII. Tanto Newton como Leibniz sistematizaron y enriquecieron un cúmulo de técnicas y métodos interrelacionados, como la geometría analítica de Descartes, el teorema del binomio de Pascal, el método de los indivisibles de Cavalieri, el cálculo de tangentes por parte de Descartes, Fermat y Roberval, el método para calcular máximos y mínimos de Fermat y, sobre todo, la instauración de

[26] Bails, Benito, *Elementos de matemática,* 10 vols., Madrid, Joaquin Ibarra, 1772- 1776 y 1783: *Principios de matemática,* Madrid, Vda De Ibarra, 1776.

[27] Wolff, Christian, *Elementa Matheseos Universae,* Ginebra, 1731.

una primera formalización de los procesos infinitos por parte del matemático inglés John Wallis, quien establece el tránsito de los indivisibles a los infinitesimales. (Arbeláez G. , 2011, pág. 42)

Es importante resaltar que el trabajo de (Arbeláez G. , 2011) presenta la instauración del análisis matemático en Colombia, por tanto el tema es mucho más amplio, puesto que abarca en parte lo que corresponde al análisis infinitesimal, en el cual se tiene en cuenta los trabajos de Newton y Leibniz. Por tanto podría decirse que no se toman en cuenta otros aspectos de la obra de Newton y/o Leibniz, que nos muestren cuales pueden haber sido sus intereses particulares.

Haciendo un barrido de las veces que en (Arbeláez G. , 2011) se nombra a los personajes en cuestión, arroja los siguientes datos: a Newton lo nombra 16 veces, a Leibniz 18 y a los dos en conjunto 9 veces, lo que permite decir que los trabajos de estos dos personajes son equitativos, y no se puede decir que hay mayores apariciones del uno que del otro por ningún motivo.

El capítulo en que se nombra con mayor relevancia a Newton y Leibniz en la tesis (Arbeláez G. , 2011) es el primero llamado **«Aspectos epistemológicos y filosóficos del desarrollo del análisis matemático»**, el cual presenta 6 apartados:

1. La prehistoria del análisis.
2. El método de los indivisibles.
3. La geometría de Descartes.
4. El surgimiento del cálculo infinitesimal.
5. Formulación del concepto de límite: el nacimiento del análisis.
6. La aritmetización del continuo.

Estos apartados, que es donde más se nombra a Newton y a Leibniz, presentan una historiografía del cálculo en una forma tradicional, como se presenta en varios textos que incluyen esta parte de la historia de las matemáticas, indicando su génesis y desarrollo, más no hablando del desarrollo histórico en Colombia. Por esto, no es un capítulo que aporte al objetivo de identificar la relevancia de Newton y Leibniz en Colombia, para esto se debería poder encontrar y así remitirse a las fuentes iniciales con las que se trabajó inicialmente el cálculo en Colombia, para así ver cómo fue la influencia del cálculo, sin embargo, se puede decir hipotéticamente que tuvo más influencia el cálculo newtoniano puesto que en Colombia inicialmente se formaban ingenieros y no matemáticos.

En los capítulos siguientes de (Arbeláez G. , 2011) no se menciona ampliamente los trabajos de Newton y Leibniz, sin embargo debemos aclarar y sobre todo tener en cuenta que ese no es el propósito de su trabajo, pero se puede llegar a percibir o intuir en esta parte que en Colombia inicialmente se tuvo una mayor influencia newtoniana debida a la traducción de Mutis de *los principia de Newton.*

Aunque la obra de Newton hizo grandes aportes físicos, matemáticos a la humanidad y a la historia de la matemática en Colombia, puesto que se puede describir a grandes rasgos así: El Libro I, una parte de la obra ***Philosophiæ naturalis principia mathematica*** de Newton, que contiene el método de las "primeras y últimas razones" y, bajo la forma de notas o escolios, se encuentra como anexo del Libro III la teoría de las fluxiones. Este trabajo a pesar de ser uno de los más importantes históricamente resulta complicado leer en la actualidad dado el lenguaje utilizado en él. Por esto en el cálculo diferencial es la notación de Leibniz la más intuitiva y cual facilita los cálculos, se podría decir que la notación de Newton resultaría más complicada en la actualidad.

En el campo de la mecánica recopiló en su obra los hallazgos de Galileo y enunció sus tres famosas leyes del movimiento. De ellas pudo deducir la fuerza gravitatoria entre la Tierra y la Luna y demostrar que ésta es directamente proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, multiplicando este cociente por una constante llamada constante de gravitación universal. Tuvo además la gran intuición de generalizar esta ley a todos los cuerpos del universo, con lo que esta ecuación se convirtió en la ley de gravitación universal.

Sin embargo más adelante en el capítulo 4 llamado **«Los tratados de análisis producidos en Colombia 1850 - 1950»** de (Arbeláez G. , 2011) se menciona a Leibniz:

> Tal parece que en las ideas anteriores hay un interés por reivindicar algunas de las concepciones de Leibniz sobre el continuo como las que anotábamos en el primer capítulo; pero como allí se dijo, esas ideas, aunque potentes desde el punto de vista filosófico, no le dieron, al matemático alemán, el juego suficiente para hallar un método general en la resolución de los problemas del cálculo diferencial e integral y tuvo que hacer acopio de otras herramientas teóricas mucho más potentes como por ejemplo el triángulo de Pascal. Sin embargo estas ideas formaban parte del proyecto global de la característica universal, como bien lo afirma Fernando Zalamea en un artículo sobre el cálculo infinitesimal de Leibniz: ―El Principio de Continuidad asegura que las regularidades de lo discreto deben reflejarse en regularidades similares en el dominio de lo continuo. (Arbeláez G. , 2011, pág. 212)

No se puede decir con certeza cuál fue la influencia de Leibniz en Colombia de lo anterior mencionado, más si puede intuirse que la llegada de los trabajos de Leibniz fue por la facilidad que presenta la notación propuesta por el.

Es importante describir que el trabajo de Gabriela Arbeláez realiza un rastreo para el caso de Colombia de escritos sobre la transformación del análisis matemático que circularon en algunas instituciones de nivel superior durante los años 1850 a 1950. Los textos[28] que muestra son los siguientes:

[28] Estos textos circularon en el país para formación propia de Ingenieros – matemáticos Colombianos

- Cours d'analyse de l'École polytechnique de Charles Sturm. (1909)
- Éléments de calcul infinitesimal de Jean- Marie Duhamel. (1860)
- Cours d'analyse proffessé à l'École polytechnique de Georg Humbert. (1903)
- Tratado elemental sobre el cálculo diferencial e integral de. Edward Bowser. (1913)
- Curso superior de álgebra y análisis de Gages. (1935)
- Introducción a la matemática superior. Rey Pastor. (1916)
- Matemática para ingenieros. Francisco Vera. (1951)
- Cours d'analyse de Camile Jordan. (1909)
- Éléments de calcul différentiel et integral de William. Granville. (1948)

Los títulos de estos textos pueden decir que el cálculo infinitesimal marcó una parte importante para el desarrollo de las matemáticas en Colombia, es difícil poder decir cómo fue la influencia de las obras de Newton y Leibniz en Colombia puesto que como bien se conoce el enfoque de Leibniz fue más logicista y el de Newton más naturalista, y en esa época Colombia estaba más preocupada en este ámbito en cuanto a la formación de ingenieros que de matemáticos por tanto buscaban más aplicaciones que formalismos.

Las referencias que aparecen de estos en la tesis (Arbeláez G. , 2011), hacen mención al nacimiento del cálculo, más no de la recepción de estos en Colombia. Sin embargo, se puede encontrar más del impacto de Newton que de Leibniz, debido, por ejemplo, a que Mutis trabajó cursos en los cuales enseño la teoría copernicana y *Los Principia* de Newton, como se nombra en (Sánchez C. , 1999) y por esto se puede creer que inicialmente hay más influencia de Newton por la misma llegada de sus trabajos.

Otro motivo para mayor recepción de Newton que de Leibniz radica en la forma predominante de contemplar las matemáticas en los círculos académicos, es decir, al servicio de las aplicaciones como la ingeniería, más cercano a la concepción naturalista de Newton que a la concepción logicista de Leibniz. Esto se puede evidenciar de manera más clara en lo que menciona en el artículo (Arbeláez & Recalde, 2012). En el siguiente apartado:

> En Colombia, de otro lado, la situación hasta mediados del siglo XX, era totalmente distinta. La asignatura de más alto nivel que aparecía en los pensum de ingeniería era el cálculo diferencial e integral, en el imaginario social las matemáticas tenían un valor ligado a su carácter utilitario y las revistas especializadas obviamente no existían. En este incipiente medio académico se desarrolla una actividad matemática ligada a la formación de ingenieros civiles, pero que genera una élite de profesionales cuyos intereses fundamentales están centrados en la disciplina matemática; estos ingenieros ven la necesidad de formarse en esta ciencia y optan en tal caso por imbuirse de las matemáticas que se producen en los centros matemáticos mundiales. (Arbeláez & Recalde, 2012, pág. 388).

Una hipótesis por verificar, es que con la profesionalización de las matemáticas en Colombia, la cual consiste en la presentación y divulgación de los distintos avances investigativos, así como actividades profesionales en matemáticas que se ha desarrollado en Colombia, con el fin de alcanzar niveles más avanzados de profesionalismo, con una perspectiva que pase fronteras. A partir de 1950, se debe tener más recepción de las ideas de Leibniz, sin embargo ese periodo no concierne al propósito de este apartado.

Para conocer cómo fue el desarrollo del cálculo infinitesimal en Colombia se tuvo también como una de las fuentes principales el libro (Poveda, 2012), el cual nos muestra la historia de las matemáticas en Colombia a nivel formal, se puede decir esto del índice del libro presentado así:

- Ingenieros y matemáticos en el desarrollo del país.
- Introducción
- La colonización y la colonia.

- La republica primera.
- La segunda mitad del siglo XIX.
- Comienzo del siglo XX.
- Finales del siglo XX.
- Epilogo.
- Anexo I: Discurso preliminar leído por el ciudadano coronel Francisco José de Caldas, el primer día del curso militar del cuerpo de ingenieros de la Republica de Antioquia.
- Anexo II: Contenido del libro de Lacroix.
- Anexo III: Análisis del libro de física de Adolphe Ganot editado en 1781.
- Anexo IV: Unesco: clasificación general de las ciencias ("Catalogo Unesco de las Ciencias") Capitulo matemáticas 1990.
- Bibliografía.

En este libro se resume la historia de las matemáticas en Colombia de manera holística[29], pero se debe considerar que antes de esto las comunidades indígenas que habitaban en Colombia debían tener de alguna manera la necesidad y aplicación de las matemáticas, pero es muy difícil realizar este tipo de búsqueda y análisis, además tengamos en cuenta que en este documento se quiere presentar el desarrollo del cálculo infinitesimal en Colombia.

El libro (Poveda, 2012) no da indicios de las primeras cátedras que se ofrecieron en Colombia relacionadas con el cálculo infinitesimal, y también da a conocer algunos textos y algunos nombres de libros para la enseñanza del cálculo.

[29] Considerando algo como un todo, podríamos decir que en (Poveda, 2012) considera la historia de las matemáticas en Colombia ya desde un contexto formalista.

> Desde 1848 hasta 1850 Bergeron dio a la primera promoción de estudiantes las clases de geometría y matemática preparatoria, mientras don Lino de Pombo daba aritmética y álgebra. Y en 1851, el primero entró a dar el curso de cálculo infinitesimal (como se decía entonces).
>
> No se sabe si en alguna ocasión anterior se había dictado un curso sobre la materia. Se sabe que, entre 1815 y 1832, un cierto señor José María Vallejo, había escrito un *cálculo infinitesimal* en tres tomos. (…)
>
> Lo que sí es casi seguro es que Bergeron había llevado consigo algunos textos que ya eran clásicos de las matemáticas en su tiempo como el *Calcul infinitesimal* del general e ingeniero Lázaro Carnot, el *Resumé des leçons de Calcul Infinitesimal* de Cauchy, o los libros de *Mathématiques* y de *Calcul Differentiel* de Lacroix (ya presentado). También es casi seguro que el profesor francés tomaría estos textos como base para su curso. (Poveda, 2012, pág. 69)

Como se puede ver, Bergeron ha sido parte importante en los inicios del desarrollo de la cátedra del cálculo infinitesimal en Colombia, pero no se puede afirmar o descartar que estos textos sobre cálculo infinitesimal estén más enfocados sea a la obra de Newton o a la de Leibniz.

Alguien importante que también aparece es el estudiante Sixto Barriga quien se forma como ingeniero civil, por la formación de este se tiende pensar que el cálculo que tenía prioridad era el desarrollado por Newton, puesto que este fue desarrollado bajo la filosofía natural que el promovía, es decir más aplicativo, pero no podemos descartar que la obra de Leibniz no era tenida en cuenta, tal vez la notación desarrollada en ese entonces era la de Leibniz, pero no se puede afirmar ni descartar esta idea, ello requeriría una búsqueda de fuentes primarias, quizás los programas de estas asignaturas en las instituciones apropiadas.

(Poveda, 2012) menciona que en la búsqueda sobre el cálculo infinitesimal Albis y Sánchez recogen el contenido de las notas[30] del estudiante Sixto Barriga. Además el libro (Poveda, 2012) no tiene índice de nombres y por ello resulta complicado el peso de las obras de Newton y Leibniz en su obra.

Un evento importante en Colombia que se menciona en (Sánchez Botero, 2002) en la década de 1940, que tiene en cuenta la obra de Newton y Leibniz es un curso, llamado "***La dualidad de los valores humanos en el campo de la matemática***, *en el Teatro Colón. Se trató de un ciclo de 10 conferencias sobre notables personajes de la historia de las matemáticas"* (Sánchez Botero, 2002, pág. 251) y una de estas conferencias fue: Luchas políticas en la matemática (Newton y Leibniz).

[30] En el libro (Poveda, 2012) se presenta el contenido de las notas del estudiante Barriga con su ortografía original

5. CONCLUSIONES

5.1 Resultados de la investigación

5.1.1 Conclusión Capítulo I

El cálculo infinitesimal ha tenido un desarrollo histórico desde la antigüedad y se ha dado por la aparición de diferentes tipos de problemas de origen físico y astronómico. Por tanto no se puede decir que fue desarrollado desde sus inicios por Newton y Leibniz, pero si se puede decir que este tipo de problemas sirvieron de inspiración para el desarrollo de sus trabajos.

En la antigüedad existieron muchos problemas que, con la aparición del cálculo se resolvieron con mayor facilidad, como lo son los problemas de máximos y mínimos, el cálculo de tangentes, el cálculo de áreas entre otros, así como también en física que se facilita encontrar velocidades y aceleraciones.

5.1.2 Conclusiones Capítulo II

Newton empezó a sentar sus bases del cálculo infinitesimal en su obra *De analysi per aequationes numero terminorum infinitas* en 1669. Sin embargo, Newton era reacio a publicar sus resultados, ya que sentía una especie de miedo a los comentarios que pudieran hacer los colegas de su época sobre su obra. Esto ocurrió con todas las obras de Newton. Sin embargo, fue en 1671 cuando publicó *De methodis serierum et fluxionum* el cual no salió a la luz hasta 1736, en esta obra Newton desarrolló más lo conceptos establecidos en *De analysi* e introdujo el concepto de fluente y el concepto de fluxión de la fluente. Es aquí donde aparece el concepto de derivada que hace que se considere a Newton como uno de los padres del cálculo. Sin embargo las fluxiones de fluentes de Newton, no son las derivadas que se usan hoy en día, pero lo que actualmente se utiliza es una versión desarrollada por Leibniz.

Leibniz buscaba un lenguaje universal *Characteristica Universalis*, que según él tenía que ser simbólico y preciso, y que unido a un sistema deductivo permitiera hacer los razonamientos matemáticos más tangibles. Leibniz también trabajó en el campo del cálculo infinitesimal, independientemente de Newton, y asimismo trabajó en el desarrollo de una notación más simple y útil para realizar los cálculos.

Hoy en día no es problema interesante la cuestión de la prioridad del descubrimiento del cálculo, hay consenso en que Newton y Leibniz lo descubrieron independientemente, bajo circunstancias diferentes que permitieron que llegaran a las mismas conclusiones.

5.1.3 Conclusiones Capítulo III

En cuanto a las notaciones empleadas por Newton y Leibniz, eran distintas, las de Newton eran $\dot{x}$ y $\ddot{x}$ siendo la primera la representación de la velocidad y la otra la aceleración. Newton asoció su trabajo del cálculo infinitesimal con la mecánica clásica, por lo que se ve su carácter naturalista, se interesó más por ver el cálculo desde la aplicación misma. La notación de Newton en términos de la notación desarrollada por Leibniz y que se utiliza en la actualidad es equivalente a $\frac{dx}{dt}$ y $\frac{d^2x}{dt^2}$. Al ver la notación de Newton en términos actuales se ve que tomaba funciones cuya dependencia era temporal, esto porque sus motivaciones eran más encaminadas desde la física.

En lo que se refiere a Leibniz, se encontró que a pesar de tener un pensamiento más logicista que Newton, también realizó trabajos con la física, pero en lo que se refiere al cálculo infinitesimal se evidencia más su carácter logicista, puesto que se preocupó por la notación utilizada para el desarrollo del cálculo. La notación de Leibniz es más eficiente que la de Newton tanto para derivadas como para integrales. En la notación $\frac{dy}{dx}$ y $\int dx$, se muestra una dependencia funcional, no es únicamente del tiempo como sucede con Newton sino más general.

En la mayoría de temas para Newton se identifica más el enfoque naturalista y este se pone de manifiesto también para su descubrimiento y desarrollo del cálculo infinitesimal, mientras que Leibniz, se percibe más cercano al enfoque logicista sin embargo no se aleja completamente del naturalista y Newton inclinado por un carácter propiamente más naturalista. Leibniz también tenía pensamiento naturalista, pero eso no se ve reflejado en el origen del cálculo, sin embargo en su biografía científica más general, relativo a su todo su trabajo intelectual si se observa cierto tipo de motivaciones de carácter naturalista.

En algunos textos, tomando como ejemplo (Gamow, 1987) se nota que toma a Leibniz más matemático, es decir con un carácter logicista, y a Newton naturalista; se debe tener también en cuenta que en algunos textos y/o artículos no tenían índice de nombres así que esto no permite hacer una comparativa como otros textos. En otro texto como (Snyder, 1973) en gran parte del libro se habla más de los aportes de Newton a la física que de sus aportes al cálculo. De acuerdo a ese libro, y otros como (Sepúlveda Soto, 1995), (Udias Vallina, 2004), (Moltó Gil, 2003) se concluye que Newton es más conocido por sus aportes y trabajos en física. De hecho, se puede decir que Leibniz es poco importante para los autores de textos relacionados con historia de la física.

En la búsqueda de material bibliográfico, tanto libros como artículos, fue complicado encontrar información sobre el desarrollo del cálculo en textos relacionados con la historia de la física. En algunos solo mencionaban que el cálculo infinitesimal fue creado y desarrollado por Newton y Leibniz. Es así, que en los textos estudiados pertenecientes a la historia de la física se menciona más a Newton que a Leibniz, esto se refleja en el índice de nombres. Mientras que en los libros pertenecientes a la historia de la matemática se nombran de una manera más equitativa.

Según los enfoques mostrados en los textos relacionados con la historia de las matemáticas y la historia de la física, se puede deducir la importancia que cada uno tuvo para las matemáticas como para la física respectivamente. Es atrevido pero necesario decir que Newton es bastante más importante para los autores de historia de la física y para los historiadores autores de historia de las matemáticas Leibniz es levemente más relevante que Newton, con esto no se pretende desmeritar su trabajo ni tampoco entrar en polémicas. Es tanto así que el desarrollo del cálculo creado por Newton y Leibniz, proporcionó las herramientas matemáticas para el desarrollo de la física, que como ciencia es capaz de realizar predicciones. De hecho esta conclusión responde al registro de bibliografía buscada, en la búsqueda de material bibliográfico se encontró que en cuanto a las bases de datos la única que aportó a esta investigación fue la base de datos Ebsco y únicamente se encontraron artículos. En cuanto a la búsqueda de libros en bibliotecas se concluye que hay mucho menos libros de Historia de la física que de historia de las matemáticas.

Esta investigación arrojo una conclusión adicional en cuanto a la metodología utilizada puesto que inicialmente se tuvo en cuenta libros de Historia de la física e Historia de la matemática, en la cual se hizo análisis de los textos para poder sacar la relevancia, la influencia y la comparativa. Para la matemática parece que tienen igual peso, no se sacan diferencia uno del otro. Para la física se nota el peso de Newton mayor que Leibniz, pero en la búsqueda realizada aparecieron filósofos de las ciencias y en ese campo de investigación y este tipo de autores, se parece plantear que Leibniz tiene un mayor peso que Newton.

5.1.4 Comentarios y conclusión Capítulo IV

Es importante señalar que la profesionalización de las matemáticas en Colombia tuvo su comienzo en 1950, tiempo en el cual también se modernizó el modelo educativo en Latinoamérica, en lo concerniente a Colombia es pionera la catedra de matemáticas en el Colegio Mayor de Nuestra Señora del Rosario en Santafé, este hecho trajo gran nivel de progreso para las ciencias y el surgimiento de nuevos pensadores preocupados por solventar las necesidades educativas de la época en este territorio, lo que despertó un gran interés por las ciencias, en especial por las matemáticas, resaltándose los aportes de José Celestino Mutis un iniciador del conocimiento científico en la Nueva Granada, quien también dirigió la llamada Expedición Botánica, proceso de gran trascendencia para las ciencias en Colombia considerada la mayor empresa científica del periodo colonial que marcó un gran cambio que favoreció el desarrollo de las matemáticas en nuestra nación, dicha expedición persiguió muchos fines tales como el estudio de los recursos naturales y el adecuado uso de los mismos, pero también se enfocó en la formación de jóvenes encargados de divulgar el conocimiento en Colombia. Mutis ha sido un personaje muy importante no solamente en el ámbito científico sino también en las matemáticas esto lo llevó a mantenerse como titular de la catedra hasta su muerte. Cabe mencionar que existió el Colejio militar, el cual se dedicaba a la formación de ingenieros civiles y militares que obviamente requerían de las matemáticas en su oficio y fundamentalmente del cálculo infinitesimal, Aimé Bergueron fue uno de los primeros docentes en impartir la catedra relacionada con el cálculo infinitesimal por lo que nuevamente a manera de conjetura se puede decir que pudo haber sido mayor la influencia de Newton por su carácter naturalista y su aplicabilidad a la ingeniería.

Finalmente se puede afirmar que Colombia recibió grandes influencias de Newton más que de Leibniz y especialmente por obra su *Los Principia* y el carácter naturalista propio de este y generalmente por las aplicaciones que en si se le dio al cálculo desde épocas atrás en el territorio colombiano, resulta más complicado pensar que tuvo mayor acogida la obra de Leibniz puesto que este se caracterizó por ser de carácter logicista.

6. BIBLIOGRAFÍA

Albis, V., & Sánchez, C. (Marzo de 1999). Descripción del curso de cálculo diferencial de Aimé Bergeron en el Colejio Militar. *Revista Academia Colombiana de Ciencias, Vol. XXIII*, 73-79.

Anacona, M. (2003). La historia de las matemáticas en la educación matemática. *Revista EMA* , 30-46.

Arbeláez, G. (2011). Proceso de instauración del análisis matemático en Colombia: 1850-1950. Cali, Colombia: Tesis de doctorado en Educación Matemática. Universidad del Valle.

Arbeláez, G., & Recalde, L. (Septiembre - Diciembre de 2012). El desarrollo del análisis matemático en Colombia (1850-1950). *Revista Quipu, Vol 14*, 363 - 394.

Babini, J. (1972). *El Calculo infinitesimal. Newton - Leibniz.* Argentina: Editorial Universitaria de Buenos Aires.

Biografiasyvidas.com. (2017). Biografía de Gottfried Wilhelm Leibniz. [online] Sitio web: http://www.biografiasyvidas.com/biografia/l/leibniz.htm [Ultima entrada 13 Ene 2017].

Biografiasyvidas.com. (2017). *Biografía de Isaac Newton*. [online] Available at: http://www.biografiasyvidas.com/biografia/n/newton.htm [Ultima entrada 13 Ene 2017].

Biografiasyvidas.com. (2004-2017). *Isaac Newton. Biografía.* [online] Sitio web: http://www.biografiasyvidas.com/monografia/newton/ [Ultima entrada 19 Mar 2017].

Biografiasyvidas.com. (2004-2017). *Biografía de Gottfried Wilhelm Leibniz.* [online] Sitio web: http://www.biografiasyvidas.com/biografia/l/leibniz.htm [Ultima entrada 27 Ene

2017].Buscabiografias.com. (2017). *Biografía de Gottfried Leibniz - quién es, obras, información, resumen, vida, tarea, historia.* [online] Sitio web: http://www.buscabiografias.com/biografia/verDetalle/1179/Gottfried%20Leibniz [Ultima entrada 11 Sep. 2017].

Buscabiografias.com. (2017). *Biografía de Isaac Newton - quién es, obras, información, resumen, vida, tarea, historia.* [online] Sitio web: http://www.buscabiografias.com/biografia/verDetalle/2182/Isaac%20Newton [Ultima entrada 21 Feb 2017].

Boyer, C. (1949). *The History of the calculus and Its conceptual development* . United States: Dover Publications Inc,.

Díaz, S. (diciembre 2009). *La Real Expedición Botánica*. septiembre 6, 2016, de Revista Credencial [online] Sitio web: http://www.banrepcultural.org/blaavirtual/revistas/credencial/diciembre2009/botanica.htm [Ultima entrada 6 Sep. 2016]

Doorman, M., & Maanen, J. (2008). A Historical perspective on teaching and learnig calculus. *Australian Senior Mathematics Journal, 22*, 4-14. Recuperado el 14 de Junio de 2017

Durán Antonio & Perez Javier. (2003). *Analisis de cantidades mediante series, fluxiones y diferencias con una enumeracion de las lineas de tercer orden.* España: Real Sociedad Matematica Española.

Durán, A. J. (1996). *Historia con personajes de los conceptos del calculo.* Madrid: Alianza Editorial.

Edwards, C. (1937). *The Historical Development of the Calculus.* United States: Springer - Verlag.

Ely, R. (2012). Loss of dimension in the history of calculus and in student reasoning. *The Mathematics Enthusiast, Vol 9*, 303-326. Recuperado el 14 de Junio de 2017

Gamow, G. (1987). *Biografia de la física.* Barcelona: Salvat Editores S.A.

Gonzales Gilmas, O. (2004). El calculo infinitesimal Leibniciano: una sintesis de las perspectivas de Brunschvicg e Ishiguro. *Signos filosoficos, Vol 6*, 97-120. Recuperado el 14 de Junio de 2017

Grattan & Guinness. (1980). *Del Cálculo a la Teoría de conjuntos 1630-1910.* Madrid: Alianza Editorial S.A.

Guicciardini, N. (2009). Método versus cálculo en las criticas de Newton a Descartes y Leibniz. *Estudios filosoficos*(39), 9-38.

Herrera, M. (1993). Historia de la educación en Colombia. La República Liberal y la modernización de la educación: 1930-1946. *Revista colombiana de educación, Vol 22*, 97-124.

Hoff Kjeldsen, T., & Lutzen, J. (2015). Interactions betwen mathematics and physics: The history of the concept of function- Teaching with and about nature of Mathematics. *Springer Science + Business Media Dordrecht, Vol 24*, 543-559. Recuperado el 14 de Junio de 2017

Kleiner, I. (2002). History of the infinitely small and infinitely large in calculus. *Kluwer Academic Publishers, Vol 48*, 137-174. Recuperado el 14 de Junio de 2017

Luis, M. (2017). *Sir Isaac Newton* - Monografias.com. [online] Monografias.com. Sitio web: http://www.monografias.com/trabajos93/sir-isaac-newton/sir-isaac-newton.shtml#ixzz4YCpHj8P4 [Ultima entrada 10 Ene 2017].

Martinez de la Rosa, F. (2009). La recta tangente: Notas historicas y actividades para el aula. *Suma+, Vol 61*, 7-15.

Moltó Gil, E. (2003). *Temas de Historia de la Física.* Playa, Ciudad de la Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.

Muñoz L. & Roman R. (1999). *Origen y desarrollo historico del calculo infinitesimal.* Barcelona, España: Ed. Departamento de Matematica.

Poveda, G. (2012). *Historia de las matemáticas en Colombia. Poveda, Gabriel. (2012).* (Uanula, Ed.) MedellÍn, Colombia: Editorial: U. Autónoma Latinoamericana.

Recalde, L. (2015). *Lecturas de historia de las matematicas.* Colombia: Editorial Univalle.

Reichen, C.-A. (1965). *Historia de la Fisica.* Madrid: Editorial Continente S.A.

Ribnikov, K. (1978). *Historia de las matematicas.* Moscú: Editorial Mir.

Ruiz Ángel & Barrantes Hugo. (1996). *Elementos de Cálculo Diferencial: Historia y Ejercicios resueltos.* San Jose. Costa Rica: Universidad de Puerto Rico.

Sánchez Botero, C. (2002). Cien años de la matemática en Colombia: 1848-1948. *Acad. Colomb. Cienc., Vol 26*(99), 239-360.

Sánchez, C. (4 de Mayo de 1999). Matematicas en colombia en el siglo XIX. *Revista Llull, Vol 22*, 687-705.

Sánchez, C., & Albis, V. (Abril de 2012). Historia de la enseñanza de las matemáticas en Colombia. De Mutis al siglo XXI. *Revista Quipu, Vol 14,* 109-157.

Sepúlveda Soto, A. (1995). *Historia de la fisica. Desde los Griegos hasta nuestros dias.* Medellin: Fondo Editorial Cooperativo.

Snyder, E. E. (1973). *Historia de las Ciencias Fisicas.* Barcelona: Labor S.A.

Sweeney, D. (2014). Chunk and permeate: The infinitesimals of Isaac Newton. *History and philosophy of logic, 35,* 1-23. Recuperado el 14 de Junio de 2017

Udias Vallina, A. (2004). *Historia de la física. De Arquimedes a Einstein.* Madrid, España: Editorial Sintesis S.A.

Vargas, C. (2009). El papel del principio de continuidad de Leibniz en el desarrollo del calculo. *Revista Filosofia Universal, XLVII,* 113-118. Recuperado el 14 de Junio de 2017

Vargas, C. (2009). El papel del principio de continuidad de Leibniz en el desarrollo del Cálculo infinitesimal. *Rev. Filosofia Univ. Costa Rica, XLVII*, 113-118. Recuperado el 14 de Junio de 2017

Wilhite, J. (2 de Octubre de 1980). Los discipulos de mutis y la ilustracion en la nueva granada: la educación, la historia y la literatura. . *The Americas, Vol. XXXVII*(No. 2).

Zalamea, F. (2009). Filosofia sintética de la matemáticas contemporáneas. *Ideas y Valores, Vol 59*, 231.