

Aspectos históricos de la internacionalización de la  
matemática polaca: 1918-1939

Angie Marisol Cerón Pantoja

Universidad de Nariño

Facultad de ciencias exactas y naturales

Departamento de Matemáticas y Estadística

San Juan de Pasto

2017

Aspectos históricos de la internacionalización de la  
matemática polaca: 1918-1939

Angie Marisol Cerón Pantoja

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar el título de  
Licenciada en Matemáticas

Andrés Chaves Beltrán

Director

Doctor

Universidad de Nariño

Facultad de ciencias exactas y naturales

Departamento de Matemáticas y Estadística

San Juan de Pasto

2017

## **NOTA DE RESPONSABILIDAD**

Las ideas y conclusiones aportadas en este Trabajo de Grado son responsabilidad exclusiva del autor.

Artículo 1 del Acuerdo No. 324 de octubre 11 de 1966, emanado del honorable Consejo Directivo de la Universidad de Nariño.

“La Universidad de Nariño no se hace responsable de las opiniones o resultados obtenidos en el presente trabajo y para su publicación priman las normas sobre el derecho de autor”.

Artículo 13. Acuerdo No. 005 de 2010 emanado del Honorable Consejo Académico.

**Nota de aceptación**

---

---

Nota de responsabilidad

---

---

ANDRÉS CHAVES BELTRÁN

---

Director.

LUIS CORNELIO RECALDE CAICEDO



---

Jurado 1.

VICENTE ERDULFO ORTEGA PATIÑO

---

Jurado 2.

San Juan de Pasto, mayo 25 de 2017

**Agradezco a:**

A mis padres, por el apoyo incondicional en todos los aspectos.

Al profesor Andrés Chaves, por dirigir esta tesis y por motivarme a seguir con mis estudios.

A Eduar, por cada acto de apoyo.

A todas las personas que de una u otra forma contribuyeron al desarrollo de esta tesis, puesto que es muy difícil mencionarlas a todas.

**Dedicatoria:**

Esta tesis que se robó todo mi gusto e interés, se la quiero dedicar a la persona que hubiese sido la primera en felicitarme por haber obtenido este logro tan importante para mi vida académica, se la dedico a él, a la persona que nunca hizo distinción entre sus hijos y sus nietos, la persona que fue el mejor ejemplo a seguir en todos los sentidos. Espero te sientas orgulloso abuelo por la etapa que estoy terminando y por la que estoy dispuesta a emprender muy pronto, te amo y gracias por todo.

Me hará mucha falta tu felicitación, pero donde quiera que estés, me acompañarás de todo corazón...

## Resumen

En este trabajo se abordan algunos aspectos históricos de la matemática polaca, enfatizando en los resultados de Waclaw Sierpiński, sobre teoría de conjuntos, publicados en la revista *Fundamenta Mathematicae*, *FM*, durante el periodo Entreguerras: 1918-1939. Se ha seleccionado la revista *FM* debido a que la especialidad de sus temas era la teoría de conjuntos y ramas cercanas, teniendo a uno de sus mayores exponentes, al matemático polaco Sierpiński.

Por otro lado, se analizan las necesidades de las matemáticas en Polonia en 1918 y se compara con las necesidades de las matemáticas en Colombia en dos momentos, siglo XIX y la década de los años ochenta.

## Abstract

This paper deals with some historical aspects of Polish mathematics, emphasizing the results of Waław Sierpiński, on set theory, published in the journal *Fundamenta Mathematicae*, *FM*, during the interwar period: 1918-1939. The *FM* magazine has been selected because the specialty of its subjects was the theory of sets and branches nearby, having one of its greatest exponents, the Polish mathematician Sierpiński.

On the other hand, we analyze the needs of mathematics in Poland in 1918 and comparing with the needs of mathematics in Colombia in two moments, nineteenth century and the decade of the eighties.



## Contenido

1.	Introducción.....	8
2.	Las matemáticas en Polonia.....	12
2.1	Estado de las matemáticas en Polonia antes de la Primera Guerra Mundial.....	12
2.2	El espíritu del nacionalismo.....	19
2.3	Escuela Matemática de Varsovia.....	20
2.3.1	Origen de la escuela.....	21
2.3.2	<i>Fundamenta Mathematicae</i> .....	30
2.4	Escuela de Leópolis.....	38
2.4.1	Cuaderno escocés.....	40
2.5	Otros centros matemáticos en Polonia.....	44
2.6	La Sociedad Polaca de Matemáticas.....	46
3.	Wacław Sierpiński y su obra matemática en Teoría de Conjuntos en <i>Fundamenta Mathematicae</i> .....	53
3.1	Biografía de Sierpiński.....	53
3.2	La teoría de conjuntos en Sierpiński.....	59
3.2.1	Teoría general de conjuntos.....	60
3.2.2	Conjuntos analíticos y proyectivos.....	63
3.2.3	Medida.....	64
3.2.4	Topología General.....	66
3.2.5	Funciones de variable real.....	68
3.3	Clasificación de los artículos de Sierpiński en <i>FM</i> .....	69
4.	Historia de las matemáticas en Colombia: Enfoque sobre las necesidades de la misma... 74	
4.1	Necesidades de las Matemáticas en Polonia.....	75
4.2	Necesidades de las Matemáticas en Colombia.....	79
4.2.1	Necesidades de las matemáticas en Colombia en el siglo XIX.....	80
4.2.2	Necesidades de las matemáticas en Colombia (años 1984).....	83
5.	Conclusiones y comentarios.....	86

## 1. Introducción

Este trabajo abarca el estudio de la historia de la matemática polaca del periodo Entreguerras (1920-1939), abordando la conformación y la internacionalización de la comunidad polaca de matemáticos, enfatizando en la creación e importancia de la revista *Fundamenta Mathematicae*, como la primera revista especializada en una de las ramas de las matemáticas, la teoría de conjuntos y en la caracterización de la obra del matemático polaco Waclaw Sierpiński, un matemático prolífico de la época y uno de los fundadores de esta revista.

Muchos matemáticos polacos antes de la Primera Guerra Mundial tenían el talento y buenas condiciones para merecer el reconocimiento internacional, sin embargo, una observación que hace Sierpiński, en 1911, es que trabajaban individualmente y en áreas diversas, lo cual no era lo más conveniente en ese momento (Chaves, 2014, págs. 96-97). Sierpiński tiene la idea de que para lograr conformar una comunidad es necesario centrar esfuerzos en un área común, y algunos años más tarde y con la participación de los también matemáticos polacos Stefan Mazurkiewicz y Zygmunt Janiszewski, se decidió que el área de especialización, para impulsar la conformación de una comunidad matemática en Polonia, fuera la teoría de conjuntos, debido a que esta línea estaba en formación, lo cual fue una apuesta arriesgada, pero consistente con la situación de reconocimiento de la matemática polaca de la época, en razón de que esta rama de las matemáticas estaba a la espera de una comunidad que la acogiera como centro de interés (Chaves, 2014, pág. 98).

La teoría de conjuntos ha tenido un papel fundamental en las matemáticas contemporáneas, más aun en el análisis matemático y ramas cercanas, puesto que el fundamento del análisis es el estudio de la estructuración de la línea recta, lo que se puede asociar con la noción de función, un

concepto indispensable en todas las ramas de la matemática. (De La Pava, 2010, pág. 65), plantea la importancia de la teoría de conjuntos de la siguiente forma:

De hecho, la relación entre la teoría de funciones, que alcanzó también su independencia del análisis, y la teoría de conjuntos ha llegado a ser tan estrecha que hoy en día difícilmente la primera puede dar un paso sin apoyarse en la segunda. La mayoría de textos modernos sobre teoría de funciones inician su presentación con uno o varios capítulos dedicados a la teoría de conjuntos.

Más aún, los libros de texto de análisis, topología o álgebra, también tienen en sus preliminares o en el apéndice un capítulo dedicado a la teoría de conjuntos. En particular, el concepto de biyección, como instrumento para medir el tamaño de los conjuntos, ha sido trascendental en casi todas las áreas de las matemáticas. Dentro de los conceptos más extraordinarios que se han producido en la teoría de funciones, a través de métodos conjuntistas, están el de integral de Lebesgue y el concepto de medida. La presentación axiomática de la integral de Lebesgue se debe a los desarrollos de Cantor.

La estrategia de lograr reconocimiento a través de una especialización de una de las ramas de las matemáticas, fue un éxito en Polonia, es por esto que nació la revista *Fundamenta Mathematicae* liderada en los primeros años por los matemáticos polacos Sierpiński, Mazurkiewicz y Janiszewski, quienes además de empezar a publicar sus artículos en teoría de conjuntos y ramas afines lo hicieron en idiomas internacionales (francés, italiano, alemán e inglés) (Janiszewski, 1918, pág. 6), (Kuzawa, 1968, págs. 54-60), (Chaves, 2014, pág. 268). El publicar en idiomas internacionales, hizo que el estudio de la historia de la matemática polaca fuera de mayor acceso,

puesto que la mayoría de la obra de Sierpiński se encuentra publicada en francés y en (Hartman et al., 1974) se traduce gran parte de los artículos que fueron publicados originalmente en polaco.

Por otro lado, es importante abordar los trabajos en teoría de conjuntos de Sierpiński por aspectos como los siguientes: Sierpiński fue un impulsor e introductor de la teoría de conjuntos en Polonia, de hecho para (Hartman et al., 1974) el curso que dictó Sierpiński sobre esta rama de las matemáticas en la Universidad de Leópolis en 1909, es quizás el primero que se dictó en esta materia. Desde esa época Sierpiński mostraba un interés en esta línea, es así que en 1918 cuando vuelve a Varsovia, después de estar en Rusia por cuestiones socio-políticas, se re encuentra con Mazurkiewicz y Janiszewski y crean *FM*. Al finalizar la década de 1920 la Escuela de Matemáticas de Varsovia estaba a la vanguardia de la matemática mundial y por el impecable trabajo, Sierpiński es el principal representante. Durante la Segunda Guerra Mundial, Sierpiński enviaba artículos a revistas italianas, dejando en claro que las demostraciones de las publicaciones se encontraban en *FM*. Sobre los artículos de la revista *FM*, Sierpiński hizo cerca de 202 publicaciones (Chaves, 2014), siendo el autor matemático polaco más prolífico de la época (Chaves, 2014, pág. 233), además de ayudar a fundar la revista *Acta Arithmetica* especializada en Teoría de números.

Finalmente, parte de este trabajo se enmarca en el estudio de las necesidades de dos periferias matemáticas como lo fue Polonia en su momento y Colombia, aclarando que se ha encontrado pocas publicaciones sobre historia de las matemáticas en Colombia, de hecho los artículos (Arboleda, 1984) y (Sánchez, 1999) describen el panorama de cierta época, pero no apuntan a las necesidades de las matemáticas como tal, por lo pronto se aclara que se ha escogido a (Sánchez, 1999) por el interés de recopilar los aspectos históricos de la matemática en Colombia, de lo cual hay muy poco contenido; también se escogió a (Arboleda, 1984), que aunque en sus textos

parece que las necesidades de las matemáticas se orientan más bien a las necesidades de la educación y de la Historia de las Matemáticas, se hace de vital importancia estudiarlo, debido a que este trabajo no se centra en las necesidades de la matemática formal sino en las distintas necesidades de la ciencia, como podrían ser las necesidades de la matemática aplicada o, en este caso, en la necesidad de la historia de las matemáticas o de la educación matemática.

El objetivo general de este trabajo es describir los aspectos históricos que permitieron la internacionalización de la matemática polaca en el periodo Entreguerras. Para este propósito, se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Presentar un recorrido historiográfico de la historia de la matemática polaca hasta 1939, centrados en el periodo Entreguerras.
- Caracterizar la obra del matemático polaco Waław Sierpiński, centrándose en sus publicaciones en la revista *Fundamenta Mathematicae*, en el periodo Entreguerras.
- Comparar la situación de la matemática polaca, desde factores internos y externos, antes del periodo Entreguerras, con la situación de una periferia matemática como Colombia.

Los objetivos específicos se abordan de la siguiente manera: el primero corresponde al desarrollo del capítulo 2 de este trabajo, el segundo en el capítulo 3 y el último objetivo específico se aborda en el capítulo 4.

## 2. Las matemáticas en Polonia

Mientras que los términos “Escuela de matemáticas de Varsovia” y “Escuela de matemáticas de Leópolis” son ambiguos, puesto que se refieren a grupos de matemáticos del periodo Entreguerras que trabajan en temáticas comunes, el término “Escuela polaca de matemáticas” es apropiado para identificar la matemática polaca de ese mismo periodo. En este sentido no se hablará de Escuela Polaca de Matemáticas, pero si se hablará de Escuela de Matemáticas de Varsovia y de Escuela de Leópolis; además, teniendo en cuenta que en algunas citas, tomadas de otros autores, se usa la expresión de Escuela Polaca de Matemáticas.

Para este capítulo, (Kuratowski K. , 1980) es un libro importante, ya que describe la historia de las matemáticas en Varsovia y en Polonia durante el periodo Entreguerras; para esto, se debe tener en cuenta que Kazimierz Kuratowski (1896-1980) es un autor que se ocupa por preservar la memoria histórica de la matemática polaca durante este periodo de esplendor, teniendo la ventaja de que vivió este periodo y fue actor de esta historia. También es importante el libro (Kuzawa, 1968), que se centra en los años 1918-1939, en las escuelas de Varsovia y de Leópolis y en la revista *Fundamenta Mathematicae*<sup>1</sup>. Estos dos textos se referenciarán frecuentemente en este capítulo; además se referenciará a menudo la tesis doctoral (Chaves, 2014) puesto que en dicho trabajo se aborda gran contenido de vital importancia para el desarrollo de este proyecto.

### 2.1 Estado de las matemáticas en Polonia antes de la Primera Guerra Mundial

En 1795 el territorio que era similar al de la Polonia actual, fue repartido entre Rusia, Prusia y Austria. Polonia recobró su independencia en 1918, tras la Primera Guerra Mundial, como la Segunda República Polaca; fue ocupada por la Alemania nazi y la Unión Soviética al iniciar la

---

<sup>1</sup> De ahora en adelante, *Fundamenta Mathematicae* denotará la revista *FM*.

Segunda Guerra Mundial, en septiembre de 1939, para emerger luego como la República Popular de Polonia bajo la influencia soviética. En 1989, el gobierno socialista fue derrocado y sucedido después por lo que constitucionalmente se llama la Tercera República de Polonia. El libro (Kuzawa, 1968), en su segundo capítulo, presenta el estatus de la creatividad matemática en Polonia antes de 1918, para ello hace divisiones por siglos, empezando en el XV, y resaltando las figuras más prominentes de cada uno de esos periodos. Así, se centra en Copérnico, desde mitad del Siglo XV; en Adam Kochanski, en el Siglo XVII; Jan Śniadecki en el Siglo XVIII y Józef Maria Hoene-Wronski en el Siglo XIX. La época que interesa en este trabajo es la de la Segunda República Polaca, y durante el periodo Entreguerras, pero para ello es necesario hacer algunas referencias a la época anterior, especialmente del Siglo XIX.

Antes de la década de 1870, las difíciles condiciones políticas y sociales de Polonia se veían reflejadas en las matemáticas en el hecho de que había una muy leve recepción de éstas a un alto nivel, por ello no era posible hablar de una contribución independiente de los matemáticos polacos. Las dificultades se derivaron de la división del territorio polaco en tres partes: la rusa, la austriaca y la prusiana. En el campo de la enseñanza y de la educación, la parte prusiana era la más afectada, ya que no había instituciones de educación superior y era prohibido el uso del idioma polaco en la educación primaria y secundaria. En la parte rusa, regida por las autoridades zaristas, hubo un intento de revolución en 1905, del que se hablará más adelante. La parte austriaca, llamada Galicia, tenía mayor grado de autonomía, y tres universidades funcionaban en esa región, exactamente en las ciudades de Cracovia y Leópolis, universidades que llevaban varios siglos de funcionamiento; también estaba la Universidad técnica de Leópolis. Cracovia y Leópolis, eran los centros de estudio en matemáticas. La Universidad de Cracovia (fundada en

1400) y la Universidad de Leópolis (fundada en 1651) jugaron un importante rol en el desarrollo de las matemáticas polacas durante ese difícil periodo de la historia polaca.

A pesar de las duras condiciones impuestas por potencias extranjeras (Austria, Prusia, Rusia), los esfuerzo individuales dedicados a la ciencia eran asistidos por el surgimiento de instituciones científicas como la Sociedad de Amigos de la Ciencia en Varsovia, fundada en 1810, cerrada por el Zar en 1832; la Sociedad de Ciencia de Cracovia, fundada en 1816, transformada en 1873 en la Academia del Conocimiento de Cracovia, abolida en 1951, revivida en 1989 bajo el nombre de “Polska Akademia Umiejetnosci”; la Universidad de Varsovia, fundada en 1816, cerrada en 1832, refundada en 1862 como la Escuela Principal de Varsovia, cerrada y abierta en 1869 como una universidad rusa, evacuada en 1915 y establecida a final de ese mismo año como una universidad polaca; la Sociedad Científica de Varsovia, fundada en 1907; y valiosas revistas científicas, incluyendo algunas matemáticas como *Prace Matematyczno-Fizyczne* (*Trabajos de matemáticas y física*), fundada en 1884 o *Wiadomości Matematyczne* (*Noticias matemáticas*), fundada en 1894. Cabe decir que las revistas y publicaciones de los matemáticos eran en polaco, por lo cual estas no eran difundidas fuera del país.

Desde inicios del Siglo XX, los profesores Stanislaw Zaremba (1863-1942) y Kazimierz Żorawski (1866-1953) impartían clases en la Universidad Jagelona de Cracovia. Zaremba era especialista en análisis, concretamente en ecuaciones diferenciales y en la teoría del potencial. Tenía buenas relaciones con matemáticos franceses de su época de estudiante en París. Żorawski fue estudiante del matemático noruego Sophus Lie. Su campo de investigación era la geometría diferencial y la teoría de grupos continuos.

El estado de las relaciones de los matemáticos polacos con los extranjeros se puede evidenciar con la siguiente cita de Wladislaw Slebodzinski, uno de los matemáticos que trabajó en el



restablecimiento de las matemáticas polacas después de la destrucción Nazi de la II Guerra Mundial:

Con la aparición de estos dos académicos (Zaremba y Żorawski), las matemáticas polacas dejaron de depender de los pensamientos y los resultados de las otras personas y exclusivamente a partir de ese momento comenzaron a participar activamente en el desarrollo de su propia ciencia. Las circunstancias políticas de la época eran tales que, durante una década o más, Stanislaw Zaremba y Kazimierz Żorawski fueron los únicos representantes de la matemática polaca en contacto con el exterior (Kuratowski K. , 1980, pág. 13).

En la Universidad de Leópolis estaban los profesores Józef Puzyna (1856-1919) y Waclaw Sierpiński (1882-1969). Entre los principales intereses de Puzyna estaban la teoría de ecuaciones integrales (rama nueva por ese entonces) y la teoría de funciones analíticas. En esta última rama fue un especialista y llegó a presentar esta teoría en una forma moderna, en una monografía de dos volúmenes, en 1900, en la cual se incluían temas de teoría de grupos, teoría de conjuntos, topología y funciones armónicas. (Kuratowski K. , 1980, pág. 8) plantea que en algún grado él fue un precursor de las ideas que surgirían entre los matemáticos polacos del periodo Entreguerras. Sobre el otro profesor de la universidad de Leópolis, Sierpiński, se seguiría dando detalles a lo largo de este trabajo.

Sobre la parte polaca dominada por Rusia, se venía gestando un par de años antes del inicio de la Primera Guerra, un boicot<sup>2</sup> contra la universidad rusa presente en Varsovia, esto tenía, entre otras motivaciones, la de lograr que el idioma oficial, a todo nivel, en esta universidad fuese el polaco,

---

<sup>2</sup> Boicot, impedir o entorpecer la realización de un acto o de un proceso, como medida de presión para conseguir algo.

ya que las clases se impartían en ruso. Previo a este boicot, en 1905 estas aspiraciones se habían llevado a cabo a nivel de las escuelas de secundaria y, para ese entonces, el propósito era luchar por una autonomía para obtener el derecho de usar la lengua polaca, especialmente en los ámbitos de la cultura y de la educación. Cabe decir que por ese entonces, las autoridades zaristas rusas, permitieron el que se establecieran escuelas polacas en el lugar de las rusas, sin embargo “un graduado de las escuelas polacas era tratado por las autoridades como un iletrado”<sup>3</sup> (Kuratowski K. , 1980, pág. 14), y para evitar prestar servicio militar por un tiempo largo se debía aprobar dos exámenes, uno de ruso y otro de polaco. Con el propósito de disuadir a los estudiantes de matricularse en las escuelas polacas, hubo excesos en la pérdida de exámenes de ruso entre los graduados de estas escuelas.

Gran parte de los estudiantes que querían continuar con su educación se trasladaron a Galicia, región que estaba bajo control austriaco, siendo un régimen más tolerante y, por ende, más propicio al fomento de las ideas liberales y socializantes, lo que atrajo a los jóvenes interesados en su superación científica y que también anhelaban una revolución de carácter nacionalista. También hubo traslado importante de estudiantes universitarios a otros países, principalmente a Francia y Alemania, y un poco menos a Bélgica y a Gran Bretaña. Buena parte de los matemáticos polacos representativos del periodo Entreguerras hicieron estudios en el extranjero, por ejemplo Zygmunt Janiszewski (1888-1920) terminó su tesis doctoral en París; Stefan Mazurkiewicz (1888-1945), Waclaw Sierpiński y Władisław Hugo Steinhaus (1887-1972) en Gotinga y Kazimierz Kuratowski (1896-1980) en Glasgow (Escocia).

El sentimiento de patriotismo en Polonia, opuesto a las condiciones implantadas por las potencias extranjeras, se hizo sentir a nivel de sociedades científicas que fueron importantes

---

<sup>3</sup> Persona que no tiene cultura adquirida mediante los estudios reglados.

durante el periodo de dominación, que marcaron parte del camino del florecimiento de las matemáticas polacas años después. Entre las más importantes estaba la Sociedad Científica de Varsovia, la cual fue ideada por un grupo de miembros de la Academia del Conocimiento de Cracovia que vivían en Varsovia y por ex alumnos de la Escuela Principal de Varsovia<sup>4</sup>. Los esfuerzos por obtener el permiso de las autoridades para el establecimiento de esta sociedad duraron algo más de tres años, y fue aprobado en marzo de 1907. Entre los 14 fundadores de esta sociedad se encontraban dos matemáticos: Samuel Dickstein (1851-1939) y Władisław Gosiewski (1844-1911).

Una resolución de esta sociedad, indica:

(...)Privados de los conocimientos científicos de los nuestros, estamos limitados a rumiar de los pensamientos de otras personas, y por lo tanto estamos amenazados por la esterilización mental y trivialización. Sucumbiendo a cada vez diferentes influencias extranjeras, dependiendo de las circunstancias y gustos del escritor, nuestro pensamiento no puede encontrar una manera de expresarse en su carácter nacional original. Los procesos de pensamiento poco a poco dejan de funcionar y desaparecen, sin el estímulo del trabajo científico. Tenemos que crear fuentes de conocimiento en casa. Necesitamos personas para trabajar en la ciencia pura aquí en casa, y que los jóvenes se reúnan alrededor de ellos, los jóvenes que aprenderán a pensar de manera independiente y, además, pensar en polaco (Kuratowski K. , 1980, pág. 19).

---

<sup>4</sup> Antiguo nombre de la Universidad de Varsovia.

Esta resolución es importante porque en ella se presentan ideas que Janiszewski planteó casi diez años después, en el artículo<sup>5</sup> que sirvió como base para que se estableciera una escuela matemática en Polonia.

Sobre las revistas polacas, en las que se hacían publicaciones en matemáticas, hay que destacar un aspecto importante, algunas de estas son fundadas antes de la independencia polaca en 1918 e incluso antes de la Primera Guerra Mundial, sin embargo, puede verse que ya se venía gestando, entre los matemáticos polacos, especialmente en Varsovia, el programa para que las matemáticas polacas se independizaran de la influencia extranjera, dejando de ser meros receptores. En esto último tuvo vital importancia la apertura de la Universidad de Varsovia, como una universidad polaca desde 1915. Cabe decir que esto tuvo origen en que, en el verano de ese año tras una ofensiva austriaca-prusiana, los rusos reubicaron la Universidad de Varsovia en Rostov, en Don (donde ha existido desde entonces) y pocos meses después los polacos abrieron una universidad polaca en Varsovia. Algunas de estas revistas polacas son:

- *Bulletin International de l' Academie des Sciences de Cracovia* (fundado en 1885).
- *Comptes Rendus de la Societé des Sciences de Varsovie* <sup>6</sup> (1908).
- *Prece matematycznzyczne* (desde 1889).
- *Wekton* (desde 1911)
- *Wiadomosci Matematyczne* (desde 1896).

---

<sup>5</sup> “*Sobre las necesidades de la matemática polaca*” (Janiszewski, 1918), artículo que será importante en el desarrollo de este proyecto.

<sup>6</sup> Esta segunda revista era el órgano de publicación de la Sociedad Científica de Varsovia.

## 2.2 El espíritu del nacionalismo

No se puede evaluar exactamente el papel que desempeñó el espíritu del nacionalismo en el desarrollo de la cultura polaca y cuánto promovió el crecimiento fenomenal de la creatividad matemática después de la independencia. Sin embargo, ese nacionalismo fue una herramienta importante en mantener una e indivisible cultura polaca, una situación verdaderamente beneficiosa para el crecimiento, después de 1918, de todas las disciplinas, incluyendo las matemáticas (Kuzawa, 1968, pág. 47). Esto sin duda fue notable. A pesar de que cada una de las tres regiones del país dividido iba a su manera en sus propias condiciones peculiares y alejándose del resto, todavía el vínculo de ideales nacionalistas se sentía fuertemente en el corazón y en el espíritu de los polacos.

El siguiente juramento, hecho en 1845 por Bronislaw Trentowski, prolífico escritor filosófico, refleja magníficamente los ideales de los polacos:

Juro por Dios, que mientras yo tenga aliento viviré solo para levantar mi patria fuera de la tumba; que dedicare a mi país mis habilidades, mi tiempo, mi propiedad, mi sangre y todos los tesoros espirituales y morales que tengo, que por la independencia y el antiguo brillo estaré dispuesto a sufrir las más vergonzosas torturas de sus opresores, que por ningún tesoro de la tierra sus enemigos podrán comprar mi amistad; que odio a los opresores prusianos y austriacos, no menos que al opresor ruso, y nunca me rebajaré buscando y aceptando sus favores; que extenderé esta convicción patriótica hasta el máximo de mi poder, que es mi voluntad encender a la nueva vida las de mis compatriotas que pueden haber muerto en espíritu, envalentonar a los temerosos e inflamar con mi propio fuego a los que son apáticos y fríos. Juro que incluso si yo fuera el único a pensar y sentir como yo, incluso si todos mis compatriotas olvidaran su deber

hasta el último punto, seguiré siendo un verdadero, aunque el último, polaco. Así que ayúdame Dios (Kuzawa, 1968, pág. 47).

De este juramento se logra una comprensión más profunda de cuán intensamente el nacionalismo inspiró a los polacos. También se comprende más fácilmente por qué las medidas más severas de Rusia para reprimir a los polacos, fallaron; por qué las crueles medidas de represión alemanas en contra de la lengua polaca y, por último, la expulsión de miles de polacos de sus tierras fueron intentos vanos. Se comprende también por qué las dos universidades gallegas del sector austriaco, Cracovia y Leópolis, que disfrutaron de una medida de libertad académica, se convirtieron en los centros más importantes de la cultura nacional, donde lo mejor de la juventud polaca vino a aprender. Se hace más evidente que el discernimiento del papel que el nacionalismo desempeñó en la vida de un polaco ayudó a explicar por qué los matemáticos polacos se esforzaron por asegurar un lugar para la matemática polaca en la cultura mundial.

### **2.3 Escuela Matemática de Varsovia**

El término escuela matemática de Varsovia incluye variantes tales como escuela de lógica, conformada en sus inicios por Stanislaw Lesniewski (1886-1939) y Jan Lukasiewicz (1878-1956), y la escuela propiamente matemática, liderada por Sierpiński, la que en sus inicios se centró en la teoría de conjuntos y sus aplicaciones. En este apartado se hablará de la tendencia en matemáticas de la escuela de Varsovia, y se enfatizará en la importancia del surgimiento de la revista *FM* en 1920 como el hecho que señala, que para ese entonces, ya hay una escuela de matemáticas en Varsovia.

### 2.3.1 Origen de la escuela

En una entrevista que Kuratowski concedió al profesor Luis Carlos Arboleda, en el Instituto de Matemáticas de Varsovia, el 9 de noviembre de 1978, manifestó lo siguiente:

Janiszewski es el verdadero fundador de la Escuela Polaca. A sus méritos de buen matemático, sumaba el de gran organizador. Su muerte prematura (Janiszewski murió a los 31 años en Leópolis como consecuencia de la terrible epidemia de “gripa española” que afectó Europa en ese entonces), es verdaderamente una pérdida dolorosa para las matemáticas de mi país. Por intermedio de él recibimos la influencia de primera y más directa de las matemáticas de la escuela francesa (Chaves, 2014, pág. 96) citando a (Arboleda, 1982, págs. 224-225).

La cita está acorde con una concepción generalizada de que en Janiszewski recaen los méritos del esplendor de la matemática polaca después de 1920. La idea novedosa de especializar una comunidad en una sola área de las matemáticas también ha favorecido a Zygmunt Janiszewski, de quien se sabe que desde 1912, tenía en mente la idea de la necesidad de revistas especializadas. Esto se ve en un párrafo de la carta que envía al matemático francés Maurice Fréchet <sup>7</sup> (1878-1973) con fecha del 29 de febrero de 1912:

Aprovecho esta oportunidad para consultar su opinión sobre una cuestión, de orden matemático-social, que me parece sumamente importante. Se trata de la reforma de las publicaciones periódicas matemáticas contemporáneas y, con esta finalidad, de la creación de un “periódico modelo”. ¿No advierte usted la incomodidad proveniente del hecho de la profusión de periódicos matemáticos (todos con el mismo objetivo)? ¿Qué

---

<sup>7</sup> A quien Janiszewski conocía desde su estadía en Francia, donde terminó sus estudios doctorales en 1911

sea tan difícil de localizar la literatura de interés en condiciones de tanta dispersión, sobre todo cuando no se dispone de una buena biblioteca? Me parece que ese gran número de periódicos sería, al contrario, de gran comodidad si cada uno tuviese bien delimitada su especialidad (por ejemplo, teoría analítica de números, u otra rama de las matemáticas) (Chaves, 2014, pág. 97) citando a (Arboleda, 1982, pág. 225).

Fréchet comunicó a Emile Borel la idea de Janiszewski. Cabe decir que Borel conocía bien al polaco, ya que fue, junto a Lebesgue uno de sus directores de tesis, aparte de ello, Borel era uno de los referentes de los medios matemáticos para opinar sobre la consulta de Janiszewski. El punto de vista de Borel al respecto se dio en una carta a Fréchet el 1 de marzo de 1912:

La idea de Janiszewski es ingeniosa, pero me parece que ofrece un grave inconveniente. Si todos los periódicos se especializaran, sería difícil poder encuadrar una memoria sobre una cuestión nueva puesto que habría que crear un nuevo periódico. La diversidad de periódicos y de redactores tiene por consecuencia la facilidad relativa que se le ofrece a una idea nueva de emerger y penetrar un público ya numeroso que se congrega alrededor de un periódico. Por ejemplo, las memorias de Cantor sobre los conjuntos aparecen en *Acta Mathematica*<sup>8</sup>. Un inconveniente simétrico sería que al existir un tal periódico consagrado a una disciplina, trataría de provocar estudios en un tema cuyo interés podría estar probablemente agotado (Chaves, 2014, pág. 97) citando a (Arboleda, 1982).

De otro lado, en 1911 Polonia contaba con sólo cuatro profesores ocupando plaza en las únicas dos universidades, estos eran Jozef Puzyna y Wacław Sierpiński en la Universidad de Leópolis y Stanislaw Zaremba y Kazimier Żorawski en la Universidad Jagelona en Cracovia. Entre ellos no

---

<sup>8</sup> Borel hace referencia, obviamente, a las traducciones en francés. Los originales aparecieron en revistas alemanas, no en *Acta*.



había intereses comunes, trabajaban campos distintos: Puzyna en funciones analíticas, Sierpiński en teoría de números y teoría de conjuntos, Zaremba en ecuaciones diferenciales, y Żorawski en geometría diferencial. Sierpiński hizo conciencia de ese aislamiento de los matemáticos polacos. A raíz del congreso de científicos y médicos polacos en Cracovia en 1911, él observó que los matemáticos polacos tenían representación en los eventos académicos, sin embargo cada trabajo era en áreas distantes, así:

Después del congreso llegué a la conclusión de que esto no era bueno. No había colaboración, ni control mutuo. Había matemáticos conocidos por su trabajo en el extranjero, pero no había matemática polaca. Mi conclusión fue que sería mejor si un mayor número de matemáticos trabajara en un área (Duda, 1996, pág. 482) citando: (Sierpiński, 1963).

Como se ve en la cita, ya desde 1911 Sierpiński visualizaba un aspecto que fue fundamental para el éxito de la escuela de Varsovia: la especialización en una sola área, que fue la mayor apuesta de la revista *FM*.

Los siguientes registros escritos sobre la idea de fundar una revista matemática especializada en un área aparecen hasta 1918, con el influyente artículo (Janiszewski, 1918). Sin embargo en los años previos hubo aspectos que tuvieron que ver con la maduración de esta idea, tales como la llegada de Janiszewski a la Universidad Jan Kazimierz de Leópolis en 1913 por sugerencia de Sierpiński. Para ese entonces el propio Sierpiński venía promoviendo, en el seminario de matemáticas de esta universidad, la teoría de conjuntos, nombre genérico para designar igualmente la topología general (en formación en esa época), la teoría de funciones, la teoría de la medida y los fundamentos de las matemáticas. De ahí que no es ajeno que pensara que esa debía ser el área idónea para cimentar una comunidad matemática. De hecho, para ese momento,

las tesis de sus alumnos Stefan Mazurkiewicz<sup>9</sup> (1888-1945) y Stanislaw Ruziewicz<sup>10</sup> (1889-1941) se centraron en topología y en funciones de variable real, respectivamente.

Durante la Primera Guerra Mundial, Sierpiński fue enviado a Rusia por el régimen zarista, mientras que Janiszewski estuvo hasta 1915 en la Legión (las tropas voluntarias polacas en la armada austriaca). A finales de ese año en el que La Universidad de Varsovia pasó a ser una universidad polaca, Janiszewski se enroló como profesor, al tiempo que estaba en la Legión, mientras que Mazurkiewicz ocupó una plaza en matemáticas en esta universidad. En 1917 se inició un seminario de topología coordinado por Janiszewski y Mazurkiewicz y, en 1918, regresó Sierpiński a Varsovia donde ocupó una plaza.

En los años finales de la Primera Guerra Mundial, la fundación Mianowski, que patrocinaba la investigación de científicos polacos, creó una publicación titulada *Nauka Polska jej potrzeby, organizacja i rozwój* (Ciencias polacas, sus necesidades, organización y desarrollo) con el propósito de presentar los problemas organizacionales de la enseñanza en un país después de su independencia, para ello invitó a los científicos polacos a dar sus puntos de vista sobre las necesidades de las diversas disciplinas científicas en Polonia. En el primer volumen de esta publicación, en 1918, hubo dos artículos sobre “las necesidades de las matemáticas en Polonia”. El primero era de Stanislaw Zaremba, el segundo de Zygmunt Janiszewski.

En su artículo, Zaremba propuso que los jóvenes profesores que mostraran habilidad para la enseñanza superior deberían ser enviados para estudiar en el extranjero, donde podrían prepararse para enseñar en las universidades polacas. Esa propuesta no era novedosa, en (Kuzawa, 1968, pág. 54) se dice que ya había sido hecha en el territorio polaco en el siglo XVIII.

---

<sup>9</sup> Titulada “Sobre curvas que llenan el cuadrado”.

<sup>10</sup> Titulada “Sobre una función continua monótona sin derivadas en un conjunto de puntos no contable”.

Cabe decir que durante el siglo XIX se dieron numerosos casos de científicos que realizaron estadias fuera de su país de origen, por ejemplo, entre los alemanes que realizaron alguna estadia en Francia durante los años 1820 o 1830, estaban Peter Dirichlet (1805-1859) y Julius Plücker (1801-1868), entre otros; entre los rusos también fue frecuente esto mismo. Muchos norteamericanos estudiaron en Alemania a fines de siglo, sobre todo con Felix Klein (1849-1925) en Gotinga, así como hubo un gran número de japoneses que durante la era Meiji<sup>11</sup> estudiaron en Europa.

El artículo de Janiszewski constaba de seis páginas<sup>12</sup> y se convirtió en un programa para la siguiente generación de matemáticos polacos. Janiszewski planteó que los matemáticos polacos pueden darse el lujo de “no ser solamente receptores y consumidores de los centros extranjeros”, pero para que la matemática polaca se posicione a nivel mundial, se debía concentrar al personal científico en un campo especializado de las matemáticas, y este campo debía ser uno en el cual los matemáticos polacos tuvieran intereses comunes y en el que hayan tenido reconocimiento a escala mundial. Este campo debía comprender la teoría de conjuntos junto a la topología, y los fundamentos de las matemáticas junto a la lógica matemática. Veamos un aparte de este artículo:

Un matemático no necesitaría costosos laboratorios, ni finos y caros materiales para su trabajo; todo lo que el necesita es una atmósfera matemática apropiada, un contacto permanente con colaboradores (. . .) Una atmósfera apropiada solo puede surgir por un interés en temas comunes. Los investigadores necesitan indudablemente colaboradores.

Un investigador aislado la mayoría de veces se extingue en el anonimato.

---

<sup>11</sup> Esta era fue entre el 23 de octubre de 1868 hasta 30 de julio de 1912.

<sup>12</sup> Este artículo aparece en la sección de apéndices, más adelante.

Las causas de esto no solo son psicológicas, no solo se refiere a la carencia de incentivos; un investigador aislado conoce menos que aquellos que trabajan en equipo. Este investigador recibe únicamente los resultados de la investigación; ideas completas y maduras, frecuentemente algunos años después de que ellas se originaron, esto es, cuando ya aparecen en imprenta. Un investigador aislado no presencia como ni donde estas ideas llegan a surgir; él no vive el proceso al lado de sus creadores. (. . .)

Es por eso que, si no deseamos permanecer siempre en “segundo plano”, debemos tomar medidas radicales, examinar las razones de nuestro fracaso. ¡Debemos crear una “forja”(un centro de investigación) en Polonia! Podremos conseguir esto solamente concentrando la mayoría de nuestros matemáticos en el cultivo de una sola rama de las matemáticas. Esto está ocurriendo ya por inercia propia, pero debemos ayudar a consolidar esta tendencia. Indudablemente, la creación de una publicación especializada en una rama de las matemáticas atraerá a muchos de nuestros colegas a trabajar en esta rama (Janiszewski, 1918, págs. 7-9).

Janiszewski consideró necesario organizar un sistema escolar para organizar la investigación en matemáticas, la asistencia en las publicaciones (traducciones y contribuciones originales), la supervisión de bibliotecas matemáticas, etc. Así, él tenía la idea de que los periódicos científicos deberían ser especializados: una revista para teoría de números y álgebra, otro para geometría proyectiva, otra para geometría diferencial y ecuaciones diferenciales, para series trigonométricas, para teoría de conjuntos, para fundamentos de geometría, etc. Todo ello iba enmarcado en el plan de ganar una posición de independencia para la matemática polaca. En ese sentido, es apropiado traer a colación las palabras del propio Janiszewski:

. . . sería necesario crear una revista; una publicación estrictamente académica, dedicada primariamente a una rama de las matemáticas en la cual tengamos muchos matemáticos verdaderamente creativos y distinguidos. Esta publicación al igual que *Mathematische Annalen*, *Rendiconti del Circolo* de Palermo, *Acta Mathematica* de Estocolmo, y muchas otras, aceptaría artículos en cualquiera de los cuatro idiomas reconocidos como internacionales en matemáticas<sup>13</sup> (. . .) Esta publicación incluiría además de investigación original, una bibliografía de la rama particular a la que está orientada, reseñas y aun reproducciones de los artículos más importantes publicados en otras partes, traducciones de artículos y valiosos escritos en idiomas no internacionales, prioritariamente artículos polacos que se están perdiendo en el anonimato; finalmente, correspondencia, preguntas y respuestas como lo hace el *Intermediare Mathématique*. Esto sería, en cierta medida, un experimento para la realización de los escritos matemáticos, solamente que aquí se tendría que ver con los problemas más difíciles y no con los más simples.

Una publicación como esta llegaría a ser indispensable para una persona que trabaje en tal rama específica de las matemáticas. La revista encontraría lectores en todas partes y en un corto periodo de tiempo ganaría colaboradores respetables en el exterior. A través de esta publicación alcanzaríamos una merecida posición en la cultura europea, nos solo porque muchos de nuestros trabajos, ahora diseminados en las publicaciones polacas, llegarían a conocerse en el mundo, sino también porque seríamos reconocidos no como individuos cuya nacionalidad muchas veces se desconoce, sino como un grupo estrechamente unido de polacos. La misma existencia y distribución de tal publicación editada en Varsovia, daría testimonio de nuestra vida cultural; pero, menciono esto solo de paso. Nada es más

---

<sup>13</sup> Ellos son: inglés, francés, alemán e italiano.

ajeno a mi mente que proponer como meta de nuestra empresa el logro de tal renombre. Si hablo de lograr un estatus independiente para las matemáticas polacas, o mejor para las matemáticas en Polonia, a través de la revista propuesta, tengo en mente una meta mucho más seria: la creatividad real en los escritos matemáticos polacos. Esto solamente se logra ganando condiciones favorables para el trabajo matemático, similares a aquellas que se dan en Occidente (Janiszewski, 1918, págs. 6-7).

En 1919 Stefan Mazurkiewicz escribió un tercer artículo, también en *Nauka Polska*, sobre las necesidades de las matemáticas en Polonia. Este artículo, como reseña (Kuzawa, 1968, págs. 58-59) se entiende como un suplemento del de Janiszewski, de hecho Mazurkiewicz plantea que el artículo de Janiszewski está casi completo. En este artículo Mazurkiewicz expone seis necesidades puntuales: (1) debería haber dos centros matemáticos en Polonia en lugar de uno como lo sugiere Janiszewski; (2) los primeros signos de la creatividad matemática podrían ser ilusorios o fugaces; hay que buscar estudiantes con talento matemático entre los universitarios; (3) un boletín que contenga todas las publicaciones matemáticas debería ser publicado regularmente; (4) un modelo de bibliotecas de matemáticas como la *Mathematisches Lesezimmer*<sup>14</sup> en Gotinga; (5) alentar a los jóvenes matemáticos a publicar monografías; (6) en la Sociedad Científica de Varsovia se debe establecer un gabinete para los matemáticos.

Los artículos de Mazurkiewicz y de Janiszewski, el segundo especialmente, se convirtió en un plan de acción que ayudó al desarrollo y el crecimiento de las matemáticas en Polonia después de 1918.

---

<sup>14</sup> Una sala de lectura creada por Klein, en la que habían ejemplares de revistas y los últimos libros publicados, así los asistentes a esta sala tenían acceso a lo más reciente.

La idea de Janiszewski de especializar la matemática polaca generaba dudas, uno de los motivos distintos a la novedad de la idea era que el hecho de escoger sólo una parte moderna de las matemáticas implicaba descuidar las otras ramas importantes como análisis, álgebra y geometría. Las críticas se hicieron sentir (incluso después de la publicación de algunos volúmenes de la revista) en Polonia por S. Zaremba (desde Cracovia) y en el extranjero por Borel, Lebesgue y Luzin.

La propuesta de publicar en idiomas diferentes al polaco era inevitable para el propósito de internacionalizar la matemática polaca, sin embargo esta idea también generó rechazo. Al respecto en (Arboleda, 1982, pág. 239) (nota 9), dice:

Esta situación (la ocupación del territorio polaco por parte de rusos y prusianos, quienes impusieron, en todos los terrenos ocupados, una serie de prohibiciones como medida que impedía el uso de la lengua nacional en las escuelas y universidades) podría explicar la reacción negativa que según todos los indicios de que disponemos manifestaron los jóvenes matemáticos polacos a la proposición de los editores de *FM* de publicar sus resultados “en idiomas accesibles a los extranjeros”; téngase en cuenta que los derechos ciudadanos (entre ellos el pleno y libre ejercicio de la lengua nacional) habían sido restablecidos solamente en noviembre de 1918 luego de que el Mariscal J. Pilsudski proclamó la República y confirmados por la Dieta en enero de 1919 (Chaves, 2014, pág. 103).

En este punto cabe decir que había publicaciones de alta calidad académica, es preciso recordar la apreciación de Stanislaw Saks y Antoni Zygmund sobre la monografía sobre funciones analíticas (1900) del profesor Józef Puzyna: “si esa monografía hubiese aparecido en un idioma extranjero más ampliamente usado, se habría visto más lejos, y habría tenido ediciones

mejoradas, con todas las posibilidades de convertirse en un libro clásico” (Kuratowski K. , 1980, pág. 8). Lo cual apunta a favorecer la propuesta de Janiszewski.

Sin embargo, las condiciones favorecieron la idea de la revista, “la Universidad de Varsovia fue nuevamente abierta, disfrutaba de un fuerte apoyo del Estado y de la sociedad, los nuevos estudiantes fueron entusiastas” (Duda, 1996, pág. 485). Así, en 1919 Janiszewski, Mazurkiewicz y Sierpiński, quienes fueron los tres primeros profesores de matemáticas en la Universidad de Varsovia, decidieron llevar a cabo la idea de Janiszewski, y la naciente revista estaría dedicada a la teoría de conjuntos, topología, teoría de funciones de una variable real, fundamentos de las matemáticas y lógica matemática, de esa forma se concebía *FM*.

### **2.3.2 Fundamenta Mathematicae**

En 1920, se publicó el primer volumen de la revista después de la pronta muerte de Janiszewski<sup>15</sup>, quien vio el borrador de la revista, pero no el volumen impreso. El comité editorial estuvo conformado además de Janiszewski, Mazurkiewicz y Sierpiński, por Stanislaw Lesniewski y Jan Lukasiewicz. Estos dos últimos, fueron los responsables de los desarrollos en lógica y fundamentos de las matemáticas, y estuvieron en el comité hasta 1928.

La importancia de la lógica y los fundamentos de las matemáticas, se evidencia en el nombre de la revista. De hecho (Kuratowski K. , 1980, pág. 33) dice que se propuso alternar los volúmenes: uno se dedicaría a la teoría de conjuntos y campos cercanos, y un segundo volumen a lógica matemática y fundamentos de las matemáticas. Sin embargo esa idea no prosperó debido a que este segundo campo resultó ser mucho más modesto que el primero, aunque varios resultados importantes fueron publicados en lo concerniente a los fundamentos de las matemáticas.

---

<sup>15</sup> Ocurrida el 3 de enero de 1920, por una epidemia de influenza que dejó gran cantidad de víctimas, sin haber visto la primera publicación de la revista de la cual fue impulsor y creador.



El primer volumen recogió 25 artículos<sup>16</sup>, todos de autores polacos (es pertinente recordar la idea de Janiszewski respecto al primer volumen, en el que se nota su idea nacionalista) y de cuatro ciudades distintas; de Leópolis eran Stefan Banach y Stanislaw Ruziewicz, de Cracovia era Witold Wilkosz, de Jaslo era Hugo Steinhaus y de Varsovia eran Zygmunt Janiszewski, Kazimierz Kuratowski, Stefan Mazurkiewicz y Waław Sierpiński. Los cuatro autores de Varsovia publicaron 21 de estos 25 artículos, Sierpiński contribuyó con 14, siendo uno de ellos en conjunto con Mazurkiewicz. De esos artículos sólo uno no está en francés, está en italiano y es el de Wilkosz.

Una vez publicado el primer volumen de *FM*, Sierpiński lo envió a Lebesgue. Este respondió felicitándolo por la calidad de las publicaciones de ese primer volumen de la revista, sin embargo le manifestó sus temores sobre el futuro de una publicación tan especializada que podría quedarse, tarde o temprano, sin colaboradores y también temía que la calidad de las publicaciones decreciera (Kuratowski K. , 1980, pág. 34). Así, la desconfianza en el proyecto de la revista especializada en una temática particular de las matemáticas seguía latente entre altas personalidades extranjeras, tal como lo había manifestado Borel ocho años atrás en una carta que responde a Fréchet , sin embargo Borel y Lebesgue serían colaboradores poco después.

Tras la muerte de Janiszewski el trabajo editorial del segundo volumen pasó a ser responsabilidad de Mazurkiewicz y Sierpiński, siendo este último la cabeza visible, quien instauró como política publicar cualquier resultado que fuera nuevo y original, sin considerar aspectos como “valor”, “trayectoria”, etc. Esa política alentó a los jóvenes investigadores y fue un aliciente para que el grupo de matemáticos en la revista creciera rápidamente.

---

<sup>16</sup> Eso escribe (Hartman et al., 1974, pág. 486), sin embargo (The Polish Digital Mathematical Library, 2013) sólo recoge 24 artículos de este volumen.

En el segundo volumen aparecen autores vinculados a universidades por fuera de Polonia, como Lebesgue (París), Luzin (Moscú), Hahn (Bonn). Wilkosz publica tres artículos en italiano, mientras que Hahn lo hace en alemán. El resto de artículos se publican en francés. Respecto al artículo de Luzin, se sabe que es publicado bajo la responsabilidad de Sierpiński, pero contiene resultados de Luzin de 1917, corresponde a una época en la que Luzin y Sierpiński perdieron contacto por efectos de la guerra polaco-soviética entre 1919 y 1921.

Cabe decir que con motivo del segundo volumen de *FM*, en el artículo (Lebesgue, 1922) el autor expresa su deseo de que esta revista tenga en cuenta todas las aplicaciones de la teoría de conjuntos y no sólo las más inmediatas (aunque esa misma idea se planteaba desde la fundación de la revista). Esas palabras, según Kuratowski, eran una muestra de verdadera amistad de parte de Lebesgue hacia la joven revista, y en ellas evidenciaba su preocupación por el futuro desarrollo de la teoría de conjuntos (Kuratowski K. , 1980, págs. 34-35). Lebesgue escribió lo anterior en un momento en el que la teoría de conjuntos, en comparación a otras ramas, no tenía un alto grado de interés por parte de los matemáticos, de ese hecho se generaba uno de los riesgos de especializarse, que la comunidad internacional no lo acogiera con suficiente fuerza, sin embargo los polacos vieron en ello la oportunidad de explorar una rama de las matemáticas, a tal punto que tuvieron mucho que ver en que la teoría de conjuntos y sus ramas cercanas tuviesen un mayor grado de aceptación y reconocimiento entre la comunidad matemática internacional.

Las reacciones a la novedosa propuesta de una revista especializada siguieron vigentes por lo menos hasta 1926, año en el que Luzin visitó Varsovia, gracias a una invitación de Sierpiński. El ruso expone sus reflexiones sobre *FM* en una carta a su amigo Arnaud Denjoy<sup>17</sup>:

---

<sup>17</sup> La crítica completa aparece en (Duda, 1996, págs. 490-491).

Parece que la vida matemática en Polonia sigue dos tendencias completamente distintas, una apunta a los dominios clásicos de las matemáticas, la otra a la teoría de conjuntos (o funciones). Las dos actitudes se excluyen entre sí, son hostiles entre sí, y obstinadamente luchan entre sí. (...)

Del lado clásico hay una antigua (más de 500 años) Universidad de Cracovia (...). El partidario más implacable de este lado es el profesor Zaremba. Sin embargo esta postura ha llegado a su fin en varias poblaciones (...), donde ha sido reemplazada por la de Sierpiński. Por lo tanto, en la medida de lo que puedo juzgar confiando en mis conversaciones con los matemáticos que llegaron a Varsovia, el movimiento contemporáneo prevalece en Polonia (...).

En mi opinión, esa situación es algo peligrosa porque la total concentración en la teoría de conjuntos y la desatención de los dominios clásicos de las matemáticas parece limitada y unilateral. El entusiasmo por los conjuntos puede llegar a ser fanático y eventualmente perjudicial tanto para los involucrados como para la propia ciencia. Al parecer, no hay que olvidar que la teoría de conjuntos es, al final, sólo un aspecto de las matemáticas elementales, y su pleno dominio no requiere de una cultura científica previa.

Quizás esa accesibilidad para principiantes de la teoría de conjuntos es la principal fuente de popularidad para “las matemáticas modernas” en países que están en el proceso de crear una cultura (Chaves, 2014, pág. 107).

En esencia, Luzin criticaba la escogencia de la temática de la revista. Subestima la teoría de conjuntos y sus aplicaciones, al denotarla como “solamente un aspecto de las matemáticas elementales” que no requiere una cultura científica, además sobreestimó las divisiones de la

comunidad matemática polaca. Eso sí, a continuación alabó la labor de Sierpiński como tutor científico:

(...) Otra razón para el éxito es, en mi opinión, la personalidad del señor Sierpiński, quien es un excelente tutor científico. Él mantiene relaciones cercanas con sus estudiantes, guía sus ideas científicas, les brinda temas para sus trabajos y audazmente publica sus artículos, se ocupa de todo, incluso de su situación económica.

Cuando hablé con él sobre los peligros del dominio de una de esas trayectorias, en particular de la teoría de conjuntos, su respuesta fue: “Si, es un serio peligro, pero peor que el dominio de una de esas tendencias es la carencia de todo. Hasta la aparición de la tendencia de Varsovia, no había matemáticas en Polonia. Había investigadores aislados, cada uno de ellos se había interesado en algo diferente y no tenía quien lo siguiera. Por esa razón sus trabajos reflejaban solamente sus intereses particulares y no tenía un valor general. Sin duda, esta falta de iniciativa creativa ha sido causada por la falta de control público, la falta de opinión matemática común y de evaluación del trabajo matemático. Así, ha sido necesario crear una amplia comunidad matemática y de esa forma la escuela de Varsovia llegó a existir. Respecto a nuestras limitaciones, espero que disminuyan y eventualmente desaparezcan. La elección de la teoría de funciones como una base para la actividad común se deriva de su simplicidad” (Chaves, 2014, pág. 108).

De la anterior cita es valioso resaltar que Luzin habla de la especialización en teoría de conjuntos (o funciones) y Sierpiński responde dando por hecho que es teoría de funciones, lo cual da a entender que al menos ellos dos o no tenían clara la frontera entre estas dos especialidades o no se ocupaban de la discusión de definir las fronteras entre éstas.

En 1935, se publicó el volumen 25 de la revista, el cual fue un volumen especial en el que se invitó a varios de los más influyentes matemáticos del mundo para que publicaran en *FM*. Este volumen tuvo el doble de páginas que los anteriores (597.), y contiene 48 publicaciones escritas por 45 autores, nueve de ellos residentes en Polonia.

En una nota de los editores escrita en 1978 para conmemorar el número 100 de *FM*, se escribe con razón que “evidentemente el momento exacto del nacimiento de una nueva escuela científica no puede ser establecido con precisión”. Aunque en el caso de la Escuela Polaca -afirman- no hay duda de que la aparición del primer número de *FM* en 1920 determina la fecha histórica en la que se materializa un proyecto que implicaba un trabajo en equipo de unos lineamientos organizativos muy bien establecidos.

La primera época de *FM* se dio entre 1920 y 1939, en la cual se publicaron 32 volúmenes de ésta, manteniendo en general su formato original, en cada uno de los años 1924, 1927, 1928, 1929, 1930, 1932, 1933, 1934, 1935, 1936, 1937 y 1938 se publicaron dos volúmenes, en los restantes años se publicó un volumen por año.

Durante la Segunda Guerra Mundial se pararon las publicaciones, para volver a surgir en 1945, manteniéndose hasta la actualidad. En (Duda, 1996) se presenta algunos datos estadísticos sobre *Fundamenta* desde el primer volumen en 1920 hasta el volumen 32 en 1939: el promedio de longitud de las publicaciones era entre 8.9 y 12.6 páginas. Hubo 946 publicaciones hechas por 213 autores. Dos tercios de las publicaciones fueron hechas por autores polacos. El número de autores extranjeros a finales de la década de 1920 aumentó tanto como el de polacos decreció. El autor que más publicó fue Sierpiński, con 202 artículos; seguido por Kuratowski, con 73, y Mazurkiewicz con 62. El autor extranjero que publicó más veces fue Gordon Thomas Whyburn de Estados Unidos con 16 artículos, que empezó en el volumen 10; seguido de Robert Lee

Moore también de Estados Unidos y Pavel Alexandroff de Unión Soviética, cada uno con 10 artículos, el primero empezando en el volumen 3 y el segundo en el volumen 5.

Se ha planteado los inicios de la Escuela de Matemáticas de Varsovia, la cual tuvo en *FM*, un órgano de difusión e internacionalización que rápidamente se convirtió en una publicación única en su clase, que obtuvo el reconocimiento y la cooperación de los pares internacionales, y de la cual en (Tamarkin, 1936) se dice que su historia llegó a ser la historia de la teoría moderna de funciones y de conjuntos. Esta revista permitió a la escuela de Varsovia mostrarse como un gran ejemplo del florecimiento matemático desde una situación periférica, llegando a convertirse Varsovia en un centro de renombre internacional en lo que para entonces era considerado como teoría de conjuntos, produciendo reconocidos especialistas que fueron importantes no solo en el ámbito polaco o europeo, sino que llegaron a tener un alto grado de reconocimiento en universidades de Estados Unidos, tanto así que ya en 1943, en ocasión de los 400 años de la muerte de Copérnico, el presidente de la Sociedad Matemática Americana, Marshall H. Stone, escribió:

El trabajo de los hombres que fundaron y desarrollaron *FM* ha tenido una profunda influencia en el progreso matemático del último cuarto de siglo. Iniciando con Janiszewski y Sierpiński, allí ha crecido un movimiento fructífero con que los matemáticos americanos han tenido relaciones cercanas y eficaces. El trabajo en topología y en espacios abstractos se reconoce en toda la matemática como de carácter fundamental, la escuela polaca bajo personas como Banach y Kuratowski constituyó, antes de la catástrofe actual (1939), uno de los grupos de matemáticos excepcionales (Kuzawa, 1968, págs. 15-16).

Para finalizar este apartado sobre *FM* es pertinente decir que no es posible estimar el factor de impacto de sus artículos como se hace actualmente. Por ejemplo *Web of Knowledge* no registra publicaciones de esta revista. En ese sentido hay que tener en cuenta que esta Web es reciente (en comparación con el periodo que interesa en este trabajo), y que por ahora recoge las reseñas y citas de revistas de los principales países tales como Estados Unidos, Francia, Alemania, Rusia y otros más. Es así que siendo *FM* una revista que tuvo un impacto relevante en la comunidad matemática internacional de las décadas de 1920 y 1930, aún no se compara con el que puedan tener otras revistas consolidadas en estos otros países. En el caso de las publicaciones de Sierpiński que se registran en *Web of Knowledge*, hay bastante menos de lo que pudiera considerarse representativo, únicamente 23 publicaciones distribuidas en las siguientes revistas:

- *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l' Académie des sciences* (17)
- *Annals of Mathematics* (2)
- *Comptes rendus de l' Academie des sciences de l' URSS* (2)
- *Mathematische Annalen* (1)
- *Scripta Mathematica* (1)

Sin embargo se puede dar un estado del alcance internacional de *FM*, al menos por las referencias que algunos libros hacen de esta revista. En (Kuzawa, 1968, pág. 109) habla de libros en teoría de conjuntos y sus aplicaciones que citaron artículos de la revista.

En la bibliografía de *Abstract Set Theory* (1953) de Abraham Fraenkel de la Universidad de Jerusalén, hay cerca de cien referencias de *FM*; en *Topics in Topology* de Solomon Lefschetz de la Universidad de Princeton, se referencia 35 artículos de varios volúmenes de *FM*; en *Set Topology* (1960) de R. Vaidyanathaswamy de la Universidad de Madras (India), hay 24

referencias; en *Theory of Integration* de Adrian C. Zaanen de la Universidad de Amsterdam, se incluye 11 referencias de *FM*.

## 2.4 Escuela de Leópolis

La actividad matemática en Polonia no era exclusividad de Varsovia, en Leópolis<sup>18</sup> a la cabeza de Stefan Banach y Hugo Steinhaus se desarrolló, alrededor del análisis funcional, una escuela matemática que tuvo como modelo a la de Varsovia. En 1929 sale a la luz la revista *Studia Mathematica*, la cual se especializó en un solo campo de las matemáticas, el análisis funcional. En esto se puede considerar que esta revista tomó como modelo la estrategia de *FM* de especializarse en un campo que no tuviese suficiente exploración y sobre el cual se pudiese cimentar la revista y la escuela.

*Studia Mathematica*, al igual que *FM* no publicaba en polaco sino en idiomas internacionales. En palabras de (Kuratowski K. , 1980, pág. 41): *Studia* “llegó a ser no sólo el órgano de la Escuela de Leópolis, sino también una de las revistas más importantes en el campo del análisis funcional”

A parte de Banach y Steinhaus, debe nombrarse a varios de sus estudiantes, quienes aportaron para que Leópolis se reconociera para ese entonces como el más importante centro de análisis funcional en el mundo. Entre estos se destacan Stanislaw Mazur (1905-1981), Wladislaw Orlicz (1903-1990) y Julius Schauder (1899-1943). Pero también se debe nombrar otros como Stefan Kaczmar (1895-1939), coautor con Steinhaus de una monografía sobre series ortogonales; Marek

---

<sup>18</sup> Debe tenerse en cuenta que tras las Segunda Guerra Mundial, Leópolis paso a ser parte de Ucrania. En ucraniano se escribe Lviv y en polaco se escribe Lwów

La escuela de Leópolis de filosofía liderada por Kazimierz Twardowski, cabe decir que después de la Primera Guerra Mundial, en 1919 la Universidad de Leópolis paso a llamarse Universidad Jan Kazimierz (en honor a quien la fundó en 1651) desde 1919 hasta 1939, y a la cabeza de Hugo Steinhaus y pocos años después a la cabeza de Stefan Banach, paso a ser reconocida por ser el centro más importante en análisis funcional en el mundo.



Kac (1914-1984), quien posteriormente fue un reconocido profesor en varias universidades de Estados Unidos; Herman Auerbach (1901-1942), miembro del comité editorial de *Studia Mathematica* y cercano colaborador de Banach, y Stanislaw Ulam (1909-1984), muy reconocido profesor e investigador en Estados Unidos.

Esta revista, que fue fundada en 1929 tuvo nueve volúmenes hasta 1940, luego como Leópolis dejó de ser parte de Polonia para formar parte de Ucrania, la revista fue reiniciada en 1948 en Breslavia (Wroclaw en polaco), ciudad a la que fue trasladada la Universidad de Leópolis (Zelazco, 2004).

En (Cielsielski-Moslehian, 2010) se presentan los siguientes datos sobre los autores de *Studia Mathematica*:

Entre 1936 y 1940 los editores tuvieron el apoyo, en el comité editorial, de Herman Auerbach, Stanislaw Mazur and Wladyslaw Orlicz.

En el primer volumen de *Studia Mathematica* se publicaron catorce artículos de los siguientes autores: S. Banach, Z.W. Birnbaum, L. Fontappié, S. Kaczmarz, S. Mazur, W. Nikliborc, W. Orlicz, S. Saks, J. Schauder and H. Steinhaus.

En los primeros 9 volúmenes la mayoría de las 161 publicaciones de *Studia* fueron de autores de Leópolis. Los que más publicaron fueron: Orlicz, con 21; Mazur, con 17 y Banach, con 16. Felix Hausdorff fue el autor extranjero que más publicaciones hizo en la revista con 6 artículos. 56 autores publicaron durante esos volúmenes; en alemán se escribieron 78 artículos, en francés 66, en inglés 16 y uno en italiano.

No puede hablarse del grupo de Leópolis y omitir la Universidad Técnica de Leópolis y su Departamento General. El curriculum de este departamento no difería mucho del de la

Universidad de Leópolis, aunque era posible estudiar materias de ingeniería impartidas por otros departamentos y contaba con cursos dictados por profesores de la universidad de Leópolis como Banach, S. Kaczmarz y W. Nikliborc. El Departamento General tenía una sola plaza para profesor de matemáticas, y esta fue ocupada hasta 1928 por Włodzimierz Stożek, para ser sucedido por Kuratowski hasta 1933, cuando el departamento fue cerrado, y Kuratowski fue asignado a la universidad de Varsovia.

La rama de Leópolis de la Sociedad Matemática Polaca tuvo 180 reuniones con 360 comunicados entre los años 1928-1938. A esta ciudad llegaron como visitantes todos los matemáticos polacos activos y matemáticos extranjeros como Ernst Zermelo, John von Neumann, Henri Lebesgue y algunos otros.

#### **2.4.1 Cuaderno escocés**

En Leópolis acontecía algo bastante particular, que era las reuniones de los sábados en la tarde en un café y que eran posteriores a la finalización de actividades en las universidades, en particular después de la reunión de la Sociedad Matemática Polaca sección Leópolis<sup>19</sup>. El núcleo inicial de las reuniones era conformado por Banach, Steinhaus y Mazur. No se aceptaba estudiantes, aunque las primeras excepciones fueron la de Stanislaw Ulam y la de Jozef Schreier. Cabe decir que con el tiempo, a estas reuniones se unieron otros matemáticos como Kaczmarz, Auerbach, Schauder, Kuratowski o Nikodym.

Las reuniones se hicieron inicialmente en el café Roma, pero Banach se enfadó con el dueño porque éste no le fiaba las consumiciones hasta final de mes, que era cuando cobraba el sueldo

---

<sup>19</sup> “Una costumbre similar parece que se impuso un tiempo después en el centro de Varsovia, alrededor del *Fuker wine shop*” (Arboleda, 1982, pág. 237).

de la universidad. Por ello se decidió trasladar la tertulia al bar que estaba frente a éste, el Café Escocés.

De esas reuniones en el Café Escocés ha quedado un legado muy importante, una colección informal de problemas resueltos, no resueltos y también problemas indecidibles, que pasó a denominarse como el Cuaderno Escocés. Sobre el origen de este famoso cuaderno veamos una nota:

En sus memorias, Ulam escribió: “Me acuerdo de una sesión en el Café Escocés con Mazur y Banach que duró 17 horas sólo interrumpidas por las comidas. Lo que más me impresionaba era cómo se podía hablar de Matemáticas, razonar y hallar demostraciones en estos debates”. Esa maratónica reunión dio como fruto un importantísimo teorema de análisis funcional. Cuando el bar cerró, todos se marcharon cansados y satisfechos por los resultados obtenidos. Pero al día siguiente, que es cuando peligran los pequeños detalles de una demostración improvisada, se encontraron con que la mesa de mármol en la que habían estado trabajando resplandecía con un blanco incólume. No quedaba ni rastro del teorema. Los matemáticos, encabezados por Banach, pusieron el grito en el cielo y el dueño del local les recordó, por si lo habían olvidado, que el Escocés era un bar y que una de las obligaciones del personal consistía en limpiar las mesas cada día antes de cerrar. Fue entonces cuando intervino Lucja, la mujer de Banach, que le entregó a su marido una libreta que había elegido cuidadosamente, con las páginas en blanco y encuadernada con sólidas tapas de pasta. Le sugirió que anotaran en él las cosas importantes y que al finalizar la jornada se lo dieran a alguien para que lo guardara. Y fue precisamente el dueño del bar quien se hizo responsable del cuaderno. Cuando alguien del grupo lo solicitaba se lo entregaba y al finalizar la jornada volvía a depositarlo tras la barra, en un

lugar seguro. (...) Se decidió que en el cuaderno se anotarían los enunciados de los problemas al inicio de las páginas impares dejando el resto y el reverso en blanco para escribir la solución. El 17 de julio de 1935, Banach escribió el primer problema.

Había nacido entonces el cuaderno escocés<sup>20</sup>.

Ulam, quien residía en Estados Unidos desde 1935, visitó Polonia en agosto de 1939, justo antes de la Segunda Guerra Mundial, Mazur le dijo que creía que una gran guerra era inminente, y le preocupaba que se perdieran los resultados no publicados sobre grupos numerables. Así, le dijo a Ulam que cuando iniciara la guerra pondría el libro en una caja y lo enterraría donde pudiera ser encontrado más tarde, cerca de la portería de un campo de fútbol.

Ulam no sabe si efectivamente fue esa la forma en la que se conservó el cuaderno durante la guerra, lo que si dice es que cuando Banach murió en 1945, su hijo, Stephan Banach, Jr. lo encontró, y se lo enseñó a Steinhaus.

Steinhaus entonces lo copió a mano palabra por palabra y en 1956 envió esa copia a Ulam, quien residía en Los Alamos (Estados Unidos). Con esa copia, Ulam lo tradujo al inglés, sacó 300 copias y las distribuyó por correo a varias universidades tanto estadounidenses como del exterior y también a varios amigos. Así, el Cuaderno escocés empezó a conocerse en los círculos matemáticos. R. D. Mauldin publicó el libro: *The Scottish Book, Mathematics from the Scottish Café* (Mauldin, 1981)<sup>21</sup>.

En el cuaderno escocés hay escritos un total de 193 problemas. Banach escribió 25, 14 en solitario y los otros 11 junto con Mazur y Ulam. Mazur planteó 24, de Ulam son 40, de Steinhaus

---

<sup>20</sup> Tomado de: <http://sangakoomaths4life.wordpress.com/tag/cuaderno-escoces/>

<sup>21</sup> Se puede ver la versión original manuscrita del cuaderno escocés en el enlace <http://kielich.amu.edu.pl/StefanBanach/pdf/ks-szkoeka/ks-szkoeka1pol.pdf> (última visita: Diciembre 2016)

Hace parte de la página (Jakimowicz-Miranowicz, 2012), donde se encuentra suficiente información sobre Banach.

10, y el resto fueron planteados por visitantes, entre los que están Fréchet, von Neumann, Sierpiński, Lebesgue, Erdős, Infeld, Kuratowski, Eilenberg, Lusternik, Knaster y Alexandroff. Los primeros problemas datan desde 1928, aunque el primero escrito en el cuaderno tiene la fecha de 17 de julio de 1935 y fue propuesto por Banach. El último es del 31 de mayo de 1941 y está registrado con la firma de Steinhaus.

Es importante señalar que el ambiente de camaradería e informalidad que se vivía entre los asistentes a estas reuniones debió ser un factor de gran importancia para obtener este producto, tanto así que dice que algunas soluciones a problemas venían hasta en servilletas, y que se usaban las mesas de mármol para escribir ideas. Para ello veamos como Ulam describe algunos apartes de lo que debe ser la etapa inicial de estas reuniones, cuando aún se hacían en el café Roma:

Kuratowski, que era profesor en el Instituto Politécnico, y Steinhaus, que estaba en la Universidad, preferían ir a un café más elegante. Pero Banach, Mazur y algunos visitantes como Sierpiński, eran clientes del Café Roma. Ahí nos sentábamos a discutir matemáticas, chiquiteando una taza de café o de té, durante tres o cuatro horas. Además de matemáticas, había ajedrez. Auerbach era un jugador muy fuerte. Frecuentemente jugaba una o dos partidas con Stożek o Nikliborc mientras Banach miraba y por supuesto metía su cuchara. Pero además de todo esto, los matemáticos continuábamos con la discusión que habíamos empezado más temprano en la reunión de la Sociedad Matemática. La atmósfera que se vivía, especialmente en Leópolis, era de una colaboración entusiasta; la gente estaba realmente interesada en los problemas de los otros. Esto también era cierto en Varsovia, en donde había muchísima colaboración entre topólogos, aquellos que hacían teoría de conjuntos, y lógicos. En Leópolis, el interés no

sólo estaba en la teoría de conjuntos sino, debido a la influencia de Steinhaus y Banach, también en el análisis funcional y algunos otros campos.<sup>22</sup>

Los relatos de Ulam se acompañan de anécdotas con tintes de humor matemático, eso se puede corroborar en su autobiografía (Ulam, 2002). Correspondiente a las memorias del cuaderno escocés rescatamos una en la que interviene Henri Lebesgue y los objetos definibles:

En una ocasión, el matemático francés Henri (Lebesgue) fue invitado a cenar en el Café Escocés junto con otros quince miembros de la comunidad matemática de Leópolis. El menú que le entregaron estaba en polaco y cuando el camarero se acercó a él para tomar nota, Lebesgue se lo devolvió y, utilizando el más puro estilo matemático, le dijo “Merci, je ne mange que des choses bien définies” (Gracias, yo sólo como cosas que estén bien definidas).<sup>23</sup>

## **2.5 Otros centros matemáticos en Polonia**

Los centros más importantes para la matemática polaca durante el periodo Entreguerras fueron Varsovia y Leópolis, tanto así que se consideran escuelas de matemáticas. Sin embargo no es justo hablar de matemáticas en Polonia en el periodo que aquí se trata sin hacer alusión a los esfuerzos que se realizaban en los centros matemáticos de las ciudades de Cracovia, Vilna y Posnania. Así, en este apartado se dará una breve lista de los matemáticos más representativos de estos centros y su campo de especialización.

Se empezará hablando de Cracovia, en el que estaban presentes la Universidad Jagelona y la Universidad AGH de Ciencia y Tecnología. El análisis era la mayor rama de interés y en la que la revista *Anales de la Sociedad Polaca de Matemáticas*, llegó a ser la principal publicación. El

---

<sup>22</sup> Tomado de: [http://nicofersist.blogspot.com.es/2006\\_12\\_01\\_archive.html](http://nicofersist.blogspot.com.es/2006_12_01_archive.html) (última visita: diciembre 2016)

<sup>23</sup> Tomado de: <http://sangakoomaths4life.wordpress.com/2013/07/12/el-cuadernosococes/>

principal referente en Cracovia era Stanislaw Zaremba, quien se destacó por sus resultados en ecuaciones diferenciales parciales y otros campos de análisis clásico. Entre sus principales pupilos se destacaron Tadeusz Wazewski (1896-1972) en ecuaciones diferenciales y Wladislaw Nikliborc (1889-1948) especializado en análisis.

En Cracovia también se debe nombrar a Franciszek Leja (1885-1979), especialista en funciones analíticas; Antoni Hoborski (1879-1940) y su alumno Stanislaw Golab (1902-1980) especialista en geometría diferencial; Otto Nykodym (1887-1974), conocido por un famoso resultado de teoría de la medida que lleva su nombre; Alfred Rosenblatt (1880-1947), quien desde 1936 se radicó en Lima - Perú, especialista en geometría algebraica y aplicaciones del análisis; Jan Sleszyński (1854-1931), uno de los pioneros de la lógica matemática en la región de Cracovia; y Witold Wilkosz (1891-1941), quien tiene su obra principalmente en análisis y fundamentos de las matemáticas.

Cabe decir que después de la Segunda Guerra Mundial, Cracovia acogió a gran parte de los profesores de Leópolis, ya que ésta última pasó a ser parte de Ucrania.

El siguiente centro del que se hablará es Vilna, que ahora hace parte de Lituania siendo su capital (en Lituano su nombre es Vilnius, en polaco se escribe Wilno). La cabeza visible en Vilna era Antoni Zygmund (1900-1992), quien fue profesor en la Universidad Stefan Batory desde 1930 hasta 1939, para luego emigrar a Estados Unidos, donde también tuvo una destacada labor académica, siendo director de tesis de Paul Cohen, el único medalla Fields (1966) en teoría de conjuntos. Obtuvo su doctorado en la Universidad de Varsovia en 1923 asesorado por los matemáticos Aleksander Rajchman y Stefan Mazurkiewicz y sus principales áreas de interés era el análisis armónico, el cual aplicaba a la teoría de ondas y vibraciones. En (Kuratowski K. , 1980, pág. 47) se destaca entre los pupilos de Zygmund a Józef Marcinkiewicz (1910- 1940) de

quien dice que era uno de los matemáticos polacos más talentosos, pero que murió con treinta años al inicio de la guerra.

Antes de Zygmund, en Vilna se destacaba Stefan Kempisty (1892-1940) quien se especializó principalmente en teoría de funciones de variable real. Kuratowski también nombra a los siguientes, como matemáticos importantes en Vilna: Mirosław Krzyżanski (1907-1965) y Stanisław Krystyn Zaremba (1903- 1990) (hijo de Stanisław Zaremba).

La Universidad de Posnania<sup>24</sup> (en polaco Poznań), era la más joven en Polonia, ya que fue fundada en 1919, contaba con dos plazas para matemáticas. En sus inicios este centro se dedicaba especialmente a la enseñanza y a trabajo administrativo, es decir, la investigación no era su prioridad. El centro era dirigido por el profesor Zdzisław Krygowski (1872-1955), quien anteriormente había sido rector de la Universidad Tecnológica de Leópolis.

En 1929 mejoró sustancialmente la situación científica en Posnania debido a que se concedió una plaza a Mieczysław Biernacki (1891-1959), un destacado académico que en 1928 había finalizado su tesis en París, y que se especializó en teoría de funciones analíticas. También fue importante la labor de estimular la actividad científica por parte de Władysław Ślebodziński, quien era profesor en la Escuela de Ingeniería Mecánica de Posnania.

En 1937, Władysław Orlicz, uno de los destacados matemáticos de la escuela de Leópolis y por ende especialista en análisis funcional, asumió una plaza en Posnania, ayudando así a incrementar el estatus científico de este centro.

## **2.6 La Sociedad Polaca de Matemáticas**

---

<sup>24</sup>Actualmente la Universidad de Posnania se llama Universidad Adam Mickiewicz.



Junto a las instituciones de educación superior, la Sociedad Polaca de Matemáticas<sup>25</sup> tuvo un papel fundamental en el desarrollo de la matemática polaca. La actividad de la SPM tenía dos aspectos diferenciados: el primero era el puramente científico y representado principalmente por las reuniones académicas de las diferentes secciones, y el aspecto administrativo, que se ocupaba del trabajo de las oficinas centrales de la sociedad, tales como organizar eventos, la representación de matemáticos polacos en el extranjero y consultar con las autoridades estatales sobre los asuntos referentes a la matemática polaca.

Desde 1917, en Leópolis se había establecido una sociedad matemática<sup>26</sup>, sin embargo fue el 2 de abril de 1919 la fecha en la que se considera la reunión con la que quedó establecida la SPM. Esta reunión se hizo en el espacio donde se realizaba el seminario de filosofía en la Calle Santa Ana en Cracovia. Asistieron 16 personas, incluyendo todos los profesores de la universidad Jagelona, es decir: los profesores S. Zaremba, K. Żorawski, J. Sleszynski, A. Hoborski y A. Rosenblatt, además del asistente F. Leja y varios matemáticos más que trabajaban en escuelas de secundaria, tales como L. Chwistek, L. Hordynski, O. Nikodym, S. Banach y dos ingenieros más.

De la reunión surgió el primer cuadro administrativo: S. Zaremba como presidente, A. Hoborski como vicepresidente, F. Leja como secretario y L. Hordynski como tesorero. Todos los demás asistentes fueron reconocidos como miembros de esta sociedad (Kuratowski K. , 1980, pág. 51).

Los principios de esta sociedad, en el momento de su fundación eran:

- Fomento de la matemática pura y aplicada

---

<sup>25</sup> De ahora en adelante se denotará como SPM.

<sup>26</sup> En la nota al pie de página de (Kuratowski K. , 1980, pág. 50), se dice que una historia detallada de la Sociedad Polaca de Matemáticas fue publicada por T. Iwinski, quien durante gran tiempo fue secretario de esta sociedad: Más de medio siglo de actividad de los matemáticos polacos, PWN-Polish Scientific Publishers, Warsaw 1975 (en polaco).

- Organización de seminarios y reuniones
- La publicación de los *Anales de la Sociedad Polaca de Matemáticas*

De acuerdo con el primer estatuto, el propósito de la sociedad era “una cultivación comprehensiva de las matemáticas puras y aplicadas a través de sesiones científicas combinadas con conferencias” (Chaves, 2014, pág. 135) citando a (Kowalski, 2004, pág. 24). El primer cambio a este estatuto, en 1921, fue la siguiente adición: “la publicación de un periódico y mantener los contactos con el movimiento científico matemático”.

En Varsovia por ese entonces, Janiszewski, Lukasiewicz, Mazurkiewicz, Sierpiński y algunos de los alumnos de ellos, tuvieron reuniones académicas semanales, tales reuniones no eran muy diferentes de las que se ejercían posteriormente cuando Varsovia ingresó oficialmente a la Sociedad Polaca Matemática.

De Varsovia no participó nadie en la primera reunión de la Sociedad, sin embargo, después de algunos meses de deliberación, cinco matemáticos de Varsovia se unieron a la Sociedad Matemática de Cracovia el 19 de septiembre de 1919. Estos fueron Dickstein, Sierpiński, Janiszewski, Mazurkiewicz, y Zakrocki. Por ello se anunció en la reunión de la Sociedad de Cracovia que una Junta Extraordinaria se celebrará el 29 de septiembre:

Matemáticos de diferentes partes de Polonia han sido invitados a participar en ella. El objetivo de la reunión es para organizar una oficina de informes para la recogida y difusión de información en el extranjero sobre el movimiento científico en Polonia, y

considerar una posible reorganización de la Sociedad (...) para ampliar el ámbito de actividades de la Sociedad en todo el país.<sup>27</sup>

En 1921, la Sociedad Matemática de Cracovia se transformó en la Sociedad Matemática Polaca, con sede principal en Cracovia. Para ese entonces contaba con 49 miembros.

Poco después se empezó a admitir en la sociedad, miembros que no vivieran en Cracovia, para ello se crearon secciones en diversas ciudades; desde 1921 en Leópolis, y desde 1923 en Varsovia, Posnania y Vilna.

La sociedad tenía un carácter científico, donde las posibilidades de tener voto activo o pasivo eran exclusivas de los autores de publicaciones matemáticas. Un nuevo estatuto, realizado en 1936 en Leópolis, estableció una organización federativa de cinco seccionales, con sede principal en Varsovia. La sede fue movida a Varsovia en 1937 y se extendieron unos nuevos propósitos:

- Ser representación de la comunidad matemática polaca
- Introducir premios a la investigación
- Relaciones internacionales
- Programa de publicaciones extendido

Los presidentes de la Sociedad fueron: S. Zaremba, de Cracovia (1919); W. Staniewicz, de Vilna (1921); Z. Krygowski, de Posnania (1926); W. Sierpiński, de Varsovia (1928); K. Bartel, de Leópolis (1930), S. Mazurkiewicz, de Varsovia (1932) y S. Banach, de Leópolis (1939).

---

<sup>27</sup> Tomado de: <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Societies/Polish.html> citando J. Piorek. Polish Mathematical Society, European Mathematical Society Newsletter 32, pp. 17-18.

La intensa actividad de la Sociedad Polaca matemática en el periodo 1919- 1939 se puede ver en los siguientes números: 1143 reportes presentados, de los cuales 446 fueron de la seccional de Varsovia, 373 de Leópolis y 184 de Cracovia.

El número de miembros de la SPM aumentó rápidamente, de 100 en 1924 a cerca de 200 en 1938.

Varios matemáticos del extranjero fueron miembros de la SPM y colaboraron con ésta. Entre ellos P.S. Alexandroff (Rusia), Elie Cartan (Francia), E. Cech (Checoslovaquia), S. Lefschetz (EE. UU.), T. Levi-Civita (Italia), N.N. Luzin (Rusia), P. Montel (Francia), R.L. Moore (EE. UU.), G. Vitali (Italia), I. Vinogradov (Rusia), E. Zermelo (Alemania).

Entre las actividades de tipo administrativo se destacan algunos hechos, tales como la organización de congresos polacos de matemáticas, el primero de ellos inició el 7 de septiembre de 1927. Anterior a este congreso, los matemáticos en Polonia asistían a los llamados “Congresos de Médicos y Científicos Naturales”, pero su participación no era muy notoria, por ejemplo, en el congreso llevado a cabo en 1925, la sección de matemática fue sólo una de las 35 secciones del congreso, 10 matemáticos participaron en este evento. Es así que el protagonismo de los matemáticos, frente al de sus colegas de las otras ciencias no era satisfactorio para los matemáticos polacos de la época, por ello la reunión general de la SPM en 1926 en Cracovia decidió organizar el Primer Congreso Polaco de Matemáticas, el cual tuvo 200 participantes venidos de distintas partes del país y varios de ellos del extranjero, entre los que se destacaba John von Neumann. Se realizó un Segundo Congreso Polaco de Matemáticas, este se llevó a cabo en Vilna en 1931, y el tercero fue en 1937 en Varsovia. A la organización de estos eventos de carácter nacional hay que sumar el Primer Congreso de Matemáticos de Países Eslavos, el

cual se realizó en Polonia en 1929. En total, durante el periodo 1919-1939 se realizaron 1143 conferencias relacionadas con la SPM.

Sobre las publicaciones de la SPM, durante el periodo Entreguerras, en 1921 surgió un órgano llamado “*Disertaciones de la Sociedad Polaca Matemática*”, un año después se transformó en un periódico denominado “*Anales de la Sociedad Polaca de Matemáticas*”. El cual tuvo 25 volúmenes desde 1922 hasta 1952.

La SPM ha gestionado la popularización y el reconocimiento de los matemáticos polacos. Eso se puede ver en la realización de competiciones y la asignación de premios, como también en las iniciativas para que algunas calles lleven el nombre de figuras de la matemática polaca. Entre las competencias y premios para matemáticos menores de 28 años, están los grandes premios por logros científicos (llamados posteriormente Stefan Banach, Stefan Mazurkiewicz, Stanislaw Zaremba, Waclaw Sierpiński, Tadeusz Wazewski y Zygmunt Janiszewski); por logros en el campo de matemáticas aplicadas y elaboraciones prácticas (llamados posteriormente Hugo Steinhaus y Waclaw Pogorzański) y finalmente, por logros en beneficio de la cultura matemática (llamado posteriormente Samuel Dickstein).

La seccional de Torun de la SPM organiza “la competición Józef Marcinkiewicz”, para el mejor artículo entre estudiantes, la seccional de Breslavia lo hace igualmente al mejor artículo entre estudiantes, pero en teoría de probabilidad y aplicaciones matemáticas. También el consejo editorial de Didáctica de las Matemáticas organiza “la competición Anna Zofia Krygowska” para el mejor artículo de estudiantes en Didáctica de las matemáticas.

La SPM también ha estado en la organización y supervisión de competiciones para premios que posteriormente se llamaron Kazimierz Kuratowski, Stanislaw Mazur y Wladislaw Orlicz. También participa en la concesión de la “Medalla Waclaw Sierpiński” para conferencias.

Por iniciativa de la SPM varias calles y avenidas en Cracovia, Varsovia y Breslavia, han llegado a tener nombres de matemáticos polacos, entre ellos:

Stanislaw Golab, Bronislaw Knaster, Miroslaw Krzyzanski, Kazimierz Kuratowski, Francizek Leja, Edward Marczewski, Zdzislaw Opial, Witold Pogorzelski, Marian Rejewski, Waclaw Sierpiński, Stefan Straszewicz, Jacek Szarski, Tadeusz Wazewski y Stanislaw Zaremba.

El 23 de noviembre de 1982, la Oficina Postal Polaca publicó cuatro estampillas como una serie de matemáticos polacos con retratos de Stefan Banach, Zygmunt Janiszewski, Waclaw Sierpiński y Stanislaw Zaremba. Además bajo la iniciativa de la seccional de Cracovia de la SPM se erigió un monumento a Stefan Banach en ocasión de la XV Asamblea de Matemáticos Polacos en 1999.

### **3. Waclaw Sierpiński y su obra matemática en Teoría de Conjuntos en *Fundamenta Mathematicae***

Este capítulo responde, a diferencia de los otros dos capítulos, a un tipo de historia con un enfoque internalista, puesto que es valioso recopilar información sobre el contenido matemático de los trabajos de Sierpiński, ya que permite profundizar más en los detalles de los problemas de la teoría de conjuntos que manejaba este matemático polaco en la revista *FM*.

Así en este capítulo se presenta, primero, una breve biografía de Sierpiński y su obra matemática, desde una distribución en cinco temáticas, en la que se trata de caracterizar sus publicaciones en teoría de conjuntos hasta 1939. Posteriormente se presenta una clasificación de los artículos de Sierpiński en *FM*.

#### **3.1 Biografía de Sierpiński**

Waclaw Franciszek Sierpiński nació en Varsovia el 14 de marzo de 1882 y murió el 21 de octubre de 1969 también en Varsovia. Era hijo de un reconocido físico, Konstanty Sierpiński. En la escuela secundaria tuvo como profesor a W. Wlodarski, con quien Sierpiński empezó a mostrar gran interés en las matemáticas.

En 1899 ingresó a estudiar en el Departamento de Matemáticas y Física de la Universidad de Varsovia, culminando sus estudios en 1904. Durante su época de estudiante universitario tuvo una marcada influencia del profesor ruso Giorgy Voronoi, especialista en teoría de números; de hecho en 1903, obtuvo una medalla de oro concedida por el Departamento de Matemáticas y Física, por el mejor ensayo de un alumno sobre la contribución de Voronoi a la teoría de números. Al no estar dispuesto a que su ensayo se publicara en ruso en el *Izvestia* de la Universidad de Varsovia lo retuvo hasta 1907, año en que se apareció en la revista matemática

de Samuel Dickstein<sup>28</sup>, *Prace Matematyczno-Fizyczne (Trabajos de matemáticas y física)*. Después de obtener su título, ejerció como docente en la enseñanza secundaria, lo cual para la época, era un trabajo frecuente y poco atractivo para los científicos jóvenes que hacían parte de la región de influencia de la Rusia zarista en Polonia.

A raíz de la gran huelga escolar que acompañó la Revolución de 1905, que fue un incentivo para que Sierpiński se negase a publicar en ruso su primer escrito, renunció a su puesto docente en el liceo y se trasladó a Cracovia para continuar sus estudios en la Universidad Jagelona, asistiendo entre otros, a los cursos dictados por Stanislaw Zaremba. Obtuvo su doctorado en 1906 con la tesis titulada *Sur la somation de la serie  $\sum f(m^2 + n^2)$  où  $(m^2 + n^2) \leq x$* . Según *Genealogy Project*<sup>29</sup>, sus tutores fueron Zaremba y Voronoi. Luego volvió a Varsovia y retomó su puesto docente en la enseñanza secundaria, y por entonces sus investigaciones y resultados los enviaba a las más importantes publicaciones de Cracovia y Varsovia.

Hasta ese entonces, el campo de trabajo de Sierpiński en matemáticas era la teoría de números, pero en 1907 empieza su interés en teoría de conjuntos debido a un resultado que llamó su atención: la posición de los puntos del plano pueden ser totalmente descritos por un número real. Por ello escribió a su amigo Banachiewicz, quien estudiaba en Gotinga (Alemania), y la respuesta de éste ha pasado a la historia por ser de una sola palabra: “Cantor”. Al poco tiempo, y después de una estadía en Gotinga, sus intereses cambiaron de la teoría de números a la teoría de conjuntos.

En 1908 es nombrado miembro titular de la Sociedad de Ciencias de Varsovia, el mismo año, bajo invitación del profesor Józef Puzyna presentó y aprobó el examen de cualificación para

---

<sup>28</sup> Matemático polaco de origen judío, quien vivió entre 1851 y 1939.

<sup>29</sup> Disponible en web: <https://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/>.



ejercer como docente en la Universidad de Leópolis y en 1910 llega a ser profesor asociado en esta universidad.

Desde 1909 dictó varios cursos sobre teoría de conjuntos, temática que fue ganando importancia cada año, contribuyendo así “a la extensión y transformación de ese campo en una teoría sistematizada” (Kuratowski K. , 1980, pág. 169). Su curso en la Universidad de Leópolis de 1909 es uno de los primeros sobre teoría de conjuntos<sup>30</sup>. Su libro *Zarys teorii mnogosci (Estructura de la teoría de conjuntos)*, de 1912 es una síntesis de esta teoría, una de la primeras publicaciones al respecto, el cual elaboró basándose en los cursos dictados.

Sierpiński no se dedicaba sólo a su trabajo creativo en la investigación. Para satisfacer las necesidades de sus estudiantes, publicaba manuales para los universitarios de un alto nivel científico, tanto así que muchos de estos recibieron el Premio de la Academia de Ciencias y Letras de Cracovia.

Al inicio de la Primera Guerra Mundial en 1914, Sierpiński, y su familia fueron internados por las autoridades zaristas en la ciudad de Vyatka (Rusia), ya que tenía pasaporte austriaco. Los profesores Dimitri Egorov y Nicolai Luzin gestionaron que se permitiese su traslado a Moscú, ofreciéndole unas condiciones favorables para continuar con su trabajo científico. Es de este periodo que datan importantes trabajos escritos en común entre Sierpiński y Luzin (cuatro artículos según (Grattan-Guinness, 2000)); éstos marcaron el inicio de una cooperación que duró varios años y que se centró en la teoría de conjuntos analíticos, que llevaría posteriormente a la teoría descriptiva de conjuntos, y la teoría de funciones reales. En esa época, también dedica

---

<sup>30</sup> Se debe aclarar que en la biografía de Sierpiński que se presenta en (Hartman et al., 1974) se plantea que es quizás el primer curso que se dictó en esta materia. Pero Kuratowski no conocía que en Gotinga en 1900, Zermelo ya había impartido un curso de teoría de conjuntos, y en Leipzig en 1901 Hausdorff también. Aunque es válido presumir que el contenido del curso de Sierpiński debía ser distinto, especialmente del dictado por Zermelo debido a las diferentes visiones que tenían de la teoría de conjuntos.

parte de su actividad a desarrollar sus investigaciones en topología general, originadas en sus trabajos de 1912-1915 sobre las llamadas curvas de Peano y la caracterización topológica de ciertos conjuntos de puntos.

En febrero de 1918 Sierpiński vuelve a Leópolis, en otoño del mismo año obtuvo una plaza en la Universidad de Varsovia, donde se reencontró con Mazurkiewicz y Janiszewski, profesores de esta universidad desde que se reestableció como una universidad polaca en 1915. Este periodo es el más decisivo para la actividad de Sierpiński y de la historia de las matemáticas modernas de Polonia, ya que se lleva a cabo el programa que prevé la creación de una escuela matemática en Varsovia y crean *Fundamenta Mathematicae*, la primera revista especializada en una temática de las matemáticas. Janiszewski figuró como editor del primer volumen, murió prematuramente en 1920 antes que éste se publicara, así Sierpiński heredó sus responsabilidades, ejerciéndolas durante varios años.

A final de los años 20, la escuela de Varsovia de matemáticas está a la vanguardia de la matemática mundial, y por su extraordinaria actividad, Sierpiński es su principal representante. Célebres universidades le otorgan el título de Doctor Honoris Causa, además, numerosas academias de ciencias lo nombran miembro extranjero.

La época Entreguerras está marcado por la gran producción de Sierpiński, lo que se expresa en el número de publicaciones, por la edición de su obra principal *Hypothèse du continu* (publicada en la serie Monografías Matemáticas (*Monografie Matematyczne*) de la que Sierpiński fue uno de sus fundadores), y por la formación de una gran cantidad de sus discípulos. En la misma época Sierpiński figuraba en abundantes cargos administrativos; fue presidente de la Sociedad de Ciencias de Varsovia desde 1931 (durante veinte años), miembro de la oficina de la Academia

Polaca de Ciencias y Letras, presidente de la Sociedad Polaca de Matemáticas (1928-1929) y de la Asociación de profesores de escuelas secundarias y superiores.

Durante la Segunda Guerra Mundial Sierpiński no abandonó su trabajo científico, siguió escribiendo artículos que los enviaba a revistas italianas, y en cada uno de éstos finalizaba con las siguientes palabras: “Las pruebas de estos teoremas aparecerán en la publicación de *Fundamenta Mathematicae*” (Chaves, 2014, pág. 142), también preparó nuevas ediciones de sus obras ya impresas. Su labor de profesor no se frenó, ya que hizo parte activa de una universidad clandestina dictando cursos ante un número reducido de oyentes.

Después de la insurrección de Varsovia, en 1944, Sierpiński fue deportado por los alemanes a la región de Cracovia. Después de la liberación de Cracovia impartió cursos en la Universidad Jagelona de Cracovia, después, en otoño de 1945, retomó sus deberes y su lugar en la Universidad de Varsovia. Ahí, publicó, entre otros, una monografía sintética y enciclopédica sobre la teoría de conjuntos, que se titula *Cardinal and Ordinal Numbers* (1958). En 1964 publicó otra monografía igualmente importante: *Elementary Theory of Numbers*, con lo que se evidencia que retornó a trabajar en los intereses con los que inició su carrera científica, de hecho en sus últimos veinte años predominan nuevamente sus trabajos sobre teoría de números, tanto así que fue editor de la revista *Acta Arithmetica*, especializada en este campo de las matemáticas.

Las labores administrativas lo coparon, continuó ejerciendo las labores de presidente de la Sociedad de Ciencias de Varsovia, y con ese cargo toma parte activa en la ciencia polaca devastada por la ocupación. Participó en las labores del primer congreso de Ciencia polaca, y en las de la Comisión encargada de la organización de la Academia de Ciencias, herencia y continuación de la Academia de Ciencia y Letras (localizada en Cracovia) y de otras sociedades surgidas antes de la guerra. Cuando la nueva Academia Polaca de Ciencias fue creada, asumió la

vicepresidencia, ejerciendo esta función durante el periodo 1952-1956, como miembro del presidium lo hizo hasta el final de su vida.

Contribuyó a la creación de un organismo nuevo que toma una gran importancia en las matemáticas de Polonia, El Instituto Matemático, del cual fue presidente del Concejo científico, y a partir de 1968 fue nombrado presidente honorario, ejerciendo esta función hasta su muerte.

En 1949 recibió el Premio científico del Estado de primer grado, en 1957 fue condecorado con la gran Cruz de la Orden Polonia Restituta, antes de esa fecha recibió la *Ordre de l'étendard du Travail* de primera clase. La capital le confirió el Premio de la ciudad de Varsovia, y la sociedad polaca de matemáticas el título de miembro de honor.

El título de doctor honoris causa le fue adjudicado en las siguientes universidades: de Amsterdam, de Bordeaux, de Lucknow, de Leópolis (antes de la guerra), de Moscú, de París, de Praga, de Sofía, de Tartu (antes de la guerra) y de Breslavia.

Fue nombrado miembro extranjero de las Academias de Ciencias siguientes: de Alemania, de Bulgaria, de Italia, de Lima, de Nápoles, de París, de Holanda, de Rumania, de Serbia, de Checoslovaquia, del Vaticano y de Zagreb.

Sobre las clases de Sierpiński y la forma de estimular a sus estudiantes Kuratowski escribió:

Las clases de Sierpiński (...) y particularmente sus seminarios jugaron un gran papel al estimular la curiosidad científica de los jóvenes matemáticos. Él tenía muy buenas relaciones con los principales matemáticos del mundo (...) y solía leer sus correspondencias en los seminarios, agregando sus propios comentarios para precisar los más importantes problemas. Era una forma de introducir *in medias res* los problemas

actuales a los participantes, y por consiguiente un estímulo inusual para que investigaran ellos mismos o para hacerlo bajo la guía de su maestro (Duda, 1996, pág. 489).

De *Genealogy Project* se sigue que Sierpiński dirigió nueve tesis doctorales, todas ellas entre 1913 y 1963. La lista de dirigidos es la siguiente:

Stefan Mazurkiewicz (1913), Universidad de Leópolis; Stanislaw Ruziewicz (1913), Universidad de Leópolis; Jerzy Neyman (1924), Universidad de Varsovia; Wladyslaw Slebodzinski, (1928), Universidad Jagelona; Zygmunt Zalcwasser, (1928) Universidad de Varsovia; Edward Marczewski, (1932) Universidad de Varsovia; Antoni Wakulicz, (1949) Universidad de Varsovia; Andrzej Schinzel, (1960) Universidad de Varsovia; Andrzej Rotkiewicz, (1963) Academia Polaca de Ciencias.

El epitafio sobre la tumba de Sierpiński, y de acuerdo a su deseo expresado años antes de su muerte, dice: EXPLORADOR DEL INFINITO.

### **3.2 La teoría de conjuntos en Sierpiński**

En (Duda, 1996, pág. 495) se dice: “El impacto de *FM* se sintió más fuertemente en dos áreas de excelencia: la teoría general de conjuntos y la topología. También tuvo un considerable efecto en el crecimiento de la teoría de funciones de una variable real, la teoría de conjuntos analíticos y proyectivos, la teoría de la medida y categorías, los inicios del análisis funcional y de la lógica matemática”. (Moore, 1982), plantea que el área de la teoría de conjuntos fue dominada por la inmensa figura de Sierpiński, cuyas contribuciones están entre las más básicas en cada una de las primeras cinco áreas de *FM* enumeradas anteriormente.

Las cinco temáticas, de lo que se entendía como teoría de conjuntos hasta antes de la Segunda Guerra Mundial, en que trabajó Sierpiński son teoría general de conjuntos, conjuntos analíticos y proyectivos, medida y categorías, topología general y funciones de variable real.

En la descripción que se hará en seguida de la relación de Sierpiński con cada una de las anteriores temáticas, se ha tomado como fuente principal a (Hartman et al., 1974), sin dejar de lado las diferentes caracterizaciones que se hacen en (Chaves, 2014).

### 3.2.1 Teoría general de conjuntos

En la descripción que se hace en (Hartman et al., 1974) y que se retoma en (Chaves, 2014), se puede notar que la teoría general de conjuntos está escrita por temáticas más que por resultados como se hace en otras líneas como se verá más adelante.

Los trabajos de Sierpiński que actualmente<sup>31</sup> corresponden a la teoría general de conjuntos fueron dedicados a problemas clásicos: teoría de potencias<sup>32</sup>, en particular de operaciones sobre números cardinales, problemas concernientes a conjuntos ordenados y operaciones sobre estos conjuntos. Cabe decir que entre las más de 700 publicaciones de Sierpiński, la teoría general de conjuntos no llega a ser el centro de más de cien (Chaves, 2014, págs. 154-155).

Las operaciones sobre números cardinales fueron el objeto de los trabajos *O pewnym twierdzeniu Cantora* (1908) (Sobre un teorema de Cantor) y *Sur l'égalité  $2m=2n$  pour les nombres cardinaux* (1922), mientras que (Sierpiński-Tarski, 1930) y *Sur un théorème de recouvrement dans la théorie générale des ensembles* (1933) se dedican a lo números fuertemente inaccesibles.

---

<sup>31</sup> Aunque la cita anterior es de 1974 cabe para la actualidad, ya que no hay diferencia sustancial entre la concepción de teoría general de conjuntos actual y la de ese entonces.

<sup>32</sup> También conocida como teoría de cardinales, en donde la potencia de un conjunto se refiere al cardinal del mismo.

El trabajo *Sur les suites transfinies finalement disjointes* (1937) es quizá el más importante de Sierpiński en teoría general del orden, mientras que las propiedades de los órdenes, estudiadas inicialmente por Hausdorff en 1908, las abordó en *Sur un problème concernant les sous-ensembles croissants du continu* (1922), *Généralisation d'un théorème de Cantor concernant les ensembles ordonnés dénombrables* (1932) y *Sur les suites transfinies finalement disjointes* (1937).

Los conjuntos casi disjuntos son abordados a través de la teoría de potencias y familias de conjuntos, esto se hace en los artículos *Sur une décomposition d'ensembles* (1928) y *Sur une décomposition du segment* (1929), la principal propiedad es que para todo cardinal infinito  $\alpha$  existe una familia de potencia  $> \alpha$  compuesta de subconjuntos casi disjuntos de potencia  $\alpha$ , lo cual fue abordado en *Sur les suites transfinies finalement disjointes* (1937) y *Sur la décomposition des ensembles es sous-ensembles presque disjointes* (1938).

Sobre operaciones de conjuntos están *Les ensembles boreliens abstraits* (1927) y *Un théorème général sur les familles d'ensembles* (1928), en las que construye  $\sigma$  - anillos de conjuntos a partir de estructuras de operaciones finitas, lo que ha sido generalizado y aplicado en otras obras matemáticas (Chaves, 2014).

Dos temas generales y sobresalientes del interés de Sierpiński son el axioma de elección<sup>33</sup> y la hipótesis del continuo<sup>34</sup>. Sobre el axioma de elección y su papel en la demostración de teoremas, en 1918 escribe el que es quizás su más importante artículo *L'axiome de M. Zermelo et son role dans la théorie des ensembles et l'analyse* en el que presenta los más importantes resultados del análisis y de la teoría de conjuntos en los que interviene este axioma. En sus trabajos ulteriores no deja de insistir sobre los razonamientos donde usa este axioma y de la búsqueda de un modo

---

<sup>33</sup> Para cada familia de conjuntos no vacíos, existe otro conjunto que contiene un elemento de cada uno de aquellos.

<sup>34</sup> Se refiere a los posibles cardinales de los subconjuntos de la recta real  $\mathbb{R}$ .

de eliminarlo. También concede atención a la efectividad de sus construcciones y *Les exemples effectifs et l'axiome du choix* (1921) es importante por la relación que muestra entre ejemplos efectivos y axioma de elección. Él se declara neutro en cuanto a la veracidad o falsedad del axioma de elección<sup>35</sup>, pero insiste en la importancia de distinguir las demostraciones que usan este axioma y las que no.

Sobre la hipótesis del continuo, al igual que con el axioma de elección se declara neutro, pero deduce consecuencias de teoremas que son equivalentes a ésta. Los resultados de sus investigaciones comienzan con *Sur l'hypothèse du continu  $2^{\aleph_0} = \aleph_1$*  (1924) y continúan durante varios años por ejemplo en (Braun-Sierpinski, 1932), *Sur un problème de M. Ruziewicz concernant l'hypothèse du continu* (1933), *Une propriété du nombre  $\aleph_2$  et l'hypothèse du continu* (1935), *Sur deux propositions dont l'ensemble équivaut à l'hypothèse du continu* (1937) y fueron recopilados en *Hypothèse du continu* (1934).

Sobre los fundamentos de la teoría de conjuntos, Sierpiński aborda desde una posición neutral el axioma de Zermelo y la hipótesis del continuo, respeta por igual la actitud de los “idealistas” que atribuyen a los conjuntos una “existencia real” y la de los “realistas” que aceptan únicamente los conjuntos “bien definidos”. No es partidario de la exposición axiomática de la teoría de conjuntos, de hecho en el prefacio de su libro de 1912 (*Estructura de la teoría de conjuntos*), dice “el método axiomático no se presta para un curso elemental”, esto mismo pensaba Hilbert, que no usaba el método en sus cursos normales.

---

<sup>35</sup> El conjunto de Vitali es un prototipo de objeto matemático en el que interviene el axioma de elección, en su versión más arbitraria y este conjunto rechaza algunas cuestiones intuitivas relacionadas con la medida, por esto el axioma de elección genera rechazo en algunos personajes como se ha mencionado anteriormente.



### 3.2.2 Conjuntos analíticos y proyectivos

Antes de hablar de esta categoría y de los aportes realizados por Sierpiński, se debe aclarar que en Hartman dicha categoría recibe el nombre de conjuntos analíticos y proyectivos, mientras que en (Chaves, 2014) recibe el nombre de teoría descriptiva de conjuntos, compartiendo la idea de que esta línea se presenta por resultados como se verá a continuación. Sierpiński apuesta por caracterizar de diversas formas los conjuntos analíticos<sup>36</sup> y a mejorar los resultados de Luzin<sup>37</sup>, por ejemplo en *Sur une propriété caractéristique des ensembles analytiques* (1927) se demuestra que no es necesario extraer el conjunto numerable, y además lo demuestra para continuidad por izquierda en el intervalo  $(0; 1)$ .<sup>38</sup>

En *Sur l'ensemble de distances entre les points d'un ensemble* (1925) se muestra que el conjunto de distancias entre dos puntos cualesquiera de un conjunto plano  $E$  del tipo  $G_\delta$  no es siempre boreliano<sup>39</sup>, pero que es analítico siempre que  $E$  lo sea.

En *Les fonctions continues et les ensembles analytiques* (1925) mostró que si  $f(x; y)$  es continua en el cuadrado unidad, el conjunto de valores de  $y$  que son soluciones únicas de la ecuación  $f(x; y) = 0$  para un  $x$  fijo forma un conjunto analítico contenido en el intervalo  $(0; 1)$ .

En (Luzin-Sierpiński, 1923) muestran que todo conjunto analítico, al igual que su complemento se pueden ver como la unión de  $\aleph_1$  borelianos. Este importante teorema y algunos similares han sido investigados por varios autores posteriormente, por ejemplo en (Sélianovski, 1933), se ha

---

<sup>36</sup> Definición: un conjunto  $E$  es analítico si admite una representación paramétrica por medio de una función continua sobre  $I$  (Irracionales), es decir que exista una función  $f$  continua y sobreyectiva tal que  $f: I \rightarrow E$

<sup>37</sup> Nicolai Luzin, fue un matemático ruso que nació en 1883 y falleció en 1952 en Rusia. Su obra más famosa es *Les ensembles analytiques et leurs applications* (Los conjuntos analíticos y sus aplicaciones) publicada en 1930.

<sup>38</sup> La continuidad unilateral puede reemplazarse, en el teorema de Sierpiński por la semicontinuidad.

<sup>39</sup> Definición: un conjunto boreliano es cualquier conjunto obtenido mediante uniones e intersecciones numerables de conjuntos cerrados o abiertos en la topología considerada.

usado para mostrar que todo conjunto analítico es Lebesgue medible<sup>40</sup>. La demostración de este teorema se simplifica en *Sur les constituantes des ensembles analytiques* (1933).

Los autores de la teoría de conjuntos analíticos y proyectivos se han acotado a trabajar en espacios euclidianos, sin embargo la teoría generalizada se encuentra expuesta sistemáticamente en el libro (Kuratowski, 1933).

Sierpiński expone la teoría de conjuntos analíticos y proyectivos en sus obras *hypothèse du continu* (1934), *General Topology* (1956) y *Les ensembles projectifs et analytiques* (1950), donde este último es un fascículo del Mémorial des Sciences Mathématiques, dedicado únicamente a esta materia.

### 3.2.3 Medida

En (Hartman et al., 1974) se propone el título “medida y categoría”. Mientras que en (Chaves, 2014), se modifica siendo menos restrictivo y cambiándolo a medida, argumentando que *categoría* es un concepto topológico y por ende apunta al apartado 3.1.4. Así, con esta ampliación se involucra más artículos en los que se busca mostrar que un determinado conjunto es no medible.

El origen de las investigaciones sobre el problema general de la medida está en el teorema de Vitali en el que se demuestra que existe un conjunto no Lebesgue medible. Tal resultado, que no requiere la hipótesis del continuo, se traduce como la inexistencia en  $\mathbb{R}$  de una medida universal<sup>41</sup> invariante respecto a las translaciones.

---

<sup>40</sup> Si  $A$  es un intervalo cerrado  $(a, b)$ , su medida de Lebesgue es la longitud  $b-a$ . El intervalo abierto  $(a, b)$  tiene la misma medida, pues la diferencia entre los dos conjuntos tiene medida cero.

<sup>41</sup>Es decir, que sea exhaustiva, simplemente aditiva, invariante bajo isometrías y normada en el segmento unidad.

Para una medida universal  $\mu$  simplemente aditiva en el conjunto de enteros positivos que sólo tome los valores 0 y 1, en *Fonctions additives non complément additives et fonctions non mesurables* (1938) se demostró que ella da lugar a un conjunto no Lebesgue medible.

En *Sur l'hypothèse du continu*  $2^{\aleph_0} = \aleph_1$  (1924) se “construye” con la ayuda de la hipótesis del continuo un subconjunto de  $\mathbb{R}$  no numerable donde cada parte de medida 0 es numerable<sup>42</sup>, siendo este un resultado análogo al de Luzin, que igualmente usó la hipótesis del continuo para probar que existe un conjunto donde toda parte de primera categoría<sup>43</sup> es numerable. En (Marczewski, 1931) se encuentra aplicaciones de este resultado.

En *Sur la dualité entre la première catégorie et la mesure nulle* (1934) se pone en evidencia una dualidad entre medida y categoría, para ello se usa la hipótesis del continuo, el resultado dice que existe una función biunívoca  $\varphi$  que se aplica sobre el mismo intervalo de dominio tal que todo conjunto de medida 0 se transforma en un conjunto de primera categoría y que todo conjunto de primera categoría tiene como imagen un conjunto de medida 0. Para perfeccionar la relación entre medida cero y primera categoría, él intenta encontrar una aplicación que además transforme las clases de conjuntos de primera categoría en conjuntos de medida nula, intercambiando esos dos tipos de conjuntos.

La analogía entre medida y categoría no se limita únicamente a los conjuntos de medida 0 y a los de primera categoría, por ejemplo las álgebras de conjuntos que admiten esas clases de conjuntos como ideales, como el álgebra de conjuntos Lebesgue medibles y la que contiene los conjuntos

---

<sup>42</sup> Ejemplo de conjunto de medida cero: Un conjunto formado por un número finito de puntos, claramente tiene medida cero.

<sup>43</sup>  $E \subset \mathbb{R}$  es de primera categoría si existe una sucesión  $\{E_n\}$  de conjuntos diseminados (conjuntos que no son densos en ninguna parte), tal que para todo  $x \in E$ , existe  $n$  tal que  $x \in E_n$ . En otro caso se dice que es de segunda categoría.

que satisfacen la condición de Baire en sentido amplio, tienen fuertes analogías, como se puede evidenciar en (Marczewski E. , 1930).

### 3.2.4 Topología General

No existe una transformación biunívoca y continua que transforme un segmento en un cuadrado, pero renunciando a la biunivocidad, en los artículos *Sur une nouvelle courbe continue qui remplit tout une aire plane* (1912) y *O krzywych wypelniajacych kwadrat* (1912) (Sobre las curvas que llenan un cuadrado), se demostró que una función continua que transforme un segmento en un cuadrado, se deja definir como el límite de líneas discontinuas a saltos.

Sobre lo que Kuratowski llama continuos de Peano, en el artículo *Sur la condition pour qu' un continu soit une courbe jordanienne* (1920) se muestra una caracterización, probando que el continuo dado se puede representar como la unión de un número finito de continuos de diámetro tan pequeño como se quiera. Esa publicación y la de Mazurkiewicz (“*Sur les lignes de Jorda.*”) en 1920 en el primer volumen de *FM* contribuyeron al éxito de esta revista. La condición formulada por Sierpiński la estudió posteriormente R.L. Moore, Whyburn, Kuratowski y otros, y se discutió y se aplicó en obras como (Hausdorff, 1927, págs. 205-207) y (Menger, 1932, pág. 40).

Sierpiński caracterizó intrínsecamente otros conjuntos: en *L'arc simple comme un ensemble de points dans l'espace á m dimensions* (1917) los arcos simples y en (Kuratowski-Sierpiński, 1921), las diferencias de conjuntos cerrados a través de su compacidad local.

En *Un théorème sur les continus* (1918) se establece el siguiente resultado: ningún continuo (es decir un conjunto compacto y conexo) se deja descomponer en una infinidad numerable de conjuntos cerrados disjuntos, posteriormente, en (Kuratowski K. , 1961) se demostró que para

ese teorema, la hipótesis de la compacidad no se puede reemplazar por la compacidad local. A través de este teorema de Sierpiński, en (Lelek, 1959) se asegura que nace la noción de  $\sigma$ -conexidad, la cual se estudió en trabajos posteriores.

En *Sur une courbe dont tout point est un point de ramification* (1915) construye un triángulo donde todo punto es un punto de ramificación de orden 3 excepto en una cantidad numerable de puntos de orden 4 y dos puntos de orden 2.

En *Sur une courbe cantorienne qui contient une image biunivoque et continue de toute courbe donnée* (1916) se presentó la llamada alfombra de Sierpiński que tiene bastantes aplicaciones y una extendida literatura, que es una curva plana universal que contiene imágenes homeomorfas de todas las curvas planas. La curva universal plana de Sierpiński ha tenido también aplicaciones en diversas investigaciones topológicas como en (Borsuk, 1955).

En general, las nociones más importantes de topología conjuntista atrajeron la atención de Sierpiński y lo llevaron a obtener resultados nuevos e importantes. Entre estas nociones están la de espacio completo en *Sur les ensembles complets d'un espace* (1928) y *Sur une condition nécessaire et suffisante pour qu'un espace métrique soit complet* (1928); de conjunto ralo<sup>44</sup> en *Sur une propriété des ensembles clairsemés* (1922), conjunto frontera y conjunto con la propiedad de Baire.

Marczewski en (Hartman et al., 1974, pág. 20) dice que la mayor parte de los trabajos de Sierpiński que pertenecen a topología general han sido concebidos entre 1915 y 1924, dejando de lado la construcción de diferentes curvas importantes a las que se dedicó en una primera época y

---

<sup>44</sup> A es ralo cuando  $A^{\circ} = \emptyset$ , es decir cuando su conjunto derivado es el vacío.

que luego se centró en la teoría descriptiva de conjuntos, donde la topología conjuntista tuvo un amplio campo de investigación que fue explotado por Sierpiński.

### 3.2.5 Funciones de variable real

Según Hartman, el papel de Sierpiński en teoría de funciones no es primordial y sus trabajos en ésta no son tan potentes como los que el aportó en topología o en teoría de números.

Para el periodo antes de la guerra, se puede distinguir tres ciclos y/o temáticas que ocuparon a la teoría de funciones: las derivadas de Dini, la clasificación de Baire y la condición de Baire (Chaves, 2014).

Sierpiński, trabajo lo relacionado a la derivadas de Dini entre aproximadamente 1914 hasta 1922; la clasificación de Baire se estudia entre 1922 hasta 1936 aproximadamente y por último la condición de Baire se trabaja en los años 1920 hasta 1936 aproximadamente.

En *Sur les anneaux de fonctions* (1932), Sierpiński hizo un intento de generalizar la clasificación de Baire a un dominio abstracto, a partir de un espacio lineal  $X$  de funciones reales definidas en un conjunto cualquiera, a condición que  $X$  sea lo que Sierpiński llama un anillo<sup>45</sup>.

En *Sur une fonction de classe 4* (1927), Sierpiński presenta una construcción puramente efectiva de una función de la cuarta clase de Baire e indica que su método se puede extender a todas las clases de Baire finitas.

Varios resultados de la teoría de funciones aparecen en artículos dedicados a la topología o a la teoría de la medida, por ejemplo en *Le crible de M. Lusin et l'opération (A) dans les espaces*

---

<sup>45</sup> Es decir que si  $f, g \in X$ , entonces  $\min(f, g)$  y  $\max(f, g) \in X$ .

*abstrait* (1928), demuestra el teorema que dice que el conjunto de valores de una función semicontinua puede ser un conjunto analítico cualquiera

### **3.3 Clasificación de los artículos de Sierpiński en *FM***

Los 200 artículos que Sierpiński publica durante los primeros veinte años (1920-1939) de *FM* se distribuyen en 32 volúmenes. Todos los artículos de Sierpiński en esta revista están en francés (Chaves, 2014, pág. 273).

Se presenta los resultados de la clasificación que se hace en (Chaves, 2014) que se le ha dado a cada uno de los artículos en una de las cinco temáticas: teoría general de conjuntos, teoría descriptiva de conjuntos, teoría de la medida, topología general y teoría de funciones. Con esto se presenta después tablas que resumen la clasificación y por ultimo un diagrama de polígono y otro circular que muestran el crecimiento o decrecimiento de las temáticas entre 1920 y 1939, además de los porcentajes trabajados en los 20 años por cada temática.

- Volumen 1 y 2 (años 1920, 1921), 23 artículos:

Teoría general de conjuntos: 2

Teoría descriptiva de conjuntos: 0

Teoría de la medida: 2

Topología general: 9

Teoría de funciones: 10

- Volumen 3 y 4 (años 1922, 1923), 18 artículos:

Teoría general de conjuntos: 4

Teoría descriptiva de conjuntos: 0

Teoría de la medida: 1

Topología general: 6

Teoría de funciones: 7

- Volumen 5, 6 y 7 (años 1924, 1925), 21 artículos:

Teoría general de conjuntos: 2

Teoría descriptiva de conjuntos: 6

Teoría de la medida: 4

Topología general: 3

Teoría de funciones: 6

- Volumen 8, 9 y 10 (años 1926, 1927), 15 artículos:

Teoría general de conjuntos: 1

Teoría descriptiva de conjuntos: 4

Teoría de la medida: 3

Topología general: 5

Teoría de funciones: 2

- Volumen 11, 12, 13 y 14 (años 1928, 1929), 25 artículos:

Teoría general de conjuntos: 0

Teoría descriptiva de conjuntos: 12

Teoría de la medida: 3

Topología general: 7

Teoría de funciones: 3

- Volumen 15, 16 y 17 (años 1930, 1931), 14 artículos:

Teoría general de conjuntos: 3

Teoría descriptiva de conjuntos: 7

Teoría de la medida: 0

Topología general: 1

Teoría de funciones: 3



- Volumen 18, 19, 20 y 21 (años 1932, 1933), 20 artículos:

Teoría general de conjuntos: 6

Teoría descriptiva de conjuntos: 2

Teoría de la medida: 1

Topología general: 6

Teoría de funciones: 5

- Volumen 22, 23, 24 y 25 (años 1934, 1935), 25 artículos:

Teoría general de conjuntos: 4

Teoría descriptiva de conjuntos: 7

Teoría de la medida: 4

Topología general: 6

Teoría de funciones: 8

- Volumen 26, 27, 28 y 29 (años 1936, 1937), 23 artículos:

Teoría general de conjuntos: 12

Teoría descriptiva de conjuntos: 0

Teoría de la medida: 2

Topología general: 6

Teoría de funciones: 3

- Volumen 30, 31 y 32 (años 1938, 1939), 16 artículos:

Teoría general de conjuntos: 2

Teoría descriptiva de conjuntos: 2

Teoría de la medida: 2

Topología general: 5

Teoría de funciones: 5

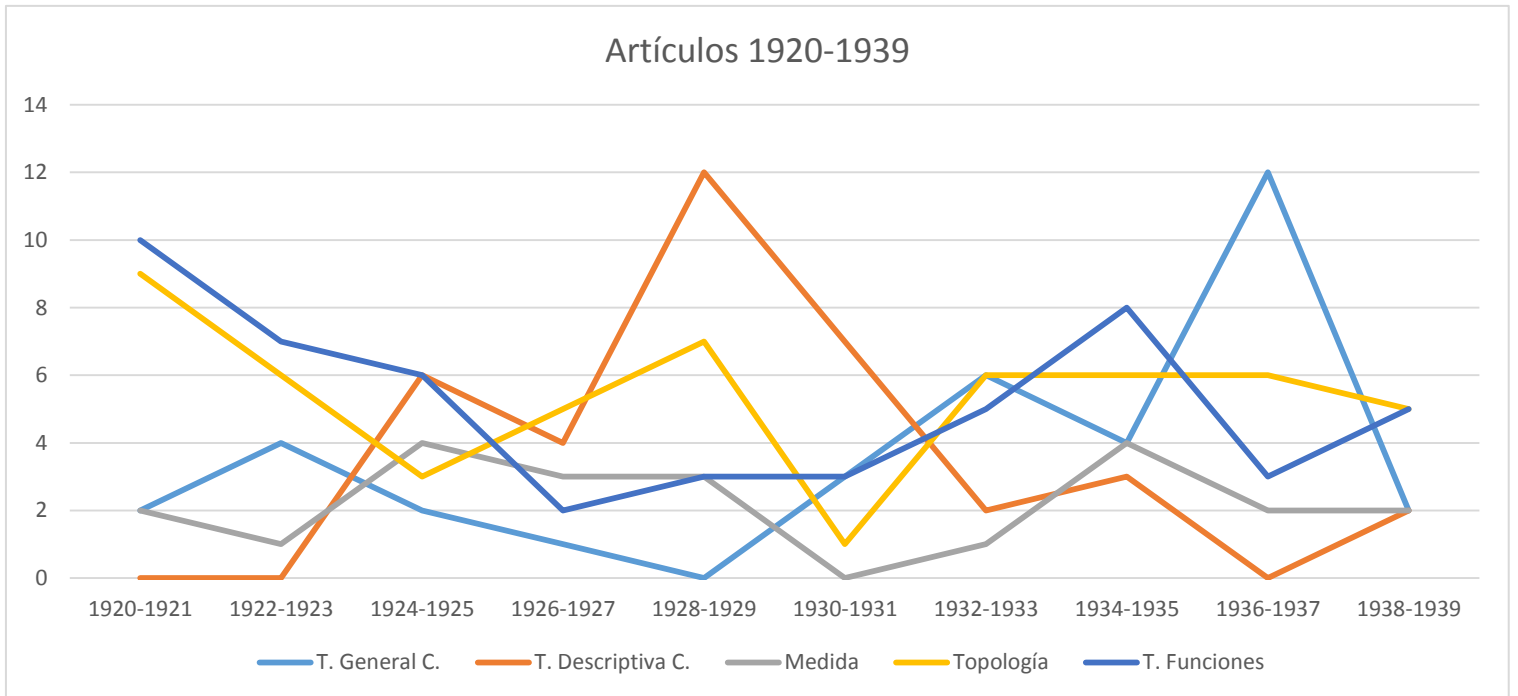
A continuación se presentan la tabla que resume la clasificación de los artículos del matemático polaco Sierpiński en *FM*. Tabla que muestra el número de artículos por cada temática cada dos

años y en seguida el diagrama de polígono que mejora la visibilidad de las publicaciones al pasar los años.

Temática / Año	1920-1921	1922-1923	1924-1925	1926-1927	1928-1929	1930-1931	1932-1933	1934-1935	1936-1937	1938-1939
T. General de Conjuntos	2	4	2	1	0	3	6	4	12	2
T. Descriptiva de Conjuntos	0	0	6	4	12	7	2	3	0	2
Medida	2	1	4	3	3	0	1	4	2	2
Topología	9	6	3	5	7	1	6	6	6	5
T. Funciones	10	7	6	2	3	3	5	8	3	5

Tabla n. 1 Artículos 1920-1939 cada dos años

Fuente: (Chaves, 2014)



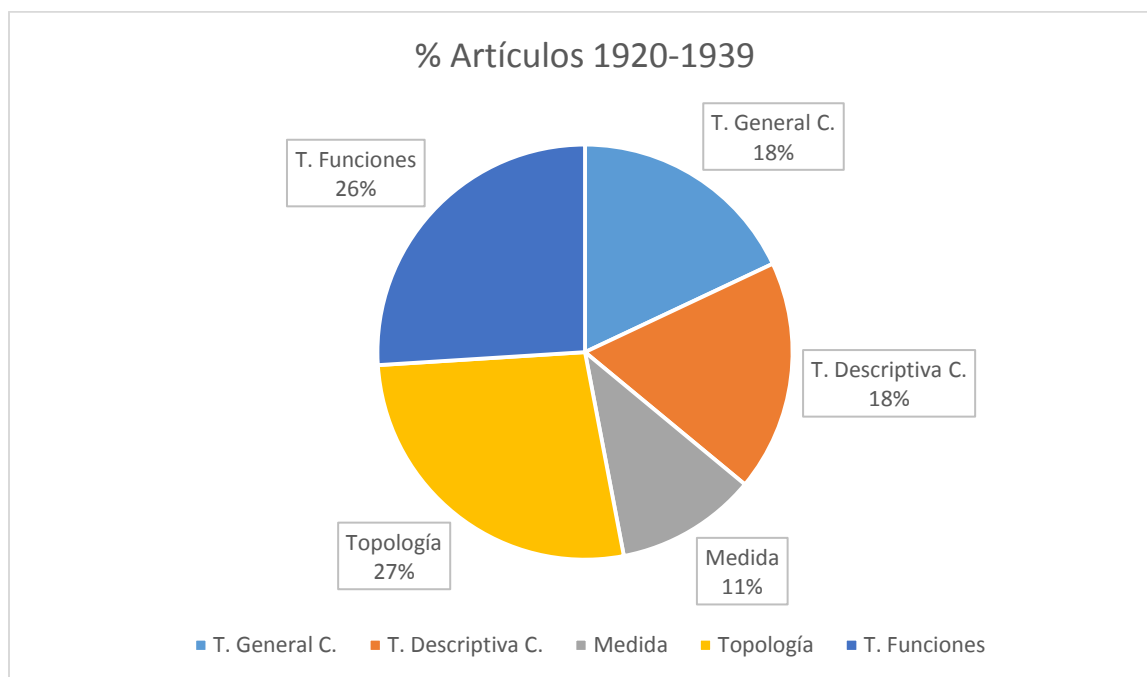
Fuente de esta investigación

La siguiente tabla recopila el total de artículos de Sierpiński por las cinco temáticas en las que hizo sus contribuciones matemáticas, además del grafico circular que muestra los porcentajes en cada una de estas líneas.

Temática	Número de artículos
Teoría general de conjuntos	36
Teoría descriptiva de conjuntos	36
Teoría de la medida	22
Topología general	54
Teoría de funciones	52

Tabla n. 2 Total de artículos 1920-1939

Fuente: (Chaves, 2014)



#### **4. Historia de las matemáticas en Colombia: Enfoque sobre las necesidades de la misma**

“Al ver las urgentes necesidades de otras disciplinas en Polonia, donde se carece de las cosas más esenciales, como materiales e instrumentos científicos, donde se hace necesario reunir enormes capitales para ofrecer los requerimientos mínimos de investigación, para la construcción de laboratorios, museos, estaciones experimentales y otros servicios técnicos, parece inapropiado que nosotros, los matemáticos viviendo en un mundo abstracto, donde no es gratuito, estemos al lado de nuestros colegas más necesitados, demandando una participación en los fondos del estado” (Janiszewski, 1918, pág. 1).

Primero se hará un repaso de las necesidades globales de las matemáticas, partiendo de lo que expone Janiszewski en su artículo *Sobre las necesidades de las matemáticas en Polonia*, (Janiszewski, 1918), quien pone de manifiesto algunas de estas necesidades en Polonia, teniendo en cuenta las debilidades que han impedido avanzar en el desarrollo de esta ciencia y resaltando también las cualidades que poseen los polacos para suplementar dichas necesidades y segundo se identificará las necesidades de las matemáticas en Colombia, teniendo en cuenta que este último se hará basado en el artículo (Sánchez, 1999) y el artículo (Arboleda, 1984), escritos sobre la historia de las matemáticas en Colombia.

Se presentan tres apartados que tienen el propósito de comparar tres momentos y lugares distintos para determinar necesidades de periferias matemáticas: Polonia 1918, Colombia siglo XIX y Colombia década de 1980, apartados que serán abordados respectivamente mediante los artículos mencionados anteriormente. Teniendo en cuenta que solo en el primero se evidencian las necesidades de la matemática como tal, mientras que el segundo y tercero no tienen el propósito (explícitamente) de mostrar las necesidades sino más bien el relato de la historia de las

matemáticas en Colombia; dejando en claro que se han leído con la intención de extraer o determinar algunas necesidades y prioridades de las matemáticas en el contexto de Colombia y así poder establecer dichas comparaciones.

#### **4.1 Necesidades de las Matemáticas en Polonia**

Janiszewski propone en su artículo<sup>46</sup> que la necesidad prioritaria de las matemáticas, quizás de todos los tiempos, es atraer y retener en su seno a todos los individuos que muestren una habilidad extraordinaria para las matemáticas, aunque es necesario pensar que Janiszewski propone dicha necesidad en 1918, pero parte de este trabajo es despegarse, en cierta medida, de la época para analizar si dichas necesidades de aquel tiempo son las mismas que en la actualidad o si han cambiado a través del tiempo y del desarrollo de las ciencias y la tecnología. En el mundo hay multitud de individuos brillantes y creativos que desperdician su talento a causa de dificultades económicas, debido a que la mayoría de ellos no saben cómo o se abstienen de pedir ayuda financiera; es por esto que debe iniciarse un seguimiento a estos individuos, aun antes de que abandonen la escuela secundaria, es más, tan pronto como se descubren sus habilidades, puesto que estas pueden ser desperdiciadas si no se reconocen a tiempo.

El seguimiento que este proceso conlleva es un problema enorme, por lo cual debe crearse una “comisión encargada del desarrollo de las matemáticas”, grupo que tendrá como objetivo administrar fondos para becas, de tal manera que estas sean aceptadas y bien gastadas por lo que, por ejemplo, el individuo becado tenga un compromiso o especie de tarea con la investigación y así pueda ayudar al desarrollo de esta ciencia.

---

<sup>46</sup> (Janiszewski, 1918).

En ese sentido, dicha comisión podría encargarse también de un “Centro de Investigación Matemático” donde los matemáticos con buenas ideas puedan recurrir en busca de asistencia para ejecutar las partes menos complejas de sus investigaciones, lo que implica que la administración de las publicaciones de carácter profesional debe ser confiada a la comisión referenciada, así dichas publicaciones estarían libres de errores como de unilateralidad<sup>47</sup>.

Por otro lado, la comisión debe estar conformada por académicos distinguidos, quienes con su experiencia conocen más a fondo las necesidades de los estudiantes; debido a que si la comisión no estuviera formada por personas con cualidades académicas, las publicaciones que pasarían por sus manos carecerían tal vez de valor y estarían llenas de errores; por lo cual esta comisión tendrá tareas extras tales como: administrar bibliotecas, mantener un registro de colecciones existentes de libros de matemáticas y preparar un catálogo modelo de trabajos que estén a disposición en las bibliotecas y que sean accesibles a la mayoría de los matemáticos; naturalmente hay que tener en cuenta varios asuntos al respecto. En este sentido hay que tener en cuenta, que dicha comisión estaría bien para una periferia matemática en la que al menos haya una universidad y al menos un grupo de investigación o grupo de matemáticos formados en alguna línea.

Las tareas mencionadas anteriormente demandan una organización que pocos tienen y que es difícil exigir a una o dos personas, con esto es necesario llamar y comprometer a ciertas personas para que desempeñen esta labor y en cierto sentido, imponerles esta obligación, dándoles ante todo ayuda financiera y la oportunidad de realizar, aunque sea parcialmente, sus proyectos.

Ahora, se hablará más específicamente sobre las necesidades de las matemáticas en el caso de Polonia partiendo del mismo artículo (Janiszewski, 1918). La primera necesidad, según

---

<sup>47</sup> Que tiene o presenta un solo lado, parte o aspecto.

Janiszewski, es crear una institución<sup>48</sup> permanente que se encargue de la búsqueda de respuestas particulares al problema de las necesidades de las matemáticas. Entre los problemas específicos de Polonia, se tiene: los escritos de hoy (1918), en muchos casos continuación de otros, están esparcidos en una gran variedad de publicaciones de distintos países; esto impide al individuo que no dispone de bibliotecas investigar a fondo en el área de su especialización. Como resultado, el trabajo impreso que no se encuentra en las pocas revistas de amplia circulación, definitivamente no se lee.

Con lo anterior se tiene el convencimiento de que se debe transformar la literatura periódica estrictamente académica haciéndola más especializada; por ejemplo, una publicación debería estar dedicada a la teoría de los números y al álgebra, otra a la geometría proyectiva, otra a las ecuaciones diferenciales y a la geometría diferencial, a las series trigonométricas y campos relacionados, a la teoría de conjuntos, a los fundamentos de la geometría, etc. De esta forma, quien se suscriba a una o dos de tales publicaciones, podría tener en casa la mayor parte de la literatura que necesita.

En vista de lo propuesto, sería necesario crear una revista, estrictamente académica, dedicada primariamente a una rama de las matemáticas en la cual trabajen muchos matemáticos creativos y distinguidos, en donde también se acepten publicaciones en los cuatro idiomas reconocidos como internacionales en matemáticas (mencionados en el capítulo dos), sin dejar atrás el conocimiento de que en *Fundamenta Mathematicae*<sup>49</sup> también se llegó a publicar en ruso, tal

---

<sup>48</sup> En la traducción que hace Diego Pareja del artículo de Janiszewski aparece la palabra institución, pero se tiende a pensar que no es a una institución como tal a la que se refiere sino más bien a la comisión de la que se habla en la mayor parte del artículo, puesto que pensar en una institución que se encargue de las necesidades de las matemáticas caería en la exageración de tomar medidas para el proceso de internacionalizarse. La traducción del artículo de Janiszewski hecha por Diego Pareja, aparece en (*Lecturas Matemáticas*, Vol. I, pág. 123-297).

<sup>49</sup> La revista de la que Janiszewski habla, es decir el medio de divulgación científica en Polonia en donde se publicaba en los idiomas mencionados.

vez por las buenas relaciones que dejó Sierpiński en su exilio en Rusia; otros aspectos de la revista mencionada anteriormente es que debía incluir investigación original, una bibliografía de la rama particular a la que está orientada, reseñas y reproducción de los artículos más importantes publicados en otras partes, traducciones de artículos y valiosos escritos en idiomas no internacionales, prioritariamente artículos en polaco que se estén perdiendo en el anonimato (como la monografía de Jozef Puzyna<sup>50</sup> (1856-1919)) y finalmente correspondencia entre matemáticos.

A través de esta revista especializada, los polacos con el tiempo ganarían colaboradores respetables del exterior, se alcanzaría una posición merecida en la cultura europea, debido a que los trabajos de los polacos tendrán mayor alcance al ser publicados en otros idiomas diferentes al polaco.

Janiszewski plantea que un matemático no necesitaría costosos laboratorios, ni finos ni caros materiales para su trabajo; todo lo que el necesita es una atmósfera matemática apropiada, un contacto permanente con colaboradores; esta atmósfera es necesaria no solo para los estudiantes sino también para aquellos que están extendiendo las fronteras del conocimiento. Organizar grandes concentraciones de estudiantes de matemáticas, es el elemento más importante en la formación de matemáticos, puesto que dicha concentración es el factor de desarrollo más importante para el trabajo investigativo.

En ciertas universidades alemanas el favoritismo por alguna rama particular se crea por sí misma debido, probablemente, al número de profesores y a la concentración de recursos auxiliares (talleres, bibliotecas especiales, etc.) los que a su vez sirven para atraer un mayor número de

---

<sup>50</sup> Matemático polaco, quien en 1900 escribió una monografía titulada La teoría de funciones analíticas, pudo llegar a ser un libro clásico de matemáticas si se hubiera hecho una respectiva traducción a uno de los idiomas internacionales.



docentes. Se podría decir también que en Francia este privilegio se ha reforzado aún más con un buen número de cátedras determinadas, aunque con una diferencia: los departamentos privilegiados están todos en una y en la misma universidad: París.

El principal objetivo aquí sería incentivar a los más destacados cultivadores de un área específica a que asistan a la universidad privilegiada en dicha área, aunque fuera por cortos periodos de tiempos. Esto se fundamenta en dos razones: por una parte los más destacados se prepararían mejor y, por otra, la misma concentración de los personajes más brillantes en esta rama crearía una verdadera atmósfera cultural, puesto que es verdaderamente prioritario que para un apropiado desarrollo de las matemáticas en Polonia se deba crear una atmósfera cultural, aunque teniendo en cuenta que una atmósfera adecuada solo puede surgir por un interés en temas comunes. Aquí es importante resaltar que un investigador aislado conoce menos que aquellos que trabajan en equipo.

Finalmente, en Polonia se plantea que si no se quiere estar en “segundo plano”<sup>51</sup> “se debe tomar medidas radicales, además de examinar las razones de su fracaso, es por eso que debe crearse un “centro de investigación” centrado en una de las ramas de las matemáticas y así lograr el impacto deseado.

#### **4.2 Necesidades de las Matemáticas en Colombia**

En este apartado, se hará una revisión de dos artículos relacionados con el desarrollo de la matemática en Colombia, centrados en las necesidades que han ido surgiendo a medida que ha pasado el tiempo, con el fin de relacionar dichas necesidades, con las que alguna vez existieron

---

<sup>51</sup> Se hablaba de segundo plano, puesto que los centros de punta en matemáticas estaban ubicados en ese entonces en París, Gotinga, Berlín y Moscú; lo cual Polonia era una periferia no solo matemática como lo muestra su historia.

en Polonia y así poder establecer a manera de paralelo estos dos modelos de desarrollo de las matemáticas. Estas relaciones se presentan en el capítulo 5 de conclusiones.

En este sentido se debe tener en cuenta un aspecto que al parecer es uno de los más importantes sobre las matemáticas en Colombia, y es que los artículos encontrados sobre el desarrollo de esta ciencia lo hacen a manera de relato (descripción) de los diferentes sucesos que han tenido que pasar las matemáticas en el país, con lo cual se ha hecho necesario el trabajo de enfocarlo desde el punto de vista de las necesidades para cumplir con uno de los objetivos del trabajo general propuesto.

#### **4.2.1 Necesidades de las matemáticas en Colombia en el siglo XIX**

Ahora centrados en el estudio del desarrollo de la matemática en Colombia y sus necesidades, en el artículo *Matemáticas en Colombia en el siglo XIX* (Sánchez, 1999), se evidencia que una de las principales necesidades del desarrollo de esta ciencia en el país era el deseo de mejorar la calidad de vida de la población y algo indicado para ello era centrarse en la formación científica básica para los jóvenes criollos, debido a que se pensaba que esta era la “única” manera de acabar con el yugo español, aunque en esta parte las matemáticas tenían un grave problema y es que debían enfrentarse a ramas como la medicina, el derecho y la teología, las cuales estaban muy fortalecidas en esa época. En comparación con el derecho, las matemáticas tenían mucho que perder, ya que después de la independencia en donde fueron aniquilados la mayoría de científicos criollos, los pocos que quedaron se dedicaron a la política, por lo cual la ciencia se debilitaba. En ese entonces, la política que era importante, era la que estaba centrada en la construcción del Estado, puesto que era una necesidad primordial tal vez más que el estudio de alguna ciencia como las matemáticas, es decir a los criollos de la época les interesaba construir un estado independiente y autónomo, lo que implicaba que el estudio de las leyes fuese más

importante que cualquier otra cosa incluso el estudio de las denominadas ciencias exactas y naturales.

De otro lado, la profesionalización de las matemáticas, es decir, la primera carrera de matemáticas en Colombia comenzó en 1950 en la Universidad Nacional. Antes de dicha profesionalización, un ingeniero podría ser considerado como profesor de matemáticas debido a la fuerte fundamentación de matemáticas en la formación de dichos ingenieros, tal como lo pensaba Lino de Pombo<sup>52</sup> (1797-1862); puesto que el pensum del Colegio Militar<sup>53</sup> exigía tres años dedicados al aprendizaje de aritmética, álgebra, geometría plana y del espacio, trigonometría, geometría analítica, calculo diferencial e integral. En 1957 en la Universidad Nacional se creó la Facultad de Matemáticas aunque en 1888 en la Escuela de Ingeniería se había creado ya el título de profesor de ciencias matemáticas con el ánimo de estimular el estudio de esta disciplina y con la intención de ir creando una sociedad más profesional de esta ciencia.

La discusión de si un ingeniero podía o no ser profesor de matemáticas, incentivo la creación en 1888, de un instituto de matemáticas con dos escuelas, una de matemáticas que se encargaría de la enseñanza de las matemáticas en todas las carreras de la Universidad Nacional y una escuela de ingeniería donde se formarían los ingenieros en cinco años. Para alcanzar el título de Profesor de Ciencias Matemáticas los alumnos debían cursar y aprobar con la máxima nota (5) todos los cursos de matemáticas de la carrera de ingeniería y realizar una tesis; una manera original para estimular el estudio de las matemáticas.

---

<sup>52</sup> Considerado el alma de La Escuela Militar, ingeniero perteneciente a una de las más distinguidas familias de la Nueva Granada; hizo sus estudios de ingeniería en la Universidad de Alcalá de Henares y en París.

<sup>53</sup> El Colegio Militar fue una institución creada bajo el gobierno del General Tomás Cipriano de Mosquera en 1847 para formar los oficiales científicos del Estado. Interesa esta institución porque allí se empezaron a concebir las matemáticas como una herramienta fundamental para la ingeniería y se logró configurar un pensum con un componente altamente matemático (Arbeláez, 2011).

Otro aspecto importante con el desarrollo de las matemáticas en Colombia era la revista *Anales de Ingeniería*, el principal medio de divulgación científica de la Sociedad Colombiana de Ingenieros (SCI), donde se publicaba noticias relacionadas con la matemática y la ingeniería. En esta revista se publicaban artículos y tesis para obtener el título de ingeniero, existió además entre el siglo XIX y principios del siglo XX.

Esta revista tenía un público muy general, puesto que así como se hacían publicaciones de matemáticas, también se hacían publicaciones sobre proyectos de ingeniería como vías terrestres, puentes, entre otras construcciones que para la época eran muy importantes para el desarrollo del país.

(Arboleda, 2011) identifica algunos de los artículos de matemáticas publicados en *Anales de Ingeniería*:

- Sobre la cantidad. (1905) Ruperto Ferreira
- Los números inconmensurables. (1897) Garavito Armero
- Estudios sobre las series. (1905) Aurelio Rigueros
- Revisión de algunos conceptos del curso elemental de matemáticas superiores. (1888) Ruperto Ferreira
- Máximos y mínimos. (1987) Jorge Rodríguez
- Solución de la cuadratura del círculo en números enteros. (1884) Pedro P. Zaldúa
- Aplicación de la teoría de diferencias finitas al cálculo de polinomios. (1955) Luis de Greiff

#### 4.2.2 Necesidades de las matemáticas en Colombia (década 1980)

En este apartado se tendrá en cuenta el artículo de Luis Carlos Arboleda titulado *Historia y Enseñanza de las Matemáticas* (Arboleda, 1984), en donde se ve claramente que, a pesar del título, no apunta a las necesidades de las matemáticas en Colombia, de hecho no responde de manera directa a lo que se hace mención en este trabajo, ni se refiere a las matemáticas como tal, sino a la enseñanza de las ciencias; sin embargo, este artículo sirve de manera precisa para extraer aspectos de las necesidades de las ciencias, en especial de las matemáticas como se profundizará más adelante.

El citado artículo, se pueden identificar algunas de las prioridades de las matemáticas a lo largo de la década de 1980 en Colombia, algunas de ellas coinciden con lo que se expone en (Sánchez, 1999), debido a que en ésta se habla de profesionalización y en este artículo Arboleda plantea que debe crearse un programa de orden superior para la enseñanza de las ciencias, aspecto que es importante, ya que también cómo se mencionó en (Sánchez, 1999) una de las necesidades principales era buscar en las matemáticas y su educación la mejoría de la calidad de vida de la sociedad.

Alrededor de los años 30, la historia de las ciencias, se fue independizando como actividad científica, aparentemente respondiendo al proceso de extraordinaria diferenciación y especialización del trabajo científico. Más tarde el proceso se afianzaría notablemente como resultado de la aceptación de la historia de las ciencias en los medios universitarios, en la enseñanza y en la investigación y finalmente, en la actualidad, la sociedad se encuentra ante una disciplina de gran reconocimiento por la comunidad científica internacional, debido al interés científico de las investigaciones desplegadas de un inagotable dominio de temas.

Dejando de lado la enseñanza elemental y secundaria y los estudios graduados en áreas sociales, humanísticas y técnicas se encuentran cursos de historia y filosofía de las ciencias desde los comienzos de la enseñanza superior en las principales facultades de ciencias europeas y norteamericanas; en donde los futuros investigadores o profesores de las ciencias deben frecuentar desde los primeros años obras clásicas en los fundamentos de las ciencias y ejercitar naturalmente el hábito de la lectura a lo largo de su carrera profesional, con el fin de despertar una reflexión personal en los estudiantes sobre la evolución de las ciencias y su relación con las sociedades y las culturas.

De lo anterior, se resalta en Arboleda la necesidad del estudio de la historia de las ciencias, así mismo se señala la necesidad del estudio de la historia de las matemáticas.

Para Arboleda, otro aspecto de gran relevancia se refiere a la creación, en Colombia, de seminarios, como medios de propagación y promoción de estudios de las ciencias, lo cual se puede asociar con Polonia en el momento en que para ellos fue relevante la creación de un “centro de investigación” en matemáticas. Dichos seminarios serían los lugares apropiados para tener una atmósfera llena de conocimientos matemáticos, hecho que sería de vital importancia para el desarrollo de las ciencias y de la matemática misma.

En este aspecto, Arboleda presenta la experiencia académica del seminario de historia de las ciencias llevada a cabo en la Universidad del Valle (Colombia). Esta idea surge a principios de 1981 por profesores de distintas áreas que venían cultivando tiempo atrás aspectos históricos y filosóficos sobre las ciencias.

Las actividades en primera instancia estarían en el reconocimiento de los problemas generales que se plantean a la historia de las ciencias y en seguida se pasaría de forma natural a determinar

una temática histórica única que permitiera englobar los diferentes intereses particulares en un esfuerzo interdisciplinario. La metodología de trabajo adoptado fue la preparación de ciertos estudios dentro de un programa diseñado por los integrantes del seminario (profesores) bajo el compromiso de presentar por medio de conferencias semanales los resultados a la comunidad universitaria, algunas de estas conferencias se titularon de la siguiente manera:

- Las condiciones históricas del pensamiento científico
- Objeto del estudio de la historia de las ciencias
- La historia y la enseñanza de las matemáticas
- El enfoque histórico en la enseñanza de la física
- Sobre la historia de la noción de instinto en biología
- Estudio histórico sobre la evolución de las ciencias y las apropiaciones tecnológicas en la agricultura, entre otras.

No se puede dejar de lado el interés y la motivación a los estudiantes de estas ciencias, es por eso que dichos estudiantes se pueden matricular en algunos de los ciclos de conferencias y posteriormente preparar un examen sobre un tema histórico de su plan de formación de pregrado que le será reconocido como “materia electiva”.

En forma incidental, pero con un nivel de competencia apreciable, el seminario ha producido estudios sobre el propio patrimonio cultural (colombiano) y científico y sobre la evolución de las propias escuelas de conocimiento.

Por otro lado la opción de interdisciplinariedad en el trabajo histórico respondió a la necesidad de fundamentar la experiencia y prepararse para asumir responsabilidades académicas en esta nueva área de estudios en el mediano y corto plazo.

## 5. Conclusiones y comentarios

Se hace pertinente aclarar que las conclusiones 1-3 hacen referencia al capítulo dos (Las matemáticas en Polonia), las conclusiones 4 y 5 aluden al capítulo tres (Sierpiński) y las sobrantes al capítulo cuatro (Necesidades de las matemáticas en Colombia).

1. Se debe tener claro que aunque se reconoce a Janiszewski como el personaje que propuso la idea de crear una revista especializada como *FM*, y desde 1912 hay registros claros de esta idea en una carta a Fréchet, Sierpiński un año antes ya identificaba como “problemático” el que los matemáticos polacos trabajen de forma independiente, con lo que se deja aclarado que desde ese entonces empezó a surgir la idea de incentivar los estudios en una sola área.

En este sentido la idea de internacionalizar la matemática polaca se evidenció con *FM* y en mayor parte la de publicar en idiomas internacionales mencionados anteriormente, dejando de lado el polaco, que como se ha dicho antes fue un acto realmente revolucionario, debido al nacionalismo que se vivía en el país.

Por otro lado, durante el periodo Entreguerras la matemática polaca logró un reconocimiento internacional nunca antes obtenido, sin embargo una vez iniciada la Segunda Guerra Mundial el proceso de internacionalización tomó un rumbo distinto no menos bueno que con *FM* y la publicación de otros idiomas, puesto que por efectos de la guerra muchos matemáticos polacos tuvieron que buscar “refugio” en Estados Unidos con lo que la idea de expandir la matemática polaca siguió vigente, entre estos matemáticos están Stanisław Ulam, Mark Kac, Antoni Zygmund y Alfred Tarski. De estos polacos que se instauraron en EE. UU. Tarski fue el más influyente en el proceso de internacionalización de la matemática polaca, ya que sobre él se fundó la escuela de



lógica de Berkeley, lo que ayudo a ubicar a Polonia en el ámbito matemático internacional.

2. El nacionalismo jugo un papel vital e importante en el desarrollo e internacionalización de la matemática polaca después de la independencia en 1918. A pesar de que cada una de las tres partes del país era regida en términos culturales y académicos bajo sus propias condiciones y distante del resto, la unión de ideales nacionalistas fue un vínculo crucial. Así el nacionalismo único de los polacos puede explicar el porqué de las severas condiciones expuestas por parte de Rusia de no permitir que lo relacionado al idioma polaco floreciera, fallaron, porqué las medidas alemanas de reprimir el uso de la lengua polaca y, por último, el porqué de la expulsión de miles de polacos de sus tierras fue en vano.

Después del reconocimiento como nación polaca en 1918 los ideales nacionalistas de que debían defender lo que hasta ese momento habían ganado los polacos seguían presentes, puesto que el enemigo ruso se había tomado las tierras polacas. Todos los hombres polacos debían estar presentes en los campos de batalla, entre estos hombres se encontraban los profesores y los estudiantes de todos los colegios, lo cual implicó en ese tiempo de la guerra polaco-soviética<sup>54</sup> que la matemática polaca tuviera participación en eventos académicos fuera del país.

Como dato impactante, están los datos de matemáticos polacos muertos durante los años de guerra, el 20%<sup>55</sup> de los miembros de la Sociedad Polaca de Matemáticas murieron durante la Segunda Guerra Mundial. Existe un reconocimiento a las víctimas que hizo

---

<sup>54</sup> La guerra polaco-soviética fue un conflicto armado que enfrentó a la Rusia Soviética y la Segunda República Polaca desde febrero de 1919 hasta marzo de 1921.

<sup>55</sup> Tomado de [http://www.euro-math-soc.eu/\\_les/ptm\\_90\\_yrs\\_presentation.pdf](http://www.euro-math-soc.eu/_les/ptm_90_yrs_presentation.pdf)

*FM* en el tomo 33 en el año 1945, el cual es dedicado a los colaboradores de la revista que fallecieron durante la guerra.

3. El estudio de la internacionalización de la matemática polaca, hace que la atención no solo se preste a los centros de matemática de punta (París, Moscú, Berlín, Gotinga, entre otros), sino que también se tenga en cuenta el desarrollo de las matemáticas en periferias como Polonia. Se destacan varios aspectos que utilizaron los polacos para lograr un gran impacto en la comunidad matemática internacional como el de especializarse mediante *FM*, como el de publicar en dicha revista en idiomas internacionales, como el de trabajar con matemáticos de otros países para lograr dicho reconocimiento, entre otros; todos estos aspectos hace que valga la pena centrarse en el estudio de periferias como Polonia, puesto que pueden tomarse como ejemplos a seguir por otras periferias en donde se den situaciones similares.
4. En la caracterización que se hace en Hartman respecto a los aportes de Sierpiński en teoría de funciones, se dice que no fue tan potente como los aportes que este matemático hizo en topología, pero respecto a la caracterización que se hace en el apartado 5.1 de (Chaves, 2014), se contradice dicha idea, puesto que en la clasificación de artículos de Sierpiński en *FM* la teoría de funciones es una de las temáticas que tiene mayor cantidad de artículos.

En este sentido, sería adecuado y pertinente enfatizar si la caracterización que hacen los dos autores mencionados anteriormente difiere en algunos aspectos, puesto que en (Chaves, 2014), la clasificación se hace teniendo en cuenta el título, abstract y en algunos casos leyendo más a profundidad el archivo, mientras que en (Hartman et al., 1974) no se

tiene muy clara la metodología de la clasificación. Sin embargo se presentan dualidades en algunos artículos por poder pertenecer a más de una categoría.

Algunos de los artículos que podrían no coincidir en su caracterización por diferentes aspectos se pueden ver en los siguientes ejemplos:

- Les fonctions continues et les ensembles (A), publicado en el volumen 7 de *FM* en el año 1925. Artículo que podría catalogarse en teoría de funciones por el título, pero en (Chaves, 2014, pág. 279) le da más de relevancia a los conjuntos (A), razón por la cual lo caracteriza en teoría descriptiva de conjuntos.
  - Un théorème de la théorie générale des ensembles, publicado en el volumen 25 de *FM* en el año 1935. Este artículo un claro ejemplo de que el título induce a clasificarlo en teoría general de conjuntos, sin embargo el propósito es determinar si hay conjuntos de medida nula o no, por tal razón se clasifica en teoría de la medida.
5. El artículo *L'axiome de M. Zermelo et son rôle dans la théorie des ensembles et l'analyse* (1918), considerado para (Chaves, 2014, pág. 155) como el artículo de mayor relevancia e impacto de Sierpiński, es un claro ejemplo de que este matemático polaco es un autor de reacción a partir de investigaciones de otros matemáticos contemporáneos, sin embargo en dicho artículo hay todo un estado del arte de la discusión sobre el axioma de elección y los distintos resultados del análisis y de la teoría de conjuntos donde se ha usado, lo cual muestra que la importancia de una publicación en fundamentos de las matemáticas no está ligada necesariamente a un resultado netamente novedoso (como podría suceder en otras ramas de las matemáticas), ya que como en el caso de esta publicación, el aporte está en poner de manifiesto resultados usados del análisis y de la teoría de conjuntos en los cuales se ha usado el “discutible” axioma de elección.

La relación de Sierpiński con aspectos lógicos y filosóficos se puede ver desde dos puntos de vista: el primero es sobre la neutralidad de la aceptación de la hipótesis del continuo y el axioma de elección, en concreto Sierpiński no se preocupa por dar respuesta de si la razón está al lado de Zermelo o de los que se oponen a la aceptación de demostraciones o procedimientos matemáticos en los que se involucre este axioma (igual con la hipótesis del continuo), pero no por ello deja de explorar quizás como ningún otro matemático de la época las consecuencias de la aplicación de éstos. Así, Sierpiński puede verse como un prototipo de matemático que se aleja de la discusión filosófica, pero que es consciente de su labor de explorar a profundidad las consecuencias de asumir una u otra hipótesis. El segundo punto de vista se hace respecto de las tres etapas de la teoría descriptiva de conjuntos (etapas que se pueden ver en el capítulo 6 en (Chaves, 2014)), en donde Sierpiński aborda la primera etapa<sup>56</sup>, etapa en la cual Sierpiński puede trabajar en los problemas con las técnicas matemáticas que tenía hasta ese momento. La segunda etapa<sup>57</sup> de la teoría descriptiva de conjuntos, y en donde los problemas de la teoría descriptiva de conjuntos se apoyaron de herramientas de la lógica, los cuales no tenían mucho interés por parte de Sierpiński, razón por la cual se puede presumir que él decide abandonar el estudio de esta rama de las matemáticas y volver al estudio de teoría de números, línea que había estudiado desde sus inicios, dejando así abierta la duda de si el abandono a la teoría de conjuntos se debió a la falta de aceptación de aspectos lógicos o filosóficos o si el abandono se debió al gusto por la teoría de números, rama que fue de su entero interés en sus inicios.

---

<sup>56</sup> Etapa que se denominó clásica.

<sup>57</sup> Etapa post-clásica.

6. Un hecho que se extrae de los tres artículos analizados, es la necesidad de un medio de difusión de las matemáticas y del desarrollo de ésta. Algunas diferencias entre los medios de difusión se presentan a continuación:

El medio de difusión de las matemáticas de la Polonia en 1920, que se analizó en este capítulo era la revista especializada *FM*, la cual iba dirigida a matemáticos polacos y extranjeros. En el Siglo XIX en Colombia, el medio de difusión identificado fue la revista *Anales de Ingeniería* que cumplía con el papel de medio de divulgación para los ingenieros de la época, a su vez Arboleda menciona que en la década de 1980, los seminarios (como los de historia de la ciencia de la Universidad del Valle, mencionados en el apartado 4.2.2) cumplían la labor de informar sobre el desarrollo y los aportes de la ciencia.

Aunque los tres aspectos antes mencionados servían como medio de difusión para las matemáticas de diferentes épocas, se debe aclarar que cumplían papeles diferentes, es decir, mientras en Polonia la revista *FM* iba dirigida a un público restringido debido a la especialización en teoría de conjuntos y ramas afines a ésta, en Colombia en el siglo XIX, la revista *Anales de Ingeniería* atraía un público más general, que no solo tenía interés en matemáticas, y en la que se hacía publicaciones relacionadas con proyectos de vías, puentes, entre otros aspectos, llamativo para los ingenieros, teniendo en cuenta que gran parte de las matemáticas en dicha época se encaminaban a suplir necesidades de la ingeniería y finalmente por el lado de los seminarios de los que habla Arboleda, el público a dichas actividades era aún más amplio que el público de las revistas nombradas anteriormente, puesto que estas reuniones hablaban de la ciencia en general y no de las matemáticas en particular, es decir profesores con algún grado de especialización en

cierto tema impartían charlas a estudiantes que en un futuro puedan mostrar interés por cierta línea o área.

7. Si de lograr mayor impacto, no solo a nivel local sino internacional se trata, viene a colación el tema de los idiomas internacionales mencionados en (Janiszewski, 1918), ya que publicando en los idiomas mencionados anteriormente lograrían tener un público más amplio y con mayor certeza recibirían aportes de matemáticos de otras partes del mundo, lo cual concuerda con la idea de lograr mayor impacto en la comunidad matemática mundial. Sin embargo, la idea de publicar en idiomas internacionales generó rechazo entre unos cuantos, debido a la ocupación de los territorios polacos por los rusos y prusianos, quienes impusieron en todo el terreno ocupado, una serie de prohibiciones como medida que impedía el uso de la lengua nacional en las escuelas y universidades (Arboleda, 1982, pág. 239), aunque una de las opiniones a favor era la que mencionaba Kuratowski, quien planteaba que si la monografía titulada *La teoría de funciones analíticas* (1900) del profesor Jozef Puzyna se hubiera hecho en idioma extranjero, se habría visto y estudiado más lejos y habría tenido ediciones mejoradas con todas las posibilidades de convertirse en un libro clásico. Relativo al caso de Colombia, no se ha encontrado registros de publicaciones de matemáticas de algún autor colombiano hasta el siglo XIX y tampoco se encontró evidencias de si los “matemáticos”<sup>58</sup> del siglo XIX llegaron a publicar en alguna revista colombiana en algún idioma diferente al español; por lo tanto la idea de lograr un mayor impacto para el caso de Colombia no tiene grado

---

<sup>58</sup> Se escribe entre comillas, por la razón de que para ese momento del siglo XIX, aún no había profesionalización de las matemáticas, los encargados de los estudios de esta ciencia eran ingenieros.

de comparación con el de Polonia en dichas épocas<sup>59</sup>. Para ello habría que hacer un análisis más profundo de lo sucedido, pero hay que aclarar que este tema podría quedar abierto para cualquier otra persona interesada, puesto que en este proyecto no se abarcará a profundidad dicho aspecto.

8. El especializarse en una de las ramas de las matemáticas no está en los artículos de Colombia, puesto que ni en (Arboleda, Historia y Enseñanza de las Matemáticas, 1984) ni en (Sánchez, 1999) se detecta dicha idea, pero en el artículo de Polonia se ve explícito, debido a que en Polonia, Janiszewski tenía la idea de que para atraer y retener estudiantes y matemáticos brillantes, deben brindarle los conocimientos adecuados que estos necesiten para sus respectivos proyectos. En (Arboleda, 1984) se nombra una idea cercana a la especialización (no necesariamente en una rama de las matemáticas) cuando se propone que deben crearse seminarios en donde participen personas especializadas en dicho tema y estudiantes interesados en trabajar más adelante en esa área específica de la que se hable en dichas reuniones. Por el lado de (Sánchez, 1999) no se habla de especialización en una rama de las matemáticas, pero se tiene en cuenta lo relacionado con *Anales de Ingeniería*, que era un medio de divulgación científica de la época y no una revista especializada, aunque en ese momento cabe aclarar que las necesidades de las matemáticas eran más que nada las necesidades de la ingeniería; y finalmente en (Janiszewski, 1918) se ve explícito dicho objetivo de especializarse, y se evidencia más adelante con *FM* quien se especializó en teoría de conjuntos y ramas afines, otorgándole así al público de la revista un contenido más amplio sobre el tema, logrando el alto impacto que los polacos se habrían propuesto.

---

<sup>59</sup> En Polonia en 1920 la matemática tenía sus propios problemas, mientras que la matemática en Colombia del siglo XIX estaba al servicio de la ingeniería, por lo tanto la comparación de estas dos periferias matemáticas se hace más difícil.

9. Al preguntarse si las necesidades de las matemáticas en 1918 son las mismas que en la actualidad (2017), se debe tener en cuenta condiciones como las tecnológicas de cada momento. Así, para Janiszewski, en 1918, un matemático no necesitaba finos laboratorios, pero si se piensa en la actualidad, donde las matemáticas se han nutrido de herramientas como computadores, calculadoras y otros implementos, se llega a la conclusión de que las matemáticas actuales necesitan más recursos que las matemáticas de hace 100 años, así el factor presupuestal ahora es tan importante como lo es la atmósfera de conocimiento adecuada a la que se refiere Janiszewski, con lo que se concluye que las necesidades varían según la época y el contexto.

Ahora, de (Sánchez, 1999) se puede extraer que las necesidades de las matemáticas en Colombia en el siglo XIX, pasaban por las necesidades de la ingeniería, es decir, se usaba para la construcción de puentes, vías y demás. En la actualidad, las necesidades de las matemáticas abarcan más que eso, como responder a necesidades propias de las matemáticas puras y a su vez a las aplicaciones, teniendo en cuenta que las matemáticas actuales tienen un nivel de especialización bastante mayor al que se tenía en el siglo XIX, lo cual conecta con que ahora se urge de laboratorios especializados, estudios de postgrado en las diferentes ciencias del país, entre otras.

De (Arboleda, 1984), se puede plantear las necesidades de las ciencias, y en particular de las matemáticas, en Colombia, pasan por las necesidades del estudio de la historia de éstas, lo cual se mantiene vigente, puesto que la historia de las ciencias y en particular de las matemáticas, es una rama que ha ganado importancia.

10. La creación de alguna comisión especial encargada de tantos aspectos relacionados con el desarrollo de las matemáticas estaría bien pensando en una periferia en donde al menos



haya una universidad y en efecto al menos un grupo de investigación o grupo de matemáticos interesados en dicho desarrollo de la ciencia; pero es importante en este momento preguntarse de ¿Cuál sería el principal objetivo de una periferia en donde no haya matemática de punta, o tal vez ni siquiera haya un centro en donde se puedan realizar medianamente algunos estudios sobre matemáticas? La respuesta no hará parte de este trabajo, puesto que este trabajo se centra en Polonia y Colombia en donde en las dos periferias cada una en su época tenían centros de estudio y universidades en donde se podían realizar en cierta medida algunas de las investigaciones importantes para las matemáticas y para el desarrollo de la sociedad, pero no quiere decir que pensar en las necesidades de periferias que no cuentan con estos centros, no sean importantes, de hecho un trabajo profundo sobre las necesidades de las matemáticas sería importante abordarlo.

En Polonia era necesario hablar de una comisión encargada de todas las tareas que conlleva el propósito de lograr un mayor impacto en la sociedad, puesto que en Varsovia ya se respiraba aire de internacionalización, con lo que era vital un grupo de personas interesadas en dicho tema para que los resultados fueron los más satisfactorios posibles.

Por otro lado, en Colombia desde 1950 aproximadamente en la universidad Nacional, con la creación de la carrera de matemáticas, se empiezan a centrar los diferentes trabajos e investigaciones en matemáticas, puesto que ya era “urgente” y necesario hablar de matemáticas en su esencia y no sólo de ingenieros con el gusto-necesidad por las matemáticas, así se puede llegar a pensar que en Colombia también era de enorme importancia el desarrollo de la ciencia para el desarrollo de la tecnología y de las ciencias aplicadas (Poveda, 2012, pág. 11), con una diferencia a la de Polonia, la cual era que no

se conocía o al menos, en los documentos consultados no se percibe la idea de formar una comisión para las diferentes tareas que el desarrollo que la ciencia misma implica.

En este sentido, se piensa que Polonia era la menos periférica de las tres analizadas en este capítulo, puesto que el momento que atravesaba las matemáticas en 1920 ya tenían claro la idea de internacionalizarse. Colombia 1984 es menos periférica respecto a Colombia siglo XIX, puesto que en la primera ya habían instituciones oficiales dedicadas al estudio, desarrollo e investigaciones de las matemáticas, mientras que en la Colombia del siglo XIX se pasaba por el momento de profesionalizar las matemáticas, aspecto que hace difícil pensar en matemática de punta en dicho momento.

## Bibliografía

- Arbeláez, G. (2011). *Proceso de instauración del análisis matemático en Colombia: 1850-1950*.  
Santiago de Cali: Instituto de Educación y Pedagogía. Universidad del Valle.
- Arboleda, L. C. (1982). *Elementos inéditos sobre la creación de la escuela polaca de matemáticas*. Lecturas Matemáticas.
- Arboleda, L. C. (1984). Historia y Enseñanza de las Matemáticas. *Quipu*, 167-194.
- Borsuk, K. (1955). On some metrization of the hyperspace of compact sets . *Fundamenta Mathematicae*, 41, 168-202.
- Braun-Sierpiński. (1932). Sue quelques propositions équivalentes á l'hypothèse du continu. *Fundamenta Mathematicae*, 19, 1-7.
- Chaves, A. (2014). *La teoría de conjuntos en el periodo Entreguerras: la internacionalización de la matemática polaca a través de Fundamenta Mathematicae y Sierpiński* . Barcelona: Historia de la Ciencia: Ciencia, Historia y Sociedad. (UAB-UB).
- Cielsielski-Moslehian. (2010). Some Remarks on the History of Functional Analysis. *Annals of Functional Analysis*, 1, 1-12.
- De La Pava, V. (2010). *Los trabajos de Cantor y la teoría de conjuntos como rama de las matemáticas: La hipótesis del continuo y el axioma de elección*. Santiago de Cali: Universidad del Valle.
- Duda, R. (1996). *Fundamenta Mathematicae and the Warsaw School of Mathematics*. París: Editions de la Maison des sciences de l'homme.

- Grattan-Guinness, I. (2000). *The Search for Mathematical Roots, 1870-1940: Logics, Set Theories and the Foundations of Mathematics from Cantor through Russell to Godel*. New Jersey: Princeton University Press.
- Hartman et al., S., Kuratowski, K., Marczewski, E., Mostowski, A., Schinzel, A., Sikorski, R., y Stark, M. (1974). *Euvres choisies Waclaw Sierpiński*. Académie Polonaise des Sciences. Institut Mathématique.
- Hausdorff, F. (1927). *Set Theory*. New York: Chelsea Publishing Co.
- Jakimowicz-Miranowicz. (2012). *Home page of Stefan Banach*. Obtenido de <http://kielich.amu.edu.pl/StefanBanach/e-index.html>
- Janiszewski, Z. (1918). On the needs of science in Poland. *Nauka Polska y (Kuzawa, 1968)*, 112-118.
- Kowalski, J. (2004). The Polish Mathematical Society (PTM). *European Mathematical Society*, 24-29.
- Kuratowski. (1933). *Topologie I*. Warsaw-Lwow: Monografie Matematyczne.
- Kuratowski, K. (1961). *Topologie II*. PWN Polish Scientific Publisher. Troisième édition corrigée et complétée de deux Appendices.
- Kuratowski, K. (1980). *A half Century of Polish Mathematics*. Wasawa: Polish Scientific Publishers.
- Kuratowski-Sierpinski. (1921). Sur les différences de deux ensembles fermés. *Tohoku Math. J.*, 20, 22-25.

- Kuzawa, M. G. (1968). *Modern Mathematics: The Genesis of a School in Poland* . College and University Press, New Haven.
- Lebesgue, H. (1922). A propos d' une nouvelle revue mathématique . *Fundamenta Mathematicae*, 1-13.
- Lelek, A. (1959). Ensemble sigma-connexes et le théorème de Gehman. *Fundamenta Mathematicae*, 47, 256-276.
- Luzin-Sierpiński. (1923). Sur un ensemble non mesurable B. *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*.
- Marczewski. (1931). Sur un ensemble non mesurable de M. Sierpiński. *Comptes Rendus Soc. Sc. Letters Varsovie CL III*, 24, 78-85.
- Marczewski, E. (1930). Sur la mesurabilité et condition de baire. *Comptes Rendus du 1er Congrès des Mathématiciens des pays Slave, Wasawa 1929* , 297-303.
- Mauldin, R. D. (1981). *The Scottish book, Mathematics from the Scottish Cafe*.
- Menger, K. (1932). *Kurventheorie* . Berlin: B. G. Teubner.
- Moore, G. (1982). *Zermelo's Axiom of choice. It's Origins, Development and Influence*. Berlin Springer.
- Poveda, G. (2012). *Historia de las matemáticas en Colombia*. Ediciones UNAULA.
- Sánchez, C. E. (1999). Matemáticas en Colombia en el siglo XIX . *Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, 687-705.

- Sélianovski, E. (1933). Sur les propriétés des constituantes des ensembles analytiques.  
*Fundamenta Mathematicae*, 21, 20-28.
- Sierpiński-Tarski. (1930). Sur une propriété caractéristique des nombres inaccessibles.  
*Fundamenta Mathematicae*, 15, 292-300.
- Sierpiński, W. (1963). Polish School of Mathematics. *Polish Perspectives*, 25-35.
- Tamarkin, J. (1936). *Twenty-five volumes of Fundamenta Mathematicae*. EE.UU: Bulletin of the  
American Mathematical Society.
- Ulam, S. (2002). *Aventuras de un matemático. Memorias de Stanislaw Ulam*.
- Zelazco, W. (2004). *A Short History of Polish Mathematics*. Kanagawa University, Yokohama:  
Proceedings of the Workshop on Operator Theory and Operator Algebras .