

**CUANTIFICACIÓN DEL EFECTO DE LA ESCALA GEOMÉTRICA DE LOS
MODELOS HIDRÁULICOS REDUCIDOS EN LOS PROCESOS DE
SEPARACIÓN USANDO UN TUBO CURVO A PRESIÓN DE SECCIÓN
TRANSVERSAL RECTANGULAR**

**DIANA MARCELA JIMÉNEZ OBANDO
JOHN STEVEN CONSTAÍN ACOSTA**

**UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA CIVIL
SAN JUAN DE PASTO
2017**

**CUANTIFICACIÓN DEL EFECTO DE LA ESCALA GEOMÉTRICA DE LOS
MODELOS HIDRÁULICOS REDUCIDOS EN LOS PROCESOS DE
SEPARACIÓN USANDO UN TUBO CURVO A PRESIÓN DE SECCIÓN
TRANSVERSAL RECTANGULAR**

**DIANA MARCELA JIMÉNEZ OBANDO
JOHN STEVEN CONSTAÍN ACOSTA**

**Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de
Ingeniero Civil.**

**DIRECTOR
HERNÁN J. GÓMEZ Z.
I.C. M.Sc.**

**UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA CIVIL
SAN JUAN DE PASTO
2017**

NOTA DE RESPONSABILIDAD

Las ideas y conclusiones aportadas en este trabajo de grado son responsabilidad de los autores.

Artículo 1 de acuerdo N° 324 de octubre de 1966, emanado del Honorable Consejo Directivo de la Universidad de Nariño.

“La universidad de Nariño no se hace responsable de las opiniones o resultados obtenidos en el presente trabajo y para su publicación priman las normas sobre el derecho de autor”.

Artículo 13, Acuerdo N°.005 de 2010 emanado del Honorable Consejo Directivo de la Universidad de Nariño.

NOTA DE ACEPTACIÓN:

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

San Juan de Pasto, Mayo de 2017.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a Dios, por permitirnos cumplir con esta meta trazada en nuestro camino y a nuestros familiares que con su apoyo contribuyeron para su culminación.

Damos gracias también a la Universidad de Nariño, al ingeniero Hernán Gómez Zambrano, director del proyecto, los auxiliares de laboratorio y a todo el personal docente, que colaboraron para el término exitoso.

RESUMEN

Este trabajo de grado muestra los resultados de la investigación experimental llevada a cabo para evaluar y cuantificar el efecto de la escala geométrica en los procesos de separación usando el prototipo de un tubo curvo a presión de sección transversal rectangular y modelos reducidos a escala.

Para establecer los parámetros adimensionales a estudiar, se utilizó el método del análisis dimensional y para conocer el número de ensayos experimentales y el orden de ejecución de los tratamientos experimentales, se realizó un diseño experimental con arreglos factoriales, utilizando el software Statgraphics (con licencia de la UDENAR). Las variables de respuesta estudiadas fueron: la concentración de metal en la descarga, la partición de agua, la remoción de sedimentos y la remoción de hierro, las cuales dependen de parámetros adimensionales como: número de Dean y el diámetro de partícula. Con los datos experimentales se obtuvieron ecuaciones empíricas por medio de regresión lineal múltiple para cada una de las variables de respuesta en el prototipo y los modelos posteriormente se graficaron y se realizó una comparación para verificar el efecto de escala geométrica.

ABSTRACT

This dissertation shows the results of experimental research conducted to evaluate and quantify the effect of geometric scale separation processes using the prototype of a curved pressure pipe of rectangular cross section and reduced models to scale.

To set the dimensionless parameters to study the method of dimensional analysis was used and for the number of experimental trials and the execution order of experimental treatments, an experimental design was conducted with factorial arrangements, using the Statgraphics software (UDENAR license). The response variables studied were the concentration of metal in the discharge, the partition of water, sediment removal and iron removal, which depend on dimensionless parameters such as number of Dean and the particle diameter. With experimental data has obtained empirical equations using multiple linear regression for each one of the response variables in the prototype and models, subsequently they graphed and a comparison was performed to verify the effect of geometric scale.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	18
1. REVISIÓN Y ANÁLISIS DEL ESTADO DEL ARTE.....	20
1.1. FLUJO SECUNDARIO	20
1.2. CARACTERÍSTICAS GENERALES DE LA SEPARACIÓN POR GRAVEDAD	20
1.3. ANÁLISIS DIMENSIONAL	21
1.4. DISEÑO EXPERIMENTAL FACTORIAL.....	23
2. DEFINICIÓN DE LAS CONDICIONES DE SIMILITUD DINÁMICA DE LOS MODELOS	25
2.1. DEFINICIÓN DE LAS VARIABLES DE RESPUESTA	25
2.2. DEFINICIÓN DE LOS FACTORES INDEPENDIENTES.....	26
2.3. ANÁLISIS DIMENSIONAL	29
3. CONSTRUCCIÓN DE LOS MODELOS DE LABORATORIO	30
3.1. GEOMETRÍA DEL TUBO CURVO	30
3.2. CONSTRUCCIÓN DE PROTOTIPOS Y MODELOS	31
4. ADECUACIÓN DEL MONTAJE EN LABORATORIO	32
4.1. DISPOSITIVO SEPARADOR.....	33
4.2. TOLVA DE SÓLIDOS.....	33
5. PREPARACIÓN DE LA MEZCLA DE METAL PESADO Y SEDIMENTOS	34
5.1. ÍNDICE DE CONCENTRACIÓN	34
5.2. DESCRIPCIÓN DEL SEDIMENTO	35
5.3. DESCRIPCIÓN DEL MATERIAL PESADO.....	35
5.4. DESCRIPCIÓN DEL FLUIDO	35
5.5. CAUDAL DE LA MEZCLA.....	35
6. DISEÑO EXPERIMENTAL.....	39
6.1. ORDEN DE EJECUCIÓN DE LOS ENSAYOS	39
7. TOMA DE LAS MEDICIONES EN LABORATORIO	41
7.1. RESULTADOS ENSAYOS DEL PROTOTIPO ESC 1:1	41
7.2. RESULTADOS ENSAYOS ELO ESC 1:1.2.....	42

7.3.	RESULTADOS ENSAYOS DEL MODELO ESC 1:2	43
7.4.	RESULTADOS ENSAYOS DEL MODELO ESC 1:4	43
8.	PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	45
8.1.	PROCESAMIENTO DE INFORMACIÓN	45
8.2.	ANÁLISIS DE RESULTADOS SEGÚN NÚMERO DE REYNOLDS	49
8.2.1.	Regresión lineal múltiple para número de Reynolds	49
8.2.2.	Gráficos según condiciones de similitud de Reynolds	57
8.3.	ANÁLISIS DE RESULTADOS SEGÚN NÚMERO DE DEÁN	64
8.3.1.	Regresión lineal múltiple para número de Deán	64
8.3.2.	Gráficos según condiciones de similitud de Deán	71
9.	CONCLUSIONES	76
10.	RECOMENDACIONES	79
	BIBLIOGRAFÍA	80

GLOSARIO

N_L:	Factor de escala de longitudes.
N_V:	Factor de escala de velocidades.
N_T:	Factor de escala de tiempos.
N_F:	Factor de escala de fuerz
M_m:	Masa del modelo.
M_p:	Masa del prototipo.
a_m:	Aceleración del modelo.
a_p:	Aceleración del prototipo.
Re:	Número de Reynolds.
ρ:	Densidad del fluido.
ϑ_s:	Velocidad característica.
D:	Diámetro de la tubería.
μ:	Viscosidad dinámica.
ν:	Viscosidad cinemática.
De:	Número de Deán.
a:	Longitud característica de la sección transversal del tubería.
R_c:	Radio de curvatura del canal o tubería.
Fr:	Número de Froude.
v:	Velocidad del agua en la sección rectangular.
l:	Longitud.
g:	Gravedad.
lc:	Índice de concentración.
ρ_h:	Densidad relativa del mineral pesado.
ρ_l:	Densidad relativa del mineral liviano.
ρ_f:	Densidad relativa del medio fluido.
C_D:	Coefficiente de arrastre.
R_{ext}:	Radió máximo físico a la base del tubo.
R_{int}:	Radio mínimo físico a la base del tubo.
R:	Radio de los orificios de rebose.
Y_{max}:	Altura máxima física de la sección transversal.
B:	Base máxima física de la sección transversal.
b:	Ancho mínimo de bifurcación del canal.
l:	Longitud de transición entre la sección recta y la curva.
V_{resp}:	Variable de Respuesta.
P_A:	Partición de Agua.
Q_D:	Caudal de descarga.
Q_A:	Caudal de alimentación.
R_s:	Remoción de sedimentos.
W_{SD}:	Peso del sedimento en la descarga.
W_{SA}:	Peso del sedimento en la alimentación.
R_M:	Remoción de metal.
W_{MD}:	Peso de metal en la des

W_{MA} :	Peso de metal en la alimentación.
C_{MD} :	Concentración del metal pesado en la descarga.
W_{SMD} :	Peso total de metal más sedimento en la descarga.
C_{MA} :	Concentración del metal pesado en la alimentación.
W_{SMA} :	Peso total de metal más sedimento en la alimentación.
R_c :	Radio de curvatura.
b :	Ancho de la base de la sección de captación.
ε :	Rugosidad del conducto.
h :	Altura de la sección transversal del dispositivo.
b :	Ancho de la base de la sección transversal del dispositivo.
d_s :	Diámetro promedio de las partículas.
V_m :	Velocidad de la mezcla.
ν_m :	Viscosidad cinemática de la mezcla.
ρ_m :	Densidad de la mezcla.
ρ_s :	Densidad de los sólidos transportados.
C :	Concentración volumétrica de partículas.
f_m :	Factor de fricción de la mezcla.
f_w :	Factor de fricción del agua clara.
C'_D :	Coefficiente de arrastre de las partículas afectadas por la mezcla.
σ_g :	Desviación estándar geométrica de los sólidos.
E_a :	Aceleración.
E_n :	Rugosidad.
E_{pf} :	Densidad del fluido.
E_{ps} :	Densidad de sedimentos.
E_{pM} :	Densidad de metal.
Q_m :	Caudal de la mezcla.
Q_s :	Caudal sólido.
Q_L :	Caudal líquido.
E :	Escala del modelo.
δ_a :	Densidad de arena.
δ_{met} :	Densidad del metal.
δ_{agua} :	Densidad del agua.
T° :	Temperatura grados centígrados.
t :	Tiempo promedio ensayo.
G_{ar} :	Gravedad específica arena.
G_{met} :	Gravedad específica hierro.
hd :	Altura vertedero de descarga.
hr :	Altura vertedero de rebose.
d_{sprom} :	Diámetro de las partículas promedio.
M_a :	Masa arena.
M_{cil} :	Masa del cilindro.
V_a :	Volumen cilindro ensayo densidad.
D :	Diámetro cilindro ensayo densidad.
H_c :	Altura cilindro ensayo (

M_{met}:	Masa metal.
M_{cil}:	Masa del cilindro.
W_{ms}:	Masa al aire de la muestra seca al horno.
W_{pa}:	Masa del picnómetro aforado lleno de agua.
W_{pma}:	Masa total del picnómetro aforado con la muestra y lleno de agua.
Q_{ld}:	Caudal líquido descarga.
Q_{lr}:	Caudal líquido rebose.
Q_{la}:	Caudal líquido entrada.
Q_{gsma}:	Caudal en gramos de sólidos y metal en la entrada (g/s).
Q_{gma}:	Caudal en gramos de metal en la entrada.
Q_{ma}:	Caudal en litros por segundo de metal en la entrada (lps/s).
Q_{gsa}:	Caudal en gramos de arena en la entrada (g/s).
Q_{sa}:	Caudal en litros por segundo de arena en la entrada (lps/s).
Q_{sma}:	Caudal en litros por segundo de sólidos y metal en la entrada (lps/s).
Q_{smwa}:	Caudal en litros por segundo de sólidos, agua y metal en la entrada (lps/s).
A:	Área de la sección transversal del dispositivo.
ν_{isW}:	Viscosidad del agua.
ν_{ism}:	Viscosidad de la mezcla.
Re_m:	Número de Reynolds de la mezcla.
De_m:	Número de Deán de la mezcla.
C_{mezcla}:	Concentración de la mezcla.
W_{sr}:	Peso del sedimento en el rebose.
W_{mr}:	Peso del metal en el rebose.
P_{Amod}:	Partición de Agua obtenida con Ec: [7].
R_{Smod}:	Remoción de sedimentos obtenida con Ec: [8].
R_{Mmod}:	Remoción de metal obtenida con Ec: [9].
C_{MDmod}:	Concentración del metal pesado en la descarga obtenida con Ec: [11].
a, b, c:	Coeficientes de regresión lineal para la partición del agua experimental.
RLM:	Regresión lineal múltiple.
P_{Aexp}:	Partición de Agua experimental obtenida por regresión lineal múltiple.
R_{Sexp}:	Remoción de sedimentos experimental obtenida por regresión lineal múltiple.
R_{Mexp}:	Remoción de metal experimental obtenida regresión lineal múltiple.
C_{MDexp}:	Concentración del metal pesado en la descarga experimental RLM.
P_{Aesc1:1}:	Partición de Agua experimental RLM del modelo.
R_{Sesc1:1}:	Remoción de sedimentos experimental obtenida por regresión lineal múltiple del modelo.
R_{Mesc1:1}:	Remoción de metal experimental RLM del modelo.
C_{MDesc1:1}:	Concentración del metal pesado en la descarga experimental obtenida por regresión lineal múltiple del modelo.

LISTA DE CUADROS

	Pág.
Cuadro Nº 1 - Parámetros geométricos	26
Cuadro Nº 2 - Parámetros cinemáticos.....	27
Cuadro Nº 3 - Parámetros dinámicos	27
Cuadro Nº 4 - Parámetros adimensionales.....	27
Cuadro Nº 5 - Constantes dimensionales cinemáticas	29

LISTA DE FIGURAS

Pág.

Figura N° 1 - Sección transversal típica del tubo a presión.....	30
Figura N° 2 - Geometría típica en planta del tubo a presión.	30
Figura N° 3 - Esquema general del montaje de laboratorio.	32
Figura N° 4 - Montaje general de laboratorio.	32
Figura N° 5 - Tubería de entrada a modelos.	33
Figura N° 6 - Sección transversal típica del tubo a presión.....	33
Figura N° 7 - Tubería ingreso sedimento arena y metal.	34
Figura N° 8 - Calibración ingreso caudal líquido.	36
Figura N° 9 - Montaje general de laboratorio.	37

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla N° 1 - Caudal liquido.	36
Tabla N° 2 - Caudal liquido real.	36
Tabla N° 3 - Caudal de sólidos para modelo y prototipos.	38
Tabla N° 4 - Orden ejecución de los ensayos escala 1:1.....	39
Tabla N° 5 - Resultados ensayos Esc: 1:1 - Separación del material.	41
Tabla N° 6 - Resultados ensayos Esc: 1:1.2 - Separación del material.	42
Tabla N° 7 - Resultados ensayos Esc: 1:2 - Separación del material.	43
Tabla N° 8 - Resultados ensayos Esc: 1:4 - Separación del material.	44
Tabla N° 9 - Cálculo de factores adimensionales y variables de respuesta.....	45
Tabla N° 10 - Cálculo de variables de respuesta en porcentaje.	47
Tabla N° 11 - Cálculo de logaritmo de Pa y Rs experimentales según Re.	49
Tabla N° 12 - Cálculo de logaritmo de Rm y Cmd experimental según Re.....	51
Tabla N° 13- Relación de variables de respuesta experimentales y ensayadas según Re.....	54
Tabla N° 14 - Relación entre variables de respuesta experimental y variable de respuesta experimental del modelo según Re.....	57
Tabla N° 15 - Cálculo de logaritmo de Pa y Rs experimentales según Deán.	64
Tabla N° 16 - Cálculo de logaritmo de Rm y Cmd experimentales según Deán. ...	66
Tabla N° 17- Relación de variables de respuesta experimentales y ensayadas según Deán.....	69
Tabla N° 18- Relación de variables de respuesta experimental entre variables respuesta experimentales en modelo según Deán.	72

LISTA DE GRÁFICOS

	Pág.
Gráfico N° 1 -Partición de agua experimental /Partición agua experimental modelo vs número de ensayos. Cálculo para número de Reynolds.....	59
Gráfico N° 2 - Remoción de sólidos experimental todos los dispositivos / Remoción sólidos en modelo vs número de ensayos. Cálculo para número de Reynolds.	60
Gráfico N° 3 - Remoción de metal experimental todos los dispositivos / Remoción metal en modelo vs número de ensayos. Cálculo para número de Reynolds.	61
Gráfico N° 4 - Concentración de metal en la descarga experimental / Concentración metal en la descarga experimental en modelo vs número de ensayos. Cálculo para número de Reynolds.....	63
Gráfico N° 5 - Concentración de metal en la descarga experimental / Concentración metal en la descarga experimental en modelo vs número de ensayos. Cálculo para número de Reynolds.....	73
Gráfico N° 6 - Remoción de sólidos experimental / Remoción de sólidos experimental vs número de ensayos. Cálculo para número de Deán.....	74
Gráfico N° 7 - Remoción de metal experimental todos los dispositivos / Remoción metal en modelo vs número de ensayos. Cálculo para número de Deán.....	74
Gráfico N° 8 - Concentración de metal en la descarga experimental / Concentración metal en la descarga experimental en modelo vs número de ensayos. Cálculo para número de Deán.....	75

LISTA DE ANEXOS

Anexo N°1:	Análisis dimensional: <u>Anexos1Análisisdimensional.docx</u>	14
Anexo N°2:	Geometría del dispositivo: <u>Anexos\anexo 2 Geometría del dispositivo.docx</u>	94
Anexo N°3:	Preparación de la mezcla: <u>Anexos\anexo 3 Preparación de la mezcla.docx</u>	110
Anexo N°4:	Evidencia de ejecución de ensayos en laboratorio: <u>Anexos\anexo 4 evidencia de ensayos.docx</u>	116
Anexo N°5:	Diseño experimental: <u>Anexos\anexo 5 diseño experimental.docx</u>	171
Anexo N°6:	Artículo científico: <u>Anexos\articulo.docx</u>	180

INTRODUCCIÓN

El transporte hidráulico de sólidos, a través de conductos, constituye una operación ampliamente utilizada desde hace varios años en numerosas industrias y especialmente en el campo de la minería. El agua es el fluido más común para transportar sólidos, y si la instalación opera en forma continua, el proceso es capaz de transportar grandes cantidades de sólidos.

En Colombia, la ubicación de los yacimientos ofrece condiciones de pendientes y balances hidrológicos favorables que hacen pensar de inmediato en el transporte mediante un sistema hidráulico, consistente en el movimiento gravitacional y/o forzado de suspensiones (sólido – líquido) ya sea en tuberías o canales.

El creciente interés por esta alternativa para transportar materiales de tamaño reducido, es principalmente de índole económico, y son varios los factores destacados: bajo costo y economía de escala, proporciona un flujo continuo de sólidos y fácil implementación de control automático, puesta en marcha de la explotación de yacimientos mineros, cuya localización hace que tal actividad no sea económica por medio del transporte tradicional, bajo consumo de energía, posibilidad de transportar varios productos, no se produce daño ni se altera el medio ambiente, permitir la elección de la vía más corta entre dos puntos al atacar cualquier tipo de pendientes, poder alcanzar ritmos de transportes imposibles de realizar con otro tipo de sistema.

Según Fabián Pinochet, en su trabajo Transporte Hidráulico de Sólidos¹ menciona que la primera patente relacionada con el transporte hidráulico de sólidos, de tipo industrial, data del año 1891, y se relaciona con el transporte de carbón mediante bombeo de una suspensión preparada con agua como fluido transportador. El rango de aplicación del transporte hidráulico de sólidos en la industria minera es muy amplio, tanto para el cobre como para toda la minería metálica.

A partir de la optimización del transporte de sólidos en canales abiertos con ayuda del agua se crea formas de hacer que dicho líquido sea conservado ya que todas las formas de vida conocidas dependen del agua.

El presente estudio está encaminado a complementar estos sistemas de transporte, donde se implementen separadores de partículas dentro de una instalación de hidrotransporte.

¹ Transporte Hidráulico de Sólidos
http://www.academia.edu/9615336/TRANSPORTE_HIDR%C3%81ULICO_DE_S%C3%93LIDOS

OBJETIVOS DEL PROYECTO

OBJETIVO GENERAL

Cuantificar el efecto de escala geométrica de los modelos hidráulicos reducidos en la separación de metales usando un tubo curvo a presión.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Definir la escala geométrica de los modelos y el prototipo que se construirán de tal manera que permitan cuantificar el efecto de escala geométrica sobre las variables de respuesta.
- Cuantificar en laboratorio el efecto de escala geométrica con mediciones de laboratorio.
- Analizar el efecto de escala geométrica de los modelos sobre las variables de respuesta usando los datos experimentales.

HIPÓTESIS

¿La escala geométrica de los modelos hidráulicos reducidos tiene influencia en las variables de respuesta involucradas en la separación de metales pesados y a su vez, en la comparación entre cada una de ellas con su semejante, en las condiciones de similitud entre el prototipo y los modelos, utilizando un tubo curvo a presión?

1. REVISIÓN Y ANÁLISIS DEL ESTADO DEL ARTE

Se utilizó para el cálculo y análisis del estudio del efecto de escala geométrica en este modelo hidráulico, el siguiente marco teórico, en el cual define el tipo de flujo que se genera en el tubo curvo, el método de separación del metal contenido en la mezcla, tipos de modelación hidráulica, diseño experimental, análisis dimensional.

1.1. FLUJO SECUNDARIO

El flujo secundario² se considera como el campo de movimiento de un fluido que puede ser superpuesto sobre un campo primario de movimiento, por la acción de la fricción, generalmente en la proximidad de límites sólidos. También conocido por flujo friccional secundario.

1.2. CARACTERÍSTICAS GENERALES DE LA SEPARACIÓN POR GRAVEDAD

La concentración por gravedad³ es, esencialmente, un método para separar partículas de minerales de diferente peso específico debido a sus diferencias de movimiento en respuesta a las acciones que ejercen sobre ellas, simultáneamente, la gravedad u otras fuerzas.

Clasificación de los Métodos Gravitacionales

Los métodos gravitacionales⁴ se pueden dividir en: a) **Métodos de concentración en medio denso**, cuando la densidad del medio es intermedio a las densidades de las especies que se quieren separar; y b) **Métodos de concentración en corrientes**, cuando la densidad del medio es inferior a las densidades de las especies que se quieren separar.

El índice de concentración (I_c)

² Definición según:

[http://www.sapiensman.com/ESDictionary/S/Technical_vocabulary_Spanish\(S5-D\).htm](http://www.sapiensman.com/ESDictionary/S/Technical_vocabulary_Spanish(S5-D).htm)

³ Tomado de: "Recuperación de oro por gravimetría de mineral proveniente del distrito minero de Nmbija "Condominio del sur"

http://dSPACE.utpl.edu.ec/bitstream/123456789/11267/1/CABRERA_CARRION_SANTIAGO_ISRAE L.pdf

⁴ Pavez, Oswaldo, (1987), Concentración Gravimétrica, Universidad de Atacama. Jiménez. <http://pdfsr.com/pdf/minerales>

El índice de concentración (I_C) es usado en una primera aproximación y entrega una idea de la facilidad de obtener una separación entre minerales a través de procesos gravitacionales, sin considerar el factor de forma de las partículas minerales. El criterio de concentración, originalmente sugerido por Taggart⁵, con base en la experiencia industrial, es aplicado a la separación de dos minerales en agua.

Para una separación efectiva en este tipo de concentración es fundamental que exista una marcada diferencia de densidad entre el mineral y la matriz de sedimentos. A partir del llamado criterio de concentración I_C , se tendrá una idea sobre el tipo de separación posible. El **criterio de concentración** dado por (Siame⁶, 2008) utilizado en la separación gravimétrica es el siguiente Ec. [1]:

$$I_C = \frac{\rho_h - \rho_f}{\rho_t - \rho_f} \quad [1]$$

Donde, ρ_h : densidad relativa del mineral pesado; ρ_i : densidad relativa del mineral liviano; ρ_f : densidad relativa del medio fluido.

En términos generales, cuando el valor absoluto del cociente es mayor que 2.5, la separación gravimétrica es relativamente fácil. A medida que el cociente disminuye, la eficiencia de la separación disminuye; valores menores que 1,25 indicarían que la concentración por gravedad, por lo general, no sería posible comercialmente.

1.3. ANÁLISIS DIMENSIONAL

El análisis dimensional es una técnica matemática que hace uso del estudio de las dimensiones de las cantidades físicas, permitiendo de manera teórica conocer los factores o variables que pueden influir en un fenómeno físico. A continuación, se presenta la definición de algunos conceptos importante en el análisis dimensional.

Número de Reynolds

El número de Reynolds⁷ (Re) es un número adimensional utilizado en mecánica de fluidos, diseño de reactores y fenómenos de transporte para caracterizar el

⁵ Pavez, Oswaldo, (1987), Concentración Gravimétrica, Universidad de Atacama. Jiménez. <http://pdfsr.com/pdf/minerales>

⁶ Siame J., (2008), Physical beneficiation of PGM tailings by gravity separation and elutriation techniques, submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree Magister Technologies: Engineering Chemical, Tshwane University of Technology, 2008.

⁷ R. Mott, *Mecánica de Fluidos*, 6th ed. Jefferson, N.C.: Pearson, 2006, pp. 230-231.

movimiento de un fluido. Este número recibe su nombre en honor de Osborne Reynolds (1842-1912), quien lo describió en 1883. Para un fluido que circula por el interior de una tubería circular recta, el número de Reynolds viene expresado en Ec. [2]:

$$R_e = \frac{\rho \vartheta_s D}{\mu} \quad [2]$$

o equivalentemente en Ec. [3]:

$$R_e = \frac{\vartheta_s D}{\nu} \quad [3]$$

Dónde:

- ρ : Densidad del fluido.
- ϑ_s : Velocidad característica del fluido.
- D : Diámetro de la tubería a través de la cual circula el fluido o longitud característica del sistema.
- μ : Viscosidad dinámica del fluido.
- ν : Viscosidad cinemática del fluido, Ec. [4]:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad [4]$$

Número de Deán

El número de Deán⁸ (D_e) es un número adimensional utilizado en mecánica de fluidos para el estudio de flujos en tuberías y canales curvados. Su nombre es en honor al científico británico W. R. Deán que estudió estos flujos en los años 20 del siglo XX. El número de Deán se define en Ec. [5]:

$$D_e = \frac{\rho v a}{\mu} \left(\frac{a}{2Rc} \right)^{1/2} \quad [5]$$

En donde:

- ρ es la densidad del fluido.
- μ es la viscosidad del fluido.
- u es la velocidad axial.
- a es la longitud característica asociada con la sección transversal del canal o tubería (por ejemplo el radio en el caso de una tubería circular).

⁸ M. Pabón Miño and M. Perenguez Narvárez, "INVESTIGACIÓN EXPERIMENTAL PARA EVALUAR LA EFICIENCIA DE LOS SEPARADORES DE FLUJO CENTRIFUGO", Ingeniero, Universidad de Nariño, 2010.

- R es el radio de curvatura del canal o tubería.

Número de Froude

El número de Froude⁹ (Fr) es un número adimensional que relaciona el efecto de las fuerzas de inercia y las fuerzas de gravedad que actúan sobre un fluido. Debe su nombre al ingeniero hidrodinámico y arquitecto naval inglés William Froude (1810 - 1879). De esta forma el número de Froude se puede escribir como Ec. [6]:

$$F_r = \frac{v^2}{gl} \quad [6]$$

- l - parámetro de longitud [m].
- v - parámetro de velocidad [m/s].
- g - aceleración de la gravedad [m/s²].

El número de Froude es usado para el estudio de similitud dinámica en flujo a superficie libre, se lo introduce en este trabajo como referencia clásica, aunque su uso en tuberías a presión no sea aplicable.

1.4. DISEÑO EXPERIMENTAL FACTORIAL

El diseño experimental¹⁰ es una técnica estadística que permite identificar y cuantificar las causas de un efecto dentro de un estudio experimental. En un diseño experimental se manipulan deliberadamente una o más variables, vinculadas a las causas, para medir el efecto que tienen en otra variable de interés. El diseño experimental prescribe una serie de pautas relativas qué variables hay que manipular, de qué manera, cuántas veces hay que repetir el experimento y en qué orden para poder establecer con un grado de confianza predefinido la necesidad de una presunta relación de causa-efecto.

Todo fenómeno que se puede observar, y que presenta características susceptibles de ser medidas, exhibe un comportamiento variable, en que se puede o no tener un alto grado de control sobre los factores que causan variación.

Diseño experimental factorial de 2 niveles

⁹ C. Sánchez Naranjo, *Teoría de la combustión*, 1st ed. Madrid: Universidad Nacional de Educación a Distancia Madrid, 2011, p. 187.

¹⁰ M. Pabón Miño and M. Perenguez Narváez, "INVESTIGACIÓN EXPERIMENTAL PARA EVALUAR LA EFICIENCIA DE LOS SEPARADORES DE FLUJO CENTRIFUGO", Ingeniero, Universidad de Nariño, 2010.

Diseño 2^k para $k = 2$ factores

Este diseño, es el más sencillo de la serie. Se considera dos factores: A y B, cada uno a 2 niveles. Normalmente se considera estos niveles como los niveles alto y bajo del factor. El diseño 2^2 puede ser representado geoméricamente como un cuadrado con 4 ensayos¹¹.

Diseño 2^k para $k = 3$ factores

Es un diseño de 3 factores, cada uno a 2 niveles y consta de 8 combinaciones. Geométricamente el diseño es un cubo, cuyas esquinas son las 8 combinaciones. Este diseño permite estimar los 3 efectos principales (A, B, y C), las tres interacciones de dos factores (AB, AC, BC) y la interacción de los tres factores (ABC)¹².

¹¹ M. Pabón Miño and M. Perenguez Narváez, "INVESTIGACIÓN EXPERIMENTAL PARA EVALUAR LA EFICIENCIA DE LOS SEPARADORES DE FLUJO CENTRIFUGO", Ingeniero, Universidad de Nariño, 2010.

¹² ídem

2. DEFINICIÓN DE LAS CONDICIONES DE SIMILITUD DINÁMICA DE LOS MODELOS

2.1. DEFINICIÓN DE LAS VARIABLES DE RESPUESTA

Las variables de respuesta seleccionadas y de interés en el fenómeno estudiado fueron partición de agua P_A , remoción de sedimentos R_S , remoción de metal pesado R_M y concentración de metal pesado en peso por la descarga C_{MD} . A continuación, se realiza una explicación de cada una de estas variables:

Partición de agua

La partición del agua¹³ está definida como la relación de caudales de agua, entre la descarga del tubo a presión Q_D y el caudal de agua total en la alimentación del tubo Q_A , esta variable se incluye, debido a que es importante conocer la distribución del agua a la salida del separador tanto en el rebose como en la descarga, con el fin de conocer el grado de espesamiento y ser usada en etapas posteriores de separación. Expresada en Ec. [7]:

$$P_A = \frac{Q_D}{Q_A} \quad [7]$$

Remoción de sedimentos

Definida como la relación de pesos del sedimento entre la descarga W_{SD} y el peso total de sedimentos en la alimentación del tubo a presión W_{SA} ¹⁴, dada en Ec. [8]:

$$R_S = \frac{W_{SD}}{W_{SA}} \quad [8]$$

Remoción de metal

Definida como la relación de pesos de metal entre la descarga W_{MD} y el peso de metal en la alimentación del tubo W_{MA} ¹⁵, expresada en Ec. [9]:

$$R_M = \frac{W_{MD}}{W_{MA}} \quad [9]$$

¹³ Según Gómez Hernán. "Efecto del flujo secundario en la separación de metales pesados en un canaleta en espiral"

<http://revistaingenieria.univalle.edu.co:8000/index.php/incompe/article/view/209/204>

¹⁴ ídem

¹⁵ Según Gómez Hernán. "Efecto del flujo secundario en la separación de metales pesados en un canaleta en espiral"

<http://revistaingenieria.univalle.edu.co:8000/index.php/incompe/article/view/209/204>

Concentraciones de metal en la descarga

Definida como la relación del peso de metal recuperado por la descarga W_{MD} y el peso total de metal más sedimento recuperado por la misma descarga W_{SMD} ¹⁶, expresada en Ec. [10]:

$$C_{MD} = \frac{W_{MD}}{W_{SMD}} \quad [10]$$

Introduciendo Ec. [8] y Ec. [9] en Ec. [10] se obtiene la Ec. [11] para C_{MD} .

$$C_{MD} = R_M \left(\frac{C_{MA}}{1-C_{MA}} \right) \left[R_M \left(\frac{C_{MA}}{1-C_{MA}} \right) + R_S \right]^{-1} \quad [11]$$

Donde, C_{MA} es la concentración de metal en la alimentación, valor que debe ser conocido y relaciona el peso del metal en la alimentación W_{MA} y el peso de sedimento y metal en la alimentación W_{SMA} , por lo tanto se obtiene Ec. [12]:

$$C_{MA} = \frac{W_{MA}}{W_{SMA}} \quad [12]$$

2.2. DEFINICIÓN DE LOS FACTORES INDEPENDIENTES

Para definir los factores independientes o parámetros adimensionales se aplicó el análisis dimensional o Teorema PI, o de Buckingham¹⁷, en este sentido se seleccionó las variables que posiblemente puedan tener influencia en el fenómeno y se aplicó dicho teorema, identificando las siguientes variables:

Parámetros geométricos

En el cuadro N°1, se observa algunos parámetros geométricos:

Cuadro N° 1 - Parámetros geométricos

Parámetro	Símbolo	Unidad	Dimensión
Radio de curvatura	R_c	m	L
Ancho de la base de la sección de captación	b	m	L
Rugosidad del conducto	ϵ	m	L
Altura de la sección transversal	H	m	L

¹⁶ Ídem.

¹⁷ J. Galán García, *Sistemas de Unidades Físicas*, 1st ed. Barcelona: Reverté, 1987, pp. 85-87.

Parámetro	Símbolo	Unidad	Dimensión
Ancho de la base de la sección transversal	B	m	L
Tamaño de los sólidos	d_s	M	L

Parámetros cinemáticos

En el cuadro N°2, se detalla algunos parámetros cinemáticos:

Cuadro N° 2 - Parámetros cinemáticos

Parámetro	Símbolo	Unidad	Dimensión
Velocidad de la mezcla	V_m	m/s	$L \cdot T^{-1}$
Viscosidad cinemática de la mezcla	v_m	m ² /s	$L^2 \cdot T^{-1}$

Parámetros dinámicos

En el cuadro N°3, se nombra algunos parámetros dinámicos:

Cuadro N° 3 - Parámetros dinámicos

Parámetro	Símbolo	Unidad	Dimensión
Densidad de la mezcla	ρ_m	Kg/m ³	$M \cdot L^{-3}$
Densidad de los sólidos transportados	ρ_s	Kg/m ³	$M \cdot L^{-3}$

Parámetros adimensionales

En el cuadro N°4, se observa algunos parámetros adimensionales:

Cuadro N° 4 - Parámetros adimensionales

Parámetro	Símbolo
Concentración volumétrica de partículas	C
Factor de fricción de la mezcla	f_m
Factor de fricción del agua clara	f_w
Coefficiente de arrastre de partículas afectados por la mezcla	C'_D
Desviación estándar geométrica de los sólidos	σ_g
Numero de Deán	D_e
Numero de Reynolds	R_e

Estos parámetros adimensionales se usaron para completar la relación funcional adimensional, pero para ello, se realizó el siguiente análisis para verificar si su uso era conveniente y si tenía influencia en las variables de respuesta, así:

La concentración volumétrica de partículas, se mantuvo en cada modelo y disminuyó en escala con respecto al prototipo según cada modelo, por lo tanto se omitió en la relación funcional adimensional.

El factor de fricción de la mezcla y del agua clara se omitió debido a que está en función del número de Reynolds y de la rugosidad de las paredes del acrílico, la cual es muy baja y por lo tanto puede ser despreciable.

a) Para régimen laminar ($Re < 2000$) y régimen turbulento liso ($Re > 4000$) el factor de fricción se calculó con la ecuación [13]:

$$f_{laminar} = f(Re) \quad [13]$$

b) Para régimen turbulento intermedio se utilizó la Ecuación de Colebrook simplificada Ec. [14]:

$$f_{turbulento\ intermedio} = f(Re, \varepsilon_r) \quad [14]$$

c) Para régimen turbulento rugoso se utilizó la 2ª Ecuación de Karmann-Prandtl Ec. [15]:

$$f_{turbulento\ turbulento} = f(\varepsilon_r) \quad [15]$$

Se omitió, igualmente, la desviación estándar geométrica de los sólidos, debido a que no se utilizó un rango amplio del tamaño de partículas, además está en función del tamaño de las partículas, las cual se tomó como parámetro adimensional.

El número de Deán está en función del número de Reynolds, razón por la cual se trabajó con el número de Deán como parámetro adimensional, porque se aplica al fenómeno del flujo secundario. De igual manera, el coeficiente de arrastre¹⁸ está en función del número de Reynolds, por lo tanto, se omitió en la función dimensional. Ec. [16]:

$$C_D = \frac{18.5}{Re^{0.6}} \quad [16]$$

Constantes dimensionales cinemáticas

En el cuadro N°5, se puede ver la constante dimensional cinemática:

¹⁸ F. Andrade Rodríguez, "Desarrollo de herramienta de simulación para equipos separadores de agua libre", Magister automatización industrial, Universidad Nacional de Colombia, 2012.

Cuadro N° 5 - Constantes dimensionales cinemáticas

Parámetro	Símbolo	Unidad	Dimensión
Aceleración de la gravedad	<i>g</i>	m/s ²	L*T ⁻²

En este sentido se determinó la siguiente relación funcional dimensional; Ec. [17]:

$$f(R_C, B, H, b, V_m, v_m, \rho_m, \rho_s, d_s, \varepsilon, g) = 0 \quad [17]$$

Esta relación fue la base para definir los parámetros adimensionales.

2.3. ANÁLISIS DIMENSIONAL

Con la relación de función dimensional se determinó los parámetros adimensionales predeterminantes en el fenómeno a estudiar, mediante la ayuda del análisis dimensional, ver en el Anexo N°1.1: Análisis dimensional, en el cual obtuvo la siguiente relación funcional adimensional. Ec. [18]:

$$V_{resp} = f\left(De, \frac{d_s}{H}\right) \quad [18]$$

Dónde:

- V_{resp} : Variable de Respuesta.
- Q_m : Caudal de la mezcla, hace variar el número de Deán de la mezcla, el cual es la suma de caudal del agua, caudal de sedimentos y caudal de hierro.
- d_s : Hace variar la relación $\frac{d_s}{H}$.

3. CONSTRUCCIÓN DE LOS MODELOS DE LABORATORIO

Con los planos definitivos, el prototipo y los modelos a escala geométrica del tubo curvo a presión se construyeron en acrílico transparente, se utilizó PVC, para el montaje de los codos y demás accesorios requeridos para la correcta funcionalidad de los dispositivos.

3.1. GEOMETRÍA DEL TUBO CURVO

Se diseñó como geometría definitiva un tubo que posee una curvatura de 180° , como se observa en la figura N°1 y N2. Donde, R_{ext} es el radió máximo físico a la base del tubo, R_{int} es el radio mínimo físico a la base del tubo, R es el radio de los orificios de rebose, Y_{max} es la altura máxima física de la sección transversal, B es la base máxima física de la sección transversal, b es el mínimo ancho de bifurcación del canal y l es la longitud de transición entre la sección recta y la curva. Geometría descrita para el modelo y cada uno de los prototipos a diferente escala que se propuso para el análisis. Por ejemplo, en la figura 1 se indica la sección transversal típica del tubo curvo a presión.

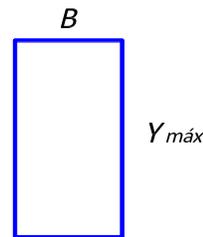


Figura N° 1 - Sección transversal típica del tubo a presión.

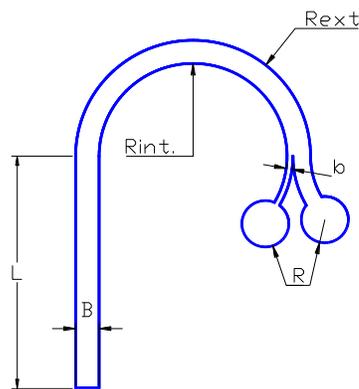


Figura N° 2 - Geometría típica en planta del tubo a presión.

El prototipo y los tres modelos a escala cuentan también con un par de codos que garantizaron que el tubo curvo funcione con caudales bajos. Estos codos se

empalmaron en la parte superior de los orificios de descarga y rebose. Figuras 4 y 5 del Anexo N°2.1: Geometría del dispositivo.

Las figuras 6, 7, 8, 9 del Anexo N°2.1 indican la geometría y las dimensiones a escala del prototipo y los modelos. El metal pesado se recuperó por el orificio de descarga del tubo a un ángulo de 180° . El ancho mínimo de la sección interna de captación fue mayor a 3 veces el diámetro máximo de la arena.

3.2. CONSTRUCCIÓN DE PROTOTIPOS Y MODELOS

Se construyó el modelo con las dimensiones de la geometría anteriormente definidas, y posteriormente se construyeron los prototipos a escala reducida de 1:1.2, 1:2 y 1:4 con respecto al modelo. Se siguió el mismo procedimiento de construcción para el modelo y los prototipos. (Ver Anexo N°2.2: Construcción de dispositivos).

4. ADECUACIÓN DEL MONTAJE EN LABORATORIO

Para probar los tres modelos y el prototipo se adecuó y usó el montaje general que se encuentra construido en el laboratorio de hidráulica, que tiene los componentes indicados en la figura N°3, correspondientes a: 1) tanque de succión de agua, 2) tolva de abastecimiento sólido conectada en la succión de la bomba; 3) bomba centrífuga para impulsión de lodos de rotor semi-abierto, 4) tanque de cabeza constante para garantizar flujo uniforme, 5) espacio para la instalación del tubo a presión y 6) tanque desarenador, para recuperar el sedimento y medir el caudal líquido a la salida del tanque, por medio de vertederos triangulares; este tanque tiene dos compartimientos independientes, uno para medir el caudal y recuperar el sedimento por la descarga y otro para el rebose.

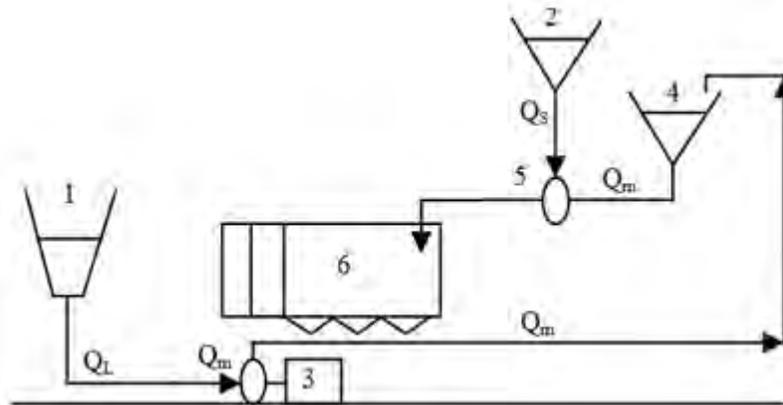


Figura N° 3 - Esquema general del montaje de laboratorio.

Donde, Q_m es el caudal de la mezcla, Q_s es el caudal sólido y Q_L es el caudal líquido.



Figura N° 4 - Montaje general de laboratorio.

El modelo se adecuó al montaje existente, al cual se le modificó la altura de rebose del caudal para que diera lugar al montaje del modelo, también se conectó el modelo con accesorios pertinentes para garantizar su correcto acople al montaje existente.

4.1. DISPOSITIVO SEPARADOR

El dispositivo separador, se conectó al montaje existente mediante un tubo de PVC y dos codos, tal como se indica en la figura N°5 y N°6.

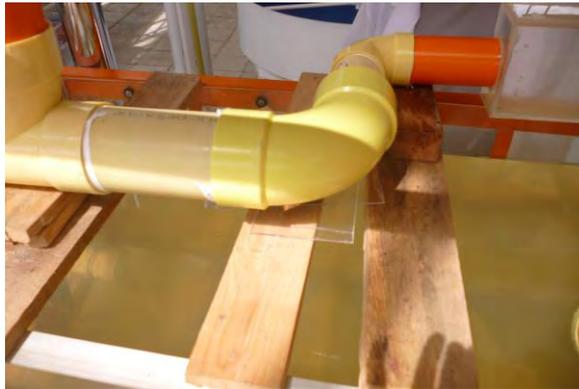


Figura N° 5 - Tubería de entrada a modelos.



Figura N° 6 - Sección transversal típica del tubo a presión.

4.2. TOLVA DE SÓLIDOS

El lugar de dosificación del material se modificó como se indica en la figura N°7, para evitar la trituración de las partículas al ingresar por la bomba de impulsión y disminuir las pérdidas por deposito en el trayecto que conduce hasta el dispositivo separador; la distribución del material se realizó en una sección cercana al

dispositivo, mediante un tubo PVC, con el fin de garantizar el caudal de sólidos y su concentración.



Figura N° 7 - Tubería ingreso sedimento arena y metal.

La adecuación de los prototipos a escala 1:1.2, 1:2, 1:4, se indican en el Anexo N° 2.3: Adecuación de dispositivos al montaje.

5. PREPARACIÓN DE LA MEZCLA DE METAL PESADO Y SEDIMENTOS

Se ensayaron en el modelo y los prototipos, una mezcla de agua, arena como sedimento y limaduras de hierro como material pesado. Para ello se verificó que su separación sea efectiva, usando el índice de concentración.

5.1. ÍNDICE DE CONCENTRACIÓN

Se aplicó la ecuación [1] para el cálculo del índice de concentración, sustituyendo la densidad del sedimento y metal pesado propuesto para estudio en esta investigación, obteniéndose:

$$D_h (\text{hierro}) = 7.66 \text{ g/cm}^3$$
$$D_l (\text{material aluvial}) = 2.20 \text{ g/cm}^3$$

$$D_f(\text{agua}) = 0.998 \text{ g/cm}^3$$

$$I_c = \frac{7.66 - 0.998}{2.20 - 0.998} = 5.55$$

Se obtiene un I_c de 5.55 el cual es adecuado para realizar ensayos de enriquecimiento del concentrado.

5.2. DESCRIPCIÓN DEL SEDIMENTO

El sedimento usado fue arena, con un mismo origen mineralógico, con el fin de garantizar la misma densidad y gravedad específica de cada muestra, la cual se detalla en el Anexo N°3.1: Descripción del sedimento.

Tamaño de las partículas

Para los ensayos en el prototipo y los modelos, se ensayaron dos tamaños de partículas, es decir, un tamaño mínimo y un máximo de partículas, el diámetro de partículas se seleccionó, teniendo en cuenta que se debe garantizar la escala geométrica, en el tamaño del sedimento, por lo tanto, se tomó la arena pasante y retenida entre determinados tamices, los cuales están estandarizados según la norma ASTM E – 11/95, se puede ver los diámetros definitivos para los dispositivos en el Anexo N°3.1: Descripción del sedimento.

5.3. DESCRIPCIÓN DEL MATERIAL PESADO

Se usó limadura de hierro con características uniformes garantizando la misma densidad y gravedad específica de cada muestra, los cuales se detallan en el Anexo N°3.2: Descripción del material pesado.

5.4. DESCRIPCIÓN DEL FLUIDO

Se utilizó agua como medio fluido, y se mezcló con el material de arena y metal, fue bombeada a través de la tubería, que se encargó de separar la mezcla con el efecto del flujo secundario, la cual mantuvo un caudal constante. Sus propiedades se detallan en el Anexo N°3.3: Descripción del agua.

5.5. CAUDAL DE LA MEZCLA

Se definieron los caudales líquidos y sólidos para el modelo y los prototipos, mediante ensayos preliminares, realizados en los laboratorios de hidráulica, obteniéndose los siguientes resultados:

Caudal líquido

En laboratorio se definió el caudal máximo, que podía generar la bomba, se ensayó el modelo, y se determinó que el caudal apropiado para mantener una presión constante y un flujo uniforme fue de 5.98 lps, y el caudal mínimo se determinó en 4.06 lps.



Figura N° 8 - Calibración ingreso caudal líquido.

A partir del caudal definido en el modelo se obtuvieron los caudales necesarios, con la ayuda de las formulas resultantes del análisis de similitud, donde el caudal del prototipo es igual al caudal del modelo sobre la relación de longitudes. Ec. [19]:

$$Q_{lp} = \frac{Q_{lm}}{L_{rp}}$$

[19]

En la tabla N°1, se puede ver los caudales líquidos para todos los dispositivos:

Tabla N° 1 - Caudal líquido.

CAUDAL LIQUIDO (LPS)				
	Modelo	Prototipo 1	Prototipo 2	Prototipo 3
Escala geométrica [-]	1.0	1.2	2.0	4.0
Caudal mínimo	4.06	3.39	2.03	1.02
Caudal máximo	5.98	4.98	2.99	1.50

En la tabla N°2, se observa ver los caudales líquidos reales; los cuales fueron ajustados a las condiciones geométricas del dispositivo de acople, para el suministro del caudal, así:

Tabla N° 2 - Caudal líquido real.

CAUDAL LIQUIDO (LPS)

	Modelo	Prototipo 1	Prototipo 2	Prototipo 3
Escala geométrica [-]	1.0	1.2	2.0	4.0
Caudal mínimo	4.06	3.28	2.07	1.03
Caudal máximo	5.98	4.93	2.99	1.49

Caudal de sólidos

Para definir el caudal de sólidos, se escogió un caudal sólido de 30 g/s, para el modelo, el cual tuvo una concentración de metal en la mezcla del 6%.



Figura N° 9 - Montaje general de laboratorio.

Para el caudal de sólidos en los prototipos se utilizó la misma relación de caudal. Ec. [20]:

$$Q_{sp} = \frac{Q_{sm}}{L_{rp}} \quad [20]$$

La mezcla se distribuyó con un caudal constante, mediante una tolva la cual se calibró para que cumpla con la distribución de material durante un tiempo de 288 segundos en el modelo, con este valor se pudo calcular la mezcla necesaria para el ensayo. El tiempo en los prototipos se calculó mediante las fórmulas obtenidas en el análisis de similitud. Ec. [21]:

$$T_p = \frac{T_m}{L_{rp}^2} \quad [21]$$

Con este tiempo, se definió la cantidad de mezcla arena-metal que debía dosificar mediante una tolva calibrada previamente, la cual garantizó el caudal sólido determinado, la cantidad de mezcla se obtuvo mediante la relación. Ec. [22]:

$$P_{mezcla} = Q_s * T \quad [22]$$

Donde el 94% de la mezcla fue arena y el 6% de mezcla fue metal, En la tabla N°2 se puede ver los caudales de sólidos para el modelo y prototipos:

Tabla N° 3 - Caudal de sólidos para modelo y prototipos.

	Modelo	Prototipo 1	Prototipo 2	Prototipo 3
Escala geométrica [-]	1.0	1.2	2.0	4.0
Caudal de sólidos [g/s]	30	25	15	7.5
Tiempo [s]	288	288	288	288
Cantidad de mezcla [g]	8640	7200	4320	2160
Cantidad de arena (94%) [g]	8121.6	6768	4060.8	2030.4
Cantidad de metal (6%) [g]	518.4	432	259.2	129.6

6. DISEÑO EXPERIMENTAL

Para el diseño experimental se realizó un diseño factorial 2^k con tres repeticiones aleatorizado, como se tiene 2 factores independientes para evaluar las variables de respuesta se obtuvo $3 \cdot 2^2 = 12$ tratamientos para cada modelo y el prototipo, de este modo se realizaron 48 ensayos en total. Las funciones evaluadas fueron las siguientes:

$$P_A = f\left(Q_L, \frac{d_s}{h}\right) \quad [23]$$

$$R_s = f\left(Q_L, \frac{d_s}{h}\right) \quad [24]$$

$$R_M = f\left(Q_L, \frac{d_s}{h}\right) \quad [25]$$

$$C_M = f\left(Q_L, \frac{d_s}{h}\right) \quad [26]$$

Las variables que se manipularon en laboratorio fueron caudal líquido Q_L y relación del diámetro de las partículas sólidos sobre la altura de la sección del tubo rectangular d_s/h . Estas variables cambiaron su valor de forma independiente pudiendo alcanzar un valor mínimo y máximo, sin interferencia una con la otra, para cumplir lo exigido por el diseño experimental.

6.1. ORDEN DE EJECUCIÓN DE LOS ENSAYOS

Se determinó el orden de los ensayos mediante el uso del software Statgraphics.

Ensayos prototipo Escala 1:1

Para los ensayos se tuvo en cuenta que el valor mínimo para caudal líquido fue de 4.06 lps y para el diámetro de partículas 0.89 mm y el valor máximo para caudal líquido fue de 5.98 lps y el diámetro de partículas 1.77 mm.

En la tabla N°4, se mira el orden de ejecución de los ensayos escala 1:1:

Tabla N° 4 - Orden ejecución de los ensayos escala 1:1.

Prototipo	Bloque	Ql(lps)	ds(mm)	Ql(lps)	ds(mm)
1	1	1	1	5,98	1,77
2	1	1	-1	5,98	0,89
3	1	-1	1	4,06	1,77
Prototipo	Bloque	Ql(lps)	ds(mm)	Ql(lps)	ds(mm)
4	1	-1	-1	4,06	0,89

5	2	1	1	5,98	1,77
6	2	1	-1	5,98	0,89
7	2	-1	1	4,06	1,77
8	2	-1	-1	4,06	0,89
9	3	1	1	5,98	1,77
10	3	1	-1	5,98	0,89
11	3	-1	1	4,06	1,77
12	3	-1	-1	4,06	0,89

Ensayos modelo Escala 1:1.2

Para los ensayos el valor mínimo para caudal líquido fue de 3.28 lps y para el diámetro de partículas 0.75 mm y el valor máximo para caudal líquido fue de 4.93 lps y el diámetro de partículas 1.50 mm. Ver Anexo 5.1: Orden de ejecución de los ensayos.

Ensayos modelo Escala 1:2

Para los ensayos el valor mínimo para caudal líquido fue de 2.07 lps y para el diámetro de partículas 0.45 mm y el valor máximo para caudal líquido fue de 2.99 lps y el diámetro de partículas 0.89 mm. Ver Anexo 5.1: Orden de ejecución de los ensayos.

Ensayos modelo Escala 1:4

Para los ensayos el valor mínimo para caudal líquido fue de 1.03 lps y para el diámetro de partículas 0.23 mm y el valor máximo para caudal líquido fue de 1.49 lps y el diámetro de partículas 0.45 mm. Ver Anexo 5.1: Orden de ejecución de los ensayos.

7. TOMA DE LAS MEDICIONES EN LABORATORIO

La ejecución de las corridas experimentales se realizó, según diseño propuesto en Statgraphics. Para cada ensayo o tratamiento se siguió el siguiente procedimiento.

- Se instaló el tipo de tubo curvo según lo indicado en el diseño experimental, teniendo en cuenta que corresponda la escala.
- Se suministró agua limpia en el tubo a presión hasta que el sistema alcanzo flujo uniforme.
- Se suministró el caudal sólido, previamente calibrado. Esta calibración se hizo por medio de orificios circulares, similar a un reloj de arena, obteniéndose un caudal en peso de material sólido por unidad de tiempo.
- Se midió el caudal de la mezcla utilizando el dosificador calibrado dispuesto en laboratorio, se chequeo los niveles y se tomó la temperatura del agua.
- Se ejecutó el ensayo por un periodo de 5 minutos, esto debido a la gran cantidad de sedimentos que se necesitaría para una ejecución mayor, que es muy difícil de manejar en laboratorio.
- Al final del experimento se recuperó el material sólido por separado de cada tanque, se secó por 24 horas y pesó la cantidad de material sólido.
- Se separó por medio magnético las limaduras de hierro contenidas en los sedimentos tanto por el rebose como por la descarga y se pesó cada contenido. Este proceso se repitió para cada una de las muestras seleccionadas por cuarteo.

Se recopiló cada dato obtenido en laboratorio ¹⁹ y se obtuvo las siguientes tablas (Ver Anexo 5.2 Toma de datos).

7.1. RESULTADOS ENSAYOS DEL PROTOTIPO ESC 1:1

En la tabla N°5, se recopila los resultados obtenidos para los ensayos escala 1:1:

Tabla N° 5 - Resultados ensayos Esc: 1:1 - Separación del material.

Ensayo N°	Descarga arena (g)	Descarga metal (g)	Rebose arena(g)	Rebose metal (g)
1 Q+ D+	5548,6	503,6	2218,6	4,4
2 Q+ D-	6283,6	482,2	1654,6	14,6
Ensayo N°	Descarga arena (g)	Descarga metal (g)	Rebose arena(g)	Rebose metal (g)

¹⁹ Ver Anexo N°4: Evidencia de ejecución de ensayos en laboratorio.

3 Q- D+	5448,6	510,6	2333,6	3,6
4 Q- D-	5988,4	495,8	1424,4	15,2
5Q+ D+	5832	499	2110,4	5,6
6Q+ D-	6384,8	494,8	1520,4	19,6
7Q- D+	5650,6	507,4	2148,6	6,8
8Q- D-	6231,2	488,6	1649	17,2
9 Q+ D+	5737	505,4	2212,6	5,6
10 Q+ D-	6313,8	494,6	1630,6	15,6
11 Q- D+	5804,8	507,4	2071,6	5
12 Q- D-	6220,4	493	1683,2	16,8
total arena empleada: g	8121,6			
total metal empleado: g	518,4			
total : g	8640			

Columna 1: Número de ensayo.

Columna 2: Arena en la descarga real [g].

Columna 3: Metal en la descarga real [g].

Columna 4: Arena en rebose real [g].

Columna 5: Metal en rebose real [g].

7.2. RESULTADOS ENSAYOS DEL MODELO ESC 1:1.2

En la tabla N°6, se recopila los resultados obtenidos para los ensayos escala 1:1.2:

Tabla N° 6 - Resultados ensayos Esc: 1:1.2 - Separación del material.

Ensayo N°	Descarga arena (g)	Descarga metal (g)	Rebose arena(g)	Rebose metal (g)
1 Q+ D+	4931,0	423,0	1719,0	9,0
2 Q+ D-	5198,0	396,0	1536,0	36,0
3 Q- D+	5135,0	425,0	1519,0	7,0
4 Q- D-	5533,0	416,0	1216,0	16,0
5Q+ D+	4957,0	420,0	1659,0	12,0
6Q+ D-	4983,0	399,0	1742,0	33,0
7Q- D+	5389,0	427,0	1307,0	5,0
8Q- D-	5509,0	415,0	1239,0	17,0
9 Q+ D+	4823,0	419,0	1837,0	13,0
10 Q+ D-	4986,0	397,0	1727,0	35,0
Ensayo N°	Descarga arena (g)	Descarga metal (g)	Rebose arena(g)	Rebose metal (g)

11 Q- D+	4762,0	424,0	1882,0	8,0
12 Q- D-	5124,0	418,0	1582,0	14,0
Total arena empleada: g	6768			
Total metal empleado: g	432			
Total: g	7200			

7.3. RESULTADOS ENSAYOS DEL MODELO ESC 1:2

En la tabla N°7, se muestra los resultados obtenidos para los ensayos escala 1:2:

Tabla N° 7 - Resultados ensayos Esc: 1:2 - Separación del material.

Ensayo N°	Descarga arena (g)	Descarga metal (g)	Rebose arena(g)	Rebose metal (g)
1 Q+ D+	3498,2	235,4	450,4	23,8
2 Q+ D-	3460,6	213,4	546,4	45,8
3 Q- D+	3594,2	227,4	418,6	31,8
4 Q- D-	3441,4	184,2	521,2	75
5Q+ D+	3501,6	235,2	448,2	24
6Q+ D-	3514	216,8	506,2	42,4
7Q- D+	3568,2	225,6	434,4	33,6
8Q- D-	3479,4	182,6	492,4	76,6
9Q+ D+	3502,2	234,6	445,2	24,6
10Q+ D-	3495,2	215,2	518,4	44
11Q- D+	3576,2	226,4	432,4	32,8
12Q- D-	3464,6	181,8	505,6	77,4
total arena empleada: g	4060,8			
Total metal empleado: gr	259,2			
Total : g	4320			

7.4. RESULTADOS ENSAYOS DEL MODELO ESC 1:4

En la tabla N°8, se detalla los resultados obtenidos para los ensayos escala 1:4:

Tabla N° 8 - Resultados ensayos Esc: 1:4 - Separación del material.

Ensayo N°	Descarga arena (g)	Descarga metal (g)	Rebose arena(g)	Rebose metal (g)
1 Q+ D+	1927,2	121,6	83,2	8
2 Q+ D-	1783,2	118,4	208,8	11,2
3 Q- D+	1932,8	122,4	96	7,2
4 Q- D-	1800,8	113,6	212,8	16
5Q+ D+	1921,6	126,4	88	3,2
6Q+ D-	1780,8	113,6	207,2	16
7Q- D+	1916	124,8	106,4	4,8
8Q- D-	1820,8	112,8	196	16,8
9Q+ D+	1923,2	123,2	90,4	6,4
10Q+ D-	1784	114,4	204,8	15,2
11Q- D+	1914,4	123,2	110,4	6,4
Ensayo N°	Descarga arena (g)	Descarga metal (g)	Rebose arena(g)	Rebose metal (g)
12Q- D-	1818,4	112	199,2	17,6
Total arena empleada: g	2030,4			
Total metal empleado: g	129,6			
Total: g	2160			

8. PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Las pruebas se ejecutaron según el diseño experimental, se recopilaron los datos, se realizaron los cálculos respectivos y el análisis de resultados de similitud dinámica de acuerdo al número de Reynolds y Deán (Ver Anexo 5.2 Toma de datos).

8.1. PROCESAMIENTO DE INFORMACIÓN

Con los datos obtenidos en laboratorio se calcularon los valores necesarios para los análisis de similitud dinámica, los cuales se pueden detallar en el Anexo 5.3: Cálculo de parámetros adimensionales y Anexo 5.4: Cálculo de variables de respuesta. A continuación, en las siguientes tablas, se detalla, los valores definitivos.

Cálculo de factores adimensionales y variables de respuesta

En la tabla N°9, se observa los factores adimensionales y variables de respuesta:

Tabla N° 9 - Cálculo de factores adimensionales y variables de respuesta.

*Col1	Col 2	Col 3	Col 4
Escala dispositivo	Rem	Dem	ds/h
1	47785,66	85481,58	14,75
1	47785,61	85481,50	7,42
1	32441,94	58033,90	14,75
1	32442,05	58034,11	7,42
1	47785,61	85481,49	14,75
1	47785,62	85481,51	7,42
1	32441,93	58033,89	14,75
1	32441,91	58033,85	7,42
1	47785,61	85481,49	14,75
1	47785,61	85481,49	7,42
1	32441,91	58033,85	14,75
1	32441,90	58033,84	7,42
1,2	47309,36	84629,55	15,00
1,2	47309,33	84629,50	7,50
1,2	31466,91	56289,71	15,00

Escala dispositivo	Rem	Dem	ds/h
1,2	31466,87	56289,66	7,50
1,2	47309,37	84629,57	15,00
1,2	47309,33	84629,51	7,50
1,2	31466,89	56289,69	15,00
1,2	31466,87	56289,66	7,50
1,2	47309,35	84629,55	15,00
1,2	47309,34	84629,51	7,50
1,2	31466,91	56289,72	15,00
1,2	31466,89	56289,68	7,50
2	47795,48	85499,15	14,83
2	47795,45	85499,09	7,50
2	33093,58	59199,59	14,83
2	33093,60	59199,64	7,50
2	47795,48	85499,15	14,83
2	47795,44	85499,08	7,50
2	33093,58	59199,60	14,83
2	33093,60	59199,63	7,50
2	47795,48	85499,15	14,83
2	47795,44	85499,09	7,50
2	33093,58	59199,59	14,83
2	33093,60	59199,63	7,50
4	47771,82	85456,83	15,00
4	47771,84	85456,87	7,50
4	32849,34	58762,69	15,00
4	32849,36	58762,72	7,50
4	47771,82	85456,83	15,00
4	47771,85	85456,88	7,50
4	32849,35	58762,70	15,00
4	32849,35	58762,71	7,50
4	47771,82	85456,83	15,00
4	47771,85	85456,88	7,50
4	32849,35	58762,70	15,00
4	32849,35	58762,71	7,50

*Col: Se refiere a columna.

Columna 1: Escala del dispositivo ensayado.

Columna 2: Número de Reynolds de la mezcla (Rem).

Columna 3: Número de Deán de la mezcla (Dem).

Columna 4: Parámetro relación diámetro promedio de partícula y altura (ds/H).

La tabla N°9 caracterizó el flujo de los ensayos con parámetros adimensionales de Reynolds y Deán como un flujo turbulento donde las fuerzas inerciales son mucho mayores a las fuerzas viscosas, puesto que, sus valores fueron mayores a 10000²⁰.

En la tabla N°10, se detalla los cálculos de las variables de respuesta en porcentaje:

Tabla N° 10 - Cálculo de variables de respuesta en porcentaje.

Col1	Col2	Col3	Col4	Col 5
Escala dispositivo	Pa	Rs	Rm	Cmd
1	58,4%	71,4%	97,1%	8,3%
1	58,4%	79,2%	93,0%	7,1%
1	51,5%	70,0%	98,5%	8,6%
1	51,5%	80,8%	95,6%	7,6%
1	58,4%	73,4%	96,3%	7,9%
1	58,4%	80,8%	95,4%	7,2%
1	51,5%	72,5%	97,9%	8,2%
1	51,5%	79,1%	94,3%	7,3%
1	58,4%	72,2%	97,5%	8,1%
1	58,4%	79,5%	95,4%	7,3%
1	51,5%	73,7%	97,9%	8,0%
1	51,5%	78,7%	95,1%	7,3%
1,2	54,3%	80,5%	97,9%	7,3%
1,2	54,3%	83,1%	91,7%	6,6%
1,2	58,9%	83,6%	98,4%	7,1%
1,2	58,9%	88,1%	96,3%	6,5%
1,2	54,3%	81,3%	97,2%	7,2%
1,2	54,3%	80,0%	92,4%	6,9%
1,2	58,9%	86,9%	98,8%	6,8%
1,2	58,9%	87,8%	96,1%	6,5%
1,2	54,3%	78,7%	97,0%	7,4%
1,2	54,3%	80,2%	91,9%	6,9%
1,2	58,9%	81,1%	98,1%	7,3%
1,2	58,9%	85,5%	96,8%	6,8%
2	43,0%	88,6%	90,8%	6,3%
2	43,0%	86,4%	82,3%	5,8%

²⁰ R. Mott, Mecánica de Fluidos, 6th ed. Jefferson, N.C.: Pearson, 2006, pp. 230-231.

Escala dispositivo	Pa	Rs	Rm	Cmd
2	42,5%	89,6%	87,7%	6,0%
2	42,5%	86,8%	71,1%	5,1%
2	43,0%	88,7%	90,7%	6,3%
2	43,0%	87,4%	83,6%	5,8%
2	42,5%	89,1%	87,0%	5,9%
2	42,5%	87,6%	70,4%	5,0%
2	43,0%	88,7%	90,5%	6,3%
2	43,0%	87,1%	83,0%	5,8%
2	42,5%	89,2%	87,3%	6,0%
2	42,5%	87,3%	70,1%	5,0%
4	39,4%	95,9%	93,8%	5,9%
4	39,4%	89,5%	91,4%	6,2%
4	35,3%	95,3%	94,4%	6,0%
4	35,3%	89,4%	87,7%	5,9%
4	39,4%	95,6%	97,5%	6,2%
4	39,4%	89,6%	87,7%	6,0%
4	35,3%	94,7%	96,3%	6,1%
4	35,3%	90,3%	87,0%	5,8%
4	39,4%	95,5%	95,1%	6,0%
4	39,4%	89,7%	88,3%	6,0%
4	35,3%	94,5%	95,1%	6,0%
4	35,3%	90,1%	86,4%	5,8%

Columna 1: Escala del dispositivo ensayado.

Columna 2: Partición de agua (Pa). Ec. [7].

Columna 3: Remoción de sólidos (Rs). Ec. [8].

Columna 4: Remoción de metal (Rm). Ec. [9].

Columna 5: Concentración de metal en la descarga (Cmd). Ec. [10].

La columna 4 de la tabla N°10 mostró como la remoción de metal calculada, a partir de los resultados iniciales obtenidos en los ensayos realizados en el laboratorio y que no están en función de ningún parámetro adimensional, fueron mayores al 90%, evidenciando una alta eficiencia en la remoción de metal, la cual no se vio afectada por la escala de los modelos hidráulicos utilizados.

8.2. ANÁLISIS DE RESULTADOS SEGÚN NÚMERO DE REYNOLDS

A partir de los resultados de los ensayos se efectuó una regresión lineal múltiple con el software Microsoft Excel, que se detalla en el Anexo 5.5: Regresión lineal de parámetros adimensionales.

8.2.1. Regresión lineal múltiple para número de Reynolds. Se utilizaron los datos de dispersión de la tabla N° 24 del Anexo 5.4: Regresión lineal de parámetros adimensionales y se encontraron los coeficientes necesarios para obtener el modelo matemático que relaciona las variables de respuesta en función de los parámetros adimensionales por medio de la siguiente fórmula:

$$\text{Log}(V_{resp}) = a * \text{Log}(De) + b * \text{Log}\left(\frac{ds}{h}\right) + c$$

[27]

Dónde:

- V_{resp} : Variable de respuesta.
- a, b, c: Constantes de regresión lineal.

A partir de esta función se calculó el logaritmo de variable de respuesta de forma experimental y se obtuvo así las columnas N°5 y N°9 de la tabla N°11 y columnas N°14 y N°18 de la tabla N°12. En la tabla N°11, se observa los cálculos de logaritmo de P_a y R_s experimentales según Reynolds:

Tabla N° 11 - Cálculo de logaritmo de P_a y R_s experimentales según Reynolds.

Col1	Col 2	Col 3	Col4	Col 5	Col 6	Col 7	Col 8	Col 9
Esc disp.	a_1	b_1	c_1	Log(P_{aexp})	a_2	b_2	c_2	Log(R_{sexp})
1:1	0,3250	1,376E-07	-1,754	-0,233	0,0099	-0,1432	-0,0199	-0,141
				-0,233				-0,098
				-0,288				-0,142
				-0,288				-0,100
				-0,233				-0,141
				-0,233				-0,098
				-0,288				-0,142
				-0,288				-0,100
				-0,233				-0,141
				-0,233				-0,098
				-0,288				-0,142
				-0,288				-0,100

1:1.2	-0,1998	1,881E-07	0,669	-0,265	-0,1428	-0,0364	0,6113	-0,099
				-0,265				-0,088
				-0,230				-0,074
				-0,230				-0,063
				-0,265				-0,099
				-0,265				-0,088
				-0,230				-0,074
				-0,230				-0,063
				-0,265				-0,099
				-0,265				-0,088
				-0,230				-0,074
				-0,230				-0,063
				Esc disp.				a₁
1:2	0,0282	-1,86E-09	-0,499	-0,367	-0,0145	0,0314	-0,0210	-0,052
				-0,367				-0,061
				-0,371				-0,050
				-0,371				-0,059
				-0,367				-0,052
				-0,367				-0,061
				-0,371				-0,050
				-0,371				-0,059
				-0,367				-0,052
				-0,367				-0,061
				-0,371				-0,050
				-0,371				-0,059
				1:4				0,2950
-0,405	-0,046							
-0,453	-0,022							
-0,453	-0,047							
-0,405	-0,021							
-0,405	-0,046							
-0,453	-0,022							
-0,453	-0,047							
-0,405	-0,021							
-0,405	-0,046							
-0,453	-0,022							
-0,453	-0,047							

- Columna 1: Escala geométrica.
- Columna 2: Coeficiente de regresión lineal (a1).
- Columna 3: Coeficiente de regresión lineal (b1).
- Columna 4: Coeficiente de regresión lineal (c1).
- Columna 5: Partición de agua experimental (Paexp).

$$\text{Log}(Paexp) = a1 * \text{Log}(Rem) + b1 * \text{Log}\left(\frac{ds}{h}\right) + c1$$

[28]

- Columna 6: Coeficiente de regresión lineal (a2).
- Columna 7: Coeficiente de regresión lineal (b2).
- Columna 8: Coeficiente de regresión lineal (c2).
- Columna 9: Remoción de sólidos experimental (Rsexp).

$$\text{Log}(Rsexp) = a2 * \text{Log}(Rem) + b2 * \text{Log}\left(\frac{ds}{h}\right) + c2$$

[29]

En la tabla N°12, se copila los cálculos de logaritmo de Rm y Cmd experimentales según Reynolds:

Tabla N° 12 - Cálculo de logaritmo de Rm y Cmd experimentales según Reynolds.

Col10	Col 11	Col 12	Col 13	Col 14	Col 15	Col 16	Col 17	Col18
Esc disp.	a3	b3	c3	Log(Rmexp)	a4	b4	c4	Log(Cmdexp)
1:1	-0,01997	0,04107	0,03288	-0,01258	-0,0682	0,1659	-0,9671	-1,0926
				-0,02484				-1,1421
				-0,00922				-1,0811
				-0,02148				-1,1306
				-0,01258				-1,0926
				-0,02484				-1,1421
				-0,00922				-1,0811
				-0,02148				-1,1306
				-0,01258				-1,0926
				-0,02484				-1,1421
				-0,00922				-1,0811
				-0,02148				-1,1306

1:1.2	-0,0708	0,05658	0,249	-0,01542	0,0726	0,1017	-1,5954	-1,1363
				-0,03246				-1,1670
				-0,00288				-1,1492
				-0,01992				-1,1798
				-0,01542				-1,1363
				-0,03246				-1,1670
				-0,00288				-1,1492
				-0,01992				-1,1798
				-0,01542				-1,1363
				-0,03246				-1,1670
				-0,00288				-1,1492
				-0,01992				-1,1798
				Esc disp.				a3
1:2	0,2717	0,22176	-1,560	-0,02885	0,2747	0,1840	-2,6924	-1,1914
				-0,09453				-1,2459
				-0,07223				-1,2353
				-0,13791				-1,2897
				-0,02885				-1,1914
				-0,09453				-1,2459
				-0,07223				-1,2353
				-0,13791				-1,2897
				-0,02885				-1,1914
				-0,09453				-1,2459
				-0,07223				-1,2353
				-0,13791				-1,2897
				1:4				0,0337
-0,05252	-1,2200							
-0,02337	-1,2231							
-0,05801	-1,2283							
-0,01788	-1,2148							
-0,05252	-1,2200							
-0,02337	-1,2231							
-0,05801	-1,2283							
-0,01788	-1,2148							
-0,05252	-1,2200							
-0,02337	-1,2231							
-0,05801	-1,2283							

- Columna 10: Escala geométrica.
- Columna 11: Coeficiente de regresión lineal (a3).
- Columna 12: Coeficiente de regresión lineal (b3).
- Columna 13: Coeficiente de regresión lineal (c3).
- Columna 14: Logaritmo de remoción de metal experimental (Log(Rmexp)).

$$\text{Log}(Rmexp) = a3 * \text{Log}(Rem) + b3 * \text{Log}\left(\frac{ds}{h}\right) + c3$$

[30]

- Columna 15: Coeficiente de regresión lineal (a4).
- Columna 16: Coeficiente de regresión lineal (b4).
- Columna 17: Coeficiente de regresión lineal (c4).
- Columna 18: Logaritmo de concentración de metal en la descarga experimental (Log(Cmdexp)).

$$\text{Log}(Cmdexp) = a4 * \text{Log}(Rem) + b4 * \text{Log}\left(\frac{ds}{h}\right) + c4$$

[31]

A continuación, se muestra las ecuaciones que se obtuvieron mediante la regresión lineal múltiple.

- Modelo a escala 1:1:

$$\begin{aligned} Pa &= \text{Rem}^{0,325} * (\text{ds/h})^{1,376\text{E-}07} * 10^{-1,754} \\ Rs &= \text{Rem}^{0,010} * (\text{ds/h})^{-0,143} * 10^{-0,020} \\ Rm &= \text{Rem}^{-0,020} * (\text{ds/h})^{0,041} * 10^{0,033} \\ Cmd &= \text{Rem}^{-0,068} * (\text{ds/h})^{0,166} * 10^{-0,967} \end{aligned}$$

- Prototipo a escala 1:1.2

$$\begin{aligned} Pa &= \text{Rem}^{-0,200} * (\text{ds/h})^{1,881\text{E-}07} * 10^{0,669} \\ Rs &= \text{Rem}^{-0,143} * (\text{ds/h})^{-0,036} * 10^{0,611} \\ Rm &= \text{Rem}^{-0,071} * (\text{ds/h})^{0,057} * 10^{0,249} \\ Cmd &= \text{Rem}^{0,073} * (\text{ds/h})^{0,102} * 10^{-1,595} \end{aligned}$$

- Prototipo a escala 1:2

$$\begin{aligned} Pa &= \text{Rem}^{0,028} * (\text{ds/h})^{-1,865\text{E-}09} * 10^{-0,499} \\ Rs &= \text{Rem}^{-0,014} * (\text{ds/h})^{0,031} * 10^{-0,021} \\ Rm &= \text{Rem}^{0,272} * (\text{ds/h})^{0,222} * 10^{-1,560} \\ Cmd &= \text{Rem}^{0,275} * (\text{ds/h})^{0,184} * 10^{-2,692} \end{aligned}$$

- Prototipo a escala 1:4

$$Pa = Rem^{0,295} * (ds/h)^{1,725-07} * 10^{-1,785}$$

$$Rs = Rem^{0,006} * (ds/h)^{0,086} * 10^{-0,150}$$

$$Rm = Rem^{0,034} * (ds/h)^{0,115} * 10^{-0,311}$$

$$Cmd = Rem^{0,051} * (ds/h)^{0,017} * 10^{-1,475}$$

Las tablas N°11 y N°12, muestran que los resultados de las variables de respuesta experimentales calculadas para los parámetros adimensionales de Reynolds y Deán, respectivamente, fueron prácticamente iguales lo que implica que cualquiera de estos parámetros pueden ser utilizados para el análisis de la cuantificación del efecto de escala para modelos hidráulicos reducidos con condiciones similares.

Se reemplazó el número de Reynolds de la muestra y la relación de diámetro de partículas y altura de cada uno de los dispositivos en las anteriores ecuaciones y se obtuvo la tabla N°13, que relaciona las variables de respuesta experimentales y ensayadas según Reynolds:

Tabla N° 13 - Relación de variables de respuesta experimentales y ensayadas según Reynolds.

Col19	Col 20	Col 21	Col 22	Col 23	Col 24	Col 25	Col 26	Col 27
Esc disp.	Paexp	Rsexp	Rmexp	Cmdexp	Paexp /pamod	Rsexp /Rsmod	Rmexp /Rmmod	Cmdexp /Cmdmod
1:1	0,58	0,72	0,97	0,08	1,00	1,01	1,00	0,97
	0,58	0,80	0,94	0,07	1,00	1,01	1,02	1,01
	0,52	0,72	0,98	0,08	1,00	1,03	0,99	0,97
	0,52	0,80	0,95	0,07	1,00	0,98	1,00	0,97
	0,58	0,72	0,97	0,08	1,00	0,99	1,01	1,03
	0,58	0,80	0,94	0,07	1,00	0,99	0,99	1,00
	0,52	0,72	0,98	0,08	1,00	0,99	1,00	1,01
	0,52	0,80	0,95	0,07	1,00	1,01	1,01	1,02
	0,58	0,72	0,97	0,08	1,00	1,00	1,00	1,00
	0,58	0,80	0,94	0,07	1,00	1,00	0,99	0,99
	0,52	0,72	0,98	0,08	1,00	0,98	1,00	1,03
	0,52	0,80	0,95	0,07	1,00	1,01	1,00	1,01
1:1.2	0,54	0,80	0,97	0,07	1,00	0,99	0,99	1,00
	0,54	0,82	0,93	0,07	1,00	0,98	1,01	1,03
	0,59	0,84	0,99	0,07	1,00	1,01	1,01	1,00
	0,59	0,87	0,96	0,07	1,00	0,98	0,99	1,01

	0,54	0,80	0,97	0,07	1,00	0,98	0,99	1,01
	0,54	0,82	0,93	0,07	1,00	1,02	1,00	0,99
	0,59	0,84	0,99	0,07	1,00	0,97	1,01	1,04
	0,59	0,87	0,96	0,07	1,00	0,99	0,99	1,01
	0,54	0,80	0,97	0,07	1,00	1,01	1,00	0,99
	0,54	0,82	0,93	0,07	1,00	1,02	1,01	0,99
	0,59	0,84	0,99	0,07	1,00	1,04	1,01	0,97
	0,59	0,87	0,96	0,07	1,00	1,01	0,99	0,97
Esc disp.	Paexp	Rsexp	Rmexp	Cmdexp	Paexp /pamod	Rsexp /Rsmod	Rmexp /Rmmod	Cmdexp /Cmdmod
1:2	0,43	0,89	0,94	0,06	1,00	1,00	1,03	1,02
	0,43	0,87	0,80	0,06	1,00	1,01	0,98	0,98
	0,43	0,89	0,85	0,06	1,00	1,00	0,97	0,98
	0,43	0,87	0,73	0,05	1,00	1,01	1,02	1,01
	0,43	0,89	0,94	0,06	1,00	1,00	1,03	1,02
	0,43	0,87	0,80	0,06	1,00	0,99	0,96	0,98
	0,43	0,89	0,85	0,06	1,00	1,00	0,97	0,98
	0,43	0,87	0,73	0,05	1,00	1,00	1,03	1,03
	0,43	0,89	0,94	0,06	1,00	1,00	1,03	1,03
	0,43	0,87	0,80	0,06	1,00	1,00	0,97	0,98
	0,43	0,89	0,85	0,06	1,00	1,00	0,97	0,98
	0,43	0,87	0,73	0,05	1,00	1,00	1,04	1,03
1:4	0,39	0,95	0,96	0,06	1,00	0,99	1,02	1,03
	0,39	0,90	0,89	0,06	1,00	1,00	0,97	0,97
	0,35	0,95	0,95	0,06	1,00	1,00	1,00	1,00
	0,35	0,90	0,87	0,06	1,00	1,00	1,00	1,00
	0,39	0,95	0,96	0,06	1,00	1,00	0,98	0,99
	0,39	0,90	0,89	0,06	1,00	1,00	1,01	1,00
	0,35	0,95	0,95	0,06	1,00	1,00	0,98	0,98
	0,35	0,90	0,87	0,06	1,00	0,99	1,01	1,01
	0,39	0,95	0,96	0,06	1,00	1,00	1,01	1,01
	0,39	0,90	0,89	0,06	1,00	1,00	1,00	1,00
	0,35	0,95	0,95	0,06	1,00	1,01	1,00	0,99
	0,35	0,90	0,87	0,06	1,00	0,99	1,01	1,02

Columna 19: Escala geométrica.

Columna 20: Partición de agua experimental (Paexp).

$$Paexp = Rem^{a1} * \left(\frac{ds}{h}\right)^{b1} * 10^{c1}$$

Ec [32]

Columna 21: Remoción de sólidos experimental (R_{sexp}).

$$R_{sexp} = Rem^{a2} * \left(\frac{ds}{h}\right)^{b2} * 10^{c2}$$

Ec [33]

Columna 22: Remoción de metal experimental (R_{mexp}).

$$R_{mexp} = Rem^{a3} * \left(\frac{ds}{h}\right)^{b3} * 10^{c3}$$

Ec [34]

Columna 23: Concentración de metal en la descarga experimental ($Cmdexp$).

$$Cmdexp = Rem^{a4} * \left(\frac{ds}{h}\right)^{b4} * 10^{c4}$$

Ec [35]

Columna 24: Relación partición del agua experimental y partición del agua calculada con Ec [7] ($Paexp/Pamod$).

Columna 25: Relación remoción de sólidos experimental y remoción de sólidos calculada con Ec [8] (R_{sexp}/R_{smod}).

Columna 26: Relación remoción de metal experimental y remoción de metal calculada con Ec [9] (R_{mexp}/R_{mmod}).

Columna 27: Relación concentración de metal en la descarga experimental y concentración de metal en la descarga calculada con Ec [11] ($Cmde/Cmdmod$).

Los valores calculados en la tabla N°11, tabla N°12 y tabla N°13, evidenciaron que para la cuantificación del efecto de escala por medio del parámetro de similitud de Reynolds en el cálculo de la variable de respuesta $Paexp$ en sus cuatro dispositivos la relación ds/h no tuvo mayor influencia en el cálculo de la variable puesto que el coeficiente $b1$ tiende a cero, lo que indica que esta variable está en función de número de Reynolds de la mezcla (Rem).

Para el cálculo de la variable de respuesta R_{sexp} se observó que en la escala 1:1 el parámetro de mayor afectación es Rem y el que menos efecto tuvo sobre esta variable fue el parámetro ds/h , pero en las escalas 1:1,2, 1:2, 1,4 el parámetro ds/h fue el que más efecto tuvo sobre esta variable.

En el cálculo de la variable de respuesta R_{mexp} el parámetro ds/h afectó en mayor cuantía en las escalas 1:1, 1:1,2 y 1:4 mientras que en la escala 1:2 el parámetro Rem tuvo mayor efecto sobre esta variable, finalmente en la variable de respuesta $Cmdexp$, el parámetro adimensional ds/h afectó mayormente en la escala 1:1 y la escala 1:1,2 y el parámetro Rem fue más influyente en la escala 1:2 y 1:4.

8.2.2. Gráficos según condiciones de similitud de Reynolds. Una vez determinado el modelo matemático que relaciona las variables de respuesta con las variables independientes (Re_m , ds/h), mediante regresión lineal múltiple, se realizó los gráficos N°1, N°2, N°3 y N°4 con los datos de la tabla N°14, usando el programa Microsoft Excel, para observar el efecto que produce de escala geométrica sobre las variables de respuesta en los prototipos con relación modelo escala 1:1, teniendo en cuenta que, si no hubiera efecto de escala, todas las relaciones resultarían igual a 1, siendo este un caso ideal.

En la tabla N°14, se observa la relación entre las variables de respuesta según Reynolds:

Tabla N° 14: Relación entre variables de respuesta experimentales sobre variables de respuestas experimentales del modelo según Numero de Reynolds.

Col 1	Col 2	Col 3	Col 4	Col 5	Col 6
Paexp/ PexpEsc1:1	Rsexp/ RsexpEsc1:1	Rmex/ RmexpEsc1:1	Cmdeexp/ CmdexpEsc1:1	Escala	N° Ensayo
1,00	1,00	1,00	1,00	1:1	1
1,00	1,00	1,00	1,00	1:1	2
1,00	1,00	1,00	1,00	1:1	3
1,00	1,00	1,00	1,00	1:1	4
1,00	1,00	1,00	1,00	1:1	*R1
1,00	1,00	1,00	1,00	1:1	R2
1,00	1,00	1,00	1,00	1:1	R3
1,00	1,00	1,00	1,00	1:1	R4
1,00	1,00	1,00	1,00	1:1	R1
1,00	1,00	1,00	1,00	1:1	R2
1,00	1,00	1,00	1,00	1:1	R3
1,00	1,00	1,00	1,00	1:1	R4
0,93	1,10	0,99	0,90	1:1,2	1
0,93	1,02	0,98	0,94	1:1,2	2
1,14	1,17	1,01	0,85	1:1,2	3
1,14	1,09	1,00	0,89	1:1,2	4
0,93	1,10	0,99	0,90	1:1,2	R1
0,93	1,02	0,98	0,94	1:1,2	R2
1,14	1,17	1,01	0,85	1:1,2	R3
1,14	1,09	1,00	0,89	1:1,2	R4
0,93	1,10	0,99	0,90	1:1,2	R1
0,93	1,02	0,98	0,94	1:1,2	R2
1,14	1,17	1,01	0,85	1:1,2	R3
1,14	1,09	1,00	0,89	1:1,2	R4

Paexp/ PexpEsc1:1	Rsexp/ RsexpEsc1:1	Rmex/ RmexpEsc1:1	Cmdeexp/ CmdexpEsc1:1	Escala	Nº Ensayo
0,74	1,23	0,96	0,80	1:2	1
0,74	1,09	0,85	0,79	1:2	2
0,83	1,24	0,86	0,70	1:2	3
0,83	1,10	0,76	0,69	1:2	4
0,74	1,23	0,96	0,80	1:2	R1
0,74	1,09	0,85	0,79	1:2	R2
0,83	1,24	0,86	0,70	1:2	R3
0,83	1,10	0,76	0,69	1:2	R4
0,74	1,23	0,96	0,80	1:2	R1
0,74	1,09	0,85	0,79	1:2	R2
0,83	1,24	0,86	0,70	1:2	R3
0,83	1,10	0,76	0,69	1:2	R4
0,67	1,32	0,99	0,75	1:4	1
0,67	1,13	0,94	0,84	1:4	2
0,68	1,32	0,97	0,72	1:4	3
0,68	1,13	0,92	0,80	1:4	4
0,67	1,32	0,99	0,75	1:4	R1
0,67	1,13	0,94	0,84	1:4	R2
0,68	1,32	0,97	0,72	1:4	R3
0,68	1,13	0,92	0,80	1:4	R4
0,67	1,32	0,99	0,75	1:4	R1
0,67	1,13	0,94	0,84	1:4	R2
0,68	1,32	0,97	0,72	1:4	R3
0,68	1,13	0,92	0,80	1:4	R4

* R: Se refiere a la repetición del ensayo con su respectiva numeración.

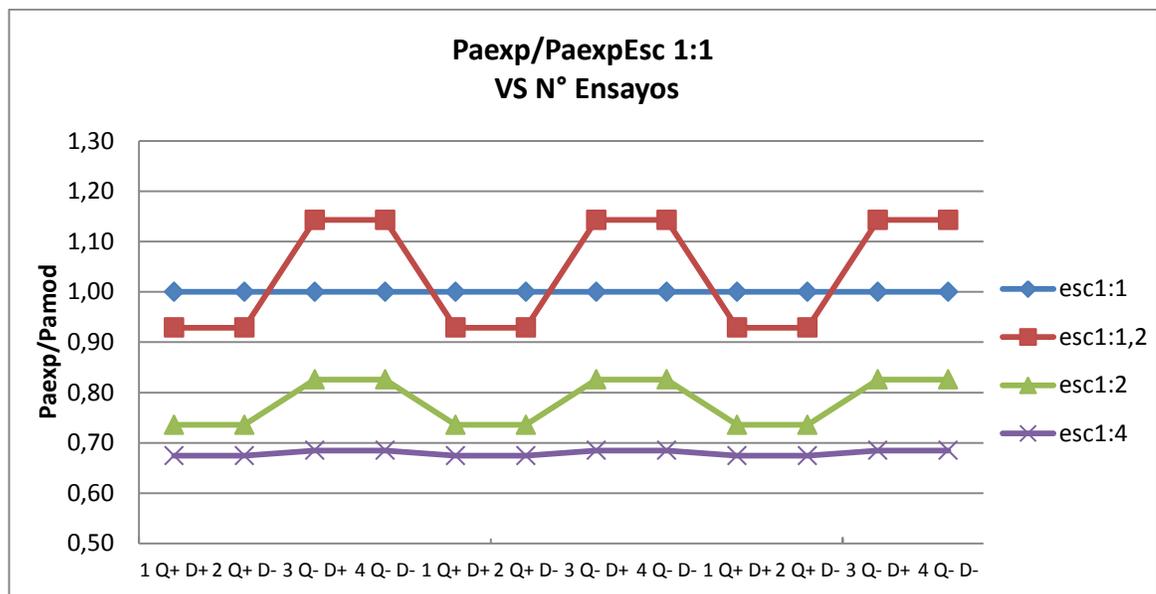


Gráfico N° 1 - Partición de agua experimental /Partición agua experimental modelo vs número de ensayos. Cálculo para número de Reynolds.

El gráfico N°1, evidenció los resultados obtenidos de la relación de la variable de respuesta Pa experimental calculada en función de los parámetros adimensionales Rem y ds/h, en todos los dispositivos entre la variable de respuesta Pa experimental del modelo a escala 1:1 Vrs. El número de ensayos según el diseño experimental, las series se discriminaron de la siguiente manera:

- Serie azul: Relación entre el cociente de partición del agua experimental Esc: 1:1 y partición del agua del mismo modelo, de valor igual a 1, con ella se obtuvo la guía para verificar el efecto de escala en los siguientes modelos hidráulicos reducidos.

-Serie roja: Relación entre el cociente de partición del agua experimental Esc: 1:1,2 y partición del agua del modelo, se observó que la partición de agua fue menor en el prototipo cuando el caudal fue máximo y por el contrario aumentó cuando fue mínimo. Sin embargo, el efecto producido sobre esta variable no fue tan considerable por su gran proximidad al modelo.

-Serie verde: Relación entre el cociente de partición del agua experimental Esc: 1:2 y partición del agua del modelo, se observó que el efecto de escala aumentó con respecto al anterior modelo reducido, a pesar que se mantuvo la relación donde a mayor caudal menor partición del agua, estos resultados se alejaron de la línea de similitud igual a uno, es decir, la partición del agua fue mucho menor en el prototipo que en el modelo.

-Serie morada: Relación entre el cociente de partición del agua experimental Esc: 1:4 y partición del agua del modelo, en esta serie se observó que la partición del agua fue relativamente constante, sin importar la variación en el caudal y fue menor alrededor del 68% con respecto al modelo, es decir, hubo mayor efecto de escala en el prototipo más reducido.

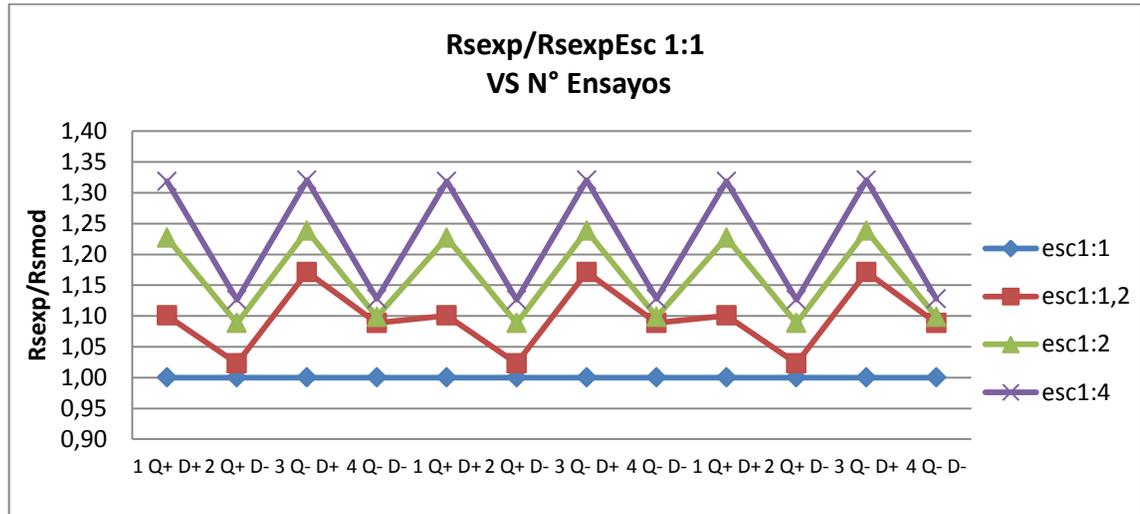


Gráfico N° 2 - Remoción de sólidos experimental todos los dispositivos/Remoción sólidos en modelo vs número de ensayos. Cálculo para número de Reynolds.

El gráfico N°2, evidenció los resultados obtenidos de la relación de la variable de respuesta R_s experimental calculada en función de los parámetros adimensionales Re_m y ds/h , en todos los dispositivos entre la variable de respuesta R_s experimental del modelo a escala 1:1 Vrs. El número de ensayos según el diseño experimental, las series se discriminaron de la siguiente manera:

- Seria azul: relación entre el cociente de remoción de sólidos experimental Esc: 1:1 y remoción de sólidos del mismo modelo, de valor igual a 1, con ella se obtuvo la guía para verificar el efecto de escala en los siguientes modelos hidráulicos reducidos.

-Serie roja: relación entre el cociente de remoción de sólidos experimental Esc: 1:1,2 y remoción de sólidos del modelo, observando que la remoción de sólidos fue mayor en el prototipo que en el modelo, especialmente cuando el caudal fue mínimo y el diámetro de partículas fue máximo, siendo aproximadamente el 17% mayor que en el modelo, mientras que la remoción de sólidos en el prototipo cuando sucedió el caso contrario (caudal mínimo y diámetro de partículas máximo) se aproximó a la remoción de sólidos del modelo, indicando así un efecto mínimo de escala y en el caso donde el caudal y el diámetro de partículas fueron máximos o mínimos la remoción de sólidos del prototipo fue aproximadamente mayor a la del modelo en un 10%.

-Serie verde: relación entre el cociente de remoción de sólidos experimental Esc: 1:1,2 y remoción de sólidos del modelo, mostró que la remoción de sólidos fue mayor en el prototipo que en el modelo, especialmente cuando el caudal y el diámetro de partículas fueron máximos o el caudal mínimo y el diámetro de partículas fue máximo, siendo la remoción de sólidos, por efecto de escala mayor en un 23% respecto al modelo, es decir, que a mayor diámetro de partículas, mayor remoción de sólidos y en el caso contrario se obtuvo una remoción de sólidos mayor en un 10% aproximadamente con respecto modelo.

-Serie morada: relación entre el cociente de remoción de sólidos experimental Esc: 1:4 y remoción de sólidos del modelo, en esta serie se observó que la remoción de sólidos presenta el mismo comportamiento que el prototipo a escala 1:2, donde la remoción de sólidos fue mayor en un 30% respecto al modelo cuando el diámetro fue mayor y cuando el diámetro fue menor la remoción de sólidos fue mayor al 13% aproximadamente respecto al modelo, es decir, hubo mayor efecto de escala en el prototipo más reducido.

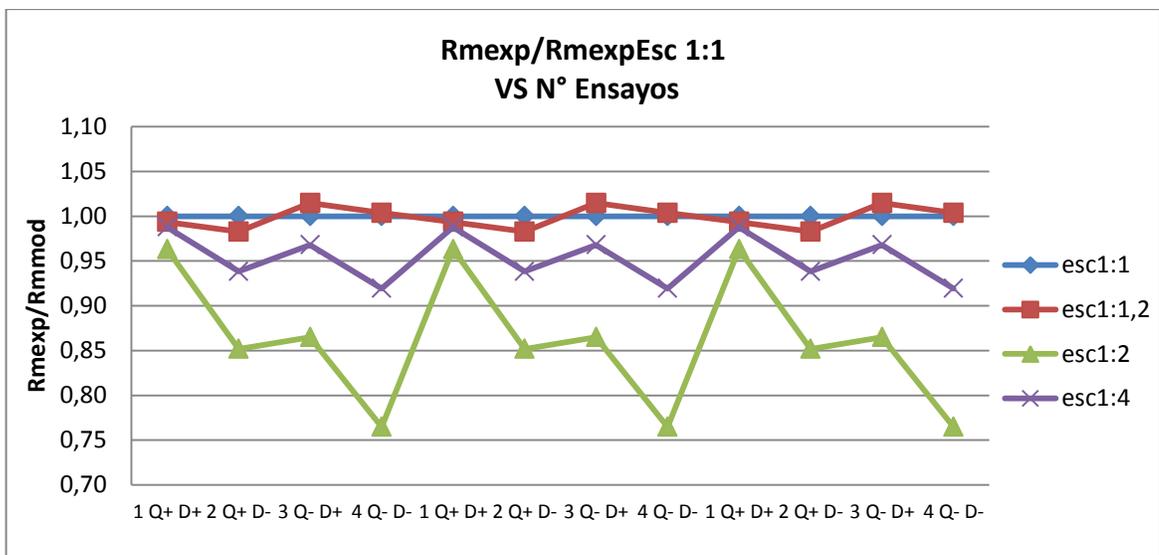


Gráfico N° 3 - Remoción de metal experimental todos los dispositivos/Remoción metal en modelo vs número de ensayos. Cálculo para número de Reynolds.

El gráfico N°3, evidenció los resultados obtenidos de la relación de la variable de respuesta R_m experimental calculada en función de los parámetros adimensionales Rem y ds/h , en todos los dispositivos entre la variable de respuesta R_m experimental del modelo a escala 1:1 Vrs. El número de ensayos según el diseño experimental, las series se discriminaron de la siguiente manera:

- Serie azul: relación entre el cociente de remoción de metal experimental Esc: 1:1 y remoción de metal del mismo modelo, de valor igual a 1, con ella se obtuvo la guía para verificar el efecto de escala en los siguientes modelos hidráulicos reducidos.

-Serie roja: relación entre el cociente de remoción de metal experimental Esc: 1:1,2 y remoción de metal del modelo, evidenció que la remoción de metal en el prototipo y el modelo son muy semejantes, observando que el efecto de escala fue próximo a 1, aun así se pudo distinguir que a mayor diámetro de partículas, mayor remoción de metal, pero cuando el diámetro de partículas fue menor, la remoción de metal en el prototipo fue menor que en el modelo.

-Serie verde: relación entre el cociente de remoción de metal experimental Esc: 1:2 y remoción de metal del modelo, se observó que el efecto de escala aumentó con respecto al anterior modelo reducido, también se pudo observar que la remoción de metal en comparación con este, fue directamente proporcional al diámetro de partículas y mayor cuando el caudal fue máximo siendo similar al del modelo, también se concluyó que la remoción de metal es menor en el prototipo, cuando el caudal y el diámetro fueron mínimos, siendo aproximadamente el 75% con respecto al modelo cuando el caudal y diámetro de partículas eran menores, y cerca del 85% en relación al modelo cuando el caudal fue mayor y diámetro de partículas menor y cuando el caudal fue menor y el diámetro es máximo.

-Serie morada: relación entre el cociente de remoción de metal experimental Esc: 1:4 y remoción de metal del modelo, en esta serie se observó que hay un menor efecto de escala con respecto al anterior modelo, sin embargo, presentó un comportamiento similar al mismo, pero con una tendencia menor al alejarse de la línea de similitud.

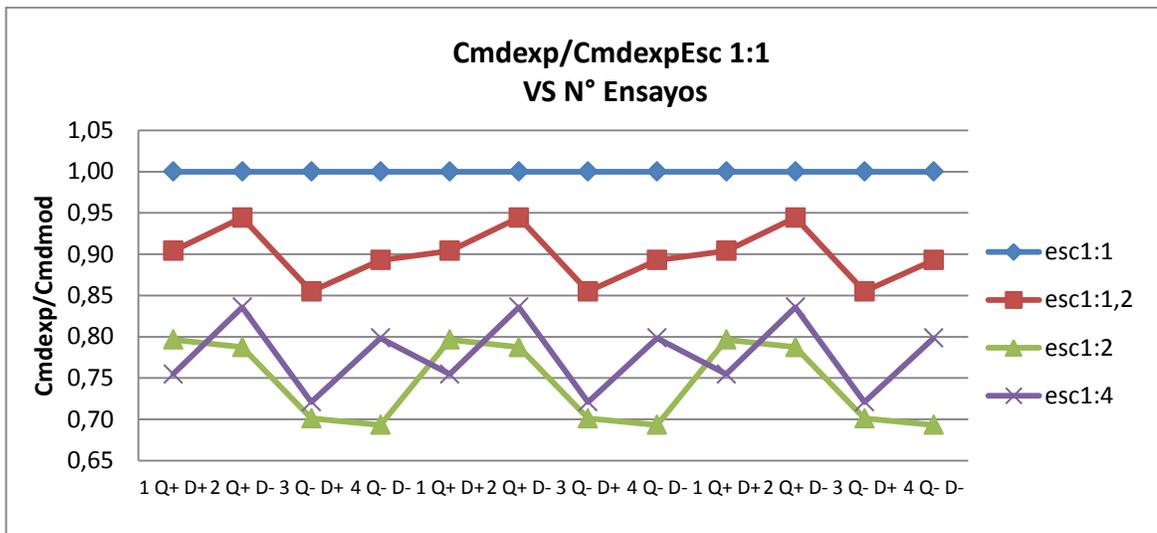


Gráfico N° 4 - Concentración de metal en la descarga experimental /Concentración metal en la descarga experimental en modelo vs número de ensayos. Cálculo para número de Reynolds.

El gráfico N°4, evidenció los resultados obtenidos de la relación de la variable de respuesta Cmd experimental calculada en función de los parámetros adimensionales Rem y ds/h, en todos los dispositivos entre la variable de respuesta Cmd experimental del modelo a escala 1:1 Vrs. El número de ensayos según el diseño experimental, las series se discriminaron de la siguiente manera:

- Seria azul: relación entre el cociente de concentración de metal en la descarga experimental Esc: 1:1 y concentración de metal en la descarga del mismo modelo, de valor igual a 1, con ella se obtuvo la guía para verificar el efecto de escala en los siguientes modelos hidráulicos reducidos.

-Serie roja: relación entre el cociente de concentración de metal en la descarga experimental Esc: 1:1,2 y concentración de metal en la descarga del modelo, evidenció que la concentración en el prototipo fue aproximadamente un 10% menos respecto al modelo cuando el caudal y el diámetro de partículas era mínimo o máximo a la vez, pero cuando el caudal y el diámetro de partículas fue máximo y mínimo respectivamente se observó que la concentración en el prototipo fue un 5% menos respecto al modelo, también se pudo ver que cuando el caudal fue mínimo y el diámetro de partículas máximo la concentración de metal en la descarga fue un 15% menos con respecto al modelo, indicando un mayor efecto de escala en este caso.

-Serie verde: : relación entre el cociente de concentración de metal en la descarga experimental Esc: 1:2 y concentración de metal en la descarga del modelo, se observó que el efecto de escala aumentó con respecto al anterior modelo

reducido, además se observó que la concentración de metal en la descarga fue directamente proporcional al caudal, siendo menor, alrededor del 80% en el prototipo en comparación al modelo cuando el caudal era máximo y en el caso contrario la concentración de metal en la descarga fue mayor, un 30% menos respecto al modelo, considerando esto como un efecto de escala significativo para este prototipo.

-Serie morada: relación entre el cociente de concentración de metal en la descarga experimental Esc: 1:4 y concentración de metal en la descarga del modelo, se observó que la concentración de metal en la descarga fue inversamente proporcional al diámetro de partículas, siendo aproximadamente el 16% menos respecto al modelo, en el caso contrario la concentración fue un 28% menos respecto al modelo y cuando el diámetro y caudal son máximos esta variable fue un 25% menos respecto al modelo, caso contrario menor en un 20%, determinando así una diferencia de la variable entre un rango de 72% - 84% respecto al modelo.

8.3. ANÁLISIS DE RESULTADOS SEGÚN NÚMERO DE DEÁN

8.3.1. Regresión lineal múltiple para número de Deán. En la tabla N°15, se detalla los cálculos de logaritmo de Pa y Rs experimentales según Deán.

Tabla N° 15 - Cálculo de logaritmo de Pa y Rs experimentales según Deán.
Col1 Col2 Col3 Col4 Col5 Col6 Col7 Col8 Col9

Esc disp.	a1	b1	c1	log(Paexp)	a2	b2	c2	log(Rsexp)
1:1	0,3250	1,38E-07	-1,8364	-0,2334	0,0099	-1,43E-01	-0,0224	-0,1407
				-0,2334				-0,0979
				-0,2881				-0,1424
				-0,2881				-0,0996
				-0,2334				-0,1407
				-0,2334				-0,0979
				-0,2881				-0,1424
				-0,2881				-0,0996
				-0,2334				-0,1407
				-0,2334				-0,0979
				-0,2881				-0,1424
				-0,2881				-0,0996

1:1.2	-0,1998	1,88E-07	0,7192	-0,2654	-0,1428	-3,64E-02	0,6474	-0,0990
				-0,2654				-0,0881
				-0,2300				-0,0738
				-0,2300				-0,0628
				-0,2654				-0,0990
				-0,2654				-0,0881
				-0,2300				-0,0738
				-0,2300				-0,0628
				-0,2654				-0,0990
				-0,2654				-0,0881
				-0,2300				-0,0738
				-0,2300				-0,0628
				Esc disp.				a1
1:2	0,0282	-1,86E-09	-0,5057	-0,3668	-0,0145	3,14E-02	-0,0173	-0,0519
				-0,3668				-0,0612
				-0,3713				-0,0495
				-0,3713				-0,0589
				-0,3668				-0,0519
				-0,3668				-0,0612
				-0,3713				-0,0495
				-0,3713				-0,0589
				-0,3668				-0,0519
				-0,3668				-0,0612
				-0,3713				-0,0495
				-0,3713				-0,0589
				1:4				0,2950
-0,4046	-0,0463							
-0,4526	-0,0216							
-0,4526	-0,0474							
-0,4046	-0,0206							
-0,4046	-0,0463							
-0,4526	-0,0216							
-0,4526	-0,0474							
-0,4046	-0,0206							
-0,4046	-0,0463							
-0,4526	-0,0216							
-0,4526	-0,0474							

- Columna 1: Escala del dispositivo.
- Columna 2: Coeficiente de regresión lineal (a1).
- Columna 3: Coeficiente de regresión lineal (b1).
- Columna 4: Coeficiente de regresión lineal (c1).
- Columna 5: Partición de agua experimental (Paexp).

$$\text{Log}(Paexp) = a1 * \text{Log}(De) + b1 * \text{Log}\left(\frac{ds}{h}\right) + c1$$

[36]

- Columna 6: Coeficiente de regresión lineal (a2).
- Columna 7: Coeficiente de regresión lineal (b2).
- Columna 8: Coeficiente de regresión lineal (c2).
- Columna 9: Remoción de sólidos experimental (Rsexp).

$$\text{Log}(Rsexp) = a2 * \text{Log}(De) + b2 * \text{Log}\left(\frac{ds}{h}\right) + c2$$

[37]

En la tabla N°16, se copila los cálculos de logaritmo de Rm y Cmd experimentales según Deán.

Tabla N° 16: Cálculo de logaritmo de Rm y Cmd experimentales según Deán.
Col10 Col11 Col12 Col13 Col14 Col15 Col16 Col17 Col18

Esc disp.	a3	b3	c3	Log (Rmexp)	a4	b4	c4	Log (Cmdexp)
1:1	-0,0200	4,11E-02	0,0379	-0,0126	-0,0682	1,66E-01	-0,9499	-1,0926
				-0,0248				-1,1421
				-0,0092				-1,0811
				-0,0215				-1,1306
				-0,0126				-1,0926
				-0,0248				-1,1421
				-0,0092				-1,0811
				-0,0215				-1,1306
				-0,0126				-1,0926
				-0,0248				-1,1421
				-0,0092				-1,0811
				-0,0215				-1,1306

1:1.2	-0,0708	5,66E-02	0,2669	-0,0154	0,0726	1,02E-01	-1,6138	-1,1363
				-0,0325				-1,1670
				-0,0029				-1,1492
				-0,0199				-1,1798
				-0,0154				-1,1363
				-0,0325				-1,1670
				-0,0029				-1,1492
				-0,0199				-1,1798
				-0,0154				-1,1363
				-0,0325				-1,1670
				-0,0029				-1,1492
				-0,0199				-1,1798
				Esc disp.				a3
1:2	0,2717	2,22E-01	-1,6287	-0,0288	0,2747	1,84E-01	-2,7618	-1,1914
				-0,0945				-1,2459
				-0,0722				-1,2353
				-0,1379				-1,2897
				-0,0288				-1,1914
				-0,0945				-1,2459
				-0,0722				-1,2353
				-0,1379				-1,2897
				-0,0288				-1,1914
				-0,0945				-1,2459
				-0,0722				-1,2353
				-0,1379				-1,2897
				1:4				0,0337
-0,0525	-1,2200							
-0,0234	-1,2231							
-0,0580	-1,2283							
-0,0179	-1,2148							
-0,0525	-1,2200							
-0,0234	-1,2231							
-0,0580	-1,2283							
-0,0179	-1,2148							
-0,0525	-1,2200							
-0,0234	-1,2231							
-0,0580	-1,2283							

- Columna 10: Escala del dispositivo.
- Columna 11: Coeficiente de regresión lineal (a3).
- Columna 12: Coeficiente de regresión lineal (b3).
- Columna 13: Coeficiente de regresión lineal (c3).
- Columna 14: Logaritmo de remoción de metal experimental (Log(Rmexp)).

$$\text{Log}(Rmexp) = a3 * \text{Log}(De) + b3 * \text{Log}\left(\frac{ds}{h}\right) + c3$$

[38]

- Columna 15: Coeficiente de regresión lineal (a4).
- Columna 16: Coeficiente de regresión lineal (b4).
- Columna 17: Coeficiente de regresión lineal (c4).
- Columna 18: Logaritmo de concentración de metal en la descarga experimental (Log(Cmdexp)).

$$\text{Log}(Cmdexp) = a4 * \text{Log}(De) + b4 * \text{Log}\left(\frac{ds}{h}\right) + c4$$

[39]

A continuación, se muestra las ecuaciones que se obtuvieron mediante la regresión lineal múltiple.

- Modelo a escala 1:1:

$$\begin{aligned} Pa &= Dem^{0,325} * (ds/h)^{1,376E-07} * 10^{-1,836} \\ Rs &= Dem^{0,010} * (ds/h)^{-0,143} * 10^{-0,022} \\ Rm &= Dem^{-0,020} * (ds/h)^{0,041} * 10^{0,038} \\ Cmd &= Dem^{-0,068} * (ds/h)^{0,166} * 10^{-0,95} \end{aligned}$$

- Prototipo a escala 1:1.2

$$\begin{aligned} Pa &= Dem^{-0,200} * (ds/h)^{1,881E-07} * 10^{0,719} \\ Rs &= Dem^{-0,143} * (ds/h)^{-0,036} * 10^{0,647} \\ Rm &= Dem^{-0,071} * (ds/h)^{0,057} * 10^{0,267} \\ Cmd &= Dem^{0,073} * (ds/h)^{0,102} * 10^{-1,614} \end{aligned}$$

- Prototipo a escala 1:2

$$\begin{aligned} Pa &= Dem^{0,028} * (ds/h)^{-1,865E-09} * 10^{-0,506} \\ Rs &= Dem^{-0,014} * (ds/h)^{0,031} * 10^{-0,017} \\ Rm &= Dem^{0,272} * (ds/h)^{0,222} * 10^{-1,629} \\ Cmd &= Dem^{0,275} * (ds/h)^{0,184} * 10^{-2,762} \end{aligned}$$

- Prototipo a escala 1:4

$$Pa = Dem^{0,295} * (ds/h)^{1,725-07} * 10^{-1,859}$$

$$Rs = Dem^{0,006} * (ds/h)^{0,086} * 10^{-0,152}$$

$$Rm = Dem^{0,034} * (ds/h)^{0,115} * 10^{-0,320}$$

$$Cmd = Dem^{0,051} * (ds/h)^{0,017} * 10^{-1,488}$$

Se reemplazó el número de Deán de la muestra y la relación de diámetro de partículas y altura de cada uno de los dispositivos en las anteriores ecuaciones, y obteniendo la tabla N°17, que relaciona las variables de respuesta experimentales y ensayadas:

Tabla N° 17 - Relación de variables de respuesta experimentales y ensayadas según Deán.

	Col19	Col 20	Col 21	Col 22	Col 23	Col 24	Col 25	Col 26	Col 27
Esc disp.	Paexp	Rsexp	Rmexp	Cmdexp	Paexp /pamo	Rsexp /Rsm	Rmexp /Rmm	Cmdexp /Cmdm	
1:1	0,584	0,723	0,971	0,081	1,000	1,012	1,000	0,971	
	0,584	0,798	0,944	0,072	1,000	1,008	1,015	1,012	
	0,515	0,720	0,979	0,083	1,000	1,029	0,994	0,968	
	0,515	0,795	0,952	0,074	1,000	0,984	0,995	0,968	
	0,584	0,723	0,971	0,081	1,000	0,985	1,009	1,025	
	0,584	0,798	0,944	0,072	1,000	0,988	0,989	1,002	
	0,515	0,720	0,979	0,083	1,000	0,994	1,000	1,007	
	0,515	0,795	0,952	0,074	1,000	1,005	1,010	1,018	
	0,584	0,723	0,971	0,081	1,000	1,002	0,996	0,998	
	0,584	0,798	0,944	0,072	1,000	1,004	0,990	0,992	
	0,515	0,720	0,979	0,083	1,000	0,978	1,000	1,032	
0,515	0,795	0,952	0,074	1,000	1,010	1,001	1,008		
1:1.2	0,543	0,796	0,965	0,073	1,000	0,989	0,986	0,998	
	0,543	0,816	0,928	0,068	1,000	0,983	1,012	1,030	
	0,589	0,844	0,993	0,071	1,000	1,010	1,010	0,999	
	0,589	0,865	0,955	0,066	1,000	0,982	0,992	1,011	
	0,543	0,796	0,965	0,073	1,000	0,980	0,993	1,008	
	0,543	0,816	0,928	0,068	1,000	1,020	1,005	0,986	
	0,589	0,844	0,993	0,071	1,000	0,971	1,005	1,037	
	0,589	0,865	0,955	0,066	1,000	0,986	0,994	1,010	
	0,543	0,796	0,965	0,073	1,000	1,011	0,995	0,987	
	0,543	0,816	0,928	0,068	1,000	1,018	1,010	0,991	
	0,589	0,844	0,993	0,071	1,000	1,041	1,012	0,972	
0,589	0,865	0,955	0,066	1,000	1,012	0,987	0,973		

	0,430	0,887	0,936	0,064	1,000	1,002	1,030	1,021
	0, 430	0,869	0,804	0,057	1,000	1,006	0,977	0,977
	0,425	0,892	0,847	0,058	1,000	0,996	0,965	0,978
	0,425	0,873	0,728	0,051	1,000	1,006	1,024	1,010
1:2	0,430	0,887	0,936	0,064	1,000	1,001	1,031	1,023
	0,430	0,869	0,804	0,057	1,000	0,994	0,962	0,977
	0,425	0,892	0,847	0,058	1,000	1,001	0,973	0,978
	0,425	0,873	0,728	0,051	1,000	0,997	1,033	1,029
	0,430	0,887	0,936	0,064	1,000	1,000	1,034	1,025
	0,430	0,869	0,804	0,057	1,000	0,997	0,969	0,979
	0,425	0,892	0,847	0,058	1,000	1,000	0,969	0,977
	0,425	0,873	0,728	0,051	1,000	1,001	1,038	1,029
Esc disp.	a3	b3	c3	Log (Rmexp)	a4	b4	c4	Log (Cmexp)
	0,394	0,954	0,960	0,061	1,000	0,995	1,023	1,027
	0,394	0,899	0,886	0,060	1,000	1,004	0,970	0,968
	0,353	0,951	0,948	0,060	1,000	0,999	1,003	1,005
	0,353	0,897	0,875	0,059	1,000	1,003	0,998	0,996
	0,394	0,954	0,960	0,061	1,000	0,997	0,984	0,988
1:4	0,394	0,899	0,886	0,060	1,000	1,003	1,011	1,005
	0,353	0,951	0,948	0,060	1,000	1,004	0,984	0,978
	0,353	0,897	0,875	0,059	1,000	0,993	1,005	1,013
	0,394	0,954	0,960	0,061	1,000	0,999	1,010	1,013
	0,394	0,899	0,886	0,060	1,000	1,002	1,004	1,000
	0,353	0,951	0,948	0,060	1,000	1,006	0,997	0,989
	0,353	0,897	0,875	0,059	1,000	0,995	1,012	1,019

Columna 19: Escala geométrica.

Columna 20: Partición de agua experimental (Paexp).

$$Paexp = De^{a1} * \left(\frac{ds}{h}\right)^{b1} * 10^{c1}$$

Ec [40]

Columna 21: Remoción de sólidos experimental (Rsexp).

$$Rsexp = De^{a2} * \left(\frac{ds}{h}\right)^{b2} * 10^{c2}$$

Ec [41]

Columna 22: Remoción de metal experimental (Rmexp).

$$Rm_{exp} = De^{a3} * \left(\frac{ds}{h}\right)^{b3} * 10^{c3}$$

Ec [42]

Columna 23: Concentración de metal en la descarga experimental (Cmdexp).

$$Cmd_{exp} = De^{a4} * \left(\frac{ds}{h}\right)^{b4} * 10^{c4}$$

Ec [43]

Columna 24: Relación partición del agua experimental y partición del agua modelo (Paexp/Pam).

Columna 25: Relación remoción de sólidos experimental y remoción de sólidos modelo (Rsexp/Rsm).

Columna 26: Relación remoción de metal experimental y remoción de metal modelo (Rmexp/Rmm).

Columna 27: Relación concentración de metal en la descarga experimental y concentración de metal en la descarga en el modelo (Cmde/Cmdm).

Los valores calculados en la tabla N° 15, tabla N° 16 y tabla N° 17, evidenciaron que para la cuantificación del efecto de escala por medio del parámetro de similitud de Reynolds en el cálculo de la variable de respuesta Paexp en sus cuatro dispositivos la relación ds/h, no tuvo mayor influencia en el cálculo de la variable, puesto que, el coeficiente b1 tiende a cero, lo que indicó que esta variable está en función de número de Deán de la mezcla (Dem).

Para el cálculo de la variable de respuesta Rsexp se observó que en la escala 1:1 el parámetro de mayor afectación fue Dem y el que menos efecto tuvo sobre esta variable fue el parámetro ds/h, pero en las escalas 1:1,2, 1:2, 1,4 el parámetro ds/h es el que más efecto tuvo sobre esta variable.

En el cálculo de la variable de respuesta Rmexp, el parámetro ds/h afectó en mayor cuantía en las escalas 1:1, 1:1,2 y 1:4, mientras que en la escala 1:2 el parámetro Dem fue el que mayor efecto tuvo sobre esta variable, finalmente en la variable de respuesta Cmdexp el parámetro adimensional ds/h afectó mayormente en la escala 1:1, escala 1:1,2 y en la escala 1:4 y el parámetro Rem fue más influyente en la escala 1:2.

8.3.2. Gráficos según condiciones de similitud de Deán. Al comparar los gráficos según las condiciones de similitud según el número de Reynolds y número de Deán, se encontró igualdad en los rangos calculados, aplicando con ello, el mismo análisis de la cuantificación del efecto de escala para modelos hidráulicos reducidos con condiciones similares. En la tabla N°18, se detalla la relación entre las variables de respuesta según Deán.

Tabla N° 18 – Relación de variables de respuesta experimentales entre variables respuesta experimentales en modelo según Deán.

Col 1	Col 2	Col 3	Col 4	Col 5	Col 6
Paexp/ PaexpEsc1:1	Rsexp/ RsexpEsc1:1	Rmex/ RmexpEsc1:1	Cmdeexp/ CmdexpEsc1:1	Esc.	N° Ensayo
1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1	1
1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1	2
1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1	3
1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1	4
1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1	*R1
1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1	R2
1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1	R3
1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1	R4
1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1	R1
1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1	R2
1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1	R3
1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1	R4
0,9289	1,1007	0,9935	0,9041	1,2	1
0,9289	1,0230	0,9826	0,9443	1,2	2
1,1430	1,1712	1,0147	0,8549	1,2	3
1,1430	1,0885	1,0036	0,8929	1,2	4
0,9289	1,1007	0,9935	0,9041	1,2	R1
0,9289	1,0230	0,9826	0,9443	1,2	R2
1,1430	1,1712	1,0147	0,8549	1,2	R3
1,1430	1,0885	1,0036	0,8929	1,2	R4
0,9289	1,1007	0,9935	0,9041	1,2	R1
0,9289	1,0230	0,9826	0,9443	1,2	R2
1,1430	1,1712	1,0147	0,8549	1,2	R3
1,1430	1,0885	1,0036	0,8929	1,2	R4
0,7356	1,2270	0,9632	0,7965	2	1
0,7356	1,0884	0,8517	0,7874	2	2
0,8257	1,2383	0,8649	0,7012	2	3
0,8257	1,0984	0,7648	0,6932	2	4
0,7356	1,2270	0,9632	0,7965	2	R1
0,7356	1,0884	0,8517	0,7874	2	R2
0,8257	1,2383	0,8649	0,7012	2	R3
0,8257	1,0984	0,7648	0,6932	2	R4
0,7356	1,2270	0,9632	0,7965	2	R1
0,7356	1,0884	0,8517	0,7874	2	R2
0,8257	1,2383	0,8649	0,7012	2	R3

Paexp/ PaexpEsc1:1	Rsexp/ RsexpEsc1:1	Rmex/ RmexpEsc1:1	Cmdeexp/ CmdexpEsc1:1	Esc.	Nº Ensayo
0,8257	1,0984	0,7648	0,6932	2	R4
0,6742	1,3186	0,9879	0,7547	4	1
0,6742	1,1262	0,9383	0,8358	4	2
0,6847	1,3206	0,9679	0,7211	4	3
0,6847	1,1279	0,9193	0,7985	4	4
0,6742	1,3186	0,9879	0,7547	4	R1
0,6742	1,1262	0,9383	0,8358	4	R2
0,6847	1,3206	0,9679	0,7211	4	R3
0,6847	1,1279	0,9193	0,7985	4	R4
0,6742	1,3186	0,9879	0,7547	4	R1
0,6742	1,1262	0,9383	0,8358	4	R2
0,6847	1,3206	0,9679	0,7211	4	R3
0,6847	1,1279	0,9193	0,7985	4	R4

Una vez determinado el modelo matemático que relaciona las variables de respuesta con las variables independientes (Rem, ds/h), mediante regresión lineal múltiple, se realizó los gráficos N°5, N°6, N°7 y N°8 con los datos de la tabla N°18, usando el programa Microsoft Excel, para observar el efecto que produce de escala geométrica sobre las variables de respuesta en los prototipos con relación modelo escala 1:1, teniendo claro que si no hubiera efecto de escala, todas las relaciones darían 1, siendo este un caso ideal.

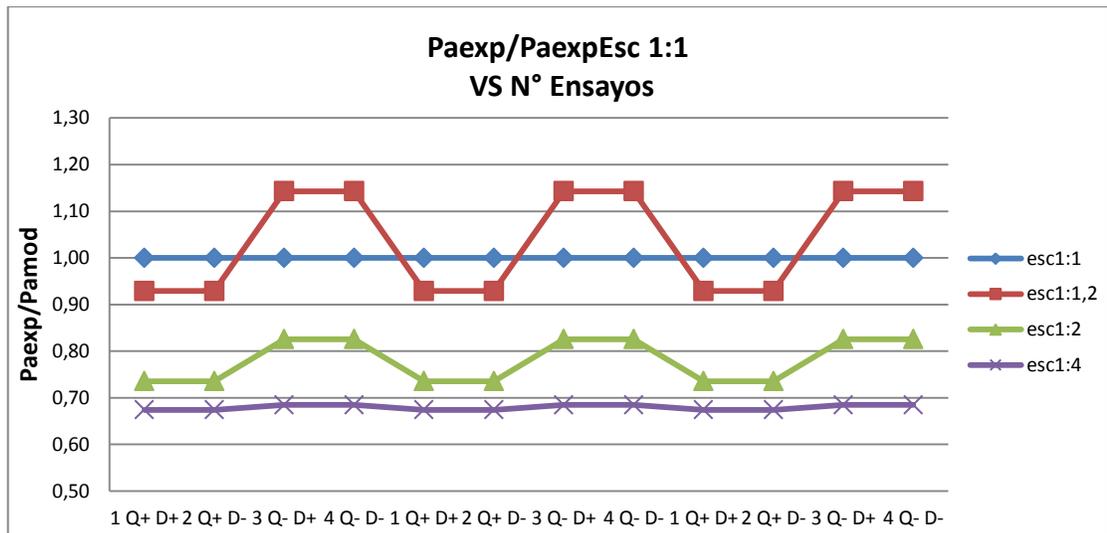


Gráfico N° 5 - Partición de agua experimental /Partición agua experimental modelo vs número de ensayos. Cálculo para número de Deán.

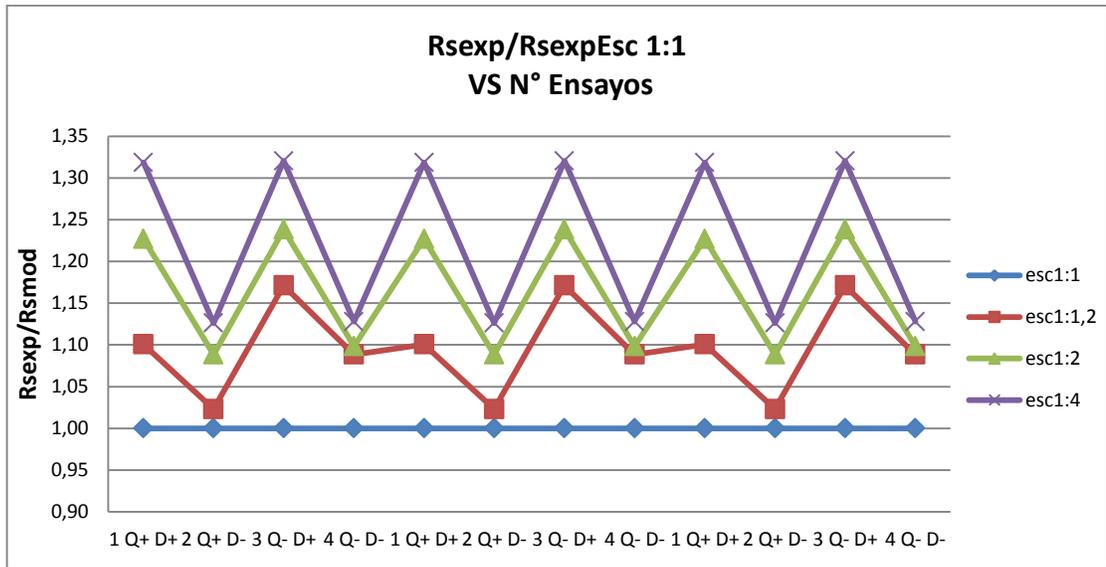


Gráfico N° 6 - Remoción de sólidos experimental /Remoción de sólidos experimental vs número de ensayos. Cálculo para número de Deán.

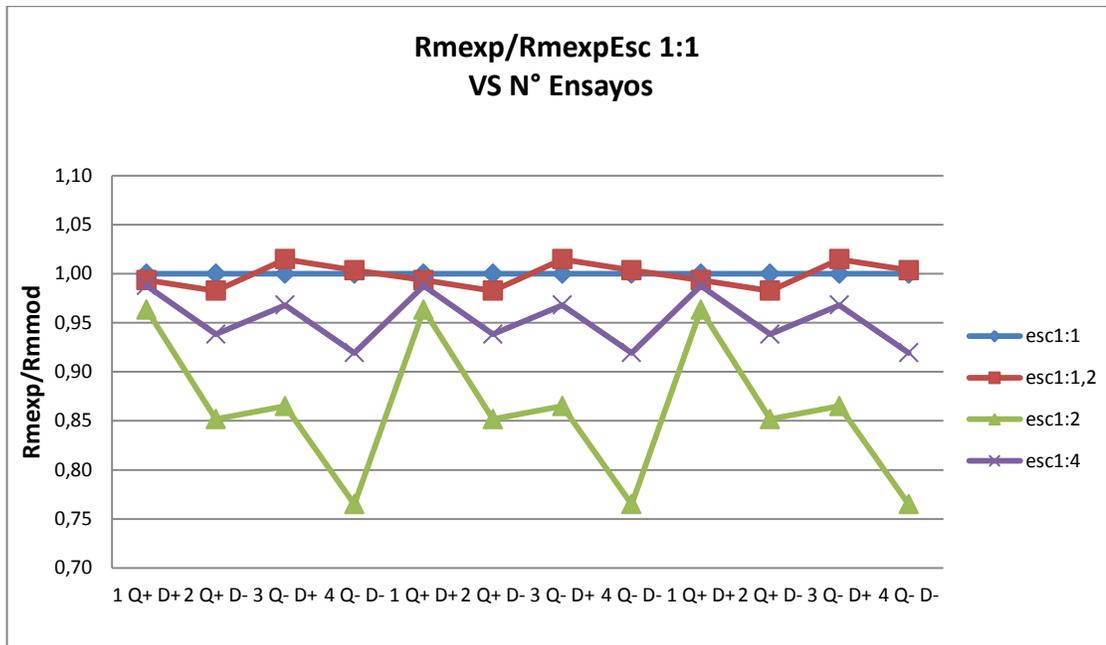


Gráfico N° 7 - Remoción de metal experimental todos los dispositivos/Remoción metal en modelo vs número de ensayos. Cálculo para número de Deán.

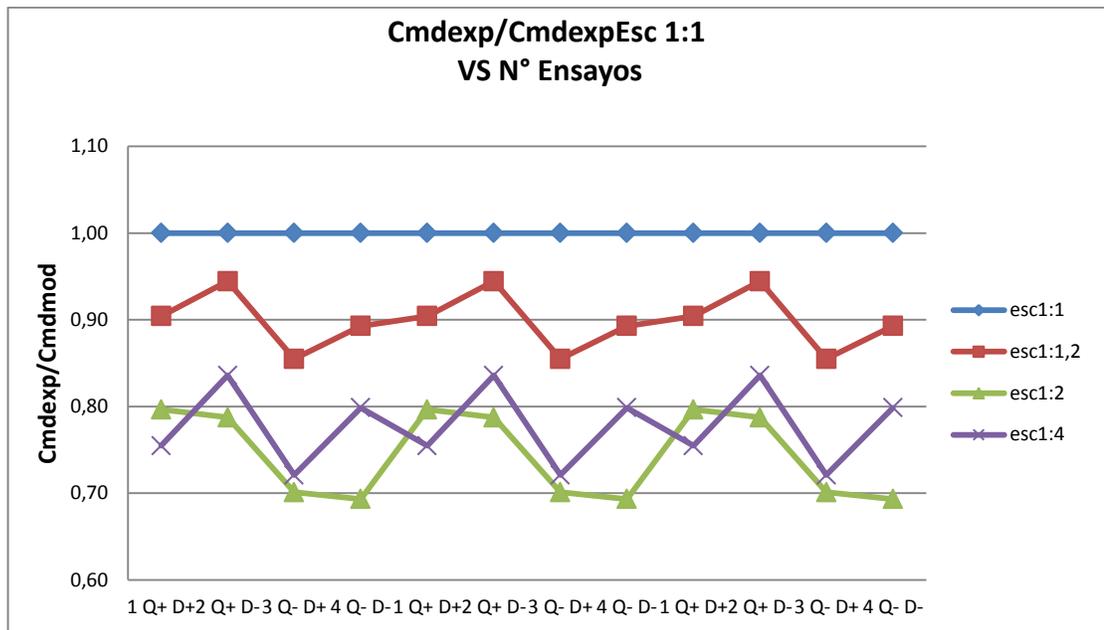


Gráfico N° 8 - Concentración de metal en la descarga experimental /Concentración metal en la descarga experimental en modelo vs número de ensayos. Cálculo para número de Deán.

9. CONCLUSIONES

- El resultado del análisis dimensional arrojó como parámetros de similitud para analizar el efecto de escala geométrica en modelos hidráulicos a los números de Reynolds y Froude, este último siendo descartado por su aplicación en canales abiertos, por lo que se realizó el análisis experimental de las variables de respuesta en función del número de Reynolds y complementándolo con el número de Deán debido a su aplicación en los estudios en flujos en tuberías y canales curvados; verificando que pueden ser utilizados para el análisis en esta investigación al existir alta similitud entre los resultados obtenidos con respecto a los resultados esperados en cuanto a estos parámetros.
- Con los datos medidos en laboratorio se determinó que la ley de similitud más adecuada para minimizar el efecto de escala es el número de Deán, porque no solo está en función del número de Reynolds, sino también por la geometría del modelo utilizado para la investigación, ya que este último parámetro analiza tuberías y canales curvados; aunque los resultados del análisis del efecto de escala aplicando la similitud de Reynolds es prácticamente idéntica a los efectos de escala analizados con el parámetro del número de Deán.
- Analizando el efecto de escala geométrica de los modelos sobre las variables de respuesta usando los datos experimentales por medio del parámetro de similitud de número de Deán en los coeficientes de los modelos matemáticos se concluye que: para la variable de respuesta llamada partición de agua la relación de diámetro de partículas sobre una longitud seleccionada: ds/h no tuvo efecto sobre esta variable en las cuatro escalas geométricas en las que se la analizó, porque, su valor tiende a cero, de igual manera, la variable de respuesta remoción de sólidos se afectó en la escala 1:1 en mayor proporción, por el parámetro número de Deán (Dem) y en menor cuantía por el parámetro ds/h , en escala 1:1,2 y 1,2 y 1:4 aun cuando los dos parámetros afectaron esta variable el parámetro ds/h la afectó en mayor cuantía. Según el análisis de la variable de respuesta llamada remoción de metal en la escala 1:1,1:1,2 y 1:4 el parámetro de mayor afectación es ds/h , y en la escala 1:2 el parámetro Dem es el que más afecta a esta variable. Finalmente, para el análisis de la variable concentración de metal en la descarga en las escalas 1:1 y 1:1,2 el parámetro que más afectó a esta variable es ds/h a diferencia de las escalas 1:2 y 1:4 donde el parámetro que mayor incidencia tiene sobre esta variable es el parámetro Dem .

- Los resultados reflejados en los gráficos de las variables de respuesta para analizar el efecto de escala geométrica sobre los prototipos usando los datos experimentales por medio del parámetro de similitud del número de Dean en función de los resultados del modelo permiten concluir que para el prototipo a escala 1:1,2 el efecto producido fue mínimo debido a la proximidad de la variable a de la línea de similitud de valor 1; en el prototipo escala 1:2 se miró un mayor efecto respecto al modelo siendo menor la relación de particiones en un 13% a 25% respecto al modelo según la variación del caudal, y en el prototipo a escala 1:4 se observó que la relación de particiones se aleja de la línea de similitud en un 38% indicando un mayor efecto de escala en comparación con los demás prototipos, además la variación en el caudal afectó a esta variable generando una línea de tendencia relativamente constante.
- La escala geométrica de los modelos hidráulicos reducidos y su influencia en la variable de respuesta remoción de sólidos con respecto al modelo permite concluir que para el prototipo a escala 1:1,2 el efecto producido esta entre un 1% un 18% según la variación del caudal y el diámetro de las partículas en los ensayos realizados con respecto a la misma variable en escala 1:1 cuyo valor es igual a 1; en el prototipo escala 1:2 el efecto de escala aumenta entre un 9% y un 22% más en relación al modelo siendo el valor más alto cuando el diámetro de las partículas es máximo y en el prototipo a escala 1:4 se observó que el efecto de escala sobre la remoción de sólidos se aleja de la línea de similitud entre un 12% y un 33% indicando en este prototipo el mayor efecto de escala en comparación con los otros. Finalmente, se consideró que la remoción de sólidos en los prototipos con respecto al modelo es mayor a medida que la escala geométrica aumenta por cuanto las líneas de tendencia son superiores a 1.
- El análisis del efecto de escala de la variable de respuesta remoción de metal en los prototipos con respecto al modelo permite determinar que para el prototipo a escala 1:1,2 el efecto de escala producido es mínimo debido a la proximidad de los resultados de la variable la cual muestra una línea de tendencia relativamente constante y muy similar a la línea de similitud de valor 1 para la escala 1:1; en el prototipo escala 1:2 el efecto de escala se encontró entre un 1% y un 8% menos en relación al modelo siendo el efecto más alto cuando el caudal y el diámetro de las partículas es mínimo y casi nulo cuando el caudal y el diámetro de partículas es máximo y en el prototipo a escala 1:4 se observó el mayor efecto de escala con respecto al modelo sobre la remoción de sólidos; este efecto se alejó de la línea de similitud entre un 4% y un 25% siendo el valor más alto cuando el caudal y el diámetro de las

partículas es el mínimo en los ensayos realizados, lo cual indicó que en este prototipo existe el mayor efecto de escala en comparación con los otros.

- Los resultados reflejados en el gráfico de la variable de respuesta concentración de metal en la descarga que analizó el efecto de escala geométrica sobre los prototipos usando los datos experimentales por medio del parámetro de similitud del número de Deán en función de los resultados del modelo permiten concluir que para el prototipo a escala 1:1,2 el efecto de escala producido se encuentra entre un 5% y un 10% menos con respecto al modelo y aumentó cuando el caudal es el mínimo y el diámetro de las partículas es el máximo según los ensayos realizados; para el prototipo escala 1:2 el efecto de escala se encontró entre un 20% y un 30% menos en relación al modelo siendo el efecto mayor cuando el caudal es mínimo y el diámetro de las partículas es mínimo y menor cuando el caudal es mayor y el diámetro de partículas es máximo además se observó que en este prototipo es donde mayor efecto de escala existió en comparación con las otras líneas de tendencia ; finalmente en el prototipo a escala 1:4 se observó que el efecto de escala con respecto al modelo se alejó de la línea de similitud entre un 18% y un 28% siendo el efecto mayor cuando el caudal fue mínimo y el diámetro de las partículas fue el máximo en los ensayos realizados, y menor cuando el caudal fue máximo y el diámetro de las partículas fue mínimo.
- El análisis de las variables de respuesta en función del parámetro de similitud de número de Deán de los prototipos con respecto al modelo utilizando un tubo curvo a presión a través de los ensayos realizados dejó entrever la existente influencia de la escala geométrica en los diferentes resultados obtenidos sobre estas variables involucradas en la separación de metales pesados y que se hizo más evidente generalmente cuando la escala geométrica disminuye.
- La confianza de resultados con un porcentaje en las regresiones lineales de un 95% reflejaron que el estudio presentó una alta confiabilidad en cuanto a los resultados obtenidos en la cuantificación del efecto de escala según condiciones de similitud para número de Reynolds y Deán, con respecto a las variables de respuesta estudiadas que se afectaron al aumentar o disminuir la escala geométrica en este tipo de dispositivos.

10.RECOMENDACIONES

- Implementar un medidor de caudales electrónico en el montaje principal del laboratorio para permitir en posteriores ensayos de este tipo una precisión mayor entre los caudales teóricos y los medidos en laboratorio.
- Acondicionar elementos electrónicos que automaticen el tiempo de duración de cada ensayo disminuyendo el porcentaje de error entre los ensayos y sus repeticiones.
- Incrementar el número de dispositivos a utilizarse con diferentes escalas geométricas con el uso de una motobomba de mayor capacidad.
- Incrementar el número de variables dimensionales a analizar, alterando por ejemplo, los elementos de construcción de los modelos y prototipos, lo que modificaría el coeficiente de rugosidad entre ellos, o cambiando el fluido para los ensayos realizados, lo que haría variar la viscosidad y la densidad de este, entre otras consideraciones.
- Reducir la pérdida de material sólido para investigaciones que requieran ensayos con procedimientos similares, por suspensión o sedimentación de partículas inyectando la mezcla a presión (presión positiva) directamente en el dispositivo objeto de estudio con la ayuda de una bomba de inyección hidráulica accionada por un sistema eléctrico que brinda precisión, tiempo óptimo, automatización a través de un orificio Venturi.
- Ampliar el conocimiento sobre el tema utilizando el parámetro de similitud de número de Froude a través del uso de canales abiertos.
- Realizar el estudio enfocado en la eficiencia de separación de partículas sólidas este tipo de dispositivos.

BIBLIOGRAFÍA

1. C. Sánchez Naranjo, *Teoría de la combustión*, 1st ed. Madrid: Universidad Nacional de Educación a Distancia Madrid, 2011, p. 187.
2. F. Andrade Rodríguez, "Desarrollo de herramienta de simulación para equipos separadores de agua libre", Magister automatización industrial, Universidad Nacional de Colombia, 2012.
3. J. Galán García, *Sistemas de Unidades Físicas*, 1st ed. Barcelona: Reverté, 1987, pp. 85-87.
4. Mejía Garcés, Francisco Jaime. IC. "Modelación Hidráulica", [en línea]. Actualizado 9 de Diciembre de 2009, última consulta: 10 de abril de 2012. <http://fluidos.eia.edu.co/obrashidraulicas/articulos/modelacionhidraulica/modelacion_hidraulica.html>
5. M. Pabón Miño and M. Perenguez Narvárez, "INVESTIGACIÓN EXPERIMENTAL PARA EVALUAR LA EFICIENCIA DE LOS SEPARADORES DE FLUJO CENTRIFUGO", Ingeniero, Universidad de Nariño, 2010.
6. Pavés, Oswaldo, (1987), Concentración Gravimétrica, Universidad de Atacama. Jiménez.
7. R. Mott, *Mecánica de Fluidos*, 6th ed. Jefferson, N.C.: Pearson, 2006, pp. 230-231.
8. Shen Y. M. et. al., (2003), 3D numerical model of non- isotropic turbulent buoyant helical flow and heat transfer in a curved open channel, International Journal of Heat and mass Transfer, 46, (2003), 2087-2093.
9. Siame J., (2008), Physical beneficiation of PGM tailings by gravity separation and elutriation techniques, submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree Magister Technologies: Engineering Chemical, Tshwane University of Technology, 2008.