

**APROXIMACIÓN AL DISEÑO DE UN MÓDULO DE APRENDIZAJE PARA LA
FORMACIÓN DOCENTE SOBRE LA MODELACIÓN EN LA ENSEÑANZA Y
APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.**

**MARIA ISABEL NAZARENO SUÁREZ
LEIDY NATHALY NARVAEZ ROSERO**

**UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SAN JUAN DE PASTO
2016**

**APROXIMACIÓN AL DISEÑO DE UN MÓDULO DE APRENDIZAJE PARA LA
FORMACIÓN DOCENTE SOBRE LA MODELACIÓN EN LA ENSEÑANZA Y
APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.**

**MARIA ISABEL NAZARENO SUÁREZ
LEIDY NATHALY NARVAEZ ROSERO**

**Asesor:
SAULO MOSQUERA LOPEZ
Magister en Matemáticas**

**UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SAN JUAN DE PASTO
2016**

Nota de responsabilidad

Las ideas y conclusiones presentadas en el siguiente trabajo son responsabilidad exclusiva de los autores.

Artículo 1ro del Acuerdo No. 324 de Octubre 11 de 1966 emanado por el Honorable Consejo Directivo de la Universidad de Nariño.

NOTA DE ACEPTACIÓN

Asesor
Saulo Mosquera López

Jurado
María Janeth Bravo

Jurado
Maritza Pedreros Puente

San Juan de Pasto, Noviembre de 2016.

AGRADECIMIENTOS

En la culminación de esta etapa de nuestra vida académica, agradecemos de manera especial al personal de docentes que conforman el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Nariño, por brindarnos todos sus conocimientos, sabiduría y colaboración; dando lugar como producción final este trabajo que hoy presentamos.

Por último y sin desatender el apoyo brindado, agradecemos a nuestras familias y compañeros de universidad quienes permitieron de forma directa o indirecta el crecimiento personal y profesional del cual hoy nos sentimos orgullosas de haber logrado.

TABLA DE CONTENIDO

Introducción	11
Capítulo 1: Aspectos Generales	15
1.1 Introducción	15
1.2. Antecedentes	15
1.2.1 La Formación Docente en el área de Matemáticas.	16
1.2.2 Modelación Matemática.....	18
1.2.3 Diseño de un módulo de aprendizaje virtual.....	24
1.3 Justificación y Planteamiento del Problema	28
1.3.1 Análisis estadístico de la encuesta.	31
1.3.2 Conclusiones generales de la encuesta.....	36
1.4 Objetivos	38
1.4.1 Objetivo general.	38
1.4.2 Objetivos específicos.	38
Capitulo2: Marco Teórico	39
2.1 Introducción	39
2.2 Dimensión didáctica.....	40
2.2.1 Definición de recursos en la enseñanza de las matemáticas.	40
2.2.2 Libros de textos y software	43
2.2.3 Aprendizaje colectivo.....	44
2.3 Dimensión en formación.	48
2.3.1 Formación docente en modelación matemática.	48
2.3.2 Recursos y materiales didácticos en línea para la formación docente.	49
2.4 Dimensión tecnológica.....	51
2.4.1 Recursos de multimedia.	51
2.4.2 Plataformas e-learning.	51
2.4.3 E-learning en el campo de la educación.....	53
2.4.4 Modalidades de aprendizaje b-learning.	54
2.4.5 Noción general moodle	55
2.4.6 Actividades de la plataforma moodle.....	56
2.4.7 Material didáctico módulo.	58
2.4.8 Características del módulo.	58
2.4.9 Componentes de un módulo de aprendizaje virtual.	59

2.4.10 Proceso del diseño del módulo de aprendizaje virtual.	60
2.5 Dimensión curricular.....	62
2.5.1 Modelación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.	62
2.5.2 Diferentes enfoques de la modelación matemática.	64
2.5.3 La perspectiva educativa de la modelación.....	65
Capítulo 3: Metodología.	67
3.1 Introducción	67
3.1.1 Fases de la Investigación.....	67
Capítulo 4: Módulo Formación Docente en Modelación Matemática.....	71
4.1 Introducción	71
4.2 Descripción del módulo	71
4.2.1 Introducción.	71
4.2.2 Objetivo del Módulo	73
4.2.3 Conocimientos Previos	73
4.2.4 Orientaciones de Estudio	74
4.2.5 Contenidos del Curso	75
4.2.6 Esquema Organizacional.....	76
4.2.7 Formato de Presentación en la Pantalla de todo el Recurso Didáctico	77
4.2.8 Descripción de Contenidos de cada Unidad.....	77
4.2.8.1 Unidad 0: Introducción al Módulo FDMM.	77
4.2.8.2 Unidad 1: Modelación Matemática.	79
4.2.8.3 Unidad 2: Función Lineal	91
4.2.8.4 Unidad 3: Ejemplos de Modelación Matemática.....	107
4.2.9 Referencias Bibliográficas del Módulo.....	111
Capítulo 5: Lineamientos de Evaluación del Módulo.....	113
5.1 Introducción	113
5.2 Estrategias Pedagógicas del Módulo.....	115
5.3 Lineamientos Tecnológicos	117
5.4 Lineamientos Gráficos del Módulo.....	118
5.5 Evaluación.....	119
Conclusiones y Recomendaciones	120
Referencias Bibliográficas del Trabajo Final.....	124
ANEXOS 1: ENCUESTA.....	129

TABLA DE FIGURAS

Figura 1: Título de Pregrado.....	33
Figura 2: Año de Egreso Pregrado.....	33
Figura 3: Otros Estudios.	34
Figura 4: Definición de Modelación.	34
Figura 5: Implementación de Modelación.	35
Figura 6: Cualificación Docente.	35
Figura 7: Dimensiones de los Recursos Pedagógicos.....	46
Figura 8: Formato de Presentación Unidad Cero.....	77
Figura 9: Formato de Presentación Unidad Uno.....	78
Figura 10: Formato de Presentación Unidad Dos.....	91
Figura 11: Representación Cartesiana.	100
Figura 12: Representación Tabular Función Lineal.....	103
Figura 13: Representación Gráfica Función Lineal	103
Figura 14: Representación Figural Función Lineal	104
Figura 15: Representación Icónica de la Función Lineal.....	104
Figura 16: Formato de Presentación Unidad Tres	107

LISTA DE TABLAS

Tabla 1: Clasificación de las perspectivas de la Modelación Matemática.....	64
Tabla 2: Estructura del Módulo	70
Tabla 3: Contenidos del Curso.....	75

RESUMEN

La Modelación Matemática es uno de los procesos por el cual el Ministerio de Educación Nacional propuso, mediante los estándares curriculares, para desarrollar el pensamiento matemático en los estudiantes con el objetivo de contribuir a la mejor comprensión de los conceptos matemáticos y su implementación en el contexto. Sin embargo investigaciones sobre la modelación y encuestas (anexo1) aplicadas en la ciudad de pasto a docentes del área de matemáticas dan evidencia que el maestro tiene dificultades al poner en acto este proceso debido a la falta de conocimiento entre otros factores.

La propuesta que se plantea en este trabajo de investigación se centra y tiene como objetivo general diseñar un módulo de formación docente respecto a la Modelación Matemática integrado con cuatro unidades didácticas que contribuirá en el desarrollo profesional de los docentes de la ciudad de Pasto y por ende, en la calidad de la Educación Matemática.

En particular, este módulo se trabajó con el tema de Función lineal, puesto que tiene varias aplicaciones y este concepto es la base para estudiar los otros tipos de funciones como la cuadrática, cubica, exponencial, etc. y que deben ser abordados en la educación Básica y Media.

Palabras Claves: Modelación, formación, docentes, módulo, función.

ABSTRACT

Mathematic Modelation is one of the processes through the National Education Minister proposed, through the curricular standards, in order to develop pupils' mathematic insight. This is with the purpose of contributing for a better understanding of mathematics concepts and its implementation in the context. Nevertheless, research about modelation and survey implemented in Pasto to high school mathematic teachers provided evidence that teachers have difficulty when using this process due to lack of knowledge among other factors.

The proposal stated in this research work is aimed and its general objective is to design a training teachers' module related to Mathematic Modelation which is integrated by four didactic units that will contribute to teachers' professional development in Pasto and thus, to mathematic education quality.

One of the subjects in this module was lineal function since it has several applications; this subject is the base for studying other types of functions such as: quadratic, cubic and exponential among others and that need to be tackled in high school education.

Keywords: Modelation, teacher training, module, function.

Introducción

El trabajo de investigación se ubicó dentro del campo de la Educación Matemática y se realizó con el fin de proponer y diseñar una estrategia metodológica mediante la cual se fortalezca de forma significativa la formación docente en vías de apoyar y por ende mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, particularmente, en los niveles de Educación Media con relación al proceso de Modelación Matemática.

Para tal propósito el trabajo retoma distintas temáticas de investigación, que traten principalmente sobre la integración de la Modelación Matemática en el aula escolar, de igual manera sobre la formación de docentes, del área de matemáticas, con respecto al proceso de la Modelación Matemática (de ahora en adelante , MM en este documento) vista desde una perspectiva educativa (Kaiser & Schward, 2006) y consolidada en el aula de clase como una herramienta que relaciona conceptos matemáticos con contextos de la vida “real” cuyo agente directo en este proceso es el docente de matemáticas.

Con respecto a los aspectos metodológicos se presenta las fases por medio de las cuales se lleva a cabo el desarrollo del trabajo tales como: revisión bibliográfica, diseño de encuesta y recopilación de datos, análisis e interpretación de resultados y elaboración del módulo virtual que está vinculado a los objetivos de la investigación; y finalmente las conclusiones a las que se llegaron y que surgieron a lo largo del proceso de investigación.

En el Capítulo 1, se hace una amplia exposición de los aspectos generales del trabajo de investigación, como son los antecedentes, por medio de los cuales se tuvo en cuenta las bases necesarias para la realización de este trabajo final, así mismo la justificación y planteamiento del problema, donde se menciona el análisis de encuestas (anexo 1) dirigidas a un grupo de docentes en ejercicio del área de matemáticas y los objetivos a alcanzar con el desarrollo del trabajo.

Capítulo 2 se presenta el marco teórico mediante cuatro dimensiones de análisis: Dimensión Didáctica, Dimensión de Formación Docente, Dimensión Tecnológica y Dimensión Curricular por medio de las cuales se aborda los temas relacionados con la formación docente, la MM y el diseño del módulo virtual.

En el Capítulo 3, se hace una descripción del proceso metodológico sustentado en el desarrollo de cuatro fases, anteriormente descritas, para el cumplimiento de los objetivos planteados en este trabajo.

Posteriormente en el Capítulo 4, se presenta una versión escrita de todo el contenido y los temas que se trataron en el módulo conformado por cuatro unidades didácticas que contienen la estructura general conformado por: introducción, resumen, objetivos, contenidos y evaluación. Los temas que tiene cada unidad se describen a continuación:

Unidad 0: *Introducción al Módulo*: Esta unidad tiene como propósito orientar al docente sobre su participación en el módulo, describir los temas, así como también los objetivos, la

justificación y los tipos de evaluación. En otras palabras, aquí se le proporciona una idea general de lo que se va a presentar en el desarrollo de este recurso.

Unidad 1: *La Modelación Matemática*: Se espera profundizar los conocimientos que el profesor posee sobre la MM y proporcionar información que vaya más allá de su definición para lograr una mayor comprensión y apreciación. En esta unidad se tratan temas como la historia del uso de los modelos, las diferentes definiciones que tiene la MM, su utilización para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y las fases que intervienen en el proceso cuando ya es integrado en el aula.

Unidad 2: *Función Lineal y Modelación Matemática*: Se tiene como objetivo tratar la MM desde un tema más específico como es el de la función lineal y así comprender como integrar este proceso en el aula. Al profesor, en esta unidad, se le presentan la historia y evolución del concepto de función, su definición, los errores conceptuales por los que pasan los estudiantes a la hora de aplicar el concepto de función y por último, unas actividades de modelación utilizando el concepto de función lineal.

Unidad 3: *Actividades de Modelación Matemática*: Se proporcionan unas actividades ya sea individuales o colectivas mediadas por la utilización de guías para desarrollarse por medio del Ambiente de Geometría Dinámica Cabri, donde los docentes fortalezcan y evalúen, la información y el conocimiento obtenido a lo largo del módulo, además detectar dificultades que se puedan presentar en su desarrollo.

En el Capítulo 5, se hace una descripción sobre las pautas y directrices que debe cumplir todo curso virtual, relacionado con la formación mediados por herramientas tecnológicas, en este caso en el diseño del módulo virtual descrito en el capítulo dos, por medio de estrategias pedagógicas y lineamientos tecnológicos y gráficos.

Finalmente, se presentan las conclusiones que surgieron al realizar este trabajo de investigación con respecto a la formación docente en MM en la ciudad de Pasto entre las cuales se enfatiza que la cualificación docente también requiere de la ayuda de todas las dependencias y comunidades a cargo del mejoramiento de la educación y no solo es trabajo del profesor ya que según otras investigaciones realizadas dentro y fuera de Colombia sostienen que la escasa formación de los docentes es uno de los factores que obstaculizan la implementación de la MM en la enseñanza de las matemáticas.

Capítulo 1: Aspectos Generales

1.1 Introducción

Este capítulo tiene como objetivo principal presentar los aspectos generales por medio de los cuales se desarrolló el trabajo de investigación, como lo son los antecedentes, tanto el objetivo general como los específicos, la justificación y planteamiento del problema, en particular, con argumentos apoyados en el análisis de encuestas (anexo1) realizadas a un grupo de docentes de tres instituciones públicas de la ciudad de Pasto, cuyas preguntas tienen relación con la integración de la MM dentro de las actividades escolares. En seguida se describe el marco teórico, dividido en cuatro dimensiones: Dimensión Didáctica, Dimensión en Formación, Dimensión Tecnológica y Dimensión Curricular, fundamentadas con investigaciones, revisiones y análisis de referencias bibliográficas. Posteriormente la metodología, con sus respectivas fases, que contribuyeron a alcanzar los objetivos planteados y dar respuesta a la pregunta de investigación planteada.

1.2. Antecedentes

Como el presente trabajo integra tres tópicos de investigación diferentes: Uno relacionado con la formación docente en el área de matemáticas, otro con base en la MM; y por último el diseño de un módulo de aprendizaje virtual, se tuvo en cuenta investigaciones educativas con respecto a los anteriores temas.

1.2.1. La Formación Docente en el área de Matemáticas.

En lo concerniente a la formación docente en el área de matemáticas se consideraron dos documentos, los cuales son reseñados a continuación:

Jiménez (2005)

El objetivo de esta investigación fue indagar sobre el proceso de resignificación y reciprocidad de saberes, ideas y prácticas tanto de profesores de matemáticas como académicos. Esta investigación se centró en el proceso de la educación continua de los profesores de matemáticas en un contexto caracterizado por el trabajo colaborativo entre profesores de educación media y universitaria.

La metodología fue con base en la recolección de información a través de diarios de campo, grabaciones en audio, narrativas, e historia de clase escritas por los propios profesores sobre sus experiencias laborales; razón por la cual en el análisis se tuvo en cuenta los dos tipos de discurso, uno marcado por las experiencias y prácticas de los docentes de Educación Básica y Media y el otro por la teoría y vida académica. En el discurso producido por el grupo de investigación, se hicieron reflexiones sobre las prácticas pedagógicas del área de matemáticas de tal forma que se negociaran acuerdos.

Guacaneme, Obando, Garzón y Villa-Ochoa (2013).

Este informe presenta el panorama sobre antecedentes, estructuras y desarrollo de la formación inicial y continuada de profesores de Matemáticas en Colombia, así como las re-estructuraciones de los currículos en dicha formación desde el campo de la Educación Matemática. Con el fin de incluir en la educación del futuro docente y de los que están en

ejercicio, aspectos relacionados con la integración de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) se propuso un proyecto llamado: *Incorporación de Nuevas Tecnologías al currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media en Colombia*, (Castiblanco, Urquina, Camargo,& Moreno, 2004), donde se muestra interés por parte del Ministerio de Educación Nacional (MEN) y de algunos investigadores para desarrollar las competencias necesarias en la utilización de las TIC.

Con respecto a la formación inicial realizada en el marco de programas de formación profesional que conduce a la titulación como licenciado, en particular la formación del profesor en el área de matemáticas, se menciona la importancia de llevar a cabo una formación intrínsecamente interdisciplinar, por medio de lo cual el docente tenga la capacidad suficiente para cualificar su actividad profesional acorde a diversas condiciones globales y nacionales.

Finalmente, con el propósito de presentar algunos intentos por formar organizaciones y redes de investigación dentro del campo de la Educación Matemática, se hace mención a la producción de trabajos que buscan mejoras en cuanto a los procesos educativos tanto en matemáticas como en otras áreas del conocimiento. En particular, con relación al estudio de la MM, surge en el año 2008 la *Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática (RECOMEN)* a cargo del profesor e investigador Villa-Ochoa con el objetivo de divulgar las investigaciones y artículos relacionados con dicho proceso dentro del aula escolar.

1.2.2. Modelación Matemática.

En cuanto a la MM se consideraron los siguientes artículos tanto en el contexto nacional como internacional.

Williams y Goss (2003).

En el documento se abordó el estado del arte de la modelación en la EM, revelando que la diversidad de opiniones es cada vez mayor y por la cual se distinguen tres enfoques: La enseñanza realista de Freudenthal, el proceso meta cognitivo de Polya y la perspectiva de la Actividad Socio Cognitiva de Vigotsky.

De acuerdo con Polya, se debe tener en cuenta que tanto el proceso de modelación como el de planteamiento y resolución de problemas, deben ser abordados con el fin de posibilitar en los estudiantes un aprendizaje con significado de los conceptos matemáticos. Por lo tanto, la investigación sobre modelación se sustenta en que está guiada por heurísticas que pueden ser aplicadas a problemas reales accesibles.

En cuanto a la perspectiva de Freudenthal llamada “enseñanza realista de las matemáticas”, el contexto es muy importante porque funciona como una fuente del proceso de aprendizaje por lo que las actividades de este enfoque presentan una situación de la vida real y el estudiante matematiza esta situación y la convierte en un modelo y estos a su vez funcionan como puentes para que haya una mejor comprensión de las matemáticas con el propósito de que el conocimiento evolucione.

Por otro lado, para Vygotsky el medio social y la cultura tienen un papel importante en el aprendizaje y en el desarrollo de las personas. La actividad se concibe como un sistema de acciones y operaciones que realiza el sujeto sobre el objeto por medio de un instrumento que le proporciona el medio social, así en este contexto y con estos instrumentos, el sujeto se encuentra en condiciones de asimilar y desarrollar significados para que los adecue a sus necesidades; concibiendo la MM como una especie de actividad social.

Biembengut y Hein (2004)

Este documento fue escrito con base en el desarrollo de una investigación realizada en los años 2000 y 2001 con un grupo de 30 profesores (de bachillerato) dirigida a legitimar, en la enseñanza de las matemáticas en cualquier nivel de escolaridad, un método adaptado al proceso de modelación.

En este documento los autores buscaron hacer una nueva propuesta metodológica para la enseñanza de las matemáticas, partiendo de un tema sobre el cual se formulen preguntas que quieran ser realizadas por medio de herramientas y conceptos matemáticos en específico, donde a partir de los modelos matemáticos se logra desarrollar contenidos del programa, así como también impulsar al estudiante a realizar trabajos de modelación.

Como un ejemplo idóneo para el trabajo de la MM en el aula escolar se realizó la presentación de una actividad que lleva por título: “El alimento balanceado para pollos y su costo mínimo”, mediante el cual se exhibieron una serie de etapas importantes a la hora de integrar este proceso.

Luego se expusieron las ventajas y las posibles desventajas de trabajar la MM como un método de enseñanza con el fin de tenerlas en cuenta al momento de propiciar en el estudiante una mejor comprensión de conceptos matemáticos y desarrollo de habilidades que produzcan una adecuada interacción de las matemáticas con el contexto social, siendo el docente un orientador en el seguimiento del proceso de aprendizaje.

Sin embargo, se hace una importante reflexión: la MM como un método de enseñanza no es una solución final con respecto a las problemáticas de la práctica escolar, sino un avance en cuanto aspectos didácticos que favorezcan y apoyen el proceso de enseñanza, lo cual requiere de un gran y significativo trabajo por parte de la comunidad educativa e investigativa en el campo de la Educación Matemática (EM).

Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio, Osorio y Ocampo (2008)

En este artículo se presentaron algunas reflexiones con respecto a la MM como una estrategia didáctica para construir conceptos matemáticos dentro del aula escolar, el cual contribuyó al desarrollo de una investigación que llevó por nombre: *El proceso de modelación en las aulas escolares del suroeste antioqueño*.

Con respecto a las reflexiones planteadas por los autores, se realizó un contraste en cuanto a dos conceptos importantes, la modelación y modelización, la primera enfocada con un sentido didáctico para el trabajo dentro del aula escolar y la segunda como una actividad científica, que involucra otras ciencias del saber por medio de diversas situaciones. Sin embargo, a través de estas reflexiones el docente pudo analizar la convergencia y divergencia en cuanto a estos dos conceptos dentro de la Educación Matemática y así estar en condiciones de adoptar nuevas

estrategias en dirección a la construcción y apropiación de conceptos matemáticos por parte de los estudiantes.

En cuanto al desarrollo de esta investigación, se realizó un estudio de casos, donde se conocieron las concepciones de los profesores sobre la modelación, permitiendo hacer un contraste en cuanto a ideas planteadas sobre este concepto y las ideas propias de los docentes. Este contraste fue importante en cuanto al análisis y las propias reflexiones sobre integrar la MM en el aula escolar, puesto que por medio de este proceso el docente estuvo en la capacidad de proporcionar una mejor comprensión de conceptos matemáticos a su grupo de estudiantes, con la ayuda de situaciones un poco más cercanas a un mundo “real” favoreciendo así mismo el desarrollo de las potencialidades en las habilidades de lectura, interpretación, resolución de situaciones problemas, con un mayor grado de motivación e interés hacia las matemáticas en su trabajo escolar.

Villa-Ochoa y Ruíz (2009)

Los autores consideran que el docente de matemáticas debe impulsar la elaboración de modelos con el fin de aprender los conceptos de manera significativa para despertar interés en el estudiante cuando aprende y también para que el estudiante pueda establecer y comprender la relación que tiene el estudio de las matemáticas con el contexto en el que crece.

En el artículo se aborda el tema de la resolución de problemas y la MM, como los dos procesos que pueden alcanzar uno de los objetivos trazados por el MEN: desarrollo del pensamiento matemático a partir de experiencias diarias del alumno. En cuanto a la resolución de

problemas, se proporciona algunas orientaciones para ser integrado en el aula escolar, como un proceso que ayuda en la construcción del conocimiento matemático. Basado en algunas investigaciones hechas por comunidades de investigación internacionales como la NCTM (National Council Teacher of Mathematics) de Estados Unidos, el MEN presenta los pasos por los cuales se debe seguir y desarrollar este proceso en la clase de matemáticas.

En cuanto al tema de la MM, menciona la importancia que tiene en la construcción de conceptos matemáticos, como también la definición de modelo y de MM ubicada dentro de la perspectiva realista de Freudenthal; de igual manera están plasmados ejemplos donde se puede trabajar con la MM y en la cual los investigadores encontraron inconsistencias que las explican detalladamente afirmando que estas dificultades surgen al no poder encontrar situaciones de realidad cotidiana para trabajar en el aula.

A pesar de que estos dos procesos son mencionados por el MEN y los sugiere para la incorporación en los currículos de matemáticas, no se proporciona una diferencia o semejanza entre ellos, en este sentido este documento describe algunos criterios que distinguen la integración del proceso de modelación con la de resolución de problemas en cuanto el contexto, los argumentos y los objetivos.

Biembengut y Biembengut (2011)

En este artículo, en el cual se presentan los principales resultados de un proyecto de investigación, cuyos datos fueron obtenidos a partir de la puesta en práctica de un curso a distancia de MM para docentes y estudiantes en formación. Se planteó como uno de los objetivos

principales, el comprender las limitaciones y posibilidades que un curso a distancia ofreció con relación a la MM, desde un sentido educativo.

Para la metodología de esta investigación se tuvo en cuenta la bibliografía sobre formación docente y los conocimientos empíricos de un grupo de 29 profesores de matemáticas. El curso se desarrolló en cuatro fases; en la primera fase Matemáticas y lenguaje, diseñada para despertar en los participantes un espíritu investigativo, con el manejo de dos actividades planteadas donde se hizo necesaria la puesta en práctica de conocimientos matemáticos de poca dificultad por parte de los participantes. En la segunda fase, se trabajó los modelos matemáticos clásicos, en la cual se puso en práctica conceptos relacionados con el cálculo diferencial e integral, temas que conforman el proceso de formación docente en este curso. La tercera fase fue sobre la MM, donde el docente o participante hizo parte de un trabajo colaborativo en el que diseñó un modelo matemático, con base en un tema de interés. Por último, en la cuarta fase: que trató sobre la integración de la MM y que como su nombre lo indica, tiene como objetivo el integrar el trabajo realizado en el desarrollo del curso, enfocados al proceso de modelación y enseñanza.

Finalmente, los investigadores delimitaron dos indicadores de dificultad de los participantes: uno con relación a la formación docente y otro a la necesidad de la formación docente, argumentando cada una de ellas e invitando a la comunidad docente a emprender nuevos métodos y nuevas bases teóricas en el aula, con relación al progreso de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

1.2.3. Diseño de un módulo de aprendizaje virtual.

Para el diseño y elaboración de un módulo de aprendizaje virtual se tuvieron en cuenta las siguientes tres investigaciones:

Area-Moreira (2002).

Los autores expusieron ideas relacionadas con el concepto de módulo electrónico, las características que este mismo debe cumplir para su diseño, el objetivo para lo cual se los utiliza y la descripción específica de los pasos mediante los cuales se desarrolla su elaboración, involucrando distintas herramientas informáticas para cumplir con un diseño online.

Teniendo en cuenta que uno de los objetivos desarrollados en el presente trabajo final, es el diseño de un módulo virtual, se adoptó las pautas e ideas descritas en este documento en cuanto al diseño de módulos electrónicos para la formación docente.

Cabe resaltar que, dentro de la elaboración de un material didáctico electrónico, el proceso descrito consta de tres fases: *Planificación*, donde se crea una primera versión de lo que es el material didáctico; *Desarrollo o puesta en práctica*, en la cual se pretende detectar fallos y potencialidades de la primera versión y finalmente *La revisión y actualización* con un carácter evaluativo.

Los pasos que permiten el diseño del material didáctico, son factibles en el momento de desarrollar los procesos de enseñanza y aprendizaje, por la comodidad y las características que estos mismos presentan y tiene que ver principalmente con:

- Analizar la importancia del por qué y para qué de la elaboración del material.

- Identificar las características y potenciales de la audiencia o el usuario en cuanto al material.
- Establecer una estructura general.
- Desarrollar los componentes didácticos del módulo.
- Diseñar el formato de presentación.
- Elaborar y diseñar cada una de las páginas que incluye el material.
- Hacer una comprobación en navegadores de la versión que se ha realizado.
- Realizar una prueba piloto del material didáctico
- Finalmente hacer la publicación del módulo en internet.

En esta misma dirección los autores describen la importancia del diseño de nuevas estrategias metodológicas en cuanto al tema de la educación, permitiendo así responder a exigencias relacionadas con el uso de nuevas herramientas tecnológicas, por parte del docente como de los estudiantes.

España (2010).

Trabajo de investigación desarrollado en la Universidad de Nariño, en el cual se tuvo como objetivo principal diseñar un módulo de aprendizaje virtual dirigido a la comunidad docente, en Matemáticas y Tecnologías, sobre el tema de las cónicas como objetos geométricos mediados por la utilización de la plataforma Moodle y el Ambiente de Geometría Dinámica Cabri. El objetivo fue llevar a cabo una adecuada formación en la enseñanza de las Cónicas con la integración de las TIC en el aula escolar.

La investigación se desarrolló bajo la luz de los recursos pedagógicos vivientes, entendidos desde una concepción colaborativa como un material didáctico que evoluciona en función de las

necesidades por parte de las comunidades donde se lleva acabo su producción y utilización. Estuvo respaldada desde los aportes de la Didáctica de las Matemáticas, en cuatro dimensiones de análisis: La dimensión epistemológica, la dimensión cognitiva, la dimensión didáctica y la dimensión instrumental.

Por medio de este trabajo el autor realizó una clara y amplia descripción en cuanto a la metodología para el diseño de módulo de aprendizaje, teniendo en cuenta sus respectivos elementos y las características, el contenido y las actividades que conforman el módulo, de igual manera aportó revisiones bibliográficas, que sostienen la integración de las TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, posibilitando al usuario herramientas conceptuales pertinentes al momento de impartir su uso en el desarrollo profesional.

Cabe resaltar que el trabajo de España (2010) proporcionó un significativo aporte en la actual investigación y se constituyó en una guía para el diseño y desarrollo del módulo de formación docente en MM puesto que este fue uno de los objetivos principales de este trabajo.

Villa-Ochoa y Jaramillo (2011).

El documento trata sobre un proyecto de investigación que se desarrolló por medio del método de estudio de casos, sobre las situaciones reales en la construcción de modelos por parte de los estudiantes; permitiendo observar y analizar el desempeño de cuatro docentes de matemáticas, que trabajaron en diferentes grados de escolaridad, sobre los contenidos de las matemáticas escolares y en particular, sobre la forma como reconocen la importancia de la modelación en el aprendizaje de las matemáticas y cuáles fueron sus creencias al implementar

este proceso en el aula. Las entrevistas, las encuestas y las observaciones hechas directamente permitieron determinar que los docentes carecen de un sentido de la realidad al trabajar con la MM en la clase de matemáticas.

En la investigación se mencionó acerca del sentido de la realidad, presentado por Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio, Osorio y Ocampo (2008) y que trata sobre la sensibilidad que debe tener un maestro hacia la realidad que no solo incluye elementos racionales del conocimiento que tenga el docente sino la capacidad para descubrir situaciones que ayuden con el conocimiento de los estudiantes. El término “sentido de la realidad” surge cuando los maestros buscan situaciones que les permitan establecer una conexión de las matemáticas con la realidad, pero en la mayoría de los casos éstas situaciones son realidades inventadas, manipuladas y falsas.

Entre las conclusiones expuestas en este artículo se considera que, a pesar de que los profesores reconocen que hay matemáticas en todas partes y se las aplica en otras ciencias, ellos no han aprendido a cómo integrarlas aún ya que hay realidades que los profesores proponen en clase pero estas no son accesibles para los estudiantes, dificultando la integración del proceso de modelación. El “sentido de la realidad” debe promover la ejecución de realidades cercanas a la vida diaria del contexto sociocultural de los estudiantes.

1.3 Justificación y Planteamiento del Problema

El rechazo a una enseñanza tradicional y mecanicista de las matemáticas, la poca claridad de las contribuciones que tiene en la vida social y la falta de capacidad por parte de los estudiantes para aplicar el conocimiento aprendido en un contexto diferente al escolar (Camarera, 2011), ha generado una demanda por proponer nuevas estrategias y metodologías dentro del campo de la Educación Matemática, para ser puestas en práctica en el momento de desarrollar el pensamiento matemático en los estudiantes.

De acuerdo con las Pruebas PISA (OECD, 2010) del año 2009, la mayoría de los estudiantes colombianos, solo pudieron utilizar sus habilidades y competencias matemáticas alrededor de usos de algoritmos, fórmulas, comparación y ejercitación de procedimientos matemáticos elementales, dejando de lado otros procesos generales e importantes para el desarrollo del pensamiento matemático, tal y como lo señala los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) y los Estándares Curriculares en Matemáticas (MEN, 2006) por ejemplo, estos estudiantes respondieron preguntas relacionadas con contextos matemáticos conocidos e información presentada de manera explícita. Sin embargo, (Keitel, 2004) señala que el aprendizaje en los estudiantes no solo debe fomentarse en un solo tipo de proceso, sino que la comprensión debe llevarse a cabo en diferentes contextos matematizados que vayan más allá de los conocimientos matemáticos básicos.

Particularmente en Colombia, el MEN (1998) propuso que el desarrollo del pensamiento matemático se debe llevar a cabo mediante cinco procesos a saber: El razonamiento, la

resolución y planteamiento de problemas, la modelación, la comunicación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. De estos cinco procesos, la MM dentro del campo de la Educación ha venido siendo una fuente de reflexión para llevar a cabo el desarrollo de investigaciones encaminadas en la propuesta del diseño de metodologías y estrategias necesarias que fortalezcan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, con relación al entorno escolar, social y cultural involucrados dentro de la formación del ser humano.

Para lograr este objetivo es importante estudiar y analizar cuestiones concernientes a la formación docente con relación al proceso de MM, ya que juega un papel importante en el desarrollo del pensamiento matemático acompañado de otros procesos, donde el estudiante puede producir conocimientos y profundizar en distintos contextos de su vida diaria. Es decir, la EM apoyada en la modelación puede responder a nuevas demandas globales y nacionales que tomen en cuenta el conocimiento y habilidades en cuanto a las matemáticas.

La MM como una actividad científica se puede encargar de construir y aplicar modelos, mediante los cuales se expliquen fenómenos y en consecuencia, se de paso a la solución de problemas, permitiendo el avance de la ciencia en general.

Por otra parte, el MEN a través de la Ley General de Educación y las políticas de formación docente define a la profesión de educador de la siguiente manera: “El educador es el orientador en los establecimientos educativos, de un proceso de formación, enseñanza y aprendizaje de los educandos, acorde con las expectativas sociales, culturales, éticas y morales de la familia y la sociedad” (MEN, 2012, p.58).

También se proporciona un concepto sobre lo que es la formación docente:

La formación de docentes como un conjunto de procesos y estrategias orientados al desarrollo profesional del docente, para cualificar la calidad de su desempeño como profesional de la educación que lidera los procesos de enseñanza-aprendizaje y de gestión y transformación educativa, en todos los niveles de la educación. (MEN, 2012, p.59)

Y se mencionan las finalidades que tiene la formación de docentes, entre ellas:

- Formar un educador de la más alta calidad científica y ética.
- Fortalecer la investigación en el campo pedagógico y en el saber específico.

A razón de ello, se observa cómo el MEN establece la importancia que tiene el rol del profesor en las instituciones educativas y la formación de docentes como un plan y una estrategia de mejoramiento en la calidad de la educación en Colombia. En particular dentro del campo de la EM y el tema de la MM, el docente como uno de los responsables de los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula debe saber cómo modelar matemáticamente en temas de su área de conocimiento, así como el adaptar su potencial disciplinario en las ciencias del saber y en consecuencia con su práctica profesional.

En unión a lo anteriormente expuesto, es fundamental tener en cuenta que la evolución tecnológica en el campo de la EM ha impulsado el proceso de elaboración de recursos y materiales didácticos como una estrategia adecuada para el desempeño de la comunidad docente;

y en este mismo sentido, se busca configurar una estrategia modular para docentes de matemáticas con relación al proceso de MM, teniendo de ante mano un estudio acerca de la definición y práctica de este proceso por parte los docentes de la ciudad de Pasto.

Además como una justificación clara y concisa para enfocar este trabajo de investigación en la formación docente, particularmente de la MM desde un sentido práctico y educativo, se presenta un análisis estadístico con base en una encuesta(anexo 1) dirigida a doce docentes de tres instituciones oficiales de la ciudad de Pasto, los cuales son docentes en ejercicio estrictamente del área de matemáticas todo esto con el propósito de obtener una información actualizada sobre las concepciones que tienen en torno a la MM, desde su práctica escolar.

1.3.1 Análisis estadístico de la encuesta.

Con el propósito de presentar evidencias acerca de la formación docente alrededor de la MM en Pasto y resaltando la importancia y necesidad de que exista un curso de formación para docentes, se presenta el análisis y tratamiento estadístico de las encuestas que se realizaron con la siguiente estructura.

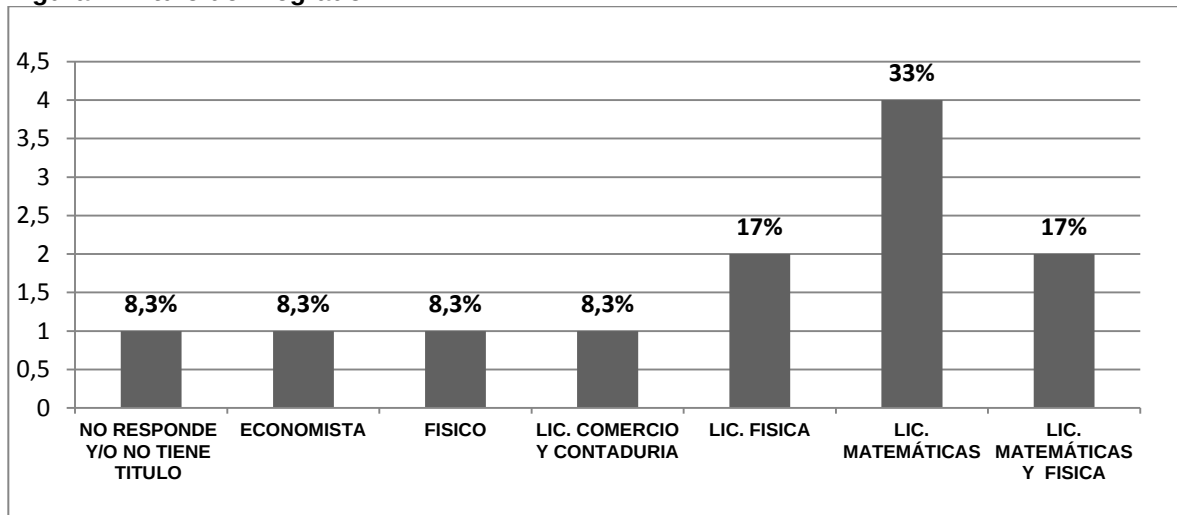
- **Título.** Tiene como propósito orientar e informar al docente sobre qué tema se quiere investigar.
- **Objetivo.** Se le explica al docente lo que se quiere conocer mediante aplicación de la encuesta.
- **Aspectos laborales y Académicos del docente.** Este espacio está diseñado para conocer sobre la experiencia que ha tenido el docente a lo largo de su trabajo, con respecto a su formación académica.

- **Cuestionario.** Parte esencial de la encuesta que consta de cinco preguntas de tipos abiertas y cerradas, mediante las cuales se permita obtener la información necesaria para identificar aspectos concernientes que tienen los docentes en cuanto a la MM y a su formación académica. ver anexo 1

A continuación, se presenta el análisis estadístico con relación a cada una de las preguntas expuestas en la encuesta (anexo 1), con excepción de dos ítems: Categoría y tipo de vinculación, relacionados con los aspectos laborales y académicos, ya que los docentes encuestados no proporcionaron la información solicitada.

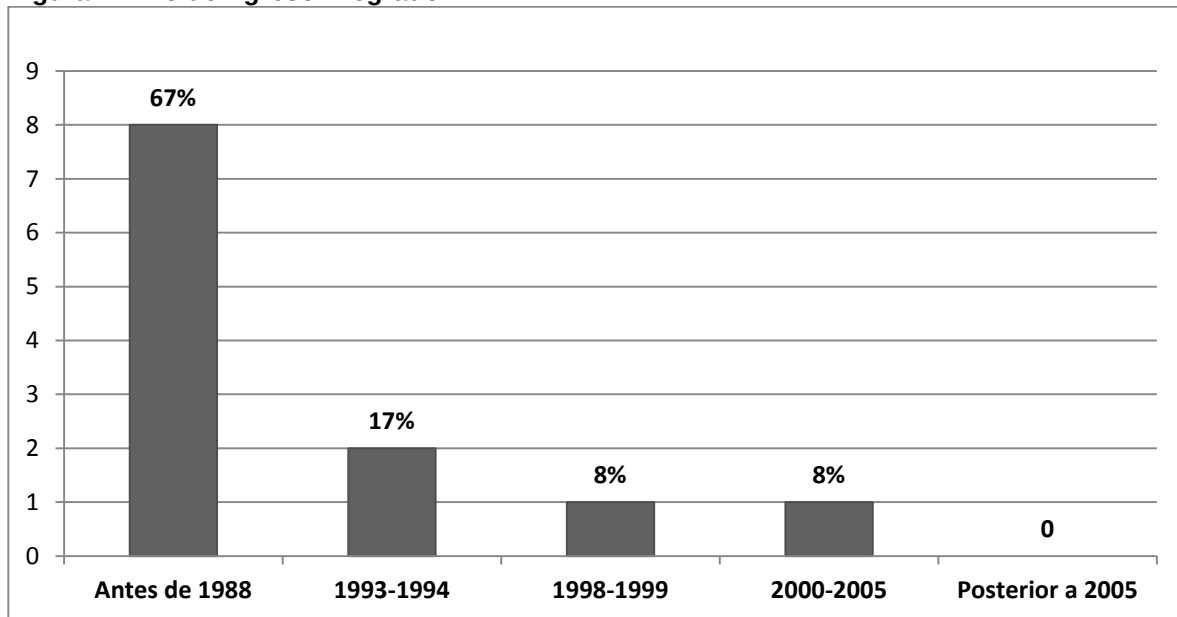
Tratamiento Estadístico

Figura 1: Título de Pregrado.



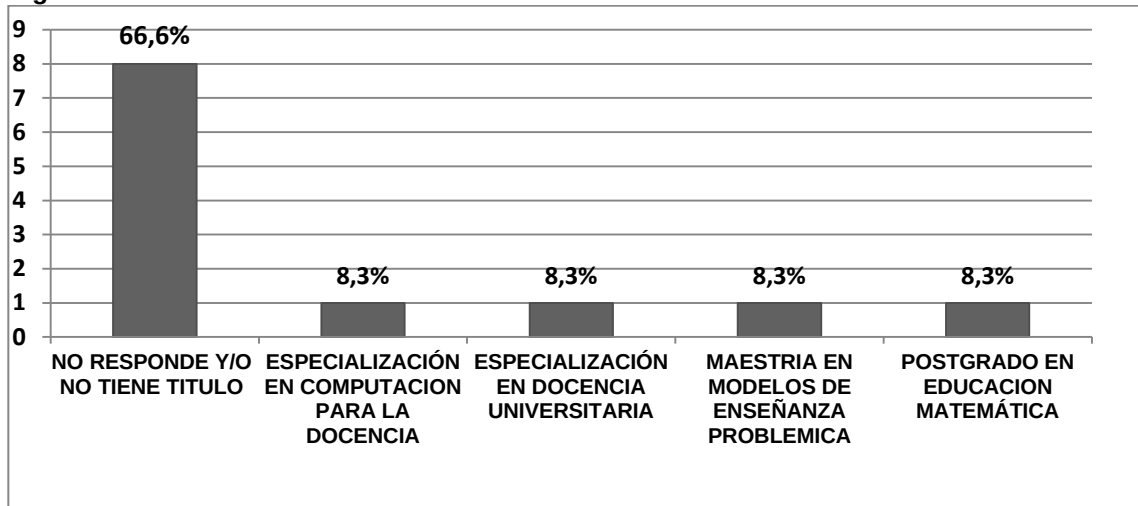
Análisis: De los docentes encuestados se observa que en la práctica académica hay una cantidad significativa de profesionales fuera del área de licenciatura en matemáticas que laboran como docentes de esta disciplina en instituciones educativas, y que posiblemente no cuentan con una acertada formación pedagógica.

Figura 2: Año de Egreso Pregrado.



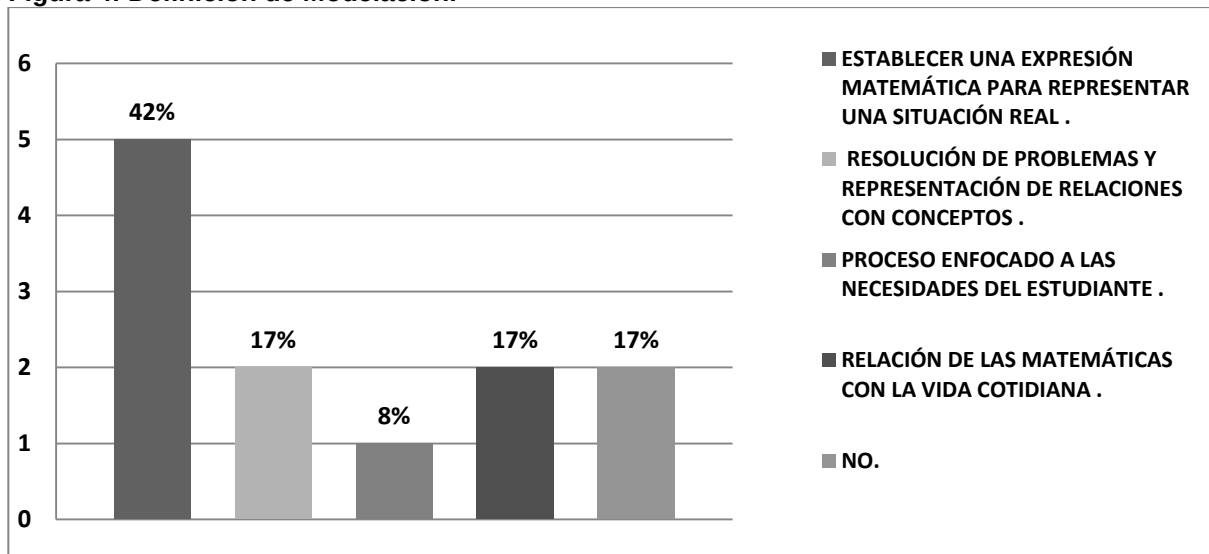
Análisis: A partir de los datos se infiere que la mayor parte (aproximadamente el 90%) de los docentes encuestados que actualmente están trabajando en estas instituciones públicas obtuvieron su título antes del cambio curricular impuesto por el MEN lo cual pudo conllevar a una desactualización en la formación pedagógica.

Figura 3: Otros Estudios.



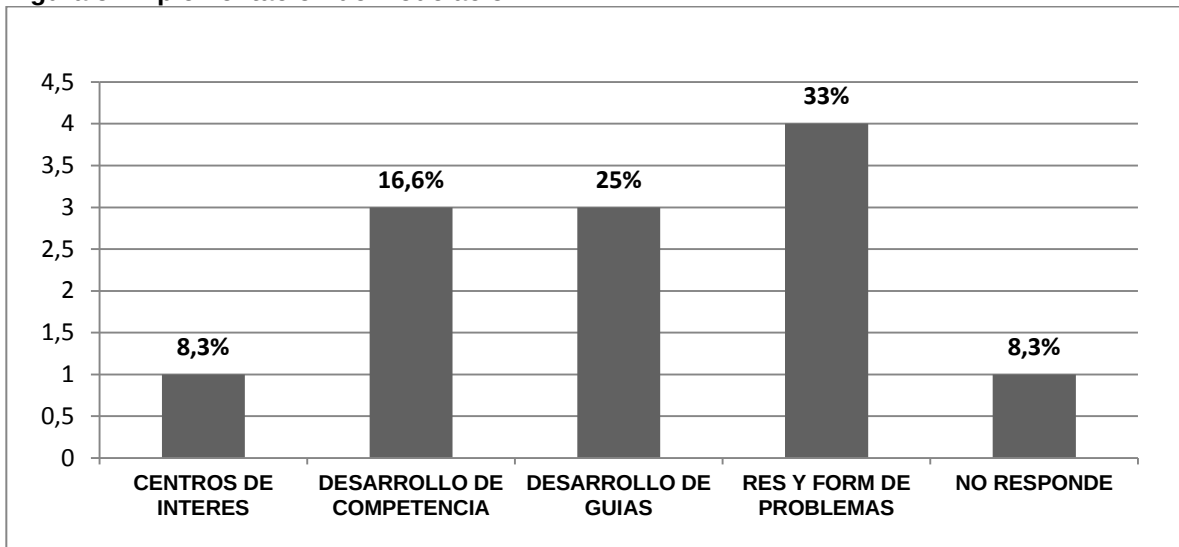
Análisis: Un porcentaje significativo de los docentes encuestados no respondió a la pregunta con relación a otros estudios realizados, con lo cual se supone que no quieren dar a conocer sobre su cualificación en formación o simplemente no poseen un título que vaya más allá de su formación de pregrado.

Figura 4: Definición de Modelación.



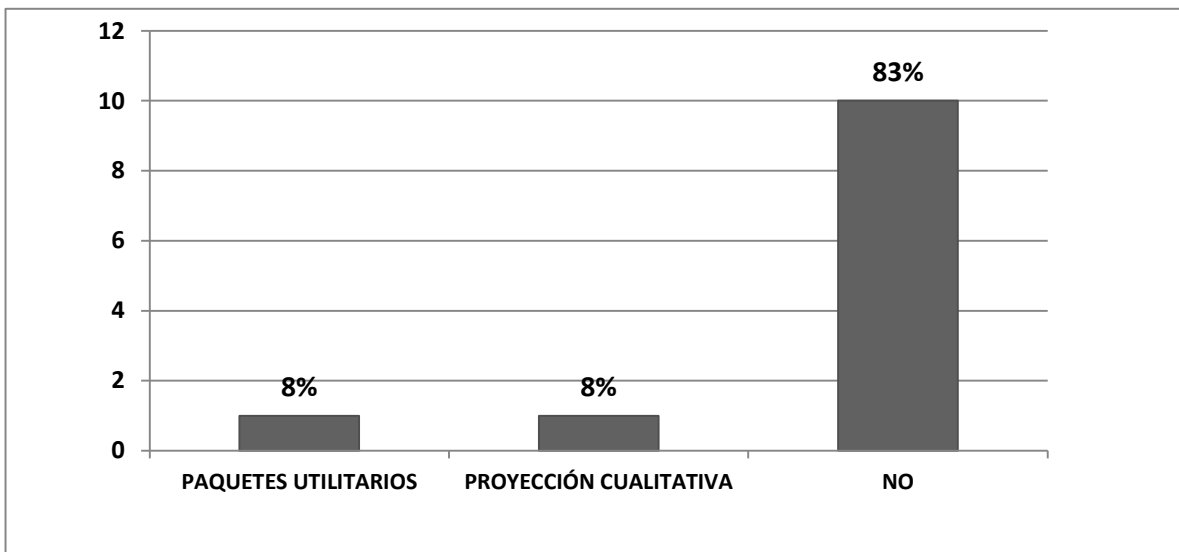
Análisis: Aproximadamente el 42% de los docentes encuestados concuerdan que la modelación consiste *establecer una expresión matemática para representar una situación real*.

Figura 5: Implementación de Modelación.



Análisis: Con base en este resultado, se puede observar que los docentes confunden el proceso de la MM con la formulación y resolución de problemas llevando a cabo procedimientos y algoritmos matemáticos para ser memorizados por el estudiante, todo esto partiendo de situaciones problemas las cuales pueden ser expuestas en guías de trabajo.

Figura 6: Cualificación Docente.



Análisis: Se puede apreciar que el 83% de los docentes encuestados en la ciudad de Pasto no han realizado cursos de cualificación docente donde se abarque el tema de modelación y los docentes que han realizado cursos de cualificación sobre modelación no lo han hecho desde una perspectiva educativa para ser integrada en el contexto escolar.

1.3.2 Conclusiones generales de la encuesta.

En los datos se puede observar que del total de docentes encuestados solo el 50% tienen título de Lic. en Matemáticas los cuales hacen de la MM desde dos perspectivas, una como el proceso desde un sentido pragmático y otra orientada en las habilidades de los estudiantes. A si mismo se puede observar que dentro del campo profesional de la educación hay docentes en ejercicio del área de matemáticas que no cuentan con una misma formación pedagógica y curricular del Licenciado en Matemáticas, lo cual puede repercutir en el desconocimiento y desatención en cuanto a contenidos didácticos y curriculares que hacen parte de la formación en la modelación.

Acerca de la cualificación y profundización de los encuestados, se puede inferir una desatención y limitada formación en la línea del campo de la educación, lo cual afecta directamente en aspectos relacionados con los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, como caso particular los docentes encuestados si consideran importante trabajar la MM en el aula escolar, aunque las apropiaciones que estos mismos tienen con respecto al tema de modelación es muy escaso, independientemente del título de pregrado que poseen, es decir, hay un déficit en la formación docente alrededor de la MM.

A razón de los anteriores resultados estadísticos, se manifiesta la necesidad de diseñar una propuesta didáctica dirigida a la comunidad docente a favor de contribuir y mejorar su desempeño en cuanto al estudio y enseñanza de conceptos matemáticos, con respecto al proceso de la MM particularmente dentro de estos conceptos, el de *función lineal*

Por tal motivo surge la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo diseñar un recurso pedagógico viviente con relación al proceso de modelación matemática y el concepto de función lineal, encaminada a la formación docente?

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general.

Fundamentar el diseño de un módulo de aprendizaje sobre MM a la luz de la teoría de los *recursos pedagógicos vivientes* (Guin & Trouche, 2007), en el marco del proceso de formación docente de educación media en TIC en EM con la mediación del Moodle y Cabri.

1.4.2 Objetivos específicos.

1. Desarrollar cuatro unidades didácticas del módulo de aprendizaje alrededor del saber matemático *función lineal* y con base en el proceso de MM.
2. Elaborar una estrategia didáctica que permita integrar el módulo al Campus Virtual (Moodle) de la Universidad de Nariño como mediador de aprendizaje.
3. Diseñar y producir cuatro fichas de estado del recurso pedagógico: Ficha del estudiante, Ficha del profesor, Ficha de identificación y Ficha técnica, integrando el Ambiente de Geometría Dinámica Cabri.

Capítulo2: Marco Teórico

2.1 Introducción

En este capítulo, se presentan cuatro dimensiones de análisis para el desarrollo y ejecución del módulo. Estas se componen de la siguiente manera: Dimensión Didáctica, Dimensión de Formación Docente, Dimensión Tecnológica y Dimensión Curricular.

En la Dimensión Didáctica, se aborda particularmente el artículo de Pepin, Gueudet, y Trouche (2013) el cual trata sobre la génesis documental como una extensión de la génesis instrumental; se cita la definición de los recursos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas propuesta por estos autores, la importancia del trabajo en colaboración entre profesores y las influencias que tienen estas relaciones en la aceptación o rechazo de un recurso, como por ejemplo los libros de texto o los software.

En la Dimensión de Formación Docente, se hace énfasis en cuanto a la importancia de dirigir proyectos y ciertas estrategias que apoyen el buen desempeño profesional de los docentes, en dirección al desarrollo de una educación de calidad. Así mismo se presentan algunos recursos para la formación docente, con relación al uso de nuevas herramientas tecnológicas, sustentados por directrices académicas y el MEN.

Teniendo en cuenta que este trabajo final incluye como objetivo general elaborar un módulo de formación en la Dimensión Tecnológica, se abordan aspectos más amplios sobre los materiales didácticos tecnológicos como los de multimedia, las plataformas de aprendizaje E-learning y B-learning, los aportes que tienen estos recursos en el progreso de la educación, el

papel que desempeña el docente cuando prepara su clase con el uso de estos artefactos y el papel del estudiante al trabajar con estas herramientas de aprendizaje.

La Dimensión Curricular trata principalmente sobre el tema de la MM con relación a la formación docente, teniendo en cuenta investigaciones que se han realizado acerca de este proceso, más aun sobre la necesidad de diseñar estrategias que permitan hacer uso e integración de la MM en la clase de matemáticas, rescatando el valor por enseñar conceptos matemáticos útiles y significativos en la vida del ser humano.

Cabe mencionar que dentro de las distintas perspectivas de la modelación (Kaiser & Schward, 2006) este trabajo se enfoca en cuanto a una perspectiva en particular llamada, perspectiva educativa, con el fin de involucrar los objetivos planteados, teniendo en cuenta los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

2.2 Dimensión didáctica.

2.2.1 Definición de recursos en la enseñanza de las matemáticas.

El concepto de recurso dentro del campo de la Educación Matemática se ha venido ampliando convencionalmente con relación a la gran variedad y combinación de recursos tradicionales integrados a nuevas herramientas informáticas, generando un gran impacto en el proceso de aprendizaje dentro y fuera del contexto escolar.

En este trabajo se tomará en cuenta la perspectiva de Pepin et al.(2013), sobre la definición del concepto de recurso en la enseñanza de las matemáticas. Por ejemplo:

Los recursos son desarrollados y utilizados por los profesores (y alumnos) en su interacción con las matemáticas para la enseñanza y el aprendizaje, dentro y fuera del aula. Los recursos son esenciales para los profesores de matemáticas, se utilizan diferentes tipos de recursos que forman el contenido matemático presentado y utilizado por los alumnos en su aprendizaje de las matemáticas. Por otra parte, en cuanto a la apropiación de los recursos, los maestros los adaptan a sus necesidades y costumbres. Este proceso de "diseño" e interpretación de los recursos continúa 'en uso', por lo tanto la transformación es vista aquí como "diseño en uso". (p. 929)

Es importante mencionar que el proceso de diseño de recursos para los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas requiere un amplio trabajo de investigación con enfoques teóricos que permitan integrar trabajos desarrollados y producidos por comunidades educativas. Esta idea por llevar a cabo una integración en cuanto a ideas desarrolladas por distintas redes y comunidades permite proponer un nuevo enfoque de estudio llamada *perspectiva colectiva*, con respecto al diseño e integración de recursos en el desarrollo profesional, según Pepin et al.(2013).

Para esta nueva perspectiva de investigación, la revisión bibliográfica tiene relación con interrogantes por medio de los cuales se pueda estudiar la interacción y trabajo de los docentes con los recursos y las implicaciones directas o indirectas de estos mismos en su desarrollo académico y profesional. El trabajo de investigación requiere la participación de docentes, formadores de docentes e instituciones tanto educativas como políticas, donde se ponga de manifiesto el diseño de nuevos recursos, su puesta en práctica y la retroalimentación de estos

mismos como impacto en la educación, haciendo un llamado al apoyo y mejoramiento de la calidad de la enseñanza de las matemáticas.

Siguiendo las anteriores ideas, en la formación de docentes en cuanto al diseño de nuevas propuestas metodológicas dirigidas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, el currículo juega un papel importante, puesto que el docente debe contar con los conocimientos suficientes para examinar, evaluar y poner en acto un recurso ya diseñado, así mismo hacer uso de distintas herramientas con un sentido educativo y didáctico, permitiendo sustituir un artefacto cualquiera por un recurso con fines propiamente educativos. Esto último con relación a la *génesis documental*, en donde Remillard (2005) hace énfasis en cómo se forman los recursos y como estos mismos forman a los docentes, extendiendo un poco más las ideas de Rabardel (2005) con la *génesis instrumental*.

Actualmente el alumno, en su vida cotidiana, está rodeado de diversos materiales tecnológicos, permitiéndose un continuo uso y manejo de estos mismos, siendo así una oportunidad para tener ventaja en cuanto a la exploración y contacto con herramientas guiadas por el mismo docente en pro de la enseñanza de las matemáticas mediante el uso de las TIC permitiendo así la posibilidad de comprender los conceptos matemáticos de forma significativa para el estudiante. Por tal razón, es de esencial importancia que los docentes instrumentalicen las TIC, para así tener la formación adecuada en cuanto al desafío por involucrar estos recursos tecnológicos ya sea rediseñando sus lecciones y clases o creando unas nuevas tareas y estrategias en su trabajo como educador de las matemáticas.

2.2.2 Libros de textos y software

De acuerdo con Pepin et al. (2013), muchas investigaciones se han centrado en las interacciones del profesor con el libro de texto y otras sobre las interacciones del alumno con los recursos tecnológicos como herramientas para el aprendizaje de las matemáticas, pero se descuidó el papel que tiene el docente con la tecnología en el aula de matemáticas. Sin embargo, en los últimos 10 años, esta relación entre el maestro y tecnología, se ha transformado en objeto de estudio en la EM.

Las investigaciones relacionadas con los libros de texto por lo general utilizan el término de adopción ya que los maestros usan el libro de texto pero pueden rechazar o aceptar este recurso, este hecho puede responder de acuerdo a las creencias y prácticas del docente o porque el nuevo libro no corresponde con los objetivos que el docente quiere alcanzar en el aula con sus alumnos o no están de acuerdo con la secuencia en la que el libro sugiere desarrollar un contenido. En cuanto a las investigaciones al integrar las TIC, emplean la noción de “integración”. Sin embargo, el desafío de “integrar” los recursos tecnológicos en el aula no tiene que ver solamente con las características del software sino también con las dificultades técnicas que el profesor tiene al manipular el recurso tecnológico y con la forma de hacer pensar a los estudiantes con estos instrumentos.

La similitud que tienen los libros y el software es que la aprobación o el rechazo está ligado a los puntos de vista de los profesores de matemáticas y la principal razón para elegir un recurso en la enseñanza es con las experiencias que hayan tenido sus compañeros de trabajo al ser ejecutado este mismo. Estas interacciones de los docentes con dicho recurso son muy

convenientes para el desarrollo profesional puesto que se pueden discutir las lecciones que se diseñaron con anterioridad, además se deben llevar a cabo en un ambiente educativo ya que es de gran importancia para que haya una apropiación.

2.2.3 Aprendizaje colectivo.

Los recursos tecnológicos pueden jugar un papel importante como medio para el trabajo colectivo de los profesores: Plataformas, wikis y otras herramientas. En términos de trabajo colaborativo, las TIC ofrecen diversas herramientas de comunicaciones que pueden servir como oportunidades para la colaboración en el aprendizaje del docente por tanto, nuevos recursos ofrecen nuevas vías para el trabajo colectivo. Además, los avances en las nuevas tecnologías han influenciado en que existan nuevas modalidades de programas para la formación docente.

Por último, es de vital importancia que la capacitación de docentes no se limite a un pequeño número de maestros para que después ellos entrenen a otros maestros puesto que según Pepin et al. (2013) estas etapas sucesivas de formación conducen a una incomprensión y transición de ideas equivocadas.

El diseño y la integración de recursos pedagógicos en la enseñanza de las matemáticas, necesita sin duda alguna cualificación permanente en la formación de profesores, de forma particular, con relación al desarrollo de ambientes computacionales como herramientas de aprendizaje que vayan de la mano con aspectos que evolucionan en la sociedad. Con el propósito de realizarse una renovación de las prácticas profesionales, la integración de las TIC en el currículo de matemáticas ha transcurrido de forma más significativa en los últimos años,

mostrando la importancia de mantener una buena formación para el trabajo en un entorno escolar.

Como una aproximación a la concepción de un recurso pedagógico (Guin & Trouche, 2007) presentan dos enfoques: Uno relacionado con la idea de ser un material didáctico reutilizable, que se estructura con la suficiente documentación sobre un ambiente tecnológico en específico, así mismo como un material adaptable al trabajo que busque desarrollar el docente, favoreciendo el enriquecimiento y actualización del mismo frente a una comunidad educativa.

El proceso evolutivo del recurso pedagógico consta de tres etapas:

- **Fase del diseño:** Diseño del desarrollo preliminar del recurso.
- **Fase experimental:** Consiste en circular el recurso entre los profesores para llevar a cabo una experimentación, donde se analicen falencias.
- **Fase operatoria:** Donde los profesores utilizan el recurso en prácticas reales con alumnos y después de algún tiempo se da una revisión y actualización del recurso.

Al tener realizada la respectiva revisión y modificación del diseño, se vuelve a la fase experimental y operatoria y así sucesivamente sin tener un límite de repetición.

La elaboración de recursos pedagógicos vivientes se fundamenta en un proceso que consta de tres dimensiones (Guin & Trouche, 2007):

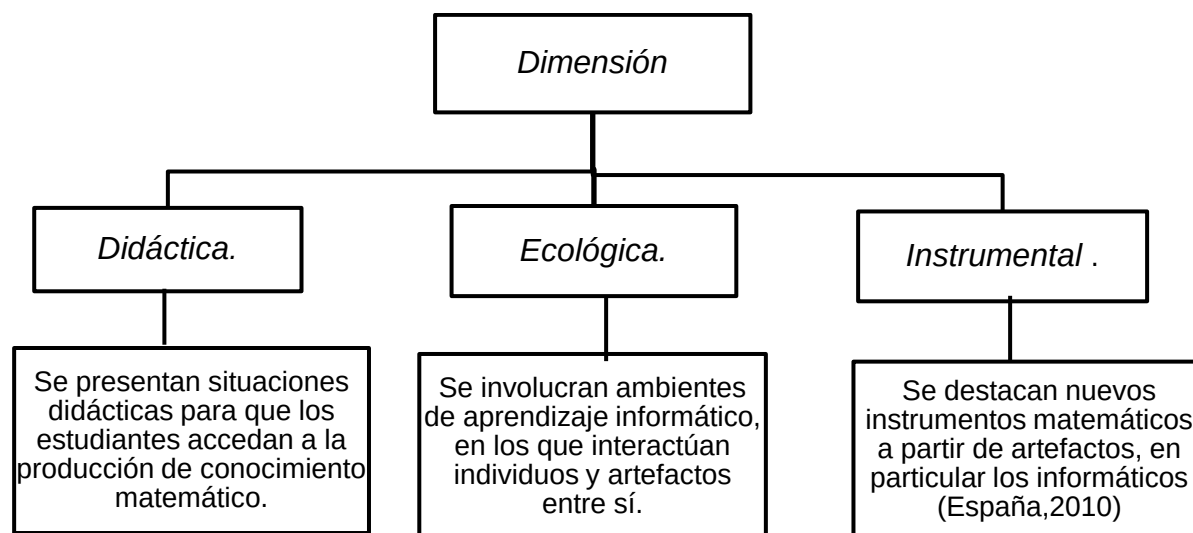


Figura 7: Dimensiones de los Recursos Pedagógicos.

Un recurso pedagógico (Guin & Trouche, 2007) se compone de distintos elementos, entre los cuales están: La ficha de identificación, ficha del estudiante, ficha del profesor, el escenario del uso, el informe de experimentación y la ficha técnica.

Por lo tanto, la elaboración de un “recurso pedagógico viviente” es un proceso continuo de mejoramiento, en tanto que docentes e investigadores se preocupan por mejorar cada una de las fichas diseñadas y en este trabajo se busca realizar la primera fase, asociada al diseño de un módulo virtual de aprendizaje, con el desarrollo de cuatro fichas (anexo 2),

1. **Ficha de identificación:** Presentación del contenido del material.
2. **Ficha técnica.** Facilitación técnica del recurso para la apropiación por parte del usuario.
3. **Ficha del profesor.** Presenta antecedentes, ideas respecto al material, apoyando la apropiación del recurso por parte del profesor.
4. **Ficha del estudiante:** Con el fin de orientar la actividad del alumno.

El modelo que orienta el diseño de un material didáctico que integra herramientas informáticas se sustenta con base en dos ideas principales:

- La intuición de nuevas formas de colaboración entre todos los participantes del proceso, directores, técnicos , formadores y profesores novicios, con el fin de constituir comunidades de práctica (Wenger, 1998).
- La concepción colaborativa de recursos pedagógicos vivientes, es decir de aquellos materiales que evolucionan con base en las necesidades de los participantes y diseñadores que llevan a cabo su uso.

2.3 Dimensión en formación.

2.3.1 Formación docente en modelación matemática.

La implementación de la MM en las aulas de clase tiene como propósito alcanzar objetivos que con el método de enseñanza tradicional no parecen alcanzarse, como por ejemplo la participación del estudiante en la clase y la transferencia de aprendizaje. Este cambio hace parte de la estrategia para mejorar la EM en muchos países incluyendo Colombia.

Sin embargo, los cambios en los procesos educativos requieren de la ayuda imprescindible de los profesores puesto que están directamente involucrados con las instituciones educativas y por ende, son los principales agentes encargados de llevar a cabo estas mejoras; de no ser así el proceso educativo se ve frenado y no es posible obtener los resultados esperados de estas nuevas propuestas.

Por tal razón, es de esencial importancia que si el MEN plantea desarrollar el pensamiento matemático por medio de cinco procesos entre ellos el de la modelación, se debe estar en correspondencia con cursos de formación continua de docentes que los oriente y brinde directrices, tanto a los que llevan ejerciendo la profesión por muchos años, como a los nuevos profesores para así poner en marcha los nuevos cambios.

Este cambio también requiere el interés de los profesores para ayudar a mejorar la calidad de educación en el país, en las aulas de clase y más específicamente en el área de matemáticas.

2.3.2 Recursos y materiales didácticos en línea para la formación docente.

La calidad de los docentes, con respecto a su formación y actualización en cuanto al campo profesional de forma permanente es un factor fundamental para lograr una educación de calidad.

Actualmente con el apoyo del gobierno y el estado, el campo de la educación ofrece distintas políticas mediante las cuales el docente puede llevar a cabo una formación pertinente y acorde a las exigencias sociales, económicas y educativas dentro de una comunidad, logrando así corregir progresivamente situaciones enfrentadas a la escasa formación docente en distintos temas del saber.

El desarrollo y la puesta en práctica de estas políticas, asocia el diseño de una estrategia integral sistemática, que hoy en día promueve realizar una capacitación con una función propiciadora en el uso de las TIC.

Las TIC, posibilitan nuevas formas de organizar y suministrar información, por lo tanto brindan un mayor acceso y uso de la misma por parte del usuario. En este sentido dentro del campo de la Educación existen distintos recursos y materiales didácticos en línea que apoyan la formación de docentes, los cuales pueden ser generalmente clasificados en:

- **Cursos virtuales:** Un curso es una experiencia educativa que se realiza a través de un recorrido, donde los participantes del proceso, también llamados estudiantes, interactúan con información, conocimientos y actividades con las que se busca que desarrollen capacidades, competencias y adquieran conocimientos que permitan alcanzar los objetivos formativos propuestos. Para el caso de un curso virtual, la experiencia educativa

es mediada por un entorno tecnológico que está provisto con las condiciones para desarrollar procesos de enseñanza y de aprendizaje, para alcanzar los objetivos formativos establecidos. (MEN, 2012).

- **Aplicaciones para la educación:** Son programas de software para apoyar un objetivo o actividad con un sentido educativo, caracterizándose por brindar un acceso y uso práctico.
- **Objetos de aprendizaje:** Es un recurso digital, utilizado con un fin educativo, favoreciendo el proceso de aprendizaje.
- **Módulo de aprendizaje:** Corresponde a un módulo temático, apoyando el desarrollo de un curso virtual.
- **Audiovisuales:** Materiales como por ejemplo los videos, documentales televisivos, películas y que están diseñados para fines educativos son muy buenos para lograr un buen aprendizaje ya que despiertan el interés del alumno, aprenden con mucha más facilidad puesto que es una forma diferente de presentar el conocimiento debido a la integración de imágenes, audio y animaciones; el auditorio puede recordar mejor lo expuesto. En el uso de este material es importante hacer una reflexión de lo visto en el video para hacer más dinámica y lúdica la clase.

2.4 Dimensión tecnológica.

2.4.1 Recursos de multimedia.

El recurso didáctico más utilizado desde hace varios años en el aula escolar es el libro y sobre todo el libro de texto (Area, 2002) que se caracteriza principalmente por presentar códigos y figuras fijas además, se desarrollan los contenidos de una manera sistemática, es decir, el lector sigue una secuencia en la información presentada de forma sucesiva sin saltar al tema más avanzado.

Sin embargo, existen otros recursos didácticos como los electrónicos, apoyados en la utilización de computadores y soportes tecnológicos, que se pueden emplear en los procesos de enseñanza y aprendizaje, que proporcionan una mayor flexibilidad y también autonomía al estudiante en la adquisición de conocimientos además, de complementar el uso de los materiales impresos mejorando su calidad y su uso didáctico (Area, 2002).

A diferencia de los recursos didácticos impresos, los de multimedia se diseñan a través de un soporte tecnológico e incluyen recursos auditivos y visuales como sonido, videos, animaciones etc, además, posibilita al usuario una forma más dinámica para obtener la información.

2.4.2 Plataformas e-learning.

Las plataformas o entornos virtuales de enseñanza y aprendizaje E-learnig son una herramienta que se constituye en un soporte para la educación cambiando los métodos tradicionales de enseñanza y favoreciendo la educación a distancia. En las universidades son

usados en los campos virtuales y tiene como propósito proporcionar un espacio flexible y dinámico en pro de la actualización y gestión de los conocimientos.

A pesar que en su mayoría los cursos que se diseñan son a distancia y es el estudiante el que desarrolla los contenidos, la participación del docente es clave para el diseño de dicho curso puesto que toma la decisión de cómo se va a desarrollar y como se presentarán los contenidos.

La estructura de las plataformas virtuales es similar y se describe a continuación:

Categorías

Se encuentran en la página principal de la plataforma y presenta los diferentes cursos que se diseñaron pero de una manera organizada que permita ubicar con más facilidad los cursos a los que está matriculado (González, 2009).

Cursos

Forman parte de la estructura de la plataforma y son creados por los docentes y la forma para acceder a estos cursos es que el estudiante se auto matricule mediante una clave que le proporcione el docente o sino es el mismo profesor quien da de alta a los estudiantes matriculándolos de manera manual.

En la presentación del curso el docente que lo está creando debe personalizar y proporciona la información más relevante como por ejemplo el nombre del curso y un resumen sobre el número de temas o semanas para su desarrollo y las fechas habilitadas para acceder al curso (González, 2009).

2.4.3 E-learning en el campo de la educación.

Es importante distinguir que dentro del campo de la tecnología y educación, el diseño de nuevas estrategias metodológicas, en dirección al desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje, la sociedad exige una educación actualizada en nuevos retos, que garanticen una formación, autónoma y productiva dentro de distintos campos y contextos que envuelven a cada individuo.

La expansión de la educación con relación a las nuevas modalidades de enseñanza y aprendizaje, como E-learning, debe ofrecer mejoras articuladas a los cambios y demandas que la misma sociedad exige, es así como cabe destacar ciertos aspectos que favorecen el desarrollo de estas mismas modalidades en la educación, como se menciona en (Area & Adell, 2009)):

- *Extender los procesos formativos, en entornos factibles a cada individuo.*
- *Acceder a un bloque variado de información:* Por el cual el estudiante logre adquirir conocimientos y saberes que van más allá de los ofrecidos o mediados por el docente.
- *Innovar los procesos de aprendizaje a procesos constructivistas del conocimiento.*
- *Desarrollar e incrementar la autonomía del estudiante en cuanto a su proceso de formación.*
- *Flexibilizar y distribuir los horarios y espacios de las actividades del docente y estudiantes.*
- *Cambiar los modos, formas y tiempos, con relación a la comunicación entre docente y alumno independientemente del tiempo y el espacio.*

2.4.4 Modalidades de aprendizaje b-learning.

Es una modalidad de formación, también llamada en inglés Blended Learning, combinada o enseñanza mixta, es decir, presencial y no presencial, en la cual las interacciones docente y los estudiantes se pueden dar de forma presencial o virtual, esto con el objetivo de obtener las ventajas de estos dos tipos de enseñanza (la tradicional y la virtual) y así poder optimizar el trabajo, puesto que con el uso de herramientas tecnológicas permite una mejor cobertura y flexibilidad para el estudiante ya que no tiene que desplazarse grandes distancias para poder acceder a su educación generando más interés (Alcides, 2008).

Dentro de las ventajas que ofrece este tipo de modalidad, se encuentra una formación encaminada a consolidar espacios interactivos entre los estudiantes y el docente, logrando así una integración en el uso y manejo de herramientas informáticas para los procesos educativos.

Elementos del b-learning.

Clases presenciales: Es la interacción del estudiante con el docente en el curso para poder entender y mejorar la enseñanza de los temas.

Actividades independientes: Con estas actividades se espera que el estudiante se comprometa y realice su propia formación de manera independiente con los materiales que estén disponibles en el curso u otros materiales en internet.

Herramientas de comunicación: Hacer uso de los medios tecnológicos como correos electrónicos chats, foros etc. para permitir la interacción y la socialización en el curso del estudiante con el docente y también con todo el grupo de la clase.

Métodos de Evaluación: No solamente consiste en proporcionar una nota cuantitativa a las actividades desarrolladas por el estudiante sino que también se debe realizar un proceso de evaluación que permita la retroalimentación entre el grupo para fortalecer el aprendizaje colectivo.

Contenidos: Son los temas que se van a desarrollar en el transcurso del curso mediante la utilización de herramientas tecnológicas y virtuales.

La modalidad Blended Learning busca realizar el aprendizaje de forma diferente para llegar directamente a los estudiantes quienes están muy atentos a desarrollar conocimientos con herramientas motivacionales. Algunas de las instituciones de Educación Superior miran esta forma de enseñanza como una solución a problemas financieros y también de cobertura propios de los estudiantes.

2.4.5 Noción general moodle

El Moodle Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment (Entorno Modular de Aprendizaje Dinámico Orientado a Objetivos), es una plataforma de aprendizaje que contiene herramientas de comunicación sincrónica y asincrónica, integrada y disponible a través de redes computacionales, la cual es diseñada para proporcionar a educadores, administradores y estudiantes un sistema integrado único para crear ambientes de aprendizaje personalizados.

Características generales de la plataforma moodle.

Dentro de las características generales en dirección a los procesos de formación, se puede destacar algunas como:

- Moodle dispone de una interfaz que permite diseñar y promover cursos de una forma fácil y segura, permitiendo la reutilización de los elementos que van dentro de este mismo.
- Actividades y herramientas colaborativas: Como una manera de aprender en equipo compartiendo conocimientos, habilidades y motivaciones en común.
- Integración multimedia: En Moodle se logra el acceso fácil y directo a videos y archivos en audio creados en los cursos.
- Su arquitectura y herramientas adecuan las clases en línea como una complementación al aprendizaje virtual.

2.4.6 Actividades de la plataforma moodle.

La comunicación en el aula virtual también se lleva a cabo mediante los recursos y las actividades que ofrece la plataforma virtual propuestas en cada unidad didáctica y que permite una interacción con el estudiante y el grupo, además una mejor comprensión de las temáticas propuestas mediante el intercambio de ideas que se facilitan con estos espacios de comunicación; el uso depende de la actividad o cuando el profesor lo vea pertinente.

Entre estas actividades el módulo de FDMM cuenta con:

Chat: Permite conversaciones mediante texto, entre los usuarios que están inscritos en la plataforma, es multibanda, es decir varios usuarios pueden participar al mismo tiempo. Permiten la expresión rápida de las ideas, permitiendo guardar un registro en la plataforma, por lo cual se puede volver a revisarlo en días posteriores a la conversación. . El tutor debe establecer unas reglas, las cuales permitirán mejorar la comunicación entre los participantes (Mestre et al, 2014).

Correo electrónico: Es un servicio que permite la comunicación y aunque no hace parte de la plataforma es muy útil para enviar mensajes a los estudiantes o al profesor cuando no sea posible una comunicación verbal.

Foro: Actividad en la cual se participa en el curso y se opina de un tema que esté abierto para el debate. La forma de presentación de cada discusión es desde la más nueva hasta la antigua y permite la opción de adjuntar una imagen. Esta actividad es asincrónica es decir no hay necesidad de que los estudiantes estén conectados el mismo tiempo.

Tarea: Esta actividad permite que el profesor asigne una tarea con una fecha límite de entrega para el proceso de calificación, donde a su vez hay la posibilidad por adjuntar observaciones, permitiendo así más adelante el reenvío de tareas con órdenes sujetas al profesor.

Hay cuatro tipos diferentes de tareas: Subir un único archivo, actividad fuera de línea, texto en línea, y subida avanzada de archivos.

Consulta: Esta actividad, la cual permite que el profesor realice una serie de preguntas con varias repuestas para que el estudiante pueda escoger; se puede elegir esta opción para votación o elegir sobre alguna decisión que requiera el consentimiento de los estudiantes (González, 2009).

Encuesta: Permite al profesor realizar un sondeo de opinión a los alumnos y analizar las respuestas (Conde et al, 2013). Presenta dos formatos, uno estándar y otro en el cual el profesor diseña las preguntas si lo desea anónimas y que permiten evaluar aspectos como el proceso de enseñanza en la clase (González, 2009)

2.4.7 Material didáctico módulo.

Módulo: Componente principal en el desarrollo de cursos e-learning de formación dentro de un entorno didáctico, involucrado en el desarrollo de los proceso de enseñanza y aprendizaje.

Módulos de Aprendizaje: Conjunto de un número significativo de temas ubicado en un curso en específico, cuya elaboración requiere de una anticipada selección del aprendizaje que se quiere desarrollar. El módulo se compone de objetos de aprendizaje y objetos de acoplamientos, los primeros como unidades mínimas en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y los últimos como los medios o herramientas que permiten enlazar distintos elementos del módulo en general.

Módulos de Aprendizaje Electrónicos: Se define como un material diseñado en el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje con relación al uso de ordenadores, permitiendo una secuencia de aprendizaje más flexible y abierta, brindando posibilidades para el trabajo autónomo, puesto que hay una interacción activa y continua con los componentes del mismo.

2.4.8 Características del módulo.

Se distinguen principalmente:

- **Hipertextualidad:** Con relación al contenido e información del módulo este debe presentar enlaces o conexiones, que permitan el participante ir de un lugar a otro, con facilidad e independencia.
- **Formato Multimedia:** El módulo debe integrar elementos tales como gráficos, imágenes, videos audiovisuales, entre otros, logrando así ser más atractivo y motivante para el usuario.

- Acceso a información: El módulo electrónico debe brindar enlaces a información variada en la red, con el propósito de un mejor estudio y desempeño en el mismo.
- Propuesta de actividades: En la presentación de contenidos debe existir una serie de actividades enfocadas a la evaluación o autoevaluación de los temas en estudio, es decir, debe haber una relación clara y concisa en cuanto a la información brindada y las actividades que se proponen desarrollar.

2.4.9 Componentes de un módulo de aprendizaje virtual.

Un módulo de aprendizaje se compone principalmente de unidades didácticas, como niveles básico con relación a la estructura general del mismo. Dentro de estas unidades se encuentra elementos relacionados con los objetos de aprendizaje y acoplamiento anteriormente mencionados:

- Tabla de contenido: Como una presentación global sobre los temas que se abordan en el documento.
- Introducción: Por medio de la introducción se explica aspectos generales, sobre las unidades que integran el módulo.
- Los objetivos del módulo: Son la pauta sobre el aprendizaje que se busca desarrollar.
- Objetivos de la unidad: Son objetivos particulares a cada unidad propuesta.
- Estructura de las unidades: Se debe esquematizar la relación entre los objetivos generales del módulo y los objetivos de cada unidad.
- Los bloques temáticos: Son el contenido temático a desarrollar.

- Evaluación de las unidades: Al finalizar cada unidad se presenta una evaluación con relación a los temas que se estudiaron.
- Evaluación final.
- Bibliografía: Con respecto a la documentación que se utilizó en el diseño del módulo.

2.4.10 Proceso del diseño del módulo de aprendizaje virtual.

A continuación se presenta un modelo para el diseño de módulos electrónicos propuestos presentado en Area (2002).

- *Clarificar el por qué y para que de la elaboración del módulo:* En este sentido se requiere que el docente piense y reflexione sobre los fines educativos que conlleva el diseño del módulo.
- *Identificar las características de la audiencia o de los potenciales usuarios del material:* En este paso se hace necesario identificar y clasificar el tipo de usuario a quien va dirigido el módulo, reconociendo de ante mano sus capacidades, tanto conceptuales como actitudinales, con relación a conceptos y manejo de herramientas informáticas que se requieren en el desarrollo del módulo.
- *Establecer la estructura general y menú de opciones principales de la Web:* Consiste en decidir los componentes de la Web y los enlaces o interrelaciones de los mismos.
- *Desarrollar los componentes didácticos del módulo:* Consiste en analizar y especificar las características del enfoque didáctico o metodológico general del tutorial.
- *Diseñar el formato de presentación o interface del material en la pantalla:* Este paso tiene relación con los aspectos formales de la Web, condicionando la navegación y el acceso a la información.

- *Elaborar y desarrollar cada una de las páginas:* Es una tarea de tipo mecánico puesto que consiste en el diseño y la elaboración de cada una de las páginas que hacen parte del material didáctico.

2.5 Dimensión curricular

2.5.1 Modelación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

La MM en el campo de la EM es un tema que está tomando cada día más importancia en el desarrollo de aspectos que intervienen en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Como muy bien se sabe, el contexto social, cultural, político y económico exige una utilidad y practicidad de aquellos conceptos enseñados en la escuela, y por consiguiente el conocimiento matemático que se imparte en las aulas escolares no debe estar alejado de la realidad que rodea al estudiante.

En la actualidad, se encuentran distintas comunidades académicas e investigativas, que buscan promover la modelación como una práctica permanente en la enseñanza de las matemáticas. Entre ellas se encuentran:

- **ICTMA** (The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications).
- **RECOMEM** (Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática).
- **CIAEM** (Comité Interamericano de Educación Matemática).
- **RELME** (Comité Latinoamericano de Matemática Educativa).

A continuación, se presentan distintos argumentos que justifican la integración de la MM en el aula escolar.

La MM potencia el desarrollo de capacidades en el estudiante para posicionarse de manera crítica ante las diferentes demandas del contexto social, junto con la capacidad para leer, interpretar, proponer y resolver situaciones problemas (Biembengut & Hein, 2004)

A través de la MM, los estudiantes no solo producen conocimiento matemático, sino que también profundizan en algunos elementos de los contextos en los que se desenvuelven y más aún pueden llegar a transformar algunas de sus ideas frente a dichos contextos, convirtiéndose en un proceso con aportes hacia la cultura a través de las matemáticas.

Finalmente, en los lineamientos curriculares del MEN (1998) se fundamenta el proceso de la modelación con base en tres aspectos:

- La modelación como una necesidad guiada por el desarrollo de la ciencia y la tecnología que se presenta en la sociedad.
- La modelación como una forma de describir y relacionar el mundo real con las matemáticas como ciencia formal.
- Como una actividad involucrada en la solución y desempeño de problemas reales.

2.5.2 Diferentes enfoques de la modelación matemática.

De acuerdo a los objetivos que se quieran alcanzar en la MM han surgido diferentes enfoques, que se clasifican en dos perspectivas más generales: Desde un punto de vista pragmático y desde un punto de vista científico –humanista

Aún así todas resaltan la gran utilidad que tiene la modelación en el aprendizaje de las matemáticas.

Kaiser y Schward (2006) describen cada uno de estos enfoques en la siguiente tabla:

Tabla No 1:

Clasificación de las Perspectivas sobre la Modelación Matemática (Kaiser & Schward, 2006).

Enfoque	Definición	Objetivo
Realista	La modelación es entendida como una actividad para resolver problemas auténticos. El estudiante desarrolla las herramientas necesarias para desempeñarse en el ambiente en el que vive.	Pragmático.
Contextual	Radica la importancia en el contexto en el que se crea el modelo. Además, hay una preocupación en la relación de este proceso con el sujeto que los resuelve.	Psicológico.
Elicitar	Desarrollan conceptos que pueden utilizarse en otras situaciones así como también se toman modelos ya elaborados en la solución de un problema original y los apliquen a nuevos problemas.	Psicológico.
Educativa	El centro está puesto en los procesos de aprendizaje y en la promoción de la comprensión de los conceptos; los ejemplos del mundo real y sus conexiones con las matemáticas llegan a ser un elemento central en la estructuración de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.	Pedagógico.

Cognitiva	Analiza diferentes procesos mentales que se utilizan durante la modelación de diferentes situaciones, variando su grado complejidad matemática.	Psicológico.
Socio-crítica	Se centra en las dimensiones socioculturales de las matemáticas y la función de la modelación matemática en la sociedad.	Pedagógico.
Epistemológica	Cualquier actividad matemática es susceptible de modelarse; las actividades matemáticas son actividades de modelación.	Orientadas a teorías.

Con base en investigaciones desarrolladas alrededor de la MM, se puede observar que la literatura es bastante significativa y de gran espacio, llegando casi a la totalidad de la enseñanza de las matemáticas y aspectos que tienen que ver con la ciencia del aprendizaje, el currículo, la formación docente, la innovación, el cambio, entre otros.

La clasificación de las distintas perspectivas de MM anteriormente descritas presentan la divergencia por parte de autores con respecto a cómo definen y utilizan el término modelación en el desarrollo de sus trabajos.

De las diferentes perspectivas de la modelación, cabe resaltar que en este trabajo final, la MM se aborda desde un enfoque educativo de acuerdo a los objetivos que se quieren alcanzar con la investigación y a la pregunta la cual se formula después de ejecutar las encuestas. De ahí que a continuación se profundice un poco más esta perspectiva.

2.5.3 La perspectiva educativa de la modelación.

También categorizada como Modelación Educativa, en esta perspectiva los ejemplos del mundo real y sus conexiones con las matemáticas llegan a ser un elemento central en la

estructuración de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Además se distinguen dos sub perspectivas (Trigueros, 2009): *Didáctica*, en la que los modelos promueven procesos de aprendizaje de conceptos, y *Conceptual*, en la que la modelación ayuda a incorporar y desarrollar nuevos conceptos

La MM vista desde una perspectiva educativa tiene ciertos aspectos que la diferencian de las perspectivas que desarrollan la modelación con un objetivo pragmático. Para Villa-Ochoa y Ruiz (2009) la MM desde lo educativo está centrada en los procesos de construcción y aprendizaje de los conceptos. Algunos de estos aspectos son:

Propósito del modelo: Además de que el estudiante construya su aprendizaje, se espera que con la elaboración del modelo muestre interés y motivación para aprender el concepto.

Conceptos Matemáticos: Desde esta perspectiva los docentes deben considerar con anterioridad el objetivo y los conceptos a desarrollar en la clase mediante el proceso de modelación. En cambio en las perspectivas con objetivos pragmáticos los conceptos surgen de acuerdo a cómo se evolucione en las fases del proceso.

Contexto: El modelo se lo aborda de acuerdo a situaciones reales que se hayan considerado previamente y que puedan evaluar los conocimientos y competencias que el docente tiene por objeto alcanzar en el aula.

Otros factores: A diferencia de otras perspectivas la MM bajo este enfoque es desarrollada en el aula de clase y no es externo a los componentes educativos.

Capítulo 3: Metodología.

3.1 Introducción

En este apartado se describe la metodología por medio de la cual se desarrolló este trabajo siendo dividido en distantes fases, descritas a continuación.

3.1.1 Fases de la Investigación.

Aquí se hace una descripción de las fases y el proceso por el cual se llevó a cabo el trabajo final y que contribuyó en encontrar una respuesta a la pregunta de investigación planteada, como también en el logro del objetivo general y los objetivos específicos propuestos al comienzo del trabajo.

Primera fase: Revisión Bibliográfica.

A través de esta fase se buscaron investigaciones, adecuadas y pertinentes con relación al tema de investigación, que permitió argumentar objetivamente la realización del módulo de aprendizaje virtual, dirigido a la comunidad docente. Además, se abarcó algunos aspectos de la formación docente en MM, como por ejemplo las posibles dificultades por las cuales los docentes no hacen cursos de formación, los obstáculos que pueda implicar integrar la modelación en el aula de clase para los profesores y los estudiantes y las ventajas que los investigadores encuentran en cuanto la integración de la MM en la construcción y aprendizaje de conceptos matemáticos, etc.

Segunda fase: Diseño de Encuesta y Recopilación de Datos.

Teniendo en cuenta que el objetivo general que se desarrolló en el trabajo de investigación es con relación a argumentar el diseño de un módulo de aprendizaje, se analizó el nivel de formación de los docentes con respecto a MM, a través de la realización de encuestas anónimas (anexo 1), dirigidas a profesores de tres instituciones públicas de educación básica y media.

Este instrumento de medición, tuvo principalmente como objetivo conocer el nivel de formación que posee el docente de la ciudad de Pasto, con respecto a la MM y su integración en salón de clases; por lo cual permitió corroborar una serie hipótesis en cuanto a la escasa formación del docente asociada al proceso de MM.

Tercera fase: Análisis e Interpretación de Resultados.

Para llevar a cabo esta etapa fueron usados los métodos cualitativos y cuantitativos después de la recolección de datos con el objetivo de responder a la pregunta de investigación planteada en este trabajo.

El método cuantitativo, consiste en hacer un análisis mediante procedimientos estadísticos, por medio de la información consignada por cada uno de los encuestados, logrando así corroborar, confrontar hipótesis formuladas con relación a la poca formación que tienen los docentes en cuanto al tema de la MM y su integración en las actividades escolares. El método cualitativo, proceso en el que no se hace uso de la medición numérica, fue utilizado en esta investigación para analizar preguntas de tipo abiertas que también hacen parte del instrumento de análisis y así, identificar percepciones e ideas de los docentes encuestados. Además, también se

hizo uso de la observación y la discusión entre los integrantes de esta investigación sobre los resultados obtenidos en el análisis.

Cuarta Fase: Elaboración del módulo.

Una vez analizados los datos obtenidos en la fase tres se continuó con la cuarta fase que tiene como propósito desarrollar los objetivos del trabajo: la elaboración del módulo de formación. Con respecto a esta fase se tomó el modelo para la elaboración de módulos que propone Area (2002).

Teniendo en cuenta el desarrollo de los objetivos de investigación es necesario esclarecer que el módulo a diseñar solo está en la etapa de diseño y no se ha hecho una prueba piloto ni ha sido puesto en práctica, por lo tanto es difícil saber si los docentes lleguen a potencializar sus conocimientos sobre cómo implementar el proceso de MM en el aula escolar.

Es importante describir que en el proceso mencionado, se tuvo en cuenta diversos aspectos que tienen que ver con las necesidades formativas de los docentes del área de matemáticas de Educación Básica y Media, como son, el mejorar sus prácticas educativas, más aun con el uso de tecnologías digitales, llevar a cabo una actualización y cualificación de la formación académica y permitir involucrarse con ideas y materiales, menos tradicionalistas, dando así a un espacio por conseguir ambientes de análisis y reflexión en cuanto a cómo se realiza el proceso de enseñanza, particularmente con la MM.

Con relación a los temas y contenidos desarrollados en el módulo, se hizo una revisión bibliográfica, permitiendo así una adecuada organización de los mismos, por medio de cuatro unidades didácticas, tal y como aparecen en la Tabla No 2.

Tabla No 2:

Estructura del Módulo

Unidad Cero	Introducción al Módulo.
Unidad Uno	La Modelación Matemática.
Unidad Dos	La Función Lineal.
Unidad Tres	Actividades de Modelación Matemática sobre la Función Lineal.

Capítulo 4: Módulo Formación Docente en Modelación Matemática.

4.1 Introducción

En el capítulo 4, se aborda básicamente los aspectos generales del material didáctico que se ha diseñado el cual se titula: módulo de Formación Docente en Modelación Matemática (FDMM), permitiendo conocer e interpretar los objetivos por los cuales se llevó a cabo, también las condiciones y posibilidades que proporciona a los usuarios, el material didáctico elaborado. Es decir con la aproximación al diseño del módulo virtual se ofrece herramientas conceptuales básicas que permiten orientar a los docentes sobre la implementación de la MM.

De igual manera, se muestra un esquema organizacional de los contenidos que fueron seleccionados, especificando la importancia de hacer un estudio y énfasis en estos mismos, con lo cual el docente conozca la importancia de un proceso formativo en la MM con el uso de herramientas informáticas.

4.2 Descripción del módulo

4.2.1 Introducción.

Las matemáticas no solo deben abordarse de forma rutinaria y algorítmica sino que deben permitir al estudiante desarrollar procesos de razonamiento y reflexión para garantizar una buena formación en los distintos contextos que envuelven al alumno. Por esta razón, la MM toma fuerza en la enseñanza de las matemáticas, por las habilidades que pueden alcanzar y desarrollar los estudiantes al resolver problemas de situaciones reales de una forma más reflexiva, creativa y crítica.

Además, investigadores como Alsina et al. (2007) exponen dos ventajas que trae consigo la implementación de procesos como la modelación o la modelización en el aula:

La modelización refuerza el conocimiento multidisciplinar a través de una actividad que involucra conceptos y métodos de diferentes ciencias. En ese sentido refuerza dicho conocimiento haciéndolo más significativo y duradero en el tiempo; es una actividad creativa que implica el concurso de habilidades que normalmente no son evaluadas en las asignaturas tradicionales y que son fundamentales para la formación del científico y el ingeniero: Desarrollo del espíritu crítico, formulación de ideas en términos científicos, trabajo en equipo, búsqueda de información, etc. (p.52)

Sin embargo, los pensamientos y las creencias que los profesores tienen, dependerá de la manera cómo introducen la modelación (Chapman, 2007) además, Alsina et al. (2007) menciona que la poca capacitación de los profesores es una de las dificultades que se presentan a la hora de enseñar matemáticas a través de la modelación.

Con base en lo anterior y con los resultados obtenidos de las encuestas que se presentaron en el primer capítulo de este trabajo de investigación, surge la necesidad de llevar a cabo una propuesta didáctica con la cual los docentes del área de matemáticas de Educación Básica y Media puedan aprender y reforzar los conocimientos relacionados con el proceso de modelación, en particular para tratar desde un sentido práctico y escolar el concepto de función lineal, que se enfoque al desarrollo de competencias involucradas en el pensamiento matemático.

4.2.2 Objetivo del Módulo

Formar a los docentes participantes en:

- Presentar los contenidos del curso de formación docente en cuatro unidades didácticas abordando el estado del arte de la Modelación Matemática como apoyo para el proceso de enseñanza con relación a un tema en específico, en este caso el concepto de función lineal.
- Adaptar los conocimientos disciplinarios de los docentes al desarrollo y uso de estrategias didácticas relacionadas con la MM.

4.2.3 Conocimientos Previos

El docente que quiera ser partícipe de este módulo debe poseer las siguientes características personales y de conocimientos.

- ❖ Tener interés de aprender y progresar en su formación para mejorar su práctica profesional.
- ❖ Estar abierto a otras propuestas pedagógicas y tener la voluntad de cambiar la enseñanza tradicional en su quehacer docente.
- ❖ Se hace necesario y de gran importancia el que los docentes tengan conocimientos en cuanto al uso de programas computacionales, en este caso Cabri, y al manejo básico de la plataforma Moodle.
- ❖ Con respecto a los conocimientos disciplinarios acerca del concepto de función lineal, se hace necesario que exista un fuerte dominio matemático por parte del docente para el desempeño exitoso en el módulo.

4.2.4. Orientaciones de Estudio

El módulo de aprendizaje virtual sobre la MM, es un material diseñado con la ayuda de recursos tecnológicos y constituido por cuatro unidades didácticas para ser utilizado en un curso corto de formación dirigido a docentes de Educación Básica y Media; presentado a través de la utilización de computadores por medio de la plataforma virtual Moodle de la Universidad de Nariño y que combina la integración de elementos multimedia como los audiovisuales. Además, con el uso de los diferentes recursos y actividades que aporta la plataforma, cada temática estará constituida por los contenidos pertinentes a esa unidad junto con las actividades entre las que se encuentran los foros, las tareas, encuestas, consultas, etc.

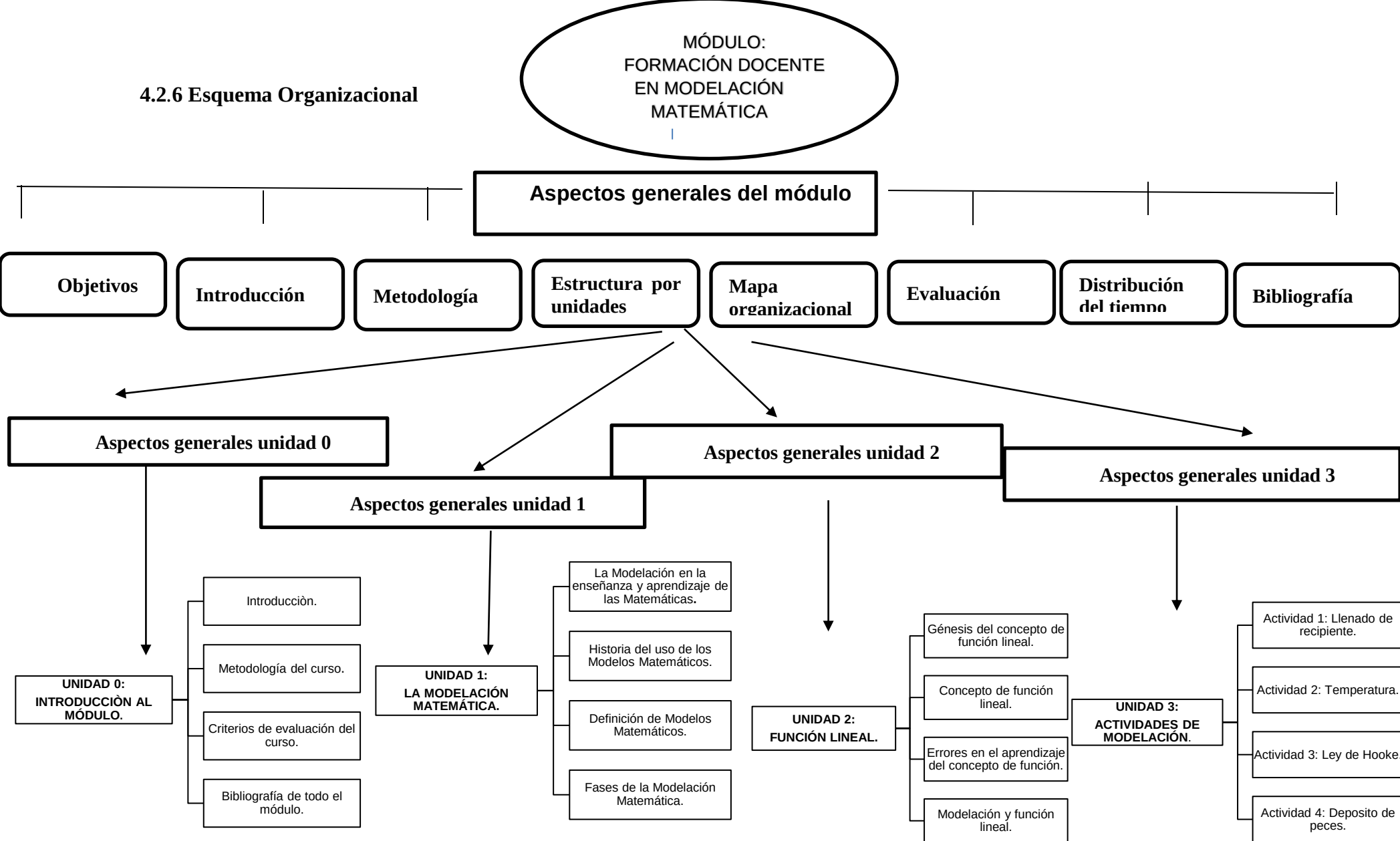
La principal razón por la cual se diseña este módulo se encuentra en el empleo y posterior análisis estadístico de encuestas (anexo 1), dirigidas para profesores de matemáticas de instituciones públicas de la ciudad de Pasto; a raíz de esto, se concluyó que hay una necesidad de acercar un poco más a los docentes en cuanto al tema de la modelación y su integración en el aula de clases, debido a que su formación conceptual con respecto al tema es insuficiente y no cuentan con cursos de actualización y/o formación. Por tal razón se propone diseñar un módulo de aprendizaje dirigido a los docentes del área de matemáticas de Pasto con el objetivo acceder a los contenidos relacionados a la MM y así complementar y enriquecer la información y los conocimientos que poseen sobre el tema.

4.2.5. Contenidos del Curso

Tabla No 3: *Contenidos del Curso*

UNIDAD	EJE TEMATICO
CERO	INTRODUCCIÓN AL MÓDULO. • Introducción y objetivos. • Resumen.
UNO	LA MODELACIÓN MATEMÁTICA. • Introducción y objetivos. • Resumen. • La Modelación en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. • Historia del uso de los modelos matemáticos. • Modelos Matemáticos. • Fases de la Modelación Matemática. • Evaluación.
DOS	FUNCIÓN LINEAL. ▪ Introducción y objetivos ▪ Resumen ▪ Génesis del concepto de función lineal ▪ Concepto de función. ▪ Función lineal. ▪ Errores en el aprendizaje del concepto de función. ▪ Modelación y función lineal.
TRES	ACTIVIDADES DE MODELACIÓN.

4.2.6 Esquema Organizacional



4.2.7 Formato de Presentación en la Pantalla de todo el Recurso Didáctico

Este paso consiste en el diseño de la presentación del curso en cuanto los colores, los gráficos, el tipo de fuente, etc, de la página dónde el módulo estará elaborado. Cada unidad del módulo se encuentra en las secciones de la plataforma moodle denominados temas, y en los cuales se encuentra los contenidos que se desarrollan en cada unidad con su respectivo recurso ya sea en formato PDF, video o archivos en Power Point.

4.2.8 Descripción de Contenidos de cada Unidad

4.2.8.1 Unidad 0: Introducción al Módulo FDMM.



Figura 8: Formato de Presentación Unidad Cero. Recuperado de
<https://es.dreamstime.com/foto-de-archivo-libre-de-regalas-personaje-de-dibujos-animados-carpetas-del-hombre-de-negocios-image37465475>

Introducción.

Este módulo titulado: *Formación Docente sobre la Modelación Matemática (FDMM)*, expone temáticas del concepto de función lineal apoyada en el desarrollo de actividades y resolución de problemas por medio de la MM; está diseñado para docentes del área de Matemáticas que realizan su formación y desarrollo profesional en niveles básicos de secundaria. Este material didáctico planteado para la enseñanza de las matemáticas recurre a prácticas didácticas no tradicionales contando con la integración de nuevas tecnologías digitales como es el caso de la Plataforma Virtual Moodle y el Ambiente de Geometría Dinámica Cabri.

En la unidad cero se tiene como propósito orientar al docente sobre cuál es su participación en el módulo, los temas a tratar en el transcurso, así como también los objetivos, la justificación y los tipos de evaluación. En otras palabras, lo que se quiere es que el docente se haga una idea general de lo que se va a presentar en el desarrollo del módulo.

Objetivos del FDMM

1. Abordar el estado del arte de la MM como apoyo para el proceso de enseñanza con relación a un tema en específico, en este caso el concepto de función lineal.
2. Fomentar la integración de tecnologías digitales en prácticas académicas.

Resumen.

El presente módulo, dirigido principalmente a docentes del área de Matemáticas que realizan su formación y práctica a niveles básicos de secundaria, tiene como contenido

central temáticas sobre la MM trabajada desde una perspectiva educativa según la clasificación de Kaiser y Schwarz (2006) apoyado en el desarrollo de actividades sobre el concepto de función lineal.

4.2.8.2 Unidad 1: Modelación Matemática.

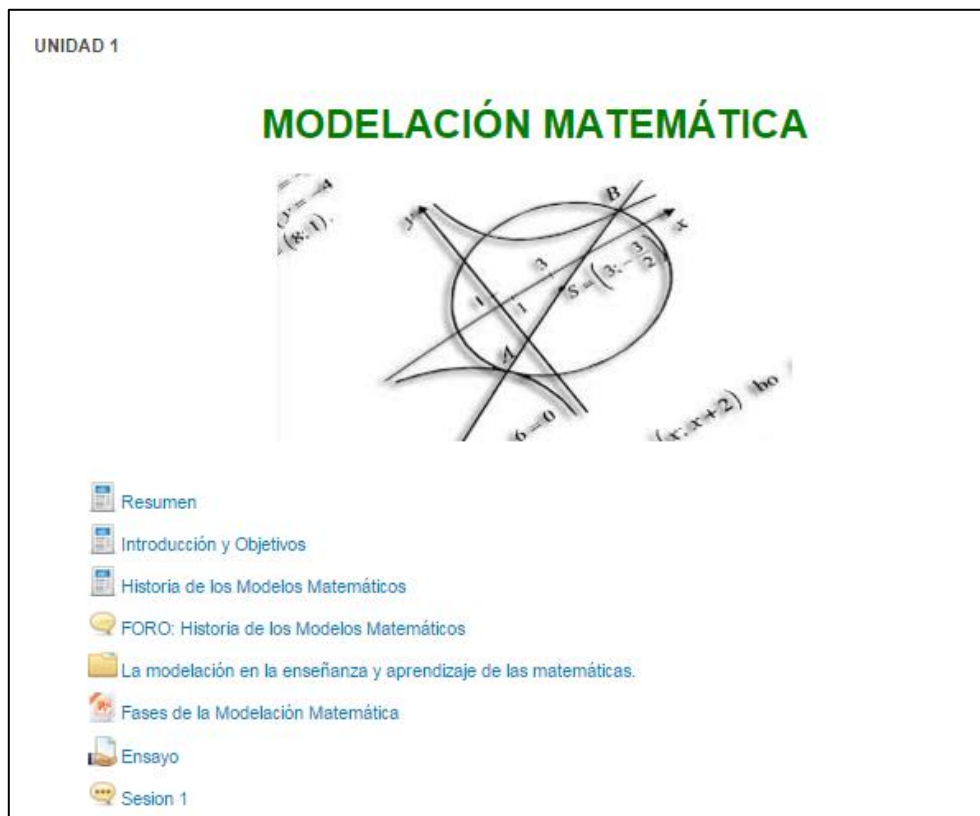


Figura 9: Formato de Presentación Unidad Uno. Recuperado de <http://www.utadeo.edu.co/es/investigacion/departamento-de-ciencias-basicas/5121/modelacion-matematica-en-la-ensenanza-del>

Introducción.

La MM ha tomado fuerza en los últimos años puesto que permite mostrar una conexión entre el conocimiento matemático y las situaciones reales, con el fin de lograr un

aprendizaje más significativo y perdurable en el estudiante, además de despertar interés y la motivación en su estudio.

Para su integración en el aula escolar, el docente debe diseñar problemas que estén de acuerdo al contenido que se quiera desarrollar y a los objetivos que se espera alcanzar, por esta razón es primordial que el maestro tenga un conocimiento claro puesto que la modelación no solo se limita a desarrollar guías sobre los conceptos aprendidos.

Objetivo.

Profundizar los conocimientos que el profesor posee sobre la MM y proveer información que abarque no solo la definición sino otros aspectos que se deben tener en cuenta para lograr una mayor comprensión al trabajar con este proceso.

Resumen.

En esta primera unidad se busca hacer una breve explicación sobre temas de la MM como es la definición y lo que se entiende por modelación según las investigaciones que se han hecho al respecto en el campo de la EM; también se aborda la historia de los modelos matemáticos debido a que ésta permite entender y comprender su utilidad desde tiempos atrás. En esta unidad, se explica el proceso por el cual se debe llevar a cabo la MM en la clase desde una perspectiva educativa y que está a su vez, constituido por una serie de fases para la construcción e interpretación de los modelos matemáticos (Villa-Ochoa & Ruíz, 2009) derivados de la situación problemática.

Contenido.

La Modelación en la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas.

La creciente demanda de la sociedad para desarrollar una enseñanza basada en la utilidad y practicidad de todos los contenidos presentados en los centros educativos, exige

que dentro de los fines de la EM esté el lograr un mejoramiento en los complejos procesos de enseñanza y aprendizaje en la clase de matemáticas, impartiendo conceptos contextualizados.

Con relación a esta última parte, un tema de investigación que se ha venido consolidando dentro del campo de la EM ha sido la modelación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas como una herramienta didáctica. A continuación se presentan diferentes argumentos a favor de integrar la MM en la práctica académica desde diversos niveles escolares.

Entendemos por modelación matemática escolar al proceso de estudio de fenómenos o situaciones que pueden surgir tanto desde los contextos cotidianos, sociales y culturales de los estudiantes de otras ciencias o disciplinas académicas. Dicho proceso de estudio involucra el uso y la construcción de modelos y otras herramientas matemáticas con las cuales puede ofrecerse una comprensión del fenómeno y resolver el problema. (Villa, 2007).

Con la meta de ofrecer un conocimiento más significativo y potencial que desarrolle el pensamiento matemático, en 1998 el MEN propuso que se cumpliera este objetivo mediante el desarrollo de cinco procesos: El razonamiento, la comunicación, resolución y planteamiento de problemas, la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos y la modelación. Fundamentando este último con base en tres aspectos:

- La modelación como una necesidad guiada por el desarrollo de la ciencia y la tecnología que se presenta en la sociedad.
- La modelación como una forma de describir y relacionar el mundo real con las matemáticas como ciencia formal.
- Como una actividad involucrada en la solución y desempeño de problemas reales.

Y en los Estándares del MEN (2006) se la define de la siguiente manera: “La matematización o modelación puede entenderse como la detección de esquemas que se repiten en las situaciones cotidianas, científicas y matemáticas para reconstruirlas mentalmente” (p.53)

A partir de diversas referencias bibliográficas, se puede deducir que la definición y la forma como se aborda el concepto de MM difieren desde distintos autores. Sin embargo desde un enfoque educativo para algunos investigadores entre ellos Biembengut y Hein (2004) la modelación es entendida como un método de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Historia de los Modelos Matemáticos.

Desde tiempos atrás, las matemáticas se han convertido en una herramienta muy útil para comprender la realidad y dar explicación a los fenómenos, debido a su característica de interdisciplinariedad. Este proceso a través de los siglos se lo ha llamado *modelación*, que como se ha mencionado con anterioridad en una idea general consiste en expresar con términos matemáticos una situación real (Trigueros, 2009).

A pesar de que la MM se ha venido desarrollando desde tiempos atrás, solo hasta el siglo XX surge como una forma de matematización específica que según Trigueros (2009) su uso se ha dividido en las siguientes épocas históricas:

Época Pitagórica

Dividieron las matemáticas en cuatro grandes ramas: los números absolutos o aritmética; números aplicados o música; estética o geometría y dinámica o astronomía llamado “*cuadrivium*”.

En esta escuela se consideraba al número como una expresión de todas las cosas; para los pitagóricos se podía interpretar y comprender las leyes del universo analizando las relaciones que hay de estas leyes con los números. Esta concepción alcanzó un alto nivel místico a tal punto que su lema era “Todo es número” y los consideraban “como la forma perfecta para describir al universo”. Entre sus estudios se descubrió que la altura de las notas musicales depende de las razones numéricas por lo que la armonía de los sonidos es resultado de la relación con los números. Esta concepción también se asociaba con la distancia de los cuerpos celestes a la Tierra ya que se podía expresar con números cuyas relaciones eran iguales a las que se habían encontrado para las notas musicales (Espasa Calpe, 1998)

Época de Galileo.

Galileo Galilei (1564-1642) realizó uno de los experimentos más famosos: *el de la caída de los graves*, en esta época se pensaba que si dos cuerpos se dejaban caer, el primero que llegaba al suelo era el más pesado y Galileo para verificar tal información hizo algo que

nadie había hecho con anterioridad: *un experimento* y contradijo tal hipótesis. Con esto se dio paso a una de las fases más importantes del método científico. Galileo dio un significado diferente a las matemáticas señalando la importancia de estas en la naturaleza de la siguiente manera: las leyes que rigen la naturaleza están escritas en el lenguaje matemático y la tarea del investigador es develar las leyes escondidas que la regulan (Espasa Calpe, 1998)

Época de Newton

Esta etapa fue influenciada por la mecánica de Isaac Newton (1643-1727); la concepción mecanicista es que los fenómenos del universo resultan del movimiento de los cuerpos, todo está regido por las leyes de la mecánica de Newton y se las expresa en términos de las matemáticas. Con Newton, llega una tercera etapa de la investigación científica ya que a partir de las observaciones formuló hipótesis sobre las cuales se podían comprender los movimientos del planeta; para expresar todos los datos que él obtuvo en estas observaciones descubrió que las matemáticas eran las herramientas más útiles por ello, las leyes de la gravitación son una muestra de esto. De ahí que Newton inventó una de las ramas más importantes de las matemáticas y que ha sido útil en la descripción del mundo físico: el Cálculo Integral y Diferencial. (Espasa Calpe, 1998)

Modelos Matemáticos.

Para Narro (1996) los modelos son un tipo de instrumento de análisis que nos permiten abordar un problema de la siguiente manera:

Primero, descubrir sus componentes. A continuación, elegir entre ellos los elementos más importantes, desechando aquellos que no juegan un papel preponderante.

Después, buscar las relaciones entre estos elementos. Por último, seleccionar algunos objetos o símbolos que permitan representar la situación simplificada. A esta representación del problema se le denomina: Modelo. (p.184)

De acuerdo con investigaciones (Villa-Ochoa & Ruíz, 2009) existen varias concepciones sobre lo que es un modelo matemático:

- **MEN (2006):**

Un modelo puede entenderse como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible. Es una construcción o artefacto material o mental, un sistema –a veces se dice también “una estructura”–que puede usarse como referencia para lo que se trata de comprender; una imagen analógica que permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo (MEN, 2006, p.52)

- **Biembengut y Hein (2004):**

Un Modelo Matemático de un fenómeno o situación problema es un conjunto de símbolos y de relaciones matemáticas que representa, de alguna manera, el fenómeno en cuestión. (Biembengut, & Hein, 2004 p. 106)

- **Thompson (1973):**

Modelo Matemático es un sistema axiomático constituido por términos indefinidos que son obtenidos por la abstracción y cualificación de ideas del mundo real. (Maki, & Thompson , 1973).

- **Giordano (1997):**

Define un Modelo Matemático como una construcción matemática dirigida a estudiar un sistema o fenómeno particular del “mundo -real”. Este modelo puede incluir gráficas, símbolos, simulaciones y construcciones experimentales.

Villa-Ochoa et al. (2009):

Un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que intentan explicar, predecir y solucionar algunos aspectos de un fenómeno o situación.

Los modelos matemáticos permiten expresar de una manera más clara la información y son de gran importancia en la MM porque este proceso esencialmente consiste en la obtención del modelo de una situación problema, mediante la realización de unas etapas.

Fases de la Modelación Matemática

La MM vista como un proceso, requiere de fases o como los define Villa-Ochoa (2009), *ciclos de la modelación* los cuales van desde la determinación del problema, el cual es observado y sometido a un proceso de experimentación con lo que se pretende profundizar en su comprensión y en la búsqueda de datos, para así dar paso a las simplificaciones y supuestos que eliminen algunos de éstos, continuando con la construcción del modelo que representa el fenómeno. Atravesando por un análisis, una evaluación y una validación. Cabe resaltar que dentro de este ciclo, en la fase de validación se analiza si el modelo es o

no acorde con las situación problema y con el propósito de cerrar el “ciclo” o comenzar de nuevo a partir de la evaluación del fenómeno seguido de las fases siguientes.

En el mismo sentido, la MM integrada como un recurso en las prácticas académicas, y defendida como un nuevo método de enseñanza requiere de ciertas etapas combinadas de la forma más adecuada con el fin de obtener resultados eficaces. Bassanezi & Biembengut (1997) destacan las siguientes etapas:

1. Elección del tema central que ha de ser desarrollado por los alumnos.
2. Investigación para recoger los datos cuantitativos e informaciones que puedan ayudar en la presentación de hipótesis.
3. Elaboración de problemas que serían distribuidos entre los grupos de intereses comunes.
4. Abstracción en el sentido de seleccionar las variables esenciales envueltas en los problemas y formulación de las hipótesis.
5. Sistematización de los conceptos que serán utilizados en la resolución de los modelos matemáticos y que forman parte del contenido pragmático del curso en cuestión. También debe ser efectuada mientras se trabaja en la resolución y formalización de los modelos.
6. Interpretación de la solución de manera analítica y con posibles representaciones gráficas.
7. Validación de los modelos que han de ser los más coherentes posibles con la realidad investigada. En caso de que el modelo no sea bueno, se debe retomar el punto uno.

8. Cuando el modelo es satisfactorio se debe procurar utilizarlo para hacer previsiones, análisis, o cualquier otra forma de acción sobre la realidad.

De igual forma para implementar la MM en la enseñanza, cuyo agente directo sea el docente, Biembengut & Hein (2004) presentan una serie de pasos en los que el mismo docente tiene la opción de elegir un tema del área, elaborando un modelo matemático para ser adaptado a la enseñanza o elige un modelo que puede ser aplicado de forma interdisciplinar, con el objetivo de ser adoptado para el desarrollo del contenido programático. Los pasos que estos investigadores exponen son los siguientes:

1. **Exposición del tema:** Se inicia la clase con una breve explicación del asunto, para que estos mismos formulen preguntas.
2. **Delimitación del problema:** Se selecciona una o más preguntas para llevar a cabo el desarrollo del contenido programático, como sugerencia el profesor puede invitar a sus estudiantes a que indaguen o investiguen sobre el asunto.
3. **Formulación del problema:** Se plantea el problema por medio de hipótesis, ecuaciones u organizando datos requeridos para la solución.
4. **Desarrollo del contenido programático:** Se presentan conceptos, definiciones, propiedades, etc.
5. **Presentación de ejemplos análogos:** Puede servir como estímulo a la integración de tecnologías educativas.

6. **Formulación de un modelo matemático y resolución del problema a partir del**

modelo: Se propone a los estudiantes que regresen al problema que generó dicho proceso y lo resuelvan.

7. **Interpretación de la solución y validación del modelo:** Importante que el estudiante evalúe el resultado, es decir, que se haga una validación.

Como muchos de los aspectos que se deben tener presentes en el momento de llevar a cabo el proceso de MM según Villa (2007) el proceso de modelación requiere de las siguientes fases:

1. **Observación y experimentación:** Consiste básicamente, en la identificación de un problema, fenómeno o conjunto de fenómenos particulares susceptibles de ser modelados. El maestro ha de tener presente criterios como los conceptos previos que se deben tener presentes para abordar inicialmente la situación, la familiaridad con el contexto del fenómeno o problema, ser un problema o fenómeno del “mundo real”, pero sobre todo, que tenga coherencia con el concepto o conjunto de conceptos que se pretenden re-crear con el fenómeno. Tener el cuidado que no sea una situación que solo permita una traducción literal del lenguaje verbal al lenguaje simbólico.

2. **Delimitación del problema:** Todo problema o fenómeno presenta inicialmente un conjunto de elementos y variables que deben ser modelados. El maestro debe tomar la decisión de cómo ha de organizar el grupo de estudiantes, de tal manera que se aborden los diferentes elementos o, por el contrario, debe buscar las estrategias de tal manera que promueva en los estudiantes decisiones para la delimitación de las

cantidades que intervienen y la simplificación del fenómeno de acuerdo con la exigencia del grupo.

3. **Selección de estrategias:** El maestro debe tomar la decisión sobre las estrategias, recursos, metodologías, que debe usar con el fin de organizar una secuencia didáctica que involucre representaciones, conceptos a repasar, etc. que vaya desde la identificación de las cantidades hasta la construcción de diversos “modelos intermedios” y modelos deseados.
4. **Evaluación y validación:** Debe tener presente diversas formas de cómo se debe evaluar la pertinencia del modelo construido; las más comunes son: el cumplimiento de las condiciones con el conjunto de datos obtenidos experimentalmente, la confrontación de sus resultados con los compañeros, la confrontación con personas especialistas en el tema, y las influencias del cambio en los comportamientos de las variables en la consistencia del modelo. La idea, en esta etapa, es que los estudiantes busquen estrategias alternativas de confrontación y validación, y no sólo acudan a la autoridad del maestro en este aspecto.

Conexión con otros modelos y situaciones: Una vez construido y validado el modelo, ¿cuáles deben ser los pasos a seguir? Primero, tratar de encontrar otros fenómenos en los cuales se puedan establecer relaciones entre los mismos conceptos, pero bajo nuevas interpretaciones; la idea es no quedarse en una visión única del campo de aplicación del concepto. Es a través de la identificación de invariantes, en una gama de situaciones, como el estudiante encuentra sentido a los conceptos.

4.2.8.3 Unidad 2: Función Lineal

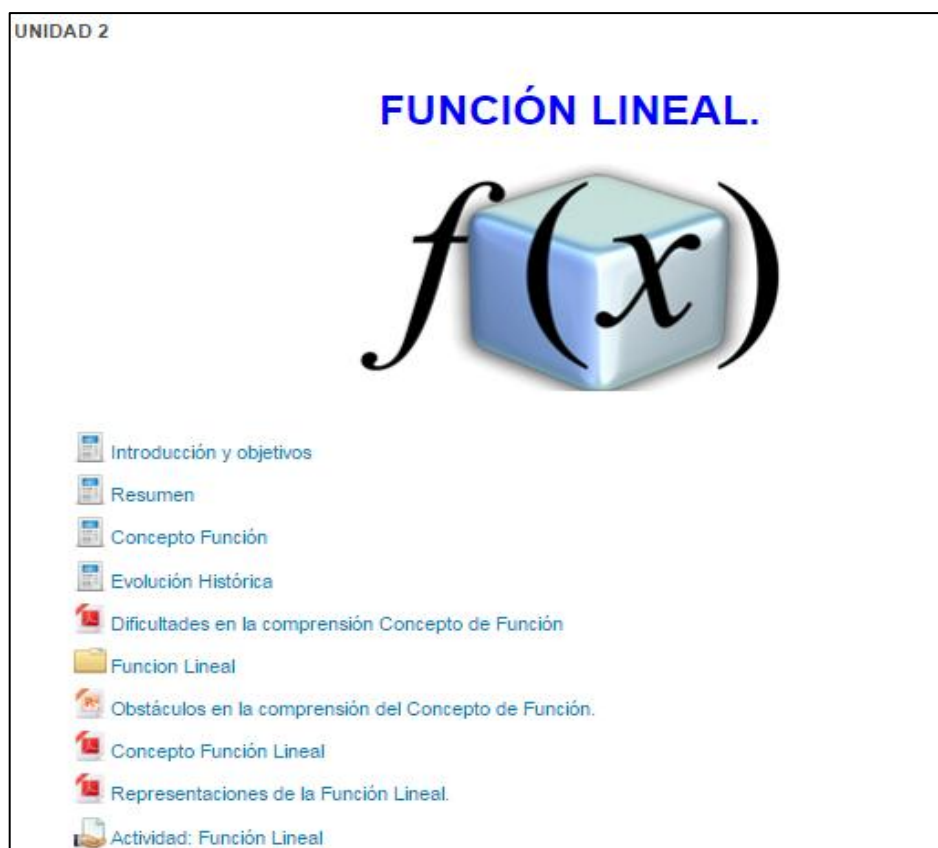


Figura 10: Formato de Presentación Unidad Dos. Recuperado de <http://rafanogal.host56.com/funciones/funciones.htm>

Introducción

La Función Lineal es tema correspondiente a la Educación Básica Media en adelante estipulado por el MEN a través de los Estándares Curriculares y perteneciente al pensamiento variacional y los sistemas algebraicos, que pretende desarrollar en el estudiante competencias tales como: ‘Elaboración e interpretación de ciertas representaciones matemáticas -gráficas, tablas, ecuaciones, desigualdades, etc.-que permiten tratar con situaciones de variación y dependencia.’`

Se presentan recursos de temas tales como la historia, definición, los errores y modelación con uso del concepto de función lineal de tal manera que sea una ayuda para el docente al momento de desarrollar el proceso de MM, centrada como una herramienta didáctica y educativa.

Objetivos.

- Ofrecer contenidos eficaces sobre el tema de función y MM, para entender como modelar una situación por medio de este concepto.
- Que los participantes del curso utilicen la definición de función lineal, y los demás recursos expuestos en este módulo de aprendizaje, como fortalecimiento al momento de integrar la modelación en la práctica escolar.

Resumen.

En esta segunda unidad se presenta la perspectiva histórico-epistemológica de la definición de función, haciendo un breve recorrido por los periodos claves de la historia matemática; además se presentan los errores conceptuales y procedimentales por los cuales los estudiantes se enfrentan en el aprendizaje de este concepto.

Por último se expone una parte teórica enfocada en relacionar la MM y el concepto de función lineal desde un sentido práctico y didáctico.

Perspectiva Histórica- Epistemológica: Aproximación al Concepto de Función.

El diseño de estrategias didácticas que se encaminan a la enseñanza de las matemáticas, a partir de situaciones reales, han cobrado fuerza, mostrando a la sociedad la importancia de

impartir una educación que esté a la vanguardia de las necesidades globales que involucran a cada individuo.

Si bien el desarrollo global, nos permite reflexionar la importancia de conocer la historia humana, en particular la historia de las matemáticas como una herramienta clave al momento de planificar y realizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el aula escolar.

La historia de las matemáticas muestra la gran variedad y cantidad de conceptos y definiciones, como resultado de estudios que se han conformado a lo largo del tiempo. Con relación al campo de la EM, comunidades investigativas han estudiado en la historia de las matemáticas lo relativo a la construcción de conceptos con el fin de superar deficiencias y obstáculos en el camino de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

A continuación, se hace presente una breve descripción del sentido histórico-epistemológico sobre el concepto de función y función lineal, en distintas etapas históricas que a su vez dio paso al surgimiento de otros elementos matemáticos como: Variable y Cantidad.

Historia de las Matemáticas.

En la época donde las primeras civilizaciones hacían uso de conceptos u objetos matemáticos sin hacer una definición clara y concisa, se encuentra que en uno de los

escritos más antiguos, el Papiro de Rhind y el de Moscú, correspondientes a la civilización Egipcia, se encuentran números, operaciones y relaciones que estaban inducidas a la construcción de pirámides, en particular el objeto de función lineal ligado a la medición y la variación de la altura con respecto a una recta oblicua.

Con la civilización Babilónica (siglos XVIII hasta VI a.C) el concepto de función se hace más presente en el uso de tablas para realizar multiplicaciones, interés compuesto, regla de tres. Claudio Tolomeo en su trabajo hizo uso tablas para el registro de datos astronómicos, como ángulos y arcos. Más ligado al objeto función lineal, está el problema de las cuerdas vibrantes y la teoría pitagórica sobre las proporciones entre cantidades conmensurables. Como bien se sabe la civilización Griega buscaba mirar más allá de lo que hasta ese entonces para la humanidad fue evidente, encontrando así regularidades que pasaron a ser leyes, siendo las matemáticas una herramienta con sentido abstracto.

Otro aspecto importante en el cual se hace evidente el concepto de función fue en el estudio que realizaron los pitagóricos sobre números figurados, puesto que se trabajaban con base en regularidades, patrones numéricos y progresiones aritméticas. Así mismo con respecto a representaciones graficas geométricas el trabajo de Nicolás de Oresme (1323-1382) llevó a la luz la forma como representar la variación, en particular con el trazo de la gráfica de velocidad en función del tiempo para un cuerpo con aceleración uniforme, cuya grafica hizo correspondencia a una función lineal.

En la edad media Franciscus Vieta (1540-1603) fue el primer matemático en introducir el uso de letras como representativos de incógnitas y datos, consolidándose como el inventor del algebra simbólica, aportando de manera significativa una forma de representar clases de funciones.

Galileo Galilei (1564–1642) por medio del sentido numérico en las representaciones gráficas de Oresme permitió asociar el concepto de función lineal con la noción de dependencia en lugar de variación.

Transcurrido un tiempo importante, dentro del desarrollo de las ciencias formales, con Descartes (1592-1650) y Fermat (1601-1665) se introduce la idea de ecuación algebraica como una representación de la dependencia entre dos cantidades variables, retomando a Galileo al momento de asociar la función con la noción de dependencia, pero ahora avanzando mucho más allá, a una representación analítica.

Descartes introdujo un sistema de coordenadas que consiste en fijar la posición de un punto en el plano por medio de dos coordenadas, que corresponden a la distancia a dos líneas perpendiculares entre sí. Estos aportes, fueron el resultado de fusionar notablemente la geometría con el álgebra, dando pie al inicio de una evolución permanente de las matemáticas y las ciencias en general.

- Gotfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716), nacido en Alemania, introdujo por primera vez el término función asociado aún a lo geométrico, pero independiente de la variación entre magnitudes físicas.
- Bernoulli (1700-1782) independizó totalmente el término función, dando la primera definición de función como expresión analítica. Además, propuso una notación para la característica y el argumento de una función.
- Así mismo, Leonard Euler (1707-1783) precisó aún más la noción de función, definiendo constante y variable. Euler fue el primero en utilizar la notación $f(x)$ para designar la variable dependiente. Además, clasificó las funciones en continuas y discontinuas.
- Lobachevsky (S.XIX) formuló la definición de función en términos de dependencia, denominando función de x a un número que está dado para toda x y que cambie gradualmente junto con x .
- Por su parte, G. Peano (1858-1932) propuso reducir el concepto de función a la noción de relación. Russel y Whitehead desarrollaron la teoría de las relaciones. Hausdorff, en 1920, introduce el concepto de función a la teoría de conjuntos, definiendo la función como la triada (X, Y, f) donde f es un subconjunto del producto cartesiano $(X \times Y)$.

En las definiciones modernas de función, las nociones de variación y de dependencia pasan a ser desplazadas por la de correspondencia. La definición de función posterior la dio Godement (1966) quien la definió como una terna $f = (G, X, Y)$ en la cual X es el dominio,

Y el codominio y G , denominado el grafo de la función, es el conjunto de los pares $(x, f(x))$ que verifican la función. Como se observa el concepto de función ha venido evolucionando a medida que las exigencias y las condiciones sociales han puesto de por medio, es por ello que su actual y futura definición buscará cambios adaptables al desarrollo humano.

Definición del Concepto de Función.

A lo largo de la historia se han abordado diferentes definiciones de función dada por grandes aportadores de las matemáticas como Euler, Leibniz, Cantor etc. A continuación se presentan dos perspectivas del concepto de función que han evolucionado a través de la historia: una desde un enfoque de la teoría de conjuntos desarrollado por Cantor, a finales del siglo XIX y otra desde un enfoque analítico que conduce a la teoría de funciones.

Concepto de Función desde un Enfoque Analítico.

Las definiciones que se desarrollan en este enfoque se limitan al campo numérico y en su gran mayoría emplean términos como cantidad, valor, variables, constante etc. El concepto de función desde esta perspectiva lo desarrollaron los matemáticos Euler y Bernoulli y posteriormente Dirichlet propone una definición que es una generalización de definiciones que se dieron en tiempos anteriores: ***“y es una función de la variable x en el intervalo $a < x < b$ si para todo valor de la variable x en ese intervalo, le corresponde un valor determinado de la variable y ”***

Además, ésta definición se estudia en los cursos de cálculo de las universidades y siguen vigentes en los libros de texto de estos cursos.

Concepto de Función desde un Enfoque Conjuntista.

La definición de función desde la teoría de conjuntos desarrollada por Cantor a finales del siglo XIX, permite que la noción no solo se la aborde desde un campo numérico sino que también se la perciba desde conjuntos cualesquiera.

Según este enfoque la definición es la siguiente:

Sean X e Y dos conjuntos no vacíos. Una función f definida en un conjunto X y con valores en Y es una ley mediante la cual se hace corresponder a cada elemento de X un elemento de Y .

Y según el grupo de Bourbaki, quienes hicieron evolucionar la Teoría de Conjuntos, la definición de función alcanzó su concepto más abstracto:

Sean E y F dos conjuntos que pueden ser distintos o no. Una relación entre un elemento variable x de E y un elemento variable y de F se llama una relación funcional, si para todo $x \in E$, existe un único $y \in F$ que está relacionado con x en la relación dada.

Obstáculos en la Comprensión del Concepto de Función.

Los errores en la comprensión de la noción de función pueden ser varios pero los que más posiblemente se acerca a la manera como abordan los estudiantes este concepto pueden ser de tipo conceptuales y procedimentales. A continuación se presentan más específicamente algunos obstáculos que tuvieron los alumnos en una investigación hecha en México (López, 2007)

1. Confundir Ecuación y Función.

Los estudiantes en esta investigación definen la función como una ecuación. Además consideran que la incógnita de la ecuación es la misma que la variable de la función puesto que ambas se las representa con la letra x y por lo tanto el procedimiento algebraico, las operaciones y la gráfica de una función y una ecuación se lo aborda de la misma forma.

2. Representación típica de las funciones.

La representación estereotipada de las funciones se convierte en un obstáculo en el estudio para los alumnos puesto que si la función con la que se está trabajando la actividad no presenta la misma variable que la estudiada en las clases, entonces ellos cambian de parecer y automáticamente deja de ser una función.

3. Representación gráfica de las funciones.

La falta de comprensión en la noción de función se refleja también en la confusión que tiene el estudiante en elegir cual grafica representa una función y cual no la representa. Un ejemplo de este obstáculo que los estudiantes cometieron en esta investigación es identificar los gráficos de la geometría analítica como funciones.

4. Identificar las variables como dependientes o independientes.

Los alumnos no saben identificar las variables como dependientes o independientes e incluso en sus respuestas aunque la variable este denotada con diferentes letras, los estudiantes escriben la y como variable independiente y x como la dependiente. Esto se debe posiblemente porque se consideran todas las funciones como biyectivas. Además, no se tiene en cuenta características iniciales dadas como el dominio de la función.

Definición de Función Lineal:

Una función lineal es una función cuyo dominio y codominio son todos los números reales, y como expresión algebraica tiene un polinomio de primer grado y representación gráfica una línea recta. Es decir:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \rightarrow f(x) = mx + b$$

Con $m = \text{pendiente de la recta}$ $b = \text{intercepto con el eje } y$

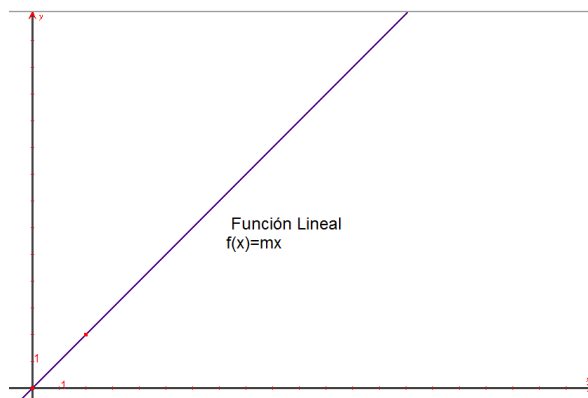


Figura 11: Representación Cartesiana.

Las funciones lineales sirven para describir una gran cantidad de fenómenos en los cuales se relacionan dos magnitudes que varían de manera proporcional. Por ejemplo:

- Cantidad de arena en un reloj con relación al tiempo
- Costo de materiales con relación a la cantidad.
- Espacio recorrido con velocidad constante respecto al tiempo

Características de la Función Lineal.

- **Variable dependiente:** Comunmente se denota con la letra y .
- **Variable independiente:** Comunmente se denota con la letra x .
- **Pendiente de la recta:** Constante de proporcionalidad, la cual indica la inclinación de la recta que la representa graficamente. Se denota dentro de la expresión $f(x) = mx + b$ con la letra m .
 1. Si la pendiente es mayor que cero la función es creciente.
 2. Si la pendiente es menor que cero la función es decreciente.
 3. Si la pendiente es cero la función es constante.
- **Ordenada en el origen:** Es el intercepto de la recta con el eje y , y es una cantidad constante. En la ecuación de la recta se denota por la letra b .
- **Dominio y Rango de una Función Lineal:** El dominio de una función son los valores que puede tomar la variable independiente y el rango son los valores que puede tomar la variable dependiente. Una manera algebraica, no siempre posible, de

hallar el dominio consiste en despejar y y analizar los valores reales de x para que y sea un número real.

Representación del Concepto de Función Lineal.

La dificultad que tiene los estudiantes para establecer una relación entre los diferentes registros de representación del concepto de función, como por ejemplo el de la representación gráfica y algebraica, se debe a que el alumno no puede entender el comportamiento general de la función. Las diferentes representaciones para el concepto de función, en particular para el de función lineal, se describen a continuación:

En el **registro verbal**, la función lineal se presenta como una descripción en el lenguaje natural, si se quiere estudiar un fenómeno que requiera ser modelado con una función, habitualmente se hace una descripción en lenguaje natural.

Ejemplo: Imagínese una llave de grifo que esté goteando agua en un vaso en forma de cilindro circular recto cuyos niveles están graduados en cm^3 . Suponiendo que el agua sale siempre en la misma cantidad durante todo el tiempo, hallar una forma general que exprese las relaciones entre los elementos que están variando.

En el **registro tabular**, la función lineal es representada por medio de una tabla de valores, sin embargo, este tipo de representación permite analizar un número finito de datos lo cual puede llevar a una confusión en el estudiante ya que la función lineal puede determinarse con un número infinito de valores.

Ejemplo:

Tiempo en min	1	2		10	20
N. de agua en cm	5	10		50	100

Figura 122: Representación Tabular Función Lineal

En el **registro gráfico** una función lineal se puede representar por medio de una línea recta en el plano cartesiano.

Ejemplo:

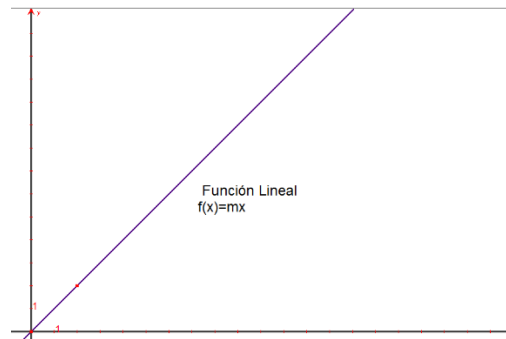


Figura 133: Representación Gráfica Función Lineal

En el **registro algebraico** la función lineal se representa por medio de una expresión algebraica, que permite calcular la imagen $f(x)$ para toda x correspondiente al dominio de la función.

Ejemplo: $f(x) = mx + b$

En el **registro simbólico** de los conjuntos la función lineal se representa, como un conjunto de pares ordenados.

Ejemplo: $f(x) = \{(x,y) / y = 2x\}$

En el **registro figural** el cual pone en juego la relación de correspondencia entre los elementos del conjunto de partida, llamado también el dominio y el conjunto de llegada, llamado codominio de la función.

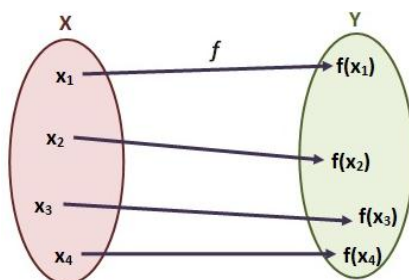


Figura 144: Representación Figural Función Lineal .Recuperado de <http://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/funciones-inyectivas-sobreyectivas-biyectivas/>

Por último en el **registro icónico** en el cual una función es como una máquina, posee una entrada a la que se le suministran unos datos y una salida en donde se obtiene un valor.

Ejemplo:

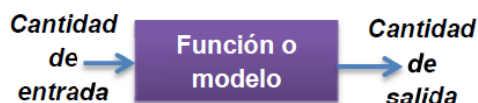


Figura 155: Representación Icónica de la Función Lineal. Recuperado de: <http://www.bdigital.unal.edu.co/11220/1/01186885.2012.pdf>

Modelación de Funciones (Función Lineal)

Siendo el objetivo general del presente trabajo de investigación el diseñar un módulo de aprendizaje alrededor de la MM y el concepto de función lineal. A continuación se hace presente una argumentación que permite estudiar desde un sentido teórico y a su vez didáctico los procesos de enseñanza y aprendizaje de la función lineal con ayuda de la MM.

El pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos:

Como se pudo observar en la perspectiva histórica–epistemológica del concepto de función, se encuentra que el desarrollo de este término tuvo en parte relación con el reconocimiento de patrones, y regularidades presentes en fenómenos físicos y reales; así como en el estudio de relaciones entre variables llegando consigo desde los estudios básicos de la escolaridad una aproximación a la noción de función como dependencia entre magnitudes variables.

El MEN a través de los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (2006) señala la importancia del concepto de función lineal puesto que permite analizar y modelar fenómenos y situaciones pertenecientes al mundo cotidiano, como de las ciencias naturales y sociales incluso de las matemáticas mismas.

Modelado de Funciones.

Considerando la MM como un proceso y a su vez una herramienta metodológica al momento de impartir la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es importante reconocer el papel que juega en el estudio de situaciones y fenómenos que envuelven al

estudiante, siendo una conexión de las matemáticas que se imparten en la escuela y los distintos contextos.

Ahora bien, con el avance tecnológico y las herramientas computacionales se han experimentado cambios en distintos aspectos, uno de ellos el educativo con el fin de formar seres humanos capaces e independientes en el momento de afrontar diversas situaciones y problemáticas. En este sentido las investigaciones en el campo de la educación delimitan el papel decisivo que cumplen las estrategias y recursos didácticos empleados por parte del docente al momento de ser el agente directo y uno de los principales en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las distintas ciencias.

En este módulo se presenta la posibilidad de interactuar con un Ambiente de Geometría Dinámica, siendo una herramienta clave y productiva al momento de enseñar el concepto de función lineal por medio de la MM, superando las clases tradicionales que nos ofrece el trabajo con el ambiente de lápiz y el papel, sin desconocer que por medio de estas herramientas hoy en día se cuenta con grandes desarrollos que han marcado la vida del ser humano y por ende de todo su alrededor.

Y esta idea de relacionar el uso de herramientas computacionales, junto con la MM y el uso de un objeto matemático como la función lineal, podrá permitir al docente jugar con estrategias que motiven hacia un trabajo progresivo y didáctico en su desarrollo profesional.

4.2.8.4 Unidad 3: Ejemplos de Modelación Matemática.

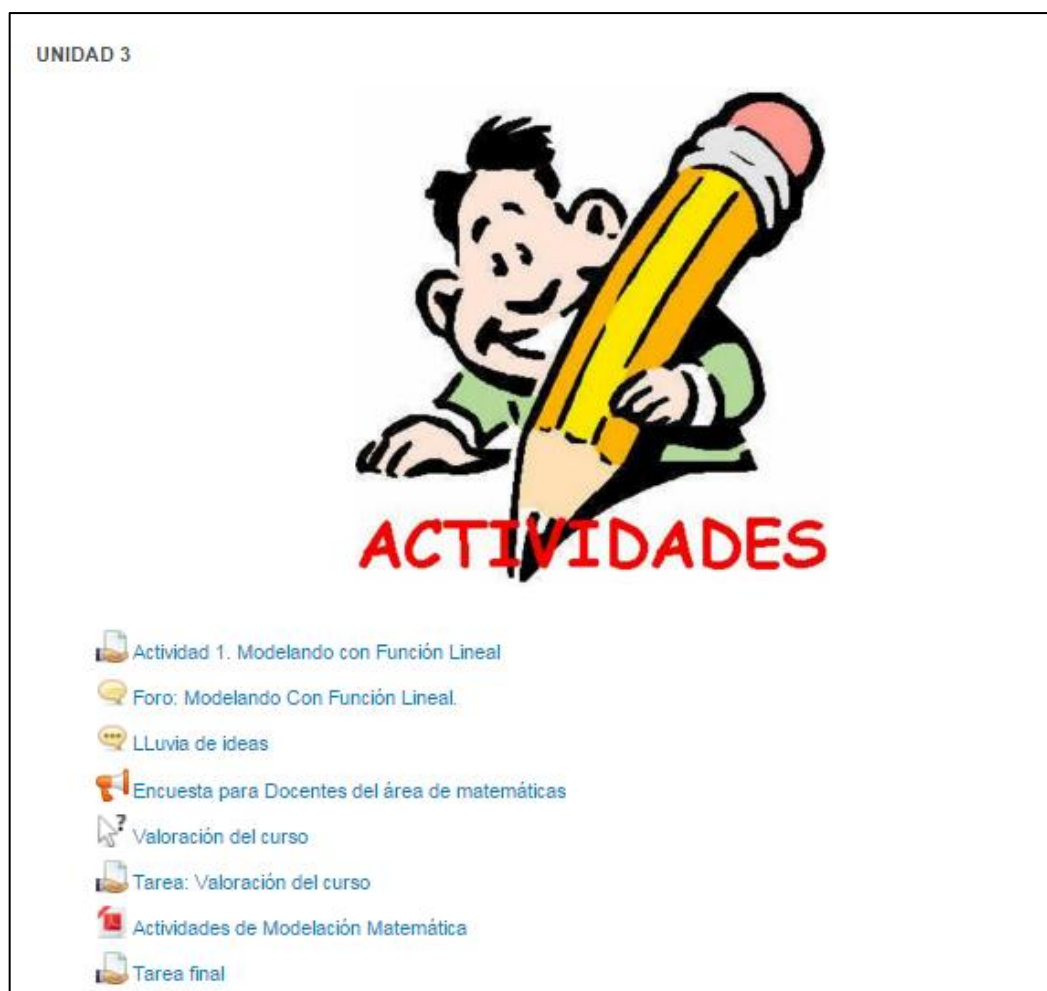


Figura 16: Formato de Presentación Unidad Tres. Recuperado de:
<http://deconceptos.com/general/actividad>

Introducción.

Se presentan unas actividades, ya sea para realizarlas de manera individual o colectiva, para ser desarrolladas en un Ambiente de Geometría Dinámica como Cabri, donde los docentes evalúen el uso de la información y el conocimiento obtenido a lo largo del módulo, además detectar dificultades que se puedan presentar en su desarrollo.

Para Fernández y Garzón (2007) las actividades diseñadas mediante el Ambiente de Geometría Dinámica se clasifican en cuatro de los siguientes tipos:

Actividades de tipo I: Construcción de figuras.

Este tipo de actividades son de construcciones geométricas en la que el estudiante debe hacer uso de las herramientas de Cabri y también debe recurrir a los conocimientos que posee sobre las propiedades geométricas, de la figura que el docente le pide, para así elaborar correctamente la actividad con Cabri validando su construcción por medio del arrastre.

Actividades de tipo II: Descripción verbal

El estudiante en este tipo de actividad debe explorar la construcción geométrica que el profesor le presenta y descubrir cuales propiedades y objetos matemáticos fueron utilizadas para la construcción en Cabri, el tipo de preguntas para estas actividades están relacionadas sobre los lugares geométricos y los obstáculos por los cuales no se puede construir ciertas figuras.

Actividades tipo III: Cajas negras y Macros.

Consiste en reproducir la misma figura geométrica que el profesor ha realizado en Cabri pero restringiendo la opción que posee este software de “revisar construcción” de tal forma que el comportamiento de la figura que hace el profesor sea el mismo del que el estudiante construyó verificando esta tarea mediante la opción de “arrastre”. Con estas actividades el

estudiante analiza la figura, las propiedades que posee y puede hacer uso de otras herramientas que tiene el ambiente para que el verifique las hipótesis.

Actividades de tipo IV: Enunciados de teoremas y su validación.

Relacionadas con la demostración y la argumentación en geometría consiste en que el estudiante verifique los teoremas con los elementos que proporciona el ambiente de geometría dinámica para favorecer los procesos de demostración y validación. En este tipo de actividades se debe dominar los conocimientos, propiedades y conceptos geométricos necesarios que intervienen en la solución de la actividad.

De acuerdo a los anteriores criterios, las actividades diseñadas en el módulo son de tipo I y II con relación a los objetivos que se busca desarrollar en el módulo de FDMM.

Objetivo.

- Orientar al profesor, mediante actividades de MM usando el concepto de función lineal, en la construcción y el diseño de situaciones problema que puedan ser útiles para la integración del proceso de modelar en las matemáticas escolares.

Resumen.

En la unidad tres, se presentan cuatro actividades relacionadas con la MM y el concepto de función lineal, enfocadas al reconocimiento de habilidades y destrezas en cuanto a los objetivos y contenidos desarrollados en el módulo de aprendizaje.

Las actividades se sustentan mediante el diseño de cuatro fichas (anexo 2),: ficha de identificación, ficha del profesor, ficha del estudiante y ficha técnica, con el propósito de

actualizar y fomentar la búsqueda y construcción de nuevas estrategias didácticas que mejoren los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, particularmente con el uso de la modelación.

Contenido.

Actividad 1:Llenado de recipiente.

Se considera un recipiente con base cuadrada de lado 2 cm y altura de 6 cm se desea analizar como varía el volumen del recipiente a medida que se va llenando. (Anexo 2)

Actividad 2:Cambio de temperatura.

La Temperatura se mide por lo general en grados Fahrenheit o en grados Celsius, la relación que describe estas medidas es una función lineal, el punto de congelación es 0° Celsius o 32° grados Fahrenheit y el punto de ebullición del agua es 100° Celsius o 212° Fahrenheit. (Anexo2)

Actividad 3:Ley de Hooke.

Hay un resorte de 20 cm de longitud y un bloque con masa de 3kg. Si se añade al resorte la masa de 3kg. observar analizar y representar la variación de la longitud del resorte con relación a la variación de la masa del bloque.(Anexo 2)

.

4.2.9 Referencias Bibliográficas del Módulo

- Alsina, C; García, L., Gómez, J., & Romero, S. (2007). Modelling in Science Education and Learning. *SUMA*, 54, 51-53.
- Biembengut, M. & Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemáticas. *Educación Matemática*, 16(2), 105-125.
- Chapman, O. (2007). Mathematical Modelling In High School Mathematics: Teachers' Thinking And Practice. In H.-W. Henn & W. Blum (Eds.), *ICMI Study 14: Modelling and Applications in Mathematics Education*, (pp. 325-332). Dortmund: University of Dortmund.
- España, M. (2010). Aproximación didáctica al proceso de diseño de un módulo para la formación docente en el conocimiento matemático de las cónicas en un ambiente de aprendizaje informático. (Tesis de pregrado). Universidad de Nariño, Pasto, Colombia.
- Fernández, E. (2013). La Armonía Geométrica de los Cielos. Ciclo de conferencias: Miércoles académico. Universidad de Nariño.
- Guacaneme, E. Obando, G., Garzón, D. & Villa-Ochoa, J. (2013). Informe sobre la Formación Inicial y Continua de los Profesores de Matemáticas: Colombia. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Año 8. Especial Noviembre. 11-49. Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/12220/11491>
- Guevara, C. (2011). Propuesta didáctica para lograr aprendizaje significativo del concepto de función mediante la modelación y simulación. (Tesis de maestría). Universidad Nacional, Medellín, Colombia.
- López, J. (2007). Dificultades Conceptuales y Procedimentales Asociadas al Concepto de Función. (Tesis publicada). Universidad Autónoma de Yucatán, Mérida, México.
- Kaiser, G. & Schwarz, B. (2006). A global survey of international perspectives on mathematics education. (*ZDM*) The international Journal on Mathematics Education, 38 (3), 302-310.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares básicos de competencias en matemáticas: Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!. Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.
- Nazareno, M., Narváez, N. (2016). Aproximación al diseño de un Módulo de Aprendizaje para la Formación Docente sobre Modelación Matemática: Ejemplos alrededor de la Función Lineal. (Tesis no publicada). Universidad de Nariño, Pasto.

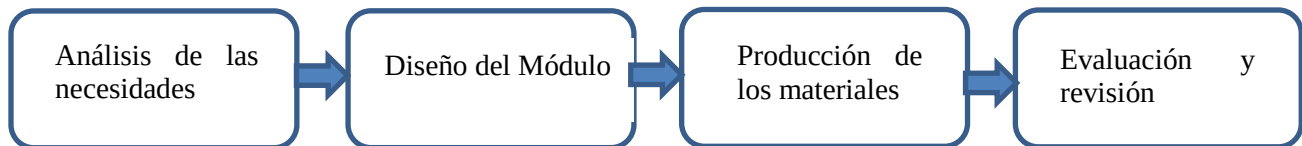
- Urbaneja, P. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Suma*, 45, 17-28.
- Villa-Ochoa, J. A., Bustamante, C. A., Berrio, M., Osorio, A., & Ocampo, D. (2008). El proceso de modelación matemática en las aulas escolares. A propósito de los 10 años de su inclusión en los Lineamientos Curriculares colombianos. En G. García (Ed.), *Memorias del Noveno Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, (pp. 41-45). Bogotá D. C.
- Villa-Ochoa, J. A., & Ruíz, M. (2009). Modelación en Educación Matemática. Una mirada desde los Lineamientos y Estándares Curriculares Colombianos. *Revista Virtual-Universidad Católica del Norte* (27), 1-21.

Capítulo 5: Lineamientos de Evaluación del Módulo

5.1 Introducción

Acorde con los modelos de Area (2002) y también los lineamientos propuestos por Mestre et al. (2014), para el diseño de un módulo virtual, el módulo de FDMM de esta investigación cumple con las fases de diseño así como también, las estrategias pedagógicas y tecnológicas por las cuales debe cumplir cualquier curso virtual y que se presentan en este capítulo.

El proceso de elaboración del módulo FDMM de acuerdo con el modelo de Area (2002) se aborda de la siguiente manera:



- **Análisis de las necesidades:** En esta fase se trata de identificar por qué y para qué se va a realizar el módulo. Para el caso del módulo de FDMM anteriormente se mencionó que los resultados obtenidos de las encuestas muestran la necesidad de diseñar una propuesta didáctica para los docentes sobre la MM.
- **Diseño del Módulo:** Esta fase incluye determinar los temas de enseñanza, las actividades de cada unidad, los materiales que se utilizarán en el curso, el formato

de presentación de todo el módulo etc. Este tema se describe ampliamente en la unidad 2 de este trabajo final.

- **Producción de los materiales:** Esto hace referencia al desarrollo de las unidades didácticas como los objetivos, los temas, las actividades etc. que también se describen más detalladamente en la unidad 2 de la presente investigación.
- **Evaluación y revisión:** Consiste en identificar las fallas del módulo para hacer los ajustes así como también las ventajas que se obtienen del curso. Debido a que el trabajo solo consiste en diseñar el módulo para esta fase se recurre a la evaluación de expertos en cada tema que interviene para su elaboración entre ellos los tecnológicos y didácticos principalmente.

Con respecto a los instrumentos de evaluación es importante tener en cuenta ciertos criterios como son: El tipo de aprendizaje que se busca desarrollar, las características de los participantes y la situación o lugar en donde estos mismos se ubiquen. Por lo tanto el proceso de evaluación puede constituirse a través de etapas que pueden ir desde un diagnóstico, teniendo en cuenta los conocimientos previos que los participantes manejan, una evaluación en la elaboración del curso y finalmente una valoración con respecto a los objetivos que se buscan desarrollar.

En este sentido el diseño del módulo está enfocado en presentar contenidos y actividades relacionadas e integradas con el proceso de aprendizaje, de acuerdo a la temática que se busca desarrollar, brindando espacios e información necesarios para poder abordar conceptos y concluir la finalidad del módulo.

El módulo FDMM, presenta:

- Información general del módulo: Comprende un texto con la presentación general del módulo con un mapa gráfico, como representación del mismo.
- Espacio de interacción permanente: En el módulo se brindan espacios mediante los cuales hay una comunicación entre el tutor y los usuarios, permitiendo una participación activa y colaborativa.
- Unidades didácticas: En las que se encuentran los temas a desarrollar, con un objetivo planteado, con sus correspondientes contenidos, la documentación complementaria como apoyo en el aprendizaje de cada concepto, y una evaluación acorde a cada una de las unidades planteadas.

5.2 Estrategias Pedagógicas del Módulo

Las estrategias y los elementos pedagógicos considerados para el diseño del módulo que se describen a continuación, aportarán a la formación y fortalecimiento de las competencias en el estudiante. Estas estrategias siguen las pautas y los lineamientos para el diseño de un módulo descrito en artículos anteriores como el de Area (2002) y Mestre et al. (2014)

Organizadores gráficos:

Incluye un conjunto de representaciones gráficas que pueden utilizarse para expresar la relación entre los temas del curso y algún contenido (Mestre et al, 2014) en el módulo, los organizadores gráficos se presentan a manera de mapas conceptuales donde se especifica

los temas a llevar a cabo en cada unidad temática así como también se presenta en la guía introductoria una estructura más general de todo el módulo en la cual el estudiante puede darse una idea de lo que se desarrollará a lo largo del curso.

Aprendizaje basado en problemas:

Se trata del diseño de unos problemas los cuales requieren de la dedicación y compromiso por parte de los estudiantes para su solución. Las actividades relacionadas con este aspecto en el curso de FDMM se presentan en la última unidad didáctica del módulo titulada *Actividades de Modelación* y tiene como objetivo principal que los docentes pongan en práctica todo lo aprendido a lo largo del curso mediante la solución de situaciones y problemas reales que se desarrollan mediante el proceso de modelación

Trabajo en grupo

Este aspecto incluye varios tipos de participación entre ellos el de la lluvia de ideas, donde los integrantes del curso comparten ideas de acuerdo a algún tema ya estudiado. Para llevar a cabo el trabajo en grupo en el curso de FDMM y compartir las ideas de los participantes se incluirá en las unidades didácticas una actividad que facilita la plataforma como es el Foro donde se crea un espacio en las clases presenciales para desarrollar y llevar a cabo la actividad y contribuir al aprendizaje colectivo.

5.3 Lineamientos Tecnológicos

El aula virtual debe entenderse como espacio para la construcción de conocimientos por parte del estudiante, un espacio donde el profesor hace uso pedagógico de la tecnología para fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje. Es de esencial importancia que el aula cuente con los requerimientos técnicos como por ejemplo el acceso a Internet con una velocidad de 2MB que esté actualizado y permita una navegación rápida y los complementos y extensiones necesarias para abrir los archivos que están disponibles en la plataforma.

La plataforma donde se encuentra elaborado el módulo cuenta con las características que son necesarias para llevar a cabo un curso de formación bajo la modalidad de aprendizaje b- learning como el que se propone en esta investigación ya que posee las siguientes características:

Accesibilidad: Todos los participantes del curso pueden ingresar a la plataforma y hacer uso de todos los recursos que se encuentran disponibles en la página a cualquier hora del día, cuando ellos lo consideren necesario, desde el lugar donde se encuentren y con cualquier tipo de computador que cuente como un requisito mínimo de servicio a internet .

Flexible: La plataforma tiene todos los componentes necesarios para que esta herramienta tecnológica se adapte a los requerimientos de los estudiantes permitiendo una mejor navegación por todo el módulo; los alumnos puedan acceder al aprendizaje de

cualquier tema que encuentren en ella con facilidad puesto que se pueden utilizar las opciones de navegación rápida que posee la plataforma.

Espacios de Comunicación en el Aula: La comunicación en el aula virtual también se lleva a cabo mediante los recursos y las actividades que ofrece la plataforma virtual, propuestas en cada unidad didáctica y que permite una interacción con el estudiante y el grupo, además una mejor comprensión de las temáticas propuestas mediante el intercambio de ideas que se facilitan con estos espacios de comunicación; el uso depende de la actividad o cuando el profesor lo vea pertinente.

5.4 Lineamientos Gráficos del Módulo

El diseño visual del módulo es de suma importancia en la presentación del curso porque ayuda a facilitar y simplificar la comprensión de la información contenida en el tema y además despierta el interés en el estudiante por explorar las unidades temáticas. Teniendo en cuenta el tipo de público al que va dirigido el curso, en este caso particular a docentes de instituciones públicas con formación académica mínima de pregrado, el curso cuenta con:

- Gráficos con formato JPG que permiten una mejor visualización de la imagen. Todas tienen conexión con las temáticas, los aspectos en cuanto a la estética es decir color, tipo de letra, fondos etc. van de acuerdo al diseño de la plataforma, fueron escogidos con la ayuda y asesoramiento de profesionales en el área de diseño y la informática, así se garantiza que el estudiante al ingresar al curso le llame la atención.

- El curso se va a desarrollar en un dispositivo tecnológico como es el computador por lo tanto los videos y audios que se encuentran en las unidades temáticas se cargan con facilidad en cualquier programa de internet por medio de esta herramienta tecnológica puesto que está en formatos tales como: **Mp4** para Google Chrome y Mozilla Firefox; **webM** para Internet Explorer y la duración de cada video es máximo de 6 minutos.

5.5 Evaluación.

Dentro de los criterios para el diseño y construcción de materiales didácticos virtuales, un punto clave e importante en cuanto a la consolidación y ejecución de los objetivos a desarrollar entorno a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es la evaluación. En este sentido la evaluación como un proceso continuo permite sustentar la selección de contenidos, actividades, modalidades de trabajo, propuestas en el material virtual. Es así como se orienta este proceso en el perfeccionamiento o mejora del recurso diseñado, con la finalidad de llegar a una propuesta pertinente y de calidad en el sistema educativo. Debe estar en concordancia con los objetivos y competencias propuestas para cada tema o unidad. Para el módulo de FDMM la evaluación tendrá en cuenta el desempeño del estudiante durante el curso lo que implica que evidencie todo lo que aprendió de la unidad participando activamente en las actividades propuestas para cada unidad.

Conclusiones y Recomendaciones

CONCLUSIONES.

En este apartado se presentan las conclusiones que se consiguieron en cuanto a la teoría general de los temas que se tuvieron en cuenta en el presente trabajo con relación a la pregunta de investigación y los objetivos planteados, con un sentido crítico, permitiendo hacer uso de análisis y reflexión en cuanto a la formación docente y los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, para desafiar nuevas estrategias encaminadas al cambio y actualización.

En una primera instancia con respecto a la formación docente en MM, los resultados que se encontraron por medio de la realización de encuestas, confirmó una vez más el débil potencial cognitivo y práctico por parte de los docentes en la integración de la MM en el aula escolar. Si bien, el proceso de MM, permite el desarrollo de habilidades conceptuales, con las cuales el estudiante enfrenta situaciones problemas de su propio entorno. Es decir, el docente, al momento de orientar al desarrollo del proceso de MM, tiene en sus manos, la facilidad para emprender y motivar al estudiante a aprender matemáticas.

Cabe resaltar que la investigación tuvo en cuenta solo las dificultades de tipo conceptual, que tiene el docente con respecto a la MM, sin embargo, existen otros obstáculos por los cuales el maestro no puede implementar este proceso y que se plantean en este párrafo para que otros investigadores interesados en el tema, profundicen con más

rigurosidad: la cantidad de contenidos que presenta el currículo y que deben ser desarrollados en el aula lo cual conlleva a que el docente no tenga el tiempo suficiente para diseñar las clases y realizar actividades de modelación; así como también otro tipo de presiones institucionales a los cuales el docente debe cumplir además de la falta de materiales. Por lo tanto el módulo de aprendizaje no va a resolver el problema sobre la implementación de la modelación en su totalidad.

Por otro lado, el diseño estrategias metodológicas además de ser mediadas por paquetes informáticos, pueden ser apoyadas con el uso de plataformas Moodle. En particular para el cumplimiento de uno de los objetivos de este trabajo, el Campus Virtual de la Universidad de Nariño, permite el diseño de cursos virtuales, en los que se pone en práctica actividades diseñadas por docente, sin perder una conexión en la comunicación de docentes y estudiantes.

Puesto que, uno de los objetivos del presente trabajo fue el diseño de un módulo de aprendizaje, con respecto a la MM y en particular en la modelación de funciones lineales con ayuda de un Ambiente de Geometría Dinámica, se encuentra que el diseño de nuevas estrategias didácticas para el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas favorece en gran medida, el interés, la motivación y reflexión en cuanto a la educación que se imparte en los colegios, siendo así una necesidad urgente el actualizar y apoyar a la comunidad educativa en cuanto su formación académica.

El módulo de Formación Docente en Modelación Matemática se encuentra disponible en el campus virtual de la universidad de Nariño COES disponible en el siguiente enlace <http://coes.udenar.edu.co/course/view.php?id=675>

RECOMENDACIONES

En la culminación de este trabajo de investigación es pertinente subrayar para futuras implementaciones del módulo virtual FDMM, las siguientes recomendaciones:

Se sugiere que en el diseño y elaboración de propuestas didácticas mediadas por herramientas informáticas educativas, es necesario realizar la fase de experimentación propuesta por Area (2002) ya que permite percibir posibilidades y limitaciones en cuanto a los objetivos que se dese alcanzar con dichas propuestas didácticas.

Para la elaboración del módulo en la plataforma virtual se requiere que los docentes que están a cargo del diseño del curso, conozcan y manejen los recursos y herramientas que proporcionan estas plataformas y se familiaricen con la estructura y comportamiento de la misma, así como también que tenga elaborados todos los archivos y materiales didácticos que se utilizaran a lo largo de todo el curso para que se han subidos en el sitio virtual.

Las fichas de trabajo que hacen parte de los objetivos específicos de este trabajo son de vital importancia porque proporcionan la información necesaria para trabajar con el recurso en el aula de clase ´por tal motivo los datos que se proporcione en las ellas debe ser clara para un mejor desarrollo de la actividad con los estudiantes y también para que se pueda actualizar la información cada vez que el profesor a cargo de la actividad lo vea necesario.

Para finalizar exponemos al lector las siguientes preguntas que permiten la continuidad y desarrollo de este trabajo de investigación en razón al proceso de MM y la formación docente:

- Teniendo en cuenta que el objetivo central es el desarrollo de un módulo de aprendizaje orientado a la formación docente, es importante considerar lo siguiente: ¿Cuáles son los elementos o políticas educativas que se deben implementar al momento de impartir una formación inicial y continua en el proceso de MM?
- De acuerdo a los resultados obtenidos en las encuestas aplicadas para la ciudad de Pasto ¿Todos los docentes que se estén desempeñándose en el área de matemáticas podrían implementar la MM en el aula escolar? ¿Un curso de Formación docente sobre la MM bastaría para capacitar a “maestros” que no poseen un título de Licenciados en Matemáticas?

Referencias Bibliográficas del Trabajo Final

- Alcides, L. (2008). *Blenden learning La nueva formación en educación superior*. Recuperado de http://www.unilibre.edu.co/revistaavances/avances_9/r9_art9.pdf
- Alsina, C; García, L., Gómez, J., & Romero, S. (2007). Modelling in Science Education and Learning. *SUMA*, 54, 51-53.
- Area, M. (2002). La Elaboración de Módulos y Materiales para www. En La educación de personas adultas [En Línea]. 2002. -26 de Enero de 2009.- <http://webpages.ull.es/users/manarea/Documentos/documentos8.htm>.-Documento elaborado para la formación del Profesorado del Proyecto RedVEDA.
- Area, M & Adell, J. (2009). E-Learning: Enseñar y aprender en espacios virtuales. En J. De Pablos (Coord): Tecnología Educativa. La formación del profesorado en la era de Internet. Aljibe, Málaga, pags. 391-424.
- Biembengut, M, & Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemáticas. *Educación Matemática*, 16 (002), 105-125.
- Biembengut, M. & Biembengut, T. (2011). Mathematical Modelling in a Distance Course for Teachers. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo-Ferri, & G. Stillman, G. (Eds.) *Trends in teaching and learning of mathematical modelling*. ICTMA 14 (pp. 269–278). New York, NY: Springer Science + Media, LLC.
- Camarera, P. (2011). Matemáticas en el contexto de las ciencias y la modelación. En A. Ruiz (Presidencia), *XXIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, CIAEM*. Recife, Brasil. Recuperado de: <http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/XIIICIAEM/artigos/MC-camarena.pdf>
- Castiblanco, A. C., Urquina, H., Camargo, L., & Moreno, L. E. (2004). Tecnología Informática: Innovación en el Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Chapman, O. (2007). Mathematical Modelling In High School Mathematics:Teachers' Thinking And Practice. In H.-W. Henn & W. Blum (Eds.), *ICMI Study 14: Modelling and Applicationsin Mathematics Education*, (pp. 325-332). Dortmund: University of Dortmund
- Conde, J., Rodríguez, J., García, D., Hermiz, A., Navarro, A., Moreno, & J., Muñoz, P. (2013). *Moodle 2.6 para el profesor*. Recuperado de http://serviciosgate.upm.es/docs/moodle/manual_moodle_2.6.pdf

- España, M. (2010). Aproximación didáctica al proceso de diseño de un módulo para la formación docente en el conocimiento matemático de las cónicas en un ambiente de aprendizaje informático. (Tesis de pregrado). Universidad de Nariño, Pasto, Colombia.
- Espasa Calpe (1998). Enciclopedia temática Espasa. *Origen de las matemáticas*. Barcelona, pp 451- 470
- Fernández, E. y Garzón, D. (2007). Módulo 3: Pensamiento Geométrico y Métrico. Unidad 3: Los Ambientes de Geometría Dinámica y Las Interacciones entre Pensamiento Métrico y Pensamiento Geométrico. 3.3. Tipos de actividades que vinculan la visualización y los hechos geométricos. En: Programa de Formación Permanente de Educadores en Tecnologías de la Información y la Comunicación en Educación Matemática. Universidad del Valle. Cali. [en línea y en CD-ROM]. Disponible en línea en: En las memorias electrónicas en CD y En el sitio Web del Campus Virtual de la Universidad del Valle. Cali, Colombia: https://proxse13.univalle.edu.co/campus/moodle/file.php/1290/pensamiento/Unidad2/verscionpdf/matematicas_modulo3_unidad2.pdf. [Consultado 17 de septiembre, 2007].
- García, D. (2012). Las Representaciones Semióticas en el Aprendizaje del Concepto de Función Lineal. (Tesis de Maestría). Universidad autónoma de Manizales. Caldas.
- Giordano, F., Weir, M., & Fox, W. (1997). A first Course in Mathematical Modelling. Brooks/Cole Publishing Company
- González, A. (2009). *Guía de apoyo para el uso de moodle 1.9.4 Usuario profesor*. Recuperado de http://es.cvs.moodle.org/moodle/*checkout*/contrib/docs/es/1.9.4_usuario_profesor.pdf
- Guacaneme, E. Obando, G., Garzón, D. & Villa-Ochoa, J. (2013). *Informe sobre la Formación Inicial y Continua de los Profesores de Matemáticas: Colombia*. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Año 8. Especial Noviembre. 11-49. Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/12220/11491>
- Guevara, C. (2011). Propuesta didáctica para lograr aprendizaje significativo del concepto de función mediante la modelación y simulación. (Tesis de maestría). Universidad Nacional, Medellín, Colombia.
- Guin, D. & Trouche, L. (2007). Une approche multidimensionnelle pour la conception collaborative de ressources pédagogiques. Environnements informatisés et ressources numériques pour L'apprentissage / Ed. BARON, M., Guin, D, y Trouche, L. Paris: Hermès-Lavoisier.
- Jiménez, A. (2005). Formación de profesores de matemáticas: aprendizajes recíprocos escuela- universidad. Tunja: Editorial Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

- Kaiser, G. & Schwarz, B. (2006). A global survey of international perspectives on mathematics education. (*ZDM The international Journal on Mathematics Education*, 38 (3), 302-310.
- Keitel, C. (2004). ¿Para qué necesitan nuestros estudiantes las matemáticas? En Giménez, Joaquim; Santos, Leonor y Da Ponte, Joao Pedro (Coords.). *La actividad matemática en el aula. Homenaje a Pablo Abrantes* (pp. 12-24). Barcelona: Editorial Graó.
- Maki D, Thompson M (1973) *Mathematical models and applications*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- Mestre, G., Torres, E., Diaz, D., Gomez., J. (2014). Lineamientos Pedagógicos, Comunicativos y Tecnológicos para la producción de cursos mediados por TIC en la Educación a Distancia. Cartagena: Equipo de Educación a Distancia.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Matemáticas: Lineamientos Curriculares*. Bogotá: Panamericana Formas e Impresos.
- Ministerio de Educación Nacional. (1999). *Nuevas Tecnologías y Currículo De Matemáticas: Apoyo A Los Lineamientos Curriculares* Bogotá: Punto EXE editores.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas: Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!*. Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias*. Bogotá: Magisterio
- Ministerio de Educación Nacional. (2012). *Políticas y Sistema Colombiano de Formación y Desarrollo Profesional Docente*. Bogotá, Colombia.
- Narro, A (1996). Aplicación de algunos Modelos Matemáticos a la toma de decisiones. *Política y Cultura*, primavera, 183-198
- Nazareno, M., Narváez, N. (2016). Aproximación al diseño de un Módulo de Aprendizaje para la Formación Docente sobre Modelación Matemática: Ejemplos alrededor de la Función Lineal. (Tesis no publicada) Universidad de Nariño, Pasto.
- López, J. (2007). *Dificultades Conceptuales y Procedimentales Asociadas al Concepto de Función* (Tesis publicada). Universidad Autónoma de Yucatán, Mérida, México.
- OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development). (2010). *PISA 2009 results: What students know and can do. Student performance in reading, mathematics and science* (Vol. 1). Paris, France: Directorate for Education..

- Pepin, B., Gueudet, G. & Trouche, L. (Eds.) (2013). Re-sourcing teacher work and interaction: new perspectives on resource design, use and teacher collaboration, *ZDM-The International Journal of Mathematics Education*. 45(7)
- Perea, M. (2010). *Creación de material Didáctico para la Innovación educativa con TIC*. Recuperado de <http://es.slideshare.net/guestaf14dd/utp-material-idactico-verano>.
- Rabardel, P. (1995). Les hommes et les technologies: approche cognitive des instruments contemporains. Paris: Armand Colin.
- Remillard, J.T. (2005), Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211-246.
- Trigueros, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa*. 9 (46), 75-87.
- Urbaneja, P. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Suma*, 45, 17-28.
- Vasco, C., Suárez, A., Barrera de Aragón, M., Perdomo De Parra, N., Becerra, M. (2004). De la teoría a la práctica en la formación de maestros en ciencias y matemáticas en Colombia. Bogotá: Editorial Pontificia Universidad Javeriana.
- Villa, J. A. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno Lógicas*, 63-85.
- Villa-Ochoa, J. A., Bustamante, C. A., Berrio, M., Osorio, A., & Ocampo, D. (2008). El proceso de modelación matemática en las aulas escolares. A propósito de los 10 años de su inclusión en los Lineamientos Curriculares colombianos. En G. García (Ed.), *Memorias del Noveno Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, (pp. 41-45). Bogotá D. C.
- Villa-Ochoa, J. A., & Ruíz, M. (2009). Modelación en Educación Matemática. Una mirada desde los Lineamientos y Estándares Curriculares Colombianos. *Revista Virtual-Universidad Católica del Norte* (27), 1-21.
- Villa-Ochoa, J. A., Bustamante, C. A., Berrio, M., Osorio, A., & Ocampo, D (2009). *Sentido de Realidad y Modelación Matemática: el caso de Alberto*. ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, 2(2), pp. 159-180.
- Villa-Ochoa, J. & Jaramillo, C. (2011). Sense of Reality through Mathematical Modelling. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo-Ferri, & G. Stillman, G. (Eds.) *Trends in teaching and learning of mathematical modelling*. ICTMA 14 (pp 701–711). New York, NY: Springer Science + Media, LLC.

- Wenger, E. (1998). Communities of practice: learning as social system [En línea]. -1998.-3 de Abril del 2009.<http://www.co-i-1.com/coil/knowledgegarde/cop/Lss.shtml>.
- Williams, J. & Goos, M. (2003). Modelling with Mathematics and Technologies. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. Leung (Eds.), *Third International handbook of Mathematics Education* (pp. 549–568). New York, NY: Springer.



ANEXOS 1: ENCUESTA

UNIVERSIDAD DE NARIÑO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ANÁLISIS DE LA AFINIDAD DE DOCENTES CON LA MODELACIÓN MATEMÁTICA EN INSTITUCIONES PÚBLICAS EN LA CIUDAD DE SAN JUAN DE PASTO

OBJETIVO DE LA ENCUESTA: Identificar si los docentes de las instituciones educativas de bachillerato aplican o desarrollan la modelación matemática en su quehacer profesional.

1. ASPECTOS LABORALES Y ACADÉMICOS

Institución Educativa No. _____

Tipo de Vinculación: Hora Cátedra: _____ Tiempo Parcial: _____ Tiempo Completo: _____

Otro: _____

Categoría: _____

ESTUDIOS ACADEMICOS			
Año de inicio:	Año de egreso:	Título de	Pregrado:
_____	_____	_____	_____
Otros estudios/título/nivel:			

2. ENCUESTA PARA CONTESTAR POR ESCRITO.

2.1 En 1998, el Ministerio de Educación Nacional, a través de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, propuso desarrollar el Pensamiento Matemático en los estudiantes, a través de cinco procesos. Por favor, FICmenciónelos.

1. _____

4. _____

2. _____

5. _____

3. _____

6. No SABE o No RESPONDE:

2.2 ¿En qué consiste la **Modelación Matemática**, en relación con los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas?

2.3 ¿Usted implementa la **Modelación Matemática** en su quehacer docente?

Si: _____ No _____

¿De qué manera?

Si su respuesta de la pregunta anterior es **NO**, por favor, explique los principales aspectos que obstaculizan la práctica de la **Modelación Matemática** en su actividad escolar.

2.4 ¿Usted ha cursado algún programa de Formación, Actualización y/o Cualificación Docente donde se estudie algún aspecto relacionado con la **Modelación Matemática**?

Si: _____ No: _____

Mencione cuál: _____

2.5 ¿Considera importante la modelación matemática en el trabajo del docente de matemáticas?

Si: _____ No: _____

¿Porqué?

ANEXO 2: FICHAS DE TRABAJO

UNIVERSIDAD DE NARIÑO.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA.

ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA.



FICHA DE IDENTIFICACIÓN: LLENADO DE RECIPIENTES.

Tipo	Modelación Matemática.
Nivel	Básica y media
Palabras claves	Modelación matemática, función, modelo matemático, dependencia, variabilidad.
Objetivos pedagógicos generales	➤ Familiarizarse con el Ambiente de Geometría Dinámica para realizar actividades más enriquecidas. ➤ Aprender y reforzar la modelación matemática con el tema de las funciones lineales.
Modalidad	Presencial.
Dispositivo técnico	Computadores con acceso a internet y con el Ambiente de Geometría Dinámica.
Descripción de las fichas	Ficha del profesor: Se encuentra los objetivos de la actividad, los prerrequisitos y las competencias necesarias para desarrollar la actividad, así como también se presenta la solución de dicha actividad. Ficha del estudiante: Se presenta la actividad a realizar con los estudiantes. Ficha técnica: Proporciona información sobre la actividad que se les propone a los estudiantes y su modo de empleo en el aula escolar. Ficha de identificación: Se proporciona información sobre el nivel de enseñanza en el cual puede ser utilizado este recurso y los objetivos pedagógicos
Descripción de la actividad	La actividad consiste en encontrar un modelo matemático que describa la situación del llenado del recipiente para posteriormente realizar su construcción dinámica en el Ambiente de Geometría Dinámica, que represente la situación y el modelo encontrado.

FICHA TECNICA: LLENADO DE RECIPIENTE	
Nombre de la ficha	Llenado de recipiente
Software utilizado	Ambiente de Geometría Dinámica.
Descripción	La actividad consiste en encontrar un modelo matemático que describa la situación del llenado para posteriormente realizar su construcción en el Ambiente de Geometría Dinámica que represente la situación y el modelo encontrado.
Modo de empleo	El estudiante deberá ingresar a la página del COES de la Universidad de Nariño y ubicarse en la última unidad del módulo donde encontrará la actividad con su respectivo enunciado y las preguntas a las cuales tiene que responder a medida que lo va desarrollando.
Documentación.	Recurso: http://web.educastur.princast.es/ies/pravia/carpetas/recursos/mates/recipientes/aplicacion/llename.html Otros ejemplos: https://polipapers.upv.es/index.php/MSEL/article/download/1943/2047 http://matematicas.uis.edu.co/~garenasd/doc/CS-s1p2.pdf

FICHA DEL PROFESOR: LLENADO DE RECIPIENTE.

Programa Oficial.	Competencias exigibles. ➤ Conocer los conceptos necesarios que están involucrados en el desarrollo de estas actividades. ➤ Manejar los comandos básicos de Cabri. ➤ Saber realizar construcciones con Cabri.
Objetivos pedagógicos generales	Que los estudiantes profundicen y mejoren sus conocimientos sobre la modelación matemática mediante el concepto de función así como también que se familiaricen con el Ambiente de Geometría Dinámica, para desarrollar la actividad de una manera lúdica y dinámica que permita una retroalimentación y la motivación de los estudiantes.
Prerrequisito	Los prerrequisitos necesarios para el desarrollo de esta actividad son: ➤ Conocer los conceptos intuitivos y formales de función. ➤ Conocer la definición de modelo matemático. ➤ Conocer la definición volumen para desarrollar la actividad 1. ➤ Conocer las diferentes escalas de medida de la temperatura (Celsius y Fahrenheit) para la actividad 2. ➤ Conocer la definición de transferencia de medida.
Interés	Que el estudiante ponga en práctica y refuerce los conocimientos del módulo con ejercicios que describan un modelo lineal y su construcción dinámica mediante la utilización de un Ambiente de Geometría Dinámica
Descripción de la actividad instrumentada	La actividad se llevará a cabo en una primera instancia con la instrucción del profesor, posteriormente al estudiante se le hará entrega de una guía introductoria donde se expone la actividad con una serie de preguntas para que sea desarrollada por el estudiante.

FICHA DEL ESTUDIANTE: LLENADO DE RECIPIENTE.

Información	Las situaciones de llenado de recipiente son muy comunes a la hora de diseñar actividades de modelación matemática porque permiten que el estudiante visualice el problema con la ayuda de Ambiente de Geometría Dinámica. Se considera un recipiente con base cuadrada de lado 2 y altura de 6 cm se desea analizar como varía el volumen del recipiente a medida que se va llenando.
Tarea	 Responda los siguientes ítems: 1. Cuál es la variable dependiente e independiente? 2. Construya la tabla de datos en la cual el volumen esté en función de la altura. 3. Encuentre el modelo que represente la situación. 4. Con la ayuda del Ambiente de Geometría Dinámica Cabri realice la representación gráfica y dinámica de la situación. 5. Existe un límite para el llenado del recipiente? Justifique su respuesta. 6. De acuerdo a los datos registrados en la tabla de valores se puede establecer qué tipo de relación existe entre las dos variables, altura de llenado y volumen? 7. ¿Es posible obtener el mismo modelo si las dimensiones de la base cambian? 8. A los 3 cm de altura se registró un volumen de 12 cm^3. Cuál es el volumen del recipiente al variar las dimensiones de largo y ancho.

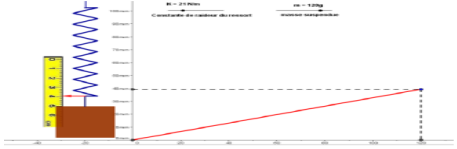
SOLUCIÓN FICHA DEL ESTUDIANTE: LLENADO DE RECIPIENTE.

1.Cuál es la variable dependiente e independiente?	Según los datos de la información que nos proporcionan se desea determinar cómo varía el volumen a medida que se llena el recipiente con agua, por lo tanto la variable dependiente e independiente son el volumen (V) y la altura (A) respectivamente.
2. Construya la tabla de datos en la cual el volumen esté en función de la altura con la ayuda de Cabri.	Para realizar este ítem realice lo siguiente: 1. Escoja la opción de tabla en el Ambiente de Geometría Dinámica. 2. Tabule los valores de A y V acercando el puntero y dando clic en estas dos variables. 3. Seleccione la tabla y con la herramienta animación, de clic al punto sobre objeto y automáticamente se llena la tabla de acuerdo a la animación del punto. 4. Dado que el recipiente tiene como ancho y largo 2 cm y la altura del agua depende de qué valor tome la altura (A) entonces el modelo para esta situación es:
3. Encuentre el modelo que represente la situación.	$V = (2)(2)A$ $V = 4A$
4. Con la ayuda del Ambiente de Geometría Dinámica realice la representación gráfica y dinámica de la situación.	1. Construya el recipiente rectangular con las herramientas que ofrece Cabri. 2. Ubique con la herraneinta “punto sobre objeto” el punto movil N sobre el recipiente y que simularà el llenado de agua. 3. Con la herramienta “distancia” mida el segmento que une N con el extremo del segmento donde se encuentra. Este punto esta distancia es la altura (A). 4. Como el volumen en esta situación depende de la altura (A) en la que se va llenando el recipiente de agua, entonces trasladamos la altura al eje x. 5. Marcamos el punto de intersección de las rectas que pasan por V y A como Q. Posteriormente damos traza al punto Q y animación al punto sobre objeto M

FICHA DE IDENTIFICACIÓN: LEY DE HOOKE.	
Tipo	Resolución de problema-Construcción-validación
Nivel	Educación Básica y Media.
Palabras claves	Función lineal, Ley de Hooke, elongación, masa, tabla de valores fuerza-distancia, plano cartesiano.
Objetivos pedagógicos generales:	• El desarrollo del proceso de modelación matemática con la descripción y representación de situaciones reales, por medio de conceptos matemáticos. • Aplicar conocimientos y habilidades matemáticas en otras áreas del saber cómo la física. • Con relación al concepto matemático de función lineal, se propone identificar la variable dependiente e independiente en una expresión matemática.
Modalidad	El desarrollo de la actividad propuesta debe ser realizado en un aula de informática.
Dispositivo técnico	Aula de informática, instalado el Ambiente de Geometría Dinámica en los ordenadores.
Descripción de fichas	Ficha de identificación: En esta ficha se expondrán algunos aspectos como los objetivos pedagógicos, el recurso a utilizar, el nivel de enseñanza, palabras claves, entre otros, involucrados en la apertura al contenido del recurso. Ficha del estudiante: Contiene el contenido de la actividad a desarrollar. Ficha del profesor: Brinda al docente información sobre antecedentes matemáticos del problema como la solución de la actividad. Ficha técnica: con el propósito de brindar una apropiación técnica del recurso.
Descripción de la actividad	La actividad que se propone tiene finalidad que el estudiante pueda desarrollar el proceso de modelación matemática por medio de una situación de la Física, haciendo uso del concepto matemático de la Función Lineal.

FICHA TÉCNICA: LEY DE HOOKE	
Nombre de los archivos	Función lineal. Ambiente de Geometría Dinámica.
Software utilizado	Ambiente de Geometría Dinámica
Descripción	En los archivos se brinda una significativa documentación en cuanto al concepto de función lineal, y la actividad propuesta
Instrucciones	• Abrir el archivo de la actividad. • Desarrollar la solución de la situación problema. • Abrir Ambiente de Geometría Dinámica y desarrollar la actividad planteada.
Documentación	http://www.ricardpeiro.es/apunts/gbbook_spa.pdf

FICHA DEL PROFESOR: LEY DE HOOKE

Programa oficial	En referencia a los Estándares Básicos de Competencias matemáticas, encontramos distintos factores el estudiante debe desarrollar en su educación matemática. • Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida diaria. • Utilizar distintos tipos de registro y representación. • Utilizo la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas y otras áreas del saber. • Modelo situaciones de variación. • Analizo en representaciones cartesianas el comportamiento de funciones, en particular “la función lineal”.
Objetivos pedagógicos originales	• El desarrollo del proceso de modelación matemática con la descripción y representación de situaciones reales, por medio de conceptos matemáticos. • Aplicar conocimientos y habilidades matemáticas en otras áreas del saber cómo la física. • Con relación al concepto matemático de función lineal, se propone identificar la variable dependiente e independiente en una expresión matemática.
Interés	Con el desarrollo de la actividad el estudiante logra desarrollar el proceso de modelación matemática, apoyado en el uso de las matemáticas. Además, con la representación se puede identificar y contrastar visiblemente el comportamiento de una función lineal.
Descripción de la actividad instrumentada.	Actividad:  1. Con la ayuda de un montaje de sistema masa-resorte experimentar el cambio de elongación del resorte a medida que incrementa el valor de la masa. Para ello hacer el registro de los datos en una tabla de valores

Con relación a la fuerza aplicada (masa*fuerza de gravedad) y desplazamiento del resorte.

NOTA: Fuerza de gravedad aprox. 10m/s^2 .

Fuerza aplicada: $\text{masa} \cdot 10\text{m/s}^2$.

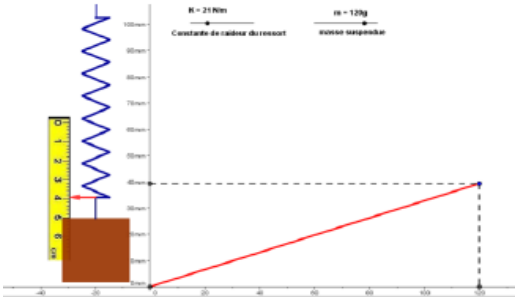
2. Representar en un plano cartesiano en el Ambiente de Geometría Dinámica Cabri, los datos anteriormente registrados.

3. mediante el uso de algoritmos algebraicos hacer la construcción del modelo matemático que represente la relación entre la fuerza aplicada y el desplazamiento del resorte.

Responder:

- Con el aumento de la masa del bloque, ¿cuál es el comportamiento de la longitud del resorte?
- ¿Cuál es la variable dependiente e independiente de acuerdo a la situación planteada?

FICHA DEL ESTUDIANTE: LEY DE HOOKE

Información	Ley de elasticidad de Hooke: establece la relación entre el alargamiento o estiramiento longitudinal y la fuerza aplicada a un resorte. Función lineal: variable dependiente, variable independiente, pendiente $y = mx + b$
Tarea	Actividad:  1. Con la ayuda de un montaje de sistema masa-resorte experimentar el cambio de elongación del resorte a medida que incrementa el valor de la masa. Para ello hacer el registro de los datos en una tabla de valores Con relación a la fuerza aplicada (masa*fuerza de gravedad) y desplazamiento del resorte. NOTA: Fuerza de gravedad aprox. 10m/s^2. Fuerza aplicada: masa*10m/s^2. 2. Representar en un plano cartesiano en el Ambiente de Geometría Dinámica Cabri, los datos anteriormente registrados. 3. mediante el uso de algoritmos algebraicos hacer la construcción del modelo matemático que represente la relación entre la fuerza aplicada y el desplazamiento del resorte. Responder: • Con el aumento de la masa del bloque, ¿cuál es el comportamiento de la longitud del resorte? • ¿Cuál es la variable dependiente e independiente de acuerdo a la situación planteada?
Sugerencia	Realizar la construcción geométrica que modele la situación planteada, con apoyo de la teoría del concepto de función lineal.

SOLUCIÓN FICHA DEL ESTUDIANTE: LEY DE HOOKE

Representar en un plano cartesiano en el Ambiente de Geometría Dinámica Cabri, los datos anteriormente registrados.

3. mediante el uso de algoritmos algebraicos hacer la construcción del modelo matemático que represente la relación entre la fuerza aplicada y el desplazamiento del resorte.

Con la tabla de valores de la anterior actividad: Fuerza-Distancia, represente cada una de las parejas de valores (identificar variable dependiente e independiente) en un plano Cartesiano.

Después de haber hecho el estudio de función lineal, realice la construcción de la ecuación correspondiente a la gráfica en el plano cartesiano.

Preguntas:

- Con el aumento de la masa del bloque, ¿cuál es el comportamiento de la longitud del resorte?
- ¿Cuál es la variable dependiente e independiente de acuerdo a la situación planteada?

Teniendo en cuenta el comportamiento de una función lineal y la representación de la situación en el plano cartesiano, caracterice el comportamiento de la longitud del resorte.

Identifique el concepto de dependencia e independencia entre variables.

FICHA DE IDENTIFICACIÓN: CAMBIO DE TEMPERATURA.	
Tipo	Modelación Matemática.
Nivel	Básica y media
Palabras claves	Modelación matemática, función, modelo matemático, dependencia, variabilidad.
Objetivos pedagógicos generales	➤ Familiarizarse con el Ambiente de Geometría Dinámica para hacer actividades más enriquecidas. ➤ Aprender y reforzar la modelación matemática con el tema de las funciones lineales.
Modalidad	Presencial.
Dispositivo técnico	Computadores con acceso a internet y con el Ambiente de Geometría Dinámica.
Descripción de las fichas	Ficha del profesor: Se encuentra los objetivos de la actividad, los prerrequisitos y las competencias necesarias para desarrollar la actividad, así como también se presenta la solución de dicha actividad. Ficha del estudiante: Se presenta la actividad a realizar con los estudiantes. Ficha técnica: Proporciona información sobre la actividad que se les propone a los estudiantes y su modo de empleo en el aula escolar. Ficha de identificación: Se proporciona información sobre el nivel de enseñanza donde puede ser utilizado este recurso y los objetivos pedagógicos
Descripción de la actividad	La actividad consiste en encontrar un modelo matemático que describa la situación del llenado del recipiente para posteriormente realizar su construcción dinámica en el Ambiente de Geometría Dinámica, que represente la situación y el modelo encontrado.

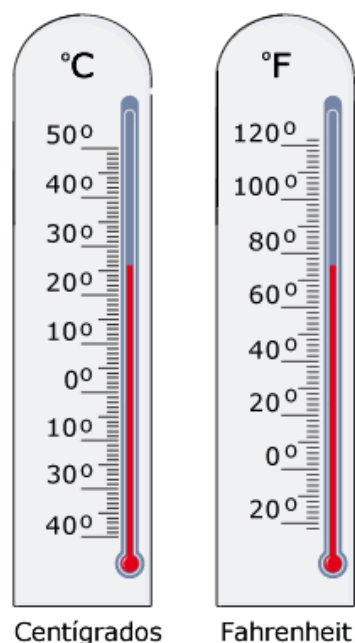
FICHA TECNICA: CAMBIO DE TEMPERATURA.	
Nombre de la Ficha	Escala de Temperatura
Software Utilizado	Ambiente de Geometría Dinámica
Descripción	La actividad consiste en encontrar un modelo matemático que describa la situación del cambio de temperatura entre los grados Celsius y Fahrenheit para posteriormente realizar su construcción dinámica en el Ambiente de Geometría Dinámica que represente la situación y el modelo encontrado.
Modo de Empleo	El estudiante deberá ingresar a la página del COES de la universidad de Nariño y ubicarse en el último tema del módulo donde encontrara la actividad con su respectivo enunciado y las preguntas a las cuales tiene que responder a medida que va desarrollando la actividad.
Documentación.	Otros ejemplos: https://polipapers.upv.es/index.php/MSEL/article/download/1943/2047 http://matematicas.uis.edu.co/~garenasd/doc/CS-s1p2.pdf

FICHA DEL PROFESOR: CAMBIO DE TEMPERATURA

Programa Oficial.	Competencias exigibles. ➤ Conocer los conceptos necesarios y que están involucrados en el desarrollo de estas actividades. ➤ Manejar los comandos básicos de Cabri. ➤ Saber realizar construcciones con Cabri.
Objetivos pedagógicos generales	Que los estudiantes profundicen y mejoren sus conocimientos sobre la modelación matemática mediante el concepto de función así como también que se familiaricen con el Ambiente de Geometría Dinámica, para desarrollar la actividad de una manera lúdica y dinámica que permita una retroalimentación y la motivación de los estudiantes.
Prerrequisito	Los prerrequisitos necesarios para el desarrollo de esta actividad son: ➤ Conocer los conceptos intuitivos y formales de función. ➤ Conocer la definición de modelo matemático. ➤ Conocer la definición volumen para desarrollar la actividad 1. ➤ Conocer las diferentes escalas de medida de la temperatura para la actividad 2 ➤ Conocer la definición de transferencia de medida.
Interés	Que el estudiante ponga en práctica y refuerce los conocimientos del módulo con ejercicios que describan un modelo lineal y su construcción dinámica mediante la utilización de un Ambiente de Geometría Dinámica
Descripción de la actividad instrumentada	La actividad se llevará a cabo en una primera instancia con la instrucción del profesor, posteriormente al estudiante se le hará entrega de una guía introductoria donde se expone la actividad con una serie de preguntas para que sea desarrollada por el estudiante.

FICHA DEL ESTUDIANTE: ESCALA DE TEMPERATURA.

Información



La Temperatura se mide por lo general en grados Fahrenheit o en grados Celsius, la relación que describe estas medidas es una función lineal, el punto de congelación es 0° Celsius o 32° grados Fahrenheit y el punto de ebullición del agua es 100° Celsius o 212° Fahrenheit.

Tarea

1. Encuentre el modelo que describa la temperatura Fahrenheit en términos de la temperatura Celsius, con la información proporcionada.
2. ¿Cuál temperatura en ambas escalas es la misma?
3. Con la ayuda del Ambiente de Geometría Dinámica Cabri realice la representación gráfica y dinámica de la situación.
4. Desarrolle los anteriores ítems, pero con la temperatura Celsius en términos de la temperatura Fahrenheit.
5. ¿Es posible registrar la misma temperatura (grados Fahrenheit) para dos valores distintos de temperatura en grados Celsius?

SOLUCIÓN FICHA DEL ESTUDIANTE: CAMBIO DE TEMPERATURA

1. Encuentre el modelo que describa la temperatura Fahrenheit en términos de la temperatura Celsius, con la información proporcionada.	Utilizando la información proporcionada, los puntos que pertenecen a esta función son $P(0^\circ, 32^\circ)$ y $P(212^\circ, 100^\circ)$ realizando el procedimiento para obtener la pendiente y el punto de intersección de la función que pasa por estos puntos. Tenemos que el modelo que representa esta situación es: $F = \frac{9}{5}C + 32^\circ$
2. ¿Cuál temperatura en ambas escalas es la misma?	Como: $F = \frac{9}{5}C + 32^\circ$ entonces $F=C$ cuando: $C = \frac{9}{5}C + 32^\circ$ realizando operaciones tenemos $C = -40^\circ$
3. Con la ayuda del Ambiente de Geometría Dinámica realice la representación gráfica y dinámica de la situación.	- Haga la construcción de los termómetros con la ayuda de las herramientas en Cabri, como desee. - Posteriormente con la herramienta punto sobre objeto cree un punto móvil M sobre un segmento l situado sobre el lado del termómetro que representa los grados Celsius. - Traslade la medida del segmento 1 al eje X porque este representa la variable independiente, es decir, los grados Celsius. - Utilizando el modelo encontrado ingrese el valor del segmento l. - Traslade el valor que da el resultado en el eje Y ya que es el valor de la variable independiente F. - Trace rectas perpendiculares al eje X e Y que pasen por los puntos trasladados F y C. - Marcamos el punto de intersección de las rectas que pasan como Q. - Con la opción “Animación” damos clic en el punto M y luego en el punto Q.
4. Resuelva los anteriores puntos, pero la temperatura	Realizar similarmente los pasos del ítem 1

Celsius en términos de la temperatura Fahrenheit	
5. ¿Es posible registrar la misma temperatura (grados Fahrenheit) para dos valores distintos de temperatura en grados Celsius?	No es posible por la definición de función.

